ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS
CURSO DE NIVELACIÓN 2014 – 2S

PRIMERA EVALUACIÓN DE MATEMÁTICAS PARA INGENIERÍAS Y EDUCACIÓN COMERCIAL
GUAYAQUIL, 05 DE ENERO DE 2015
HORARIO: 11H30 – 13H30
VERSIÓN 1

1) Sean las proposiciones simples:

a: 3 es un número par.
b: 3 es un número impar.
c: 6 divide a 3.

La traducción al lenguaje formal de la INVERSA de la proposición compuesta: "*3 es un número impar, pero no es par; por lo tanto, si 6 divide a 3, 3 no es impar*", es:

a) $\neg(b \wedge \neg a) \rightarrow \neg(c \rightarrow \neg b)$

b) $(c \rightarrow \neg b) \rightarrow (b \rightarrow \neg a)$

c) $\neg(a \rightarrow \neg b) \rightarrow \neg(c \rightarrow \neg b)$

d) $(a \wedge \neg b) \rightarrow (c \rightarrow \neg b)$

e) $(c \rightarrow \neg b) \rightarrow (a \wedge \neg b)$

2) Sean las proposiciones simples:

a: El precio del petróleo cae.
b: La producción de bienes no petroleros sube.
c: La economía se equilibra.
d: El dólar se deprecia.

Al traducir al lenguaje formal la proposición compuesta "*La producción de bienes no petroleros sube o el dólar se deprecia; pero, el precio del petróleo cae sólo si la economía se equilibra* ", se obtiene la siguiente proposición equivalente:

a) $\neg c \rightarrow [a \wedge (b \vee d)]$

b) $(a \vee c) \wedge (a \vee (b \wedge d))$

c) $(\neg a \vee c) \wedge (b \vee d)$

d) $[\neg(b \vee d) \wedge \neg a] \vee c$

e) $[(a \wedge b) \vee (a \wedge d)] \rightarrow c$

3) Identifique la forma proposicional que NO es tautológica.

a) $\left[(p \to r) \wedge (q \to r)\right] \to \left[\neg(\neg p \wedge \neg q) \to r\right]$

b) $\left[(p \to q) \wedge (\neg q \vee r)\right] \to (\neg r \to \neg p)$

c) $(p \vee q) \to (\neg p \to q)$

d) $\left[(\neg q \to \neg p)\right] \to \neg q$

e) $\left[(p \vee q) \wedge \neg p\right] \to q$

4) Dado el siguiente razonamiento $\left[H_1 \wedge H_2 \wedge H_3 \wedge H_4\right] \to C$, donde:

H_1: Si apruebo todas las materias, entonces me voy de vacaciones por un mes.
H_2: Si me voy de vacaciones por un mes, entonces compro muchos regalos.
H_3: O me voy o no me voy de vacaciones por un mes.
H_4: No tomo clases de música, si me voy de vacaciones por un mes.

Una conclusión C que hace el razonamiento VÁLIDO es:

a) Compro muchos regalos y apruebo todas las materias.
b) Compro muchos regalos o no apruebo todas las materias.
c) Apruebo todas las materias.
d) No es verdad que apruebo todas las materias.
e) Tomo clases de música, pero no me voy de vacaciones por un mes.

5) Sean A, B y C tres conjuntos tales que:

$$A=\{a,b,c\},\quad B=\{x,y,z\} \text{ y } C=\{1,2,3,4\}$$

Identifique la proposición FALSA.

a) $N(C\times C)\geq N(B\times A)$

b) $N(A\times B\times C)=N(A\times B)\cdot N(C)$

c) $\{(a,x,1)\}\subset A\times B\times C$

d) $\{(a,z,3),(c,x,3)\}\subseteq A\times B\times C$

e) $(y,c,2)\in A\times B\times C$

6) Para los conjuntos no vacíos A, B y C, considere las siguientes proposiciones:

$$p\text{: } [N(A)=3]\rightarrow[N(P(A))=9]$$
$$q\text{: } [(N(B)=4)\wedge(N(C)=4)\wedge(N(B\cup C)=6)]\rightarrow[N(B\cap C)=2]$$
$$r\text{: } [2<N(C)<4]\rightarrow[N(P(C))=8]$$

Identifique la proposición VERDADERA.

a) $p\vee(r\wedge\neg q)$

b) $(q\rightarrow p)\wedge r$

c) $r\rightarrow(p\veebar\neg q)$

d) $(\neg p\wedge\neg q)\vee r$

e) $(q\leftrightarrow r)\wedge p$

7) Sean los conjuntos referenciales $\text{Re}_x = \{1, 2, 3\}$, $\text{Re}_y = \{a, b, c, d\}$ y el predicado

$$p(x, y): "x" \textit{ es el número que indica el lugar que ocupa } "y" \textit{ en el abecedario}$$

Entonces es VERDAD que:

a) $\exists x \, \forall y \;\; p(x, y)$

b) $\forall y \, \exists x \; p(x, y)$

c) $\forall x \, \forall y \; p(x, y)$

d) $\exists y \, \forall x \;\; p(x, y)$

e) $\forall x \, \exists y \; p(x, y)$

8) Dados los conjuntos A, B y C contenidos en el conjunto referencial

$$\text{Re} = \{x / x \in \boldsymbol{N}, x \leq 10\}$$

que cumplen las siguientes condiciones:

$A \cap B = \{3,9\}$ $\qquad (C \cup B)^C = \{1,2\}$

$A \cap C = \{9,10\}$ $\qquad (A \cup B \cup C)^C = \varnothing$

El conjunto $(B \cup C) - A$ es igual a:

a) $\varnothing$ b) $\{3,9,10\}$ c) $\{1,2,3,6,7\}$ d) $\{9\}$ e) $\{4,5,6,7,8\}$

9) Si $A = \{2,4,6,8\}$ y $B = \{1,3,5,7,9,11,13\}$. Entonces una relación que define una función de A en B es:

a) $R_1 = \{(x,y) \in A \times B / y > x\}$

b) $R_2 = \{(x,y) \in A \times B / y = x + 3\}$

c) $R_3 = \{(x,y) \in A \times B / x = 2y - 1\}$

d) $R_4 = \{(x,y) \in A \times B / 2y = x^2 - x\}$

e) $R_5 = \{(x,y) \in A \times B / y = 2x - 1\}$

10) Identifique la proposición VERDADERA.

a) $\forall a,b \in \mathbb{R}-\{0\} \quad \left[\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)^{-1}=a+b\right]$

b) $\forall a,b,c \in \mathbb{R} \quad \left[(a \le b) \rightarrow (a-c \le b-c)\right]$

c) $\forall a,b,c \in \mathbb{R} \quad \left[(ab=bc) \leftrightarrow (a=c)\right]$

d) $\forall a,b \in \mathbb{R} \quad \left[(ab>0) \leftrightarrow \left((a>0 \wedge b>0) \vee (a<0 \wedge b>0)\right)\right]$

e) $\forall a,b \in \mathbb{R} \quad \left[(ab<0) \leftrightarrow \left((a<0 \wedge b>0) \vee (a<0 \wedge b<0)\right)\right]$

11) Sea el conjunto $A=\{-2,-1,0,1,2\}$ y # la operación binaria definida en A, tal que:

$$a\#b=\left|\,2|a|-2|b|\,\right|-2$$

Entonces es FALSO que:

a) $\exists a \in A, \quad a\#1=2$

b) $(-2\#0)\#1=0$

c) $\forall a \in A, \quad a\#0=2a-2$

d) $\forall a \in A \;\; \forall b \in A, \quad a\#b=b\#a$

e) $\exists a \in A \;\; \exists b \in A, \quad a\#b=0$

12) La expresión:

$$\frac{\sqrt[3]{-\left(\frac{8}{27}\right)^{-1}}}{\left(1-\frac{1}{3}\right)^{-2}}+\left(\frac{m^2-2mn+n^2}{m^2-n^2}\right)\left(\frac{m+n}{m-n}\right)$$

es igual a:

a) $\frac{2}{3}$

b) $\frac{1}{3}$

c) $-\frac{3}{2}$

d) $-\frac{2}{3}$

e) $-\frac{1}{3}$

13) Un albañil puede construir una pared en 4 horas y otro albañil puede hacer el mismo trabajo en 3 horas. Si ambos albañiles trabajan simultáneamente, entonces el tiempo en que tardarán en construir la pared es igual a:

a) $4/3$ *horas*
b) $3/4$ *horas*
c) $3/7$ *horas*
d) $7/2$ *horas*
e) $12/7$ *horas*

14) Sea $\mathrm{Re} = \mathbb{R}$ y el predicado $p(x): \frac{x}{x-a} - \frac{2a}{x+a} \leq \frac{8a^2}{x^2 - a^2}$; $(x \neq a) \wedge (x \neq -a)$

El conjunto de verdad $Ap(x)$ es igual a:

a) $[-2a, 3a]$
b) $[-2a, 3a]^C$
c) $(-\infty, -2a] \cup [3a, +\infty)$
d) $[-2a, -a) \cup (a, 3a]$
e) $(-\infty, -2a] \cup [-a, a] \cup [3a, +\infty)$

15) En una zapatería se tienen 5 maestros y 8 operarios, y se quiere trabajar en grupos conformados por 5 personas, pero como máximo deben haber 2 maestros en el grupo. La cantidad de grupos diferentes que se pueden conformar es igual a:

a) 966
b) 910
c) 560
d) 350
e) 56

16) El valor que debe tener k para que el cuarto término del desarrollo del binomio $\left(x^2-5\right)^k$ contenga la octava potencia de x, es igual a:

a) 9
b) 8
c) 7
d) 6
e) 5

17) El valor de:

$$\ln\left[\left(\frac{1}{\sqrt{e}}\right)\left(\frac{1}{\sqrt[4]{e}}\right)\left(\frac{1}{\sqrt[8]{e}}\right)\left(\frac{1}{\sqrt[16]{e}}\right)\cdots\right]$$

es aproximadamente igual a:

a) $\sqrt{e}$
b) e^{-1}
c) 0
d) 1
e) -1

18) Dada la función de $\mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ definida por $f\left(x\right)=\begin{cases} \left|x-2\right|, & x\leq 5 \\ x^2-3, & x>5 \end{cases}$

Identifique la proposición VERDADERA.
a) f es par.
b) f es inyectiva.
c) f es sobreyectiva.
d) f es acotada superiormente.
e) $\left(dom\ f=\mathbb{R}\right) \wedge rg\ f=\left[0,+\infty\right)$

19) Dadas las funciones $f:\mathbb{R}\mapsto\mathbb{R}$ y $g:\mathbb{R}\mapsto\mathbb{R}$ definidas por:

$$f(x)=\begin{cases} 1-x^2, & x\leq 1 \\ 2, & x>1 \end{cases} \qquad \text{y} \qquad g(x)=|x-1|$$

entonces la regla de correspondencia de la función $(g-f)$ es:

a) $(g-f)(x)=\begin{cases} x^2-x, & x<1 \\ -2, & x>1 \\ x+3, & x=1 \end{cases}$

b) $(g-f)(x)=\begin{cases} x^2-x, & x<1 \\ 0, & x=1 \\ x-3, & x>1 \end{cases}$

c) $(g-f)(x)=\begin{cases} x^2+x, & x<1 \\ -2, & x=1 \\ x-3, & x>1 \end{cases}$

d) $(g-f)(x)=\begin{cases} x^2+x, & x<1 \\ -2, & x=1 \\ x+3, & x>1 \end{cases}$

e) $(g-f)(x)=\begin{cases} x^2-x, & x<1 \\ -2, & x=1 \\ x-3, & x>1 \end{cases}$

20) Dadas las funciones $f:\mathbb{R}\mapsto\mathbb{R}$ y $g:\mathbb{R}\mapsto\mathbb{R}$ definidas por:

$$f(x)=\begin{cases} |x|, & |x|>1 \\ x-1, & |x|\le 1 \end{cases} \quad \text{y} \quad g(x)=\begin{cases} -|x| \ , & x\neq 0 \\ 1 \ , & x=0 \end{cases}$$

El valor numérico de $\left((f\circ g)-(g\circ f)\right)(0)$ es igual a:

a) 2
b) 1
c) 0
d) −1
e) −2

21) Dadas las funciones de $\mathbb{R}\mapsto\mathbb{R}$, tales que:

$$f(x)=\begin{cases} k, & x>L \\ 2k, & x\le L \end{cases} \ ; \ k, L\in\mathbb{R}^{+} \quad \text{y} \quad g(x)=\begin{cases} x, & x\ge 0 \\ -x, & x<0 \end{cases}$$

Entonces es VERDAD que:

a) $rg(g\circ f)=[k, 2k]$
b) $\forall x\in\mathbb{R}\left[(g\circ f)(x)>0\right]$
c) Si $(x\le L)$, entonces $(g\circ f)(x)=k$
d) $(g\circ f)$ es una función continua en todo su dominio.
e) $(g\ o\ f)\left(\dfrac{L}{2}\right)=-L$

22) Dada la función de variable real $f(x)=\begin{cases} x^3+1, & x\le 0 \\ 3x+1, & x>0 \end{cases}$, entonces la regla de correspondencia de f^{-1} es:

a) $f^{-1}(x)=\begin{cases} \dfrac{x-1}{3}, & x>1 \\ \sqrt[3]{x-1}, & x\le 1 \end{cases}$

b) $f^{-1}(x)=\begin{cases} \dfrac{x-1}{3}, & x<1 \\ \sqrt[3]{x-1}, & x\ge 1 \end{cases}$

c) $f^{-1}(x)=\begin{cases} x^3-1, & x<0 \\ -3x-1, & x\ge 0 \end{cases}$

d) $f^{-1}(x)=\begin{cases} \dfrac{x-1}{3}, & x\ge 0 \\ \sqrt[3]{x}-1, & x<0 \end{cases}$

e) $f^{-1}(x)=\begin{cases} \dfrac{x-1}{3}, & x<1 \\ \sqrt[3]{x+1}, & x\ge 1 \end{cases}$

23) El número real m para que el residuo que se obtiene al dividir la función polinomial $f(x)=4x^3+3x^2-mx+1$ para la función polinomial $g(x)=x+3$ sea igual a 1, es:

a) 81
b) 45
c) 27
d) 18
e) 9

24) Sea la función $f:\mathbb{R}\mapsto Z$ definida por $f(x) = sgn(x-2) + sgn(x+1)$.

Identifique la proposición FALSA.

a) $f(\pi) > 1$

b) $rg\, f = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$

c) f es creciente en todo su dominio.

d) $\forall x \in dom\, f,\quad |f(x)| \le 2$

e) $\forall x \in dom\, f,\quad [f(x) = -f(-x)]$

25) Si una función logarítmica f cumple con las condiciones descritas a continuación:

- La función f es par.
- La función f es estrictamente decreciente para el intervalo $(-\infty, -1] \cup (0, 1]$
- La función posee una asíntota vertical en el intervalo $(-1, 1)$
- $\forall x \in \mathbb{R}, f(x) \in [0, +\infty)$

Entonces, la regla de correspondencia de la función logarítmica f que cumple con las condiciones antes mencionadas, es:

a) $f(x) = \left| \log_{\frac{1}{10}} |x| \right|, \quad \forall x \in \mathbb{R} - \{0\}$

b) $f(x) = \left| \log |1-x| \right|, \quad \forall x \in \mathbb{R} - \{1\}$

c) $f(x) = \left| \log_{\frac{1}{10}} |x-1| \right|, \quad \forall x \in \mathbb{R} - \{1\}$

d) $f(x) = \left| \log |2x| \right|, \quad \forall x \in \mathbb{R} - \{0\}$

e) $f(x) = \left| \log(x) \right|, \quad \forall x \in \mathbb{R} - \{0\}$