

# ANÁLISIS DINAMICO DE LA ESTABILIDAD DE LAS VARIABLES MACROECONÓMICAS.

Autores: Maria Elena Espinoza<sup>1</sup>, Fernando Guerrero Loo<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Ingeniería Estadística Informática, e-mail: espinozalena@hotmail

<sup>2</sup>Director de Tópico, Matemático, Escuela Superior Politécnica Nacional 1994, Postgrado en Brasil, Instituto de Matemáticas Pura y Aplicada 2000, Profesor de la ESPOL desde 2000. E-mail: alex\_fernad@yahoo.com.

**Resumen:** En el presente trabajo se hace un análisis dinámico de la estabilidad del PIB, de la Importaciones y de las Exportaciones en el Ecuador. El análisis se hace; mediante el uso de técnicas de linealización en el espacio de fases de un par de variables. En el análisis de estabilidad se determinan escenarios posibles espacios invariantes respecto al sistema dinámico macroeconómico. Los escenarios se hacen para los pares de variables PIB-IMP, PIB-EXP, IMP-EXP, analizando comportamientos trimestrales y anuales. Los resultados obtienen escenarios generalmente débilmente estables, y con una mejor explicación para comportamientos trimestrales.

**Palabras Claves:** linealización, sistema dinámico, estabilidad

## 0. INTRODUCCION

El uso de las técnicas de sistemas dinámicos en economía es relativamente nuevo, además es útil para el análisis de datos económicos que varían a través del tiempo y le proporciona un nuevo enfoque a los sistemas económicos, por que a través de este análisis se intenta determinar porque los cambios ocurren.

El propósito es estudiar la estabilidad de las variables económicas Importaciones, Exportaciones y el PIB y su comportamiento estructural, y hallar el equilibrio de estos múltiples sistemas, puesto que la estabilidad se considera como la propiedad cualitativa más importante de estos sistemas

## 1. DINÁMICA ECONOMICA COMPLEJA

La utilización reciente de los sistemas dinámicos en los sistemas económicos, a dado lugar a un nuevo campo de investigación denominado: dinámica económica compleja. Este nuevo campo replantea el enfoque de los sistemas económicos respecto a las perturbaciones internas y externas.

La dinámica económica compleja es un área de la economía matemática que trata de determinar como cambian los comportamientos de variables económicas, porque ellos ocurren y su evolución futura, si se considera a la economía como un sistema reflejado en un número reducido de variables; dependiendo de los factores endógenos y exógenos que influyen a estas variables económicas

Para analizar los sistemas económicos bajo esta óptica se necesita del estudio sistemático de los cambios económicos, esto es, el estudio de los cambios en producción, mercado, consumo, precios y las fuerzas que lo generan, esto intenta centrar el estudio de las causas de una serie de variables clave que le permitan establecer objetivos concretos y diseñar la política macroeconómica.

## 2. SISTEMAS DINAMICOS

Al analizar los sistemas dinámicos se considerara que en el proceso de la variable el futuro cercano  $x_{n+1}$  esta determinado por el proceso actual mediante factores endógenos determinísticos  $f(x_n)$  y por

factores exógenos aleatorios  $\zeta_n$ . Se obtiene la siguiente fórmula dinámica del proceso:

$$x_{n+1} = f(x_n) + \zeta_n \quad (1)$$

Suponiendo el proceso lo suficientemente suave, para linealizarlo localmente alrededor de un punto  $x$ , la fórmula (1) se describe de la siguiente manera:

$$x_{n+1} = f(x) - xf'(x) + f'(x)x_n + [o(x_n - x) + \zeta_n]$$

Esto lleva a aproximar el proceso anterior mediante el siguiente modelo lineal:

$$x_{n+1} = \alpha_0 + \alpha_1 x_n + \varepsilon_n \quad (2)$$

Donde  $\alpha_1$  determina la tasa de variación del proceso debido a los factores endógenos,  $\varepsilon_n$  es una variable aleatoria que recoge las perturbaciones no lineales de los factores endógenos y los ruidos debido a los factores exógenos.

Si en el modelo (1) consideremos que no existen perturbaciones y la dinámica del proceso solo se debe a factores endógenos se tiene el modelo ideal:

$$x_{n+1} = f(x_n)$$

El proceso alcanzaría el equilibrio, si la dinámica debido a los factores endógenos mantendría el sistema en el mismo sitio, es decir, si el equilibrio se alcanzara en un punto  $x^*$  este se mantendría fijo por acción de los factores endógenos, es decir:  $x^* = f(x^*)$  (3).

Considerando esto para el modelo (2) se tiene que si  $\alpha_1 \neq 1$ , entonces existe el punto de equilibrio  $x^*$ ; y esta determinado por:

$$x^* = \frac{\alpha_0}{1-\alpha_1} \quad (4)$$

Si  $\alpha_1 = 1$  entonces no estaría definido el punto de equilibrio, pero si se reemplaza directamente en (2), y se considera la nueva variable  $\varepsilon'_n$ , como  $\varepsilon'_n = \varepsilon_n + \alpha_0$ , se tendría:

$$x_{n+1} = x_n + \varepsilon'_n,$$

es decir el proceso está en una dinámica pseudo equilibrada la misma que se vería influenciada por las perturbaciones no lineales de los

factores endógenos, los ruidos debido a los factores exógenos además de una constante de nivel.

Es de observar que si el proceso alcanza el punto de equilibrio en  $x_n$ , es decir:  $x_n = x^*$ , las desviaciones del proceso del punto de equilibrio son debido a las perturbaciones generadas por  $\varepsilon_n$ , y no, como se pensaría, por  $\varepsilon_n$ ; es decir:  $x_{n+1} - x^* = \varepsilon_n$

Así, si en el modelo (1) consideremos que el punto de equilibrio se alcanza en  $x_n$ , es decir:  $x_n = x^*$ , tendríamos que mientras los factores endógenos mantendrían este estado en el tiempo, los factores exógenos de hecho están perturbando este equilibrio. Suponiendo el proceso lo suficientemente suave, para linealizarlo localmente alrededor de un punto  $x^*$ , y despreciando las perturbaciones se tiene:

$$x_{n+1} - x^* = f'(x^*)[x_n - x^*],$$

Es decir que las desviaciones del punto de equilibrio son localmente amplificadas por la variación del proceso en  $x^*$ ,  $f'(x^*)$ , debido a los factores endógenos. Así se tiene que los factores endógenos tienden a atenuar el efecto de los factores exógenos si  $|f'(x^*)| < 1$ , y tienden a amplificar dicho efecto si  $|f'(x^*)| > 1$ . Por esto se dice que el punto de equilibrio del sistema (1) es estable si  $|f'(x^*)| < 1$ , y se dice que es inestable si  $|f'(x^*)| > 1$ .

Aplicando esto al sistema (2) se tendría que el punto de equilibrio es estable si  $|\alpha_1| < 1$  y es inestable si  $|\alpha_1| > 1$ . Es de notar que en el sistema (2), la estabilidad no depende en realidad del punto de equilibrio, debido a que es un sistema lineal. Para poder medir estas características cualitativas en forma cuantitativa y a fin de poder comparar comportamientos estables e inestables en una escala apropiada, es que se define el exponente de Lyapunov,  $L$ , del proceso del sistema (1), como:  $L = \ln |f'(x^*)|$  (7).

El exponente de Lyapunov  $L$  nos permite clasificar el proceso como estable si  $L < 0$  y como inestable si  $L > 0$ . Además de ello nos permite comparar la fuerza de la dinámica entre dos procesos diferentes, no

necesariamente los dos estables o inestables. Aplicando esto al sistema (2) se tendría que:  
 $L = \ln |\alpha_1|$  (8).

### 3. ESPACIOS DE FASES

En el modelo:  $x_{t+1} = \alpha_0 + \alpha_1 x_t + \varepsilon_t(1)$

Generalmente en el sistema (1), se desconoce la forma como las fuerzas endógenas actúan en el proceso, solo se tiene una traza de las observaciones dada por los datos.

Con el fin de visualizar este comportamiento de estos modelos se suele graficar  $x_{n+1}$  versus  $x_{n-t}$ , esta herramienta se la conoce como diagrama de fase. Esta técnica grafica la dinámica del futuro cercano,  $x_{n+1}$ , explicada por un presente o pasado cercano,  $x_{n-t}$ ; debido a esto, uno de los diagramas de fase más usados es el de  $x_{n+1}$  versus  $x_n$ ; es decir del futuro cercano,  $x_{n+1}$ , explicado por el presente,  $x_n$ , en general para variables económicas los diagramas de fase presentan un agrupamiento lineal, lo cual explica el uso de modelos del tipo (1).

Los diagramas de fase son una gran herramienta usada en los sistemas dinámicos, ya que permiten observar el comportamiento cualitativo estructural de un sistema. De igual forma estos diagramas al aplicarlos al estudio de variables macroeconómicas permiten observar un comportamiento cualitativo generalmente en un modelo lineal.

### 3. IMPORTACIONES, EXPORTACIONES, PIB

Las variables económicas que el trabajo analizara son:

**El PIB:** se define como la suma de todas las compras finales en la economía o la suma del valor agregado de todas las empresas en la economía que es equivalente a todos los ingresos de factores de producción; "capital y trabajo".

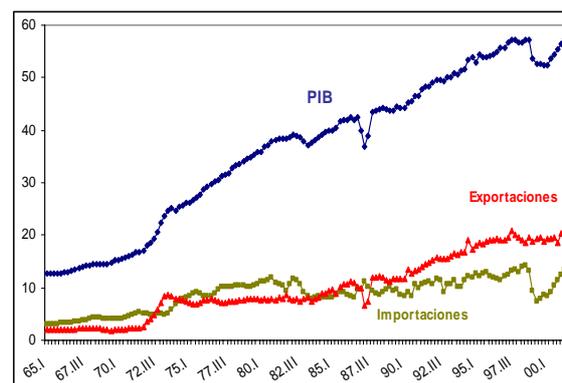
**Importación:** Se define como la adquisición de bienes o servicios procedentes de otro país. Por su naturaleza, la importación es un hecho fundamentalmente económico que corresponde al desarrollo de la actividad privada de los particulares; la acción de

importar no puede realizarse sin el concurso, la participación y la supervisión del Estado

**Exportación:** Se define como la venta o salida de bienes, capitales o mano de obra. Es de considerar que de acuerdo al gráfico que se presenta hubo crisis desde la década de los 70 en adelante, se observa claramente el efecto de tres shocks reales que afectaron a la economía ecuatoriana. El primero, a inicios de la década de los 70, producto del "boom" de las exportaciones petroleras; que originaron un crecimiento del PIB de 14,4% y 25,3% para 1972 y 1973 respectivamente.

El segundo shock fue consecuencia de las inundaciones que afectaron extensas zonas cultivables y a la infraestructura de todo el país, y que originaron una disminución del 2,8% en el PIB de 1983. Un tercer shock real que originó una caída del 6% en el PIB en 1987 fue la ruptura del oleoducto transecuatoriano que transportaba la mayor cantidad de petróleo que exportaba el Ecuador, es por esta razón que los indicadores de crecimiento económico no deben ser observados de una manera aislada puesto que ellos se ven afectados por los resultados del periodo anterior.

**GRÁFICO TEMPORAL DEL PIB, IMPORTACIONES Y EXPORTACIONES DEL AÑO 1965 HASTA EL 2001**



### 4. ANÁLISIS DE ESTABILIDAD

Para un mejor análisis se ha determinado hacer diferentes sistemas de forma anual es decir acumulando en un año con un retardo y trimestral con un retardo analizando trimestre a trimestre de las variables macroeconómicas en unidades de millones de sucres de año 1975, esto es que los datos son tomados con el valor

adquisitivo de ese año que se nos provee, realizando los siguientes sistemas entre dos variables esto significa que tenemos seis diferentes sistemas:

A continuación se harán los análisis para cada tipo de sistema:

1. Sistema Importación y Exportación denotado como: (I, E) que se realizarán de forma trimestral y anual.
2. Sistema PIB y Exportación denotado como (P, E) que se realizarán de forma trimestral y anual.
3. Sistema Importación y PIB denotado como (I, P) que se realizarán de forma trimestral y anual

#### 4.1 Sistema : Importaciones y Exportaciones

Los siguientes sistema que se presentan a continuación es el de Importaciones y exportaciones (I, E) que se realizó a un retardo de forma trimestral desde el año 1965 hasta el segundo trimestre del 2001 y anual desde el año 1965 hasta el año 2000.

##### 4.1.1 Sistema Trimestral

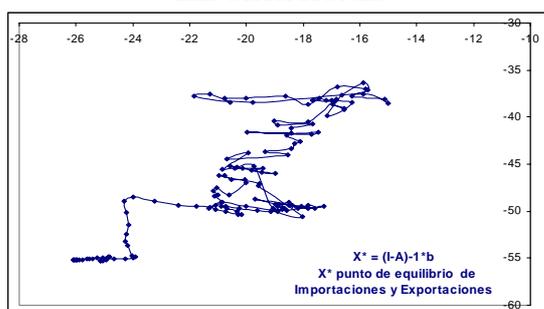
Para este sistema se tiene un ajuste alto de los datos ( $R^2 = 0.9857$ ), el siguiente modelo a retardo trimestral:

$$I_{t+1} = 0.499 + 0.9046I_t + 0.0399E_t$$

$$E_{t+1} = 0.1056 + 0.0109I_t + 0.9926E_t$$

En este modelo existe una fuerte dependencia entre el valor de las variables de un trimestre al siguiente con respecto a la misma variable. (Importaciones 0.9046, Exportaciones (0.9046).

**GRÁFICO 4.1**  
**GRÁFICO DINAMICO TRIMESTRAL**  
**CENTRADO DE IMPORTACIONES Y**  
**EXPORTACIONES**



En el modelo se obtienen el siguiente punto de equilibrio (I-E):

$$I^* = 29.1791$$

$$E^* = 57.2503$$

La relación exportaciones sobre importaciones en este equilibrio es:  $I^*/E^* = 0.509$ , lo cual indica que en este equilibrio, las exportaciones serán aproximadamente el doble de las importaciones, de lo cual se puede inferir que en este punto el consumo interno del país sería totalmente cubierta y que además existiría un excedente que sería exportado

Haciendo el análisis de estabilidad se tiene los siguientes valores y vectores propios asociados a los escenarios invariantes en el equilibrio con su respectivo exponente de Lyapunov:

$$\lambda_1 = 0.899 \quad v_1 = (-0.993, 0.1168) \quad L_1 = 0.11$$

$$\lambda_2 = 0.997 \quad v_2 = (0.395, 0.9985) \quad L_2 = 0.0027$$

Estos escenarios son poco correlacionados ( $\rho = -0.28$ ), y ambos tienen estabilidad débil ( $L_1 = -0.1055$ ,  $L_2 = -0.00274$ ), siendo el menos débilmente estable el escenario 1. A continuación se presenta los siguientes escenarios que resultan de los valores obtenidos anteriormente

#### PRIMER ESCENARIO

La relación exportaciones sobre importaciones es  $I_1^*/E_1^* = -9$ , lo cual indicaría que la variación de las exportaciones será en sentido contrario al de las importaciones, aproximadamente en un magnitud del 11,7%.

Además existiría un decrecimiento fuerte de las importaciones (-.9932) con un incremento débil de las exportaciones (0.1168) siendo este un escenario de aislamiento poco probable, ya que no es factible disminuir en un 99% las importaciones, por cuanto lo que se importa actualmente es materia prima para la producción y sin insumos no se podría producir ni exportar.

#### SEGUNDO ESCENARIO

La relación exportaciones sobre importaciones es  $I_2^*/E_2^* = 0.39$ , lo cual

indicaría que la variación de las exportaciones será en el mismo sentido al de las importaciones, aproximadamente en un magnitud del 200%. Además existiría un crecimiento moderado de las importaciones (0.3954) con un incremento fuerte de las exportaciones (0.9985) siendo esta un escenario de crecimiento muy deseable, debido que de cada importación que se realiza, se exporta el doble.

#### 4.1.2 Sistema Anual: Importaciones y Exportaciones

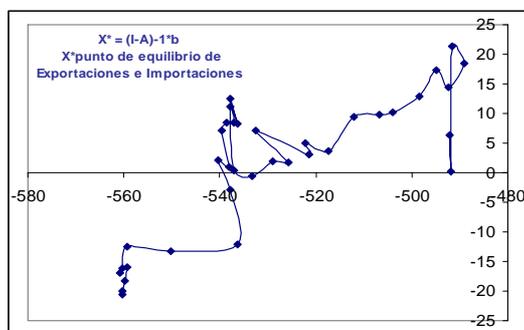
Para este sistema se tiene un buen ajuste lineal ( $R^2 = 0.96$ ), con un retardo anual:

$$I_{t+1} = 7.65 + 0.66I_t + 0.11E_t$$

$$E_{t+1} = 2.021 + 0.006I_t + 0.99E_t$$

Se observa que las variación de importación en el año siguiente depende de la variación presente de esa variable: (0.66), por el otro lado las variaciones de las exportaciones afecta fuertemente la variación para el año siguiente (0.99).

**GRÁFICO 4.2**  
**GRAFICO DINAMICO ANUAL DEL**  
**ESPACIO CENTRADO DE LAS**  
**IMPORTACIONES Y EXPORTACIONES**



En el modelo se obtiene el siguiente punto de equilibrio:  $I^* = 102$ ,  $E^* = 274$

La relación exportaciones sobre importaciones es:  $I^*/E^* = 0.438$ , lo cual indica que en el estado de equilibrio que las exportaciones serán aproximadamente el doble de lo que se importe. Para poder realizar el análisis de estabilidad obtenemos los valores propios y vectores propios asociados a los escenarios invariantes al equilibrio con su respectivo exponente Lyapunov.

$$\lambda_1 = 0.992 \quad v_1 = (0.34, 0.9998) \quad L_1 = -0.008$$

$$\lambda_2 = 0.66 \quad v_2 = (0.99, -0.0185) \quad L_2 = -0.4,$$

Estos escenarios son poco correlacionados ( $\rho = 0.32$ ), y ambos tienen estabilidad débil ( $L_1 = -0.008$ ,  $L_2 = -0.4$ ), siendo el menos débilmente estable el escenario 2. A continuación se presentan los siguientes escenarios que son el resultado de los valores obtenidos anteriormente:

#### PRIMER ESCENARIO

La relación exportaciones sobre importaciones es:  $I_1^*/E_1^* = 0.34$ , lo cual indica que en el estado de equilibrio la variación de las importaciones aproximadamente el 0.1% de las variaciones de las exportaciones. Además este estado implicaría un incremento fuerte de las exportaciones (0.99) con un incremento débil de las importaciones (0.34) siendo este un escenario factible si el país está dispuesto a producir su materia prima.

#### SEGUNDO ESCENARIO:

La relación exportaciones sobre importaciones es:  $I_2^*/E_2^* = -99.98$ , lo cual indica que en el estado de equilibrio la variación de las exportaciones será el 1% de las variaciones de las exportaciones. Además este estado implicaría un crecimiento fuerte de las importaciones (0.94) con un decremento moderado de las exportaciones (-0.0185), siendo este un escenario que no es factible, puesto que la balanza comercial sería negativa. Es de observar que el sistema no es ortogonal, teniendo los sub-espacios de estados un ángulo de 70.77 grados.

#### 4.2 Sistema: Producto Interno Bruto y Exportaciones

Los siguientes sistemas que se presentan es el del Producto Interno Bruto y las Exportaciones realizado a un retardo trimestral desde el año 1965 y hasta el segundo trimestre del 2001 y anual desde el año 1965 y hasta el año 2000.

##### 4.2.1 Sistema Trimestral

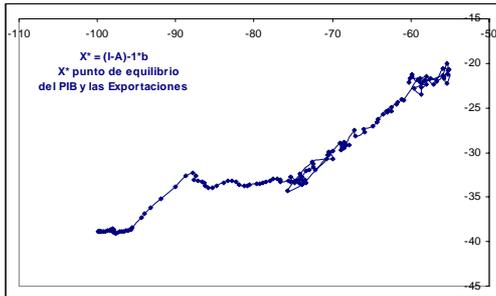
Para este sistema se tiene un buen ajuste lineal ( $R^2 = 0.9859$ ), el sistema a un retardo en el par de variables (P, E) es:

$$P_{t+1} = 0.426 + 0.998P_t - 0.0049E_t$$

$$E_{t+1} = -0.0935 + 0.019P_t + 0.95E_t$$

Se ve que las variaciones de una variable en el trimestre siguiente dependen en gran medida de la variación presente de esa variable: (0.95) en las exportaciones y para el Producto Interno Bruto (0.998).

**GRÁFICO 4.3**  
**GRÁFICO DINAMICO TRIMESTRAL DEL ESPACIO CENTRADO DE LAS EXPORTACIONES Y EL PIB**



En el modelo se obtiene el siguiente punto de equilibrio:

$$P^* = 112.69$$

$$E^* = 40.94$$

La relación entre exportaciones sobre PIB es:  $E^*/P^* = 0.36$ , lo cual indica que en el estado de equilibrio que se producirá tres veces más de lo que se exporta. Para poder hacer el análisis de estabilidad calculamos los valores propios y vectores propios con su respectivo exponente de Lyapunov asociados al sistema lineal.

$$\lambda_1 = 0.99 \quad v_1 = (0.38, 0.92) \quad L_1 = -0.01$$

$$\lambda_2 = 0.95 \quad v_2 = (0.99, 0.11) \quad L_2 = -0.051$$

Estos escenarios son poco correlacionados ( $\rho = 0.477$ ), y ambos tienen estabilidad débil ( $L_1 = -0.01$ ,  $L_2 = -0.0514$ ), siendo el menos débilmente estable el escenario 2.A continuación se presenta los siguientes escenarios que resultan del análisis anteriormente realizado.

### PRIMER ESCENARIO

La relación exportaciones sobre el PIB es:  $E_1^*/P_1^* = 0.41$ , lo indica que en el estado de equilibrio la variación del PIB aproximadamente casi el doble de la variaciones de las exportaciones, esto es beneficio puesto que indicaría que el consumo interno es cubierto y que además existe un excedente que se exporta. Además este estado implicaría un crecimiento fuerte

del PIB (0.92) con un incremento moderado de las exportaciones (0.38) siendo esta un escenario de crecimiento muy deseable.

### SEGUNDO ESCENARIO

La relación exportaciones sobre el PIB es:  $E_2^*/P_2^* = 9$ , lo cual indica que en el estado de equilibrio la variación del PIB será aproximadamente la décima parte de las exportaciones. Además este estado implicaría un crecimiento moderado del PIB (0.11) con un incremento fuerte de las exportaciones (0.99), por lo cual se puede deducir que este escenario no es favorable para un escenario de crecimiento.

#### 4.2.2 Sistema Anual: Producto Interno Bruto y Exportaciones

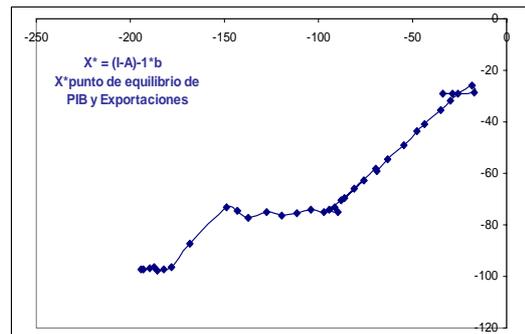
Para este sistema se tiene un buen ajuste lineal ( $R^2 = 0.97$ ), con un retardo (P, E) anual:

$$P_{t+1} = 7.989 + 0.9787P_t - 0.006E_t$$

$$E_{t+1} = 0.79 + 0.0265P_t + 0.93E_t$$

Se ve que las variaciones de una variable en el año siguiente dependen en gran medida de la variación presente de esa variable: (0.9787) en el PIB y (0.93) en las exportaciones.

**GRÁFICO 4.4**  
**GRÁFICO DINAMICO ANUAL DEL ESPACIO CENTRADO DEL PIB Y LAS EXPORTACIONES**



En el modelo se obtiene el siguiente punto de equilibrio:

$$P^* = 245$$

$$E^* = 105.6$$

La relación exportaciones sobre el PIB es:  $E^*/P^* = 0.43$ , lo cual indica que en el estado de equilibrio el PIB será aproximadamente el doble a la de las exportaciones, lo cual es conveniente porque si el PIB aumenta, las exportaciones también lo harán.

Para poder hacer el análisis de estabilidad calculamos los valores propios y vectores propios con su respectivo exponente de Lyapunov asociados al sistema lineal.

$$\lambda_1 = 0.965 \quad v_1 = (0.61, 0.79) \quad L_1 = -0.035$$

$$\lambda_2 = 0.93 \quad v_2 = (0.98, 0.17) \quad L_2 = -0.067$$

Estos escenarios son poco correlacionados ( $\rho=0.73$ ), y ambos tienen estabilidad débil ( $L_1 = -0.035$ ,  $L_2 = -0.067$ ), siendo el menos débilmente estable el escenario 2. A continuación se presentan los siguientes escenarios que son obtenidos del análisis anteriormente realizado.

### PRIMER ESCENARIO

La relación entre exportaciones sobre PIB es:  $E_1^*/P_1^* = 0.77$ , lo cual indica que en el estado de equilibrio la variación de las exportaciones sería aproximadamente el 77% del PIB. Además este estado implicaría un crecimiento fuerte del PIB (0.79) con un incremento fuerte de las exportaciones (0.61) siendo este un escenario factible para nuestro sistema económico.

### SEGUNDO ESCENARIO

La relación entre exportaciones sobre PIB es:  $E_2^*/P_2^* = 5.76$ , lo cual indica que en el estado de equilibrio la variación del PIB será aproximadamente 0.17 de las exportaciones. Además este estado implicaría un crecimiento moderado del PIB (0.17) con un incremento fuerte de las exportaciones (0.98), este escenario no es favorable para un sistema económico en crecimiento

#### 4.3 Sistema: Producto Interno

##### Bruto e Importaciones

Los sistemas que se presentan es el del PIB y las Importaciones con un retardo trimestral desde el año 1965 hasta el segundo trimestre del 2001 y anual desde el año 1965 hasta el año 2000.

##### 4.3.1 Trimestral

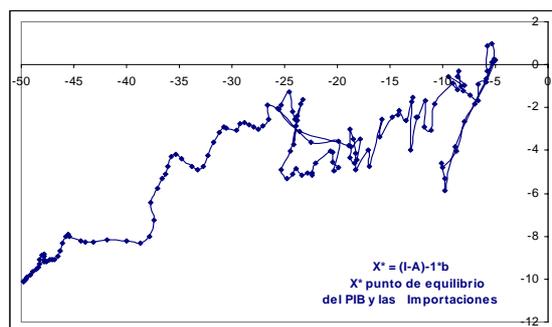
Para este sistema (P, I) se tiene un buen ajuste lineal ( $R^2 = 0.9426$ ), con un retardo trimestral:

$$P_{t+1} = 0.41 + 0.99P_t + 0.016I_t$$

$$I_{t+1} = 0.376 + 0.02P_t + 0.877I_t$$

Se ve que las variaciones de una variable en el trimestre siguiente dependen en gran medida de la variación presente de esa variable: (0.99) en el PIB y (0.877) en las importaciones.

**GRÁFICO 4.5**  
**GRÁFICO DINAMICO TRIMESTRAL DEL**  
**ESPACIO CENTRADO DEL PIB Y**  
**LAS IMPORTACIONES**



En el modelo se obtiene el siguiente punto de equilibrio:

$$P^* = 62.42$$

$$I^* = 13.2$$

La relación importaciones sobre el PIB es:  $I^*/P^* = 0.21$ , lo cual indica que en el estado de equilibrio que el PIB será aproximadamente cuatro veces mayor que las importaciones. Para poder hacer el análisis de estabilidad calculamos los valores propios y vectores propios con su respectivo exponente de Lyapunov asociados al sistema lineal.

$$\lambda_1 = 0.99 \quad v_1 = (0.17, 0.98) \quad L_1 = -0.01$$

$$\lambda_2 = 0.87 \quad v_2 = (0.99, -0.136) \quad L_2 = -0.139$$

Estos escenarios son correlacionados ( $\rho=0.035$ ), y ambos tienen estabilidad débil ( $L_1 = -0.01$ ,  $L_2 = -0.139$ ), siendo el menos débilmente estable el escenario 2. A continuación se presentan los siguientes escenarios que son resultado del análisis realizado anteriormente.

### PRIMER ESCENARIO

La relación de importaciones sobre el PIB es:  $I_1^*/P_1^* = 0.17$ , lo cual indica que en el estado de equilibrio la variación del PIB será aproximadamente cinco veces mayor que la variación de las importaciones.

Además este estado implicaría un incremento fuerte del PIB (0.98) con un incremento moderado de las importaciones (0.17) siendo esta un escenario de crecimiento muy deseable económicamente para el país si este 17% es utilizado para importar materia prima para la producción.

### SEGUNDO ESCENARIO

La relación de importaciones sobre el PIB es:  $I_2^*/P_2^* = -7.27$ , lo cual indica que en el estado de equilibrio la variación del PIB será positiva, en sentido contrario y aproximadamente la décima parte al de las importaciones. Además este estado implicaría un decrecimiento moderado del PIB (-0.137) con un incremento fuerte de las importaciones (0.99) siendo este escenario no probable, porque económicamente no es factible para nuestro sistema.

#### 4.3.2 Sistema Anual: Producto Interno Bruto y las Importaciones

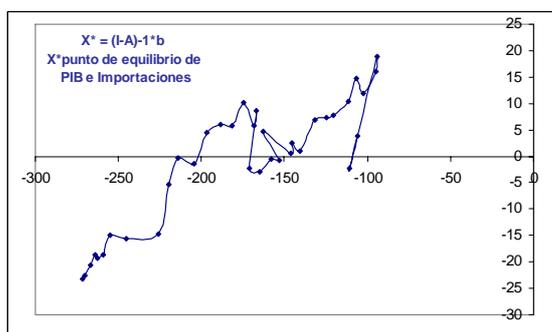
Para este sistema (P, I) se tiene un buen ajuste lineal ( $R^2 = 0.90$ ), con un retardo anual:

$$P_{t+1} = 7.88 + 0.97P_t + 0.02I_t$$

$$I_{t+1} = 6.26 + 0.059P_t + 0.59I_t$$

Se observa que las variaciones de las variables en el año siguiente tienen fuerte influencia en la variación presente del (0.97) PIB y en las importaciones (0.59).

**GRÁFICO 4.7**  
GRÁFICO DINÁMICO ANUAL DEL ESPACIO CENTRADO DE LAS IMPORTACIONES Y EL PIB



En el modelo se obtiene el siguiente punto de equilibrio:

$$P^* = 315$$

$$I^* = 60$$

La relación importaciones sobre el PIB es:  $I^*/P^* = 0.19$ , lo cual indica que en el estado de equilibrio las importaciones será

aproximadamente el 19% del PIB, lo cual es satisfactorio para conseguir el equilibrio de un sistema económico.

Para poder hacer el análisis de estabilidad calculamos los valores propios y vectores propios con su respectivo exponente de Lyapunov, asociados al sistema lineal.

$$\lambda_1 = 0.87 \quad v_1 = (0.15, 0.99) \quad L_1 = -0.02$$

$$\lambda_2 = 0.6 \quad v_2 = (0.99, -0.05) \quad L_2 = -0.53$$

Estos escenarios son correlacionados ( $\rho = 0.096$ ), y ambos tienen estabilidad débil ( $L_1 = -0.02$ ,  $L_2 = -0.53$ ), siendo el menos débilmente estable el escenario 2.A continuación se presenta los escenarios obtenidos del análisis realizado anteriormente.

### PRIMER ESCENARIO

La relación importaciones sobre el PIB es:  $I_1^*/P_1^* = 0.0967$ , lo indica que en el estado de equilibrio la variación de las importaciones será aproximadamente la décima parte de las variaciones del PIB. Además este estado implicaría un crecimiento fuerte del PIB (0.99) con un incremento moderado de las importaciones (0.15) siendo esta un escenario de crecimiento muy deseable si este 15% es utilizado para importar materia prima.

### SEGUNDO ESCENARIO

La relación importaciones sobre el PIB es:  $I_2^*/P_2^* = -8.26$ , lo cual indica que en el estado de equilibrio la variación de las importaciones serán positivas y en sentido contrario a las del PIB, aproximadamente la décima sexta parte de las variaciones de las Importaciones. Además este estado implicaría un decrecimiento débil del PIB (-0.05) con un incremento fuerte de las importaciones (0.99) siendo este un escenario no factible para un modelo económico estable.

### CONCLUSIONES

Respecto a las técnicas de linealización en el espacio de fases se tiene las siguientes conclusiones:

1. El análisis dinámico las variables macroeconómicas Importaciones, Exportaciones, PIB. en el espacio de

fases presenta ventajas ya que se puede observar la interacción entre las variables y sus diferentes comportamientos de estabilidad e inestabilidad.

2. En la grafica del espacio de fases se puede observar cierto tipo de comportamientos dinámicos que no se pueden observar fácilmente en el grafico temporal.
3. Desde un punto de vista del equilibrio dinámico, se esperaría que para un tiempo lo suficientemente largo los factores endógenos inherentes a un sistema lo llevarían a un estado cercano al punto de equilibrio dinámico.

Para el sistema Importaciones-Exportaciones (I-E) se tienen las siguientes conclusiones:

4. Al analizar el sistema en forma trimestral se tienen dos escenarios débilmente estables: En el primer escenario el comportamiento de las importaciones y las exportaciones no es muy factible ya que estaría determinada por una disminución drástica de importaciones con un aumento débil de exportaciones, ( $I_1^*/E_1^* = -8.5$ ) lo cual implicaría una política de aislamiento que no es muy razonable. En el segundo escenario el comportamiento de las importaciones y las exportaciones es mas factible ya que estaría determinada por una disminución de importaciones con un aumento drástico de exportaciones, ( $I_2^*/E_2^* = 0.43$ ), lo cual implicaría una política de crecimiento.
5. Al analizar el sistema en forma anual se tiene dos escenarios débilmente estables: en el primer escenario el comportamiento de (I, E) es factible puesto que la variación de ( $I_2^*/E_2^* = 0.34$ ). En el segundo escenario el comportamiento de (I, E) su variación no es factible porque que las importaciones no podrían tener variaciones muy altas con respecto a las exportaciones esto produciría un desequilibrio económico para el sistema anual, la variación de este escenario se

dispara a  $I_2^*/E_2^* = -99.98$ , siendo su coeficiente de Lyapunov el menos débilmente estable, ya que produce que su respectivo coeficiente de variación se dispare bruscamente.

Para el sistema PIB-Exportaciones (P-E) se tienen las siguientes conclusiones:

6. Al analizar el sistema en forma trimestral se tiene dos escenarios débilmente estables. En el primer escenario el comportamiento de (P, E) es factible puesto que del 41% del PIB será destinado para la exportación. En el segundo escenario el porcentaje de variación de  $E_2^*/P_2^* = 9$ , lo cual indica que no es un escenario factible puesto que esta variación propone que la producción dependerá de lo que se exporte, sería una producción dependiente.
7. Al analizar el sistema en forma anual se tiene dos escenarios que son débilmente estables. En el primer escenario el comportamiento de (P, E), indica que es posible que la variación de las exportaciones sea el 77% de las variaciones del PIB el porcentaje, podríamos decir que este es un escenario de crecimiento económico. En el segundo escenario el comportamiento de (P, E) puede ser considerado como un escenario muy poco probable para un sistema económico estable ( $E_2^*/P_2^* = 5.76$ ) es por esto que se rechaza

Para el sistema PIB-Importaciones (P-I) se tienen las siguientes conclusiones:

8. Al analizar el sistema en forma trimestral se obtiene dos escenarios. En el primer escenario el comportamiento de (P, I), en el sistema estiral (P, I), donde la variación es de  $I^*/P^* = 0.17$ , se podría pensar que esta variación es la adecuada siempre y cuando este 17% sea utilizado para importar materia prima. En el segundo escenario el comportamiento de (P, I), es rechazado, por que el PIB no podría

ser la 11% de las importaciones y además disminuir su variación.

9. Al analizar el sistema en forma anual se tiene dos escenarios: En el primer escenario el comportamiento de (P, I), podríamos decir que el porcentaje de variación (0.0967) es factible puesto que las importaciones son un 9% del PIB y que este porcentaje debería ser utilizado para importar materia prima. En el segundo escenario, el coeficiente de variación (-8.263) indica que el PIB es el 12% de las Importaciones, este escenario por tanto es rechazado, ya que está variación no es una medida para un sistema de crecimiento.

Respecto a los sistemas en general se pueden sacar las siguientes conclusiones:

10. El sistema trimestral tiene ligeramente una mayor relación lineal que el sistema anual; siendo además los escenarios del sistema trimestral ligeramente menos correlacionados que los escenarios del sistema anual. El escenario más factible se da en el sistema trimestral, mientras que el menos factible se da en el sistema anual.
11. Modelos más adecuados de los diferentes sistemas son los trimestrales de acuerdo al ajuste lineal, por lo cual el coeficiente de de ajuste lineal es ligeramente mayor a los sistemas anuales.
12. Se ha podido concluir para este análisis que para cada escenario que se ha presentado en los distintos sistemas, este posee su exponente de Lyapunov para el cual siempre el menos estable es el que tiene el mejor escenario para el sistema, se podría deducir que la razón a este comportamiento de los exponentes, es que sería un poco absurdo esperar que un sistema económico tenga un punto de equilibrio, puesto que el país a través del tiempo debe crecer económicamente y no estancarse.
13. Se debería hacer otro tipo de análisis en los sistemas donde interviene el PIB

para que el comportamiento de la otra variable no sea afectado por esta variable, al parecer el PIB absorbe a la otra variable, por que esta variable sufre muchas perturbaciones o ruido en el momento de la recolección de datos o otros factores externos a esta variable.

14. Se debería hacer un análisis por tramo, ya que viendo los gráficos dinámicos, podemos darnos cuenta que existen algunos quiebres que presentan estas variables en el momento de ser graficadas, más cuando el PIB interviene en los análisis

#### REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

1. ESPINOZA, M. (2003). "Análisis de Estabilidad de las variables macroeconómicas". Tesis de Grado ESPOL, Guayaquil, Ecuador.
2. RICHARD H. DAY.(1998) **Complex Economic Dynamics Vol I: An Introduction to Dynamical Systems and Market Mechanisms**, MIT Press, Cambridge Massachusetts.
3. DORNBUSH, RUDIGER. Y FISCHER, STANLEY.( 1994) **Macroeconomía**. Cuarta Edición McGraw Hill, México.
4. BANCO CENTRAL DEL ECUADOR, (2003), Anuarios Oficiales del Ecuador