



**ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL**

**Facultad de Ingeniería Marítima, Ciencias Biológicas, Oceánicas y**

**Recursos Naturales.**

**ESTUDIO DEL PANDEO DE PANELES DE PLANCHAJE**

**SOMETIDOS PRINCIPALMENTE A CARGA CORTANTE**

**TESIS DE GRADO**

Previa la obtención del Título de

**INGENIERO NAVAL**

**Presentado por**

Guillermo García Troncoso

**Guayaquil – Ecuador**

**2011**

## **AGRADECIMIENTO**

A todas las personas que colaboraron durante la elaboración de la presente tesis y un agradecimiento especial al Ph.D. José R. Marín López por su paciencia, su gran ayuda y apoyo en el desarrollo de este trabajo.

## **DEDICATORIA**

A Dios, por su guía en buenos y malos momentos, a mis padres por su esfuerzo y dedicación durante mi vida y mis estudios, a Lily por su ayuda, y a mis amigos, por sus consejos y apoyo.

## DECLARACIÓN EXPRESA

“La responsabilidad por los hechos, ideas y doctrinas expuestas en esta tesis, corresponden exclusivamente a su autor, y el patrimonio intelectual de la Tesis de Grado corresponderá a la ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL”.

(Reglamento de Exámenes y Títulos Profesionales de la ESPOL)

---

Guillermo García Troncoso.

## TRIBUNAL DE GRADO

---

Ing. Cristóbal Mariscal D.

Presidente del Tribunal

---

Ph.D. José Marín López.

Director de Tesis

---

Msc. Raúl Coello Fernández

Miembro Principal

---

Ing. Patrick Townsend V.

Miembro Suplente

## RESUMEN

Las formulaciones básicas de Bleich y Eurocode para estimar la carga crítica de pandeo por corte de paneles fueron revisadas y aplicadas a dos geometrías rectangulares simples de 44x35 y 35x22 cm. Posteriormente, dos configuraciones de vigas I fueron construidas con 3 y 5 refuerzos verticales, cuyos paneles del alma corresponden a los analizados previamente. Un total de cuatro especímenes fueron construidos, con 100 cm. de longitud, 35 cm. de alto y 15 cm. de ancho de sus alas; las almas fueron confeccionadas con planchas de 1.5 mm y las alas, 3.0 mm, de espesor, para evitar el pandeo por compresión de las alas. El pandeo de paneles fue observado en todos los especímenes con el patrón inclinado típico; para ambos especímenes de la segunda configuración, se produjo falla local de varios puntos de soldadura, reduciendo su resistencia y produciéndose además alto ruido, durante la toma de datos. Las cargas verticales de pandeo registradas fueron: 1708 y 1337 para la primera configuración, y, 1582 y 1337 kg, para la segunda configuración.

Luego, usando el programa SAP2000, se calcularon las cargas críticas y correspondientes modos de pandeo utilizando dos modelos numéricos con 6912 y 7488 elementos "Shell" para cada una de las configuraciones. Cargas de 1155 y 2317 kg aplicadas en ocho nodos centrales fueron

necesarias para alcanzar el primer modo para cada una de las configuraciones respectivamente.

Para el primero modo de pandeo, las formulaciones de Bleich, Eurocode y ABS para estimar la Carga Crítica coinciden cercanamente (943, 876 y 975 kg). Empleando el Método de Elementos Finitos, las estimaciones numéricas exceden a las teóricas en alrededor del 25%. En el caso de la experimentación, los resultados exceden a las estimaciones teóricas, posiblemente debido a que las Condiciones de Frontera definidas por la soldadura rigidizaron los especímenes.

En el caso del segundo modo de pandeo, las formulaciones de Bleich, Eurocode y ABS de igual manera coinciden cercanamente (2056, 2007, 2126 kg.). Para el caso SAP2000 y el Método de Elementos Finitos, las estimaciones numéricas exceden a las teóricas en alrededor del 15%. Finalmente en la experimentación, los resultados son inferiores a las estimaciones teóricas, posiblemente por la falla de puntos de soldadura en las uniones del alma y ala.

## ÍNDICE GENERAL

RESUMEN.....	V
ÍNDICE GENERAL.....	VII
ÍNDICE DE FIGURAS.....	IX
ÍNDICE DE TABLAS.....	XIII
ÍNDICE DE ANEXOS.....	XIV
INTRODUCCIÓN.....	1
CAPÍTULO 1.....	4
DETERMINACIÓN DEL ESFUERZO CRÍTICO DE PANDEO POR CORTE	4
1.1 DESCRIPCIÓN DE LA INESTABILIDAD ESTRUCTURAL POR CORTE.....	5
1.2 DESCRIPCIÓN DE LAS FORMULACIONES ANALÍTICAS DISPONIBLES PARA ESTIMAR EL PANDEO POR CORTE .....	10
1.3 APLICACIÓN DE FORMULACIONES ANALÍTICAS PARA PANDEO POR CORTE .....	20
1.4 APLICACIÓN DE REGLAS DE SOCIEDADES DE CLASIFICACIÓN	25
CAPÍTULO 2.....	29
EXPERIMENTACIÓN DEL PANDEO POR CORTE DEL ALMA DE VIGAS	29
2.1 CONSTRUCCIÓN DE ESPECÍMENES.....	30



2.2	DISTORSIONES DE ESPECÍMENES.....	36
2.3	DESCRIPCIÓN DE FORMAS DE PANDEO OBTENIDAS.....	42
2.4	RESUMEN DE RESULTADOS.....	47
CAPITULO 3.....		54
COMPARACIÓN DE RESULTADOS DE FORMULACIONES DISPONIBLES, DATOS EXPERIMENTALES Y NUMÉRICOS .....		54
3.1	DESCRIPCIÓN DE LOS MODELOS NUMÉRICOS .....	55
3.2	RESUMEN DE RESULTADOS DE LAS ESTIMACIONES NUMÉRICAS UTILIZANDO SAP2000 .....	61
3.3	COMPARACIÓN DE RESULTADOS TEÓRICOS, EXPERIMENTALES Y NUMÉRICOS.....	69
CONCLUSIONES .....		75
RECOMENDACIONES.....		78
REFERENCIAS .....		79
ANEXO A.....		80
ANEXO B.....		88
ANEXO C.....		95

## ÍNDICE DE FIGURAS

	Pág.
Figura No. 1 Tipos de equilibrio estático, [1].....	6
Figura No. 2.- Equivalencia entre viga I y una armadura, [7].....	7
Figura No. 3 Armadura Tipo Queen sometida a compresión, [7].....	7
Figura No. 4 Armadura Tipo Queen sometida a tensión, [7].....	8
Figura No. 5 Área de compresión con riesgo potencial de pandeo, [7].....	8
Figura No. 6 Manifestación del pandeo por corte, [7].....	9
Figura No. 7 Características de placa tipo [2].....	11
Figura No. 8 Valores de k en función de $1/\alpha$ para paneles rectangulares con bordes simplemente soportados, [2].....	18
Figura No. 9 Primera configuración de Viga I.....	20
Figura No. 10 Variación de $F_{cr}$ en función de longitud ( $L$ ) y altura ( $h$ ) mediante fórmulas de Eurocode [8].....	22
Figura No. 11 Segunda configuración de Viga I.....	24
Figura No. 12 Implementación de formulación de ABS para cálculo de Esfuerzo Crítico por corte ( $\tau_{cr}$ ) de viga con refuerzo central.....	27
Figura No. 13 Implementación de formulación de ABS para cálculo de Esfuerzo Crítico por corte ( $\tau_{cr}$ ) de viga con 3 refuerzos.....	28
Figura No. 14 Plano en centímetros de la primera configuración de viga I..	31
Figura No. 15 Plano en centímetros de la segunda configuración de viga I	31
Figura No. 16 Medición de estructurales y trazado sobre planchas.....	32

Figura No. 17 Clasificación de elementos estructurales de las vigas I .....	32
Figura No. 18 Resultado final de vigas I (Primera y Segunda configuración) .....	33
Figura No. 19 Diagrama de conexión de extensómetros en el alma y ala de los modelos de vigas I .....	34
Figura No. 20 Ubicación de extensómetros en primera configuración.....	35
Figura No. 21 Ubicación de extensómetros en segunda configuración .....	35
Figura No. 22 Dimensiones reales en centímetros de los modelos de vigas I para pruebas experimentales.....	37
Figura No. 23 Medición de espesores del ala y alma .....	38
Figura No. 24 Medición de distorsión longitudinal del alma de vigas I.....	38
Figura No. 25 Distorsión longitudinal de vigas de primera configuración.....	39
Figura No. 26 Distorsión longitudinal de vigas de segunda configuración ...	40
Figura No. 27 Esquema de equipo utilizado en pruebas de laboratorio.....	43
Figura No. 28 Instalación de viga y configuración de equipos en el laboratorio .....	43
Figura No. 29 Manifestación de fallas en vigas luego de experimentación..	44
Figura No. 30 Paneles pandeados en vigas de primera configuración .....	45
Figura No. 31 Paneles pandeados en vigas de segunda configuración .....	45
Figura No. 32 Paneles luego de falla por pandeo en primera configuración	46
Figura No. 33 Paneles luego de falla por pandeo en segunda configuración .....	46

Figura No. 34 Fuerza aplicada en primera configuración [kg].....	47
Figura No. 35 Fuerza aplicada en segunda configuración [kg] .....	48
Figura No. 36 Deformación unitaria cortante ( $\gamma_{xz}^1 \times 10^6$ ) en vigas de la primera configuración.....	49
Figura No. 37 Deformación unitaria cortante ( $\gamma_{xz}^1 \times 10^6$ ) en primer panel en vigas de la segunda configuración.....	49
Figura No. 38 Deformación unitaria cortante ( $\gamma_{xz} \times 10^6$ ) en vigas de segunda configuración en segundo panel .....	50
Figura No. 39 Deformación unitaria normal ( $\varepsilon_x \times 10^6$ ) en el ala de las vigas de primera configuración .....	51
Figura No. 40 Deformación unitaria normal ( $\varepsilon_x \times 10^6$ ) en el ala de las vigas de segunda configuración en primer panel .....	51
Figura No. 41 Deformación unitaria normal ( $\varepsilon_x \times 10^6$ ) en el ala de las vigas de la segunda configuración en el segundo panel.....	52
Figura No. 42 Malla poligonal de primera configuración de viga I .....	56
Figura No. 43 Descripción de dimensiones de mallas del modelo numérico	57
Figura No. 44 Malla poligonal de segunda configuración de viga I.....	58
Figura No. 45 Importación de elementos “Shell” desde Sap2000 y asignación de condiciones de frontera (Soportes Simples – SS).....	59
Figura No. 46 Asignación de cargas al modelo numérico.....	60
Figura No. 47 Factores de pandeo en modelos de vigas A y B .....	62
Figura No. 48 Modo 1 resultante en vigas de primera configuración (A) .....	63

Figura No. 49 Modo 1 resultante en vigas de segunda configuración (B)....	64
Figura No. 50 Ondas presentadas en la primera configuración de vigas.....	65
Figura No. 51 Ondas presentadas en la segunda configuración de vigas ...	65
Figura No. 52 Diagrama de M11 de la primera configuración de vigas I .....	66
Figura No. 53 Diagrama de M22 de la primera configuración de vigas I .....	67
Figura No. 54 Diagrama de M11 de la segunda configuración de vigas I....	67
Figura No. 55 Diagrama de M22 de la segunda configuración de vigas I....	68
Figura No. 56 Fuerza crítica para las configuraciones de vigas .....	71
Figura No. 57 Resultados de formas pandeadas de primera configuración	73
Figura No. 58 Resultados de formas pandeadas de segunda configuración	74

## ÍNDICE DE TABLAS

	Pág.
Tabla No. I Resumen de evaluación de Fuerza Crítica (Fcr) mediante fórmulas de Eurocode [8] y Bleich [2] .....	22
Tabla No. II Resumen de evaluación de Fuerza Crítica (Fcr) de primera viga I .....	23
Tabla No. III Resumen de evaluación de Fuerza Crítica (Fcr) de la segunda viga I con 3 refuerzos.....	24
Tabla No. IV Comparación entre Esfuerzos Críticos obtenidos mediante formulaciones propuestas para viga I con refuerzo central.....	27
Tabla No. V Comparación entre Esfuerzos Críticos obtenidos mediante formulaciones propuestas para viga I con 3 refuerzos.....	28
Tabla No. VI Pesos de vigas.....	41
Tabla No. VII Valores máximos de fuerza y microdeformación registrados .	53
Tabla No. VIII Relaciones de aspecto de mallas del modelo de viga I.....	56
Tabla No. IX Factores de pandeo y magnitud de la Fuerza Crítica aplicada sobre los modelos numéricos .....	62
Tabla No. X Factor de placa calculado para las configuraciones de vigas ..	70
Tabla No. XI Resultados de Fuerza Crítica [kg] para las configuraciones de vigas .....	70
Tabla No. XII Esfuerzo Crítico calculado para las configuraciones de vigas	72

## ÍNDICE DE ANEXOS

ANEXO A Procedimiento para el cálculo del pandeo utilizando SAP2000 .....	80
ANEXO B Modos de pandeo restantes calculados durante el estudio de vigas I con el programa SAP2000 .....	88
ANEXO C Círculo de Mohr .....	95

## INTRODUCCIÓN

Un diseño estructural de un buque se basa principalmente, en tres criterios: Resistencia, Rigidez y Estabilidad, [1], [4] y [5]. El último de éstos se refiere a la posibilidad de que una estructura se vuelva inestable, debido a que se alcanza una carga compresiva ó cortante, denominada Crítica, produciéndose el fenómeno conocido como Pandeo. En general, el cálculo del Pandeo por Corte es poco conocido, y además complejo, [2], debido a las peculiaridades del problema, y se piensa que esta situación podría presentarse en la quilla vertical de una embarcación durante un varamiento o encallamiento.

Las formulaciones para estimar las Cargas Críticas han sido estudiadas en el intento de obtener una resistencia adecuada de la estructura. Por esta razón, en [1], [2], [6], [8], [9], y [10], entre otros se presentan diferentes formulaciones tanto analíticas como semiempíricas para estimar las Cargas Cortantes Críticas en condiciones de diseño. Sin embargo, a nivel local se conoce poco sobre la aplicación de las formulaciones para el pandeo por efecto de fuerzas cortantes.



Una forma recomendable para entender el fenómeno de Pandeo por corte es mediante la experimentación con parámetros controlados. Utilizando este medio se pueden observar los detalles del fenómeno, y, determinar la relación con las formulaciones disponibles y también con los resultados utilizando un programa de cálculo con Elementos Finitos, [11].

#### Objetivo general

Determinar experimentalmente el Pandeo de elementos de pared delgada sometidos principalmente a carga cortante y comparar dichos resultados con estimaciones teóricas y numéricas.

#### Objetivos específicos

- Describir el fenómeno de pandeo debido principalmente a fuerza cortante y su determinación.
- Implementar la experimentación de Pandeo principalmente por Corte con especímenes bajo parámetros controlados en el laboratorio.
- Evaluar numéricamente los modelos utilizando el programa de cálculo con el Método de Elementos Finitos SAP2000.
- Comparar los resultados obtenidos experimentalmente con las formulaciones disponibles y la evaluación numérica.

## Beneficios

A nivel local se tiene poca experiencia en la estimación de parámetros críticos para el cálculo de pandeo por corte en elementos estructurales de una embarcación. Conocer e implementar las formulaciones disponibles y desarrollar modelos numéricos mediante la ayuda de un computador permitiría conocer los detalles de dichos cálculos. Además, mediante la experimentación en el laboratorio, se obtendría confianza en los resultados obtenidos por medio de la implementación de fórmulas y/o métodos numéricos.

## **CAPÍTULO 1**

### **DETERMINACIÓN DEL ESFUERZO CRÍTICO DE PANDEO POR CORTE**

En este capítulo se describen las teorías generales que se consideran en una estructura, referentes a estabilidad y su forma de manifestación. Se explica el enfoque del análisis desarrollado por la teoría clásica de Bleich para paneles con bordes simplemente soportados y se compara con las normas disponibles de Eurocódigo para estructuras metálicas y con formulaciones de la Sociedad de Clasificación ABS.

## 1.1 DESCRIPCIÓN DE LA INESTABILIDAD ESTRUCTURAL POR CORTE

En este subcapítulo primero se describe el fenómeno del Pandeo, causado por Compresión y por Corte. Se comenta un caso en la estructura de un buque donde se podrían presentar situaciones de pandeo por Corte. Se explica luego la forma en que un elevado esfuerzo cortante puede significar alto esfuerzo normal compresivo, que lleva a una situación de inestabilidad estructural. Finalmente se menciona la influencia de las condiciones de soporte sobre el valor de la carga crítica y la dificultad en representarlas adecuadamente en un análisis teórico.

De acuerdo con [1], un diseño estructural debe basarse en tres atributos: Resistencia, Rigidez y Estabilidad. El primero de ellos, la Resistencia, se refiere a la capacidad para soportar las cargas a las que se someterá durante su vida útil. En lo referente a Rigidez, una estructura no debe deformarse excesivamente al ser sometida a una condición de carga específica. Finalmente, la Estabilidad corresponde al establecimiento de parámetros críticos que al manifestarse en una configuración estructural, originarán inestabilidad provocando el fenómeno que comúnmente se conoce como Pandeo. La variación de una condición Estable a otra Inestable, dependerá principalmente de la magnitud de la carga aplicada, esto es, si se define como configuración inicial la condición de equilibrio

estático estable, al aplicarse una carga infinitesimal a un sistema cualquiera, deberá regresar a su estado inicial cumpliéndose la condición de estabilidad. En cambio, al no retornar a su estado inicial, se puede decir que se ha establecido una condición de equilibrio estático inestable, de manera que se habrá alcanzado un nuevo estado de equilibrio, el cual podrá estar ubicado en las cercanías del estado inicial o lejos de dicha condición. Por último, si el sistema se encuentra en condición de equilibrio neutro, al aplicársele una carga, alcanzará una nueva posición aún si la carga fuera removida, ver Figura No. 1.

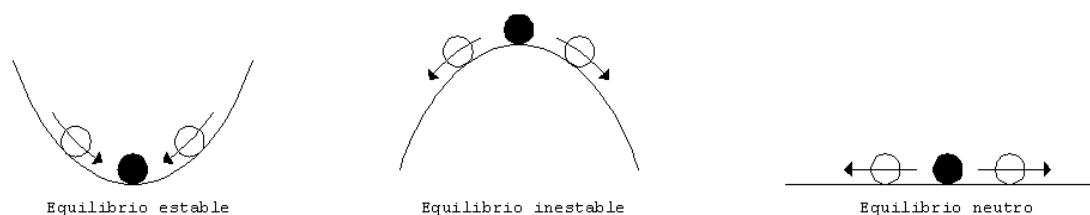


Figura No. 1 Tipos de equilibrio estático, [1]

La importancia del estudio del fenómeno de pandeo por corte, se debe a que en zonas donde existen cargas concentradas, es posible experimentar condiciones de inestabilidad antes de alcanzar el límite de fluencia. Se considera por ejemplo que en la zona de la quilla de un barco, durante el varamiento, se producen fuerzas cortantes elevadas que podrían derivar en inestabilidad estructural provocando el fenómeno de pandeo por corte.

Una manera de ejemplificar la manifestación del pandeo por corte es mediante una viga de tipo I. En [7] se emplea este elemento, con condiciones de frontera simplemente soportadas y con cargas aplicadas en forma concentrada. Luego, se establece semejanza entre dicho sistema y una armadura, ver Figura No. 2.

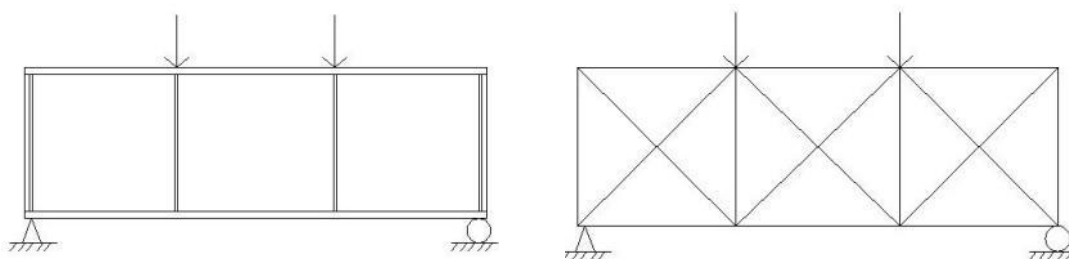


Figura No. 2.- Equivalencia entre viga I y una armadura, [7]

De esta semejanza se deriva un sistema transformado equivalente, diferenciándose dos armaduras tipo Queen<sup>1</sup>, sometidas tanto a tensión como a compresión, ver Figuras No. 3 y 4.

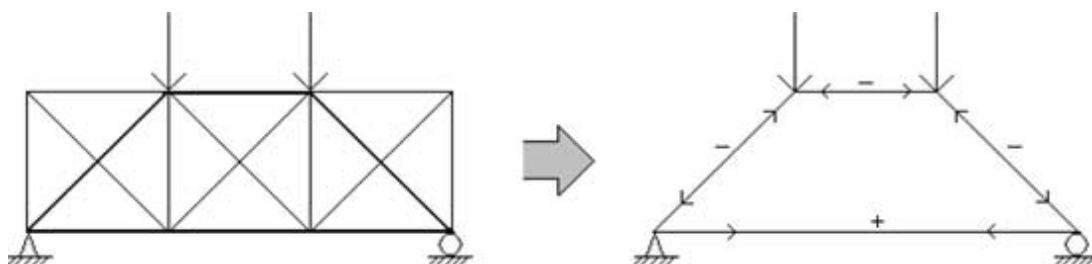


Figura No. 3 Armadura Tipo Queen sometida a compresión, [7]

<sup>1</sup> Armadura tipo Queen: este tipo de armadura de techo se distingue por poseer dos puntales verticales que unen las vigas horizontales inferiores y superiores.  
<http://www.thefreedictionary.com/queen+truss>

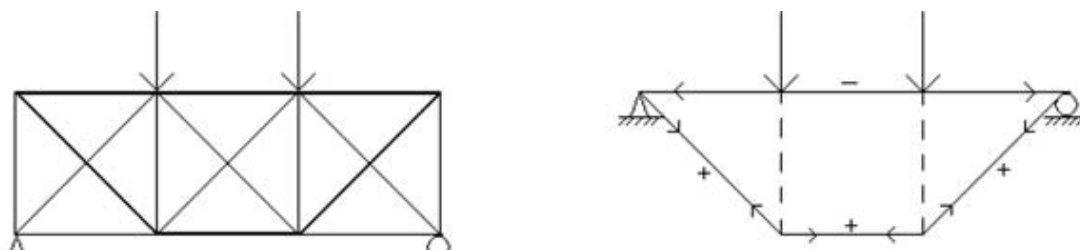


Figura No. 4 Armadura Tipo Queen sometida a tensión, [7]

Con esta definición, de acuerdo con [7], se retoma el sistema original conformado por una viga I, en el cual se obtendría el mismo resultado de la combinación de las dos armaduras sometidas a tensión y compresión. En esta combinación de cargas, existe un riesgo potencial de pandeo en el área de la parábola que describe el efecto de compresión, ver Figura No. 5.

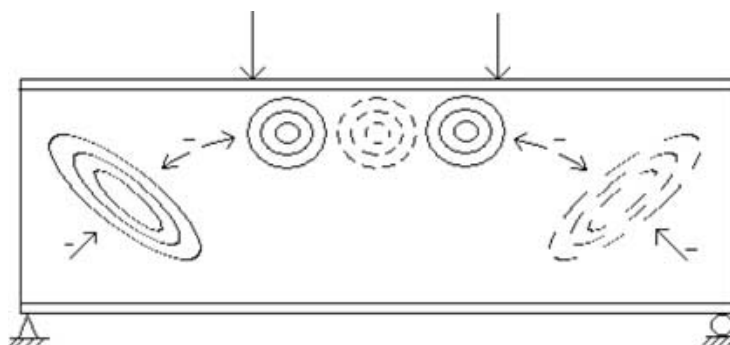


Figura No. 5 Área de compresión con riesgo potencial de pandeo, [7]

En la configuración de la Figura No. 5, considerando las cargas puntuales aplicadas, se obtendrá pandeo por compresión ante la presencia de esfuerzos normales en la zona superior del alma, y en las cercanías de los soportes existirá pandeo por corte en sentido diagonal. Ambos casos se

manifiestan ante la incapacidad del alma a ser comprimida en la zona donde existe la parábola de compresión. Es así que, considerando los esfuerzos presentes en el alma de la viga I, se tiene que las fuerzas cortantes se orientan de manera diagonal al eje de referencia tanto en tensión como en compresión. Este efecto deriva en la inestabilidad estructural presentándose en el alma como pandeo por corte, ver Figura No. 6.

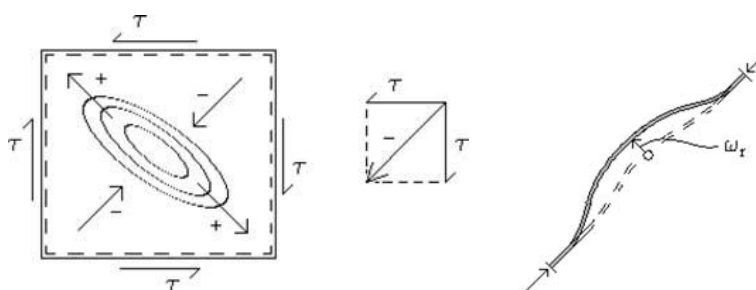


Figura No. 6 Manifestación del pandeo por corte, [7]

Finalmente, la definición de las condiciones de frontera que permitan estimar los valores de fuerza cortante presentes en el análisis de una estructura es necesaria para calcular la carga crítica. Comúnmente se idealizan las condiciones de frontera empleando los soportes simples, sin embargo, el modelo real y sus restricciones resulta mucho más complejo que dicha simplificación; por ejemplo, la conexión entre el alma y el ala de una viga I no corresponde a ninguno de los soportes mencionados. De manera que al comparar resultados analíticos con sus respectivas condiciones de frontera idealizadas, con resultados experimentales, deben considerarse las diferencias resultantes por los soportes del panel considerado.



## 1.2 DESCRIPCIÓN DE LAS FORMULACIONES ANALÍTICAS DISPONIBLES PARA ESTIMAR EL PANDEO POR CORTE

En este subcapítulo se resume de Bleich, [2], la estimación de los valores de carga crítica mediante el empleo del Teorema de Mínima Energía Potencial. Mediante dicho método energético y considerando inicialmente una plancha con bordes simplemente soportados, se obtienen formulaciones para el cálculo del esfuerzo crítico por corte, las cuales incluyen características físicas del material, dimensiones del panel y el factor de placa  $k$ . Éste parámetro se expresa en función de la razón de aspecto  $\alpha=a/b$  de la plancha a analizarse.

Los pioneros en el estudio del pandeo de paneles de planchaje sin refuerzos de acuerdo con Bleich [2], fueron Boobnoff y Timoshenko. Éste último desarrolló una solución práctica al problema de estabilidad de placas rectangulares sometidas a esfuerzos de corte mediante la utilización de un método energético<sup>2</sup>. Para este efecto, se considera inicialmente una placa rectangular de longitud,  $a$ , ancho,  $b$ , y, espesor,  $t$ , con sus bordes simplemente soportados en los que se aplican fuerzas cortantes uniformemente distribuidas, ver Figura No. 7.

---

<sup>2</sup> Método Energético: método de cálculo de estructuras, en el que se considera que al ocurrir una deformación, se efectúa un trabajo. De esta manera, es posible realizar el cálculo de deformaciones en base al trabajo realizado por las fuerzas que causan la deformación.  
[http://es.wikipedia.org/wiki/Energía\\_de\\_deformación](http://es.wikipedia.org/wiki/Energía_de_deformación)

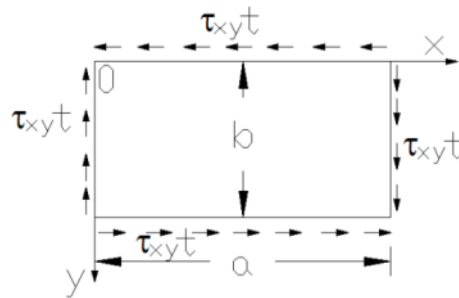


Figura No. 7 Características de placa tipo [2]

Al no existir la solución exacta a este tipo de problemas, se la aproxima mediante la utilización del teorema de Mínima Energía Potencial. Para esta aproximación, Bleich [2], define dicho proceso como la búsqueda de un valor extremo de la Energía Potencial para alcanzar el equilibrio:

$$V + U_w = \text{Constante} \quad (1)$$

donde:

V: Energía de deformación de la flexión de la placa

$U_w$ : Cambio de energía potencial de las fuerzas externas al pasar de la forma de placa plana a la deformada

Adicionalmente, se usará la siguiente notación

$x, y$ : Coordenadas con respecto al origen O, situado en la esquina superior izquierda de la placa, Figura No. 7,

$w$ : Deflexión de la placa en el estado de pandeo en dirección perpendicular al plano  $xy$ ,

$$D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)}: \quad \text{Rigidez flexural de la plancha,}$$

$E$ : Módulo de Young,

$\nu$ : Razón de Poisson del material,

$t$ : Espesor uniforme de la plancha

Entonces, la energía de Deformación  $V$  se calcula con la doble integral, expresada en [3]:

$$V = \frac{D}{2} \int_0^a \int_0^b \left\{ \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) - 2(1-\nu) \left[ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] \right\} dx dy \quad (2)$$

Al considerar las condiciones de frontera para los casos de soporte simple o empotramiento, se simplifica la ecuación (2) obteniéndose:

$$V = \frac{D}{2} \int_0^a \int_0^b \left\{ \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \right\} dx dy \quad (3)$$

El cambio  $U_w$  de energía Potencial corresponde al valor negativo del trabajo desarrollado por los esfuerzos cortantes uniformemente distribuidos, y se puede expresar como:

$$U_w = -\tau_{xy} t \int_0^a \int_0^b \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} dx dy \quad (4)$$

Utilizando el Método de Ritz<sup>3</sup>, se expresa el desplazamiento  $w$  en términos de funciones apropiadamente escogidas de manera que satisfagan las condiciones de frontera previamente establecidas. El caso de una plancha simplemente soportada, puede ser representado con la siguiente función:

$$w = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n f_{ij} \operatorname{sen}\left(\frac{i\pi x}{a}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{j\pi y}{b}\right) \quad (5)$$

Derivando parcialmente la ecuación (5), se obtiene:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} &= -\frac{\pi^2}{a^2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n f_{ij} i^2 \operatorname{sen}\left(\frac{i\pi x}{a}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{j\pi y}{b}\right) \\ \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} &= -\frac{\pi^2}{b^2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n f_{ij} j^2 \operatorname{sen}\left(\frac{i\pi x}{a}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{j\pi y}{b}\right) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Luego de sustituir (6) en (3), la propiedad de ortogonalidad entre los términos de la expresión (5) hará desaparecer los términos cuyo producto cruz sean cero, y se obtiene:

$$V = \frac{\pi^4}{8} Dab \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n f_{ij}^2 \left( \frac{i^2}{a^2} + \frac{j^2}{b^2} \right)^2 \quad (7)$$

De igual manera, para hallar  $U_w$ , se tiene:

---

<sup>3</sup> Método de Ritz [1]: Método variacional aproximado que consiste en encontrar los coeficientes de las funciones desplazamiento que minimicen la energía potencial total. Estos coeficientes son conocidos como los Coeficientes de Ritz.

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial W}{\partial x} &= \frac{\pi}{a} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n f_{ij} j \cos\left(\frac{i\pi x}{a}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{j\pi y}{b}\right) \\ \frac{\partial W}{\partial y} &= \frac{\pi}{b} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n f_{ij} j \operatorname{sen}\left(\frac{i\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{j\pi y}{b}\right) \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Y tomando en cuenta:

$$\frac{\partial W}{\partial x} \frac{\partial W}{\partial y} = \frac{\pi^2}{ab} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n f_{ij} f_{i'j'} j' i' j \cos\left(\frac{i\pi x}{a}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{i'\pi x}{a}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{j\pi y}{b}\right) \cos\left(\frac{j'\pi y}{b}\right)$$

Donde  $i, i', j$  y  $j'$  asumen valores desde 1 hasta  $n$ . Luego, si  $m+k$  es un número par, se tiene:

$$\int_0^l \operatorname{sen}\left(\frac{m\pi z}{l}\right) * \cos\left(\frac{k\pi z}{l}\right) dz = 0 \quad (9)$$

De igual manera, si  $m+k$  es un número impar, se tiene:

$$\int_0^l \operatorname{sen}\left(\frac{m\pi z}{l}\right) * \cos\left(\frac{k\pi z}{l}\right) dz = \frac{2l}{\pi} \frac{m}{m^2 - k^2} \quad (10)$$

Por lo que se obtiene la siguiente expresión para  $U_w$ :

$$U_w = -4\tau_{xy} t \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n f_{ij} f_{i'j'} \left( \frac{ij'j'}{i^2 - i'^2} \right) (j'^2 - j^2) \quad (11)$$

Y de acuerdo al análisis presentado en [2], la expresión (11) estará conformada por cuatro términos de ambas sumatorias que satisfagan la condición de que tanto  $i+i'$  como  $j+j'$ , sean números impares.

Luego, con la notación  $\alpha=a/b$  para la razón de aspecto de la plancha, la expresión para obtener la energía potencial  $V + U_w$  resulta de la siguiente manera:

$$V + U_w = \frac{\pi^4}{8} \frac{D}{\alpha^3 b^2} \left[ f_{11}^2 (1 + \alpha^2)^2 + f_{12}^2 (1 + 4\alpha^2)^2 + f_{21}^2 (4 + \alpha^2)^2 + f_{22}^2 (4 + 4\alpha^2)^2 \right] + 8\tau_{xy} t \left( \frac{4}{9} f_{11} f_{22} - \frac{4}{9} f_{12} f_{21} \right) \quad (12)$$

Aplicando el principio de Mínima Energía Potencial a (12), y derivando con respecto a  $f_{11}$ ,  $f_{22}$ ,  $f_{21}$  y  $f_{12}$ , se obtiene el siguiente grupo de ecuaciones lineales homogéneas:

$$\begin{aligned} B(1 + \alpha^2)^2 f_{11} + \frac{4}{9} \tau_{xy} f_{22} &= 0 \\ B(1 + 4\alpha^2)^2 f_{12} - \frac{4}{9} \tau_{xy} f_{21} &= 0 \\ -\frac{4}{9} \tau_{xy} f_{12} + B(4 + \alpha^2)^2 f_{21} &= 0 \\ \frac{4}{9} \tau_{xy} f_{11} + B(4 + 4\alpha^2)^2 f_{22} &= 0 \end{aligned} \quad (13)$$

Donde: 
$$B = \frac{\pi^4}{32} \frac{D}{\alpha^3 b^2 t} \quad (14)$$

Las cuatro ecuaciones lineales establecidas en (13), tienen solución trivial para  $f_{11} = f_{12} = \dots = 0$ , a menos que el determinante de la matriz de coeficientes sea igual a cero, lo cual describe la condición de estabilidad.

Expandiendo este determinante, lleva a una ecuación de cuarto grado cuya incógnita es  $\tau_{xy}$  y sus raíces se resuelven con las siguientes ecuaciones:

$$\left. \begin{aligned} \tau_{1,2} &= \pm \frac{9}{4} B(1 + \alpha^2)(4 + 4\alpha^2) \\ \tau_{3,4} &= \pm \frac{9}{4} B(1 + 4\alpha^2)(4 + \alpha^2) \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

Finalmente, Bleich menciona que la manifestación de la inestabilidad del panel no depende del sentido de la fuerza cortante. Adicionalmente, del valor absoluto menor de  $\tau_{xy}$ , dado por  $\tau_{1,2}$ , se obtiene el esfuerzo crítico por corte, denotado por  $\tau_c$ . Usando (14), se define a continuación el valor crítico del esfuerzo cortante, empleando 4 términos de las series:

$$\tau_c = \frac{9}{32} * \frac{\pi^4 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 * \frac{(1+\alpha^2)^2}{\alpha^3} \quad (16)$$

La ecuación (16) describe la formulación típica para calcular el esfuerzo crítico de placas rectangulares. Reescribiendo la misma, se obtiene:

$$\tau_c = \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 k \quad (17)$$

donde k, definido a continuación, corresponde al factor de placa y depende de la razón de aspecto ( $\alpha=a/b$ ):

$$k = \frac{9\pi^2}{32} \frac{(1+\alpha^2)^2}{\alpha^3} \quad (18)$$

Los valores de  $k$  obtenidos mediante (18), difieren para  $\alpha=1$  respecto de las expansiones completas en alrededor del 15%, conservando esta diferencia para valores de  $\alpha>1$ . Si se necesita mayor exactitud en la aproximación, deberá añadirse términos a la sucesión definida anteriormente. De acuerdo con Timoshenko [2], existen varios valores de razones de aspecto que se asemejan a los valores ideales para  $\alpha<2.5$ . De igual manera, Skan y Southwell<sup>4</sup> determinaron para  $\alpha=\infty$ , la solución exacta en  $k=5.34$ , así como para  $\alpha = 1$ , Seydel<sup>5</sup> determinó el valor de  $k = 9.34$ . Sin embargo, valores que poseen menor error del valor de  $k$ , se encuentran tabulados en el estudio elaborado por Stein y Neff<sup>6</sup>, quienes desarrollaron esta aproximación mediante el uso de una matriz de determinantes de décimo orden, tomando en cuenta las configuraciones de pandeo tanto simétricas como antisimétricas. El resultado experimental se presenta en forma gráfica, ver Figura No. 8 tomada de [2], en donde la parábola descrita, se aproxima de manera aceptable a los resultados teóricos.

---

<sup>4</sup> Skan, S. W. y R. V. Southwell, "On the Stability under shearing forces of a flat elastic Strip", Proc. Roy. Soc. (London), Series A, Vol. 105, p. 387

<sup>5</sup> Seydel, E., Beitrag Zur Frage des Ausbeulens versteifter platten unter schubbeanspruchung, Jahrbuch Deutscher Verein für Luftfahrt- Forschung, 1930, p. 388

<sup>6</sup> Stein, M. y J. Neff, Buckling Stress of simply supported rectangular flat plates in shear, NACA Tech. Note 1222, 1947



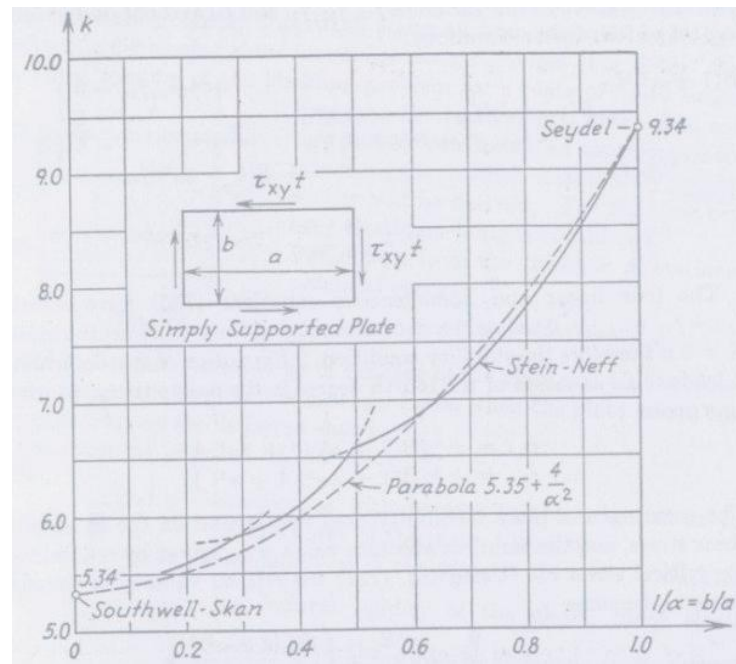


Figura No. 8 Valores de  $k$  en función de  $1/\alpha$  para paneles rectangulares con bordes simplemente soportados, [2]

En cuestiones de diseño, para valores de  $\alpha > 1$  se recomienda la siguiente ecuación, [2]:

$$k = 5.34 + \frac{4}{\alpha^2} \quad (19)$$

### Formulación de EUROCODE

Adicionalmente, de acuerdo al Eurocode 3, 1993-1-5:2003 para elementos estructurales tipo plancha ("Plated structural elements"), [8], se describen a continuación las formulaciones para la estimación del pandeo por corte. La ecuación propuesta en el Código Europeo es similar a la ecuación (17) presentada en Bleich para el cálculo del esfuerzo crítico por corte, con el

factor de placa  $k$  difiriendo ligeramente respecto de la ecuación (19). A continuación se presenta dicha ecuación:

$$k = 6 + 2 \left( \frac{h_w}{a} \right)^2 \quad (20)$$

donde:

$h_w$ : Alto del panel a considerarse durante el ensayo. Se define también como el alto del alma de la viga, y,

$a$ : Ancho del panel sometido a fuerza cortante

De acuerdo al Eurocode [8], se conoce que la formulación para estimar la fuerza crítica ( $F_{cr}$ ) a la cual debe fallar en pandeo por corte un panel de plancha es calculada mediante el producto entre el Esfuerzo Crítico y el área de la sección del alma ( $h_w t_w$ ). Se escribe a continuación dicha ecuación:

$$F_{cr} = 0.9kE \frac{t_w^3}{h_w} \quad (21)$$

Finalmente, tanto las formulaciones disponibles en Bleich [2] como las disponibles en Eurocode [8] serán implementadas para el cálculo de pandeo por fuerza cortante para vigas tipo I.

### 1.3 APLICACIÓN DE FORMULACIONES ANALÍTICAS PARA PANDEO POR CORTE

En función de las características técnicas de la máquina de Ensayo Universal disponible en el Laboratorio de Mecánica de Sólidos de la FIMCP, se aplican las formulaciones de Bleich [2] y el Eurocode [8] para el dimensionamiento de los especímenes de tal manera que se produzca pandeo por corte en el alma. Se definieron dos tipos de especímenes con 1 y 3 refuerzos transversales, de 90 cm de longitud, 35 de alto, y 15 de ala, y se espera que fallen en corte con cargas de 950 y 2000 kg, respectivamente.

A partir de resultados primarios, se incrementó el espesor del ala del modelo para evitar su falla por Pandeo debido a las fuerzas compresivas en el ala a originarse durante las pruebas. Finalmente se obtienen las dimensiones y otros detalles de los modelos de vigas I a emplearse durante los ensayos. De esta manera, las características físicas del primer espécimen de viga tipo I son:

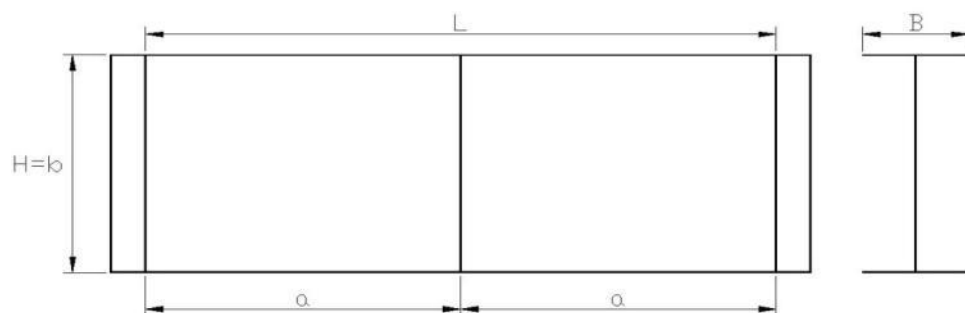


Figura No. 9 Primera configuración de Viga I

Donde:

- a: Ancho del panel sometido a fuerza cortante
- b: Alto del panel a considerarse durante el ensayo. Se define también como el alto del alma de la viga
- B: Ancho del ala de viga
- L: Longitud total del espécimen

Se ha elegido el aluminio para la construcción de los especímenes, debido a los últimos casos de construcción en el país. La aleación H14 fácilmente disponible en el medio, posee las siguientes características<sup>7</sup>:

Módulo de Young (E): 723998.5 kg/cm<sup>2</sup>

Coeficiente de Poisson: 0.33

Para hallar las dimensiones adecuadas del espécimen, se ha decidido variar la longitud (L) y el alto (b) de la viga I, manteniendo constante el espesor del alma (1.5 mm) y del ala (3 mm) en función de fuerza máxima de 4 toneladas de la máquina de ensayo universal disponible. Implementando en una hoja electrónica las fórmulas ya descritas para hallar la fuerza crítica a la cual el panel del alma de la viga I fallará por corte, se presenta a continuación el resumen de resultados.

---

<sup>7</sup>Aluminium Alloys - Aluminium 1050 Properties, Fabrication and Applications, Supplier Data by Aalco [www.azom.com/article.aspx?ArticleID=2798](http://www.azom.com/article.aspx?ArticleID=2798)

		<b>Fcr [kg]</b>								
		h=25 [cm]			h=30 [cm]			h=35 [cm]		
			Eurocode	Bleich		Eurocode	Bleich		Eurocode	Bleich
L [cm]	a [cm]	$\alpha$	Fcr	Fcr	$\alpha$	Fcr	Fcr	$\alpha$	Fcr	Fcr
20	10	0.4	1627.37	2668.88	0.33	1759.32	3030.42	0.29	1916.40	3414.33
30	15	0.6	1016.49	1447.14	0.50	1026.27	1564.33	0.43	1061.17	1703.88
40	20	0.8	802.69	1019.52	0.67	769.70	1051.19	0.57	761.85	1105.23
50	25	1	703.73	821.60	0.83	650.95	813.68	0.71	623.30	828.14
60	30	1.2	649.97	714.09	1.00	586.44	684.67	0.86	548.04	677.62
70	35	1.4	617.56	649.26	1.17	547.54	606.87	1.00	502.66	586.86
80	40	1.6	596.52	607.18	1.33	522.30	556.38	1.14	473.21	527.95
90	45	1.8	582.09	578.34	1.50	504.99	521.77	1.29	453.02	487.57
100	50	2	571.78	557.70	1.67	492.61	497.01	1.43	438.57	458.68
120	60	2.4	558.34	530.82	2.00	476.48	464.75	1.71	419.76	421.05
140	70	2.8	550.24	514.62	2.33	466.76	445.30	2.00	408.41	398.36
160	80	3.2	544.98	504.10	2.67	460.45	432.68	2.29	401.05	383.63

Tabla No. I Resumen de evaluación de Fuerza Crítica (Fcr) mediante fórmulas de Eurocode [8] y Bleich [2]

De igual manera, gráficamente se presenta a continuación dichos resultados:

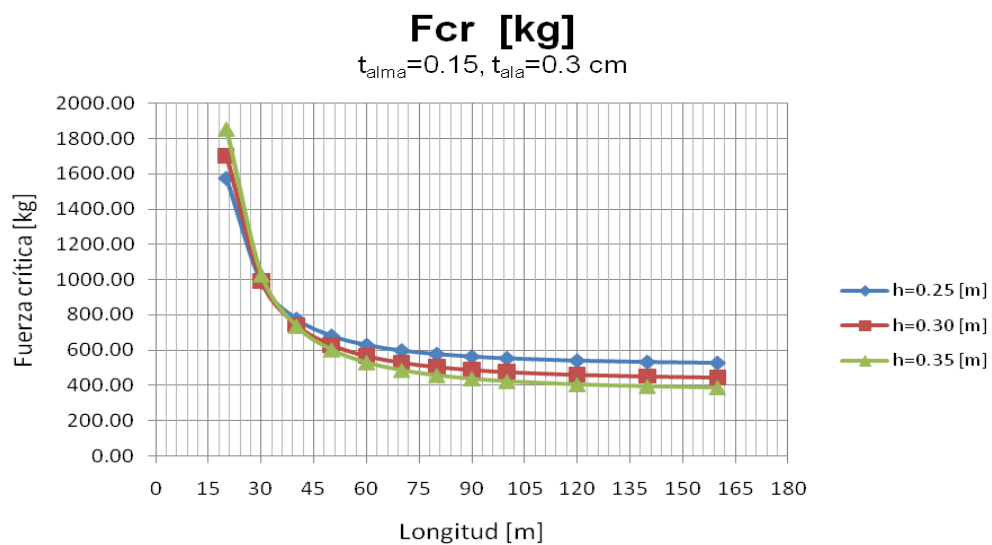


Figura No. 10 Variación de Fcr en función de longitud (L) y altura (h) mediante fórmulas de Eurocode [8]

Finalmente, las características físicas de la primera viga a construirse son:

L:	90 centímetros
a:	45 centímetros
h:	35 centímetros
$t_{\text{alma}}$ :	0.15 centímetros
$t_{\text{ala}}$ :	0.3 centímetros

Evaluando las dimensiones definidas mediante las ecuaciones de Bleich [2] y Eurocode [8], se presentan los siguientes resultados:

Eurocode	Bleich	Eurocode	Bleich	Eurocode	Bleich
k	k	Fcr	Fcr	$\tau_{cr}$	$\tau_{cr}$
-	-	[Kg]	[Kg]	[kg/cm <sup>2</sup> ]	[kg/cm <sup>2</sup> ]
7.21	7.76	438.00	471.41	78.36	84.33

Tabla No. II Resumen de evaluación de Fuerza Crítica (Fcr) de primera viga I

La diferencia entre los valores obtenidos mediante la implementación de ambas formulaciones se encuentra en alrededor del 10%.

Adicionalmente, para evaluar la influencia de refuerzos en la estimación de pandeo por corte, se procedió a dimensionar una segunda viga I, de similares características a la diseñada anteriormente, incluyendo refuerzos transversales uniformemente espaciados a lo largo de la longitud no reforzada de la viga, ver Figura No. 11.

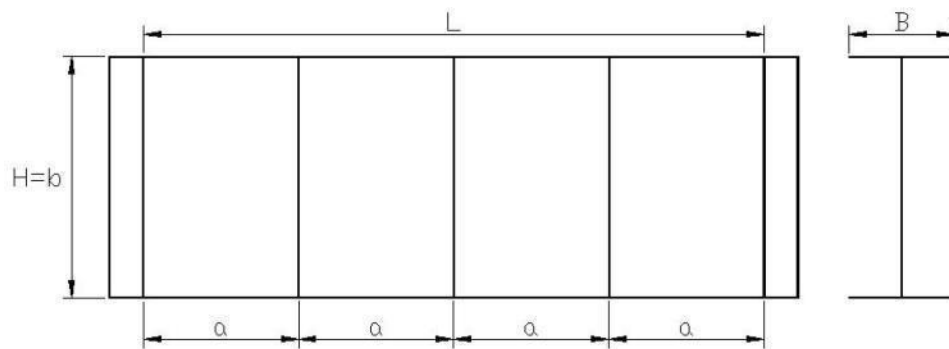


Figura No. 11 Segunda configuración de Viga I

Las características de esta nueva viga son:

L:	90 centímetros
a:	22.5 centímetros
h:	35 centímetros
$t_{\text{alma}}$ :	0.15 centímetros
$t_{\text{ala}}$ :	0.3 centímetros

De igual manera, evaluando la carga crítica mediante las ecuaciones de Bleich [2] y Eurocode [8], se presentan a continuación los siguientes resultados:

Eurocode	Bleich	Eurocode	Bleich	Eurocode	Bleich
k	k	Fcr	Fcr	$\tau_{\text{cr}}$	$\tau_{\text{cr}}$
-	-	[Kg]	[Kg]	[kg/cm <sup>2</sup> ]	[kg/cm <sup>2</sup> ]
16.52	16.92	1003.50	1027.98	179.52	183.90

Tabla No. III Resumen de evaluación de Fuerza Crítica (Fcr) de la segunda viga I con 3 refuerzos

En este caso, la diferencia obtenida entre los valores calculados mediante ambas formulaciones se encuentra en alrededor del 10%, y prácticamente se ha duplicado el valor de la Fuerza Crítica ( $F_{cr}$ ) respecto a la primera geometría.

#### 1.4 APLICACIÓN DE REGLAS DE SOCIEDADES DE CLASIFICACIÓN

Se describen las formulaciones semiempíricas para la carga crítica de pandeo por corte de la Sociedad de Clasificación ABS [9]; ellas emplean características físicas del material y dimensiones de la configuración estructural a analizarse ( $s$ ,  $l$ ,  $t$ ). Posteriormente, se aplican dichas fórmulas a los especímenes dimensionados por medio de fórmulas analíticas. Finalmente se comparan los resultados obtenidos y se observa buena correlación en el caso de la viga con un refuerzo, aunque para la viga de tres refuerzos transversales, se duplica el valor calculado.

American Bureau of Shipping (ABS) en su Parte 3, Capítulo 2 Anexo 4 de las Reglas para la Clasificación de Buques de acero, [9], propone la siguiente formulación para estimar el Esfuerzo Crítico en Corte:

$$\tau_E \quad \text{para} \quad \tau_E \leq \frac{\tau_F}{2} \quad (22)$$

$$\tau_F \left( 1 - \frac{\tau_F}{4\tau_E} \right) \quad \text{para} \quad \tau_E > \frac{\tau_F}{2} \quad (23)$$



Donde:

$$\tau_F = \frac{\sigma_F}{\sqrt{3}}$$

$\sigma_F$  = Límite de fluencia del material = 120 N/mm<sup>2</sup>

$$k_T = 5.34 + 4\left(\frac{s}{l}\right)^2$$

$$E = 71000 \left[ \frac{N}{mm^2} \right]$$

$t_b$  = Espesor neto del material en mm

$s$  = Lado más corto del panel en mm

$l$  = Lado más largo del panel en mm

$$\tau_E = \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left( \frac{t_{net}}{s} \right)^2 K_T = \text{Esfuerzo elástico de pandeo} \quad (24)$$

Es necesario mencionar además que las ecuaciones disponibles en ABS [9], han sido comparadas con las formulaciones disponibles en Lloyd's Register [10], y al no existir diferencias sustanciales, no han sido incluidas en el presente capítulo.

Implementando las ecuaciones de ABS para el cálculo de pandeo por corte se obtiene:

<b><u>Pandeo Elástico:</u></b>		
El esfuerzo elástico de pandeo ideal es:		
$\tau_e =$	9.107	[N/mm <sup>2</sup> ]
E =	71000	[N/mm <sup>2</sup> ]
tb =	1.5	[mm]
k <sub>t</sub> =	7.76	
s =	350.00	[mm]
l =	450.00	[mm]
<b><u>Esfuerzo crítico de pandeo:</u></b>		
El esfuerzo de pandeo crítico en corte, $\tau_c$ , se determina:		
$\sigma_F =$	120	[N/mm <sup>2</sup> ]
$\tau_F =$	69.28	[N/mm <sup>2</sup> ]
$\tau_c =$	9.11	[N/mm <sup>2</sup> ]
$\tau_c =$	92.84	[kg/cm <sup>2</sup> ]

Figura No. 12 Implementación de formulación de ABS para cálculo de Esfuerzo Crítico por corte ( $\tau_{cr}$ ) de viga con refuerzo central

Finalmente, se observa consistencia entre los valores obtenidos mediante formulaciones de ABS y las disponibles en la referencia de Bleich y Eurocode para la viga con un refuerzo transversal.

Eurocode	Bleich	ABS
$\tau_{cr}$ [kg/cm <sup>2</sup> ]	$\tau_{cr}$ [kg/cm <sup>2</sup> ]	$\tau_{cr}$ [kg/cm <sup>2</sup> ]
78.36	84.33	92.84

Tabla No. IV Comparación entre Esfuerzos Críticos obtenidos mediante formulaciones propuestas para viga I con refuerzo central

De igual manera, se evaluó la formulación propuesta por ABS para la viga I con 3 refuerzos igualmente espaciados. A continuación se incluyen los resultados obtenidos:

<b><u>Pandeo Elástico:</u></b>		
El esfuerzo elástico de pandeo ideal es:		
$\tau_e =$	19.860	[N/mm <sup>2</sup> ]
E=	71000	[N/mm <sup>2</sup> ]
tb=	1.5	[mm]
$k_t =$	6.99	
s=	225.00	[mm]
l=	350.00	[mm]
<b><u>Esfuerzo crítico de pandeo:</u></b>		
El esfuerzo de pandeo crítico en corte, $\tau_c$ , se determina:		
$\sigma_F =$	120	[N/mm <sup>2</sup> ]
$\tau_F =$	69.28	[N/mm <sup>2</sup> ]
$\tau_c =$	19.86	[N/mm <sup>2</sup> ]
$\tau_c =$	202.46	[kg/cm <sup>2</sup> ]

Figura No. 13 Implementación de formulación de ABS para cálculo de Esfuerzo Crítico por corte ( $\tau_{cr}$ ) de viga con 3 refuerzos

Para el caso de la viga con 3 refuerzos, se observa consistencia entre los valores obtenidos mediante formulaciones de ABS y las disponibles en las referencias.

Eurocode	Bleich	ABS
$\tau_{cr}$ [kg/cm <sup>2</sup> ]	$\tau_{cr}$ [kg/cm <sup>2</sup> ]	$\tau_{cr}$ [kg/cm <sup>2</sup> ]
179.52	183.90	202.46

Tabla No. V Comparación entre Esfuerzos Críticos obtenidos mediante formulaciones propuestas para viga I con 3 refuerzos

## **CAPÍTULO 2**

### **EXPERIMENTACIÓN DEL PANDEO POR CORTE DEL ALMA DE VIGAS**

En este capítulo se describen los especímenes construidos para el análisis por pandeo de las vigas I y sus distorsiones debido a la soldadura. Se explica la metodología empleada para la realización de las pruebas en el laboratorio y los resultados obtenidos luego de los ensayos bajo parámetros controlados en el laboratorio, mostrando las formas de pandeo obtenidas y registrando los datos recogidos durante las pruebas.

## 2.1 CONSTRUCCIÓN DE ESPECÍMENES

Se describe la confección de los cuatro modelos de vigas I de 1 metro de longitud con plancha de aleación de aluminio H14, similares de dos en dos, definidos anteriormente. Se incluyen en la sección media y en los extremos de los modelos, refuerzos transversales adicionales para disminuir la posibilidad de flexión local, por los soportes y la carga concentrada. Se unen los segmentos de plancha con soldadura intermitente TIG, buscando minimizar las deformaciones iniciales que puedan influir en los resultados. Finalmente se colocan extensómetros en la mitad de la altura de la diagonal en ambas caras de los paneles de las almas de las vigas.

En base a los resultados obtenidos en el capítulo 1 y a la disponibilidad en bajos espesores y su bajo costo, se adquirieron dos planchas de aleación de aluminio H14 de 1.5 mm para la confección del alma (100x30 cm) y 3.0 mm de espesor para el ala de las vigas (100x15 cm). La confección de los especímenes, se basa en los planos presentados a continuación en las Figuras No. 14 y 15. Los paneles del alma corresponden a los paneles con bordes simplemente soportados analizados en el Capítulo 1.

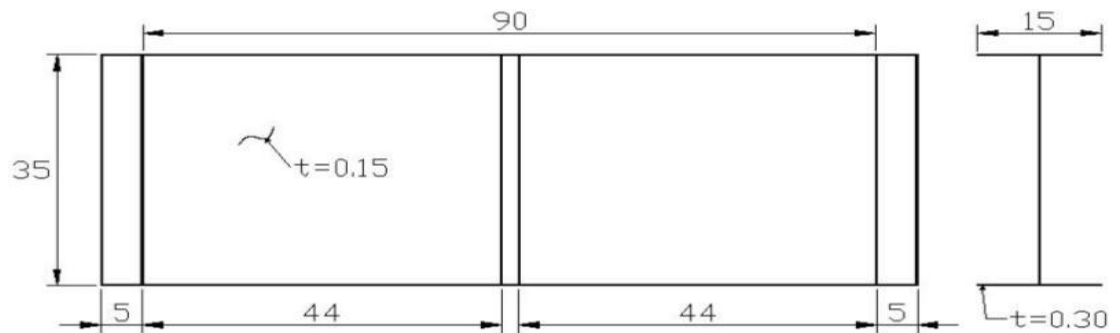


Figura No. 14 Plano en centímetros de la primera configuración de viga I

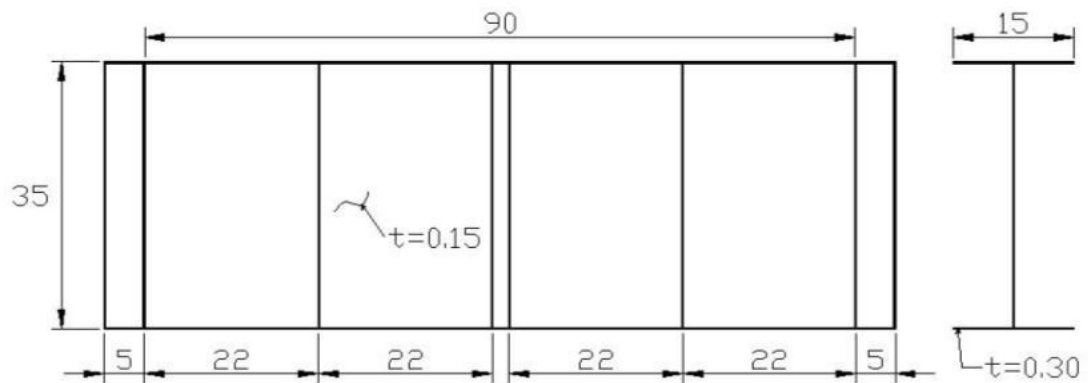


Figura No. 15 Plano en centímetros de la segunda configuración de viga I

La construcción de las vigas se muestra en orden cronológico en las Figuras No. 16, 17 y 18. Desafortunadamente, por limitaciones de presupuesto, no fue posible construir una mayor cantidad de especímenes.



Figura No. 16 Medición de estructurales y trazado sobre planchas



Figura No. 17 Clasificación de elementos estructurales de las vigas I



Figura No. 18 Resultado final de vigas I (Primera y Segunda configuración)

Finalmente, son colocados los extensómetros en las vigas. Estos dispositivos, luego de adherirse a los especímenes, se deforman junto con el objeto a analizar. Al deformarse, se produce una variación en su resistencia eléctrica, relacionada con la deformación unitaria mediante el factor de calibración del extensómetro. De esta manera se va a medir la Deformación Unitaria Cortante ( $\gamma$ ) del alma y Normal ( $\varepsilon$ ) del ala de los especímenes.

Para la conexión de los extensómetros, se aplicó el manual de equipo P3<sup>8</sup>, el cual indica que para medir deformación en corte, es necesario realizar una conexión de dos extensómetros activos con igual y opuesta deformación normal, de manera que al restarse, se registre la deformación cortante. La conexión de los extensómetros, conocida como Medio Puente o “Half Bridge – HB”, fue empleada para registrar las deformaciones en la mitad del alto del

<sup>8</sup> Equipo Vishay Modelo P3 – Indicador de medición de deformación



alma de los especímenes. De igual manera, para el caso del ala de los modelos, se empleó un solo extensómetro activo para medición uniaxial de la deformación unitaria normal, la cual se conoce como Cuarto de Puente o “Quarter Bridge – QB”. Ambas conexiones se presentan a continuación en la Figura No. 19.

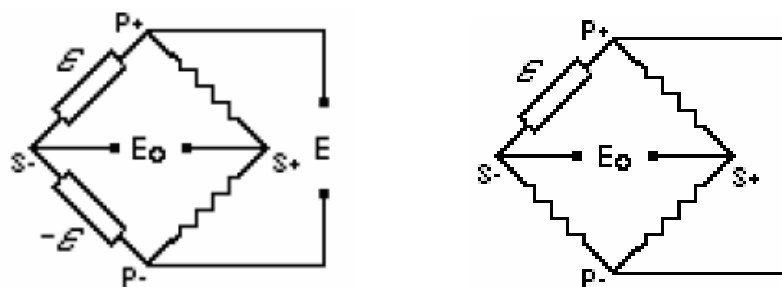


Figura No. 19 Diagrama de conexión de extensómetros en el alma y ala de los modelos de vigas I

Se observa en las Figuras 20 y 21, la ubicación de los extensómetros<sup>9</sup> tanto en el alma como en el ala de las dos configuraciones de las vigas I. Para el caso del alma, en la cara no visible del espécimen, los extensómetros se ubicaron de manera que se forme un ángulo de 90° con el colocado en la cara observada. El superíndice en el gráfico indica el panel en que se ha realizado la medición, siendo el 1 el panel en el extremo de la viga, y el 2 para el ubicado cerca del centro de espécimen (en el caso de la segunda configuración).

<sup>9</sup> Vishay Strain Gages, 120  $\Omega$ , Gage Factor (G.F.)  $\approx$  2.0, L = 0.15 cm.

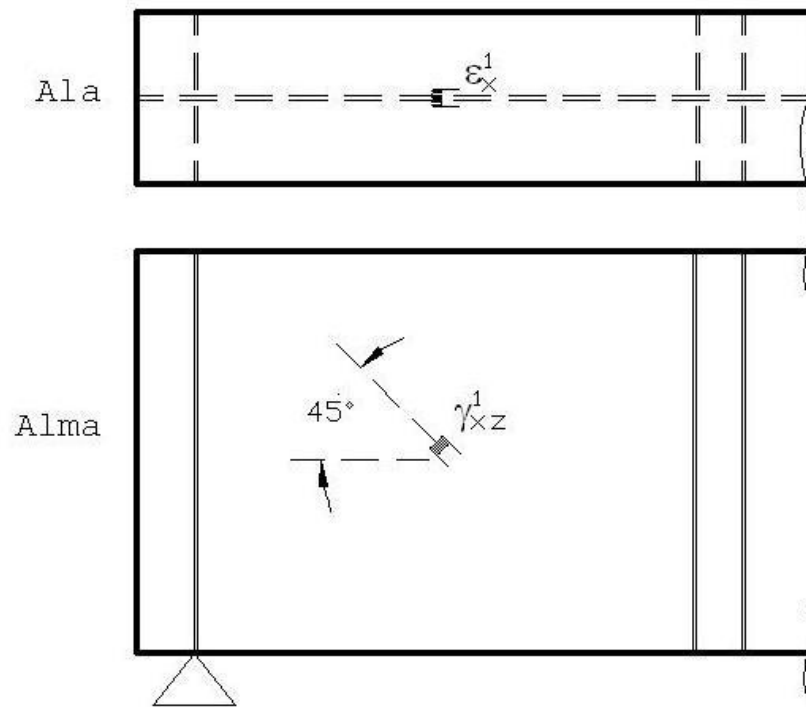


Figura No. 20 Ubicación de extensómetros en primera configuración

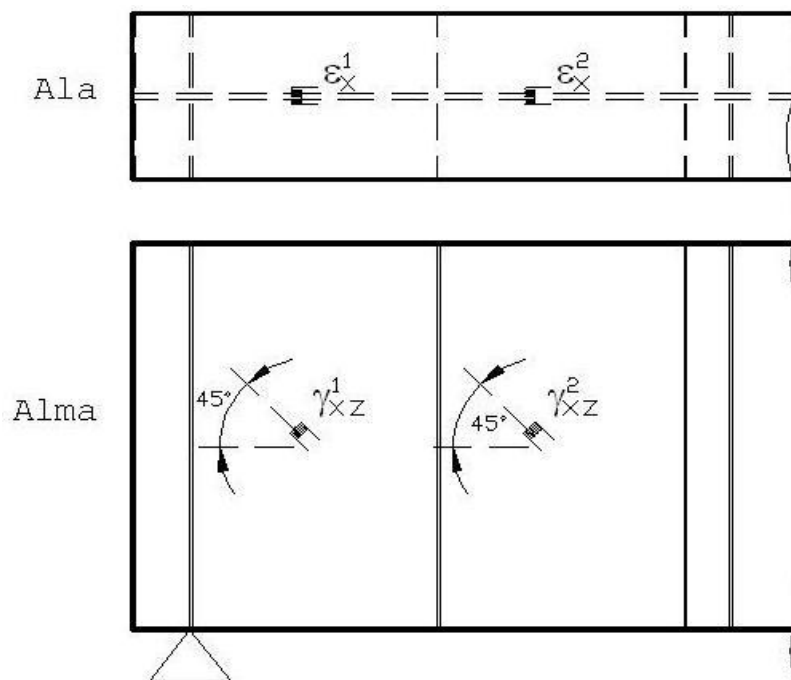


Figura No. 21 Ubicación de extensómetros en segunda configuración

## 2.2 DISTORSIONES DE ESPECÍMENES

Se reportan las dimensiones reales de los especímenes y los valores promedios de los espesores: 1.5 mm para el alma y 3.0 mm para el ala. Se describe y presentan las medidas de la distorsión longitudinal del alma, que tiene un valor máximo de 5.39 mm para la viga A1. Se reporta también el peso de las vigas, obteniendo como resultado: para la viga A1: 6.03 kg, para A2: 5.785 kg, para B1: 6.3 kg y para B2: 6.55 kg.

Dado que al momento de cortar las planchas para formar los elementos de las vigas se alteran sus dimensiones, es necesario reportar los valores reales de los especímenes. Los resultados se muestran en la Figura No. 22, donde se aprecia que las diferencias en dimensiones con respecto a las Figuras No. 14 y 15 de los planos de las vigas de primera y segunda configuración, son menores al 4%. Es decir, los paneles de las almas corresponden cercanamente a las analizadas en el Capítulo 1.

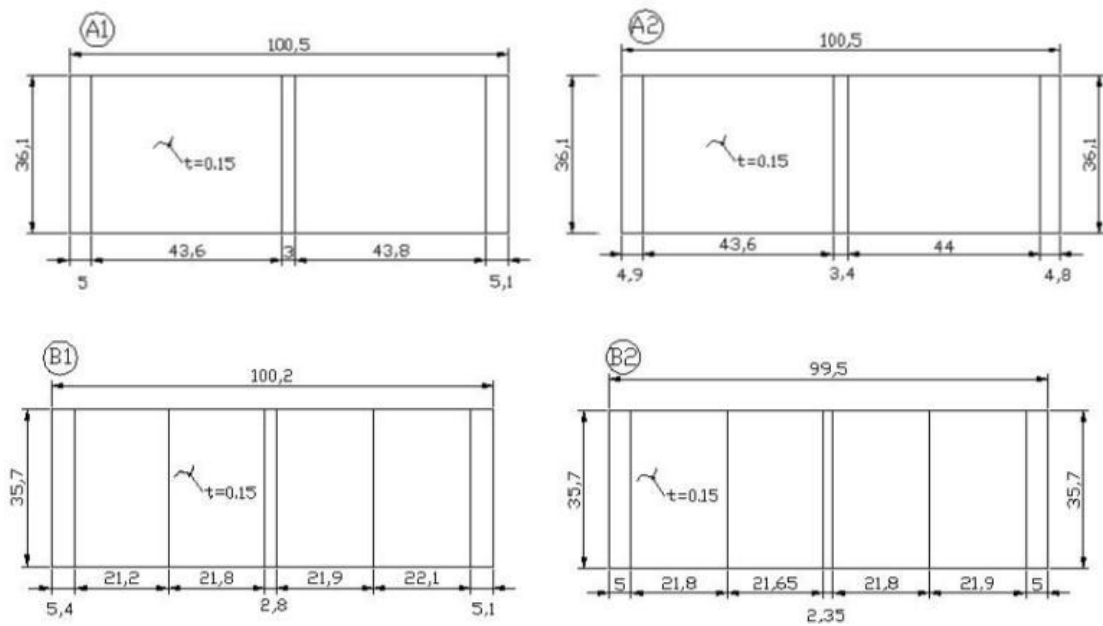


Figura No. 22 Dimensiones reales en centímetros de los modelos de vigas I para pruebas experimentales

De igual manera, se procede a verificar los espesores de los modelos de las vigas empleando un calibrador de tornillo micrométrico. Se realizaron varias mediciones para el alma y para el ala, obteniéndose un espesor promedio de 1.5 mm y 3.0 mm respectivamente, que corresponden a los valores nominales de los espesores de las planchas. Ver Figura No. 23



Figura No. 23 Medición de espesores del ala y alma

Así mismo, se mide la distorsión longitudinal de los especímenes en el centro del alma, mediante el uso de un comparador de carátula. Esta medición se efectuó empleando un segmento rígido de perfil L de acero (6x6x0.6cm), que sirve como riel horizontal para el desplazamiento longitudinal del comparador de carátula a lo largo del alma de la viga. En total se realizaron 16 tomas por cada cara de las vigas. Ver Figura No. 24.

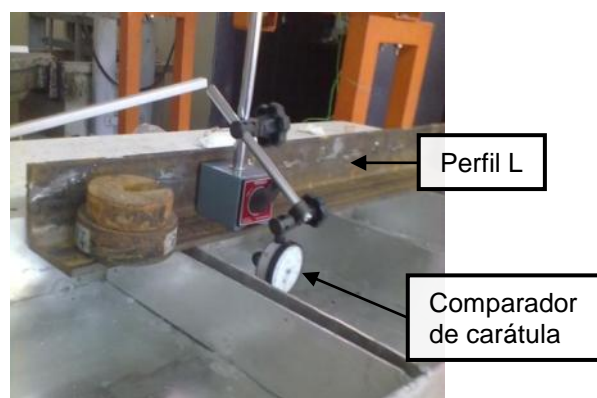


Figura No. 24 Medición de distorsión longitudinal del alma de vigas I

Posteriormente, se unieron los puntos iniciales y finales de los paneles con una recta, tomándose diferencias entre los puntos medidos con los valores definidos por la recta. De esta manera se obtuvieron las siguientes gráficas para los paneles definidos en ambas configuraciones de vigas I. Ver Figuras No. 25 y 26.

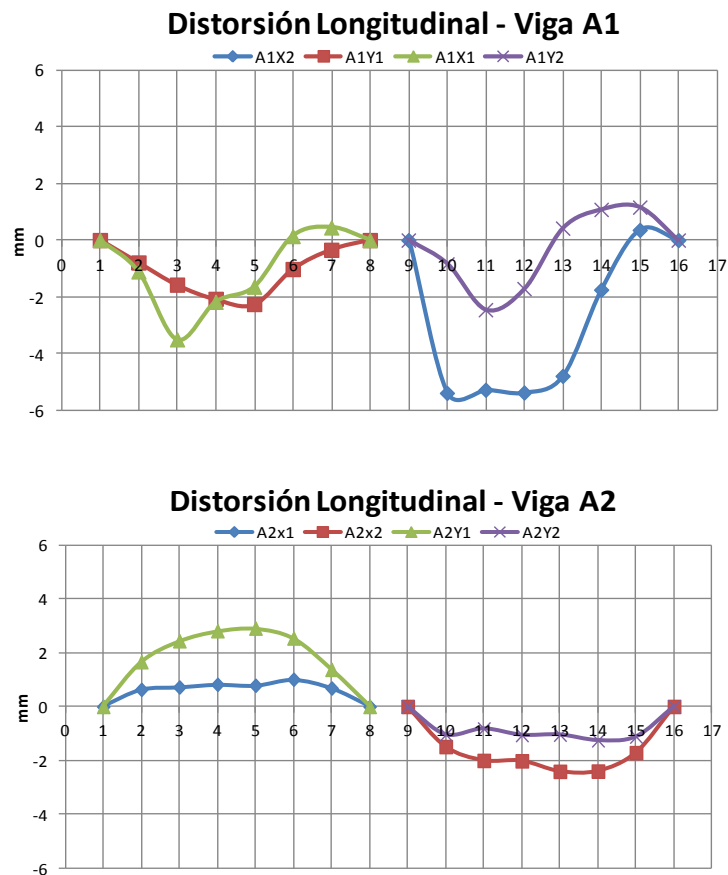


Figura No. 25 Distorsión longitudinal de vigas de primera configuración

En las gráficas se nota similitud en ambas caras, aunque los valores absolutos no coinciden. Esto se debe posiblemente a que el sistema de medición empleando el perfil L y el medidor de carátula es poco preciso.

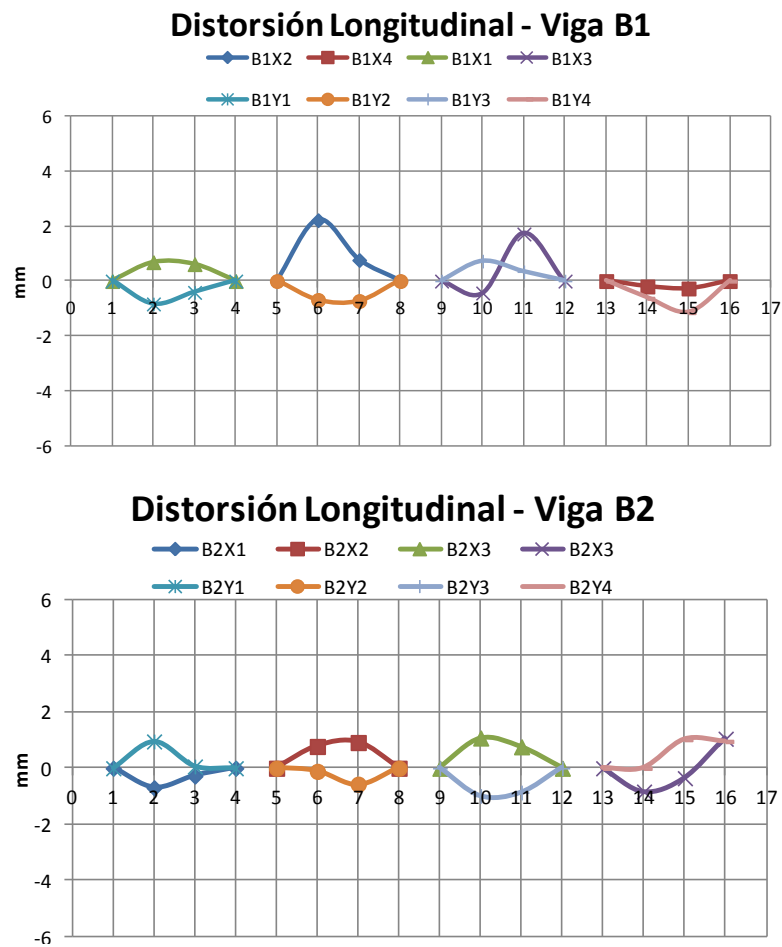


Figura No. 26 Distorsión longitudinal de vigas de segunda configuración

Para el caso de la Figura No. 26, se nota una antisimetría en los valores registrados, producto del orden en que se tomaron las mediciones. Se aprecia además que los valores son menores que los registrados en las vigas de la primera configuración, lo cual posiblemente se deba al refuerzo extra colocado.

En las figuras también se observa que la mayor distorsión promedio para el modelo de Viga A1 es 5.39 mm, para la A2 es 2.91 mm, para la B1 es 2.21 mm, y, para la B2 es 1.22 mm. De acuerdo a estos resultados, y comparándolos con el espesor del alma de 1.5 mm, es posible que las distorsiones medidas influyan en los resultados que se obtendrán posteriormente en el laboratorio. Estas distorsiones pueden desafortunadamente llevar a la reducción de los valores estimados de las Cargas Críticas debido a la deflexión existente en los especímenes.

Finalmente, se mide el peso de los modelos, obteniendo los resultados que se presentan en la Tabla No. VI.

Identificación	[Kg]
A1	6.03
A2	5.785
B1	6.3
B2	6.55

Tabla No. VI Pesos de vigas



### **2.3 DESCRIPCIÓN DE FORMAS DE PANDEO OBTENIDAS.**

Se describe el equipo empleado y las mediciones que se obtienen durante las pruebas. En los cuatro especímenes pandeados, las fallas obtenidas se visualizan en forma de ondas en la dirección de la diagonal principal del alma y se muestran con sus respectivos esquemas empleando herramientas CAD. Estas fallas se manifestaron en la viga A1 a 1707.9 kg, en la A2 a 1336.9 kg, en la B1 a 1582 kg, y, en la B2 a 1337.3 kg. Finalmente, se incluyen fotografías de los paneles del alma de las vigas donde se observa la presencia de “ondas” alineadas con la diagonal principal de las almas de los cuatro especímenes probados.

En las pruebas se empleó un equipo de medición de deformaciones (Vishay P3) que puede conectarse a una computadora portátil para el registro de las deformaciones en el modelo. Esto se efectúa mediante la conexión de extensómetros en el alma y ala de los especímenes al P3 y con un cable USB al computador, grabando valores cada segundo. A su vez, se configura la Máquina de Ensayo Universal del Laboratorio de Sólidos de la FIMCP para el registro de la fuerza aplicada sobre la viga en función del tiempo y se graba en una PC con una razón de 10 valores por segundo. De manera simplificada, se presenta el esquema para la realización de las pruebas de pandeo de vigas en la Figura No. 27.

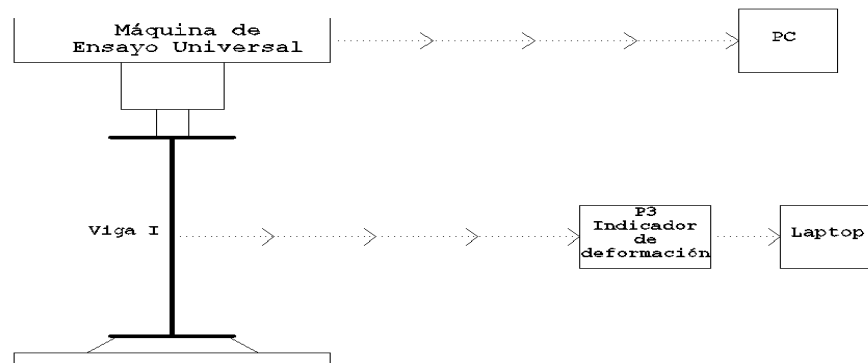


Figura No. 27 Esquema de equipo utilizado en pruebas de laboratorio

Con el esquema mostrado en la Figura No. 27, se instalan y se configuran los equipos para los experimentos. Se presenta en la Figura No. 28, la instalación de la viga en la Máquina de Ensayo Universal sobre soportes simples y los equipos para la recolección de resultados. Se aplica una fuerza vertical hacia abajo hasta que se produce la falla por pandeo de los especímenes. Al final de las pruebas, se obtuvo la variación de las deformaciones unitarias y de la Fuerza aplicada sobre los modelos de viga I, en función del tiempo.



Figura No. 28 Instalación de viga y configuración de equipos en el laboratorio

Se presentan en la Figura No. 29 los especímenes de las vigas luego de su falla. Se observa la presencia de “ondas” alineadas con la diagonal principal de las almas de los cuatro especímenes probados. Se observa en círculo rojo, las fallas del alma debido a la rotura de los puntos de soldadura ante la fuerza aplicada, lo que derivó en que existan especímenes donde las ondas no se ubiquen completamente en la diagonal del panel pandeado.

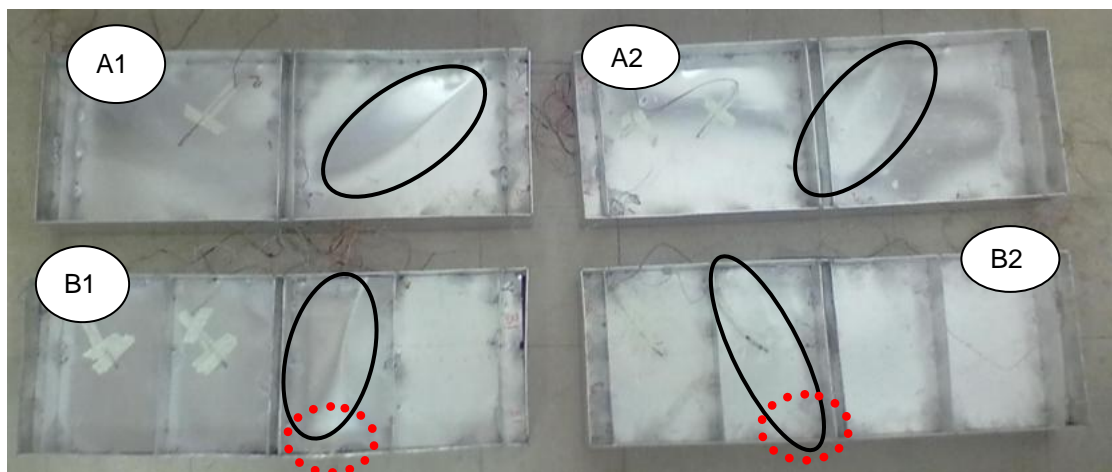


Figura No. 29 Manifestación de fallas en vigas luego de experimentación

En base a los resultados obtenidos y las formas de pandeo observados, se esquematiza en las Figuras No. 30 y 31, los paneles de las vigas han fallado durante las pruebas. Se aprecia que en el alma de las vigas, se originó la onda típica de los problemas de inestabilidad estructural, mostrada anteriormente en los modelos probados.

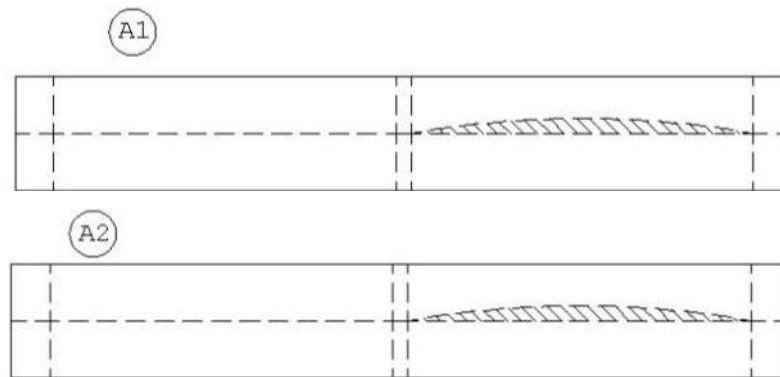


Figura No. 30 Paneles pandeados en vigas de primera configuración

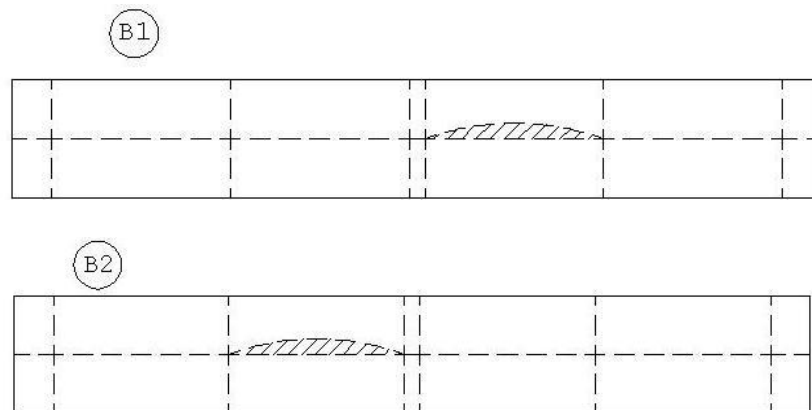


Figura No. 31 Paneles pandeados en vigas de segunda configuración

Finalmente, se muestra en las Figuras No. 32 y 33, un detalle de las planchas que pandearon en las pruebas en cada una de las vigas. Se observa de manera general, que la deflexión lateral se origina en la dirección de la diagonal principal de los paneles. Sin embargo, no se obtuvo la simetría en la falla de los especímenes, situación originada posiblemente por

las distorsiones y deformaciones desarrolladas en la etapa de construcción de los modelos y por la falla de algunos puntos de soldadura.

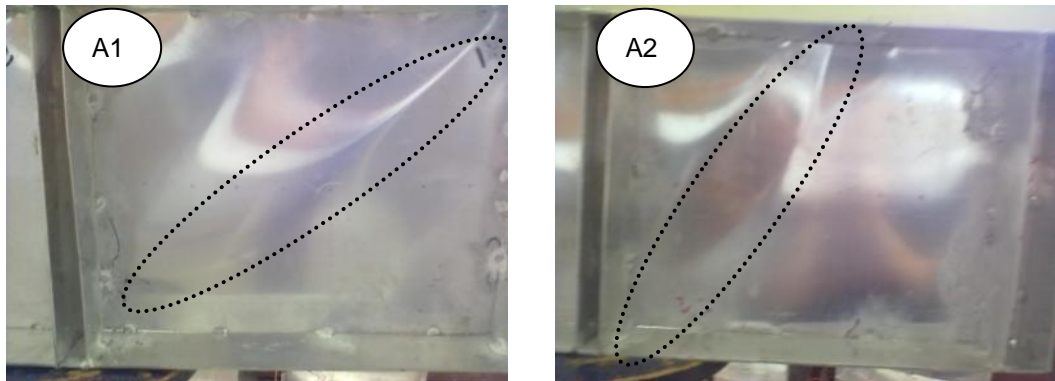


Figura No. 32 Paneles luego de falla por pandeo en primera configuración



Figura No. 33 Paneles luego de falla por pandeo en segunda configuración

## 2.4 RESUMEN DE RESULTADOS

Se reportan en este subcapítulo las gráficas que se obtuvieron de las pruebas, para la Fuerza aplicada y la Deformación Unitaria en función del tiempo. Se obtuvo como Fuerzas Críticas los valores de 1708 y 1337 kg para la viga de la primera configuración, y, para la segunda, 1582 y 1337 kg. Los valores máximos registrados durante las pruebas, multiplicados por el módulo de corte, muestran que los esfuerzos estuvieron dentro del límite elástico en corte.

El resultado de las fuerzas aplicadas hasta lograr la falla de los especímenes se presenta de manera gráfica en las Figuras No. 34 y 35 para las dos configuraciones analizadas.

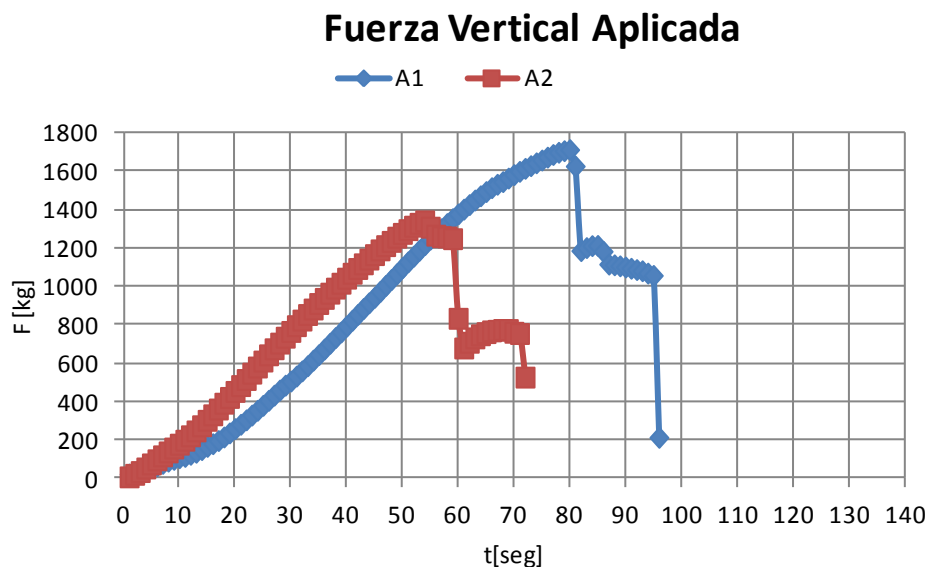


Figura No. 34 Fuerza aplicada en primera configuración [kg]

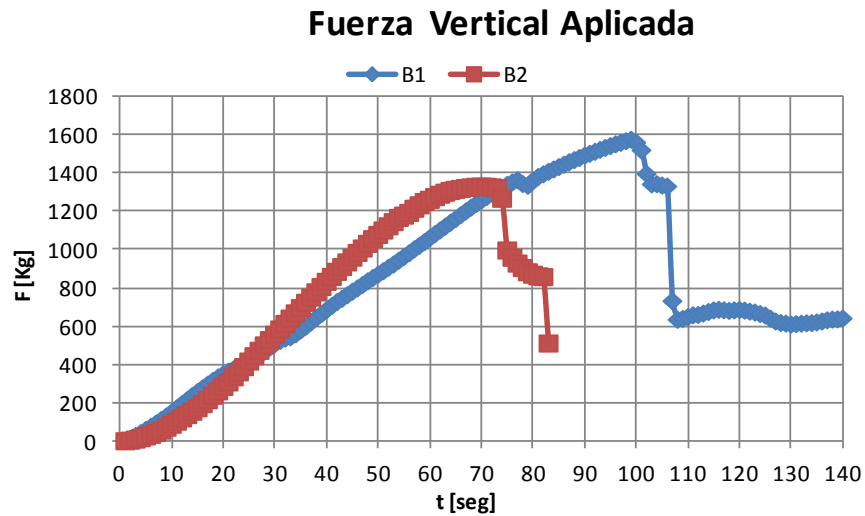


Figura No. 35 Fuerza aplicada en segunda configuración [kg]

Se observa en las Figuras No. 34 y 35 correspondientes a la Fuerza aplicada, que existe similitud en la tendencia de los datos recogidos al presentarse la falla. Sin embargo, existe diferencia de alrededor del 30% entre los valores máximos de Fuerza Crítica de 1708 y 1337 kg obtenidos para la primera configuración. Entre los valores de 1582 y 1337 kg de la Fuerza Crítica para la segunda configuración, la diferencia está en 20%, aproximadamente.

Posteriormente se grafica la deformación unitaria cortante en el centro del alma ( $\gamma$ ) en función del tiempo, hasta el momento en que pandea el espécimen. El resultado para la primera configuración es mostrado en la Figura No. 36 y el caso de los dos paneles de la segunda configuración es mostrado en las Figuras 37 y 38.

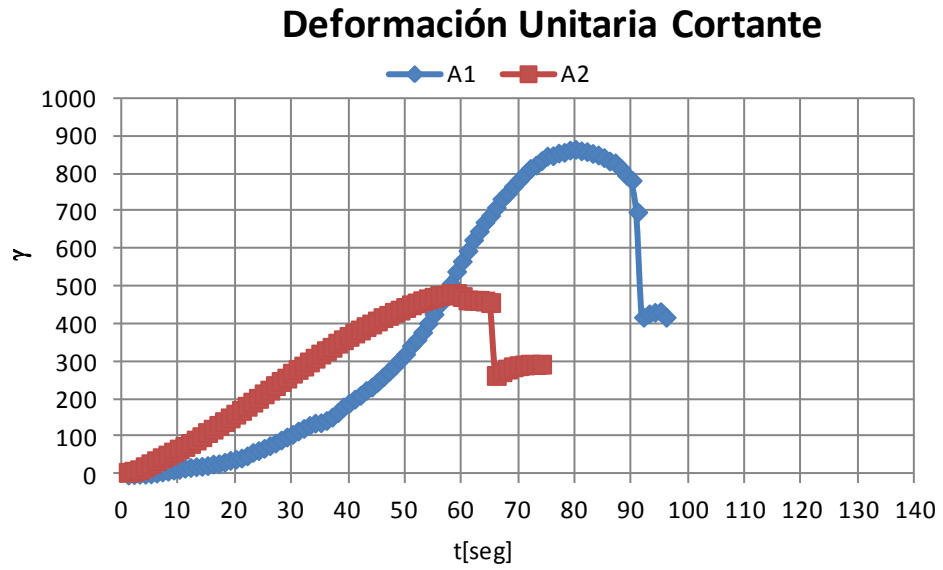


Figura No. 36 Deformación unitaria cortante ( $\gamma_{xz}^1 \times 10^6$ ) en vigas de la primera configuración

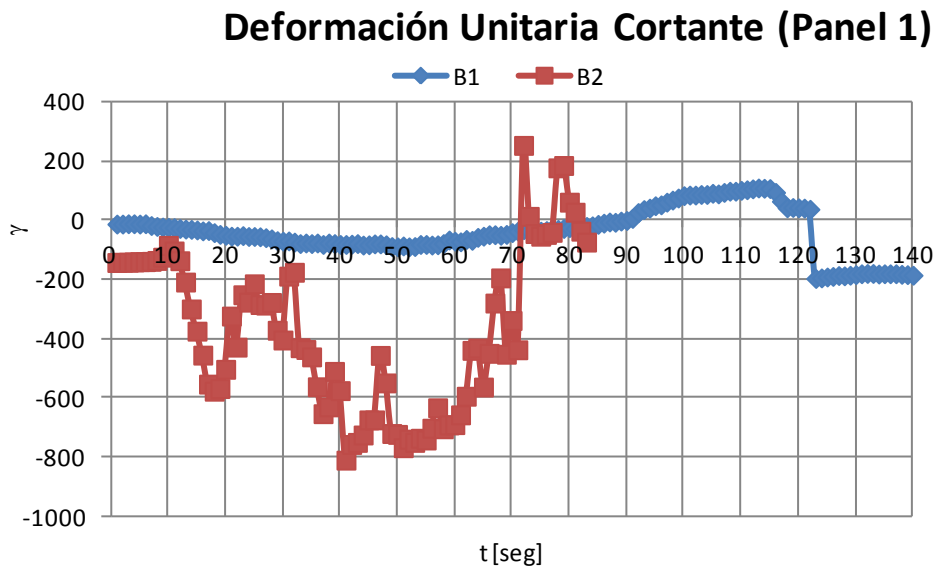


Figura No. 37 Deformación unitaria cortante ( $\gamma_{xz}^1 \times 10^6$ ) en primer panel en vigas de la segunda configuración



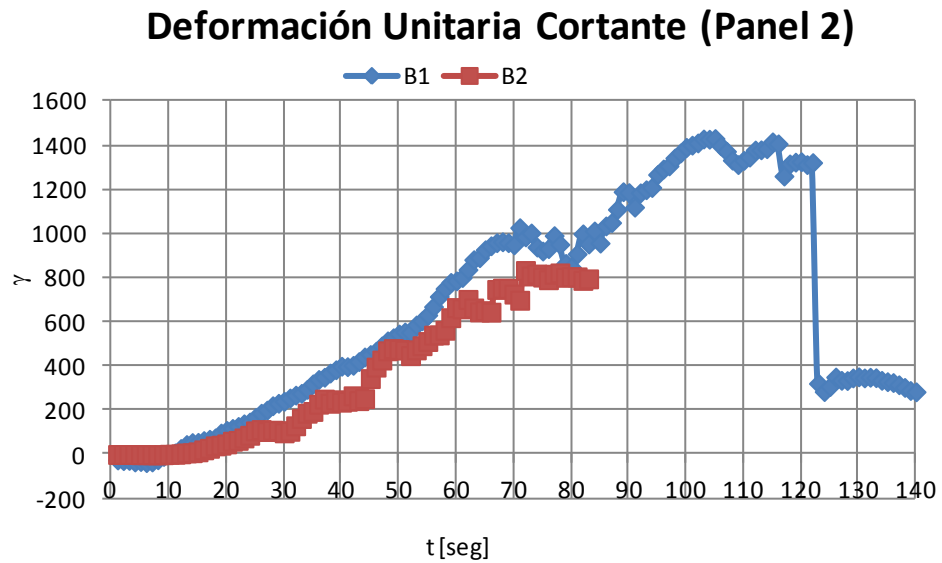


Figura No. 38 Deformación unitaria cortante ( $\gamma_{xz} \times 10^6$ ) en vigas de segunda configuración en segundo panel

Para el caso de la Figura No. 36 se observa que las deformaciones unitarias cortantes de las vigas A1 y A2 son similares, aunque sus valores máximos difieren entre 867 y 483 microunidades ( $\times 10^6$ ) respectivamente. Sin embargo, los de la segunda configuración en la Figura No. 37, difieren totalmente. Esto obligó a que los datos recogidos del panel 1 de la viga B2 sean desechados.

De igual manera, se grafica la deformación unitaria normal en el ala ( $\epsilon_x$ ), en función del tiempo para los cuatro especímenes analizados. Estos resultados son mostrados en las Figuras No. 39, 40 y 41.

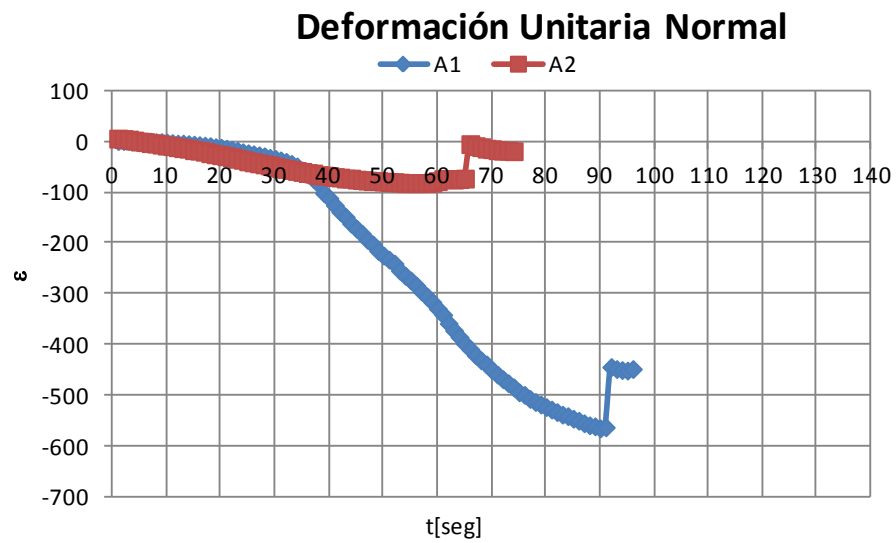


Figura No. 39 Deformación unitaria normal ( $\epsilon_x \times 10^6$ ) en el ala de las vigas de primera configuración

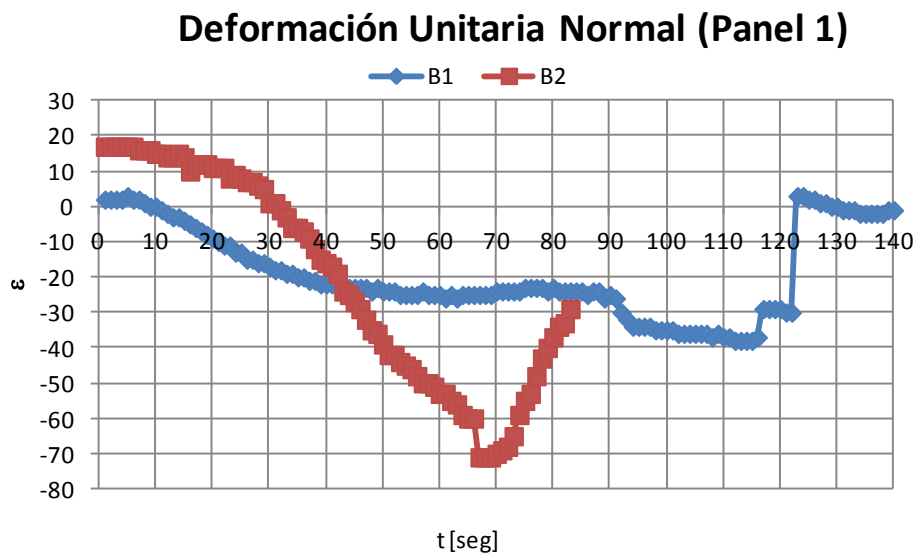


Figura No. 40 Deformación unitaria normal ( $\epsilon_x \times 10^6$ ) en el ala de las vigas de segunda configuración en primer panel

En las Figuras No. 39 y 40 se nota una tendencia hacia los valores negativos, consistente con el tipo de esfuerzo, compresivo, que se desarrolla en este elemento.

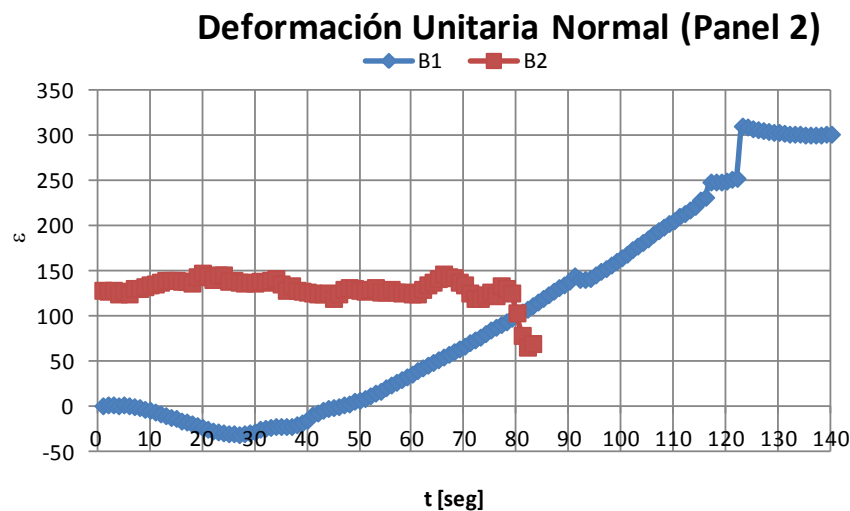


Figura No. 41 Deformación unitaria normal ( $\epsilon_x \times 10^6$ ) en el ala de las vigas de la segunda configuración en el segundo panel

Finalmente, se resume en la Tabla No. VII, los valores de carga crítica y de deformación unitaria máximas obtenidas durante los experimentos. Para el caso de la Fuerza Crítica en la primera configuración (A1 y A2), se observa que a pesar de que ambos gráficos conservan la misma tendencia, existe una diferencia de alrededor del 30%. En el caso de la segunda configuración (B1 y B2), existe en cambio una diferencia aproximada del 20% entre los valores de carga crítica.

	F [kg]	$\gamma_{xz1}$	$\gamma_{xz2}$	$\varepsilon_{x1}$	$\varepsilon_{x2}$
A1	1708	867	-	-566	-
A2	1337	483	-	-82	-
B1	1582	112	1430	-38	311
B2	1327	-	1380	-71	148

Tabla No. VII Valores máximos de fuerza y microdeformación registrados

De igual manera, realizando la comparación entre las deformaciones unitarias cortantes para la primera configuración de viga (A1 y A2) se obtuvo una alta diferencia, de alrededor del 80%.

En el caso de la segunda configuración de viga (B1 y B2), las deformaciones unitarias cortantes en el primer panel no pudieron ser comparadas debido al error de la señal tomada. En segundo panel se obtuvo una diferencia de alrededor 5%. De igual manera, para las deformaciones unitarias normales en la segunda configuración, se registra una diferencia del 90%.

De acuerdo a los valores registrados de deformación unitaria cortante, fue calculado el correspondiente esfuerzo cortante ( $\tau_{xy}$ ), obteniendo 325 kg/cm<sup>2</sup> y 255 kg/cm<sup>2</sup> para la primera configuración y, 301 kg/cm<sup>2</sup> y 255 kg/cm<sup>2</sup> para la segunda. Estos valores comparados con el esfuerzo de fluencia en corte<sup>10</sup>, ( $\tau_{yield} = 706$  kg/cm<sup>2</sup>), indican que se trabajó en el ámbito elástico.

<sup>10</sup> Aluminium Properties: Aalco [www.azom.com/article.aspx?ArticleID=2798](http://www.azom.com/article.aspx?ArticleID=2798) (G= 272095.48 kg/cm<sup>2</sup>)

## **CAPITULO 3**

### **COMPARACIÓN DE RESULTADOS DE FORMULACIONES DISPONIBLES, DATOS EXPERIMENTALES Y NUMÉRICOS**

Finalmente se desarrollan dos modelos numéricos para el análisis del pandeo por corte empleando el Método de Elementos Finitos. Se muestran los modos obtenidos y se registran las Fuerzas Críticas calculadas con el programa SAP2000 que incluye capacidad no lineal. Posteriormente se realiza la comparación entre los métodos empleados: formulaciones teóricas, experimental y numérico.

### 3.1 DESCRIPCIÓN DE LOS MODELOS NUMÉRICOS

Se explica la preparación de los dos modelos numéricos de las vigas I analizadas utilizando primero herramientas CAD<sup>11</sup>, empleándose mallas tridimensionales. Ellas son luego importadas como elementos “Shell” desde el programa SAP2000, [11]. Se definen e incluyen las condiciones de frontera, simplemente soportadas, en el modelo, asignándose también las propiedades ( $t$ ) y características físicas del material empleado ( $E$ ,  $\nu$ ). Se aplican cargas nodales en 8 nodos centrales en dirección vertical orientadas en dirección de la gravedad de 100 kg cada una. Finalmente, se define el tipo de análisis a ejecutarse, de manera que los modelos numéricos quedan listos para el cálculo de las Cargas Críticas en pandeo.

Una vez diseñados los especímenes que fueron probados experimentalmente, Figuras No. 14 y 15, se procedió a elaborar los modelos numéricos de las dos configuraciones. Para esto, se empleó el programa Autocad ® y su herramienta “Edgesurf” para facilitar la elaboración de la malla poligonal (“Polygonal mesh”), ver detalles en ANEXO A. La malla para la primera configuración se muestra en la Figura No. 42.

---

<sup>11</sup> CAD: De sus siglas en inglés, Diseño asistido por computador.

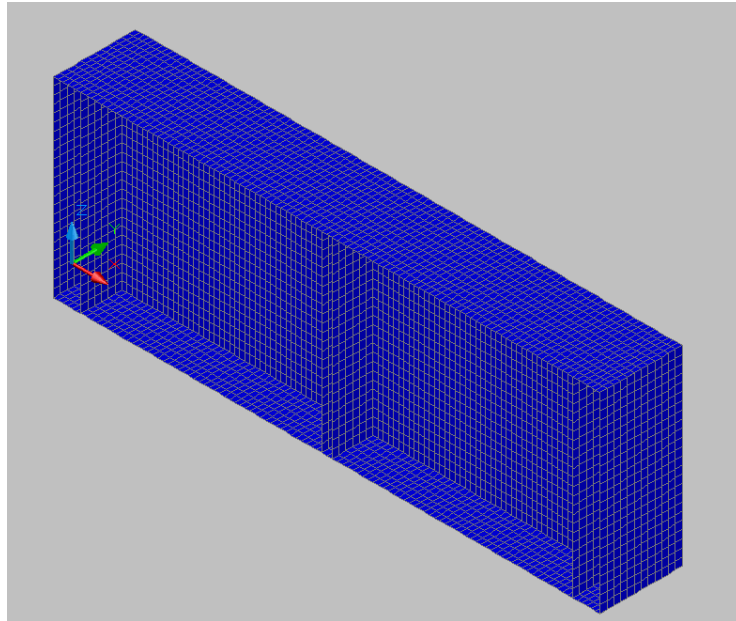


Figura No. 42 Malla poligonal de primera configuración de viga I

La malla desarrollada para la primera configuración se encuentra compuesta por 6912 elementos "3D Face". Los elementos poseen las siguientes relaciones de aspecto definidas en la Tabla No. VIII y graficadas en la Figura No. 43.

$\frac{z}{x} = \frac{1.46}{0.94} = 1.55$
$\frac{y}{x} = \frac{1.25}{0.94} = 1.33$
$\frac{z}{y} = \frac{1.46}{1.25} = 1.2$

Tabla No. VIII Relaciones de aspecto de mallas del modelo de viga I

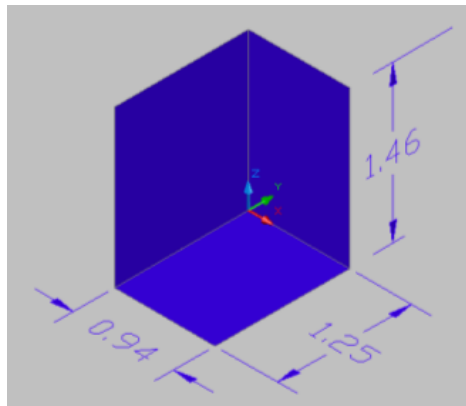


Figura No. 43 Descripción de dimensiones de mallas del modelo numérico

Una vez obtenidas las razones de aspecto para las mallas a emplearse posteriormente en el Método de Elementos Finitos, se observa que existe una baja diferencia entre las dimensiones  $x$ ,  $y$ ,  $z$ ; y además, el tamaño de los elementos es pequeño. Por ello se considera que la malla tridimensional representa al modelo físico de la viga I de manera adecuada. Las características de las mallas para ambas configuraciones de vigas I son similares. La diferencia radica en la cantidad requerida de elementos “3D Face” para la segunda configuración, que es de 7488 elementos, debido a la colocación de los cuatro refuerzos adicionales. De igual manera, los nodos para la primera y segunda configuración son 7488 y 7559 elementos, respectivamente. Se presenta en la Figura No. 44, la malla para la segunda configuración.



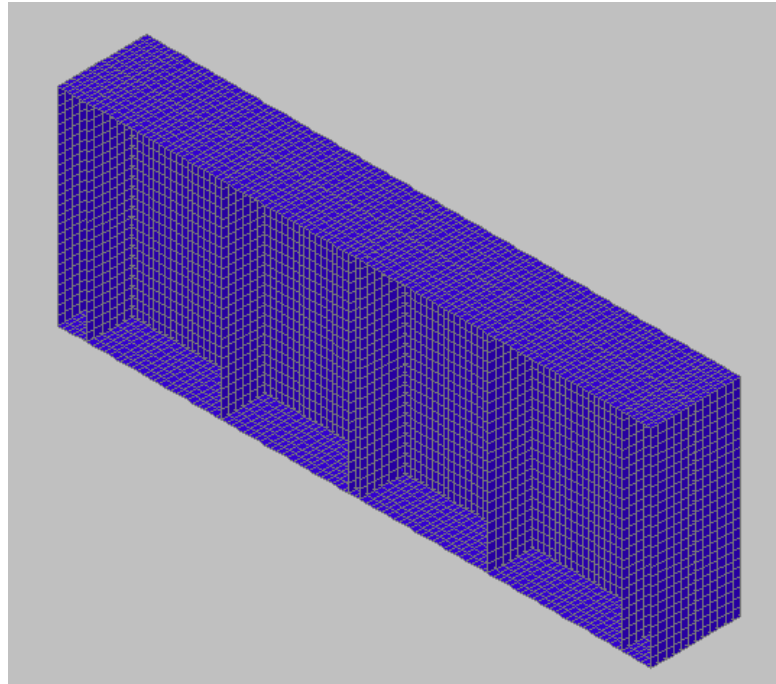


Figura No. 44 Malla poligonal de segunda configuración de viga I

Una vez elaboradas las mallas, se procede a importar desde el programa de Elementos Finitos SAP2000 los modelos geométricos generados con Autocad. Se emplea en ambos programas el mismo sistema de referencia y se asigna a los nodos de los puntos de apoyo del modelo las restricciones, seleccionadas como soportes simples. Se observa en la Figura No. 45, el modelo estructural para la primera configuración, con sus respectivas condiciones de frontera.

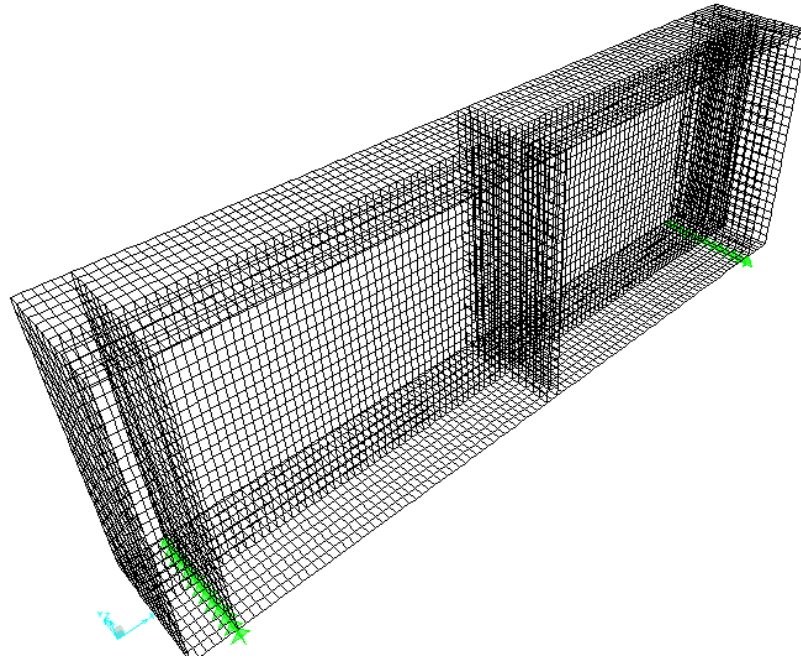


Figura No. 45 Importación de elementos “Shell” desde Sap2000 y asignación de condiciones de frontera (Soportes Simples – SS)

Las condiciones de frontera son iguales para el modelo estructural de la segunda configuración, por lo tanto no se muestra. Posteriormente se asignan las propiedades y características físicas a los modelos numéricos a desarrollarse en SAP2000. Estas propiedades pertenecen al material empleado en las pruebas, de aleación de Aluminio H14, descritas anteriormente en el Capítulo 1, y los espesores correspondientes (1.5 mm en el ala y 3.0 mm en el alma).

Finalmente, se incluyen las fuerzas nodales en el modelo que producirán el Pandeo. En total, fueron colocadas 8 cargas de 100 kg. cada una en

dirección vertical hacia abajo, resultando 800 kg. de fuerza total aplicada al modelo, la cual es bastante mayor que el peso de los especímenes. La distribución de las fuerzas fue a manera de rombo, tratando de aproximarse a la forma en que fue aplicada la carga durante las pruebas con la Máquina de Ensayo Universal. Se muestra en la Figura No. 46 la asignación de cargas a los modelos estructurales de Sap2000. Luego, para el análisis de pandeo se selecciona la opción “Buckling” dentro del submenú “Load Case”. Ver ANEXO A.

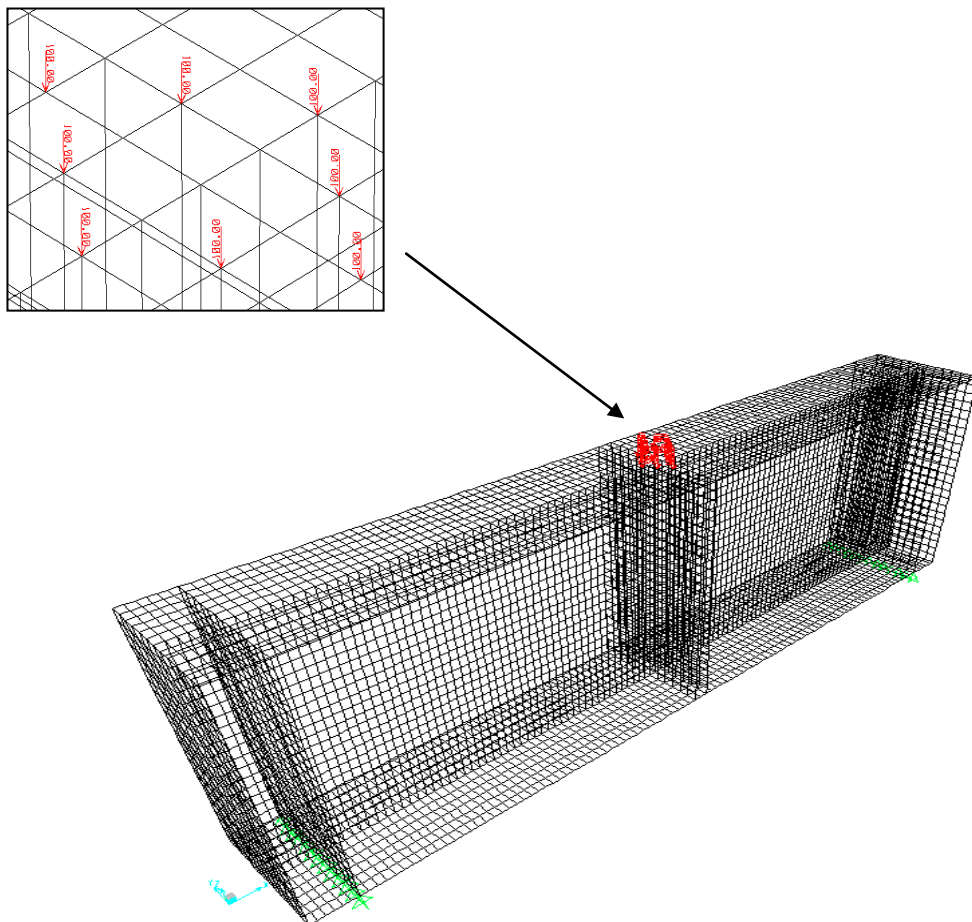


Figura No. 46 Asignación de cargas al modelo numérico

### **3.2 RESUMEN DE RESULTADOS DE LAS ESTIMACIONES NUMÉRICAS UTILIZANDO SAP2000**

Se presenta la Fuerza Crítica calculada empleando el Método de Elementos Finitos, resultando con magnitudes de 1155 y 2317 kg para la primera y segunda configuración, respectivamente. Se muestran el primer modo resultante, describiéndose como ondas ubicadas simétricamente respecto de la sección central, alineados en la diagonal de ambas configuraciones de los paneles de las alas de las vigas. Finalmente se presentan las fuerzas internas calculadas empleando SAP2000, donde se aprecia la alineación del momento flector con las fallas de las diagonales de las almas.

En base a los modelos numéricos desarrollados anteriormente, se ejecuta el programa SAP2000 escogiendo como análisis a realizar, el Pandeo o “Buckling Analysis”, de acuerdo al menú del programa, véase ANEXO A. Como se mencionó anteriormente, se aplicó al modelo numérico una carga total de 800 kg. distribuida uniformemente en 8 nodos. Los resultados de este análisis presentan un factor, que multiplicado por la carga aplicada, representa la Fuerza Crítica para cada modo analizado. Ver Tabla No. IX.

Modo #	Factor		Fuerza Crítica [kg]	
	A	B	A	B
1	1.44	2.90	1155	2317
2	1.45	2.91	1156	2330
3	1.56	3.18	1250	2540
4	1.57	3.18	1253	2545

Tabla No. IX Factores de pandeo y magnitud de la Fuerza Crítica aplicada sobre los modelos numéricos

Las magnitudes de los factores se presentan gráficamente en la Figura No. 47, y se observa que la tendencia de los valores obtenidos para las dos configuraciones son similares; para el caso de la segunda viga (B), la magnitud prácticamente se duplica con referencia al primer caso (A). Debe notarse también que entre el primer y segundo modo, solo hay diferencia de hacia donde se produce la deflexión (Ver ANEXO B), es decir, corresponden al mismo modo. Igual comentario puede hacerse para los modos 3 y 4.

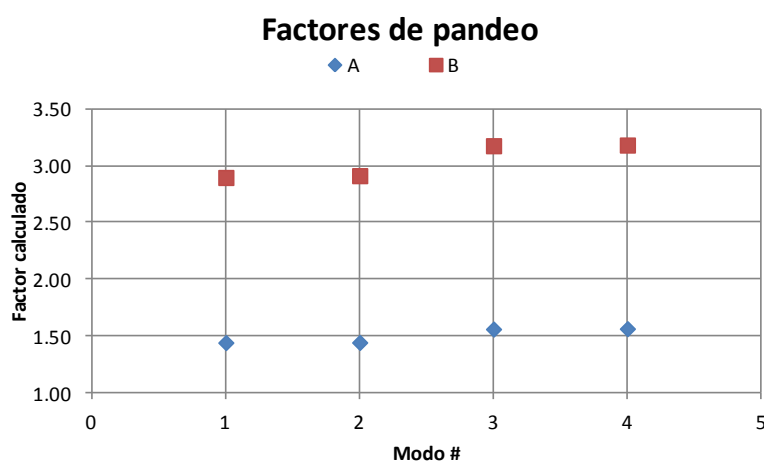


Figura No. 47 Factores de pandeo en modelos de vigas A y B

Posteriormente, se grafica el primer modo resultante para la primera configuración. Se observa en la Figura No. 48 la forma en que se manifiesta el pandeo por corte en el modelo numérico desarrollado para este análisis, pudiéndose apreciar que en la diagonal principal existe la mayor deformación, representada por el color azul, de acuerdo a la escala que consta en misma figura. En la parte superior se observa el ya mencionado factor que se multiplica por la Fuerza aplicada para obtener la Carga Crítica.

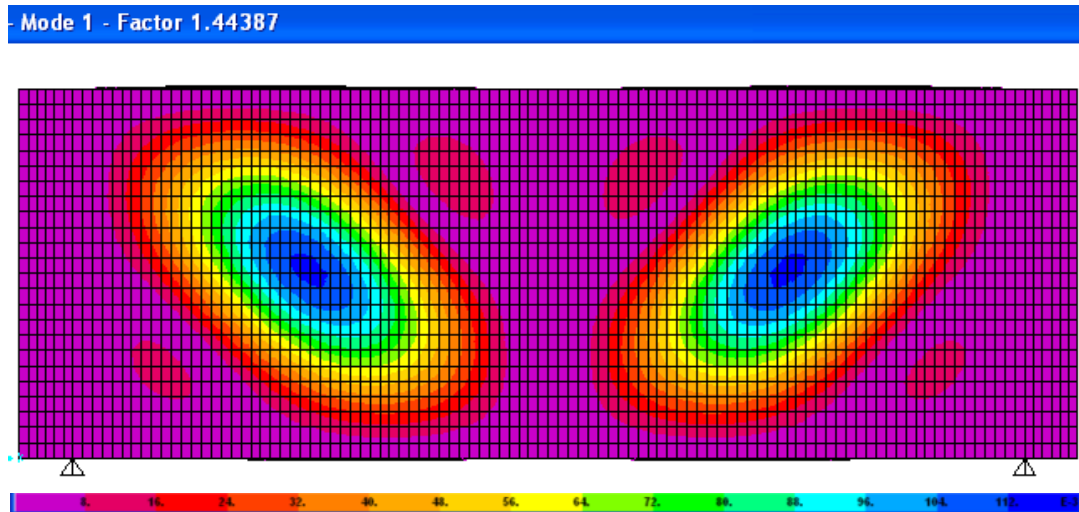


Figura No. 48 Modo 1 resultante en vigas de primera configuración (A)

De igual manera se realiza el análisis para el modelo de la segunda configuración. Se observa en este caso un comportamiento similar al presentado en el anterior modelo numérico, a diferencia que la presencia del refuerzo adicional colocado verticalmente en la mitad del panel conformado por el alma, limita la extensión de la deformación a los paneles adyacentes a

la zona central de la viga. Este resultado es mostrado en la Figura No. 49 en la vista XZ del modelo del programa SAP2000.

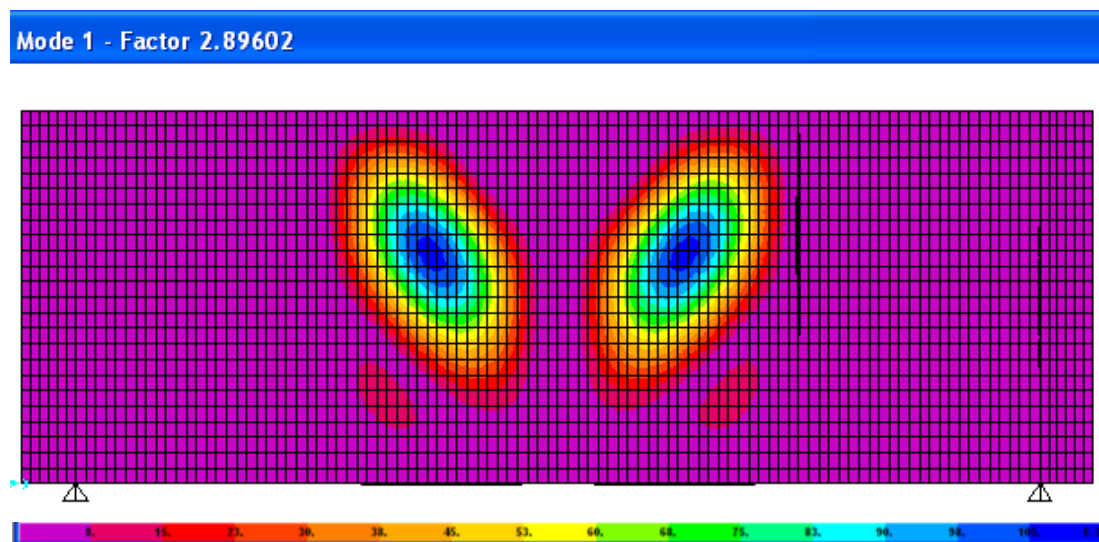


Figura No. 49 Modo 1 resultante en vigas de segunda configuración (B)

Para poder observar la forma adoptada por los paneles del alma luego del pandeo, se presentan en una vista isométrica en las Figuras No. 50 y 51, los resultados de las deformaciones de ambas configuraciones de los modelos numéricos. Se observa las ondas presentes en los paneles centrales de las vigas, que se extienden a lo largo de las diagonales de los paneles de los modelos.

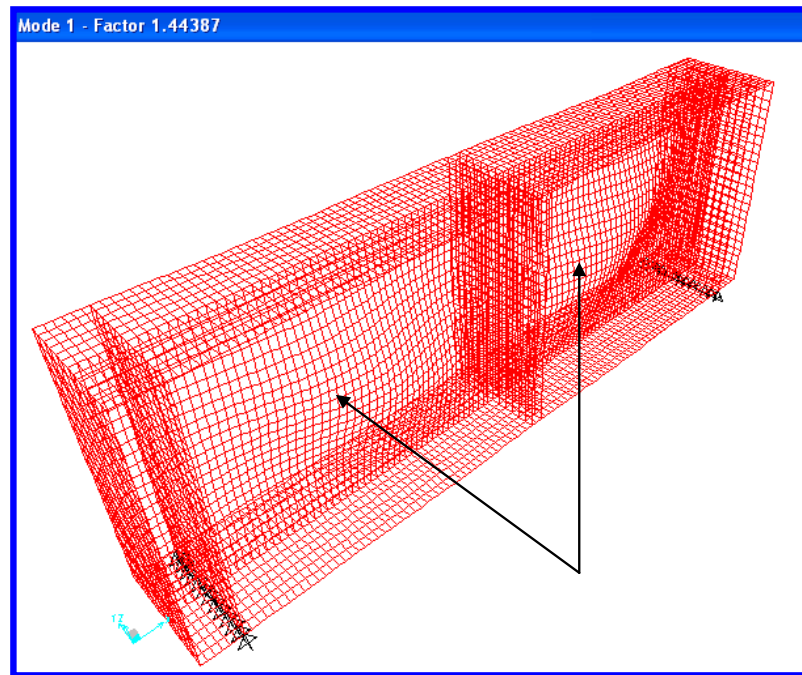


Figura No. 50 Ondas presentadas en la primera configuración de vigas

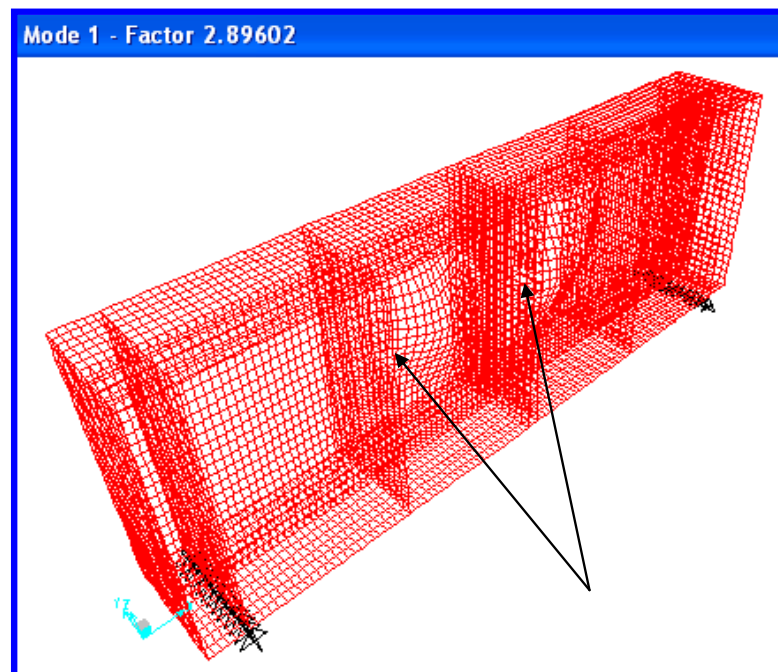


Figura No. 51 Ondas presentadas en la segunda configuración de vigas



Finalmente se presenta el momento flector desarrollado internamente en ambos modelos luego de la aplicación de la fuerza crítica. Se observa una antisimetría de los diagramas M11 y M22, donde los valores máximos se localizan de las diagonales de los modelos, alineándose con las deformaciones máximas ubicadas en la misma zona. Estos diagramas son presentados en las Figuras No. 52, 53, 54 y 55.

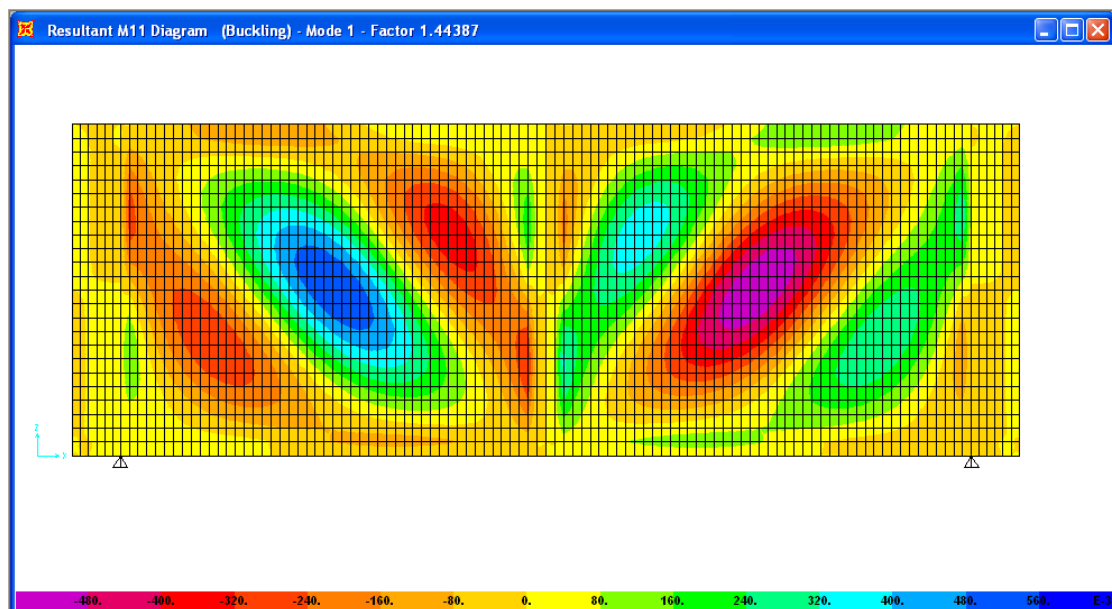


Figura No. 52 Diagrama de M11 de la primera configuración de vigas I

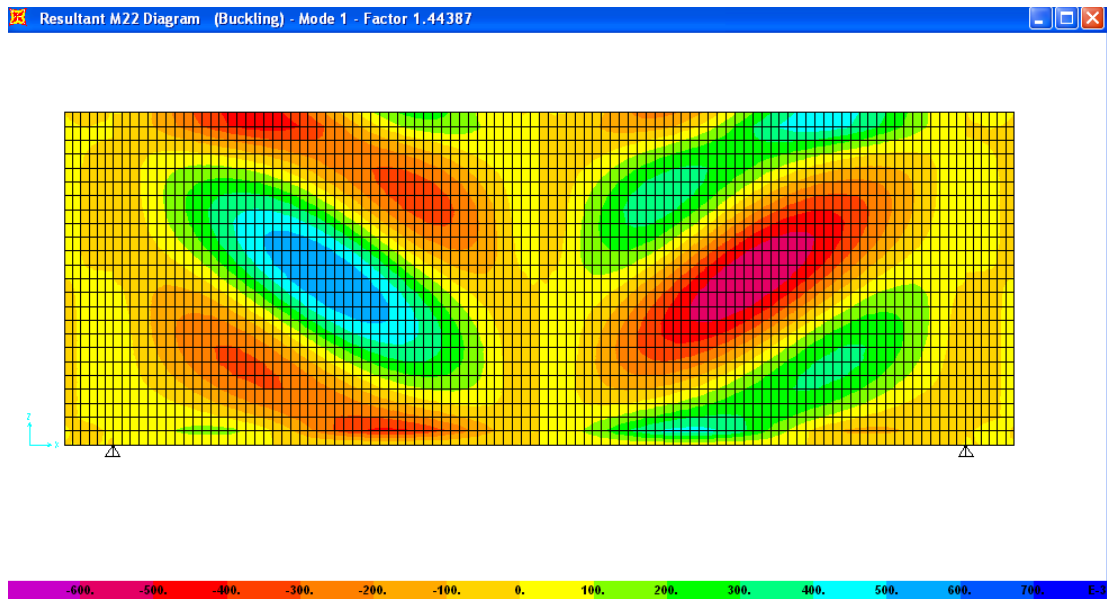


Figura No. 53 Diagrama de M22 de la primera configuración de vigas I

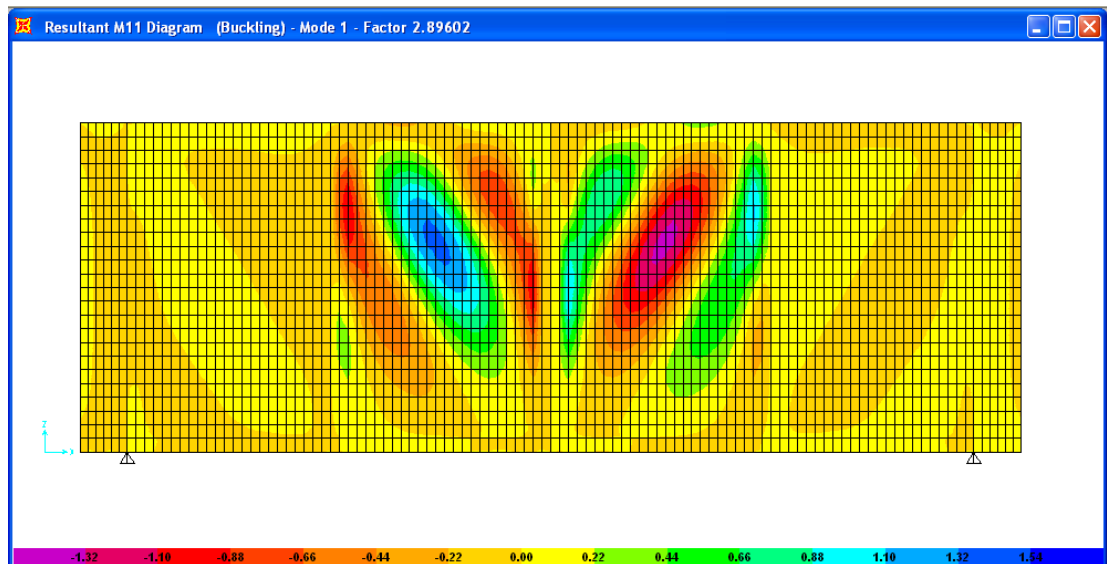


Figura No. 54 Diagrama de M11 de la segunda configuración de vigas I

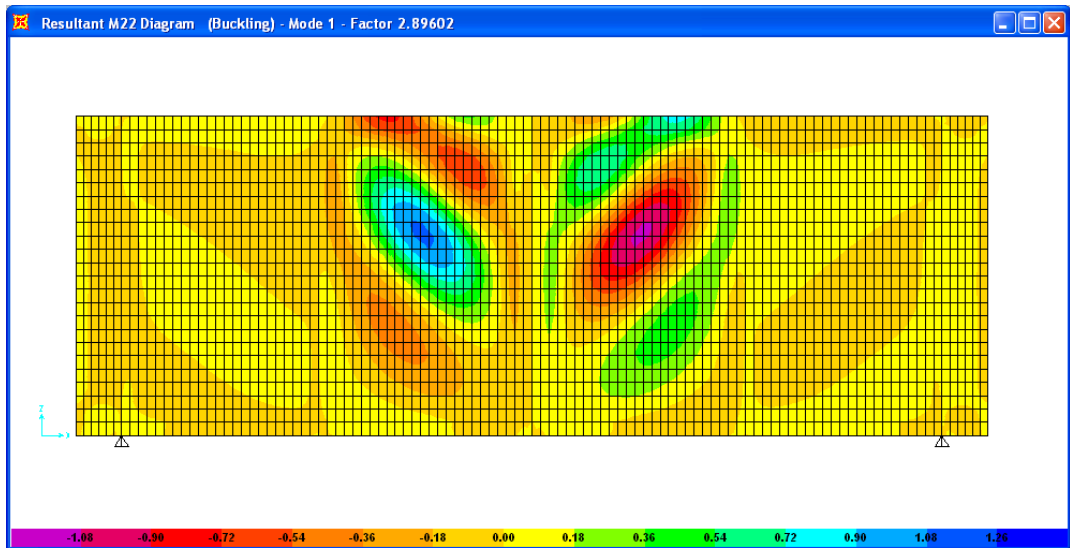


Figura No. 55 Diagrama de M22 de la segunda configuración de vigas I

### **3.3 COMPARACIÓN DE RESULTADOS TEÓRICOS, EXPERIMENTALES Y NUMÉRICOS.**

En este subcapítulo se comparan los resultados obtenidos empleando: formulaciones de Bleich, Eurocode y ABS, las pruebas experimentales, y, los modelos numéricos desarrollados con SAP2000. Se comparan los factores de placa, obteniendo para la viga A: 7.21, 7.26 y 7.26, y para la viga B: 16.5, 16.9 y 16.9 de acuerdo a Eurocode, Bleich y ABS, respectivamente. En general, los valores teóricos obtenidos para la segunda configuración duplican los de la primera viga. En el caso de los resultados experimentales, existen diferencias respecto de las teóricas que posiblemente se deban a imperfecciones en la construcción. Finalmente, se grafican las formas de pandeo obtenidas experimentalmente y con SAP2000, observándose similitud en las ondas presentadas en los paneles del alma.

#### **Factor de placa**

En la Tabla No. X se resume el factor de placa calculado, de acuerdo a las formulaciones disponibles de Bleich, [2], Eurocode, [8], y, ABS, [9], y que sirve para calcular el esfuerzo crítico en pandeo. Este factor depende de la razón de aspecto ( $\alpha=a/b$ ) del panel y de las condiciones de soporte tal como se expresó en la ecuación (18) definida en el Capítulo 1. Se observa coincidencia entre los valores obtenidos de la formulación de Bleich y ABS, lo que indica que es posible que la formulación de la Sociedad Clasificadora

se haya basado en la de Bleich. Para el caso de Eurocode, el valor obtenido difiere ligeramente. Similar resultado se da en el caso de la segunda configuración.

	k		
	Eurocode	Bleich	ABS
Viga A	7.21	7.76	7.76
Viga B	16.52	16.92	16.92

Tabla No. X Factor de placa calculado para las configuraciones de vigas

### Fuerza crítica

Se resume los valores de la Fuerza Crítica calculada mediante formulaciones teóricas, estimada mediante el Método de Elementos Finitos con el programa SAP2000, y los valores obtenidos de las pruebas de los especímenes. Este resumen es presentado en la Tabla No. XI.

	Fcr [Kg]					
	Eurocode	Bleich	ABS	Experimentación		SAP2000
				A1	A2	
Viga A	876	943	975	1708	1337	1155
Viga B	2007	2056	2126	1582	1337	2317

Tabla No. XI Resultados de Fuerza Crítica [kg] para las configuraciones de vigas

El resumen para ambas vigas, se presenta de manera gráfica en la Figura No. 56. Para la primera configuración se aprecia que tanto las formulaciones de Bleich [2], Eurocode [8], ABS [9] y SAP2000 [11] presentan cercanía entre las magnitudes de los valores calculados. Sin embargo en las pruebas experimentales con el espécimen A1 se observa que la Fuerza crítica obtenida prácticamente duplica las estimaciones teóricas.

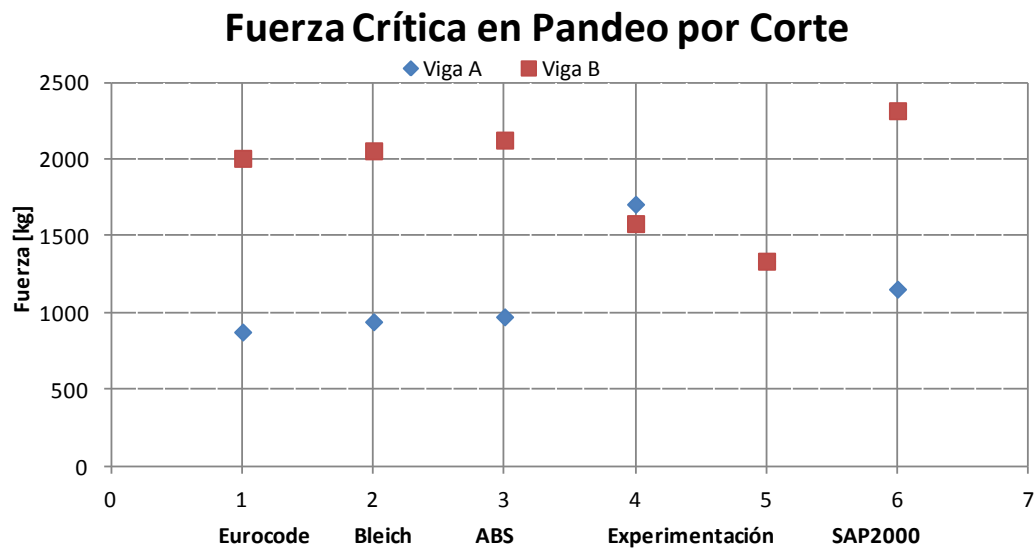


Figura No. 56 Fuerza crítica para las configuraciones de vigas

Respecto al caso de la segunda configuración, se observa que las aproximaciones teóricas son similares, las cuales también asumen las condiciones de frontera de Soportes Simples. Para el caso de los valores obtenidos mediante en el Método de Elementos Finitos se observa diferencias con los valores de los resultados experimentales. Es posible que

estas diferencias que se deban a fallos de los puntos de soldadura, y a que las vigas reales están sometidas a fuerzas normales y de corte, en cambio los paneles idealizados solo a los fuerzas de corte.

Finalmente, en función de la Fuerza Crítica calculada u obtenida por los métodos empleados, se calcula el esfuerzo crítico en las vigas dividiendo la Fuerza Crítica para el área del alma ( $h \cdot t$ ). De igual manera, se observa en la Tabla No. XII que para el caso de la viga A1, se obtiene el mayor valor del esfuerzo crítico, producto de la mayor fuerza aplicada durante el ensayo.

	$\tau_{cr}$ [kg/cm <sup>2</sup> ]					
	Eurocode	Bleich	ABS	Experimentación		SAP2000
				A1	A2	
Viga A	167	180	186	325	255	220
Viga B	382	392	405	301	255	441

Tabla No. XII Esfuerzo Crítico calculado para las configuraciones de vigas

Al comparar los valores de Esfuerzos Críticos en corte expresados en la Tabla No. XII con el esfuerzo de fluencia en corte ( $\tau_{yield} = 706 \text{ kg/cm}^2$ ), indican que se trabajó en la región elástica.

### Formas resultantes

Se grafican las formas resultantes luego de alcanzar el pandeo en la experimentación de las vigas y los obtenidos empleando el Método de Elementos Finitos. En general se observan similitudes en las figuras mostradas a continuación, tanto para la primera configuración, mostrada en la Figura No. 57, como en la Figura No. 58, donde se aprecian los resultados para la segunda configuración.

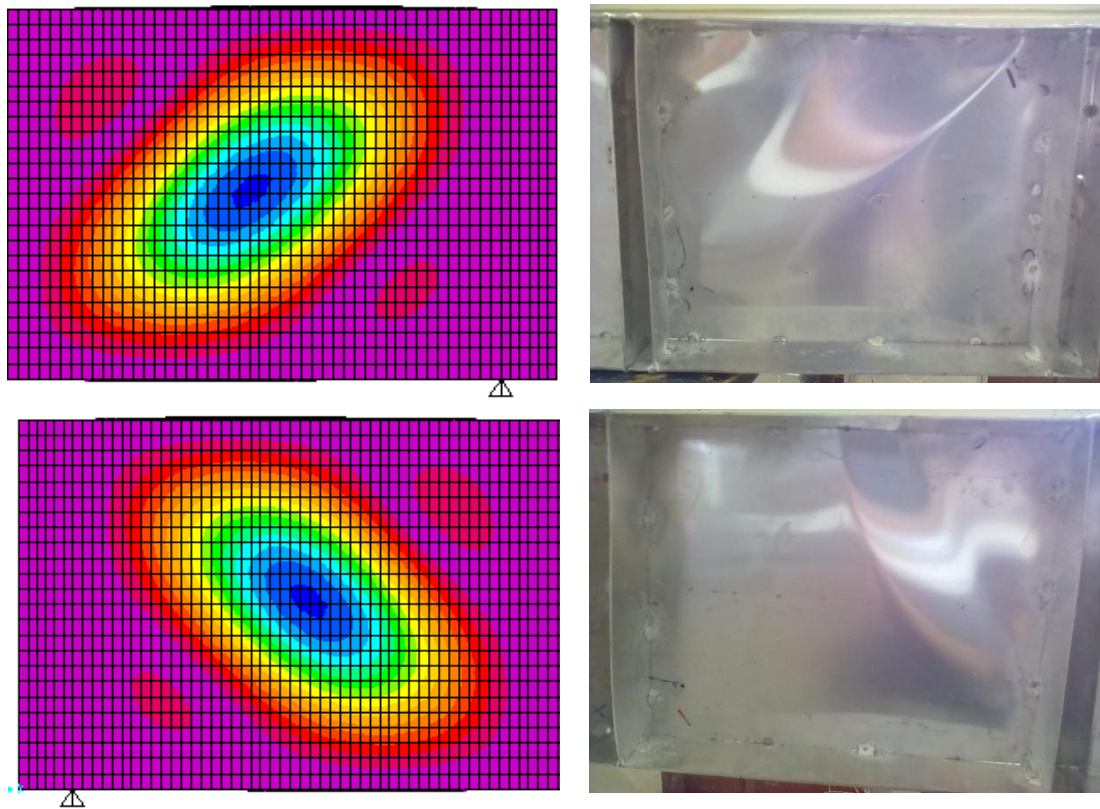


Figura No. 57 Resultados de formas pandeadas de primera configuración



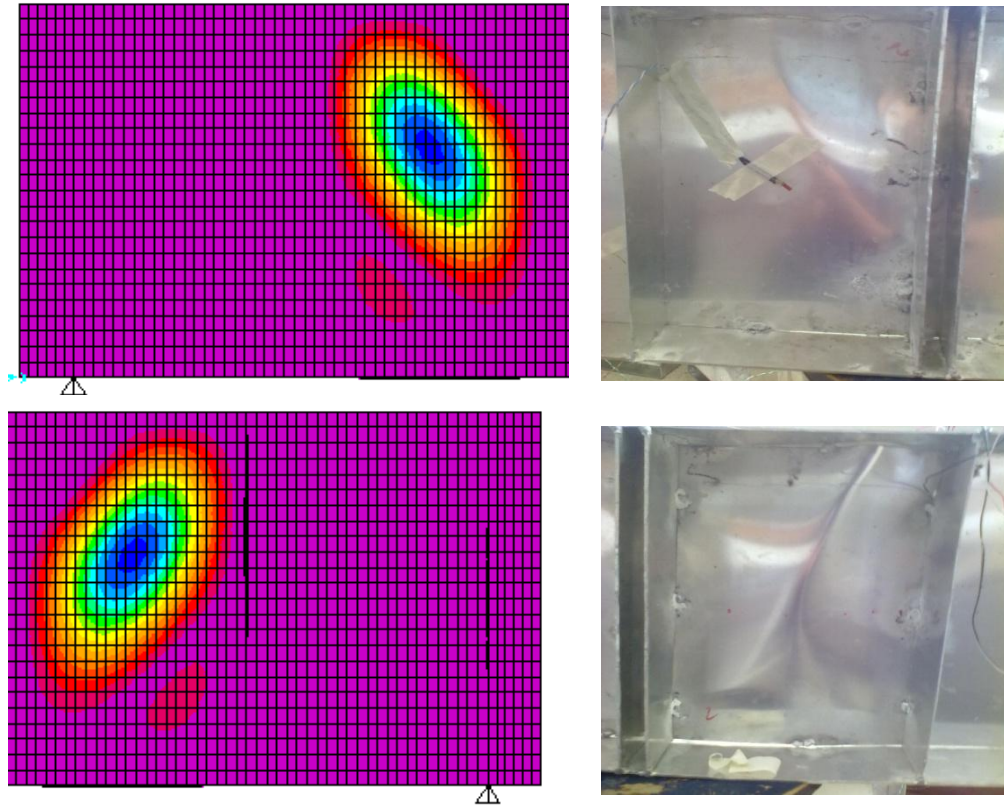


Figura No. 58 Resultados de formas pandeadas de segunda configuración

## CONCLUSIONES

Se desarrolló un estudio teórico, experimental y numérico del pandeo por corte de paneles de vigas I. Para efectuar dicha actividad, se implementaron las formulaciones para el cálculo de la Carga Crítica de paneles, disponibles en la referencia clásica para estructuras metálicas, Bleich [2], el Eurocode [8] aplicable a estructuras de metal, y, en las Reglas de la Casa Clasificadora ABS, [9]. Luego, en base a las dimensiones obtenidas, se elaboraron cuatro especímenes de vigas I para la experimentación en el laboratorio, registrando la carga a la cual los modelos físicos fallaron. Finalmente, se desarrollaron modelos numéricos para analizarlos con el Método de Elementos Finitos, encontrando la carga crítica para las configuraciones definidas, y, se puede concluir lo siguiente:

1. El pandeo por corte de paneles de planchaje rectangulares se produce por la presencia de esfuerzos en compresión presentes en dirección inclinada  $45^{\circ}$  respecto del máximo esfuerzo cortante. En el caso de paneles rectangulares con bordes simplemente soportados, los esfuerzos cortantes máximos se presentan en la diagonal principal. Entonces los esfuerzos compresivos máximos producirán deflexión lateral del panel, en la diagonal del panel. Para estimar el esfuerzo crítico se puede emplear el Método de Mínima Energía Potencial, Bleich [2], empleando

series senoidales, cuyos términos satisfacen idénticamente las condiciones de frontera.

2. El alma de una viga en I simplemente soportada en sus extremos que soporta carga vertical se comporta como un panel con carga principalmente cortante. Este tipo de estructura se empleó para estudiar experimentalmente el pandeo de paneles rectangulares que soportan carga cortante. Luego de construir cuatro especímenes en aleación de aluminio H14 con dos configuraciones, las fuerzas críticas que se obtuvieron fueron: 1708 y 1337 para la primera configuración, y de 1582, y, 1337 para la segunda configuración. Las formas resultantes mostraron la característica distribución en las diagonales principales descritas en el párrafo anterior.
3. Las carga críticas en pandeo por corte pudieron también ser calculadas empleando el programa SAP2000 que aplica el Método de Elementos Finitos. Se prepararon dos modelos estructurales empleando elementos "Shell", incluyéndose las propiedades mecánicas del material y con los soportes definidos como soportes simples. Finalmente se obtuvieron las cargas críticas para los cuatro primeros modos para cada una de las configuraciones. Los valores obtenidos fueron: 1155 y 2317 kg. para el primer modo de las dos configuraciones de vigas. Se observaron similitudes entre las formas resultantes de las pruebas experimentales y

las obtenidas empleando el programa SAP2000, pudiéndose apreciar las “ondas” generadas a lo largo de las diagonales de los paneles del alma.

4. Para el panel con razón de aspecto mayor a 1, esto es en la primera configuración, los valores de Fuerza Crítica obtenidos mediante las formulaciones empleadas y el Método de Elementos Finitos con SAP2000 presentan similitud razonable. Sin embargo, los resultados teóricos difieren grandemente respecto de los obtenidos experimentalmente, siendo estos últimos mayores a los teóricos. Es posible que los puntos de soldadura hayan como servido como escuadras, incrementando la rigidez de la estructura, lo que explicaría la diferencia observada.
5. En el caso del panel con razón de aspecto menor a 1, esto es en la segunda configuración, de igual manera se observa cercanía entre los valores calculados mediante las formulaciones empleadas y las estimaciones con SAP2000. Sin embargo, para el caso de los resultados experimentales, se observa que los resultados son menores a los teóricos. Se piensa que los mayores esfuerzos llevaron a la falla de los puntos de soldadura, lo que limitó la Fuerza Crítica registrada, lo que explicaría la diferencia observada.

## RECOMENDACIONES

1. Para mejorar los trabajos de experimentación con especímenes de bajo espesor, sería recomendable tratar en lo posible de disminuir imperfecciones en los modelos. Estos defectos pueden ser causados por la soldadura, o por predeformaciones existentes en las planchas. Esto podría lograrse incrementando el espesor de los especímenes, permitiendo obtener un modelo físico mas aproximado al modelo idealizado desarrollado para el análisis numérico. Sin embargo, esto incrementaría la capacidad necesaria del equipo de prueba.
2. De igual manera, para posteriores trabajos similares al desarrollado en este estudio, sería recomendable incrementar el número de especímenes a probar en el laboratorio. Esto permitiría efectuar un análisis más detallado contando con mayor cantidad de datos proporcionados de los ensayos con modelos. Sin embargo, debe tomarse en consideración el factor económico, que influye de manera directa en la cantidad total y el material de los modelos a construirse.
3. En los ensayos desarrollados se alcanzó el Pandeo pero no se llegó a la situación última de cada espécimen. Siendo obviamente un análisis no lineal, queda para un proyecto más avanzado el determinar el límite último de las estructuras pandeadas.

## REFERENCIAS

1. POPOV, E., Engineering Mechanics of Solids, 2<sup>nd</sup> ed. Pearson Education
2. BLEICH, F. Buckling Strength of Metal Structures. McGraw-Hill Book Company, 1952
3. TIMOSHENKO, S. P., GERE, J. M., Theory of Elastic Stability, McGraw-Hill Book Company, 1963
4. HUGHES, O., Ship Structural Design, SNAME, NJ, EEUU, 1988
5. LEWIS, E. V., HOFFMAN, O., MACLEAN, W., Load Criteria For Ship Structural Design, Ship Structure Committee, 1973
6. TAGGART, R. Ed., Ship Design and Construction. SNAME, 1980
7. ÅKESSON, BJÖRN. Plate Buckling in bridges and other Structures. Taylor & Francis/Balkema, The Netherlands, 2007
8. EUROCODE 3 , General – Strength and stability of planar plated structures without transverse loading, Part 1-5 , BS EN 1993-1-5, European Committee for Standardisation, 2003
9. AMERICAN BUREAU OF SHIPPING, Rules for Building and Classing of Steel Vessels. ABS, 2005
10. LLOYD'S REGISTER OF SHIPPING, Rules and Regulations for the Classification of Ships, LR, 2005, Part 3, Chapter 4, Section 7
11. COMPUTERS AND STRUCTURES, SAP2000 Linear and Nonlinear Static and Dynamic Analysis and Design of Three-Dimensional Structures. CSI, Berkeley, 2005

## ANEXO A

### Procedimiento para el cálculo del pandeo utilizando SAP2000

Para desarrollar el cálculo de pandeo empleando el Método de Elementos Finitos, se puede desarrollar el modelo en algún programa CAD que permita almacenar archivos dxf. Para la elaboración del modelo en el presente trabajo se empleó Autocad®. Ver Figura A- 1.

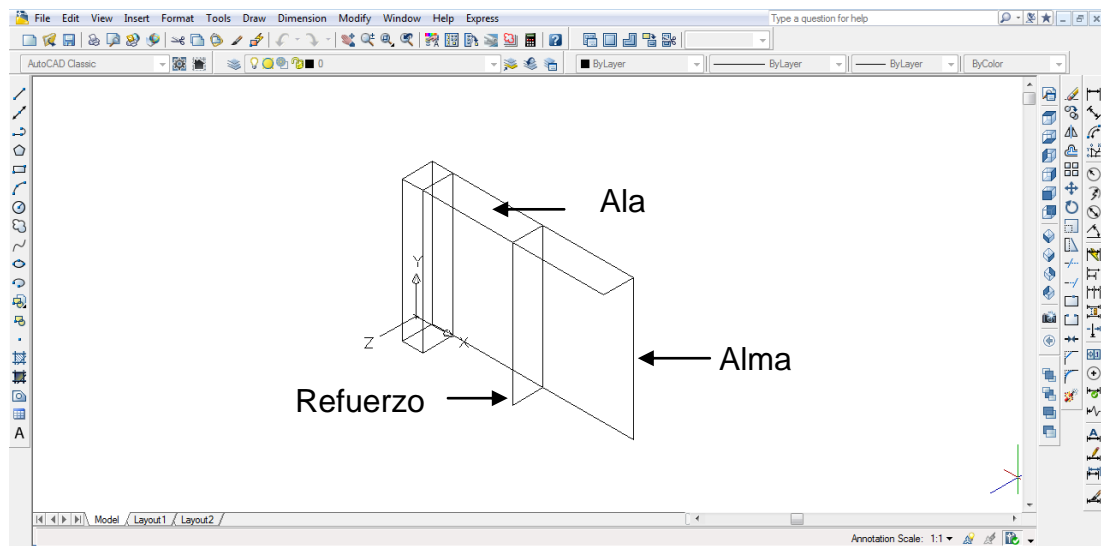


Figura A- 1 Dibujo de contornos de la viga I en 3D

Posteriormente, se elabora la malla que se convertirá en los elementos “Shell” en el programa SAP2000. Se debe tener en cuenta las relaciones de aspecto de los elementos generados de manera que sean cercanos a la unidad, mejorando la calidad de la malla y por ende los resultados. Se muestra en la Figura A- 2, la malla generada con “Edgesurf”.

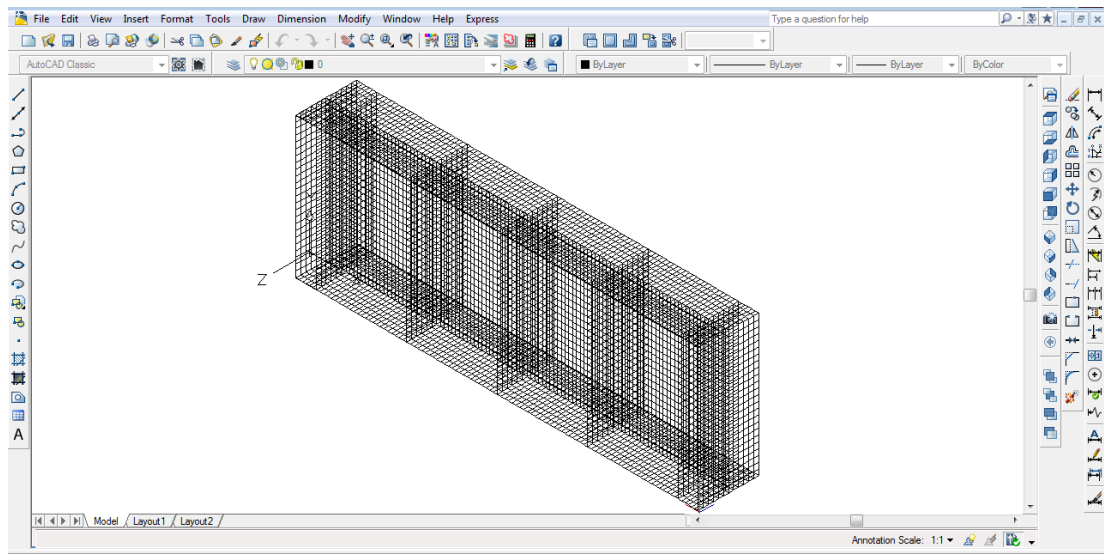


Figura A- 2 Malla elaborada en Autocad para importación en SAP2000

Posteriormente se almacena el archivo con extensión .dxf y se procede a importarlo desde SAP2000. Para esta etapa, debe haberse seleccionado las unidades en que se trabajará con el modelo.

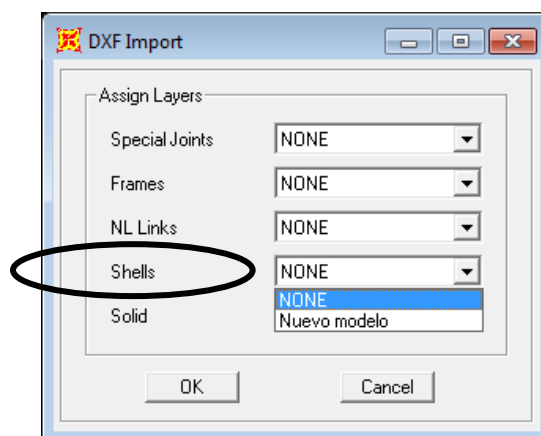


Figura A- 3 Importación y asignación de elementos “Shell”



Como resultado, se obtiene el modelo numérico para ser analizado con SAP2000. Los elementos en rojo son los conocidos elementos “Shell”, que incluyen efectos de flexión y de membrana. Ver Figura A- 4.

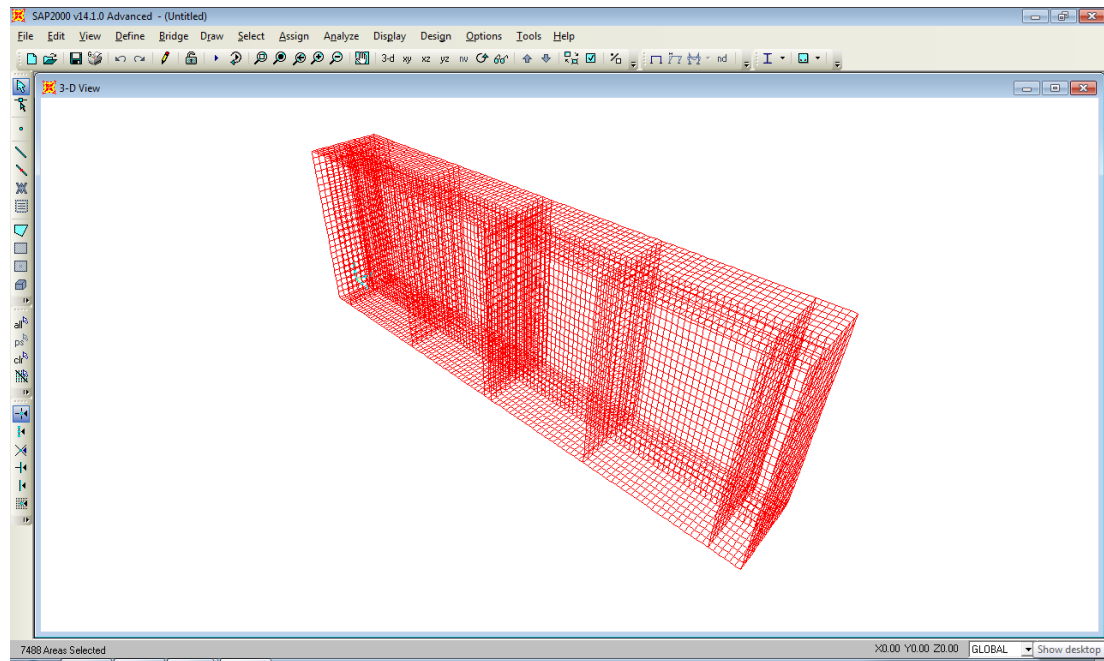


Figura A- 4 Modelo de viga I conformada por elementos “Shell”

Luego, del menú “Define” del programa SAP2000, se escoge la opción “Material”, para definir las propiedades físicas del material a emplear y asignarse al modelo. En caso de no conocer las propiedades del material, los principales datos requeridos por el programa son el Módulo de Elasticidad (E) y el coeficiente de Poisson,  $\nu$ . Ver Figura A- 5.

**Material Property Data**

General Data

Material Name and Display Color: AluminioH16 ■

Material Type: Aluminum

Material Notes:

---

Weight and Mass

Weight per Unit Volume: 2.713E-03

Mass per Unit Volume: 2.768E-06

Units: Kgf, cm, C

---

Isotropic Property Data

Modulus of Elasticity, E: 723998.5

Poisson's Ratio, U: 0.33

Coefficient of Thermal Expansion, A: 2.358E-05

Shear Modulus, G: 272179.89

---

Other Properties for Aluminum Materials

Aluminum Type: Wrought

Aluminum Alloy Designation: 6061-T6

Compressive Yield Strength, Fcy: 2460.7437

Tensile Yield Strength, Fty: 2460.7437

Tensile Ultimate Strength, Ftu: 2671.6646

Shear Ultimate Strength, Fsu: 1687.3671

Switch To Advanced Property Display

Figura A- 5 Asignación de propiedades al modelo

Luego, del mismo menú “Define”, se escoge la opción “Section properties” y se definen las características físicas del material. Como para la viga I se empleó aluminio de igual característica pero de diferente espesor, se definen dos secciones, ala y alma, con las propiedades de cada uno.

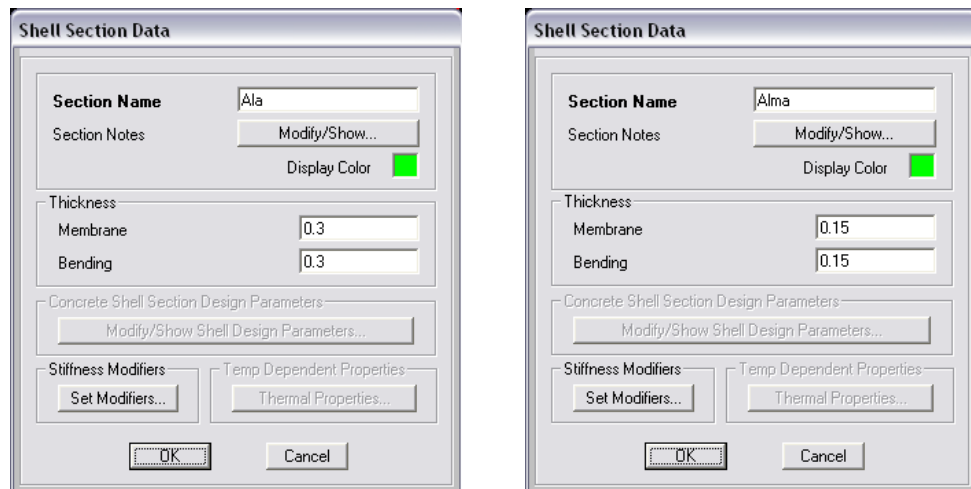


Figura A- 6 Definición de características de las secciones ala y alma a asignarse a los modelos

Dentro del menú “Define”, posteriormente se define el tipo de análisis que se va a realizar. Para el caso de pandeo se selecciona la opción “Buckling” establecida dentro del submenú “Load Case”. En este menú se define también el número de modos de pandeo que se desean calcular y el patrón de carga a aplicarse en el modelo, establecido como carga muerta y asignada con un factor de escala de 1. Ver Figura A- 7

**Load Case Data - Buckling**

Load Case Name:   Notes:  Load Case Type:

Stiffness to Use

Zero Initial Conditions - Unstressed State

Stiffness at End of Nonlinear Case

Important Note: Loads from the Nonlinear Case are NOT included in the current case

Loads Applied

Load Type	Load Name	Scale Factor
Load Pattern	DEAD	1.
Load Pattern	DEAD	1.

Other Parameters

Number of Buckling Modes:

Eigenvalue Convergence Tolerance:

Figura A- 7 Definición de opciones para el análisis de pandeo

Posteriormente se seleccionan los nodos que serán restringidos con las condiciones de frontera establecidas, que para el caso del presente estudio es simplemente soportada. Esta opción se encuentra en el submenú “Restrains” dentro de “Joints”, en el menú “Assign”. Ver Figura A- 8

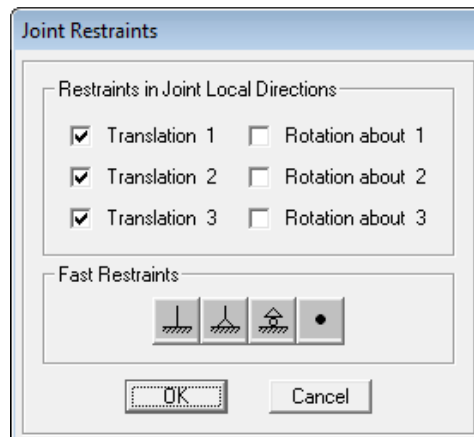


Figura A- 8 Definición de condiciones de frontera

Se muestra a continuación en la Figura A- 9, el resultado de la asignación de condiciones de frontera para el modelo a analizarse.

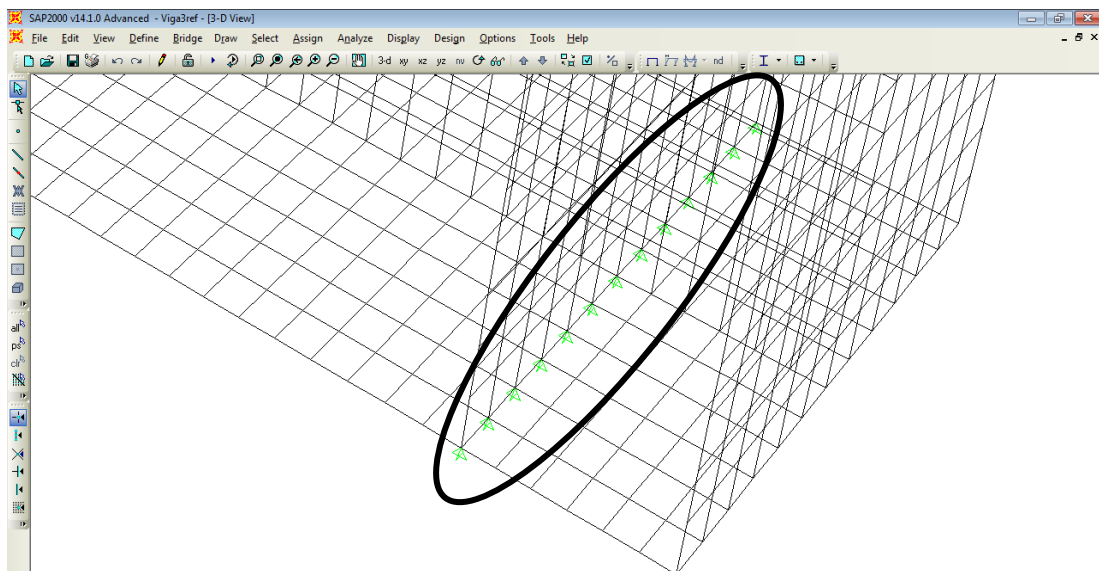


Figura A- 9 Condiciones de frontera definidas en modelo de viga I

Finalmente se seleccionan los nodos donde serán aplicadas las cargas y se escoge la opción “Forces” dentro del submenú “Joint Loads”, del menú “Assign”.

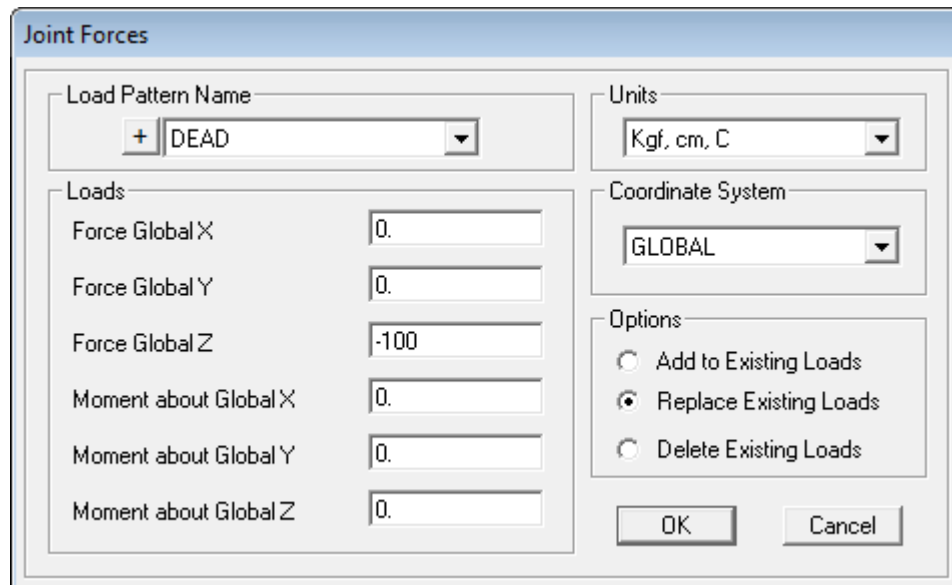


Figura A- 10 Asignación de cargas al modelo numérico

De esta manera queda completo el modelo numérico para el cálculo de pandeo empleando el programa SAP2000.

## ANEXO B

### Modos de pandeo restantes calculados durante el estudio de vigas I con el programa SAP2000

De acuerdo con los resultados obtenidos en el Capítulo 3, se grafican a continuación los modos adicionales calculados con SAP2000.

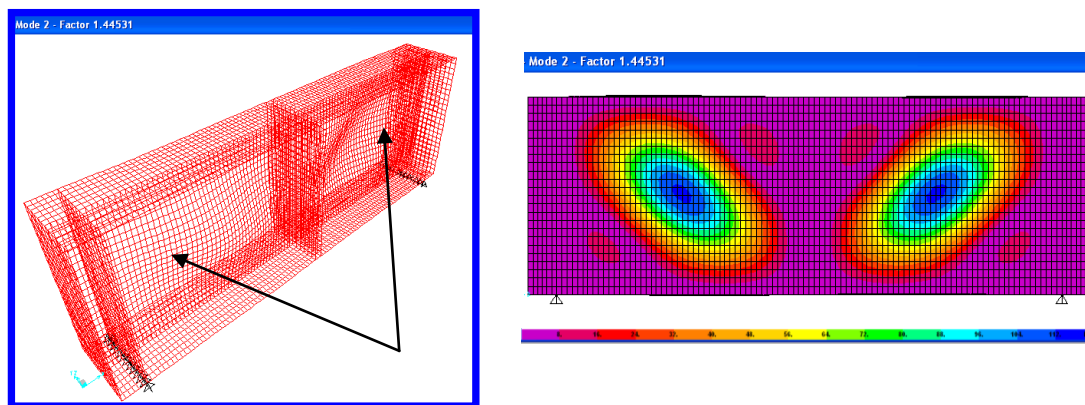


Figura B- 1 Deformación resultante en el Modo #2 de primera configuración

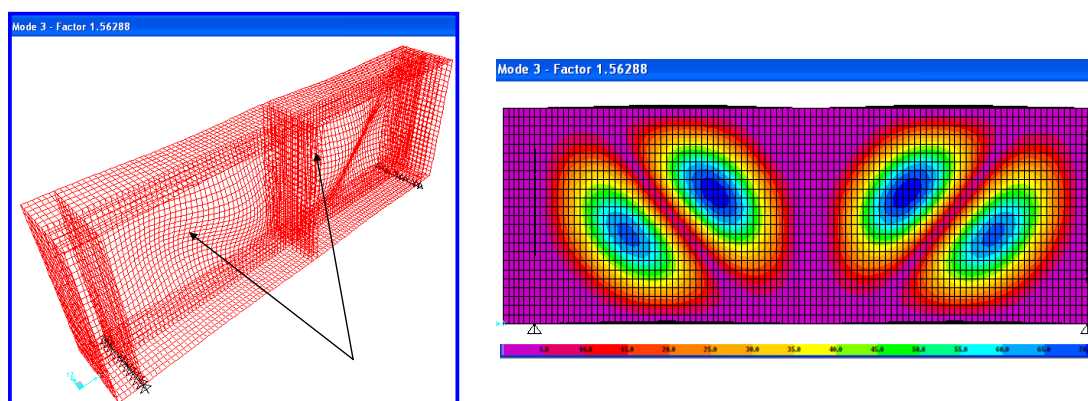


Figura B- 2 Deformación resultante en el Modo #3 de primera configuración

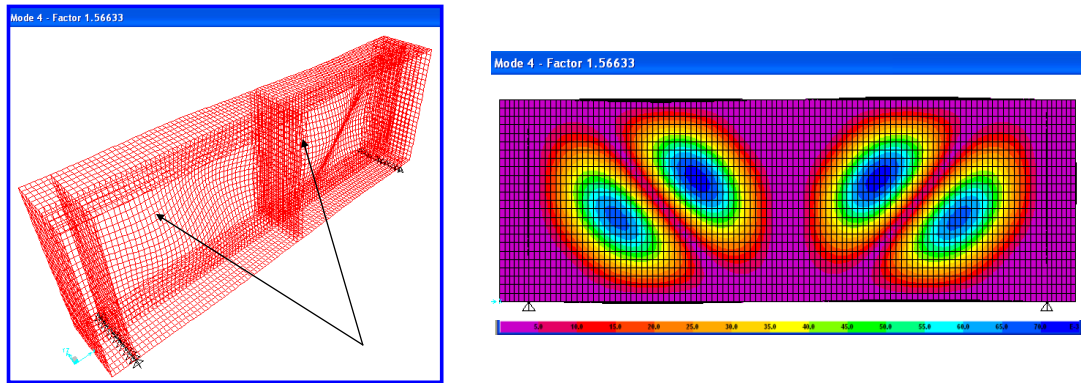


Figura B- 3 Deformación resultante en el Modo #4 de primera configuración

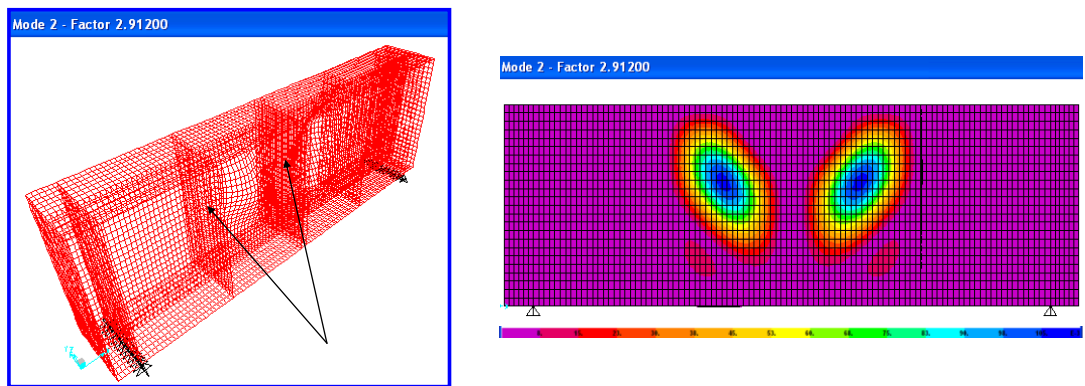


Figura B- 4 Deformación resultante en el Modo #2 de segunda configuración

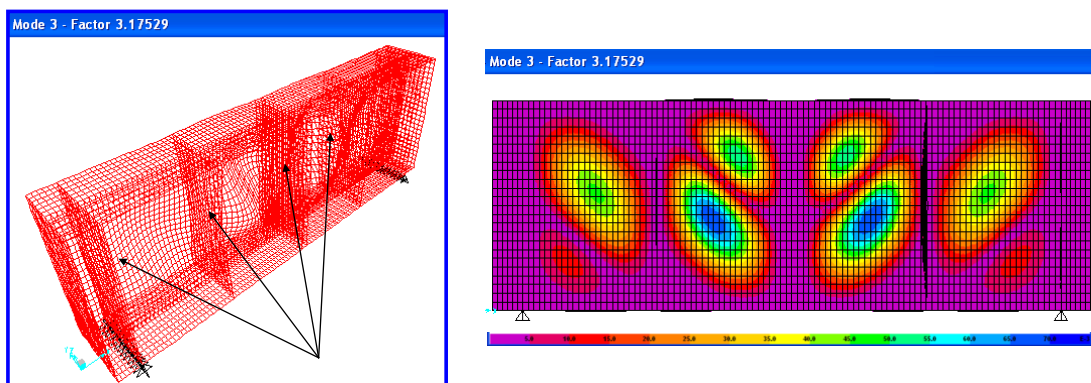


Figura B- 5 Deformación resultante en el Modo #3 de segunda configuración



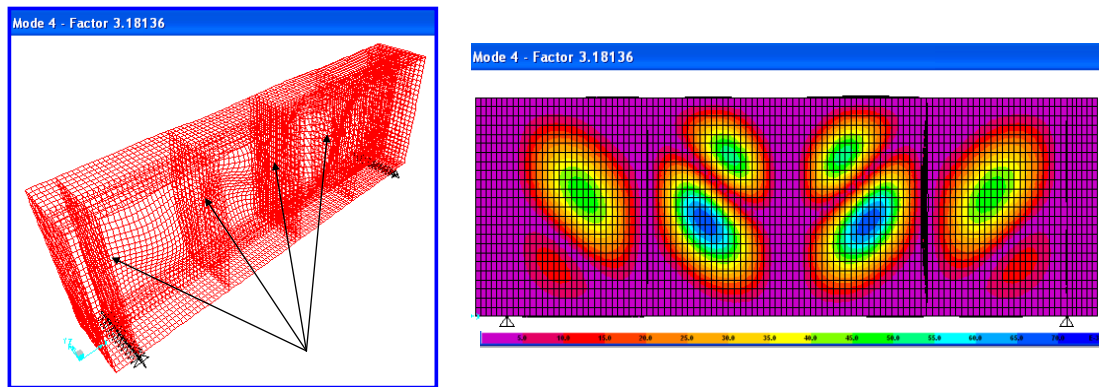


Figura B- 6 Deformación resultante en el Modo #4 de segunda configuración

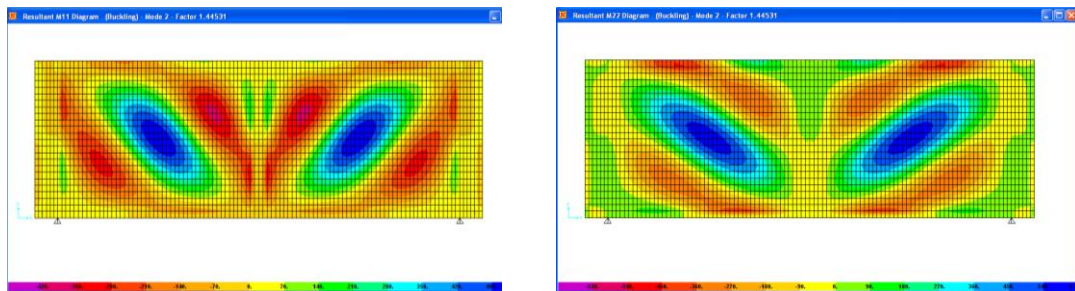


Figura B- 7 Momentos desarrollados (M11 y M22) internamente en primera configuración en el modo #2

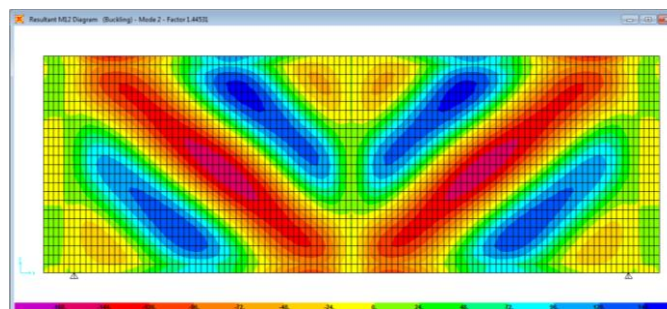


Figura B- 8 Momento desarrollado (M12) internamente en primera configuración en el modo #2

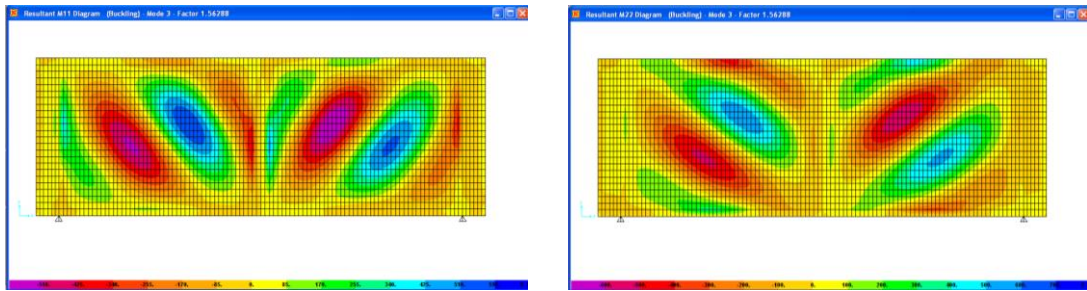


Figura B- 9 Momentos desarrollados ( $M_{11}$  y  $M_{22}$ ) internamente en primera configuración en el modo #3

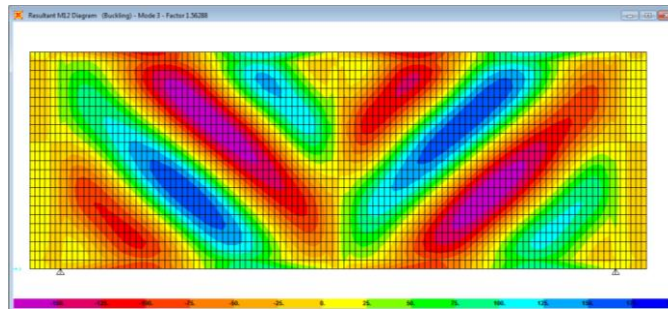


Figura B- 10 Momento desarrollado ( $M_{12}$ ) internamente en primera configuración en el modo #3

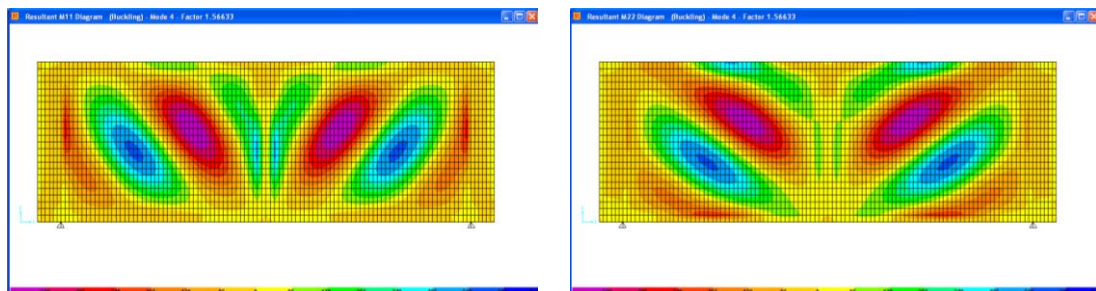


Figura B- 11 Momentos desarrollados ( $M_{11}$  y  $M_{22}$ ) internamente en primera configuración en el modo #4

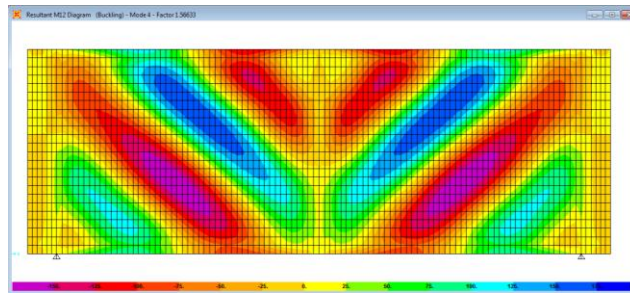


Figura B- 12 Momento desarrollado (M12) internamente en primera configuración en el modo #4

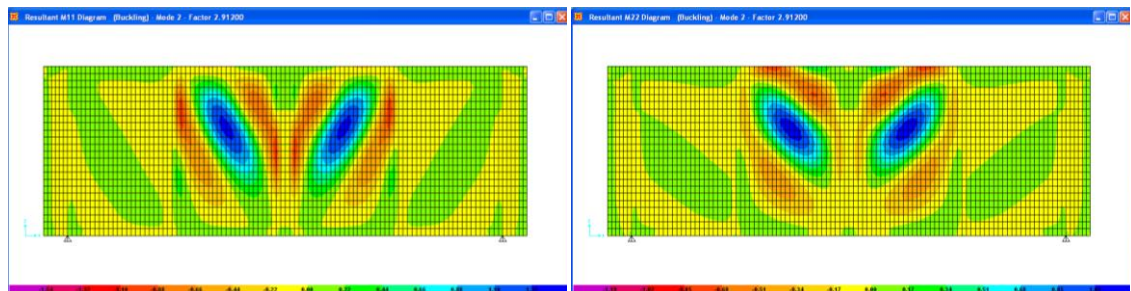


Figura B- 13 Momentos desarrollados (M11 y M22) internamente en segunda configuración en el modo #2

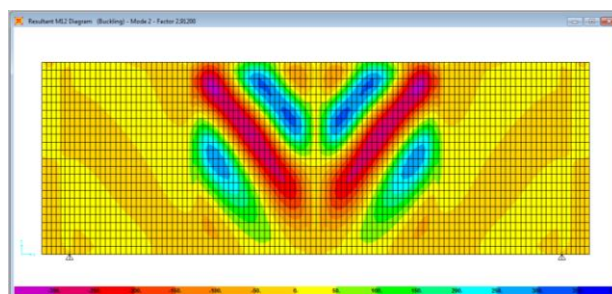


Figura B- 14 Momento desarrollado (M12) internamente en segunda configuración en el modo #2

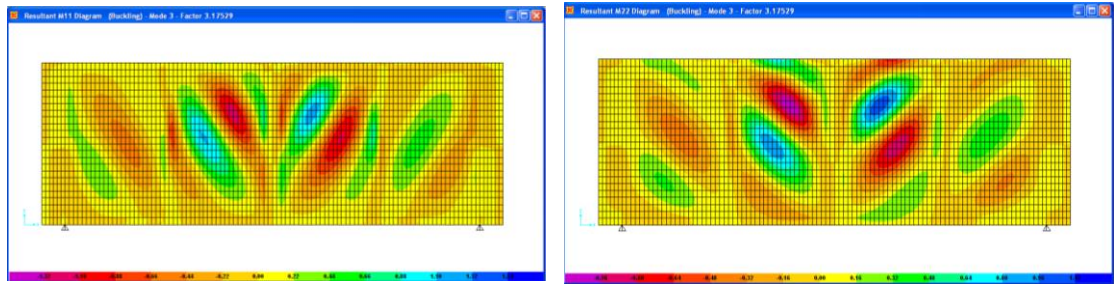


Figura B- 15 Momentos desarrollados (M11 y M22) internamente en segunda configuración en el modo #3

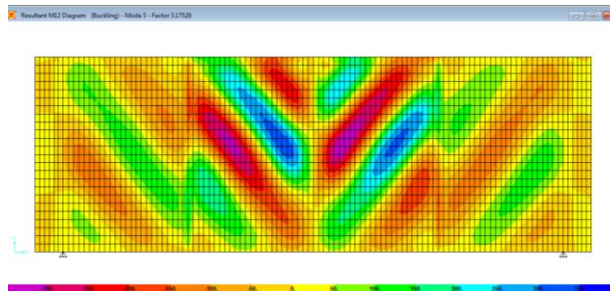


Figura B- 16 Momento desarrollado (M12) internamente en segunda configuración en el modo #3

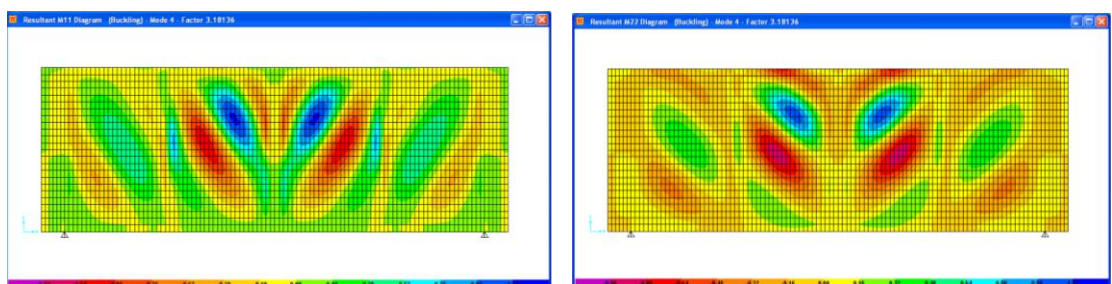


Figura B- 17 Momentos desarrollados (M11 y M22) internamente en segunda configuración en el modo #3

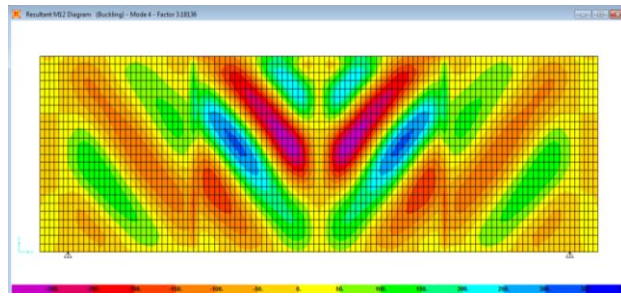
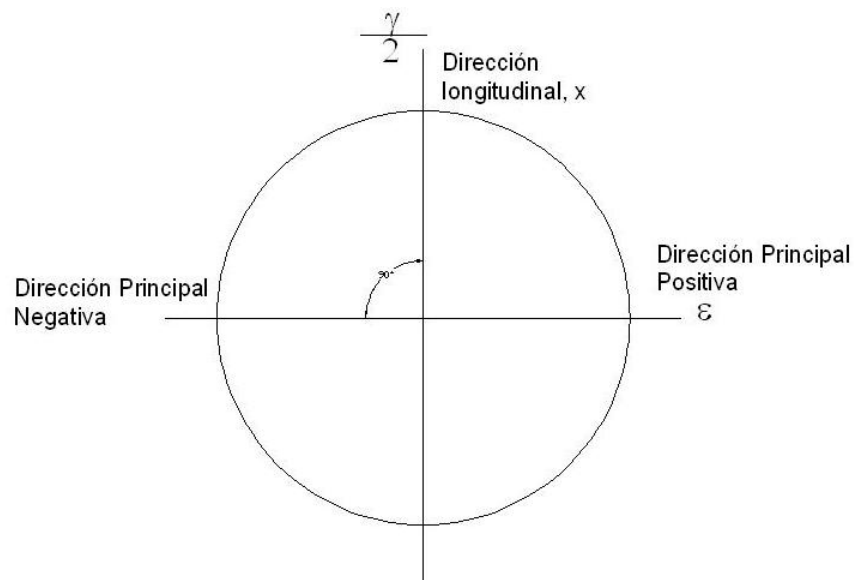


Figura B- 18 Momento desarrollado (M12) internamente en segunda configuración en el modo #3

## ANEXO C

### Círculo de Mohr para Deformaciones Unitarias

A la mitad de la altura del alma, asumiéndola como viga simple, tendremos esfuerzo normal nulo, y máximo esfuerzo cortante. Graficando el Círculo de Mohr de deformación para esta posición tenemos:



Luego, la deformación normal en la dirección principal es igual a la cortante  $\gamma/2$  que se produce longitudinalmente. Dicha dirección corresponde en el alma a  $45^\circ$  ( $90^\circ/2$ ) de la longitudinal; de igual manera en la cara opuesta del ala, en la dirección  $-45^\circ$  se tendrá  $\epsilon = -\gamma/2$ . Si se conecta los extensómetros para que se resten las deformaciones se obtiene directamente la deformación cortante,  $\gamma_{xy}$ .