

# ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL

## INSTITUTO DE CIENCIAS MATEMÁTICAS

### RUBRICA DE LA PRIMERA EVALUACION DE CÁLCULO DIFERENCIAL Guayaquil, 09 de Julio de 2010.

#### TEMA 1 (20 puntos)

Justificando su respuesta, califique como verdadera o falsa, cada proposición que se enuncia a continuación:

a) Sea  $f$  una función de variable real, entonces, se cumple que:  $f \circ f = f$

CRITERIOS	PUNTAJE
No desarrolla procesos coherentes que conduzcan a construir un ejemplo que ponga en evidencia que la proposición es FALSA	0 pts.
Reconoce que la afirmación es FALSA pero no desarrolla adecuadamente un contraejemplo	1 a 3 pts
Da un contraejemplo adecuado y concluye que la proposición FALSA	4 pts.

b) Si una función de variable real  $f$  toma todos los valores entre  $f(a)$  y  $f(b)$  incluidos, entonces  $f$  es continua en el intervalo cerrado  $[a, b]$

CRITERIOS	PUNTAJE
Califica a la proposición como verdadera o no da un contraejemplo para concluir que es falsa	0 pts.
Reconoce como una proposición falsa pero comete errores con el contraejemplo.	1 a 3 pts
Reconoce como una proposición FALSA y da un contraejemplo adecuado.	4 pts.

c)  $\lim_{p \rightarrow 2} \frac{p^3 - 8}{p - 2} = f'(2)$  donde  $f(p) = p^3$

CRITERIOS	PUNTAJE
Concluye que la proposición es verdadera y no justifica.	0 pts.
Reconoce que la definición de derivada está involucrada pero no logra identificar totalmente que se trata de $f'(2)$ con $f(p) = p^3$	2 pts.
Reconoce la definición de derivada y la ajusta adecuadamente a la variable $p$ en el punto $p=2$ con $f(p) = p^3$ y concluye que la proposición es VERDADERA	4 pts.

c) La función  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  con regla de correspondencia  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1, & x < 3 \\ 2, & x = 3 \\ x - 1, & x > 3 \end{cases}$  es

continua en todo su dominio

CRITERIOS	PUNTAJE
Intenta graficar la función pero en forma equivocada y a partir de esto concluye como proposición falsa.	0 pts.
Aplica la definición de continuidad en el único punto problema pero se equivoca en el cálculo o no concluye.	1 a 3 pts.
Aplica la definición de continuidad y concluye que como no es continua en $x=3$ no es continua en todo su dominio y es una proposición FALSA.	4 pts.

e) Si  $f$  es una función de variable real par tal que  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 7$ , entonces  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 7$

CRITERIOS	PUNTAJE
No desarrolla procesos coherentes que conduzcan a determinar la proposición como verdadera o como falsa.	0 pts.
Ilustra gráficamente, reconoce el concepto de función par y concluye como verdadera.	1 a 3 pts.
Reconoce el concepto de función par y demuestra que la proposición es verdadera.	4 pts.

## **TEMA 2 (25 puntos)**

Calcule, de ser posible, cada uno de los límites que se presentan a continuación:

a)  $\lim_{x \rightarrow 1/2} f(x)$  y  $\lim_{x \rightarrow 3/4} f(x)$ , si  $f(x) = \lfloor 2x \rfloor$

CRITERIOS	PUNTAJE
No desarrolla procesos coherentes que conduzcan a determinar el límite	0 pts.
Grafica la función o establece correctamente el concepto de entero mayor pero no lo calcula.	1 a 2 pts
Con ayuda de la definición de entero mayor y el cálculo de límites laterales lo hace en forma parcialmente errónea.	2 a 4 pts
Evalúa correctamente los dos límites	5 pts.

b)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\cos(\lfloor x \rfloor)}{x^2}$

CRITERIOS	PUNTAJE
No desarrolla los procesos adecuados	0 pts.
Reconoce la propiedad de acotamiento de la función $f(x) = \cos(x)$ y la aplicación del teorema del emparedado	1 a 2 pts
Reconoce la propiedad de acotamiento pero se equivoca al calcular el límite.	3 a 4 pts
Calcula correctamente el límite mostrando los procesos coherentes y correctos.	5 pts.

$$c) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x) - x}{x + \tan(x)}$$

CRITERIOS	PUNTAJE
No desarrolla procesos coherentes que conduzcan a determinar el límite.	0 pts.
Agrupar adecuadamente los términos pero no muestra los procesos que conllevan a la determinación del límite.	1 a 2 pts
Procede a agrupar los términos en forma adecuada, divide tanto el numerador como el denominador para una expresión que conlleve al límite de una función conocida pero se equivoca.	3 a 4 pts
Evalúa correctamente el límite dado.	5 pts.

$$d) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + x} - x)$$

CRITERIOS	PUNTAJE
No desarrolla procesos coherentes que conduzcan a la determinación del límite.	0 pts.
Multiplica numerador y denominador por $\sqrt{x^2 + x} + x$ pero no simplifica los términos.	1 a 2 pts
Procede a la simplificación de la expresión resultante y calcula el límite pero se equivoca en la evaluación.	3 a 4 pts
Calcula correctamente el límite mostrado.	5 pts.

$$e) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2}{3 + 4^{\frac{1}{x}}}$$

CRITERIOS	PUNTAJE
No desarrolla procesos coherentes que conduzcan a determinar el límite.	0 pts.
Calcula un solo límite o solo plantea los límites laterales	1 a 2 pts
Calcula en forma adecuada los límites laterales pero se equivoca en uno de ellos.	3 a 4 pts
Evalúa correctamente los diferentes límites laterales dado y concluye el límite bilateral solicitado no existe.	5 pts.

### TEMA 3 (15 puntos)

Desarrolle cada uno de los siguientes literales:

- a) Las curvas en coordenadas polares cuyas ecuaciones son  $r = \frac{2}{\sec \theta}$  y  $r = \csc \theta$  son tangentes. Grafique dichas curvas y determine, en coordenadas polares, su punto de tangencia.

CRITERIOS	PUNTAJES
No puede graficar los dos lugares geométricos y no encuentra punto de tangencia	0 pts.
Grafica correctamente una de las curvas o ambas	1 a 2 pts
Grafica correctamente ambas curvas, pero se equivoca al determinar el punto de tangencia.	3 a 4 pts.
Grafica correctamente y determina el punto de tangencia en forma correcta.	5 pts.

- b) Sea  $f$  una función de variable real con regla de correspondencia  $f(x) = \mu(x^2)$ . Determine si  $f$  es continua en  $x=0$ . En caso de NO serlo, encuentre una función de variable real  $g$  también NO continua en  $x=0$ , tal que la función  $h(x) = f(x)g(x)$  sea continua en todo  $\mathbb{R}$ .

CRITERIOS	PUNTAJES
Construye en forma incorrecta la gráfica de la función $f$	0 pts.
Determina que la función $f$ no es continua en $x=0$ , pero no encuentra una función $g$ con las condiciones indicadas.	1 a 2 pts
Determina correctamente que la función $f$ no es continua en $x=0$ , encuentra una función $g$ con las condiciones indicadas pero no concluye adecuadamente	3 a 4 pts.
Halla la función $g$ con las condiciones indicadas y demuestra que es continua.	5 pts.

- c) Demostrar, empleando la definición formal de límite, que  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x-1} = +\infty$ , y encuentre algún intervalo donde  $\frac{1}{x-1}$  tome valores mayores que 10000.

CRITERIOS	PUNTAJES
No desarrolla los procesos en forma coherente	0 pts.
Establece la definición de límite para la función dada e intenta establecer una relación entre M y delta.	1 a 2 pts
Aplica correctamente la definición de límite, halla el valor de delta en función de M pero no encuentra el intervalo.	3 a 4 pts
Demuestra formalmente y expresa correctamente el intervalo solicitado.	5 pts.