# ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL
# INSTITUTO DE CIENCIAS MATEMÁTICAS
# EXAMEN FINAL DE *ESTADÍSTICA PARA INGENIERÍAS*

**Yo**, **……………………………………………………………………………………….** *estudiante de la Escuela Superior Politécnica del Litoral, dejo constancia al pie de la presente, que conozco que este examen ha sido diseñado para ser resuelto de manera individual, esto es, sin ayuda de otra u otras personas, sea que éstas se encuentren dentro o fuera del aula en que se administra esta prueba; y, que solo puedo dirigirme al profesor que controla la misma. Toda contravención sobre el particular será sancionada por la autoridad correspondiente.*

**……………………………………………………………….**
**(***Firme en el espacio punteado)*

*Γυαψαθυιλ, φεβρερο 2 δε 2012*

**NOTA:** Los *tema*s **1**, **2** y **3** valen cada uno *25%* del examen, el *tema* **4** vale *15%* y el **5** vale *10%*

***TEMAS:***

**1.-** $\mathbf{X}^T = \begin{bmatrix} X_1 & X_2 & X_3 \end{bmatrix}$ es un vector aleatorio cuyo vector de medias $\boldsymbol{\mu}^T = \begin{bmatrix} E(X_1) & E(X_2) & E(X_3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ y cuya *matriz de varianzas y covarianzas* es

$$\boldsymbol{\Sigma} = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 4 & 5 \\ 0 & 5 & 9 \end{bmatrix}.$$

**a)** Determine la desviación estándar de $X_3$
**b)** Calcule $\mathrm{Var}(2X_1 + 3X_2 - 5X_3)$
**c)** Calcule la covarianza entre V y W si $V = (X_1 + X_2)$ y $W = (X_2 - X_3)$; esto es cov(V,W).

**2.-** Se pretende verificar la calidad de un producto industrial utilizando solamente una característica X , que tiene distribución $N(\mu,9)$; la idea es diseñar una prueba $\varphi$ para el contraste de hipótesis

$$\mathbf{H_0}: \mu = 25 \text{ vs. } \mathbf{H_1}: \mu > 25$$

Para el efecto se define la *región crítica*

$$C = \{\mathbf{X} \varepsilon R^n \mid \bar{X} > k\}$$

Siendo n el tamaño de la *muestra aleatoria* **X** tomada de X y $\bar{X}$ su media aritmética.

Se pide que la potencia $\boldsymbol{\beta}_\varphi$ de la prueba $\varphi$ sea 0.985 para $\mu = 26.5$ y que su nivel de significancia sea 0.03. **a)** Determine n y k; **b)** Tabule y grafique *con precisión* la potencia de la prueba determinando 11 puntos igualmente espaciados entre $\mu = 23.5$ y $\mu = 26.5$.

**3.-** La creencia popular es que el color del vehículo influye en los accidentes que ocurren por las noches; se efectúa una investigación sobre el particular en una ciudad en la que ocurren 600 accidentes en un período, con los resultados y frecuencias siguientes:

| *Color del Vehículo* | *Rojo* | *Café* | *Amarillo* | *Blanco* | *Negro* | *Azul* |
|---|---|---|---|---|---|---|
| *Frecuencia* | 75 | 125 | 70 | 80 | 135 | 115 |

¿Existe *evidencia estadística* para suponer que la creencia popular es cierta?

**4.-** *Pruebe* que:

$$s_{pl}^2 = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2} = \hat{\sigma}^2$$

Es un *estimador insesgado* de $\sigma^2$; siendo $X_1 \sim N(\mu_1,\sigma^2)$ y $X_2 \sim N(\mu_2,\sigma^2)$ , con $n_1$ el tamaño de la muestra aleatoria tomada de $X_1$ ; y , $n_2$ el tamaño de la muestra aleatoria tomada de $X_2$; además $s_1^2$ y $s_2^2$ son las correspondientes varianzas muestrales. $X_1$ y $X_2$ *estocásticamente independientes*.

**5.-** *Defina:* Coeficiente de *correlación* entre dos variables aleatorias; Distribución Muestral; Tabla de *Contingencia*; Estimador *insesgado* de un parámetro $\theta$