**ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL**
**INSTITUTO DE CIENCIAS MATEMÁTICAS**
**SEGUNDA EVALUACIÓN DE MATEMÁTICAS**
**INGENIERÍAS**
**GUAYAQUIL, AGOSTO 27 DE 2012**

Nombre: ____________________________________________________ Paralelo: _____

# VERSIÓN 0

**INSTRUCCIONES**

- Escriba sus datos de acuerdo a lo solicitado en la Hoja de Respuestas.
- Verifique que el presente examen consta de 20 preguntas:
- Todas las preguntas tienen el mismo valor, 3.5 puntos cada una.
- Usted dispone de 2 horas para realizar este examen.
- No se permite el uso de calculadora en el desarrollo del examen.
- El examen es estrictamente personal.
- Si tiene alguna inquietud, levante la mano hasta que el profesor pueda atenderlo.

---

1) Considere la matriz $A = \begin{pmatrix} -\cos\left(\ln\left(e^{\pi}\right)\right) & \sec(2\pi) & 0 \\ \mu\left(\sqrt{7}\right) & |-5| & x \\ \operatorname{sgn}(-3) & 3\cos(4\pi) & 0 \end{pmatrix}$

El número real $x$, para que $A$ sea una matriz singular, pertenece al intervalo:

a) $[-2,-1)$
b) $[-1,0)$
c) $[0,1)$
d) $[1,2)$
e) $[2,3)$

2) Sean $\text{Re} = R^2$, el producto de los elementos que forman parte de la solución del sistema de ecuaciones no lineales:

$$\begin{cases} \log^2(x+y) - 2\log(x+y) + 1 = 0 \\ e^{2(x-y)} - 2e^{x-y} + 1 = 0 \end{cases}$$

es:

a) $\frac{1}{5}$
b) 1
c) 10
d) 25
e) 50

3) Sean $\text{Re} = R^2$ y el predicado de dos variables:

$$p(x,y): \begin{cases} x = y - y^2 \\ x = y^2 - 3 \end{cases}$$

Identifique la proposición VERDADERA.

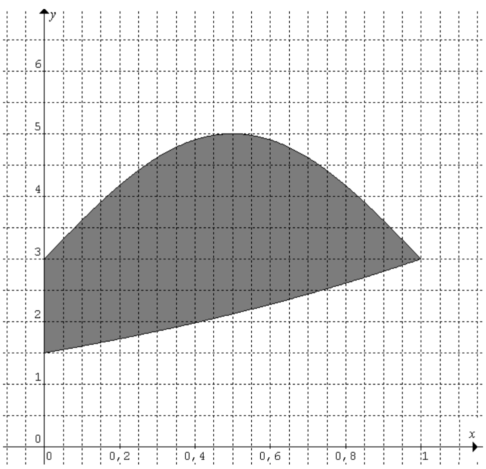
a) $N(Ap(x,y)) = 4$
b) $Ap(x,y) = \varnothing$
c) $\neg[(-2,-1) \in Ap(x,y)]$
d) $\exists (a,b) \in Ap(x,y) / (a > 0 \wedge b > 0)$
e) $\exists (a,b) \in Ap(x,y) / (a < 0 \wedge b > 0)$

4) Sean $\mathrm{Re} = R^2$ y el predicado de dos variables:

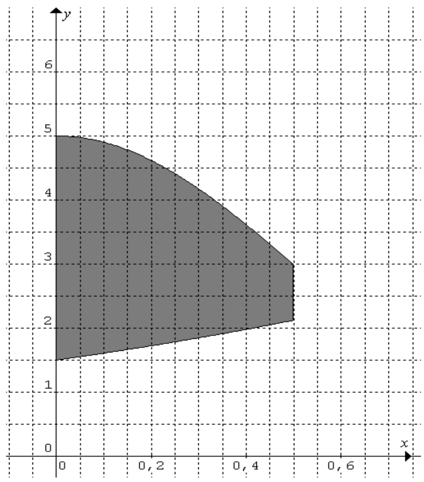
$$p(x,y): \begin{cases} y \le 2sen(\pi x) + 3 \\ 0 \le x \le 1 + \log_2\left(\dfrac{y}{3}\right) \end{cases}$$

La representación gráfica de $Ap(x,y)$ es:

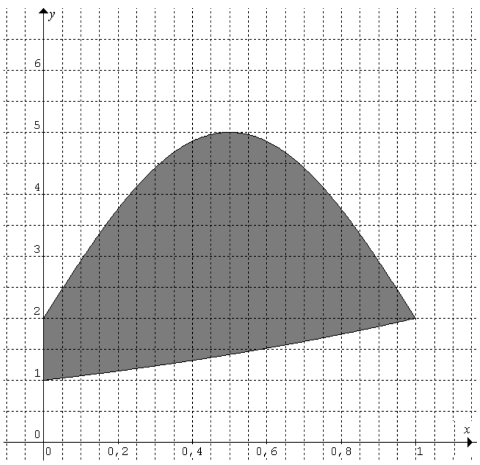
a)



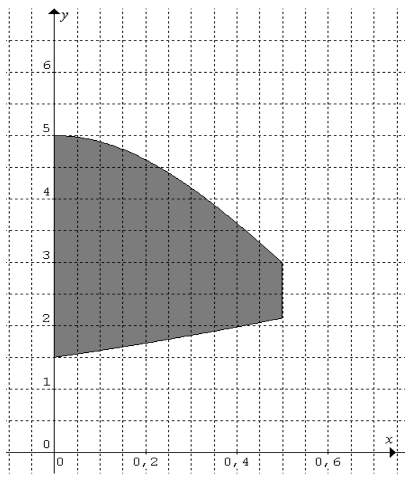

b)



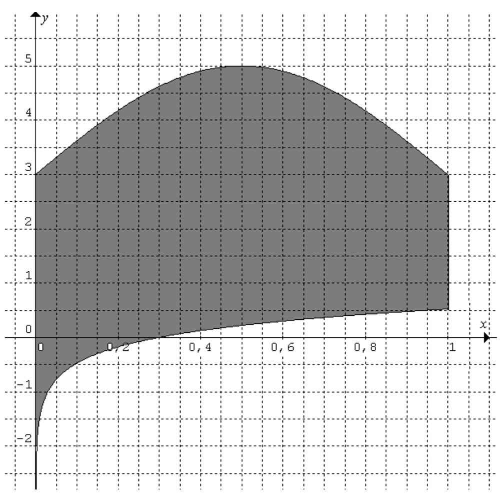

c)




d)




e)



5) La forma rectangular del número complejo $i+\dfrac{i}{1-\dfrac{1}{i-1}}+\dfrac{(2-i)^3}{5}$ es:

a) $\frac{1}{5}-\frac{19}{5}i$
b) $\frac{3}{5}-\frac{3}{5}i$
c) $\frac{19}{5}+\frac{1}{5}i$
d) $-\frac{19}{5}i$
e) $-\frac{19}{5}+3i$

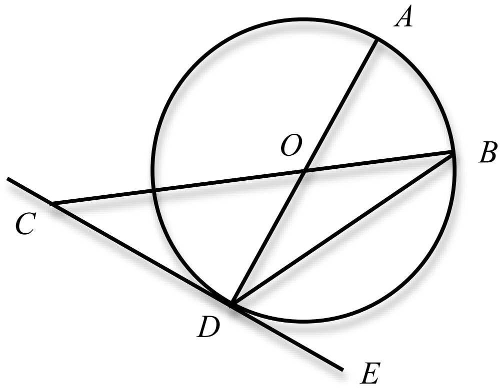
6) Sean los números complejos $z_1=10e^{\frac{\pi}{2}i+3}$ y $z_2=-2e^{\pi i}$. El módulo de $\frac{z_1}{z_2}$ es:

a) $10e^3$
b) $5e^3$
c) 0
d) 5
e) No se puede determinar

7) La forma rectangular del número complejo $z=\left(i-\sqrt{3}\right)^3$ es:

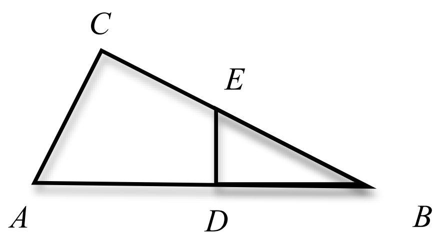
a) $-8+i$
b) $0-8i$
c) $8+0i$
d) $0+8i$
e) $1-3i$

8) Dada la circunferencia con centro en $O$. Si $D$ es punto de tangencia, $m(\angle EDB) = 75^o$ y $\overline{CD} = 4cm$, entonces la longitud del arco $AB$ es:




a) $\frac{3\sqrt{3}\pi}{4}\, cm$
b) $\frac{2\sqrt{3}\pi}{3}\, cm$
c) $\frac{2\sqrt{6}\pi}{3}\, cm$
d) $\frac{2\sqrt{2}\pi}{3}\, cm$
e) $\frac{3\sqrt{2}\pi}{2}\, cm$

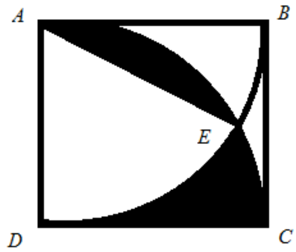
9) En la siguiente figura se conoce que en los vértices $C$ y $D$ se tienen ángulos rectos y que $\overline{AC} = x - 2$, $\overline{BC} = x + 3$, $\overline{DE} = x - 8$ y $\overline{BD} = x - 6$.




Entonces se puede decir que:

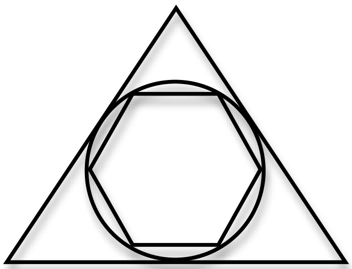
a) $x = 10$
b) $x$ tiene dos respuestas posibles
c) $x = \frac{18}{5}$
d) $\overline{BC} = 9$
e) $\frac{\overline{EB}}{\overline{AB}} = \frac{2}{5}$

10) Si $ABCD$ es un cuadrado cuyo lado mide $4cm$, $A$ y $D$ son los centros de los sectores circulares, $E$ es el punto de intersección y $\overline{AE}$ es un segmento de recta. Entonces el área de la región sombreada, expresada en $cm^2$, es:




a) $\dfrac{\pi}{3}$
b) $\dfrac{3\pi}{4}$
c) $\dfrac{4\pi}{3}$
d) $\dfrac{\pi}{6}$
e) $\dfrac{\pi}{4}$

11) Si el hexágono regular inscrito en la circunferencia tiene un área de $54\sqrt{3}cm^2$, entonces el área del triángulo equilátero circunscrito es:

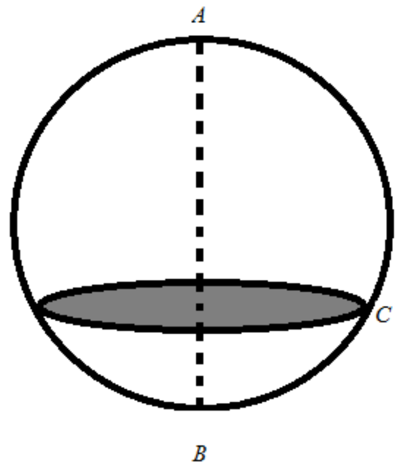


a) $81\sqrt{3}\ cm^2$
b) $108\sqrt{3}\ cm^2$
c) $135\sqrt{3}\ cm^2$
d) $162\sqrt{3}\ cm^2$
e) $216\sqrt{3}\ cm^2$

12) La longitud del lado de un cuadrado mide 4cm, este cuadrado está inscrito en una circunferencia que es la base de un cono recto. Si la altura de este cono es congruente con el diámetro de su base, el volumen del cono es:

a) $\dfrac{32\sqrt{3}\pi}{3}\,cm^3$
b) $32\sqrt{2}\pi\,cm^3$
c) $\dfrac{32\sqrt{2}\pi}{2}\,cm^3$
d) $\dfrac{32\pi}{3}\,cm^3$
e) $\dfrac{32\sqrt{2}\pi}{3}\,cm^3$

13) Un recipiente esférico contiene cierto volumen de agua, tal como se muestra en la figura:




Se conoce que la superficie que está completamente sombreada tiene un área de $3\pi\,cm^2$, $\overline{AB}$ es el diámetro de la esfera y $\overline{BC} = 2cm$. Entonces, el volumen de la esfera es:

a) $\dfrac{32\pi}{3}cm^3$
b) $\dfrac{256\sqrt{5}\pi}{75}cm^3$
c) $16\pi\,cm^3$
d) $32\pi\,cm^3$
e) $\dfrac{64\pi}{3}cm^3$

14) El volumen del sólido de revolución generado por la rotación de la región $R=\{(x,y)/|x|\le 4 \wedge |y-4|\le 2\}$ alrededor de la recta $y=0$ es:

a) $16\pi\ u^3$
b) $32\pi\ u^3$
c) $64\pi\ u^3$
d) $128\pi\ u^3$
e) $256\pi\ u^3$

15) Considere los vectores unitarios $\vec{a}$ y $\vec{b}$, tales que $\vec{a}\bullet\vec{b}=\frac{1}{12}$. Se conoce también que $\vec{a}$ y $\vec{c}$ son vectores ortogonales. Si $\|\vec{c}\|=\frac{1}{3}$ y sabiendo que $(3\vec{c}-\vec{b})\perp(2\vec{a}+\vec{c})$, la medida del ángulo agudo que forman $\vec{b}$ y $\vec{c}$ es:

a) $\frac{\pi}{3}$
b) $\frac{\pi}{6}$
c) $\frac{\pi}{4}$
d) $\frac{\pi}{8}$
e) $\frac{\pi}{12}$

16) Dados los vectores en el espacio $\vec{V_1}$, $\vec{V_2}$ y $\vec{V_3}$, identifique la proposición FALSA.

a) $\vec{V_1} \times \left(\vec{V_2} + \vec{V_3}\right) = \left(\vec{V_1} \times \vec{V_2}\right) + \left(\vec{V_1} \times \vec{V_3}\right)$
b) $\left(\vec{V_1} \bullet \vec{V_2}\right)^2 \geq \left(\vec{V_1} \bullet \vec{V_1}\right)\left(\vec{V_2} \bullet \vec{V_2}\right)$
c) $\left[\left(\vec{V_1} \bullet \vec{V_2}\right)\vec{V_3} = \vec{0}\right] \equiv \left[\left(\vec{V_1} \perp \vec{V_2}\right) \vee \left(\vec{V_3} = \vec{0}\right)\right]$
d) $\mathrm{Proy}_{\vec{V_2}} \vec{V_1} = \dfrac{\vec{V_1} \bullet \vec{V_2}}{\left\|\vec{V_2}\right\|}$
e) $\overrightarrow{\mathrm{Proy}_{\vec{V_2}} \vec{V_1}} = \dfrac{\vec{V_1} \bullet \vec{V_2}}{\left\|\vec{V_2}\right\|^2} \vec{V_2}$

17) El paralelogramo formado por los vectores $\vec{A} = 2i - j - 2k$ y $\vec{B} = 2i + 3j + 2k$ es una de las bases de un paralelepípedo de volumen $V = 18u^3$. Entonces, la altura del paralelepípedo es:

a) $\frac{1}{2}u$
b) $\frac{2}{3}u$
c) $\frac{3}{2}u$
d) $\frac{7}{2}u$
e) $\frac{9}{2}u$

18) La recta que contiene al punto $(-3,2)$ y es perpendicular a la recta $8x - y - 1 = 0$, tiene por ecuación:

a) $x - 8y - 13 = 0$
b) $x + 8y - 13 = 0$
c) $x + 8y + 13 = 0$
d) $8x - y - 13 = 0$
e) $x - 8y + 13 = 0$

19) La ecuación de la circunferencia que contiene el origen de coordenadas y todos sus puntos equidistan del punto de intersección que se obtiene del sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} y = -\dfrac{1}{2}x \\ y = -x^2 - 4x - 3 \end{cases}$$

tal que la abscisa y la ordenada del punto de intersección son números enteros, es:

a) $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 5$
b) $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 25$
c) $x^2 + 4x + y^2 - 2y = 25$
d) $x^2 + 4x + y^2 - y = 0$
e) $x^2 + 4x + y^2 - 2y = 0$

20) El punto $(0,3)$ es uno de los extremos del lado recto de una parábola que es simétrica respecto al eje $X$ y la ecuación de su recta directriz es $x - a = 0$, donde $a > 0$. Entonces, la ecuación en forma canónica de dicha parábola es:

a) $y^2 = 6\left(x + \dfrac{3}{2}\right)$
b) $y^2 = -4\left(x - \dfrac{9}{4}\right)$
c) $y^2 = -2\left(x - \dfrac{9}{2}\right)$
d) $y^2 = 4\left(x + \dfrac{9}{4}\right)$
e) $y^2 = -6\left(x - \dfrac{3}{2}\right)$