Escuela Superior Politécnica del Litoral

Examen del Primer Parcial de Teoría de Juegos

9 de julio de 2012

Profesor: Xavier Cabezas

Nombre: ______________________________

1. (5 pts) Demuestre que si $X \in S_n$ es cualquier estrategia mixta para $J1$ y a es cualquier número tal que $E(X,j) \geq a, \forall j$, entonces para cualquier $Y \in S_m$, también es cierto que $E(X,Y) \geq a$.

2. Considere la siguiente matriz que representa un juego suma cero: $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 2 & 3 \\ 3 & 2 \\ -2 & 6 \end{bmatrix}$

   a) (10 pts) Resuelva el juego para estrategias mixtas utilizando el método gráfico.

   b) (5 pts) Simule el juego utilizando estrategias mixtas uniformes para cada jugador y determine $E(X,Y)$ estimado para este caso.

3. Considere la siguiente matriz que representa un juego suma cero: $A = \begin{bmatrix} 0{,}30 & 0{,}25 & 0{,}20 \\ 0{,}26 & 0{,}33 & 0{,}28 \\ 0{,}28 & 0{,}30 & 0{,}33 \end{bmatrix}$

   a) (10 pts) Verifique que una estrategia mixta óptima para el Jugador 1 es $X^* = (\frac{2}{7}, 0, \frac{5}{7})$ y el valor del juego es $v(A) = \frac{2}{7}$.

   b) (10 pts) ¿Cuál es la estrategia óptima Y^* para el jugador 2?

   c) (5 pts) Si el Jugador 1 utiliza la estrategia mixta $(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3})$, cuál es la estrategia de mejor respuesta para el jugador 2.

   d) (5 pts) Es posible eliminar la fila 2 y la columna 3 de la matriz A?. Justifique su respuesta.

   e) (5 pts) Se pueda o no eliminar la fila 2 y la columna 3 de la matriz A, elimínelas y resuelva si es posible el juego utilizando el método matricial visto en clases.

   f) (5 pts) Grafique en Matemática (o cualquier software matemático) la función $E(X,Y)$ y verifique la existencia de un punto de silla.

4. (10 pts) Si se tienen 2 funciones de pago $f(x,y)$ para $J1$ y $g(x,y)$ para $J2$, y suponga que ambos jugadores desean siempre maximizar sus respectivas funciones de pago. Se dice que $y^* = y^*(x)$ es la mejor respuesta de $J2$ para x si $g(x, y^*(x)) = max_y g(x,y)$ y que $x^* = x^*(x)$ es la mejor respuesta de $J1$ para y si $f(x^*(y), y) = max_x f(x,y)$. Encuentre las mejores respuestas si $f(x,y) = (C - x - y)x$ y $g(x,y) = (D - x - y)y$, donde C y D son constantes.