# INSTITUTO DE CIENCIAS MATEMÁTICAS

**ECUACIONES DIFERENCIALES**

**TERCERA EVALUACIÓN** Febrero 17 de 2012

**RÚBRICA**

**TEMA 1  *(16 puntos)***

Utilizando series de potencias determine **dos** soluciones linealmente independientes de la siguiente ecuación diferencial alrededor de **x0=0**:



|  |  |
| --- | --- |
| **CRITERIO** | **PUNTAJE** |
| Demuestra que X0=0 es un punto singular regular, expresa la forma de la solución según Frobenius y la deriva 2 veces | Hasta 2 |
| Reemplaza la solución asumida en la ecuación y luego agrupa términos semejantes y obtiene los índices de singularidad (repetidos). Determina la fórmula de recurrencia general de las soluciones. | Hasta 3 |
| Con un índice, genera la fórmula recursiva particular, deduce una regla de formación de los coeficientes de la solución en serie de la primera solución en serie y la halla. | Hasta 5 |
| Haciendo los artificios algebraicos necesarios, obtiene la segunda solución en serie linealmente independiente. | Hasta 6 |
| **TOTAL** | **16 PUNTOS** |

**TEMA 2**

Resuelva la siguiente ecuación diferencial ***(16 puntos)***



|  |  |
| --- | --- |
| **CRITERIO** | **PUNTAJE** |
| Hace el cambio correspondiente de las 2 variables  originales y la transforma en una ecuación “Homogénea”, una vez que asume el sistema de ecuaciones que se obtiene al anular las constantes | Hasta 4 |
| Realiza la sustitución adecuada para la resolver la ecuación “homogénea” y obtiene la ecuación de variables separables. | Hasta 4 |
| Resuelve la ecuación de variables separables y sustituye la variable dependiente del paso anterior y obtiene la solución de la ecuación “homogénea” | Hasta 4 |
| Resuelve el sistema algebraico y reemplaza el valor de las constantes para determinar la solución en términos de las variables originales | Hasta 4 |
| **TOTAL** | **16 PUNTOS** |

**TEMA 3  *(10 puntos)***  **a)** Resuelva la siguiente problema de valor inicial.

 ; y(0 )=1. y´(0 )=0

|  |  |
| --- | --- |
| **CRITERIO** | **VALOR** |
| La reconoce como una ecuación forma y´´= f (y,y´) | Hasta 1 |
| Hace el cambio de variable apropiado, aplica la regla de la cadena y la transforma en una ecuación de primer orden | Hasta 2 |
| Resolver la ecuación diferencial de primer orden que se  obtiene con la transformación . | Hasta 3 |
| Expresa correctamente la solución general en términos de la variable dependiente original´. | Hasta 1 |
| Determina el valor de las constantes con las condiciones dadas | Hasta 2 |
| Expresa la solución particular del problema | Hasta 1 |
| **TOTAL** | **Hasta 10** |

**b)** Resuelva la siguient e ecuación integro –diferencial: ***(10 puntos)***



|  |  |
| --- | --- |
| **CRITERIO** | **VALOR** |
| Aplica la Transformada de Laplace , usa el Teorema de la Convolución y el concepto. L()=L() , y determina la ecuación subsidiaria. | Hasta 4 |
| Resuelve la ecuación subsidiaria y halla la L(y(t)) | Hasta 2 |
| Halla la Transformada inversa de Laplace de L(y(t)) , y determina la solución de la ecuación integro-diferencial dada | Hasta 4 |
|  |  |
| **TOTAL** | **10 puntos** |

**TEMA 4 *(16 puntos)***

En un circuito **LR** , el inductor es de **0.5 henrios** y tiene una resistencia de **6 ohmios** . Si el sistema es conectado a una batería de **50** voltios durante los **primeros** 10 segundos solamente ; y luego, en el tiempo t=20 seg. es conectado de forma **instantánea** a la misma batería , no habiendo perturbación después.

Si inicialmente **no** hay corriente que atraviesa el circuito. Determine

1. La intensidad de corriente que atraviesa el circuito para todo tiempo t > 0
2. Halle la intensidad de corriente que atraviesa el circuito en los tiempos: t= 5 seg, t= 15 seg. y t= 30 seg.

|  |  |
| --- | --- |
| **CRITERIO** | **VALOR** |
| Establece el modelo matemático del problema: la ecuación diferencial y las condiciones iníciales. | Hasta 4 |
| Resuelve la ecuación del modelo, usando la Transformada de Laplace y obtiene así la Transformada de Laplace de la intensidad de corriente que atraviesa el circuito. | Hasta 3 |
| Determina intensidad de corriente que atraviesa el circuito para todo tiempo t>0 con las distintas reglas de correspondencia en los distintos intervalos. | Hasta 5 |
| Halla la intensidad de corriente para los tiempos t = 5 seg, t=15 seg. y t=30 seg. | Hasta 4 |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
| **TOTAL** | **16 Puntos** |

**TEMA 5 *(16 puntos)***Por el **Método de los Valores y Vectores Propios**, resuelva el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales: 

|  |  |
| --- | --- |
| **CRITERIO** | **PUNTAJE** |
| Calcula el determinante de la matriz A-rI | Hasta 2 |
| Obtiene el polinomio característico y sus raíces (valores propios de A) | Hasta 4 |
| Obtiene los vectores característicos de A | Hasta 6 |
| Expresa el conjunto de soluciones fundamentales y por superposición la halla la solución general. | Hasta 4 |
| **TOTAL** | **16 PUNTOS** |

**TEMA 6 *(16 puntos)***

**a)** Determine la **expansión par** de medio rango que representa a la función : f*(x)=* , 0 < x<

**b)** Usando su respuesta de a) y usando el teorema de convergencia, halle a que es igual :

|  |  |
| --- | --- |
| **CRITERIO** | **VALOR** |
| Grafica correctamente la función y su correspondiente extensión par; y además, determina las constantes de Fourier bn como nulas. | Hasta 2 |
| Determina las constantes de Fourier: ao y an | Hasta 8 |
| Expresa la serie de Fourier de la función y halla los primeros términos de la misma. | Hasta 2 |
| Aplicando el Teorema de convergencia de la serie de Fourier y usando el punto adecuado, determina correctamente a que es igual la suma pedida en b) | Hasta 4 |
| **TOTAL** | **16 puntos** |

**REVISION DEL EXAMEN**

**DIA: VIERNES 24 DE FEBRERO**

**LUGAR: AULA 32-B**

**HORA : 11h00 am**

**(ESTAR PUNTUAL)**