ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL
INSTITUTO DE CIENCIAS MATEMÁTICAS

Examen correspondiente a la 1º evaluación de optimización Combinatoria

Nombre: .... Fecha: Julio 08 de 2010

1. EL MODELO DEL MAXIMO PROMEDIO (MAX-MEAN) (**FUENTE: ELABORACION PROPIA**)

Se trata de estudiar el Modelo del Máximo Promedio, que puede ser formulado como un problema de programación 0-1 fraccional:

$$\max_{x\epsilon\{0,1\}^n} \frac{\sum_{i=1}^{n-1}\sum_{j=i+1}^{n} d_{ij}\, x_i x_j}{\sum_{i=1}^{n} x_i}$$

$$s.t. \quad \sum_{i=1}^{n} x_i \geq 1$$

Prop. 1: Un término $\boldsymbol{x}\,\boldsymbol{y}$, donde $\boldsymbol{x}$ es una variable binaria 0-1 y $\boldsymbol{y}$ es una variable $\geq \mathbf{0}$, puede ser equivalentemente representado por las siguientes desigualdades lineales:

$z = \boldsymbol{x}\,\boldsymbol{y}, z \geq y - U(1-x); z \leq y; z \leq Ux; z \geq 0$, donde U es una cota superior de y.

Prop. 2: Un término $\boldsymbol{x_1 x_2}\,\boldsymbol{y}$, donde $\boldsymbol{x_1}, \boldsymbol{x_2}$ son variables binarias 0-1 y $\boldsymbol{y}$ es una variable real $\geq \mathbf{0}$, puede ser equivalentemente representado por las siguientes desigualdades lineales:

$z = \boldsymbol{x_1 x_2}\,\boldsymbol{y},\ z \geq y - U(2 - x_1 - x_2);\ z \leq y; z \leq Ux_1;\ z \leq Ux_2,\ z \geq 0$, donde U es una cota superior de y

a. Demostrar la propiedad 2 (use la propiedad 1)

b. Reformule el Max-Mean como un MIP utilizando el cambio de variable: $y = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} x_i}$ y las proposiciones 1 y 2. (sugerencia: nombre z_{ij} a las nuevas variables que reemplazan a $x_i x_j y$ y llame w_i a las variables que reemplazan a $x_i y$

c. Cuál es la talla de este MIP, osea cuántas variables y restricciones tiene este modelo.

d. Resuelva el problema MAX-MEAN para los siguientes casos (Note que en el caso 1 todas las “distancias” son negativas, en el caso dos son positivas y negativas, en el caso 3 son todas positivas), que se puede concluir?

CASO 1					
d_{ij}	1	2	3	4	5
1		-2	-1	-3	-2
2			-5	-1	-2
3				-4	-3
4					-6
5					

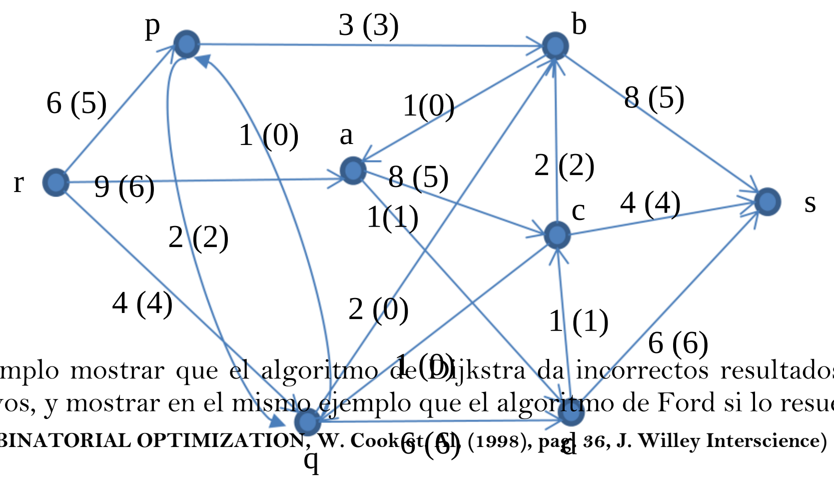
CASO 2					
d_{ij}	1	2	3	4	5
1		-2	1	-3	2
2			5	-1	-2
3				-4	-3
4					6
5					

CASO 3					
d_{ij}	1	2	3	4	5
1		2	1	3	2
2			5	1	2
3				4	3
4					6
5					

2. Muestre con un ejemplo que un subcamino de un dicamino simple más corto no es necesariamente un dicamino simple de menor costo si un circuito de costo negativo existe.
(**FUENTE: COMBINATORIAL OPTIMIZATION, W. Cook et. Al, (1998), pag. 34, J. Willey Interscience**)

3. En el grafo de la figura los números sobre las aristas son las capacidades y los números entre paréntesis los flujos.
Determine si es un flujo factible, si lo es encuentre si es que lo hay algún camino aumentante, y si no lo hay indique si se alcanzó el flujo máximo.

(FUENTE: ELABORACION PROPIA)



4. Con un ejemplo mostrar que el algoritmo de Dijkstra da incorrectos resultados si se permite costos negativos, y mostrar en el mismo ejemplo que el algoritmo de Ford si lo resuelve bien.

(FUENTE: COMBINATORIAL OPTIMIZATION, W. Cook et. Al. (1998), pag. 36, J. Willey Interscience)