

**ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL**

**Instituto de Ciencias Matemáticas**

***CÁLCULO DIFERENCIAL***

**Rúbrica de la Segunda Evaluación**

**II Término – 03/septiembre/2010**

Nombre: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ Paralelo: \_\_\_

|  |  |
| --- | --- |
| Examen: |  |
| Lecciones: |  |
| Deberes: |  |
| Proyecto: |  |
| Otro: |  |

Total:

**TEMA No. 1 ( 15 puntos)**

Califique las siguientes proposiciones como verdaderas o falsas. Justifique formalmente su calificación.

* 1. Sea f una función continua en IR. Si f ” (2) no existe, entonces (2, f ( 2 )) no es un punto de inflexión

Sea la función: , esta función es continua en IR y su segunda derivada es: , de donde f ” (2) no existe. Pero sin embargo el punto (2, f ( 2 )) si es un punto de inflexión ya que:

f``(x)<0, si x>2; y f``(x)>0, si x<2. Lo cual corresponde a un cambio de concavidad en torno a este punto.

Por lo tanto, la proposición es **FALSA**.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Desempeño** | | | |
| **Insuficiente** | **Regular** | **Satisfactorio** | **Excelente** |
| No realiza procesos coherentes o califica la proposición sin justificar o la califica mal dando un ejemplo. | Intenta dar un contraejemplo pero no es el adecuado o da un contraejemplo correcto pero no justifica. | Da un contraejemplo correcto y justifica correctamente; pero, no concluye o la conclusión es incorrecta. | Planteamiento correcto, cálculos correctos y conclusión correcta. (No necesita dar una regla de correspondencia para la función). |
| **0** | **1 - 2** | **3 - 4** | **5** |

* 1. Dada la ecuación x2+y2 =1 entonces

Calculando la primera derivada con respecto a x, tenemos:

Calculando la segunda derivada con respecto a x, tenemos:

Por lo tanto, la proposición es **VERDADERA.**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Desempeño** | | | |
| **Insuficiente** | **Regular** | **Satisfactorio** | **Excelente** |
| No sabe derivar o califica la proposición sin justificar. | Calcula la primera derivada correctamente pero se equivoca en el cálculo de la segunda derivada. | Calcula correctamente la primera y la segunda derivada; pero, no concluye o la conclusión es incorrecta. | Planteamiento correcto, cálculos correctos y conclusión correcta. |
| **0** | **1 - 2** | **3 - 4** | **5** |

* 1. Sea g(x) = y h(x) = f (g(x)) donde f es diferenciable en 3, entonces h´( 0 ) = 0

Derivando h(x), tenemos:

Evaluando en x=0, tenemos:

De donde , g`(0) = 0 y g(0) = 3.

De ahí que:

Y ya que f es diferenciable en 3, entonces f`(3) existe y es finito (f`(3)<).

Por lo tanto h`(0) = 0 y la proposición es **VERDADERA.**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Desempeño** | | | |
| **Insuficiente** | **Regular** | **Satisfactorio** | **Excelente** |
| No realiza procesos coherentes o califica la proposición sin justificar. | Intenta encontrar la derivada de h(x) pero se equivoca en el proceso. No aplica bien la regla de la cadena. | Calcula correctamente h`(x), evalúa correctamente en x=0, considera que f`(3) existe; pero, no concluye o la conclusión es incorrecta. | Planteamiento correcto, cálculos correctos y conclusión correcta. |
| **0** | **1 - 2** | **3 - 4** | **5** |

**TEMA No. 2 ( 10 puntos)**

Para cada uno de los literales siguientes, calcular , y dejarlo expresado de la forma más simplificada posible

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Desempeño** | | | |
| **Insuficiente** | **Regular** | **Satisfactorio** | **Excelente** |
| No realiza procesos coherentes. | Intenta calcular y` pero se equivoca e el proceso o la derivada es incorrecta. Errores en las reglas de derivación. | Deriva correctamente la expresión pero no simplifica la expresión o se equivoca en la simplificación. | Calcula correctamente y` y simplifica correctamente. |
| **0** | **1 - 2** | **3 - 4** | **5** |

Aplicando logaritmo natural en ambos miembros tenemos:

Derivando con respecto a x tenemos:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Desempeño** | | | |
| **Insuficiente** | **Regular** | **Satisfactorio** | **Excelente** |
| No realiza procesos coherentes. | Intenta calcular y` pero se equivoca e el proceso o la derivada es incorrecta. Errores en las reglas de derivación. | Deriva correctamente la expresión pero no simplifica la expresión o se equivoca en la simplificación. | Calcula correctamente y` y simplifica correctamente. |
| **0** | **1 - 2** | **3 - 4** | **5** |

**TEMA No. 3 ( 5 puntos)**

Sea f(x) = 10x2-11x+11; ; hallar

Tenemos que , de donde:

Por otro lado: f(x)=8

Es decir:

Ya que x>11/20, entonces el valor de x a tomar es x=3/5.

Por lo tanto =

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Desempeño** | | | |
| **Insuficiente** | **Regular** | **Satisfactorio** | **Excelente** |
| No realiza procesos coherentes. | Calcula correctamente f`(x) pero se equivoca en el cálculo de . No sabe donde evaluar . | Calcula correctamente , sabe donde evaluar , pero se equivoca en las cuentas. | Planteamiento y cálculos correctos. |
| **0** | **1 - 2** | **3 - 4** | **5** |

**TEMA No. 4 ( 5 puntos)**

Utilizando diferenciales calcule el valor aproximado de

Para este caso tenemos que: ,

Entonces

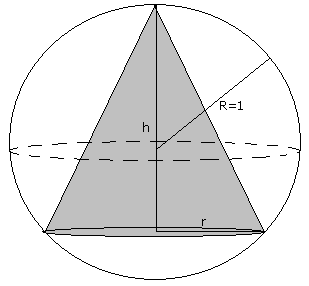
Reemplazando los valores de x y , tenemos:

Por lo tanto

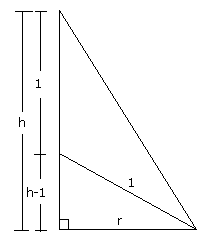
|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Desempeño** | | | |
| **Insuficiente** | **Regular** | **Satisfactorio** | **Excelente** |
| No realiza procesos coherentes. | Identifica solo parcialmente f(x), x, a utilizar en la aproximación, o se equivoca en cálculo de la derivada. | Identifica correctamente f(x), x, a utilizar en la aproximación, deriva correctamente pero se equivoca en el tratamiento algebraico. | Planteamiento y cálculos correctos. |
| **0** | **1 - 2** | **3 - 4** | **5** |

**TEMA No. 5 ( 6 puntos)**

Hallar las dimensiones del cono circular recto de volumen máximo que se puede inscribir en una esfera de radio 1.

*Función objetivo*:

Para hallar una relación entre r y h, consideremos el siguiente corte geométrico:



De donde por el teorema de Pitágoras tenemos que:

Con esto último, la función objetivo en términos de una variable es:

Derivando con respecto a h tenemos:

Con h = 4/3 tenemos el volumen máximo ya que; si h>4/3, entonces V`<0 y si h<4/3, entonces V`>0.

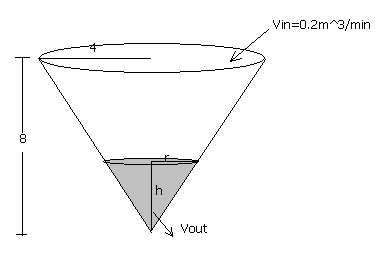
Calculamos r:

Por lo tanto las dimensiones del cono recto de volumen máximo son y .

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Desempeño** | | | |
| **Insuficiente** | **Regular** | **Satisfactorio** | **Excelente** |
| No realiza procesos coherentes. | Obtiene parcialmente la función objetivo en términos de una variable, pero se equivoca en el cálculo de la derivada o de encontrar la relación geométrica entre las dos variables. | Obtiene la función objetivo en términos de una variable, calcula correctamente la derivada pero no identifica correctamente el valor en que se produce el volumen máximo. | Planteamiento y cálculos correctos. |
| **0** | **1 - 3** | **4 - 5** | **6** |

**TEMA No. 6 ( 6 puntos)**

En un depósito de forma cónica se está vertiendo agua a razón de 0,2 m3/min. El cono tiene una altura de 8m y una radio de 4m. Si el depósito tiene una fuga y el nivel sube a una razón de 0.02 m/min, cuando el agua tiene una altura de 5m. ¿Con que rapidez sale agua del depósito?



Para hallar una relación entre r y h, consideremos el siguiente corte geométrico:

De ahí que por semejanza de triángulos tenemos:

Por lo tanto

Derivando con respecto a t, tenemos:

Despejando lo requerido y reemplazando los datos tenemos:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Desempeño** | | | |
| **Insuficiente** | **Regular** | **Satisfactorio** | **Excelente** |
| No realiza procesos coherentes. | Realiza un gráfico del problema, encuentra la fórmula correcta del volumen del cono V(r, h); pero se equivoca en la relación entre r y h. | Encuentra la fórmula correcta del volumen del cono V(h); deriva correctamente; pero no reemplaza los datos o los cálculos son incorrectos. | Planteamiento y cálculos correctos. |
| **0** | **1 - 3** | **4 - 5** | **6** |

**TEMA No. 7 ( 5 puntos)**

Determine el límite siguiente:

Para este caso tenemos la forma indeterminada y un método para calcular este límite es mediante la regla de L`Hopital. Para esto necesitamos expresar la función de tal manera que la forma indeterminada sea .

En esta última expresión se presenta la forma indeterminada . De ahí que aplicamos la regla de L`Hopital y tenemos:

Por lo tanto

Otra forma de resolver este límite consiste en la aplicación de algún límite notable:

Calculando el límite del exponente tenemos:

Entonces:

Y por lo tanto:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Desempeño** | | | |
| **Insuficiente** | **Regular** | **Satisfactorio** | **Excelente** |
| No realiza procesos coherentes. | No rearregla la expresión para aplicar L`Hopital, o deriva incorrectamente. Intenta llegar a la expresión de límites notables. | Deriva correctamente pero se equivoca en los cálculos. | Planteamiento y cálculos correctos. |
| **0** | **1 - 2** | **3 - 4** | **5** |

**TEMA No. 8 ( 8 puntos)**

Sea la función con regla de correspondencia , para todo x real.

Determinar a,b,c si:

* 1. Tiene un punto estacionario en (0,5)
  2. Tiene un punto de inflexión en x=1
  3. Interseca al eje x en x=1
  4. Bosqueje la curva

Calculando la primera derivada:

Ya que f tiene un punto estacionario en x = 0, tenemos que f`(0)=0; es decir:

Por lo tanto c = 0.

Por otro lado, calculamos la segunda derivada:

Ya que f tiene un punto de inflexión en x = 1, tenemos que f``(1)=0; es decir:

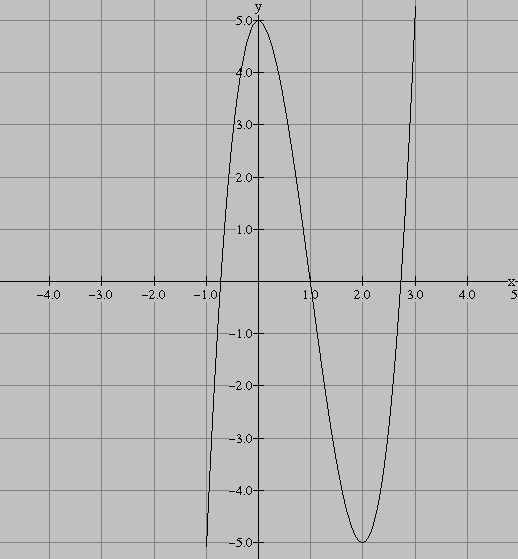
Por lo tanto 3a + b = 0.

Finalmente, ya que f interseca al eje x en x = 1, tenemos:

Por lo tanto a + b = -5.

Resolviendo el sistema , tenemos que a =5/2 y b =-15/2 .

El bosquejo de la curva es:



|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| i) | No considera esta condición para calcular los valores de a, b, c. | Calcula correctamente y` pero comete errores en las cuentas. | Calcula correctamente y` y calcula el valor de c correctamente. |
|  | **0** | **1** | **2** |
| ii) | No considera esta condición para calcular los valores de a, b, c. | Calcula correctamente y`` pero comete errores en las cuentas. | Calcula correctamente y`` y obtiene correctamente la condición 6a+2b=0 |
|  | **0** | **1** | **2** |
| iii) | No considera esta condición para calcular los valores de a, b, c. | Plantea la condición f(1)=0 pero se equivoca en las cuentas. | Evalúa correctamente, y obtiene la condición a+b = -5 |
|  | **0** | **1** | **2** |
| iv) | No grafica o gráfica incorrecta. | Grafica la función pero se equivoca en ubicar los puntos dados en las condiciones. | Grafica la función correctamente y ubica correctamente los puntos dados en las condiciones. |
|  | **0** | **1** | **2** |