**ESCUELA SUPERIOR POLITECNICA DEL LITORAL**
**Instituto de Ciencias Matemáticas**
**Facultad de Economía y Negocios**
**Examen de Admisión de Fundamentos Matemáticos para Ingeniería Comercial y Empresarial, Economía, Ingeniería en Marketing Comunicación y Ventas e Ingeniería en Negocios Internacionales**

Diciembre 26 del 2011 **Versión 1**

NOMBRE:…………………………………………………………………….

**Este examen se compone de 32 temas de opción múltiple, en los cuales solo una es la respuesta correcta. Será evaluado sobre un total de 100 puntos. Cada tema tiene un valor de 3.125 puntos.**

1. Una de las siguientes proposiciones es VERDADERA , identifíquela :
   a) La contrarrecíproca de la forma proposicional $\left[(p \to q) \to \neg q\right]$ es $q \to (\neg p \wedge q)$
   b) La traducción al lenguaje simbólico de “Es necesario resolver problemas matemáticos y practicar mucho en casa para tener éxito” es : $\left[(a \to b) \to c\right]$ siendo
   $a$: Resuelvo el problema matemático
   $b$: Practico mucho en casa
   $c$: Tengo éxito
   c) La forma proposicional $\left[(p \to q) \wedge q\right]$ es tautológica
   d) Si la forma proposicional $\left[(a \to b) \vee c\right] \to b$ es verdadera entonces $b$ es verdadera
   e) La forma proposicional $p \vee (q \wedge \neg p)$ es equivalente a $p \vee q$

2. En una entrevista a 100 personas sobre el tipo de deporte que le gustaría realizar en un campamento se encontró la siguiente información: 70 prefieren nadar, 25 prefieren nadar y jugar tenis, 18 prefieren jugar tenis o futbol pero no nadar y 10 les gusta practicar los 3 deportes. De todos ellos 12 no les gusta practicar ningún deporte. El numero de personas que se dedican a nadar y jugar tenis pero que no juegan futbol es:
   a. 30 b. 20 c. 18 d. 15 e. 25

3. Dados los conjuntos
   $\mathrm{Re} = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$, $A \cap B = \{1,6\}$, $A - C = \{2,3,6\}$,
   $(B-C) - A = \{4,5\}$, $(A \cup B \cup C)^C = \{10\}$, $C - (A \cup B) = \{7,8,9\}$

Determine cuál de las siguientes proposiciones es VERDADERA:

a) $B = \{1,4,5,6,9\}$
b) $A \cap B \cap C = \{1,6\}$
c) $C - A = \{7,8,9\}$
d) $C - B = \mathrm{Re}$
e) $(B \cup C)^C = \{2,3\}$

4. Dadas los conjuntos A, B y C no vacíos, una de las siguientes proposiciones es FALSA, identifíquela
   a. $(A \cup B) - C \equiv (A - C) \cup (B - C)$
   b. $(A \cap B)^C \equiv A^C - B^C$
   c. $(A \cap B) \cup C \equiv (C \cup B) \cap (A \cup C)$
   d. $A \cap A^C = \phi$
   e. $A \cup A = A$

5. Una de las siguientes proposiciones es VERDADERA, identifíquela:

a) $2^{2-\log_2 6} + 5^{(\log_5 4)-1}$ = 14/3

b) $\dfrac{\log 100 - \ln e^2}{\log \sqrt{1000}} = -\dfrac{4}{5}$

c) $\left(\log_a \dfrac{MN}{L^2}\right)^2 = 2(\log_a M + \log_a N - 2\log_a L)$

d) $\ln\sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{e}}}} = e^{16}$

e) $\log(M+N) \neq \log M + \log N \quad M, N \in R^+$

6. Una de las siguientes proposiciones es FALSA identifíquela :

a. El rango de la función de $\mathbb{R}$ en $\mathbb{R}$ definida por $f(x) = x^2 + 2x + 1$ es el intervalo $[0, +\infty)$.
b. Al simplificar $\dfrac{a^3 + 2a^2b - ab^2 - 2b^3}{2a^2 + 6ab + 4b^2}$ se obtiene $\dfrac{a-b}{2}$
c. Si $f$ es una función de $\mathbb{R}$ en $\mathbb{R}$, el residuo al dividir p(x)=$2x^4 - x^3 + 4x - 1$ para $x+1$ es 1
d. Si a una desigualdad, se multiplica o se divide ambos miembros por una misma cantidad negativa, la desigualdad se invierte (cambia de sentido)
e. Sea Re = R y $p(x)$: $\sqrt{2x-1} = \sqrt{x} + 2$, entonces la suma de las soluciones es 25.

7. Al simplificar la expresión $\dfrac{(1-x)(x^2-8x+16)}{x^4-4x^3-x^2+4x}\cdot\dfrac{x^3+1}{x^2-x+1}$ se obtiene:

a) $\dfrac{x-2}{x}$

b) $-\dfrac{x-2}{x}$

c) $\dfrac{x-4}{x}$

d) $\dfrac{x-4}{2}$

e) $-\dfrac{x-4}{x}$

8. Al simplificar la expresión : $\left[\dfrac{a-x+\dfrac{x^2}{a+x}}{a^2-\dfrac{a^2}{a+x}}\right]\cdot\left[\dfrac{\underline{\left[(a+x)-1\right]}(a+x)}{a^2-x^2}\right]$, se obtiene:

a) $(a-x)^{-1}$

b) $a+x$

c) $a+x-1$

d) $a-x$

e) $x-a$

9. Una de las siguientes proposiciones es VERDADERA, identifíquela:

   a. Al reducir la expresión $\sqrt{\sqrt{\frac{\sqrt{y^6}}{\sqrt{y^3}}}}$ se obtiene $y^{-1/8}$

   b. Si Re = R y p(x) = $\frac{5^{1-x}}{125^{x-2}} = \left(\frac{1}{5}\right)^{2x-1}$ entonces Ap(x)=$\left\{\frac{1}{5}\right\}$

   c. Al resolver la ecuación $\left(\frac{2x-5}{2+3x}\right)^{-1} = 2$ se obtiene $x = \frac{1}{5}$ como solución

   d. La suma de los términos de la sucesión infinita $\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3\sqrt{3}}, \frac{1}{9}, ..................$ es $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$.

   e. El cuarto término en el desarrollo del binomio $(a-2b)^5$ es $-80a^2b^3$

10. Si Tania compro 25 libros donde el precio por libro es: \$ 20 dólares el primer libro, \$25 el segundo libro, \$ 30 el tercer libro, y de esta manera el costo de cada libro es de \$ 5 dólares más que el precio del libro anterior, entonces Tania pagó por los 25 libros:
   a) \$540
   b) \$1075
   c) \$1040
   d) \$2000
   e) \$1200

11. Un hombre jugó durante 10 días y cada día ganó la mitad de lo que ganó el día anterior. Si el octavo día ganó \$2. El primer día gano:
   a) \$218
   b) \$128
   c) \$156
   d) \$256
   e) \$652

12. Si $A=\begin{bmatrix}1 & 1\\ 1 & 0\end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix}1 & 3\\ 0 & 2\end{bmatrix}$,y $C=\begin{bmatrix}2 & 1\\ 1 & 0\end{bmatrix}$ entonces es VERDAD que:

a. $A^{-1}B=\begin{bmatrix}0 & 1\\ 1 & -2\end{bmatrix}$

b. $A.B^{T}C=\begin{bmatrix}1 & 7\\ 1 & 4\end{bmatrix}$

c. $\det C.B^{2}=-4$

d. $\det B^{2}=15$

e. $BA=AB$

13. Sea $p(x):\dfrac{x^3+3x^2+3x+1}{x^2-9}\leq 0$, considerando el $\mathrm{Re}=\mathbb{R}$, entonces su conjunto solución es el intervalo:

a. $(-\infty,-3)$
b. $(2,3)$
c. $(-\infty,-3)\cup[-1,3)$
d. $(1,3)\cup(3,+\infty)$
e. $(-3,+\infty)$

14. Al simplificar la expresión $\left[1-\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{1-\dfrac{x-1}{x-2}}}\right]\left(\dfrac{2}{x-2}+\dfrac{1}{2x+1}\right)$ , se obtiene :

a) $\dfrac{3x-6}{2x+1}$

b) $\dfrac{7}{5}$

c) $\dfrac{2x}{x-3}$

d) $\dfrac{3x-5}{5x-7}$

e) $\dfrac{5x}{(2x+1)(x-3)}$

15. Al despejar ***"n"*** en la ecuación $P=\dfrac{A}{B}\left(\dfrac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right)$, se obtiene:

a) $n=\dfrac{-\left[\log\left(A-PBi\right)-A\right]}{\log\left(1+i\right)}$

b) $n=\dfrac{-\left[\log\left(A-PBi\right)-\log A\right]}{\log\left(1+i\right)}$

c) $n=\dfrac{-\log A+\log B}{\log\left(1+i\right)}$

d) $n=\sqrt{\dfrac{A}{B}\left[\log\left(A-Bi\right)\right]}$

e) $n=\dfrac{-\left[\log\left(A-PBi\right)-\log P\right]}{\log\left(1+i\right)}$

16. Dado el sistema $\begin{cases} x + 2y - z = 1 \\ x - 2y - z = 1 \\ 2x + 4y - 2z = 2 \end{cases}$. Una de las siguientes proposiciones es VERDADERA, identifíquela:

a) El conjunto solución del sistema es $\left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} / x = -3t, y = t, z = -t, t \in R \right\}$

b) El sistema es homogéneo

c) El conjunto solución del sistema es $\left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} / x = 1 + t, y = 0, z = t, t \in R \right\}$

d) El sistema es no homogéneo y tiene única solución

e) El sistema tiene única solución y la suma de sus soluciones 15

17. Con respecto al sistema $\begin{cases} kx + y + z = 1 \\ x + ky + z = 1 \\ x + y + kz = 2 \end{cases}$, es VERDAD que:

a. Si $k = -1$ el sistema es inconsistente.
b. Si $k = 2$ el sistema es inconsistente.
c. Si $k = -2$ el sistema tiene infinitas soluciones.
d. Si $k = 1$ el sistema tiene solución única.
e. Si $k = -1$ el sistema tiene solución única.

18. Considerando la función $f$ de variable Real con regla de correspondencia:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 9 & |x| \leq 3 \\ 4 & |x| > 3 \end{cases}$$

Una de las siguientes afirmaciones es FALSA, identifíquela:

a) $f$ es par.
b) $f$ es creciente en el intervalo $(0,+\infty)$.
c) *El Rango de f es el intervalo* $[-9,0] \cup \{4\}$.
d) $f$ es invectiva.
e) $f$ tiene como dominio todos los reales

19. Sea $f$ una función de variable real tal que $f(x)=\begin{cases} x+1 & , \quad x>2 \\ 2-2(1-x)^2 & , \quad 0<x\le 2 \\ x & , \quad x\le 0 \end{cases}$,

entonces el RANGO de $f$ es el intervalo:

a) $(-\infty,2]\cup(3,\infty)$

b) $(-\infty,+\infty)$

c) $[0,\infty)$

d) $(-\infty,2]\cup(2,\infty)$

e) $(-\infty,2]\cup[3,\infty)$

20. La suma de las soluciones de la ecuación :

$$\log_3(x-1)+\log_3(x+1)=1+3\log_3 2$$

Es:

a. 25
b. 5
c. 50
d. 0
e. 10

21. Dadas las funciones de oferta y demanda de un determinado producto respectivamente $\begin{cases} p=q^2+1 \\ q=\dfrac{3}{p+1} \end{cases}$

Entonces la cantidad de equilibrio se encuentra en el siguiente intervalo

a. $13\le q\le 15$ unidades
b. $4\le q\le 8$ unidades
c. $8\le q\le 12$ unidades
d. $0\le q\le 3$ unidades
e. $16\le q\le 20$ unidades

22. Un constructor debe decidir entre rentar o comprar una máquina excavadora. Si fuese a rentar la máquina, el costo de la renta seria $3000 mensuales (sobre la base de un año) y el costo diario (gas, aceite y operador) sería de $180 por cada día que la maquina se utilice. Si fuese a comprarla, sus costos fijos anuales serian de$ 20000 y los costos diarios de operación y mantenimiento serían de $230 por cada día que la maquina se utilizara. El número de días al año que por lo menos tendría que utilizar el constructor la máquina para justificar la renta en lugar de la compra es:
a. 320 días
b. 300 días
c. 321 días
d. 420 días
e 250 días

23. Sean *f* y *g* funciones de variable real tales que:

$$f(x) = |1 + x| \text{ y } g(x) = |x + 3|$$

Una de las siguientes proposiciones es VERDADERA, identifíquela.

a) $(f - g)(x)$ es creciente en todo su dominio
b) El rango de $(f + g)(x)$ es $[2, \infty)$
c) $(f + g)(x)$ es una función par
d) $(f - g)(x)$ es una función estrictamente decreciente en todo su dominio
e) $(f + g)(x)$ es una función Impar

24. Usted es el asesor financiero de una compañía que posee un edificio con 96 oficinas. Cada una puede rentarse en $550 mensuales. sin embargo por cada $25 mensuales de aumento en la renta, se tendrán 3 oficinas desocupadas sin posibilidad de que se renten. La compañía quiere recibir $54600 mensual de rentas. La renta mensual de cada oficina es

a) $600
b) $620
c) $680
d) $650
e) $660

25. Sea $f$ una función de variable real con regla de correspondencia $f(x)=\sqrt{\dfrac{2|x|-3}{x^2+1}}$.

Entonces su DOMINIO NATURAL es el intervalo:

a. $(-3,3)^C$

b. $\left[-\dfrac{3}{2},\dfrac{3}{2}\right]^C$

c. $(-2,2)^C$

d. $\left(-\dfrac{3}{2},\dfrac{3}{2}\right)$

e. $\left(-\dfrac{3}{2},\dfrac{3}{2}\right)^C$

26. Una de las siguientes proposiciones es VERDADERA identifíquela

a. La función $f$ de variable real con regla de correspondencia

$f(x)=\dfrac{x^2-5x+2}{\sqrt{x^2-1}}$ es PAR.

b. Toda función IMPAR no contiene al origen

c. La función $f$ de variable real con regla de correspondencia $f(x)=3$ su grafica es una recta de pendiente positiva

d. La función $f$ de variable real con regla de correspondencia $f(x)=-\dfrac{x^3-3x}{x^3+x}$ no es IMPAR.

e. Una función $f$ es estrictamente decreciente en un intervalo $I$, si y sólo si $\forall x_1,x_2\in I\left[(x_1\leq x_2)\rightarrow\left(f(x_1)\leq f(x_2)\right)\right]$

27. Una de las siguientes Proposiciones es FALSA:

a- Si g es una función de variable Real con regla de correspondencia $g(x)=\begin{cases} x^2 & x \geq 2 \\ 3 & x < 2 \end{cases}$ ,entonces $\frac{f(2)-f(1)}{f(-1)}=\frac{1}{3}$

b- La grafica de la función $f(x)=\frac{2}{x-1}$ de variable real tiene una asíntota vertical en $x=0$ y horizontal en $y=1$

c- La gráfica de la función de variable real $y=2x-4$ es una recta creciente que intercepta al eje $Y$ en -4

d- La función $f(x)=ax+b \;\; a,b \in \mathbb{R}$ es una función lineal

e- El vértice de la parábola $y=x^2-4x+4$ es el par ordenado $(2,0)$ y su rango es desde $[0,\infty)$

28. Una de las siguientes proposiciones es FALSA, identifíquela:

a. $\cos x = \pm\sqrt{\frac{1+\cos 2x}{2}}$

b. $\operatorname{sen}^2 3x + \cos^2 3x = 1$

c. $\operatorname{sen} mx \operatorname{sen} nx = -\frac{1}{2}\left[\cos(m+n)x - \cos(m-n)x\right]$

d. $\operatorname{tg}(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{y}) = \frac{\operatorname{tg}\boldsymbol{x} - \operatorname{tg}\boldsymbol{y}}{1+\operatorname{tg}\boldsymbol{x}\operatorname{tg}\boldsymbol{y}}$

e. $\operatorname{sen} 75^\circ = \frac{\sqrt{2}\left(\sqrt{3}-1\right)}{4}$

29. El valor de $\operatorname{sen}\left(\frac{7\pi}{24}\right)\cos\left(\frac{\pi}{24}\right)$ es:

a. $\frac{1}{4}\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)$

b. $\sqrt{3}+\sqrt{2}$

c. $\frac{1}{4}\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)$

d. $\frac{1}{2}\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)$

e. $\frac{1}{4}\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)$

30. El valor de $x$ que satisface a la ecuación $\sqrt{x-\sqrt{x}}+\sqrt{x}=1$, pertenece al intervalo:

a. $(-\infty,1]$

b. $(1,+\infty)$

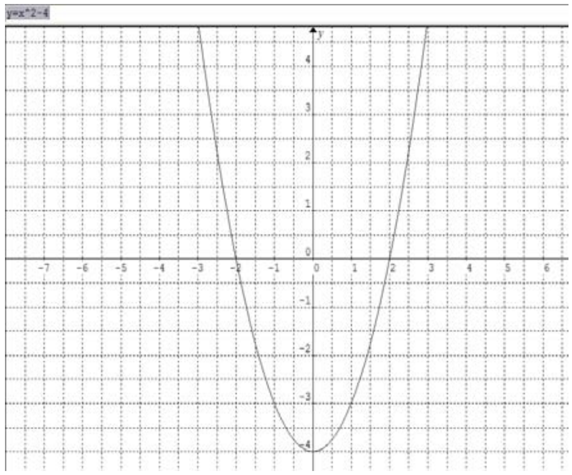
c. $(2,+\infty)$

d. $[2,3]$

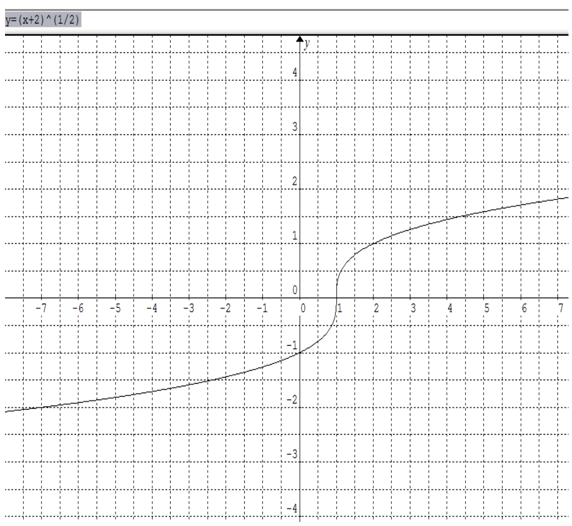
e. $(-\infty,1)$

31. Una de las siguientes gráficos no tiene correcta su regla de correspondencia, determine cual grafico es:

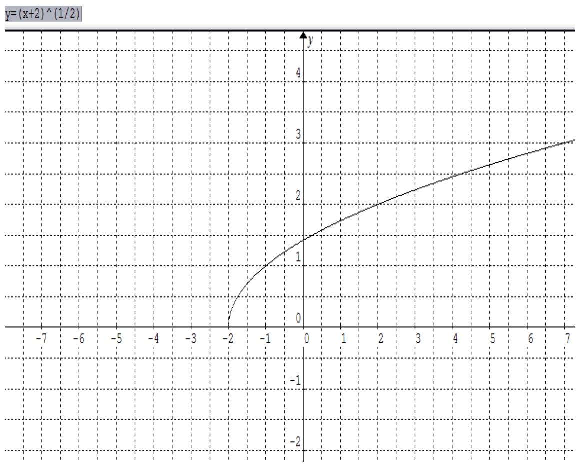
a) $f(x) = x^2 - 4$



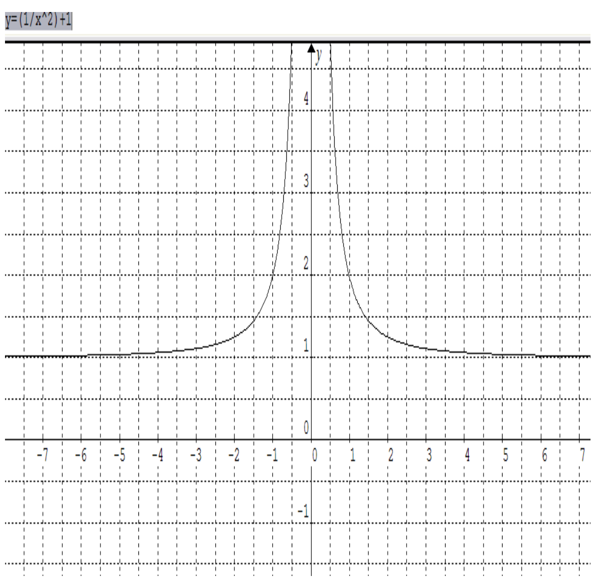

b) $f(x) = \sqrt[3]{x+1}$



c) $f(x)=\sqrt{x+2}$




d) $f(x)=\dfrac{1}{x^2}+1$



32. Dadas las matrices:

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \qquad B=\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \text{ y } C=\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Entonces $\mathbf{A}.\mathbf{B}^{\mathrm{T}} + 2\,\mathbf{C}^{-1}$ es:

a) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -6 & 0 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -6 & -7 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -6 & 2 \end{pmatrix}$

d) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -7 \end{pmatrix}$

e) $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -11 & 0 \end{pmatrix}$