ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL
FACULTAD DE ECONOMÍA Y NEGOCIOS
MÉTODOS CUANTITATIVOS III
TERCERA EVALUACIÓN
15/SEPTIEMBRE/2010

ALUMNO:___________________________ **PARALELO:** ______

PROFESOR: _________________________

TEMA 1 **10 PUNTOS**

Defina:

a) Independencia Lineal
b) Conjunto ortonormal de un espacio vectorial V

TEMA 2 **25 PUNTOS**

Califique las siguientes proposiciones como **verdaderas** o **falsas.** Justifique su respuesta.

a) Dada las rectas $l_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-1}{4}$ y $l_2: \frac{x-3}{-5} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-5}{1}$. Entonces l_1 y l_2 son rectas alabeadas.

b) Sea V un espacio vectorial y sea el siguiente conjunto de vectores de V, $S=\{v_1, v_2, 2v_1-3v_2\}$. Entonces S es linealmente independiente en V.

c) Sean H_1 y H_2 dos subespacios vectoriales de un espacio vectorial V. Entonces $H_1 \cap H_2$ constituye un subespacio vectorial de V.

d) Sea el espacio vectorial $V=M_{2x2}$ y sea $S = \left\{\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}\right\}$ un conjunto de vectores en V. Entonces S constituye una base para el espacio vectorial V.

e) Sean A_{2x2} y B_{2x2} dos matrices semejantes y sea $p(\lambda)=\lambda^2-5\lambda-6$ el polinomio característico de la matriz A. Entonces los valores propios de B son $\lambda_1=6$ y $\lambda_2=-1$.

TEMA 3 **15 PUNTOS**

A una persona le prescribió el doctor tomar 10 unidades de vitamina A, 9 unidades de vitamina D y 19 unidades de vitamina E diariamente. La persona puede elegir entre tres marcas de píldoras vitamínicas. La marca X contiene 2 unidades de vitamina A, 3 de vitamina D y 5 de vitamina E; la marca Y tiene 1, 3 y 4 unidades respectivamente; y la marca Z tiene 1 unidad de vitamina A, ninguna de vitamina D y 1 unidad de vitamina E. Encuentre todas las combinaciones posibles de píldoras que proporcionen de manera exacta las cantidades requeridas.

TEMA 4 **20 PUNTOS**

Dado los siguientes subconjuntos del espacio vectorial P_2

$$H_1 = \{p(x) = ax^2 + bx + c \, \epsilon P_2 | p'(0) = 0\}$$

$$H_2 = \{p(x) = ax^2 + bx + c \, \epsilon P_2 | p(0) = 1\}$$

$$H_3 = \{p(x) = ax^2 + bx + c \, \epsilon P_2 | a + b + c = 0\}$$

a) Determine cuál de los 3 subconjuntos constituye un subespacio vectorial de P_2

b) De aquellos subconjuntos que constituyen subespacios de P_2 determine una base y su respectiva dimensión.

c) Determine la intersección de aquellos subconjuntos que constituyan subespacios de P_2

TEMA 5 **15 PUNTOS**

Dada la transformación $T: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^4$ cuya regla de correspondencia es $T\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x-y \\ x+y-2z \\ 2x-3y+z \\ 0 \end{pmatrix}$

a) Demuestre que T es una transformación lineal.

b) La representación matricial de T con respecto a las bases canónicas de $\mathbb{R}^3$ y $\mathbb{R}^4$.

c) El núcleo, imagen, nulidad, rango, bases para el núcleo y para la imagen de la transformación.

TEMA 6 **15 PUNTOS**

Sea la matriz $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ -1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$

a) Determine los valores y vectores propios de A con sus respectivas multiplicidades algebraicas y geométricas.

b) Determine si la matriz A es diagonalizable. Si lo es, encuentre la matriz C que diagonaliza a A y verifique que se cumpla CD=AC

c) Determine si la matriz A es diagonalizable ortogonalmente. Si lo es encuentre la matriz ortogonal Q que diagonaliza ortogonalmente a A.