ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS
CURSO DE NIVELACIÓN 2014 – 2S

PRIMERA EVALUACIÓN DE MATEMÁTICAS PARA INGENIERÍAS Y EDUCACIÓN COMERCIAL
GUAYAQUIL, 05 DE ENERO DE 2015
HORARIO: 11H30 – 13H30
VERSIÓN 0

1) Sean las proposiciones simples:

a: 3 es un número par.
b: 3 es un número impar.
c: 6 divide a 3.

La traducción al lenguaje formal de la INVERSA de la proposición compuesta: "*3 es un número impar, pero no es par; por lo tanto, si 6 divide a 3, 3 no es impar*", es:

a) $(a \wedge \neg b) \to (c \to \neg b)$
b) $(c \to \neg b) \to (a \wedge \neg b)$
c) $(c \to \neg b) \to (b \to \neg a)$
d) $\neg(b \wedge \neg a) \to \neg(c \to \neg b)$
e) $\neg(a \to \neg b) \to \neg(c \to \neg b)$

2) Sean las proposiciones simples:

a: El precio del petróleo cae.
b: La producción de bienes no petroleros sube.
c: La economía se equilibra.
d: El dólar se deprecia.

Al traducir al lenguaje formal la proposición compuesta "*La producción de bienes no petroleros sube o el dólar se deprecia; pero, el precio del petróleo cae sólo si la economía se equilibra* ", se obtiene la siguiente proposición equivalente:

a) $(\neg a \vee c) \wedge (b \vee d)$
b) $[\neg(b \vee d) \wedge \neg a] \vee c$
c) $[(a \wedge b) \vee (a \wedge d)] \to c$
d) $\neg c \to [a \wedge (b \vee d)]$
e) $(a \vee c) \wedge (a \vee (b \wedge d))$

3) Identifique la forma proposicional que NO es tautológica.

a) $\left[(p \vee q) \wedge \neg p\right] \rightarrow q$

b) $\left[(\neg q \rightarrow \neg p)\right] \rightarrow \neg q$

c) $(p \vee q) \rightarrow (\neg p \rightarrow q)$

d) $\left[(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)\right] \rightarrow \left[\neg(\neg p \wedge \neg q) \rightarrow r\right]$

e) $\left[(p \rightarrow q) \wedge (\neg q \vee r)\right] \rightarrow (\neg r \rightarrow \neg p)$

4) Dado el siguiente razonamiento $\left[H_1 \wedge H_2 \wedge H_3 \wedge H_4\right] \rightarrow C$, donde:

H_1: Si apruebo todas las materias, entonces me voy de vacaciones por un mes.
H_2: Si me voy de vacaciones por un mes, entonces compro muchos regalos.
H_3: O me voy o no me voy de vacaciones por un mes.
H_4: No tomo clases de música, si me voy de vacaciones por un mes.

Una conclusión C que hace el razonamiento VÁLIDO es:
a) Apruebo todas las materias.
b) No es verdad que apruebo todas las materias.
c) Compro muchos regalos y apruebo todas las materias.
d) Compro muchos regalos o no apruebo todas las materias.
e) Tomo clases de música, pero no me voy de vacaciones por un mes.

5) Sean A, B y C tres conjuntos tales que:

$$A=\{a,b,c\},\quad B=\{x,y,z\} \text{ y } C=\{1,2,3,4\}$$

Identifique la proposición FALSA.

a) $N(A\times B\times C)=N(A\times B)\cdot N(C)$

b) $\{(a,x,1)\}\subset A\times B\times C$

c) $(y,c,2)\in A\times B\times C$

d) $N(C\times C)\geq N(B\times A)$

e) $\{(a,z,3),(c,x,3)\}\subseteq A\times B\times C$

6) Para los conjuntos no vacíos A, B y C, considere las siguientes proposiciones:

$$p: [N(A)=3]\rightarrow[N(P(A))=9]$$
$$q: [(N(B)=4)\wedge(N(C)=4)\wedge(N(B\cup C)=6)]\rightarrow[N(B\cap C)=2]$$
$$r: [2<N(C)<4]\rightarrow[N(P(C))=8]$$

Identifique la proposición VERDADERA.

a) $(q\rightarrow p)\wedge r$

b) $r\rightarrow(p\veebar\neg q)$

c) $p\vee(r\wedge\neg q)$

d) $(\neg p\wedge\neg q)\vee r$

e) $(q\leftrightarrow r)\wedge p$

7) Sean los conjuntos referenciales $\mathrm{Re}_x = \{1, 2, 3\}$, $\mathrm{Re}_y = \{a, b, c, d\}$ y el predicado

$p(x, y)$: *"x" es el número que indica el lugar que ocupa "y" en el abecedario*

Entonces es VERDAD que:

a) $\forall x\ \exists y\ p(x, y)$

b) $\exists y\ \forall x\ p(x, y)$

c) $\exists x\ \forall y\ p(x, y)$

d) $\forall y\ \exists x\ p(x, y)$

e) $\forall x\ \forall y\ p(x, y)$

8) Dados los conjuntos A, B y C contenidos en el conjunto referencial

$$\mathrm{Re} = \{x / x \in \boldsymbol{N}, x \leq 10\}$$

que cumplen las siguientes condiciones:

$A \cap B = \{3,9\}$ $\qquad (C \cup B)^C = \{1,2\}$

$A \cap C = \{9,10\}$ $\qquad (A \cup B \cup C)^C = \varnothing$

El conjunto $(B \cup C) - A$ es igual a:

a) $\varnothing$ b) $\{3,9,10\}$ c) $\{1,2,3,6,7\}$ d) $\{9\}$ e) $\{4,5,6,7,8\}$

9) Si $A = \{2,4,6,8\}$ y $B = \{1,3,5,7,9,11,13\}$. Entonces una relación que define una función de A en B es:

a) $R_1 = \{(x,y) \in A \times B / y > x\}$

b) $R_2 = \{(x,y) \in A \times B / x = 2y - 1\}$

c) $R_3 = \{(x,y) \in A \times B / 2y = x^2 - x\}$

d) $R_4 = \{(x,y) \in A \times B / y = 2x - 1\}$

e) $R_5 = \{(x,y) \in A \times B / y = x + 3\}$

10) Identifique la proposición VERDADERA.

a) $\forall a,b,c \in \mathbb{R} \quad \left[(ab = bc) \leftrightarrow (a = c)\right]$

b) $\forall a,b \in \mathbb{R} \quad \left[(ab > 0) \leftrightarrow \left((a > 0 \wedge b > 0) \vee (a < 0 \wedge b > 0)\right)\right]$

c) $\forall a,b \in \mathbb{R} \quad \left[(ab < 0) \leftrightarrow \left((a < 0 \wedge b > 0) \vee (a < 0 \wedge b < 0)\right)\right]$

d) $\forall a,b,c \in \mathbb{R} \quad \left[(a \le b) \rightarrow (a - c \le b - c)\right]$

e) $\forall a,b \in \mathbb{R} - \{0\} \quad \left[\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)^{-1} = a + b\right]$

11) Sea el conjunto $A = \{-2,-1,0,1,2\}$ y # la operación binaria definida en A, tal que:

$$a\#b = \left|\, 2|a| - 2|b| \,\right| - 2$$

Entonces es FALSO que:

a) $\forall a \in A \ \ \forall b \in A, \quad a\#b = b\#a$

b) $\exists a \in A \ \ \exists b \in A, \quad a\#b = 0$

c) $(-2\#0)\#1 = 0$

d) $\forall a \in A, \quad a\#0 = 2a - 2$

e) $\exists a \in A, \quad a\#1 = 2$

12) La expresión:

$$\frac{\sqrt[3]{-\left(\frac{8}{27}\right)^{-1}}}{\left(1 - \frac{1}{3}\right)^{-2}} + \left(\frac{m^2 - 2mn + n^2}{m^2 - n^2}\right)\left(\frac{m+n}{m-n}\right)$$

es igual a:

a) $-\frac{3}{2}$

b) $-\frac{2}{3}$

c) $-\frac{1}{3}$

d) $\frac{1}{3}$

e) $\frac{2}{3}$

13) Un albañil puede construir una pared en 4 horas y otro albañil puede hacer el mismo trabajo en 3 horas. Si ambos albañiles trabajan simultáneamente, entonces el tiempo en que tardarán en construir la pared es igual a:

a) $^{12}\!/_{7}\ horas$
b) $^{3}\!/_{7}\ horas$
c) $^{7}\!/_{2}\ horas$
d) $^{4}\!/_{3}\ horas$
e) $^{3}\!/_{4}\ horas$

14) Sea $\mathrm{Re} = \mathbb{R}$ y el predicado $p(x): \dfrac{x}{x-a} - \dfrac{2a}{x+a} \leq \dfrac{8a^2}{x^2 - a^2}\ ;\ (x \neq a) \wedge (x \neq -a)$

El conjunto de verdad $Ap(x)$ es igual a:

a) $[-2a, -a) \cup (a, 3a]$
b) $(-\infty, -2a] \cup [3a, +\infty)$
c) $(-\infty, -2a] \cup [-a, a] \cup [3a, +\infty)$
d) $[-2a, 3a]$
e) $[-2a, 3a]^C$

15) En una zapatería se tienen 5 maestros y 8 operarios, y se quiere trabajar en grupos conformados por 5 personas, pero como máximo deben haber 2 maestros en el grupo. La cantidad de grupos diferentes que se pueden conformar es igual a:

a) 56
b) 350
c) 560
d) 910
e) 966

16) El valor que debe tener k para que el cuarto término del desarrollo del binomio $\left(x^2 - 5\right)^k$ contenga la octava potencia de x, es igual a:

a) 5
b) 6
c) 7
d) 8
e) 9

17) El valor de:

$$\ln\left[\left(\frac{1}{\sqrt{e}}\right)\left(\frac{1}{\sqrt[4]{e}}\right)\left(\frac{1}{\sqrt[8]{e}}\right)\left(\frac{1}{\sqrt[16]{e}}\right)\cdots\right]$$

es aproximadamente igual a:

a) -1
b) 0
c) 1
d) $\sqrt{e}$
e) e^{-1}

18) Dada la función de $\mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \begin{cases} |x-2|, & x \le 5 \\ x^2 - 3, & x > 5 \end{cases}$

Identifique la proposición VERDADERA.

a) $\left(dom\ f = \mathbb{R}\right) \wedge rg\ f = \left[0, +\infty\right)$
b) f es inyectiva.
c) f es sobreyectiva.
d) f es par.
e) f es acotada superiormente.

19) Dadas las funciones $f:\mathbb{R}\mapsto\mathbb{R}$ y $g:\mathbb{R}\mapsto\mathbb{R}$ definidas por:

$$f(x)=\begin{cases} 1-x^2, & x\le 1 \\ 2, & x>1 \end{cases} \qquad \text{y} \qquad g(x)=|x-1|$$

entonces la regla de correspondencia de la función $(g-f)$ es:

a) $(g-f)(x)=\begin{cases} x^2-x, & x<1 \\ -2, & x>1 \\ x+3, & x=1 \end{cases}$

b) $(g-f)(x)=\begin{cases} x^2-x, & x<1 \\ 0, & x=1 \\ x-3, & x>1 \end{cases}$

c) $(g-f)(x)=\begin{cases} x^2-x, & x<1 \\ -2, & x=1 \\ x-3, & x>1 \end{cases}$

d) $(g-f)(x)=\begin{cases} x^2+x, & x<1 \\ -2, & x=1 \\ x-3, & x>1 \end{cases}$

e) $(g-f)(x)=\begin{cases} x^2+x, & x<1 \\ -2, & x=1 \\ x+3, & x>1 \end{cases}$

20) Dadas las funciones $f:\mathbb{R}\mapsto\mathbb{R}$ y $g:\mathbb{R}\mapsto\mathbb{R}$ definidas por:

$$f(x)=\begin{cases}|x|, & |x|>1\\ x-1, & |x|\le 1\end{cases} \quad \text{y} \quad g(x)=\begin{cases}-|x| & , x\neq 0\\ 1 & , x=0\end{cases}$$

El valor numérico de $\left((f\circ g)-(g\circ f)\right)(0)$ es igual a:

a) −2
b) −1
c) 0
d) 1
e) 2

21) Dadas las funciones de $\mathbb{R}\mapsto\mathbb{R}$, tales que:

$$f(x)=\begin{cases}k, & x>L\\ 2k, & x\le L\end{cases} \; ; \; k,\, L\in\mathbb{R}^{+} \quad \text{y} \quad g(x)=\begin{cases}x, & x\ge 0\\ -x, & x<0\end{cases}$$

Entonces es VERDAD que:

a) $\forall x\in\mathbb{R}\left[(g\circ f)(x)>0\right]$
b) Si $(x\le L)$, entonces $(g\circ f)(x)=k$
c) $(g\circ f)$ es una función continua en todo su dominio.
d) $rg(g\circ f)=[k,2k]$
e) $(g\ o\ f)\left(\frac{L}{2}\right)=-L$

22) Dada la función de variable real $f(x) = \begin{cases} x^3 + 1, & x \le 0 \\ 3x + 1, & x > 0 \end{cases}$, entonces la regla de correspondencia de f^{-1} es:

a) $f^{-1}(x) = \begin{cases} \dfrac{x-1}{3}, & x > 1 \\ \sqrt[3]{x-1}, & x \le 1 \end{cases}$

b) $f^{-1}(x) = \begin{cases} \dfrac{x-1}{3}, & x \ge 0 \\ \sqrt[3]{x} - 1, & x < 0 \end{cases}$

c) $f^{-1}(x) = \begin{cases} \dfrac{x-1}{3}, & x < 1 \\ \sqrt[3]{x+1}, & x \ge 1 \end{cases}$

d) $f^{-1}(x) = \begin{cases} \dfrac{x-1}{3}, & x < 1 \\ \sqrt[3]{x-1}, & x \ge 1 \end{cases}$

e) $f^{-1}(x) = \begin{cases} x^3 - 1, & x < 0 \\ -3x - 1, & x \ge 0 \end{cases}$

23) El número real m para que el residuo que se obtiene al dividir la función polinomial $f(x) = 4x^3 + 3x^2 - mx + 1$ para la función polinomial $g(x) = x + 3$ sea igual a 1, es:

a) 9
b) 18
c) 27
d) 45
e) 81

24) Sea la función $f: \mathbb{R} \mapsto Z$ definida por $f(x) = sgn(x-2) + sgn(x+1)$.

Identifique la proposición FALSA.

a) $rg\, f = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$

b) f es creciente en todo su dominio.

c) $f(\pi) > 1$

d) $\forall x \in dom\, f, \quad [f(x) = -f(-x)]$

e) $\forall x \in dom\, f, \quad |f(x)| \leq 2$

25) Si una función logarítmica f cumple con las condiciones descritas a continuación:

- La función f es par.
- La función f es estrictamente decreciente para el intervalo $(-\infty, -1] \cup (0, 1]$
- La función posee una asíntota vertical en el intervalo $(-1, 1)$
- $\forall x \in \mathbb{R}, f(x) \in [0, +\infty)$

Entonces, la regla de correspondencia de la función logarítmica f que cumple con las condiciones antes mencionadas, es:

a) $f(x) = \left| \log|1-x| \right|, \quad \forall x \in \mathbb{R} - \{1\}$

b) $f(x) = \left| \log_{\frac{1}{10}} |x-1| \right|, \quad \forall x \in \mathbb{R} - \{1\}$

c) $f(x) = \left| \log|2x| \right|, \quad \forall x \in \mathbb{R} - \{0\}$

d) $f(x) = \left| \log(x) \right|, \quad \forall x \in \mathbb{R} - \{0\}$

e) $f(x) = \left| \log_{\frac{1}{10}} |x| \right|, \quad \forall x \in \mathbb{R} - \{0\}$