Escuela Superior Politécnica del Litoral
Instituto de Ciencias Matemáticas

Examen de la Primera evaluación

Álgebra Lineal

05 de julio de 2012

Nombre: ______________________ **Paralelo:** ____ **Firma:** ______________

1. (10 pts) Demuestre:
   Sea $S = \{v_1, v_2, ..., v_n\}$ un subconjunto linealmente independiente de vectores del espacio vectorial V y sea x un vector de V que no puede ser expresado como una combinación lineal de los vectores de S, entonces $\{v_1, v_2, ..., v_n, x\}$ también es linealmente independiente.

2. (5 puntos) Rectifique o ratifique la siguiente **DEFINICIÓN**:

   Un conjunto S de vectores de V es linealmente independiente si y solo si el vector neutro puede ser escrito como combinación lineal de los vectores de S y los escalares de la combinación lineal son todos ceros.

3. (10 puntos) Califique cada una de las siguientes proposiciones como VERDADERA o FALSA, justificando formalmente su calificación.

   a) Sea V un espacio vectorial tal que $H \subseteq V$. Si H es un subespacio vectorial de V entonces H^C es subespacio de V.

   b) Sea $V = M_{3\times 3}$ y $W = \{A \in M_{3\times 3} / a_{ij} = 0, i + j \neq 4\}$, entonces W es un subespacio de V

4. (20 puntos) Sea $V = P_3$. Considere el conjunto de todos los subespacios de V tal que $H(a) = gen\left\{1 + ax + x^2 + x^3, 1 + ax + (1-a)x^2 + x^3, x + (2a)x^2 + 2x^3, 1 + (1+a)x + (1+a)x^2 + 3x^3\right\}$.

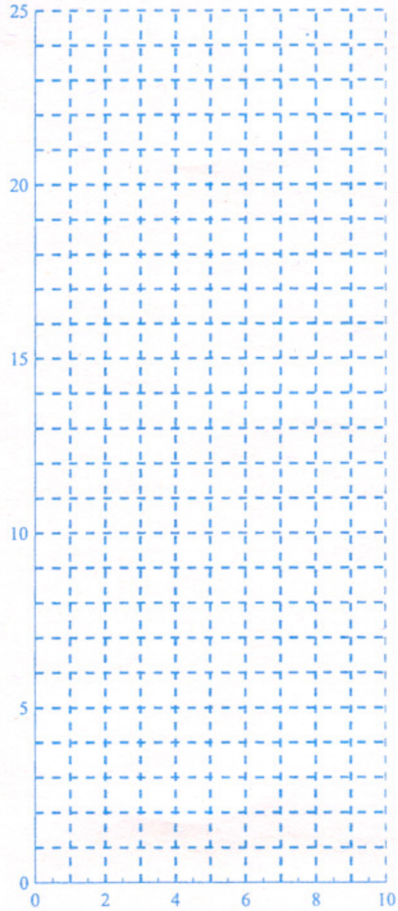
a) Determine el valor de a para que $dim H = 2$

b) Halle una base y la dimensión de los subespacios $H(0) \cap H(1)$ y $H(0) + H(1)$

5. (20 puntos) Sea $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ una transformación lineal, definida por:

$$T\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x + y \\ 7y - 6x \end{pmatrix}$$

a) Considere el paralelogramo P con vértices $A(0,0)$, $B(1,2)$, $C(2,5)$, $D(1,3)$. En el plano cartesiano mostrado a continuación, grafique el paralelogramo P y a su imagen mediante T, $T(P)$.



b) ¿Es $T(P)$ también un paralelogramo?. Justifique su respuesta *c*) Determine todos los subespacios W de $\mathbb{R}^2$ tales que $\forall x \in W, T(x) \in W$

6. (5 puntos) Sean $\beta_1 = \{v_1, v_2, v_3\}$ y $\beta_1 = \{v_1 - v_2, v_2 + v_3, 2v_1\}$ dos bases de un espacio V. Si $[E]_{\beta_1} = [F]_{\beta_2} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, determine $[5E - 2F]_{\beta_2}$