ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL
Instituto de Ciencias Matemáticas
PRIMERA EVALUACIÓN DE CÁLCULO DE VARIAS VARIABLES
Guayaquil, 07 de julio de 2010

Nombre:………………………………………………………………Paralelo…………

1. (10 puntos) Califique como verdaderas o falsas las siguientes proposiciones.
Justifique su respuesta.

a) La distancia del punto (–2, 1, 2) al plano $x+2y-z=4$ es 3 unidades.

b) La ecuación $\rho\, sen\,(\phi)=4$ representa una esfera.

c) El conjunto $\left\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 / x^2+y^2<0\right\}$ es abierto.

d) Si $f\colon\ \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ es continua en $\mathbf{x_0}$, entonces las derivadas parciales de f existen en $\mathbf{x_0}$.

e) Sea $\mathbf{v} = \mathbf{i} + \mathbf{j}$. Si $z = f(x, y)$ tal que $cos\,(xyz) + ln\,(x + y + z) = 1$, entonces $\dfrac{\partial f}{\partial \mathbf{v}}(0,0) = -\sqrt{2}$.

2. (10 puntos) Sean $x,\ y,\ z\ \in\ \mathbb{R}$. Grafique y describa un dominio de la función $f(x,y,z)=\sqrt{1-x^2-y^2+z^2}\ +\ \sqrt{5-x^2-y^2-z^2}$.

3. (10 Puntos) Sea $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ diferenciable tal que $\dfrac{\partial f}{\partial x} + \dfrac{\partial f}{\partial y} = 0$; $f(x, y) \neq 0$, $\forall\ (x, y) \in \mathbb{R}^2$.

Sea $F\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ dada por $F(x, y) = \dfrac{x}{f(x, y)}$. Demuestre que $\dfrac{\partial F}{\partial x} + \dfrac{\partial F}{\partial y} = \dfrac{F(x, y)}{x}$.

4. (10 Puntos) Sea $f(x,y)=\sqrt{x^2+y^2}\ ;(x,y)\in\mathbb{R}^2$.
Determine:

a) Si f es continua en (0, 0).
b) f_x y f_y en (0, 0).
c) Si f es diferenciable en (0, 0).

5. (10 puntos) Se desea construir un recipiente cilíndrico recto, de tal manera que su radio útil sea de 5 *cm* y su altura útil de 10 *cm*. El recipiente se construirá de una lámina de acero de 0.5 *mm* de espesor cuyo costo es $\$2/cm^3$. Empleando diferenciales, aproxime el costo del material requerido para construir el recipiente.

6. (10 puntos) Sea $f(x, y, z) = e^{(x-1)^2} cos(yz); (x, y, z) \in \mathbb{R}^3$.

a) Escriba la Fórmula de Taylor de 2do orden de f en (1, 0, 0).
b) Con el resultado anterior, aproxime f(1.1, 0.1, –0.05).

7. (10 puntos) Determine las ecuaciones paramétricas de la recta tangente a la curva intersección de las superficies: $3x^2+2y^2+z^2=49$; $x^2+y^2-2z^2=10$ en el punto (3, –3, 2).