ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL
INSTITUTO DE CIENCIAS MATEMÁTICAS
MÉTODOS NUMÉRICOS
PRIMERA EVALUACIÓN – 3 DE JULIO DE 2012

NOMBRE________L.R.O_______________CÉDULA____________FIRMA_____________PAR__

TEMA 1. (30%) Una empresa compra una máquina en **P=20000** dólares pagando **A=5000** dólares cada año durante los próximos **n=5** años. La siguiente fórmula relaciona los valores de **P**, **A**, **n** y el interés anual **x** que la empresa debe pagar:

$$A = P\frac{x(1+x)^n}{(1+x)^n - 1}$$

Determine la tasa de interés anual **x** que la empresa ha contratado.

a) Localice un intervalo que contenga a la raíz, para aplicar el método de la bisección

b) Calcule la raíz con una precisión de 0.01. Muestre los valores intermedios

$f(x) = 1-4x(1+x)^5/((1+x)^5-1)$

$f(0.01)>0$

$f(0.1)<0$

c =

0.0550
0.0775
0.0887
0.0831
0.0803
0.0789
0.0796

x = 0.079

TEMA 2. (35%) La matriz insumo-producto propuesto por W. Leontief, es un modelo muy importante en Economía. En esta matriz se describe la producción de los diferentes sectores económicos y la demanda interna para satisfacer a estos mismos sectores, expresada como una fracción de su producción. Ejemplo. Suponga que hay tres sectores, A: agricultura, M: manufactura, y S: servicios y su demanda interna es:

Demanda / Producción	**A**	**M**	**S**
A	**0.40**	**0.03**	**0.02**
M	**0.06**	**0.37**	**0.10**
S	**0.12**	**0.15**	**0.19**

Sea **T** el nombre de esta matriz. Para los datos propuestos, en la primera columna de la matriz **T**, el sector A requiere 0.4 de su propia producción, 0.06 del sector **M**, y 0.12 del sector **S**, etc.
Sea **D** el vector de demanda externa de cada sector, y **X** el vector de la producción total de cada sector, requerida para satisfacer las demandas interna y externa:

$\mathbf{D}=\begin{bmatrix}80\\140\\200\end{bmatrix}$, $\mathbf{X}=\begin{bmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{bmatrix}$, en donde x_1, x_2, x_3 representan la producción total de cada sector.

Entonces la ecuación **X = TX + D** proporciona la producción total **X** para satisfacer las demandas externa e interna.
a) Formule un método iterativo en notación vectorial para usar la ecuación anterior. Indique cual es el nombre de la matriz **T**. Analice esta matriz y determine si el método iterativo es convergente.
b) Comience con un vector inicial **X=[200, 200, 200]^T** realice las iteraciones necesarias hasta que la norma de la diferencia entre dos vectores consecutivos sea menor a 1. Use la norma de fila.

a)

T: matriz de transición, $||T|| = 0.53 \Rightarrow$ los métodos iterativos convergen

$X^{(k+1)} = TX^{(k)} + D$

b)

$X^{(0)}$	$X^{(1)}$	$X^{(2)}$	$X^{(3)}$	$X^{(4)}$	$X^{(5)}$	$X^{(6)}$	$X^{(7)}$
200 200 200	170 246 292	261.2200 270.4200 312.7800	158.8562 281.0066 319.3376	158.3594 285.4376 321.8879	158.3447 287.3023 322.9775	158.4165 288.1003 323.4624	158.4788 288.4483 323.6829

TEMA 3. (35%)
Con los mismos datos de las matrices **T** y **D** del problema anterior, se decide resolver el sistema mediante el método de Gauss-Jordan, para lo cual la ecuación inicial **X = TX + D** se la reescribe en la siguiente forma: **(I – T)X = D**, en donde **I** es la matriz identidad.

a) Obtenga la solución transformando la matriz de coeficientes **I – T** aumentada con el vector **D**. Adjunte adicionalmente una matriz identidad que al ser transformada simultáneamente proporcione la inversa de la matriz de coeficientes
b) Calcule el número de condición de la matriz de coeficientes y comente al respecto. Use la norma de fila.

a)

$$\mathbf{A} = [\mathbf{I} - \mathbf{T}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0.4 & 0.03 & 0.02 \\ 0.06 & 0.37 & 0.1 \\ 0.12 & 0.15 & 0.19 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.6 & -0.03 & -0.02 \\ -0.06 & 0.63 & -0.1 \\ -0.12 & -0.15 & 0.81 \end{bmatrix}$$

A|D|I =

0.6000	-0.0300	-0.0200	80.0000	1.0000	0	0
-0.0600	0.6300	-0.1000	140.0000	0	1.0000	0
-0.1200	-0.1500	0.8100	200.0000	0	0	1.0000

1.0000	-0.0500	-0.0333	133.3333	1.6667	0	0
0	0.6270	-0.1020	148.0000	0.1000	1.0000	0
0	-0.1560	0.8060	216.0000	0.2000	0	1.0000

1.0000	0	-0.0415	145.1356	1.6746	0.0797	0
0	1.0000	-0.1627	236.0447	0.1595	1.5949	0
0	0	0.7806	252.8230	0.2249	0.2488	1.0000

1.0000	0	0	158.5657	1.6866	0.0930	0.0531
0	1.0000	0	288.7323	0.2064	1.6467	0.2084
0	0	1.0000	323.8737	0.2881	0.3187	1.2810

X =
158.5657
288.7323
323.8737

b)

A^{-1} =

1.6866	0.0930	0.0531
0.2064	1.6467	0.2084
0.2881	0.3187	1.2810

Cond(A) = $||A||\ ||A^{-1}||$ = (1.0800)(2.0615) = 2.2264