

# “Diseño, Simulación e Implementación del Esquema de Modulación OFDM y de la Ecuación en el Dominio de la Frecuencia”

Julio Mejía, Ronald García, PhD. Boris Ramos  
Facultad de Ingeniería en Electricidad y Computación  
Escuela Superior Politécnica del Litoral (ESPOL)  
Campus Gustavo Galindo, Km 30.5 vía Perimetral  
jcmejia@espol.edu.ec, ronfagar@espol.edu.ec

## Resumen

*El presente proyecto consiste en la implementación de la técnica de multiplexación OFDM y una aplicación de ésta para el estándar de televisión digital ISDB-Tb. El trabajo se basa en el análisis simulación e implementación de cada uno de los bloques que corresponden a la técnica OFDM; tales como los bloques de modulación, nulltones, prefijo cíclico, FFT/IFFT, etc. a través del software LABVIEW para posteriormente ser usados en los NI USRP.*

*En primer lugar se realiza una breve explicación de la técnica OFDM y como ésta permite un aprovechamiento eficiente del espectro, entre otras bondades como lo son la robustez frente al ISI, la interferencia entre canales adyacentes y los multi-caminos. Luego se inicia con la construcción de los bloques que conforman el sistema OFDM así como también bloques extras de esquemas de modulación y demodulación que sirven de base para realizar un análisis más completo y exhaustivo de nuestro sistema.*

*Finalmente el sistema se somete a las diferentes pruebas para poder observar y verificar el funcionamiento de los algoritmos desarrollados frente a condiciones reales como variación de frequency offset, canal Raleigh, desvanecimiento selectivo, etc.*

**Palabras claves:** OFDM, Rayleigh, ISDB-Tb, FFT.

## Abstract

*This project involves the implementation of OFDM multiplexing technique and an application of this for the ISDB -Tb standard. This work is based on the simulation and implementation of each of the blocks corresponding to the OFDM technique analysis, such as modulation blocks, nulltones, cyclic prefix, the FFT/IFFT, etc. through the LABVIEW software for later use in the NI USRP .*

*First a brief explanation of the OFDM technique is performed and how it allows efficient spectrum utilization, among other benefits such as robustness against ISI, crosstalk between adjacent channels and the multi - paths. Then we start with building blocks that make up the OFDM system as well as extras blocks modulation and demodulation schemes that are the basis for a more complete and comprehensive analysis of our system.*

*Finally the system is subjected to several tests to observe and verify the operation of the algorithms developed against real conditions as frequency offset variation, Raleigh channel selective fading, etc.*

**Keywords:** OFDM, Rayleigh, ISDB-Tb, FFT.

## 1. Introducción

Con el uso de los SDR NI USRP se desea dejar una referencia para futuras investigaciones y proyectos en la Universidad, ya que su alcance es muy amplio y aspiramos sea aprovechado al máximo por los estudiantes en el pregrado.

Con respecto al tema de investigación se está determinado a demostrar todas las ventajas que la

técnica OFDM ofrece y como ésta permitió el desarrollo del estándar ISDB-Tb debido a la robustez frente a los efectos multi-caminos en un entorno urbano para transmisiones inalámbricas, aprovechamiento eficiente del espectro, la protección contra la interferencia inter-simbólica, interferencia inter-portadora (ORTOGONALIDAD), entre otras.

Para la implementación del sistema se toma como base los bloques incluidos en [24] específicamente

inserción de nulltones la adición del prefijo cíclico y el bloque estimador del carrier frequency offset con el método moose.

## 2. Orthogonal Frequency Division Multiplexing.

Orthogonal Frequency Division Multiplexing (OFDM) es muy similar a la conocida y muy usada técnica FDM (Frequency Division Multiplexing). OFDM usa los principios de FDM para permitir que múltiples mensajes sean enviados sobre un único canal de radio. Sin embargo lo realiza de una manera mucho más controlada, permitiendo una mejora en la eficiencia espectral.

OFDM es diferente a FDM en muchos aspectos. Si bien en OFDM se transmiten varias portadoras como en FDM estas no están separadas la una de la otra; más bien intencionalmente se encuentran solapadas para mejorar la eficiencia espectral. Todas las sub-portadoras dentro la señal OFDM está sincronizadas en tiempo y frecuencia permitiendo que la interferencia entre portadoras esté cuidadosamente controlada. El hecho de que las sub-portadoras se encuentren traslapadas no causa Interferencia inter-portadora (ICI) debido a la modulación de naturaleza ortogonal. Típicamente en FDM las señales deben de tener una gran banda de guarda entre canales para prevenir interferencia. Esto reduce la eficiencia espectral global. Sin embargo el empaquetamiento ortogonal de las sub-portadoras en OFDM reduce esta banda de guarda, mejorando así la eficiencia espectral. [1] Ver Figura 1

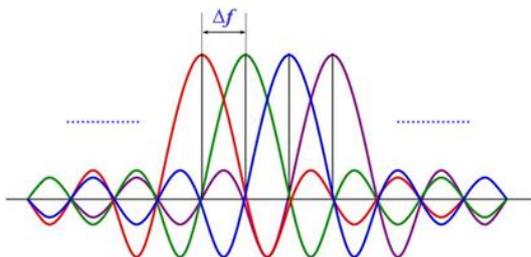


Figura 1. Portadoras en esquema OFDM

### 2.1. BER en OFDM

La mayoría de los ambientes de propagación sufren de los efectos del multi-camino. Para un ancho de banda de transmisión fijo, la tasa de símbolo para una transmisión de una sola portadora es muy alto, mientras tanto que para una señal OFDM es N veces más bajo, donde N es el número de sub-portadoras usadas. Esta baja tasa de símbolo resulta en una reducción de la ISI. En adición a esta reducción de ISI, los sistemas OFDM pueden usar un periodo de guarda al inicio de cada símbolo OFDM. Este periodo de

guarda remueve cualquier ISI más pequeña que su longitud; y si es lo suficientemente largo podría remover la ISI en su totalidad. [18]

La propagación multi-camino produce también el desvanecimiento selectivo en frecuencia (*frequency selective fading*); esto afecta a determinadas sub-portadoras individuales. La mayoría de los sistemas OFDM usan *Forward Error Correction* (FEC) para compensar a las sub-portadoras que sufren severos desvanecimientos.

### 2.2. Ortogonalidad

Las señales son ortogonales si estas son mutuamente independientes entre sí. La ortogonalidad es la propiedad que permite que múltiples señales de información sean transmitidas sobre un canal común y detectadas sin interferencia. La pérdida de ortogonalidad da como resultado degradación en la comunicación debido al deterioro de las señales. Algunos esquemas de multiplexación son naturalmente ortogonales como es el caso de la Multiplexación por división de tiempo (TDM) en donde se asigna un "slot" de tiempo a la señal de información que se desea transmitir permitiendo así que en ese momento de tiempo solo una sea la fuente de información. En el dominio de la frecuencia las portadoras en una señal OFDM están espaciadas tan cerca como es teóricamente posible mientras se mantenga la ortogonalidad entre ellas.

OFDM logra la ortogonalidad en el dominio de la frecuencia colocando cada una de las señales de información dentro de las diferentes sub-portadoras. [2] La frecuencia de banda base de cada sub-portadora es escogida para ser un entero múltiple del inverso de la tasa de símbolo "symbol rate" resultando en que todas las portadoras tengan un número entero de ciclos por símbolo. Como consecuencia de esto las portadoras son ortogonales entre sí. La Figura 2 muestra la construcción de una señal OFDM en el dominio del tiempo.

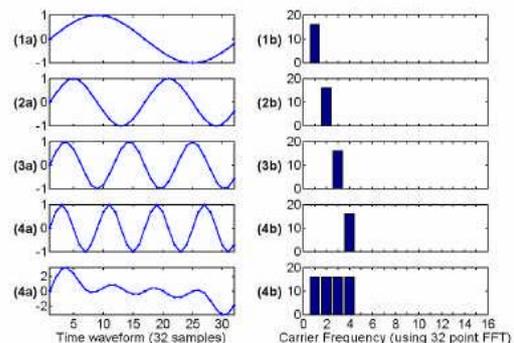


Figura 2. Señal OFDM en el dominio del tiempo.

### 2.3. Ecuación en el dominio de la frecuencia.

El canal inalámbrico  $h[l]$  discreto es una forma matemática de representar la respuesta en frecuencia del canal y de como el medio de propagación afecta la señal transmitida.

Las imperfecciones que producen son variadas pero la más perjudicial y la que más se busca corregir es el hecho de los coeficientes del canal  $h[l]$  crean interferencia inter-símbolo (ISI). La solución que se busca es aumentar una etapa que se llama ecualización lineal. Los coeficientes del canal  $h[l]$  son desconocidos en el receptor, por lo tanto se debe hacer un proceso de estimación del canal y luego usarlo para el proceso de ecualización de la frecuencia.

Los pasos de estimación y ecualización benefician haciendo algunas asunciones adicionales acerca del canal de propagación. Es razonable asumir que el canal es causal y FIR (respuesta de impulso finito). Es causal porque, naturalmente, el canal de propagación no puede predecir el futuro. Y es FIR porque no existen ambientes perfectamente reflectantes, y la energía de la señal decae como una función de la distancia entre el transmisor y el receptor.

Esencialmente cada vez que hay una reflexión solo es reflejada una parte de la energía de la señal, es decir, existen pérdidas. Adicionalmente como la señal está propagándose, ésta pierde energía por la dispersión en el ambiente. [7]

La estimación del canal nos provee la información necesaria para saber cómo el canal va a afectar nuestra señal en frecuencias distintas y como OFDM permite asumir que cada portadora está afectada por un “flat channel” podremos realizar una ecualización lineal y simplemente dividir nuestra señal recibida en receptor por un conjunto de coeficientes que representan la respuesta del canal. [14]

Con la inserción del prefijo cíclico la secuencia de salida en el transmisor queda expresada como la ecuación (1):

$$w[n] = \frac{1}{N} S[m] e^{j2\pi \frac{m(n-L_c)}{N}} \quad (1)$$

$$n = 0, \dots, N + L_c - 1$$

En la recepción la señal recibida después del filtro de acoplamiento, *symbol timing*, sincronización y *downsampling* esta expresada en la ecuación (2)

$$y[n] = \sum_{l=0}^L h[l] w[n-l] + v[n] \quad (2)$$

El receptor descarta las primeros  $L_c$  muestras para formar la ecuación (3) y obviando el ruido.

$$\bar{y}[n] = y[n + L_c] \quad (3)$$

$$\bar{y}[n] = \sum_{l=0}^L h[l] w[n + L_c - l]$$

$$\bar{y}[n] = \frac{1}{N} \sum_{l=0}^L h[l] \sum_{m=0}^{N-1} s[m] e^{j2\pi \frac{m(n+L_c-L_c-1)}{N}}$$

$$\bar{y}[n] = \frac{1}{N} \sum_{l=0}^{N-1} h[l] \sum_{m=0}^{N-1} s[m] e^{j2\pi \frac{mn}{N}} e^{-j2\pi \frac{ml}{N}}$$

$$\bar{y}[n] = \frac{1}{N} \sum_{m=0}^{N-1} \left( \sum_{l=0}^L h[l] e^{-j2\pi \frac{ml}{N}} \right) s[m] e^{j2\pi \frac{mn}{N}}$$

El receptor toma la DFT de las muestras.

$$\bar{Y}[k] = DFT[\bar{y}[n]]$$

$$\bar{Y}[k] = \sum_{n=0}^{N-1} \bar{y}[n] e^{-j \frac{2\pi kn}{N}}$$

$$\bar{Y}[k] = \sum_{m=0}^{N-1} \left( \sum_{l=0}^L h[l] e^{-j \frac{2\pi ml}{N}} \right) s[m] e^{j \frac{2\pi n(m-k)}{N}}$$

$$\bar{Y}[k] = \left( \sum_{n=0}^{N-1} h[l] e^{-j \frac{2\pi ml}{N}} \right) s[k]$$

$$\bar{Y}[k] = H[k] s[k]$$

Así la ecualización en frecuencia solo bastará haciendo la división de  $Y[k]$  con  $H[k]$ ; ecuación (3)

$$s[k] = \frac{Y[k]}{H[k]} \quad (3)$$

### 2.4. Transformada de Fourier.

Aplicar la transformada de Fourier a una señal consiste en multiplicar sucesivamente dicha señal por exponenciales complejas dentro de un rango de frecuencias, sumas el resultado de cada producto y asignas ese valor a un cierto coeficiente de esa frecuencia.

Al conjunto de estos coeficientes se le denomina espectro de la señal y determina el peso relativo de esa señal en esa determinada frecuencia. Al resultado de aplicar la FFT se le denomina comúnmente señal en el dominio de la frecuencia. [10]

Podemos escribir la FFT en forma de sinusoidales de la siguiente manera:

$$X(k) = \sum_{n=1}^N x(n) \sin\left(\frac{2\pi kn}{N}\right) + j \sum_{n=1}^N x(n) \cos\left(\frac{2\pi kn}{N}\right) \quad (4)$$

En este caso  $x(n)$  serán los coeficientes de los senos y cosenos de frecuencias  $2\pi k/N$ , donde  $k$  es el índice de las frecuencias dentro de las  $N$  posibles y  $n$  es el índice temporal.  $X(k)$  es el valor del espectro para la  $k$ -ésima frecuencia y  $x(n)$  es el valor de la señal en el instante  $n$ .

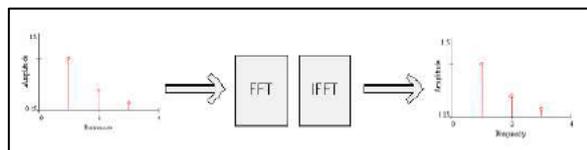
La transformada inversa toma el espectro y lo convierte al dominio temporal multiplicando de nuevo por otro conjunto de funciones exponenciales.

La ecuación para la IFFT es:

$$x(n) = \sum_{k=1}^N X(k) \sin\left(\frac{2\pi kn}{N}\right) - j \sum_{k=1}^N X(k) \cos\left(\frac{2\pi kn}{N}\right) \quad (5)$$

La diferencia entre las ecuaciones (4) y (6) es el tipo de coeficientes que toman las sinusoides y el signo menos.

Ambos procesos (IFFT y FFT) forman un par lineal, es decir si usamos ambos consecutivamente se obtendrá el resultado del que se partió tal y como se ve en la Figura 3:

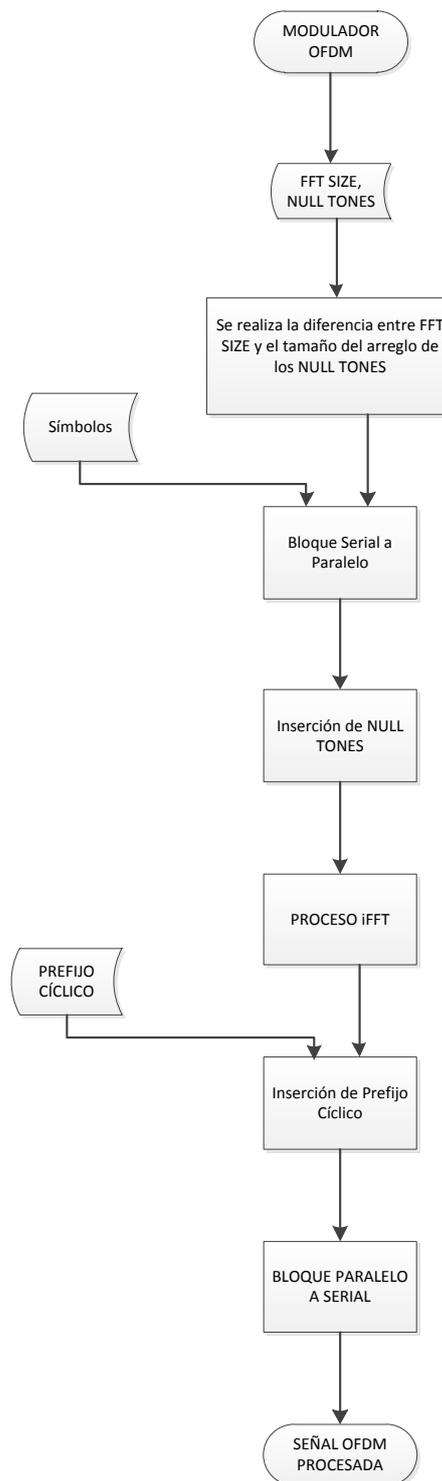


**Figura 3** Procesos lineales consecutivos.

La IFFT es un concepto puramente matemático y no tiene en cuenta el tipo de señal que se tiene a la entrada ni el tipo de la que se obtiene a la salida. Sin embargo la IFFT limitara su salida a la longitud de su entrada. Tanto la FFT como la IFFT producirán los mismos resultados. [12]

### 3. Diagramas de Flujo

Los 3 VI's más representativos del proyecto son el modulador OFDM, demodulador OFDM y la representación de un modelo simplificado del estándar de televisión digital ISDB-Tb los cuales se presentan en los siguientes diagramas de flujo:



**Figura 4** Diagrama de flujo Modulador OFDM.

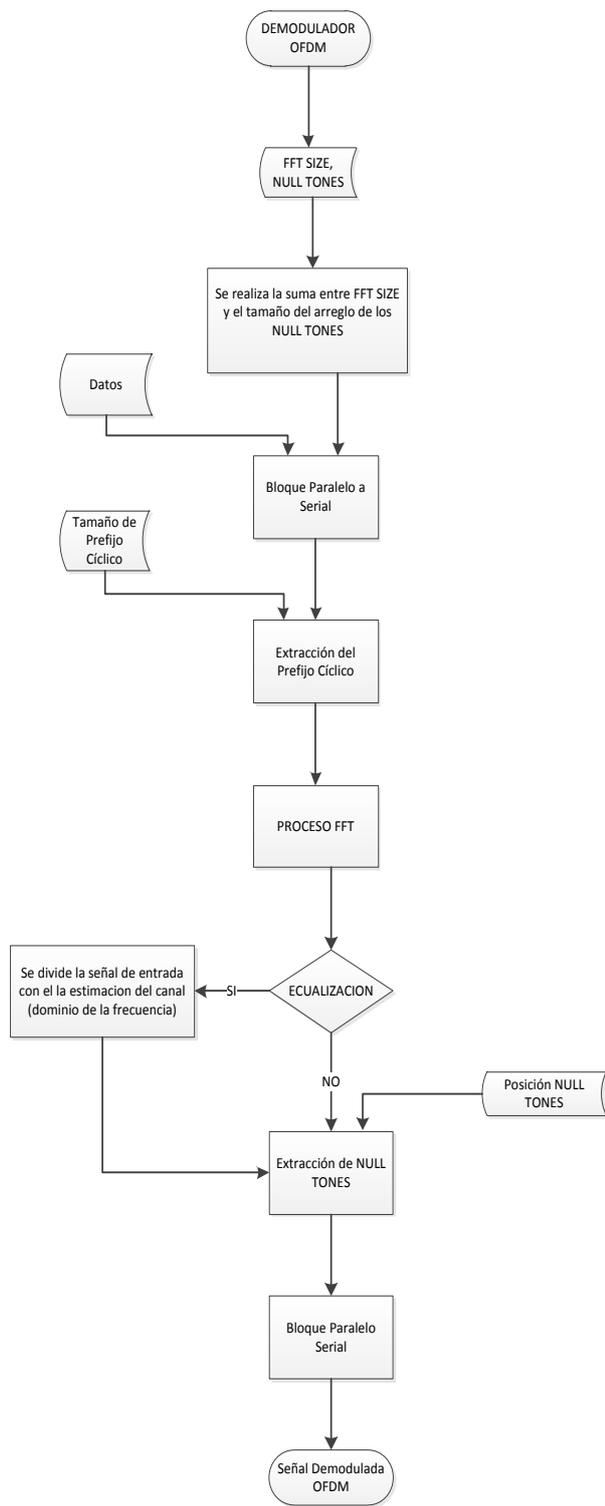


Figura 5 Diagrama de Flujo Demodulador OFDM.

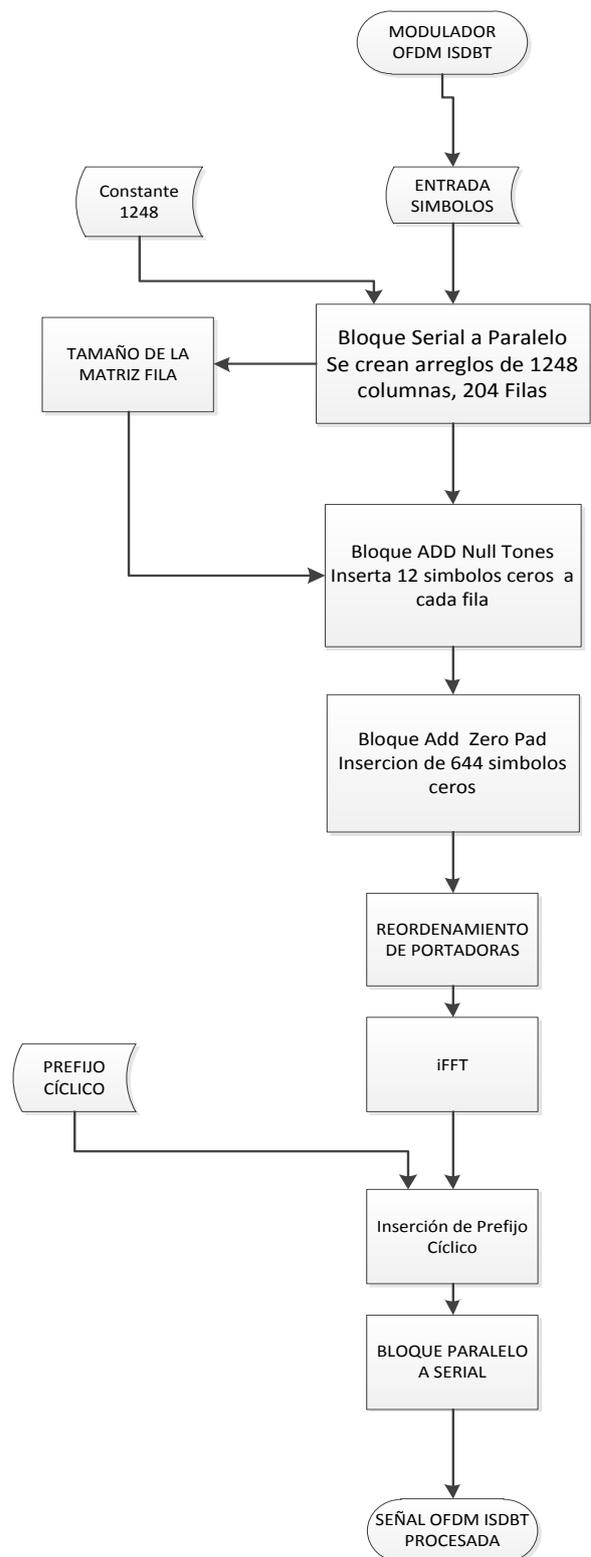


Figura 6 Diagrama de Flujo Modulador ISDBT-Tb

## 4. Resultados.

Nuestro esquema de modulación OFDM se sometió a varios experimentos en los cuales se puso a prueba la robustez de éste a los multi-trayectos, ISI, la ortogonalidad; así como también la sensibilidad a los desplazamientos en frecuencia.

### 4.1. Selectividad en frecuencia.

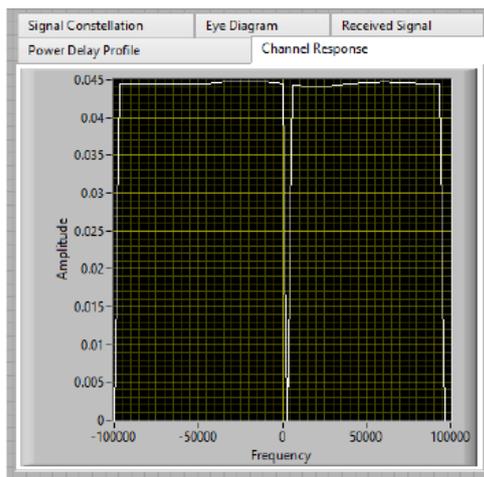


Figura 7 Respuesta canal plano, QPSK, 200 KHz.

Después de haber transmitido un paquete de forma exitosa se observa en la Figura 7 que la respuesta en frecuencia del canal es plana; se interpreta entonces que el canal es de banda angosta o que el ancho de banda de la señal transmitida es menor que el ancho de banda coherente de éste.

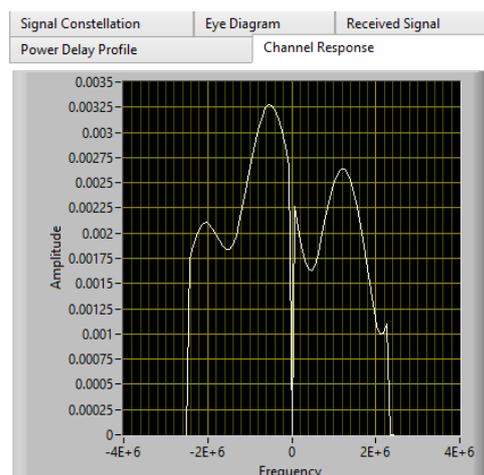


Figura 8 Respuesta canal selectivo, QPSK, 5 MHz.

Después de haber transmitido un paquete de forma exitosa se observa en la Figura 8 que la respuesta en frecuencia del canal NO es plana; debido a que el ancho de banda de la señal transmitida es mayor que el ancho de banda coherente de éste; y al efecto

multipaso que se observa en el *power delay profile* de la. [23]

Se puede advertir después de ejecutados los 2 experimentos que mientras más ancho de banda se utilice para transmitir información, el canal irá perdiendo la capacidad de responder de manera plana en todo el rango de frecuencias.

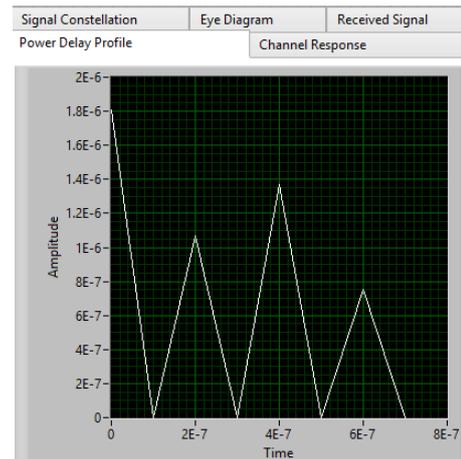


Figura 9 Power Delay Profile.

### 4.2. Comparación de BER vs SNR para diferentes esquemas de modulación en un canal Rayleigh.

Las imágenes que se muestran a continuación son gráficas de BER vs SNR con datos reales que se han obtenido variando los esquemas de modulación y a un número fijo de sub-portadoras.

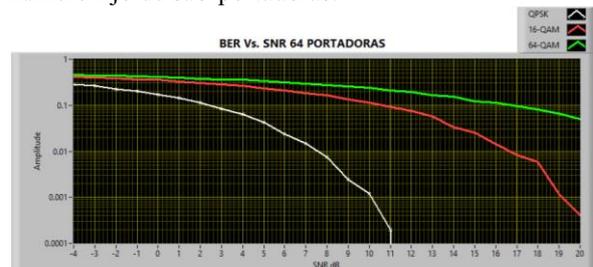


Figura 10. BER, 64 Portadoras y distintos esquemas de modulación.

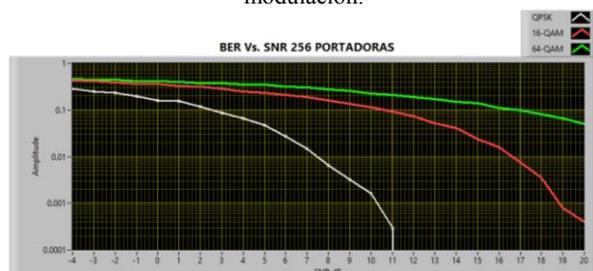


Figura 11 BER, 256 Portadoras y distintos esquemas de modulación.

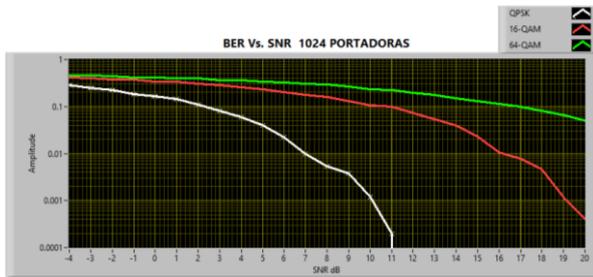


Figura 12. BER, 256 Portadoras y distintos esquemas de modulación.

Una vez realizadas los distintos experimentos variando los esquemas de modulación y manteniendo fijo el número de sub-portadoras se puede observar que al aumentar la robustez de la modulación, la susceptibilidad al ruido es mayor.

Por ejemplo en la Figura 10 se observa que para tener un bit-error-rate (BER) del 10% se necesitan como máximo los siguientes valores de SNR:

- QPKS: 3[dB].
- 16-QAM: 11[dB].
- 64-QAM: 17[dB].

Esta tendencia se cumple independientemente de la cantidad de sub-portadoras que se utilicen.

### 4.2. Respuesta en Tiempo y Frecuencia del Canal Rayleigh.

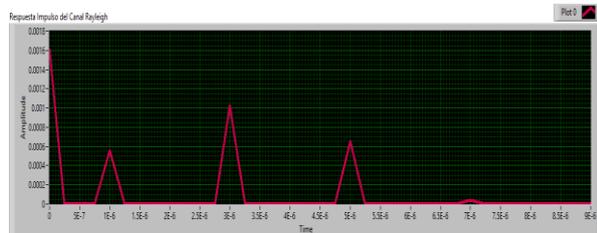


Figura 13 Respuesta al impulso del canal Rayleigh

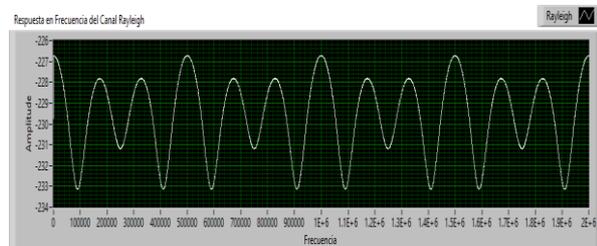


Figura 14 Respuesta de frecuencia del canal Rayleigh

En la Figura 13 se observan los diferentes pasos en la respuesta impulso del canal la amplitud de éstos varían con la distribución Rayleigh y representan las atenuaciones aleatorias del medio; así como su separación representan los retardos producidos por los multicaminos.

### 4.3. BER vs SNR en Transmisiones con CFO

Como se observa en la Error! Reference source not found. se puede apreciar un cierto grado de inclinación de la constelación a medida que el offset aumenta, este efecto se debe a que en la práctica la frecuencia de la señal en el transmisor no es la misma que en el receptor.

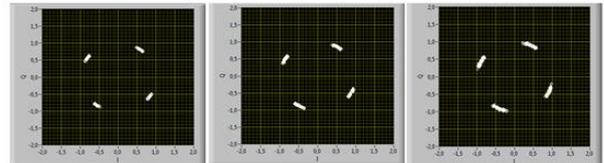


Figura 15 De izquierda a derecha: 100, 150, 200 Hz de CFO.

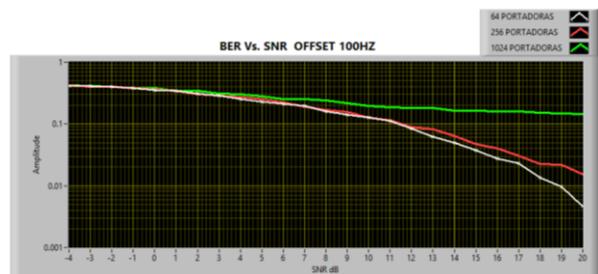


Figura 16 BER vs No, 100 Hz offset.

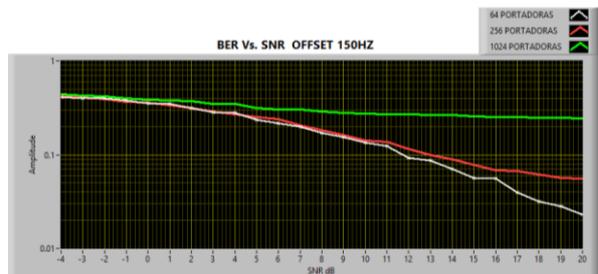


Figura 17 BER vs No, 150 Hz offset.

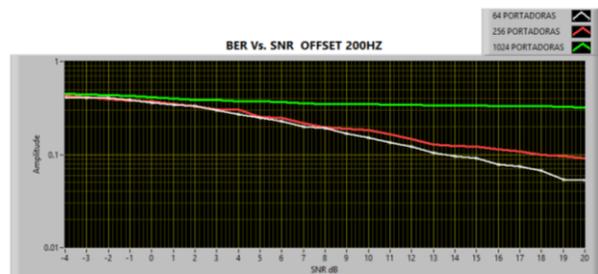


Figura 18 BER vs No, 200 Hz offset.

Las gráficas muestran comportamientos similares; las transmisiones con 64 y 256 portadoras no tienen una diferencia representativa en el BER, a diferencia de las de 1024 portadoras, que en todas las figuras se encuentra alejada muy por encima en valores de bit-error-rate.

Al aumentar el offset en las transmisiones se aumenta el BER, pero éste es más sensible cuando el número de las sub-portadoras aumenta.

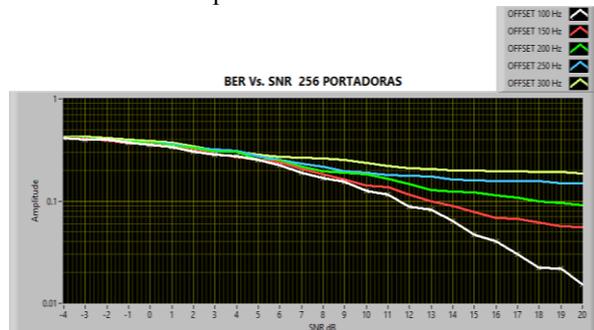


Figura 19 BER Vs SNR, 256 portadoras, aumentando el offset.

Con un número fijo de sub-portadoras e incrementos de 50 Hz en el offset se observa en la Figura 19 que el sistema es menos eficiente para desplazamientos en frecuencia mayores.

#### 4.2. Respuesta en Tiempo y Frecuencia del Canal Rayleigh.

El espectro nulo que se observa en la Figura 20 se debe a que no existen datos a partir de la portadora 1405. Sin duda se debe hacer un reordenamiento de las portadoras para corregir el espectro nulo, por ello se realizó el cambio en el modulador OFDM de la siguiente manera: se tomó antes de la IFFT los primeros 703 datos se los coloco al final y la parte restante al inicio, de esta manera se pudo dejar el espectro de la forma correcta como se indica en la Figura 21.

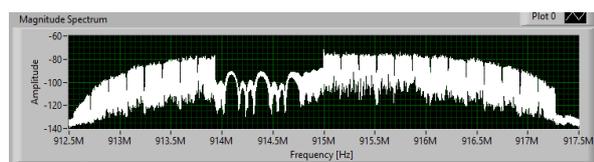


Figura 20 Espectro ISDB-Tb sin re-ordenamiento

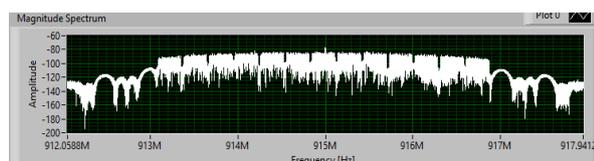


Figura 21 Espectro ISDB-Tb con re-ordenamiento

La Figura 21 el ancho de banda definido es aproximadamente 5.5 MHz y se puede notar la división de los 13 segmentos, cada separación se debe a que existen portadoras pilotos nulas ubicadas al final de cada uno de ellos. Hay 12 pilotos nulos por

cada segmento dando un total de 156 portadoras nulas; es de notar que el estándar maneja portadoras pilotos no nulos y no necesariamente ubicados al final de cada segmento.

El objetivo de hacer nuestro propio ordenamiento es para que al momento de realizar la captura del espectro se pueda visualizar dicha separación y diferenciar los datos de los pilotos.

### 5. Conclusiones

En ambientes multi-camino y sin línea de vista OFDM es una técnica que presenta muchas ventajas en las comunicaciones inalámbricas. Soportando de manera superlativa las interferencias en los canales de transmisión; y debido a su característica intrínseca como lo es la ortogonalidad el desvanecimiento selectivo de frecuencias se puede controlar de manera efectiva, permitiendo así la transmisión de múltiples sub-portadoras en un reducido ancho de banda de manera simultánea y sin la presencia de ICI.

La utilización del prefijo cíclico en la técnica OFDM elimina la interferencia entre símbolos causados por los retardos de las señales en ambientes multi-camino, y el uso de éste influye directamente en el rendimiento del sistema; siempre tomando en cuenta que la duración debe ser mayor al retardo máximo producido por un multi-camino en el canal.

El uso de la FFT/IFFT es netamente una forma de expresar la suma de funciones sinusoidales separadas una frecuencia específica, éste algoritmo nos da también los coeficientes de Fourier que son los pesos de la señal en cada uno de sus componentes frecuenciales.

El aumento de CFO produce un aumento significativo del BER en una transmisión con un número alto de sub-portadoras.

El estándar de televisión ISDB-Tb permite obtener las ventajas que se necesitan en una transmisión inalámbrica, como son los indeseables ecos que sufren las señales y los problemas que causan, gracias a la técnica OFDM se mitigó considerablemente este inconveniente además de mejorar la eficiencia espectral que desarrolla la implementación de la técnica.

### 6. Referencias

- [1] R.W Chang, "Síntesis of band-limited ortogonal signals for multichannel data transmission," *LABORATORIOS BELL*, 1966.
- [2] SB. Weinstein y P.M Elbert, "Data Transmission by Frequency-Division Multiplexing Using the

- Discrete Fourier Transform," *IEEE*, 1971.
- [3] and A. Ruiz A. Peled, "Frequency Domain Data Transmission Using Reduced Computational Complexity Algorithms," *IEEE*, 1980.
- [4] National Instrument. (2013) National Instrument. [Online]. [www.ni.com/labview/](http://www.ni.com/labview/)
- [5] Wikipedia. [Online]. <http://es.wikipedia.org/wiki/LabVIEW>
- [6] Simon Haykin,.: WILEY, 2007, pp. 244-246.
- [7] (2013) Alipso. [Online]. <http://www.alipso.com/monografias/moduldigital>
- [8] Simon Haykin,.: wiley, 2007, p. 275.
- [9] Ramjee Prasad, "OFDM based wireless broadband multimedia communication," in *Letter Notes on ISCOM'99*, Kaohsiung, Taiwan, 1999.
- [10] Thierry Pollet, Antwerp, Belgium Alcatel Telecom, and M. Moeneclaey, "The effect of carrier frequency offset on the performance of band limited single carrier and OFDM signals," *IEEE*, 1996.
- [11] M and Reggiannini, R. Luise, "Carrier frequency acquisition and tracking for OFDM systems," *IEEE*, 1996.
- [12] Sujoy katan Saha, "Discrete Fourier transform Fast Fourier transform & their application in Signal Processing," 2010.
- [13] M. Vetterli P. Duhamel, "Fast Fourier Transform: A Tutorial review and a State of de Art," *IEEE*, 1998.
- [14] M. and Molisch, A.F. Toeltsch, "Equalization of OFDM-systems by interference cancellation techniques," *IEEE*, 2001.
- [15] Eric Phillip LAWREY BE (Hons), "Adaptive Techniques for Multiuser OFDM," *Degree of Doctor of Philosophy, James Cook University*, 2001.
- [16] S Viswasom and D. Murali, "Effect of cyclic prefix reduction on OFDM-CDMA systems," *IEEE*, 2013.
- [17] KAVEH PAHLAVAN, "LOCAL MOVEMENTS AND DOPPLER SHIFT," in *WIRELESS INFORMATION NETWORK.: JOHN WILEY & SONS, INC*, 2005, pp. 64-65.
- [18] Pilar Munoz Mora, "Comparación de sistemas CP-OFDM con ZP-OFDM.," *Departamento de teorías de las Telecomunicaciones.*, 2000.
- [19] A. Yamada, "Overview of ISDB-Tmm services and technologies," *IEEE*, pp. 1-5, 2011.
- [20] T Ikeda, "Transmission System for ISDB-T/sub SB/ (Digital Terrestrial Sound Broadcasting)," *IEEE*, 2006.
- [21] Néstor Oscar Pisciotta, "Sistema ISBD-Tb," *Centro de Investigación Aplicada y Desarrollo en Informatica y Telecomunicaciones (CLADE-IT)*, pp. 4-30, 2010.
- [22] Diego Durán, José Joskowicz Rafael Sotelo, "Sistema de Transmisión ISDB-T," *Memoria de Trabajos de Difusión Científica y Técnica*, 2011.
- [23] Theodore S. Rappaport, *Wireless Communications Principles and Practice.:* Pearson, 2009, pp. 167-170.
- [24] Robert W. Heath Jr., *Digital Wireless Communication Physical Layer Exploration Lab Using the NI USRP*. Austin, Texas: Tom Robbins, 2012, ch. 6, pp. 99-111.