

# CAPÍTULO IV

## ANÁLISIS MULTIVARIADO DE DATOS

### 4.1 INTRODUCCIÓN

Análisis Multivariado es el estudio simultáneo de variables, el primero presentado en este capítulo es el Análisis Bivariado mediante el cual se analiza probabilidades conjuntas y condicionales entre pares de variables. A continuación se estudian las relaciones lineales entre pares de variables y entre grupos de variables, utilizando matrices de correlación y Correlación Canónica. Este capítulo contiene una sección sobre Análisis de Conglomerados y clasificación de observaciones, la primera se refiere a agrupamientos definidos por su media y desviación estándar, la segunda, a análisis de segmentación de colegios y estudiantes respecto a su aprovechamiento. Los análisis de este capítulo se basan en el procesamiento de la información obtenida de la población objetivo.

## 4.2 DEFINICIONES BÁSICAS EN ANÁLISIS MULTIVARIADO

### 4.2.1. Matriz de Datos

Sea  $X \in M_{n \times p}$  una matriz con  $n$  filas y  $p$  columnas, se la denominará *Matriz de Datos* si la celda en la intersección de la fila  $i$  con la columna  $j$ , ( $i \leq n$ ,  $j \leq p$ ) contiene el valor de la característica  $j$  medida en el individuo  $i$  y se ilustra como se indica en el Cuadro 4.1

Así, la matriz de datos utilizada en este estudio contiene  $n=251$  filas, que se corresponden con los 251 estudiantes investigados y  $p=36$  variables o características.

<b>Cuadro 4.1</b>	
<i>La Prueba de Aptitud Escolástica como Indicador del Rendimiento Académico</i>	
<b>Matriz de Datos</b>	
$X =$	$\begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} & \cdots & X_{1p} \\ X_{21} & X_{22} & \cdots & X_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ X_{n1} & X_{n2} & \cdots & X_{np} \end{bmatrix}$

### 4.2.2. Matriz de Varianzas y Covarianzas

Sean  $X_1, X_2, \dots, X_p$ ,  $p$  variables aleatorias\* y se sea  $\mathbf{X}^t = [X_1, X_2, \dots, X_p]$  un vector aleatorio  $p$ -variado que éstas determinan, se define

---

\* Ver definición en Capítulo 2, Sección 2.5

entonces la matriz de varianzas y covarianzas como se indica en la Expresión 4.1.

**Expresión 4.1**  
*La Prueba de Aptitud Escolástica como Indicador del Rendimiento Académico*  
**Definición de la Matriz de Varianzas y Covarianzas Muestral**

$$\Sigma = \frac{1}{n} X^t \left( I - \frac{1}{n} \mathbf{1}_n \mathbf{1}_n^t \right) X = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{1p} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \cdots & \sigma_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{1p1} & \sigma_{2p} & \cdots & \sigma_{pp} \end{bmatrix}$$

Donde:  
 $X \in M_{n \times p}$  es la matriz de datos,  
 $I \in M_{n \times n}$  es la matriz identidad,  
 $\mathbf{1}_n \in \mathbb{R}^n$  es el vector de uno y  $n$  es el tamaño de la muestra.

El número  $\sigma_{ij}$  es el valor de la covarianza entre las variables  $i$  y  $j$ .  
 Cuando  $i=j$ ,  $\sigma_{ij}$  es la varianza de la variable  $i$ , usualmente denotada como  $\sigma_i^2$ .  
 La covarianza, definida en términos de valor esperado, se define como lo indica la Expresión 4.2.

La matriz  $\Sigma$  tiene la propiedad de ser simétrica, es decir  $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$  por lo tanto es diagonalizable ortogonalmente.

**Expresión 4.2**  
*La Prueba de Aptitud Escolástica como Indicador del Rendimiento Académico*  
**Covarianzas entre pares de Variables**

$$\sigma_{12} = Cov(X_1, X_2) = E[(X_1 - \mu_1)(X_2 - \mu_2)]$$

Donde:  
 $\mu_1, \mu_2$  son los valores de la media poblacional de las variables 1 y 2

### 4.2.3. Matriz de Correlación

La *matriz de desviaciones estándar*,  $V^{1/2}$  h  $M_{p \times p}$ , de  $X$ , es una matriz diagonal que en la fila  $i$ , columna  $j$ ,  $\forall i, j \leq p$ , contiene a  $\sigma_i = +\sqrt{\sigma_{ii}}$ , el valor estimado de la desviación estándar de la variable, si  $i=j$ ; y contiene el valor cero, si  $i \neq j$ .

Sean  $X_i, X_j$  variables aleatorias cuantitativas,  $X$  la matriz de datos, y  $V^{1/2}$  la matriz de desviaciones estándar de  $X$  entonces, la *matriz de correlación*,  $\rho$ , se define como se indica en la Expresión 4.3.

**Expresión 4.3**  
*La Prueba de Aptitud Escolástica como Indicador del Rendimiento Académico*  
**Definición de la Matriz de Correlación Estimada**

$$\rho = (V^{1/2})^{-1} \Sigma (V^{1/2})^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & \rho_{12} & \cdots & \rho_{1p} \\ \rho_{21} & 1 & \cdots & \rho_{2p} \\ \cdots & \cdots & \ddots & \cdots \\ \rho_{p1} & \rho_{p2} & \cdots & 1 \end{bmatrix}$$

Donde:  
 $V^{1/2}$  es la matriz de desviación estándar calculada a partir de la Matriz de Datos,  $X$ ;  
 $\Sigma$  es la Matriz de Varianzas y Covarianzas de la Muestra

La matriz  $\rho$ , tiene la propiedad de ser simétrica, esto es,  $\rho_{ij} = \rho_{ji}$ . El número  $\rho_{ij}$  es el *coeficiente de correlación lineal*, que en términos de la covarianza se define como en la Expresión 4.4.

**Expresión 4.4**  
*La Prueba de Aptitud Escolástica como Indicador del Rendimiento Académico*  
**Coefficiente de Correlación Lineal**

$$r_{ij} = \rho_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{\sqrt{\sigma_{ii}} \sqrt{\sigma_{jj}}}; \quad -1 \leq \rho_{ij} \leq 1$$

Donde  $\sigma_{ij}$  es la covarianza entre  $X_i$  y  $X_j$  y  $\sigma_{ii}$  es la varianza de la variable  $i$ .

### 4.3 CORRELACIONES ENTRE PARES DE VARIABLES

Se puede probar que el coeficiente de correlación lineal, definido en la Expresión 4.4 de este capítulo, entre el par de variables cuantitativas  $X_i$  y  $X_j$  es un número entre -1 y 1, y mide el grado de asociación lineal entre ese par de variables. Valores cercanos a 1 en valor absoluto indican un grado más fuerte de asociación lineal. El signo de la correlación da el sentido de la asociación, así las correlaciones negativas indican que en tanto una variable es creciente, la otra es decreciente.

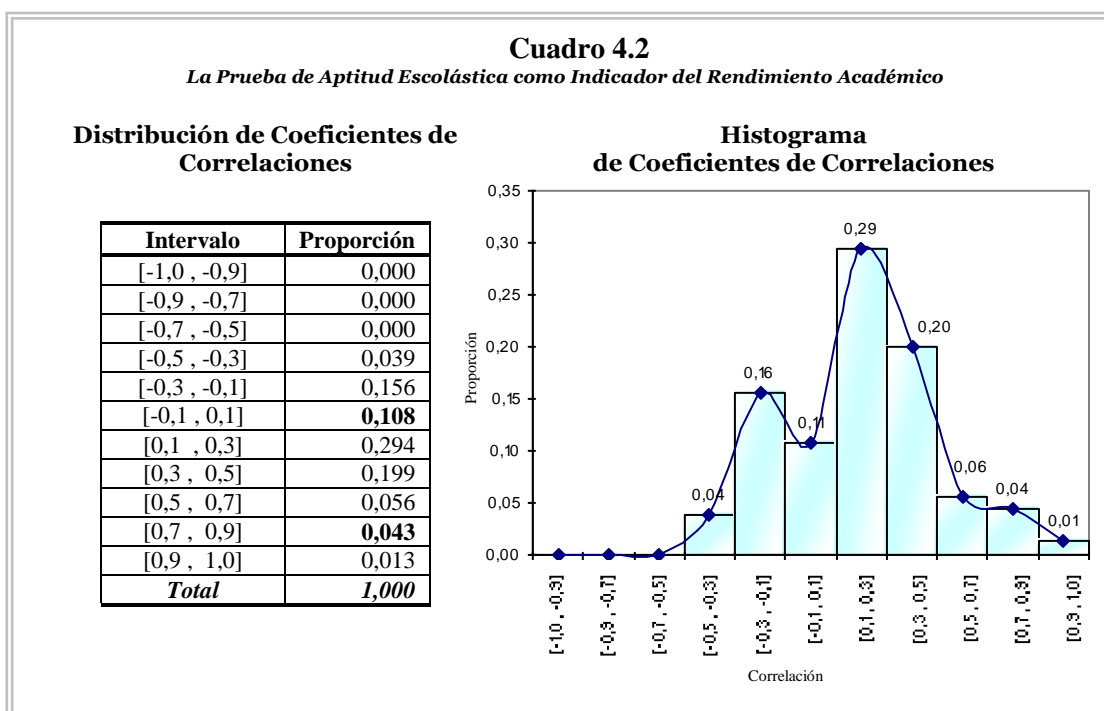
#### 4.6.1. Acerca de la Matriz de Correlación $\rho_{26 \times 26}$

De las 36 variables de este estudio se han seleccionado 26, porque son cuantitativas o cualitativas ordinales, para el análisis de correlación pareado, así, en esta sección se trabaja no con la matriz de datos  $\mathbf{X}_{251 \times 35}$ , sino con una matriz de datos  $\mathbf{Y}_{251 \times 26}$ . En la Tabla 4.23 se presenta la *matriz de correlación*,  $\rho_{26 \times 26}$ , (véase definición en la segunda sección de este capítulo) calculada a partir de la matriz  $\mathbf{Y}_{251 \times 26}$ ; nótese que se presenta solo la matriz diagonal inferior porque como se comentó previamente, esta matriz es simétrica.

De la *matriz de correlación*,  $\rho_{26 \times 26}$ , consideraremos significativos los coeficientes de correlación lineal cuyo valor absoluto sea mayor o igual a

0,6 o menor o igual que el valor absoluto de 0,1.

En el Cuadro 4.9 se presenta la distribución relativa de los valores de los coeficientes de correlación así como la representación gráfica de esta distribución. Los coeficientes de correlación menores o iguales que 0,1 indican una escasa asociación lineal entre las variables, nótese que el 10,8% de los coeficientes calculados son, en valor absoluto menores o iguales a 0,1. Sólo el 4,3% de los valores absolutos de estos coeficientes se encuentran en el intervalo de 0,7 a 0,9. La mayor proporción de coeficientes de correlación (0,294) tienen valores entre 0,1 y 0,3. Es importante mencionar que para la construcción de la tabla y gráfico de distribución relativa del Cuadro 4.9 no se consideraron las correlaciones de cada variable consigo misma, es decir, no se consideraron los valores  $\rho_{ii} = 1$ .



#### 4.6.2. Acerca de los Coeficientes de Correlación de la matriz $\rho_{26 \times 26}$

Nótese en la Matriz de Correlación,  $\rho_{26 \times 26}$ , Tabla 4.1, que la *Prueba de Aptitud* presenta correlaciones mayores a 0,6, pero en valor absoluto menores que 0,1 con las variables, *Número de Semestres Regulares* y el *Número de Semestres no Regulares* en que los estudiantes de la cohorte investigada se han registrado, con el *Número de Pre Politécnicos Antes de Aprobar* el ingreso a la ESPOL y con la nota de *Química*, esos coeficientes de correlación cercanos a cero indica ausencia de relación lineal entre la Prueba de Aptitud y las variables mencionadas.

El *Resultado Final del Pre Politécnico* está en función de las notas obtenidas en *Matemáticas, Física, Química* y en la *Prueba de Aptitud* (Ver Expresión 1.1), con las tres primeras el *Resultado Final* tiene correlaciones mayores que 0,6; pero no así con la *Prueba de Aptitud* cuya correlación es 0,486. Sin embargo esta correlación de 0,486 es la mayor observada entre la Prueba de Aptitud y alguna variable.

El Índice Socio Económico o Factor “P”, presenta correlaciones cercanas a cero con todas la variables estudiadas, pues la mayor, en valor absoluto es 0,209 y ocurre con el *Número de Semestres Registrados* en al menos una materia de los estudiantes investigados. El *Número de Pre Politécnicos antes de Aprobar* el ingreso a la ESPOL tampoco presenta relación lineal con alguna de las variables estudiadas, así lo indican los

coeficientes de correlación asociados a esta variable, pues el mayor observado es, en valor absoluto, 0,178.

Nótese que la correlación entre el número de *Materias Tomadas por Semestre* por los estudiantes investigados y su *Eficiencia Académica* es 0,911, se destaca no sólo porque es una de las correlaciones más cercanas a uno, sino porque es positiva, es decir que entre los estudiantes investigados que toman más materias por semestre hay mayores valores en la *Eficiencia Académica*.

Entre las materias dictadas en el Pre Politécnico las notas de *Matemáticas* y *Física*, presentan una correlación de 0,566 que es relativamente alta. Otra correlación relativamente alta, es la calculada entre el *Promedio en Ciclo Básico* y *El Resultado Final del Pre Politécnico*, que es 0,566.

El *Promedio General en la ESPOL* presenta una correlación de 0,621 con el número de *Materias Aprobadas* y una correlación mayor que el valor absoluto de 0,6 pero esta vez cercana a cero con el *Estatus Actual* del estudiante investigado y con el *Número de Semestres Regulares Registrado* de éste.

Entre las notas del colegio y las notas de la ESPOL, la *Nota de Graduación* del colegio y el *Promedio en Ciclo Básico* presentan una correlación relativamente alta igual que 0,519.



**Tabla 4.1**  
**La Prueba de Aptitud Escolástica como Indicador del Rendimiento Académico**  
**Matriz de Correlación,  $\rho_{26 \times 26}$**

Variables	Edad de Ingreso	COLEGIO						PRE POLITÉCNICO							ESPOL																		
		Índice del Colegio	Nota de 1ª a 5º	Nota de 6º	Exámenes de Grado	Nota Trabajos Prácticos	Nota de Graduación	Intentos antes de Aprobar	Matemáticas	Física	Química	Promedio Pre Politécnico	Aptitud	Resultado Final	Estatus Actual	Promedio General	Promedio C. Básico	Materias Aprobadas	Materias Tomadas	Eficiencia Académica	Aprobadas 3º Vez	Aprobadas 4º Vez	Número de Materias por Semestre	Semestres Regulares Registrado	Semestres no Regulares no Regulares registrado	Factor Socio Económico							
Edad de Ingreso	1,000																																
Índice Colegio	-0,110	1,000																															
Nota de 1ª a 5º	-0,431	<b>0,090</b>	1,000																														
Nota de 6º	-0,358	<b>-0,064</b>	<b>0,818</b>	1,000																													
Exámenes de Grado	-0,147	-0,102	0,492	0,635	1,000																												
Nota Trabajos Prácticos	<b>-0,086</b>	<b>0,025</b>	0,261	0,300	0,207	1,000																											
Nota General	-0,328	<b>-0,036</b>	<b>0,810</b>	<b>0,880</b>	<b>0,796</b>	0,545	1,000																										
Intentos para Aprobar	<b>-0,050</b>	<b>-0,070</b>	<b>0,063</b>	0,146	<b>0,017</b>	0,178	0,130	1,000																									
Matemáticas	-0,115	0,165	0,254	0,260	0,160	<b>0,099</b>	0,235	0,141	1,000																								
Física	<b>-0,032</b>	0,157	0,189	0,179	0,160	0,176	0,223	<b>0,066</b>	0,556	1,000																							
Química	<b>-0,066</b>	<b>-0,007</b>	0,222	0,277	0,235	<b>-0,017</b>	0,240	0,126	0,343	0,430	1,000																						
Promedio Pre Politécnico	<b>-0,086</b>	0,145	0,272	0,287	0,223	0,124	0,287	0,133	<b>0,809</b>	<b>0,874</b>	<b>0,685</b>	1,000																					
Aptitud	-0,207	0,178	0,308	0,247	0,146	0,117	0,262	<b>0,021</b>	0,182	0,135	<b>0,080</b>	0,170	1,000																				
Resultado Final	-0,153	0,191	0,347	0,335	0,244	0,145	0,340	0,131	<b>0,782</b>	<b>0,815</b>	0,633	<b>0,942</b>	0,486	1,000																			
Estatus Actual	<b>-0,078</b>	<b>0,064</b>	<b>0,083</b>	<b>0,034</b>	<b>0,021</b>	<b>0,050</b>	<b>0,057</b>	<b>-0,031</b>	0,194	<b>0,049</b>	0,116	0,144	0,176	0,179	1,000																		
Promedio General	-0,230	0,158	0,495	0,456	0,382	0,260	0,519	<b>0,093</b>	0,333	0,281	0,288	0,373	0,312	0,435	0,200	1,000																	
Promedio Ciclo Básico	-0,150	<b>0,099</b>	0,477	0,428	0,377	0,285	0,508	0,120	0,438	0,413	0,386	0,515	0,329	0,566	0,261	<b>0,789</b>	1,000																
Materias Aprobadas	-0,274	0,150	0,419	0,376	0,317	0,184	0,426	<b>-0,059</b>	0,330	0,248	0,256	0,346	0,227	0,380	0,554	0,512	0,432	1,000															
Materias Tomadas	-0,193	<b>0,044</b>	0,298	0,293	0,266	0,164	0,339	<b>-0,042</b>	0,240	0,162	0,177	0,239	0,136	0,253	0,500	0,304	0,288	<b>0,907</b>	1,000														
Eficiencia Académica	-0,307	0,128	0,426	0,401	0,325	0,152	0,430	<b>-0,061</b>	0,305	0,230	0,291	0,338	0,219	0,371	0,520	0,588	0,476	<b>0,919</b>	<b>0,744</b>	1,000													
Aprobadas 3º Vez	0,119	-0,128	-0,226	-0,164	-0,137	<b>-0,082</b>	-0,206	<b>0,006</b>	-0,181	-0,224	-0,141	-0,234	-0,237	-0,291	-0,159	-0,288	-0,290	-0,133	0,133	-0,231	1,000												
Aprobadas 4º Vez	0,172	-0,170	-0,228	-0,117	<b>-0,080</b>	<b>-0,066</b>	-0,162	<b>0,040</b>	-0,141	-0,127	-0,169	-0,178	-0,148	-0,207	-0,314	-0,342	-0,320	-0,421	-0,221	-0,454	0,133	1,000											
No. Materias por Semestre	-0,282	0,226	0,447	0,389	0,332	0,167	0,443	<b>-0,026</b>	0,345	0,274	0,301	0,379	0,316	0,44	0,452	0,621	0,486	<b>0,876</b>	0,644	<b>0,911</b>	-0,354	-0,517	1,000										
Semestres Regulares Registrado	-0,113	<b>-0,068</b>	0,179	0,230	0,210	0,129	0,254	<b>-0,013</b>	0,125	<b>0,092</b>	<b>0,074</b>	0,122	<b>0,036</b>	0,115	0,369	0,160	0,130	<b>0,707</b>	<b>0,872</b>	0,586	0,279	<b>0,054</b>	1,000	1,000									
Semestres no Regul. Registrado	<b>-0,053</b>	<b>-0,019</b>	<b>0,097</b>	<b>0,084</b>	<b>0,094</b>	<b>0,048</b>	<b>0,093</b>	<b>-0,027</b>	<b>-0,003</b>	<b>-0,047</b>	<b>-0,073</b>	<b>-0,049</b>	<b>-0,021</b>	<b>-0,051</b>	0,206	<b>0,010</b>	<b>-0,072</b>	0,431	0,518	0,328	0,172	<b>-0,083</b>	0,442	0,442	1,000								
Factor Socio Económico	-0,176	0,171	0,137	<b>0,054</b>	<b>-0,029</b>	<b>0,061</b>	<b>0,056</b>	<b>0,014</b>	0,189	<b>-0,076</b>	<b>0,028</b>	<b>0,050</b>	0,144	0,106	<b>-0,068</b>	<b>0,082</b>	<b>0,021</b>	<b>-0,053</b>	-0,103	<b>-0,025</b>	-0,105	<b>-0,026</b>	<b>0,017</b>	-0,209	<b>-0,002</b>	1,000							

## 4.4 ANÁLISIS BIVARIADO

Sean  $X_1$ ,  $X_2$ , dos variables aleatorias donde  $X_1$  tiene  $n$  categorías y  $X_2$   $m$  categorías, la distribución conjunta de este par de variables está bosquejada en la Tabla 4.2, denominada Tabla Bivariada. La expresión  $f(x_i, x_j)$  donde  $i \leq n$  y  $j \leq m$ , que se encuentra en la fila  $i$ , columna  $j$  de la tabla es la *probabilidad conjunta* de que la variable  $X_1$  tome el valor  $x_i$  y  $X_2$  tome el valor  $x_j$ , esto es,  $P(X_1=x_i, X_2=x_j)$ . En tanto que la última fila y la columna al extremo derecho contienen la *distribución marginal* de cada variable. Nótese que  $\sum_{i=1}^n f_1(x_i) = \sum_{j=1}^m f_2(x_j) = 1$ , esto es, la suma de todos los valores de cada marginal es uno. El resultado de  $f(x_i, x_j) / f_1(x_i)$  es la *probabilidad condicional* de que  $X_1$  tome el valor  $x_i$  y la variable  $X_2$  tome el valor  $x_j$ , dado que  $X_1 = x_i$ .

**Tabla 4.2**  
*La Prueba de Aptitud Escolástica como Indicador del Rendimiento Académico*  
**Tabla Bivariada**  
**Distribución Conjunta de la Variable  $X_1$  y  $X_2$**

Variable $X_1$	Variable $X_2$				Marginal de Variable $X_1$
	Categoría 1	Categoría 2	...	Categoría m	
Categoría 1	$f(x_1, x_1)$	$f(x_1, x_2)$	...	$f(x_1, x_m)$	$f_1(x_1)$
Categoría 2	$f(x_2, x_1)$	$f(x_2, x_2)$	...	$f(x_2, x_m)$	$f_1(x_2)$
...	...	...	...	...	...
Categoría n	$f(x_n, x_1)$	$f(x_n, x_2)$	...	$f(x_n, x_m)$	$f_1(x_n)$
Marginal de Variable $X_2$	$f_2(x_1)$	$f_2(x_2)$	...	$f_2(x_m)$	1,000

A continuación, mediante Tablas Bivariadas se estudia la distribución conjunta de ciertos pares de variables; en el Anexo B, se encuentran las tablas bivariadas de los restantes pares de variables que involucra esta investigación.

#### 4.4.1. Forma de Ingreso y Género

**Tabla 4.3**  
*La Prueba de Aptitud Escolástica como Indicador del Rendimiento Académico*  
**Distribución Conjunta de Forma de Ingreso y Género**

Forma de Ingreso	Género		Marginal de Forma de Ingreso
	Masculino	Femenino	
Regular	0,362	0,033	<b>0,394</b>
Aptitud	0,522	0,072	<b>0,594</b>
Especial	0,008	0,004	<b>0,012</b>
<b>Marginal de Género</b>	<b>0,892</b>	<b>0,108</b>	<b>1,000</b>

Proporciones de N=251

De cada cien estudiantes de la cohorte investigada, alrededor de treinta y nueve (39,4%) aprobaron el Pre Politécnico porque obtuvieron notas superiores a 60 en cada una de las materias, es decir, no necesitaron de la prueba de aptitud escolástica para aprobar el ingreso a la ESPOL, a esta *Forma de Ingreso* se la denominará, “Regular”.

Cincuenta y nueve de cada cien (59,4) aprobaron por “Aptitud”, es el caso de los estudiantes investigados que se vieron favorecidos por la ponderación en el resultado final del Pre Politécnico de la prueba de aptitud escolástica, (ver Expresión 1.1 del Capítulo 1). Están en el caso “Especial” los aspirantes que aprobaron el Pre Politécnico luego de un cuidadoso estudio por parte de la Comisión de Ingreso, estos estudiantes representan sólo el 1,2% de la cohorte investigada.

Nótese que en la columna resaltada de la Tabla 4.3 que la probabilidad conjunta de que un estudiante investigado haya aprobado por

“Aptitud” y pertenezca al *género femenino* es 0,072. De que haya aprobado de forma “Regular” y pertenezca al *género femenino* es 0,033.

La proporción de estudiantes de *género femenino* en la cohorte investigada es, 0,108, si se restringe el espacio muestral y se calculan probabilidades respecto a la *Forma de Ingreso* teniendo como universo sólo a las estudiantes de *género femenino*, éstas son *probabilidades condicionales*. Así, la probabilidad condicional de que un estudiante motivo de investigación que se sabe, pertenece al *género femenino* haya aprobado por “Aptitud” es, 0,666 que se obtuvo al dividir 0,072 entre 0,108. La probabilidad de que haya aprobado de forma “Regular” dado que se conoce, pertenece al *género femenino* es 0,306 y resulta de la división de 0,033 entre 0,108.

Nótese en el párrafo anterior que para los estudiantes de la cohorte investigada de *género femenino*, la probabilidad de que ingresaran a la ESPOL por “Aptitud” es poco más del doble de la probabilidad de que ingresaran de forma “Regular”.

Entre los estudiante que aprobaron por “Aptitud” el 87,9% pertenecen al género masculino, se obtiene este valor al dividir 0,522 entre 0,594 y multiplicarlo por cien. El 12,1% restante pertenece al femenino.

Este análisis puede continuarse en cada una de las columnas de la tabla y en cada una de las tres filas de la misma.

#### 4.4.2. Forma de Ingreso y Estatus Actual

**Tabla 4.4**  
*La Prueba de Aptitud Escolástica como Indicador del Rendimiento Académico*  
**Distribución Conjunta de Forma de Ingreso y Estado Actual**

Estatus Actual	Forma de Ingreso			Marginal de Estado Actual
	Regular	Aptitud	Especial	
Graduado	0,000	0,004	0,000	<b>0,004</b>
Egresado	0,075	0,038	0,000	<b>0,113</b>
Activo	0,277	0,360	0,004	<b>0,641</b>
Activo a Prueba	0,000	0,038	0,000	<b>0,038</b>
Activo alguna vez perdió carrera	0,005	0,028	0,000	<b>0,033</b>
Inactivo	0,023	0,067	0,004	<b>0,094</b>
Inactivo a Prueba	0,014	0,019	0,000	<b>0,033</b>
Perdió Carrera	0,000	0,040	0,004	<b>0,044</b>
<b>Marginal de Forma de Ingreso</b>	<b>0,394</b>	<b>0,594</b>	<b>0,012</b>	<b>1,000</b>

Proporciones de N=251 Fuente: CRECE – ESPOL [3]

Un estudiante ha *egresado* si ha aprobado todas las materias de su pensum de estudios. Se conoce que un estudiante de la cohorte investigada ha *egresado*, la probabilidad condicional de que haya ingresado de forma “Regular” a la ESPOL es 0,664, y la probabilidad de que haya ingresado por “Aptitud” es 0,336, nótese que ésta última es casi la mitad de la probabilidad anterior. El valor 0,664 se obtuvo al dividir 0,075 entre 0,113 y el valor 0,336 resultó de dividir 0,038 entre 0,113.

Los estudiantes *activos* que *alguna vez perdieron carrera*, son estudiantes *activos*, pero ya no de ingeniería<sup>1</sup> sino de otra carrera de la ESPOL, y representan el 3,3% de la cohorte investigada, de ellos el 15,1% ingresaron de forma regular, y 84,9% restante por “Aptitud”. Más detalles a este respecto en la Tabla 4.4.

<sup>1</sup> Se refiere a las Ingenierías listadas en el Cuadro 1.3 del Capítulo 1

#### 4.4.3. Forma de Ingreso y Promedio General en la ESPOL

**Tabla 4.5**  
*La Prueba de Aptitud Escolástica como Indicador del Rendimiento Académico*  
**Distribución Conjunta de Forma de Ingreso y Promedio General en la ESPOL**

Forma de Ingreso	Promedio General			<i>Marginal de Forma de Ingreso</i>
	[6 , 7)	[7 , 8)	[8 , 9)	
Regular	0,149	0,220	0,029	<b>0,398</b>
Aptitud	0,227	0,353	0,010	<b>0,590</b>
Especial	0,012	0,000	0,000	<b>0,012</b>
<b><i>Marginal de Promedio General</i></b>	<b>0,388</b>	<b>0,574</b>	<b>0,038</b>	<b>1,000</b>

Proporciones de N=246 Fuente: CRECE – ESPOL [3]

La columna resaltada de la Tabla 4.5 indica que la probabilidad de que un estudiante investigado tenga como *Promedio General*, calculado al primer semestre del año 2004, un valor entre seis y siete y haya aprobado el Pre Politécnico por “Aptitud” es 0,227. La probabilidad de que tenga un *Promedio General* en el intervalo mencionado y haya aprobado de forma “Regular” es 0,149.

Se sabe que un estudiante investigado tiene por *Promedio General* un valor menor que siete, la probabilidad de que haya aprobado de forma “Regular” el ingreso a la ESPOL es 0,384, de que haya aprobado por “Aptitud” es 0,585 y de que hayan “aprobado” de forma “Especial” 0,031.

De los estudiantes investigados que aprobaron el Pre Politécnico por “Aptitud” el 59,6% tienen por *Promedio General* un valor menor que siete, el 37,8% entre siete y ocho, y sólo el 2,6% restante tienen un *Promedio General* mayor o igual que ocho.

#### 4.4.4. Forma de Ingreso y Materias Aprobadas

**Tabla 4.6**  
*La Prueba de Aptitud Escolástica como Indicador del Rendimiento Académico*  
**Distribución Conjunta de Forma de Ingreso y Materias Aprobadas**

Forma de Ingreso	Materias Aprobadas			<i>Marginal de Forma de Ingreso</i>
	Menos de 20	Entre 21 y 49	50 o más	
Regular	0,085	0,146	0,164	<b>0,394</b>
Aptitud	0,270	0,164	0,160	<b>0,594</b>
Especial	0,012	0,000	0,000	<b>0,012</b>
<i>Marginal de Materias Aprobadas</i>	<b>0,366</b>	<b>0,310</b>	<b>0,324</b>	<b>1,000</b>

Proporciones de N=251 Fuente: CRECE – ESPOL [3]

Se sabe que un estudiante de la cohorte investigada aprobó el ingreso a la ESPOL de forma “Regular”, la probabilidad de que éste haya aprobado veinte materias o menos es 0,216 y de que haya aprobado cincuenta o más es 0,416. En tanto que para un estudiante que se sabe aprobó el Pre Politécnico por “Aptitud”, la probabilidad de que tenga cincuenta o más materias aprobadas es 0,269 y de que tenga veinte o menos es 0,455.

El siguiente par de probabilidades que se mencionará, asociadas con los grupos que aprobaron por “Aptitud” y de forma “Regular” no difieren en más de 2 centésimos. Dado que un estudiante de la cohorte investigada ha aprobado cincuenta materias o más, la probabilidad de que haya ingresado por “Aptitud” es 0,494 y que haya aprobado de forma “Regular” es 0,506, que haya aprobado de forma “especial” es cero. Más detalles a este respecto ver en la Tabla 4.6.

#### 4.4.5. Forma de Ingreso y Número de Veces “A Prueba”.

Forma de Ingreso	Número de Veces “A Prueba”				<i>Marginal de Forma de Ingreso</i>
	0	[1 , 2]	[3 , 5]	Más de 5	
Regular	0,216	0,094	0,075	0,009	<b>0,394</b>
Aptitud	0,222	0,174	0,189	0,009	<b>0,594</b>
Especial	0,004	0,000	0,008	0,000	<b>0,012</b>
<i>Marginal de Número de Veces “A Prueba”</i>	<b>0,441</b>	<b>0,268</b>	<b>0,273</b>	<b>0,018</b>	<b>1,000</b>

Proporciones de N=251 Fuente: CRECE – ESPOL [3]

Entre los estudiantes investigados que nunca han estado a prueba, que representan menos de la mitad (el 44,1%) de la cohorte en estudio, aprobaron el Pre Politécnico de forma “Regular” el 48,9% de ellos y por “Aptitud” el 50,3% de ellos, el 0,8% restante aprobaron de forma “Especial”.

La probabilidad conjunta de que un estudiante investigado nunca haya estado “a prueba” y haya aprobado de forma “Regular” el ingreso a la ESPOL es 0,216, lo que indica que alrededor de 22 de cada cien estos estudiantes cumplen ambas características.

Alrededor de dos de cada cien estudiantes investigados a estado “a prueba” (ver definición en el Capítulo 2, Sección 2.6) más de cinco veces. La probabilidad condicional de que uno de estos estudiantes haya aprobado de forma “Regular” es igual a la probabilidad condicional de que haya aprobado por “Aptitud”, y es 0,50. Más detalles en la Tabla 4.7.



#### 4.4.6. Forma de Ingreso y Notas de 1º a 5º curso de colegio

Alrededor de 40 de cada cien estudiantes de la cohorte investigada obtuvieron una *Nota de 1º a 5º curso* de colegio entre dieciocho (sin incluir) y veinte, De éstos el 46,4% aprobaron el Pre Politécnico de forma “Regular”, en tanto que el 53,6% restante lo aprobaron debido a la ponderación del examen de aptitud en el resultado final (Ver Capítulo 1, Expresión 1.1).

La Probabilidad condicional de que un estudiante investigado, del que se sabe aprobó de forma “Regular”, haya obtenido una *Nota de 1º a 5º* menor que dieciséis, es sólo 0,186; de que haya obtenido una calificación entre dieciséis y dieciocho es 0,203; de que dicha calificación sea mayor que dieciocho es 0,441. Véanse más detalles en la Tabla 4.8.

**Tabla 4.8**  
*La Prueba de Aptitud Escolástica como Indicador del Rendimiento Académico*  
**Distribución Conjunta de Forma de Ingreso y Notas de 1º a 5º**

Forma de Ingreso	Nota de 1º a 5º curso de Colegio				<i>Marginal de Forma de Ingreso</i>
	(12 : 14]	(14 : 16]	(16 : 18]	(18 : 20]	
Regular	0,006	0,072	0,156	0,185	<b>0,419</b>
Aptitud	0,006	0,085	0,264	0,214	<b>0,569</b>
Especial	0,000	0,009	0,003	0,000	<b>0,012</b>
<b><i>Marginal de Nota de 1º a 5º</i></b>	<b>0,012</b>	<b>0,166</b>	<b>0,423</b>	<b>0,399</b>	<b>1,000</b>

Proporciones de N=244 Fuente: CRECE – ESPOL [3] , Secretaría de algunos Colegios [18]

#### 4.4.7. Forma de Ingreso y Notas de 6º curso de colegio

**Tabla 4.9**  
*La Prueba de Aptitud Escolástica como Indicador del Rendimiento Académico*  
**Distribución Conjunta de Forma de Ingreso y Nota de 6º curso**

Forma de Ingreso	Nota de 6º Curso de Colegio				<i>Marginal de Forma de Ingreso</i>
	(13 : 14]	(14 : 16]	(16 : 18]	(18 : 20]	
Regular	0,000	0,058	0,147	0,207	<b>0,412</b>
Aptitud	0,020	0,058	0,292	0,206	<b>0,576</b>
Especial	0,004	0,004	0,004	0,000	<b>0,012</b>
<b>Marginal de Nota de 6º</b>	<b>0,024</b>	<b>0,120</b>	<b>0,443</b>	<b>0,413</b>	<b>1,000</b>

Proporciones de N=245 Fuente: CRECE – ESPOL [3] , Secretaría de algunos Colegios [18]

Nótese en la Tabla 4.9 que también ingresaron a la Politécnica del Litoral estudiantes con *Notas de 6º curso* de colegio, menores o iguales que catorce. Alrededor de cinco de cada cien estudiantes investigados están en la situación descrita, de ellos el 83,3% aprobó por “Aptitud” y el 16,7% restante aprobaron de forma “especial”.

La Probabilidad condicional de que un estudiante investigado, del que se sabe aprobó por “Aptitud”, haya obtenido una *Nota de 1º a 5º* menor o igual que dieciséis es sólo 0,135, de que haya obtenido una calificación entre dieciséis y dieciocho es 0,507 y de que haya dicha calificación sea mayor que dieciocho es 0,358.

Se sabe que un estudiante investigado tiene una *Nota de 6º* curso menor que catorce, la probabilidad condicional de que haya aprobado de forma “Regular” el ingreso a la Politécnica es 0,0, de que haya aprobado por “Aptitud” es 0,833 y de que haya aprobado de forma “Especial” es 0,1666.

#### 4.4.8. Forma de Ingreso y Nota de la Prueba de Aptitud

**Tabla 4.10**  
*La Prueba de Aptitud Escolástica como Indicador del Rendimiento Académico*  
**Distribución Conjunta de Forma de Ingreso y Prueba de Aptitud**

Prueba de Aptitud	Forma de Ingreso			<i>Marginal de Prueba de Aptitud</i>
	Regular	Aptitud	Especial	
0	0,028	0,000	0,012	<b>0,040</b>
[40 : 60)	0,023	0,068	0,000	<b>0,090</b>
[60 : 80)	0,203	0,381	0,000	<b>0,582</b>
[80 : 100)	0,141	0,145	0,000	<b>0,286</b>
<b><i>Marginal de Forma de Ingreso</i></b>	<b>0,394</b>	<b>0,594</b>	<b>0,012</b>	<b>1,000</b>

Proporciones de N=251 Fuente: CRECE – ESPOL [3]

La probabilidad de que un estudiante investigado haya obtenido ochenta o más en la *Prueba de Aptitud* y haya aprobado el ingreso a la Politécnica de forma “Regular” es 0,141, esto es, catorce de cada cien cumplen ambas características. La probabilidad de que haya aprobado por “Aptitud” y haya obtenido una calificación entre cuarenta y sesenta en el la *Prueba de Aptitud* es 0,068, esto indica que alrededor de siete de cada cien cumplen ambas características.

La probabilidad de que un estudiante investigado haya obtenido una nota mayor que ochenta en la prueba de aptitud dado que aprobó de forma “Regular” es 0,357, en tanto que la probabilidad de que haya obtenido una nota en el intervalo mencionado dado que aprobó por “Aptitud” es 0,244.

El 4% de estudiantes investigados, no se presentaron a rendir la Prueba de Aptitud. El 70% de los inasistentes, aprobaron el Pre Politécnico de forma “Regular” y el 30% aprobaron de forma “Especial”. Véase Tabla 4.10

#### 4.4.9. Forma de Ingreso y Edad al Ingresar (a Mayo de 1999)

Nótese que los estudiantes más jóvenes (aquellos que ingresaron a la ESPOL de 16 años cumplidos) representan el 19% del total de la cohorte y aprobaron el Pre Politécnico gracias al examen de aptitud escolástica. Entre los estudiantes de diecinueve y veinte años es mayor la proporción de aprobados por “notas” que la de aprobados por el “examen de aptitud”, en el caso de los estudiantes que tenían diecinueve años cumplidos al comenzar sus estudios en la Politécnica el 57% de ellos aprobó de forma “Regular” el Pre Politécnico, en tanto que el porcentaje correspondiente para los estudiantes de veinte años es 68%. Más detalles en la Tabla 4.11.

**Tabla 4.11**  
*La Prueba de Aptitud Escolástica como Indicador del Rendimiento Académico*  
**Distribución Conjunta de Forma de Ingreso y Edad al Ingresar**

Forma de Ingreso	Edad (años cumplidos) al Ingresar							<i>Marginal de Forma de Ingreso</i>
	16	17	18	19	20	21	22 a 28	
Regular	0,000	0,122	0,136	0,099	0,019	0,010	0,009	<b>0,394</b>
Aptitud	0,019	0,216	0,226	0,075	0,009	0,014	0,033	<b>0,592</b>
Especial	0,000	0,000	0,008	0,000	0,000	0,004	0,000	<b>0,012</b>
<b><i>Marginal de Edad al Ingresar</i></b>	<b>0,019</b>	<b>0,338</b>	<b>0,371</b>	<b>0,174</b>	<b>0,028</b>	<b>0,028</b>	<b>0,042</b>	<b>1,000</b>

Proporciones de N=251

#### 4.4.10. Forma de Ingreso y Número de Materias Tomadas por Semestre.

**Tabla 4.12**  
*La Prueba de Aptitud Escolástica como Indicador del Rendimiento Académico*  
**Distribución Conjunta de**  
**Forma de Ingreso y Materias Tomadas por Semestre**

Forma de Ingreso	Materias Tomadas por Término				Marginal de Forma de Ingreso
	Menos de 4	[4 , 5)	[5 , 6)	6 o más	
Regular	0,042	0,188	0,141	0,024	<b>0,394</b>
Aptitud	0,156	0,273	0,160	0,004	<b>0,594</b>
Especial	0,008	0,004	0,000	0,000	<b>0,012</b>
<b>Marginal de Materias Tomadas por Semestre</b>	<b>0,207</b>	<b>0,465</b>	<b>0,300</b>	<b>0,028</b>	<b>1,000</b>

Proporciones de N=251 Fuente: CRECE – ESPOL [3]

La probabilidad conjunta de que un estudiante de la cohorte investigada tome (en promedio) menos de cuatro materias por semestre y haya aprobado su ingreso a la ESPOL de forma “Regular” es 0,042, y la probabilidad de que tome menos de cuatro materias por semestre y haya aprobado por “Aptitud” es 0,156.

Son sólo el 2,8% de los estudiantes motivo de esta investigación que toman, en promedio, seis o más materias por semestre, de ellos, el 83,3% aprobaron el Pre Politécnico por “Regular” y el 16,7% lo aprobaron por “Aptitud”. Para más detalles a este respecto véase la Tabla 4.12.

#### 4.4.11. Forma de Ingreso y Número de Materias Aprobadas por Semestre.

**Tabla 4.13**  
*La Prueba de Aptitud Escolástica como Indicador del Rendimiento Académico*  
**Distribución Conjunta de**  
**Forma de Ingreso y Materias Aprobadas por Semestre**

Forma de Ingreso	Materias Aprobadas por Semestre				Marginal de Forma de Ingreso
	2 o menos	(3 , 4]	(4 , 5]	Más de 5	
Regular	0,038	0,141	0,122	0,094	<b>0,394</b>
Aptitud	0,134	0,249	0,164	0,047	<b>0,594</b>
Especial	0,012	0,000	0,000	0,000	<b>0,012</b>
<b>Marginal de Materias Aprobadas por Semestre</b>	<b>0,164</b>	<b>0,390</b>	<b>0,286</b>	<b>0,141</b>	<b>1,000</b>

Proporciones de N=251 Fuente: CRECE – ESPOL [3]

Se sabe que un estudiante de la cohorte investigada aprobó el ingreso a la ESPOL de forma “Regular”, la probabilidad de que éste apruebe (en promedio) más de cinco materias por semestre es 0,239 y de que apruebe dos o menos es 0,096. Lo cual indica que 24 de cada cien estudiantes que aprobaron de forma “Regular” aprueban por semestre cinco materias o más y nueve de estos cien aprueban por semestre dos materias o menos.

Se conoce un estudiante investigado que aprobó por “Aptitud”, la probabilidad de que éste apruebe (en promedio) más de cinco materias por semestre es 0,079 y de que apruebe dos o menos es 0,226. Lo cual indica que alrededor de 8 de cada cien estudiantes que aprobaron por “Aptitud” aprueban por semestre cinco materias o más y alrededor de 22 de estos cien aprueban por semestre dos materias o menos. Véase Tabal 4.13.

#### 4.4.12. Forma de Ingreso y Carrera

**Tabla 4.14**  
**La Prueba de Aptitud Escolástica como Indicador del Rendimiento Académico**  
**Distribución Conjunta de Forma de Ingreso y Carrera**

Carrera	Forma de Ingreso			Marginal de Forma Carrera
	Regular	Aptitud	Especial	
Ingenierías* de la FIEC	0,210	0,190	0,000	<b>0,400</b>
Ingenierías* de la FIMCP	0,090	0,080	0,000	<b>0,170</b>
Ingenierías* de la FICT	0,040	0,080	0,000	<b>0,120</b>
Ingenierías* de la FIMCM	0,010	0,020	0,000	<b>0,030</b>
No han elegido una Especialización (Ciclo Básico)	0,010	0,130	0,012	<b>0,152</b>
Cambio de carrera	0,034	0,094	0,000	<b>0,128</b>
<b>Marginal de Forma de Ingreso</b>	<b>0,394</b>	<b>0,594</b>	<b>0,012</b>	<b>1,000</b>

Proporciones de N=251 Fuente: CRECE – ESPOL [3]

FIEC = Facultad de Ingeniería en Electricidad y Computación  
 FIMCP = Facultad de Ingeniería Mecánica y Ciencias de la Producción  
 FICT = Facultad de Ingeniería en Ciencias de la Tierra  
 FIMCM = Facultad de Ingeniería Marítima y Ciencias del Mar

Se sabe que un estudiante de la cohorte investigada se cambió de ingenierías\* a otra carrera de la ESPOL, la probabilidad condicional de que éste estudiante haya aprobado el Pre Politécnico por “Aptitud” es 0,734 y de que haya ingresado de forma “Regular” es 0,266.

Nótese que el 100% de los estudiantes que ingresaron de forma “Especial” no han elegido una especialización de ingeniería, es decir, que aparecen como estudiantes de Ciclo Básico\*\*, aunque esta denominación ya no exista en la ESPOL desde el año 2004, esto indica que durante este año los estudiantes no se registraron en alguna materia en la ESPOL y no han hecho la transición de Ciclo Básico a alguna especialización. Ver Tabla 4.14.

\* Se refiere a las Ingenierías listadas en el Cuadro 1.3 del Capítulo 1

\*\* “Ciclo Básico” en la ESPOL corresponde a un periodo en que los estudiantes de ingeniería toman materias básicas.

#### 4.4.13. Forma de Ingreso y Número de Semestres Registrado en al menos una Materia

**Tabla 4.15**  
*La Prueba de Aptitud Escolástica como Indicador del Rendimiento Académico*  
**Distribución Conjunta de Forma de Ingreso y Número de Semestres**

Forma de Ingreso	Número de Semestres			Marginal de Forma de Ingreso
	3 o menos	[4 , 7]	[8 , 11]	
Regular	0,009	0,038	0,347	<b>0,394</b>
Aptitud	0,053	0,076	0,465	<b>0,594</b>
Especial	0,004	0,004	0,004	<b>0,012</b>
<b>Marginal de Materias por Término</b>	<b>0,067</b>	<b>0,117</b>	<b>0,816</b>	<b>1,000</b>

Proporciones de N=251 Fuente: CRECE – ESPOL [3]

Han transcurrido once semestres desde 1999 y el primer semestre del año 2004, recuérdese que la cohorte investigada ingresó en 1999 y los datos fueron recogidos a inicios del segundo semestre de 2004, por lo que se tiene información de once semestres de los estudiantes investigados.

Nótese que alrededor de siete de cada cien estudiantes investigados permanecieron en la ESPOL tres semestres (no necesariamente consecutivos) y de éstos cinco ingresaron por “Aptitud”, los dos restantes aprobaron de forma “Regular” o por “Aptitud”. Véase más detalles a este respecto en la Tabla 4.15.



#### 4.4.14. Forma de Ingreso y Especialización del Bachiller

**Tabla 4.16**  
*La Prueba de Aptitud Escolástica como Indicador del Rendimiento Académico*  
**Distribución Conjunta de Forma de Ingreso y Especialización del Bachiller**

Especialización del Bachiller	Forma de Ingreso			Marginal de Especialización del Bachiller
	Regular	Aptitud	Especial	
Físico Matemático	0,280	0,440	0,012	<i>0,732</i>
Informática	0,032	0,032	0,000	<i>0,064</i>
Químico Biólogo	0,012	0,022	0,000	<i>0,034</i>
Especialidades Técnicas	0,070	0,070	0,000	<i>0,140</i>
Otras	0,010	0,020	0,000	<i>0,030</i>
<i>Marginal de Forma de Ingreso</i>	<i>0,394</i>	<i>0,594</i>	<i>0,012</i>	<i>1,000</i>

Proporciones de N=251 Fuente: CRECE – ESPOL [3]

La probabilidad condicional de que un estudiante investigado que se sabe aprobó de forma “Regular” se haya graduado del colegio como Físico Matemático es 0,710, que se obtiene al dividir 0,280 entre 0,394. La probabilidad condicional de que se haya graduado de Informática es 0,080. De que se haya graduado de Químico Biólogo es 0,030, y de que se haya graduado de Especialidades Técnicas u otras es 0,080. Lo antes mencionado indica que de cada cien estudiantes investigados de los cuales se sabe aprobaron de forma “Regular”, setenta y uno se graduaron como Físico Matemático, ocho se graduaron de Informática, 3 de Químico Biólogo y los ocho restantes de especialidades técnicas u otras especializaciones.

Los estudiantes investigados graduados en Informática, cuya proporción respecto al total es 0,064, tienen igual probabilidad condicional de pertenecer al grupo de estudiantes que aprobaron por “Aptitud” que al grupo que aprobaron de forma “Regular”. Véase Tabla 4.16.

#### 4.4.15. Nota de la Prueba de Aptitud y Nota de Matemáticas del Pre Politécnico

**Tabla 4.17**  
*La Prueba de Aptitud Escolástica como Indicador del Rendimiento Académico*  
**Distribución Conjunta de Nota de la Prueba de Aptitud y Matemáticas**

Nota de la Prueba de Aptitud	Matemáticas			Marginal de Nota de la Prueba de Aptitud
	[40 , 59]	[60 , 69]	[70 , 100]	
No dio prueba de Aptitud	0,000	0,032	0,008	<b>0,040</b>
[40 , 64]	0,033	0,146	0,014	<b>0,193</b>
[65 , 69]	0,028	0,085	0,048	<b>0,161</b>
[70 , 100]	0,108	0,263	0,235	<b>0,606</b>
<b>Marginal de Matemáticas</b>	<b>0,169</b>	<b>0,526</b>	<b>0,305</b>	<b>1,000</b>

Proporciones de N=251

Fuente: CRECE – ESPOL [3]

Los estudiantes investigados que obtuvieron calificaciones de setenta o más en la *Prueba de Aptitud* representan el 60,6% del total. La probabilidad condicional de que un estudiante del que se sabe obtuvo calificaciones de setenta o más en la *Prueba de Aptitud* es haya obtenido una calificación menor que sesenta en Matemáticas es 0,178, y de que haya obtenido en Matemáticas una nota mayor o igual a setenta es 0,388.

Los estudiantes de la cohorte investigada que presentan calificaciones entre cuarenta y sesenta y cinco en la *Prueba de Aptitud* y calificaciones de setenta o más en Matemáticas representan el 1,4% del total. Una mayor porcentaje de estudiantes, 14,6% del total de la cohorte investigada, presentan notas en la Prueba de Aptitud entre cuarenta y sesenta y cinco y en Matemáticas entre sesenta y sesenta y nueve. Para más detalles ver la Tabla 4.17.

#### 4.4.16. Nota de la Prueba de Aptitud y Nota de Química del Pre Politécnico

**Tabla 4.18**  
*La Prueba de Aptitud Escolástica como Indicador del Rendimiento Académico*  
**Distribución Conjunta de Nota de la Prueba de Aptitud y Química**

Nota de la Prueba de Aptitud	Química			Marginal de Nota de la Prueba de Aptitud
	[40 , 59]	[60 , 69]	[70 , 100]	
No dio prueba de Aptitud	0,004	0,036	0,000	<b>0,040</b>
[40 , 64]	0,056	0,117	0,020	<b>0,193</b>
[65 , 69]	0,033	0,123	0,005	<b>0,161</b>
[70 , 100]	0,188	0,310	0,108	<b>0,606</b>
<b>Marginal de Química</b>	<b>0,282</b>	<b>0,587</b>	<b>0,131</b>	<b>1,000</b>

Proporciones de N=251 Fuente: CRECE – ESPOL [3]

Se sabe que un estudiante de la cohorte investigada obtuvo calificaciones entre setenta y cien en la Prueba de Aptitud, la probabilidad condicional de que éste presente notas en el mismo intervalo en Matemáticas es 0,178 y la probabilidad condicional de que presente notas en Matemáticas entre cuarenta y cincuenta y nueve es 0,310.

La probabilidad conjunta de que la nota de Química de un estudiante integrante de la cohorte investigada esté entre sesenta y sesenta y nueve y de que la nota de la Prueba de Aptitud sea mayor o igual a setenta es 0,310.

Nótese que entre los inasistentes a la Prueba de aptitud, son mayoría los que presentan calificaciones en Química entre sesenta y sesenta y nueve (90%, que resultó de la división entre 0,036 y 0,040), pero hay un porcentaje (10%) de ellos que presentan calificaciones en Química menores

que sesenta. Ver Tabla 4.18.

#### 4.4.17. de la Prueba de Aptitud y Nota de Física del Pre Politécnico

**Tabla 4.19**  
*La Prueba de Aptitud Escolástica como Indicador del Rendimiento Académico*  
**Distribución Conjunta de Nota de la Prueba de Aptitud y Física**

Nota de la Prueba de Aptitud	Física			Marginal de Nota de la Prueba de Aptitud
	[40 , 59]	[60 , 69]	[70 , 100]	
No dio prueba de Aptitud	0,009	0,023	0,008	<b>0,040</b>
[40 , 64]	0,122	0,047	0,024	<b>0,193</b>
[65 , 69]	0,061	0,066	0,034	<b>0,161</b>
[70 , 100]	0,254	0,183	0,169	<b>0,606</b>
<b>Marginal de Física</b>	<b>0,446</b>	<b>0,319</b>	<b>0,235</b>	<b>1,000</b>

Proporciones de N=251 Fuente: CRECE – ESPOL [3]

La probabilidad conjunta de que la nota de *Física* de un estudiante integrante de la cohorte investigada sea mayor que setenta y de que la nota de la *Prueba de Aptitud* también sea mayor o igual a setenta es 0,169. Nótese que esta probabilidad es mayor que la correspondiente en la nota de *Química* (Tabla 4.17), pero menor que la correspondiente probabilidad en la nota de *Matemáticas* (Tabla 4.16).

Nótese que entre los inasistentes a la Prueba de aptitud, son mayoría los que presentan calificaciones en *Física* mayores que sesenta (77,5%, que resultó de la división entre 0,031 y 0,040), pero hay un porcentaje (22,5%) de ellos que presentan calificaciones e *Física* menores que sesenta. Ver más detalles en la Tabla 4.19.

#### 4.4.18. Promedio del Pre Politécnico y Tipo de Colegio

**Tabla 4.20**  
*La Prueba de Aptitud Escolástica como Indicador del Rendimiento Académico*  
**Distribución Conjunta de**  
**Nota de la Promedio del Pre Politécnico y Tipo de Colegio**

Tipo de Colegio	Promedio del Pre Politécnico			Marginal de Tipo de Colegio
	[40 , 59]	[60 , 69]	[70 , 100]	
Particular Laico	0,216	0,005	0,155	<b>0,376</b>
Particular Religioso	0,131	0,005	0,099	<b>0,235</b>
Nacional	0,192	0,005	0,127	<b>0,324</b>
Fisco Misional	0,052	0,000	0,014	<b>0,066</b>
<b>Marginal de Promedio del Pre Politécnico</b>	<b>0,592</b>	<b>0,014</b>	<b>0,394</b>	<b>1,000</b>

Proporciones de N=251 Fuente: CRECE – ESPOL [3]

La mayor probabilidad conjunta mostrada en la Tabla 4.18 es 0,216 y corresponde a la probabilidad de que un estudiante investigado cumpla las dos siguientes características, que el tipo de colegio del que procede sea particular laico y que presente un *Promedio de las Materias del Pre Politécnico* menor que sesenta.

La probabilidad condicional de que el tipo de colegio de procedencia de un estudiante de la cohorte investigada sea Nacional dado que se sabe obtuvo un *Promedio del Pre Politécnico* menor que sesenta es 0,324, que se obtuvo al dividir 0,192 entre 0,592. Más detalles en la Tabla 4.20.

## 4.5 TABLAS DE CONTINGENCIA

Sean  $X$  e  $Y$  dos variables aleatorias, tales que cada valor que toma  $X$  pertenece a una de las  $r$  categorías asociadas con esta variable y cada valor que toma  $Y$  pertenece a una de las  $c$  categorías asociadas a  $Y$ . Una Tabla de Contingencia con dos criterios de clasificación, es un arreglo matricial de las variables  $X$  e  $Y$ , con  $r$  filas y  $c$  columnas, tal como lo muestra la Tabla 4.20, a partir de la cual puede construirse un contraste de hipótesis para determinar si las variables  $X$  e  $Y$  son o no independientes.

**Tabla 4.21**  
*La Prueba de Aptitud Escolástica como Indicador del Rendimiento Académico*  
**Tabla de Contingencia con dos Criterios de Clasificación**

Variable $x$	Variable $y$				
	Categoría 1	Categoría 2	...	Categoría $c$	
Categoría 1	$n_{11}$ $E_{11}$	$n_{12}$ $E_{12}$		$n_{1c}$ $E_{1c}$	$n_{1\cdot}$
Categoría 2	$n_{21}$ $E_{21}$	$n_{22}$ $E_{22}$		$n_{2c}$ $E_{2c}$	$n_{2\cdot}$
.....					
Categoría $r$	$n_{r1}$ $E_{r1}$	$n_{r2}$ $E_{r2}$		$n_{rc}$ $E_{rc}$	$n_{r\cdot}$
	$n_{\cdot 1}$	$n_{\cdot 2}$		$n_{\cdot c}$	$n_{\cdot\cdot}$

Donde:  
 $n_{ij} \in \mathbb{Z}^+$  es el número de unidades de investigación que se encuentran en la categoría  $i$  de la variable  $X$  y en la categoría  $j$  de la variable  $Y$ .  
 $E_{ij} \in \mathbb{R}$  es el número esperado de unidades en la categoría  $i$  de la variable  $X$  y en la categoría  $j$  de la variable  $Y$ .  
 $n_{i\cdot}$  son las sumas de los valores observados por fila y  
 $n_{\cdot j}$  son las sumas de los valores observados por columna.

En la Tabla 4.20 los  $n_{ij}$  son el número observado de individuos con la característica  $X$  categoría  $i$  y la característica  $Y$  categoría  $j$ , con la

propiedad de ser números enteros positivos. El número  $E_{ij}$ , que es el número esperado de individuos con la característica X y la característica Y, es un número real que se calcula:

$$E_{ij} = \frac{n_{i.} \cdot n_{.j}}{n..}$$

$$\text{donde } n.. = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^c n_{ij}; \quad n_{i.} = \sum_{j=1}^c n_{ij} \quad \text{y} \quad n_{.j} = \sum_{i=1}^r n_{ij}$$

El contraste de hipótesis que se postula y el estadístico de prueba son los mostrados en el Cuadro 4.2.

<b>Cuadro 4.3</b>	
<i>La Prueba de Aptitud Escolástica como Indicador del Rendimiento Académico</i>	
<b>Contraste de Hipótesis del Análisis de Tablas de Contingencia</b>	
$H_0$ : Las variables X e Y son independientes. Vs. $H_1$ : Las variables X e Y no son independientes.	
El estadístico de Prueba es $\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^c \frac{(n_{ij} - E_{ij})^2}{E_{ij}}$	
que sigue una distribución $\chi^2$ con $(r-1)(c-1)$ grados de libertad	

En las tablas de contingencia de las variables analizadas en este estudio, que se presentan en las páginas siguientes se muestra el número de individuos observados en la celda (i,j) (los valores  $n_{ij}$ ) y entre paréntesis el número  $E_{ij}$  de individuos esperados en la misma celda.

#### 4.5.1. Índice Socioeconómico o Factor “P” y Eficiencia Académica en la ESPOL

Para determinar estadísticamente si el índice socioeconómico o Factor “P” de los estudiantes integrantes de la cohorte investigada y la Eficiencia Académica de éstos en la ESPOL son independientes, se ha construido un contraste de hipótesis que se presenta en el Cuadro 4.4.

La hipótesis nula,  $H_0$ , postula que las variables Eficiencia Académica y Factor “P” son independientes. Los resultados obtenidos del contraste de hipótesis, valor p igual a 0,75 y estadístico de prueba igual a 5,90, indican que existe evidencia estadística para **no rechazar** la hipótesis nula postulada.

**Cuadro 4.4**

**La Prueba de Aptitud Escolástica como Indicador del Rendimiento Académico  
Tabla de Contingencia de Eficiencia Académica y Factor P**

Ho: La Eficiencia Académica en la ESPOL y el Factor P son independientes  
vs.

H<sub>1</sub>: La Eficiencia Académica en la ESPOL y el Factor P no son independientes

Estadístico de Prueba = 5,903

Valor p = 0,750

Grados de libertad =  $(4-1)(4-1) = 9$

Factor “P”	Eficiencia Académica (ESPOL)				Total de Factor “P”
	Menos de 0,5	[0,5 , 0,7)	[0,7 , 0,9)	[0,9 , 1]	
7 o menos	27 (24,980)	27 (25,434)	42 (39,06)	18 (24,526)	114
[8 , 12]	14 (16,873)	17 (17,179)	27 (26,382)	19 (16,566)	77
[13 , 20]	8 (8,108)	6 (8,255)	11 (12,677)	12 (7,960)	37
Más de 20	6 (5,040)	6 (5,131)	6 (7,880)	5 (4,948)	23
<b>Total de Eficiencia Académica (ESPOL)</b>	<b>55</b>	<b>56</b>	<b>86</b>	<b>54</b>	<b>251</b>



#### 4.5.2. Nota de la Prueba de Aptitud y Eficiencia Académica en la ESPOL

Que la nota de la *Prueba de Aptitud* y la *Eficiencia Académica* en la ESPOL de los estudiantes investigados son independientes se postula en la hipótesis nula  $H_0$  del contraste presentado en el Cuadro 4.5.

El valor p calculado es 0,103 y el estadístico de prueba calculado es 16,207 e indican que existe evidencia estadística para **no rechazar** la hipótesis nula,  $H_0$ , es decir que, no se rechaza que el par de variables mencionadas se independientes.

**Cuadro 4.5**  
*La Prueba de Aptitud Escolástica como Indicador del Rendimiento Académico*  
**Tabla de Contingencia de Nota de la Prueba de Aptitud y Factor P**

$H_0$ : La Nota de la Prueba de Aptitud y la Eficiencia Académica son independientes  
vs.

$H_1$ : La Nota de la Prueba de Aptitud y la Eficiencia Académica no son independientes

Estadístico de Prueba = 16,207

Valor p = 0,103

Grados de Libertad =  $(4-1)(4-1) = 3$

Nota de la Prueba de Aptitud	Eficiencia Académica (ESPOL)				Total de Forma de Ingreso
	Menos de 0,5	[0,5 , 0,7)	[0,7 , 0,8)	[0,8 , 1,0]	
[40 , 60)	6 (4,767)	6 (5,226)	4 (3,667)	7 (9,34)	23
[60 , 70)	16 (14,094)	20 (15,45)	11 (10,842)	21 (27,614)	68
[70 , 80)	16 (17,386)	19 (19,058)	16 (13,374)	32,881 (34,063)	84
[80 , 100]	14 (15,752)	12 (17,267)	9 (12,117)	41 (30,863)	76
<b>Total de Eficiencia Académica (ESPOL)</b>	<b>52</b>	<b>57</b>	<b>40</b>	<b>102</b>	<b>251</b>

#### 4.5.3. Nota de la Prueba de Aptitud y Forma de Ingreso

En el Cuadro 4.6 se presenta el constaste de hipótesis y la tabla de contingencia construidos para determinar estadísticamente si la nota de la *Prueba de Aptitud* obtenida por los estudiantes investigados y la *Forma de Ingreso* de éstos son independientes.

El valor  $p$  resultante es mayor que 0,100, por lo tanto se concluye que existe evidencia estadística para **no rechazar** la hipótesis de independencia planteada.

**Cuadro 4.6**  
*La Prueba de Aptitud Escolástica como Indicador del Rendimiento Académico*  
**Tabla de Contingencia de Forma de Ingreso y Nota de la Prueba de Aptitud**

Ho: La *Forma de Ingreso* y la *Nota de la Prueba de Aptitud* son independientes

vs.

H<sub>1</sub>: La *Forma de Ingreso* y la *Nota de la Prueba de Aptitud* no son independientes

Estadístico de Prueba = 4,948

Valor  $p$  = 0,176

Grados de Libertad =  $(2-1)(3-1) = 2$

Forma de Ingreso	Nota de la Prueba de Aptitud			Total de Forma de Ingreso
	[40 , 64]	[65 , 79]	[80 , 100]	
Regular y Especial	11 (21,036)	48 (21,418)	37 (32,892)	96
Aptitud	39 (33,964)	78 (34,582)	38 (53,108)	155
<i>Total de Prueba de Aptitud</i>	<b>55</b>	<b>56</b>	<b>86</b>	<b>54</b>

#### 4.5.4. Nota de la Prueba de Aptitud y Número de Materias Tomadas

Se desea determinar si las notas de la *Prueba de Aptitud* obtenidas por los estudiantes de la cohorte investigada y el número de *Materias Tomadas* por éstos en la Politécnica del Litoral son independientes. Para este se ha construido un contraste de hipótesis basado en la tabla de contingencia que aparece en el Cuadro 4.7.

Los resultados indican que existe evidencia estadística para **rechazar** la hipótesis  $H_0$ , que postula que las variables *Prueba de Aptitud* y *Materias Tomadas* de los estudiantes motivo de este estudio son independientes.

**Cuadro 4.7**  
*La Prueba de Aptitud Escolástica como Indicador del Rendimiento Académico*  
**Tabla de Contingencia de Nota de la Prueba de Aptitud y Materias Tomadas**

$H_0$ : La Nota de la Prueba de Aptitud y las Materias Tomadas son independientes  
vs.

$H_1$ : La Nota de la Prueba de Aptitud y las Materias Tomadas no son independientes

Estadístico de Prueba = 47,523

Valor  $p = 0,011$

Grados de Libertad =  $(4-1)(3-1) = 6$

Nota de la Prueba de Aptitud	Materias Tomadas			Total de Forma de Ingreso
	Menos de 30	[30 , 45]	45 o más	
[40 , 60)	8 (5,259)	8 (5,355)	8 (8,223)	24
[60 , 70)	23 (14,9)	25 (15,171)	20 (23,299)	68
[70 , 80)	25 (18,187)	20 (18,518)	38 (28,438)	83
[80 , 100]	15 (16,434)	15 (16,733)	45 (25,697)	75
<b>Total de Materias Toamdas</b>	<b>71</b>	<b>68</b>	<b>111</b>	<b>251</b>

#### 4.5.5. Nota de la Prueba de Aptitud y Nota de Matemáticas del Pre Politécnico

La hipótesis nula,  $H_0$  que se postula en el contraste presentado en el Cuadro 4.8 afirma que la nota de la Prueba de Aptitud y la nota de Matemáticas del Prepolitécnico obtenida por los estudiantes investigados son independientes, en tanto que la hipótesis alterna  $H_1$  niega lo afirmado en  $H_0$ .

El valor  $p$ , que resultó ser menor que 0,010 y el Estadístico de Prueba, que resultó igual a 32,181, indican que existe evidencia estadística para **rechazar** la hipótesis nula,  $H_0$ , en favor de la alterna. Es decir, se rechaza que la nota de la *Prueba de Aptitud* y la nota de *Matemáticas* sean independientes.

**Cuadro 4.8**  
*La Prueba de Aptitud Escolástica como Indicador del Rendimiento Académico*  
**Tabla de Contingencia de Nota de la Prueba de Aptitud y Matemáticas**

$H_0$ : La *Nota de la Prueba de Aptitud* y la *Nota de Matemáticas* son independientes  
vs.

$H_1$ : La *Nota de la Prueba de Aptitud* y la *Nota de Matemáticas* no son independientes

Estadístico de Prueba = 32,181

Valor  $p = 0,000$

Grados de Libertad =  $(4-1)(3-1) = 6$

Nota de la Prueba de Aptitud	Matemáticas			Total de Nota de Matemáticas
	[40 , 60)	[60 , 70)	[70 , 100]	
Menos de 65	9 (11,175)	38 (11,378)	4 (17,474)	51
[50 , 74]	20 (17,968)	42 (18,295)	20 (28,096)	82
[75 , 74]	11 (16,215)	37 (16,51)	26 (25,355)	74
[85 , 100]	5 (9,861)	12 (10,04)	28 (15,418)	45
<b>Total de Matemáticas</b>	<b>45</b>	<b>129</b>	<b>78</b>	<b>251</b>

#### 4.5.6. Número de Materias Aprobadas y de Promedio del Curso Pre Politécnico

Para determinar si las variables *Promedio General* en la ESPOL de los estudiantes investigados y el número de *Materias Aprobadas* por éstos son independientes, se ha construido un contraste de hipótesis presentado en el Cuadro 4.9, en el que la hipótesis nula,  $H_0$ , postula que ambas variables son independientes y la alterna  $H_1$ , que no son independientes.

Los resultados indican que existe evidencia estadística para **rechazar** la hipótesis nula  $H_0$ , en favor de la hipótesis alterna  $H_1$ . Es decir, el *Promedio General* en la ESPOL de los estudiantes investigados y el número de *Materias Aprobadas* por éstos no son independientes.

**Cuadro 4.9**  
*La Prueba de Aptitud Escolástica como Indicador del Rendimiento Académico*  
**Tabla de Contingencia de Materias Aprobadas y Promedio del Pre Politécnico**

$H_0$ : El número de *Materias Aprobadas* y el *Promedio del Pre Politécnico* son independientes

vs.

$H_1$ : El número de *Materias Aprobadas* y el *Promedio del Pre Politécnico* no son independientes

Estadístico de Prueba = 107

Valor  $p = 0,000$

Grados de Libertad =  $(3-1)(3-1) = 4$

Materias Aprobadas	Promedio del Curso Pre Politécnico			Total de Materias Aprobadas
	[40 , 60)	[60 , 70)	[70 , 100]	
Menos de 30	25 (20,159)	49 (20,526)	18 (31,522)	92
[30 , 44]	7 (11,833)	35 (12,048)	12 (18,502)	54
45 o más	11 (23,008)	47 (23,426)	47 (35,976)	105
<i>Total de Promedio del Pre Politécnico</i>	<b>43</b>	<b>131</b>	<b>77</b>	<b>251</b>

#### 4.5.7. Resumen de Resultados de Tablas de Contingencia.

En la Tabla 4.21 se muestran los resultados de los contrastes de hipótesis de independencia contruidos a partir de Tablas de Contingencia. Nótese que para la variable Género se encontró evidencia estadística para no rechazar la hipótesis de independencia con la *Prueba de Aptitud*, con el *Promedio del Pre Politécnico* y las materias del Pre Politécnico, no así con las notas de *Matemáticas*.

**Tabla 4.22**  
*La Prueba de Aptitud Escolástica como Indicador del Rendimiento Académico*  
**Resultado de los Contrastes para probar Independencia de Variables**  
**Construidos a partir de Tablas de Contingencia**

H<sub>0</sub>: La variable *i* y la variable *j* son independientes

vs.

H<sub>1</sub>: La variable *i* y la variable *j* no son independientes

Grados de Libertad = (r-1)c-1

Valor p>0,100

r= número de filas en la Tabla de Contingencia  
c= número de columnas en la Tabla de Contingencia

Variable i	Variable j	G. L. (Grados de Libertad)	E. P. (Estadístico de Prueba)	Valor P	Conclusión
Índice Socioeconómico Factor "P"	Eficiencia Académica en la (ESPOL)	9	5,903	0,750	Independencia
Forma de Ingreso	Tipo de Colegio	4	2,654	0,106	Independencia
Forma de Ingreso	Especialización del Bachiller	4	19,540	0,560	Independencia
Forma de Ingreso	Año de Graduación del Colegio	3	23,451	0,654	Independencia
Forma de Ingreso	Prueba de Aptitud	2	4,948	0,176	Independencia
Forma de Ingreso	Matemáticas	4	107.152	0.000	Dependencia
Forma de Ingreso	Física	4	19.049	0.000	Dependencia
Forma de Ingreso	Química	4	15.205	0.000	Dependencia
Forma de Ingreso	Promedio del Pre Politécnico	4	27.371	0.000	Dependencia

Viene de la Tabla 4.21

Género	Número de Veces a “Prueba”	2	1,824	0,402	Independencia
Género	Eficiencia	2	1,170	0,425	Independencia
Materias Aprobadas	Materias Tomadas	4	20,542	0,689	Independencia
Prueba de Aptitud	Eficiencia Académica (ESPOL)	3	16,207	0,103	Independencia
Prueba de Aptitud	Materias Aprobadas	6	12,161	0,165	Independencia
Número de Materias Tomadas por Semestre	Eficiencia Académica en la ESPOL	5	2,587	0,100	Independencia
Género	Física	4	2,035	0,305	Independencia
Género	Química	4	3,101	0,250	Independencia
Género	Promedio del Politécnico	3	4,853	0,101	Independencia
Género	Prueba de Aptitud	4	5,705	0,179	Independencia
Forma de Ingreso	Matemáticas	6	32,681	0,000	Dependencia
Forma de Ingreso	Resultado Final	4	68,560	0,000	Dependencia
Forma de Ingreso	Total Materias Aprobadas	4	18,040	0,001	Dependencia
Forma de Ingreso	Materias Aprobadas por Término	4	53,201	0,012	Dependencia
Forma de Ingreso	Materias Tomadas por Término	4	22,616	0,001	Dependencia
Materias Aprobada	Matemáticas	9	20.362	0.000	Dependencia
Física	Matemáticas	9	43.245	0.000	Dependencia
Química	Matemáticas	9	18.628	0.000	Dependencia
Física	Número de Veces a “Prueba”	4	50,254	0,010	Dependencia
Física	Resultado Final del Pre Politécnico	3	14,856	0,005	Dependencia
Química	Número de Materias Aprobadas	4	29,915	0,000	Dependencia
Promedio del Pre Politécnico	Número de Materias Aprobadas	4	27,546	0,000	Dependencia
Resultado Final	Número de Materias Aprobadas	4	26,485	0,000	Dependencia
Materias Aprobadas	Materias Tomadas por Término	5	21,605	0,001	Dependencia
Materias Aprobadas	Promedio del Curso Pre Politécnico	4	107,456	0,000	Dependencia
Tipo de Colegio	Materias Aprobadas	5	19,042	0,003	Dependencia

Factor "P"	Promedio General	5	32,587	0,000	Dependencia
Factor "P"	Número de Materias Aprobadas	5	30,452	0,000	Dependencia
Eficiencia	Promedio del Pre Politécnico	5	22,412	0,001	Dependencia
Eficiencia Académica (ESPOL)	Física	5	19,291	0,004	Dependencia
Promedio de Graduación	Número de Materias Aprobadas	6	20,542	0,000	Dependencia