



PRIMERA EVALUACIÓN DE MATEMÁTICAS - VERSIÓN 0  
GUAYAQUIL, 07 DE MARZO DE 2012

NOMBRE: \_\_\_\_\_ PARALELO \_\_\_\_\_

INSTRUCCIONES

- Escriba sus datos de acuerdo a lo solicitado en esta hoja y en la de respuestas.
- Esta prueba consta de dos secciones: Sección I con 18 preguntas de opción múltiple, Sección II con 2 preguntas de desarrollo.
- Cada pregunta tiene un valor de 3.5 puntos.
- Para desarrollar esta prueba tiene un tiempo de 2 horas.
- Puede escribir en cualquier parte del bloque de la prueba con esferográfica o lápiz, pero en la hoja de respuestas sólo debe marcar en la opción que usted considere correcta, utilizando el lápiz y la marca que se indican en la hoja de respuestas.
- En esta prueba no se permite el uso de calculadoras.
- La prueba es estrictamente personal.

**SECCIÓN I: PREGUNTAS DE OPCIÓN MÚLTIPLE (3.5 puntos c/u)**

1. Si la proposición  $[(r \rightarrow \neg p) \wedge (p \vee \neg q)] \rightarrow (\neg r \rightarrow \neg q)$  es FALSA entonces una proposición VERDADERA es:

- a)  $(p \rightarrow 1) \equiv 0$                       b)  $(\neg q \vee p) \equiv 0$                       c)  $(\neg r \wedge q) \equiv 1$   
d)  $(r \vee p) \equiv 0$                       e)  $(\neg q \wedge p) \vee r \equiv 1$

2. La **NEGACIÓN** del enunciado "Si sales bien en el examen 0B, te invito a almorzar" es:

- a) No te invito a almorzar y sales bien en el examen 0B.  
b) No sales bien en el examen 0B y no te invito a almorzar.  
c) No sales bien en el examen 0B y te invito a almorzar.  
d) Si no sales bien en el examen, no te invito a almorzar.  
e) Te invito a almorzar si no sales bien en el examen 0B.

3. Dadas las siguientes premisas de un razonamiento:

H<sub>1</sub>: Pedro tiene buena salud o tonifica sus músculos si se ejercita.

H<sub>2</sub>: Pedro no tiene buena salud y se ejercita

Entonces una conclusión que **VALIDA** el razonamiento es:

- a) Pedro tiene buena salud si se ejercita  
b) Pedro tiene buena salud  
c) Pedro tiene buena salud y no se ejercita  
d) Pedro se ejercita o tiene buena salud  
e) Pedro se ejercita y tiene buena salud

4. Indique cuál de las siguientes proposiciones es **FALSA**:

- a)  $[A - (B \cap C)] = [(A - B) \cup (A - C)]$                       b)  $[A \times (B - C)] = [(A \times B) - (A \times C)]$   
c)  $[A - (B \cup C)] = [(A - B) \cap (A - C)]$                       d)  $[(A - B) \times C] = [(A \times C) - (B \times C)]$   
e)  $[A \times (B \cup C)] = [(A \cup B) \times (A \cup C)]$

5. Sea el conjunto referencial  $Re = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  y los predicados:

$$p(x): x+1 = 2x \quad ; \quad q(x): x+1 = x+1$$

Entonces una de las siguientes proposiciones es **FALSA**. Identifíquela.

- a)  $\exists x p(x) \rightarrow \forall x q(x)$                       b)  $[\forall x p(x) \vee \forall x q(x)] \rightarrow \forall x [p(x) \vee q(x)]$   
c)  $[\forall x p(x) \vee \forall x q(x)] \rightarrow \forall x [p(x) \wedge q(x)]$                       d)  $A p(x) \subseteq A q(x)$   
e)  $A^c p(x) \cup A q(x) = Re$

## VERSIÓN 0

6. Al simplificar la expresión  $\frac{x^{2/3} - (xy)^{1/3} + y^{2/3}}{x^2 - y^2} \cdot \frac{1}{(x^{1/3} + y^{1/3})^{-1}} \cdot \frac{2x^2 - 3xy + y^2}{2x - y}$ , se obtiene:

- a)  $x + y$                       b)  $x - y$                       c)  $2x$                       **d) 1**                      e)  $x$

7. Se desea colocar 3 pelotas de color rojo, azul y blanco respectivamente en cajas numeradas con los números 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10. Calcule el número de maneras distintas en que las pelotas pueden ser colocadas en las cajas, si cada caja es capaz de contener sólo una pelota.

- a) 30                      b) 60                      **c) 720**                      d)  $10!$                       e)  $3(10)!$

8. En el desarrollo del binomio  $\left(\frac{x^2}{y} - y\right)^{10}$ , el término que NO contiene  $y$ , sin considerar el signo  $-$ , es:

- a)  **$252x^{10}$**                       b) 252                      c)  $x^{10}$                       d)  $252x^{20}$                       e)  $x^{20}$

9. Considere la siguiente progresión aritmética: 2, 8, 14, 20,..... El número de términos que hay que tomar para que la suma de ellos sea 1180, es:

- a) 30                      b) 60                      c) 50                      d) 59                      **e) 20**

10. Sea la función  $h(x) = \begin{cases} -\sqrt{-x} + 1 & ; \quad x \leq 0 \\ (x-1)^2 + 1 & ; \quad 0 < x \leq 1 \\ 2x & ; \quad x > 1 \end{cases}$ .

Entonces una de las siguientes proposiciones es VERDADERA, identifíquela.

- a)  $h$  no es una función inyectiva.                      b)  $h$  es impar.  
c)  $\forall x_1, x_2 \in [0, 1]: [x_1 < x_2 \Rightarrow h(x_1) > h(x_2)]$ .                      **d)  $h$  no es acotada.**  
e)  $rg h = [0, +\infty)$ .

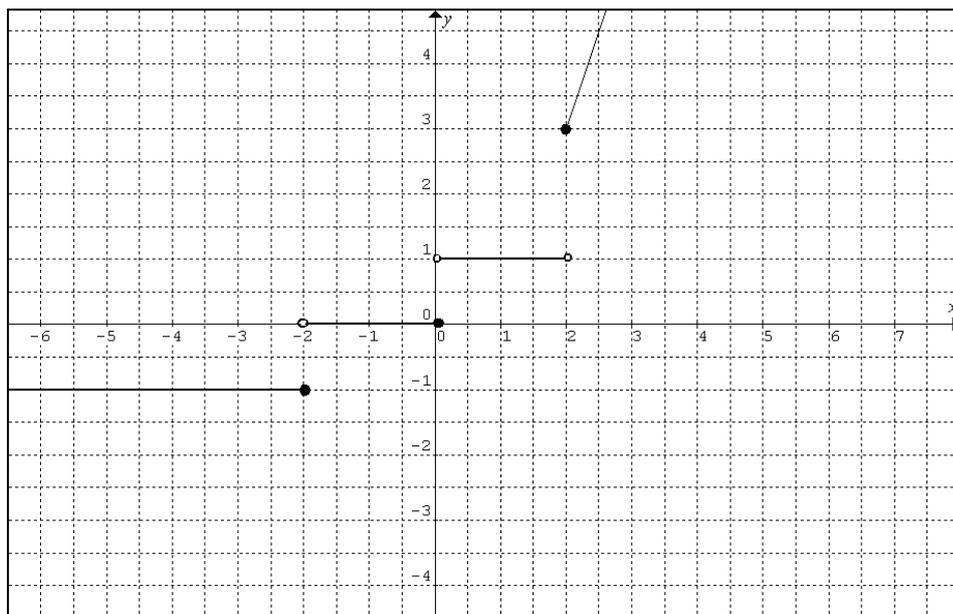
11. Considere la gráfica de una función  $f: \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$  que se muestra a continuación. Su regla de correspondencia es:

a)  $f(x) = \begin{cases} u(x) & ; \quad |x| < 2 \\ 2sgn(x) & ; \quad x \leq -2 \\ 3|x-1| & ; \quad x \geq 2 \end{cases}$                       b)  $f(x) = \begin{cases} u(x) & ; \quad |x| < 2 \\ 2sgn(x) & ; \quad x \leq -2 \\ |x-1| & ; \quad x \geq 2 \end{cases}$

c)  $f(x) = \begin{cases} u(x) & ; \quad |x| < 2 \\ sgn(x) & ; \quad x \leq -2 \\ 3|x-1| & ; \quad x \geq 2 \end{cases}$                       d)  $f(x) = \begin{cases} u(x) & ; \quad |x| < 2 \\ sgn(x) & ; \quad x \leq -2 \\ \lceil |x-1| \rceil & ; \quad x \geq 2 \end{cases}$

e)  $f(x) = \begin{cases} u(x) & ; \quad |x| < 2 \\ sgn(x) & ; \quad x \leq -2 \\ |x-1| & ; \quad x \geq 2 \end{cases}$

**VERSIÓN 0**



12. Sean  $f(x) = \begin{cases} e^{x-1} & ; x \geq 1 \\ \log_2(x+1) & ; 0 < x < 1 \end{cases}$  y  $g(x) = \begin{cases} \ln(x)+1 & ; x \geq 1 \\ x-1 & ; |x| < 1 \\ 2^x & ; x \leq -1 \end{cases}$

Entonces la regla de correspondencia de  $g \circ f$  es:

- a)  $\begin{cases} x-1 & ; x \geq 1 \\ \log_2(x+1)-1 & ; \frac{1}{4} < x < 1 \\ x+1 & ; 0 < x \leq \frac{1}{4} \end{cases}$       b)  $\begin{cases} \log_2(x) & ; 0 < x < 1 \\ x & ; x \geq 1 \end{cases}$
- c)  $\begin{cases} x & ; x \geq 1 \\ \log_2(x) & ; -1 < x < 1 \\ 2x & ; x \leq -1 \end{cases}$       d)  $\begin{cases} \log_2(x+1)-1 & ; x < 1 \\ x & ; x \geq 1 \end{cases}$
- e)  $\begin{cases} \log_2(x+1)-1 & ; 0 < x < 1 \\ x & ; x \geq 1 \end{cases}$

13. Sea  $p(x)$  un polinomio que satisface las siguientes condiciones:

- Es de grado 4 y el coeficiente de  $x^4$  es diferente de 1.
- $p(-1) = 0$ .
- $x = 3$  es una raíz de multiplicidad 2.
- Es divisible entre  $(x + 4)$ .
- El residuo de dividir  $p(x)$  entre  $(x - 1)$  es 80.

La suma de los coeficientes de  $x^2$  y  $x^3$  es:

- a) 36      b) 24      c) -54      d) 54      e) -36

14. Si  $\cos(\alpha) = \frac{3}{5}$ . La expresión  $3x \sec(\alpha) - \tan(45^\circ) = \sec(60^\circ) \left( \sec\left(\frac{9\pi}{4}\right) + \sen\left(\frac{3\pi}{4}\right) \right)^{\csc(30^\circ)}$

se satisface si  $x$  es:

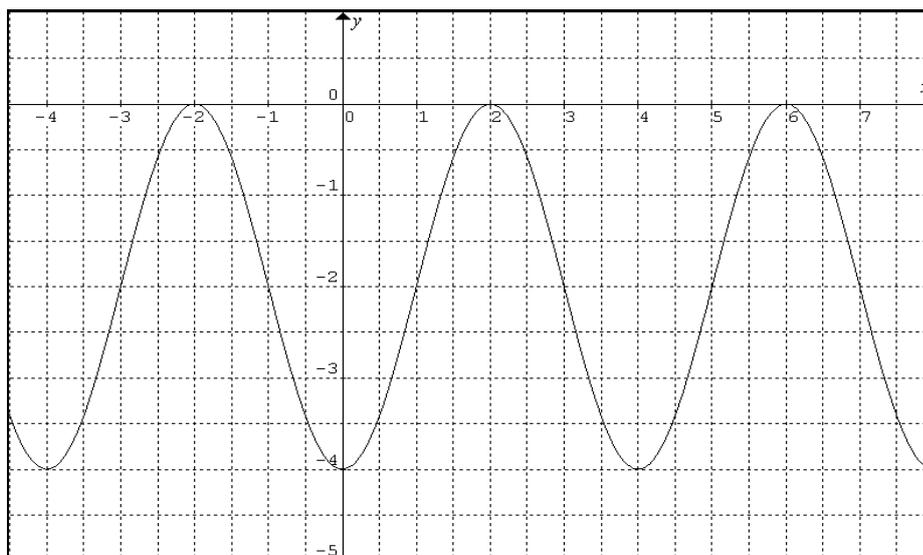
- a) 1      b) 2      c) 3      d) 4      e) 5

## VERSIÓN 0

15. Considere como conjunto referencial al intervalo  $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ . El valor numérico de la expresión  $\operatorname{sen}\left(\operatorname{arcsen}\left(\frac{1}{2}\right) + \operatorname{arccos}\left(\frac{1}{2}\right)\right)$  es:

- a) 1                      b)  $\frac{1}{2}$                       c)  $\frac{1}{4}$                       d)  $\frac{3}{4}$                       e)  $-\frac{1}{2}$

16. Considere la gráfica de una función  $f: \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$  que se muestra a continuación. Entonces su regla de correspondencia es:



- a)  $y = 2\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2}(x+1)\right) - 2$                       b)  $y = 2\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2}(x-1)\right) + 2$   
c)  $y = 2\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2}(x-1)\right) - 2$                       d)  $y = 2\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{3}(x-1)\right) - 2$   
e)  $y = 2\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{3}(x+1)\right) - 2$

17. La siguiente expresión trigonométrica  $\frac{\tan(x) - \operatorname{sen}(x)}{\operatorname{sen}^3(x)}$  es idéntica a:

- a)  $\sec(x)$                       b)  $\frac{\sec(x)}{1 + \cos(x)}$                       c)  $\cos(x)$                       d)  $\frac{1}{1 + \cos(x)}$                       e)  $\frac{1}{1 - \cos(x)}$

18. Sea  $\operatorname{Re} = [0, 2\pi]$  y  $p(x) : \frac{\cos(x) - 1}{\tan(x)} > 0$ .  $\operatorname{Ap}(x)$  es:

- a)  $\left(\frac{\pi}{2}, \pi\right) \cup \left(\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right)$                       b)  $\left(\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right)$                       c)  $\left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$   
d)  $\left(0, \frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right)$                       e)  $\left(0, \frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right)$

**VERSIÓN 0**

**SECCIÓN II: PREGUNTAS DE DESAROLLO (3.5 puntos c/u)**

**NOMBRE:** \_\_\_\_\_ **PARALELO** \_\_\_\_\_

19. Utilizando inducción matemática demuestre que:

$$\forall n \in \mathbb{N}, 5^{n+1} - 1 \text{ es divisible para } 4.$$

**VERSIÓN 0**

20. Dada la función  $f(x) = \begin{cases} -2x - x^2 & ; x \leq -2 \\ \log_3(x+3) & ; x > -2 \end{cases}$ .

a) Determine la regla de correspondencia de  $f^{-1}$ .

b) Grafique  $f^{-1}(x)$  en el plano adjunto. Especifique la escala utilizada.

