

TITULO

“Modelo Predictivo del Proceso de Deshidratación de Banano”

AUTORES

Luis Fernando Auhing Balladares¹
Alfredo Nicolás Barriga Rivera²

¹Ingeniero Mecánico en Termofluidos 2000

²Director de Tesis, Ingeniero Mecánico, Escuela Superior Politécnica del Litoral. Phd en Ciencias de Ingeniería, Washington State University, USA. Asignación Postdoctoral en Pensilvania Sate University y Ohio State University, USA. Decano de la Facultad de Ingeniería Mecánica, 3 años. Vicerrector General, 3 años. Coordinador del Centro de Investigación, 4 años. Profesor Principal de la ESPOL, 13 años. Investigador Científico desde 1977. Ingeniero de Proyectos desde 1974. Consultor y analista de estudios y proyectos desde 1982. Asesor y analista científico desde 1988. Investigador principal en proyectos de rango internacional desde 1990. Coordinador, red latinoamericana en Tentro Energía de FAO, 5 años, contraparte en ESPOL de varios proyectos de auspicio internacional de energía, medio ambiente.

RESUMEN

El presente trabajo consiste en representar lo que sucede en un deshidratador destinado para banano en un modelo matemático y físico, explica y considera fenómenos físicos importantes como son los modos de transferencia de calor que se den en estado transiente y la transferencia de masa en el mismo estado.

Se empieza el modelo manteniendo la misma relación del porcentaje de volumen de espacio vacío, para que aplicando uno de los métodos de estado transiente que relacione íntimamente la transferencia de masa y calor, con la finalidad de proceder mediante una corrida computacional aplicándolo primero en sentido de desplazamiento del flujo de aire para que posteriormente se lo haga considerando al tiempo.

El análisis y aplicación del modelo se lo realiza poco a poco, empezando con un modelo sencillo que posteriormente al considerar más variables involucradas se llegue al modelo óptimo que represente fielmente lo que sucede en el deshidratador, una vez obtenido dicho modelo, se hace una verificación del mismo aplicando datos experimentales para realizar una comparación y análisis del modelo.

INTRODUCCIÓN

El Ecuador es un país con altas potencialidades en la ganadería y agricultura, es así que en los años 20 fue uno de los principales exportadores de cacao, y desde los años 40 hasta nuestros días es un importante exportador de banano a nivel mundial.

Históricamente la actividad bananera del país ha estado orientada a producir fruta seleccionada para exportación. A partir del año de 1967 se explotan cultivos comerciales de banano de la variedad Cavendish, resistente al denominado “Mal de Panamá” que por ese entonces atacaba con furor a la variedad Gross Michel. El incremento del hectareaje cultivado de la variedad Cavendish, a pesar de la reducción progresiva de las plantaciones de Gross Michel, significó un aumento de la producción total bananera del país, debido al mayor rendimiento de la nueva variedad cultivada; pero esta también dio lugar a un mayor excedente de fruta no exportable, ocasionado en gran parte por lo susceptible al estropeo de la variedad Cavendish.

Lamentablemente, no toda la fruta fresca que se produce se logra exportar al mercado internacional y vender en el mercado interno, existiendo un gran porcentaje del banano que se pierde en las propias zonas de producción, por esta razón es necesario usar otras formas de comercialización y explotación del producto, y una de ellas es por medio de la elaboración de harina de banano. Este producto, por su valor nutritivo y propiedades energéticas, puede sustituir a los cereales en la preparación de alimentos balanceados para consumo de animales.

Las posibilidades del Ecuador de vender la harina de banano verde en los mercados del exterior son halagadoras, debido a la escasez mundial de materias primas básicas para la fabricación de alimentos balanceados porque la harina de banano puede sustituir al maíz, cuyo precio se ha elevado en los últimos años.

Actualmente, existen empresas dedicadas a la elaboración y producción de la harina de banano, pero lamentablemente utilizan métodos de producción rústicos o artesanales los cuales no garantizan la calidad que se obtendría a nivel industrial, ya que no dan una alta eficiencia en la producción.

Por estos motivos el presente trabajo trata de mejorar la producción de este producto, realizando un estudio en el proceso de deshidratación del banano con la finalidad de que ahorrar energía y tiempo en su elaboración.

Con la simulación se trata además satisfacer algunas inquietudes técnicas que se tendrían con ciertas características específicas del banano, y ciertas condiciones que varían dependiendo del ambiente en donde se encontraría el secador, variables como humedad relativa del aire, humedad del banano, temperatura de secado y entre otras, con lo cual se obtendría la información necesaria para realizar un buen proceso de deshidratación dependiendo de los requerimientos de la planta.

CONTENIDO

DESCRIPCIÓN DEL MODELO FÍSICO Y MATEMÁTICO

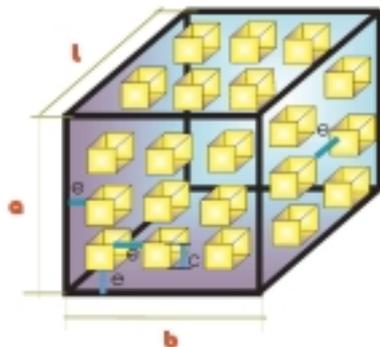
En el presente capítulo se explicaran los métodos seguidos para la simulación termofísica de nuestro sistema y las correlaciones empíricas utilizadas en el mismo.

PLANTEAMIENTO DEL MODELO

El modelo consiste en simular el proceso de deshidratación del banano en una forma semicontinua que se desplaza lentamente, para lo cual se asumirá un determinado volumen de control en el cual simulará los efectos de transferencia de calor y de masa, y se considerará que el movimiento relativo del lecho es despreciable, obteniéndolo de esta forma como un lecho netamente estático.

Como antes mencionado asumimos un determinado volumen de análisis en la forma de un prisma con ancho “b”, largo “L” y alto “a”, en donde se estimará un determinado número de rodajas de banano para lo cual es necesario cortar al banano pelado en rodajas que sean casi iguales, es decir, tanto su radio y espesor, debido a que la transferencia de masa varía bastante con estos parámetros influyendo en el tiempo de secado.

En nuestro modelo se estima que cada rodaja de banano es como un cubo, haciendo que dichos cubos se encuentren en una especie de lecho compactado, pero ordenados en el espacio a una misma distancia en las tres dimensiones, para lo cual se considera el porcentaje de volumen que se encuentra vacío en nuestro volumen de análisis, a esto se conoce como factor de vacío “fv”, este porcentaje debe mantenerse constante en cualquier tipo o clase de unidad que se considere en nuestro volumen de análisis, así tenemos:



Esquema de la distribución de los cubos en el Volumen de Control del modelo

Volumen del cubo = Volumen de la rodaja

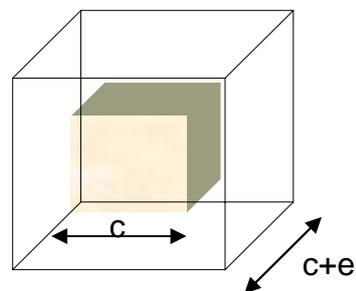
$$c^3 = \pi r^2 t$$

$$\Rightarrow c = (\pi r^2 t)^{1/3}$$

Volumen del cubo = (Volumen Total)(1 - fv)

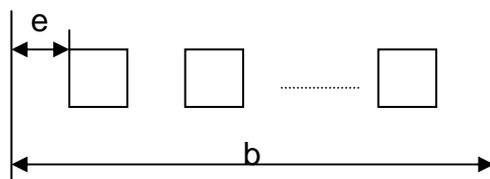
$$c^3 = (c + e)^3 (1 - fv)$$

$$\Rightarrow e = \left(\frac{1}{(1 - fv)^{1/3}} - 1 \right) c$$



Forma conceptual del factor de vacío en una unidad del modelo.

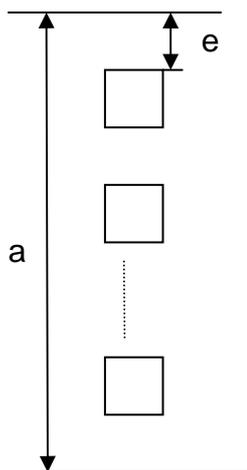
Para este modelo es necesario determinar el número de cubos en las tres dimensiones, es decir tanto en el ancho, largo y altura, así tenemos:



Distribución de los cubos en el ancho del Volumen de Control

$$n_1 c + e(n_1 + 1) = b$$

$$\Rightarrow n_1 = \frac{(b - e)}{(e + c)}$$



Distribución de los cubos en el alto del Volumen de Control

$$n_2 c + e(n_2 + 1) = a$$

$$\Rightarrow n_2 = \frac{(a - e)}{(e + c)}$$

Con la cantidad de masa de banano que se esté analizando para nuestro modelo en nuestro determinado volumen de análisis, para lo cual es necesario tener como dato la densidad del banano para las condiciones de ingreso en el lecho del secador, obtenemos la longitud de nuestro volumen:

$$n_3 = \frac{m_{\text{Banano}}}{\rho_b (n_1 n_2 C^3)}$$

SUPUESTOS Y SIMPLIFICACIONES

1. Se considera despreciable la transferencia de calor por conducción y radiación hacia el banano.
2. Se aproxima las rodajas de banano a cubos
3. Se aproxima el secado continuo a un secado semicontinuo, es decir, se coloca una cierta cantidad de banano a secar a una corriente de aire seco que fluye continuamente para un análisis en un determinado volumen imaginario.
4. Se considera el efecto tridimensional de la temperatura en el sólido, utilizando el método transiente.
5. Se considera las siguientes variables externas en el secado:
 - Temperatura Aire
 - Humedad
 - Flujo
 - Tamaño y forma de las subdivisiones del banano
 - Longitud del lecho
6. Se considera que el control de difusividad se produce principalmente por difusión.
7. Se considera el efecto de la humedad en las siguientes propiedades del banano, tales como: Calor Específico
 - Conductividad Térmica
 - Difusividad
8. Para el cálculo de las propiedades del banano anteriormente señaladas no se considera los efectos de carbohidratos, grasa, proteínas, fibras y cenizas.
9. En el período de flujo evaporativo decreciente, se asume: No hay presencia del primer periodo de flujo evaporativo decreciente.
 - La cantidad de aire seco es tan grande que su concentración de agua no cambia con el tiempo.
 - El flujo de aire seco se repone continuamente.

MÉTODOS TRANSIENTES

MÉTODO TRANSIENTE DE TEMPERATURA

El método transiente de temperatura usado, se basa en las ecuaciones obtenidas de la resolución de la ecuación diferencial de transferencia de calor de Newton las mismas que son aplicadas en forma práctica en las cartas de Heisler. (Ver Referencia 6)

De esta forma calculamos la temperatura del cuerpo en diversos puntos del mismo y especialmente en la superficie que posteriormente usaremos para calcular la temperatura del aire a la salida de cada rodaja de banano. Hay que resaltar que se aplica el método de variaciones individuales en secuencia, es decir, que calculamos la temperatura del cuerpo sin efecto de transferencia de masa y luego el cambio de temperatura del cuerpo sin efecto de la transferencia de calor que posteriormente sumamos algebraicamente los resultados anteriores para obtener el efecto total.

Como la resolución de la ecuación de Newton se basa de una serie, se consideran los primeros cuatro términos de la misma, y para la obtención de los valores numéricos, lo que se realiza es el cálculo de factores adimensionales conocidos como Biot y Fourier, así tenemos:

$$Bi = \frac{hL}{K}$$
$$Fo = \frac{\alpha t}{L^2}$$

Con estos valores se resuelve matemáticamente la siguiente ecuación (Ver Referencia 5 y 6) :

$$\zeta_n \tan(\zeta_n) = Bi$$

$$C_n = \frac{4 \sin(\zeta_n)}{2\zeta_n + \sin(2\zeta_n)}$$

y se procede a resolver mediante la siguiente serie:

$$\theta = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \exp(-\zeta_n^2 Fo) \cos(\zeta_n x)$$

en donde:

$$\theta = \frac{T - T_{\infty}}{T_i - T_{\infty}}$$

$$x = \frac{X}{L}$$

Para considerar el efecto tridimensional, aplicamos superposición, es decir, se resuelve independientemente en las tres dimensiones y posteriormente se multiplica los efectos de los mismos:

$$\theta = \theta_X \theta_Y \theta_Z$$

Luego de calcular la temperatura del banano sin el efecto de transferencia de masa se prosigue a calcular la variación de temperatura obtenida por la presencia de la misma, así tenemos:

$$\Delta T = \frac{\dot{m} v_{sup} h_{fg} t}{C_p m}$$

A esta variación de temperatura se la suma algebraicamente de la temperatura obtenida por transferencia de calor, es negativa en magnitud debido a que la transferencia de masa de la superficie del cuerpo hacia el lecho del aire produce un efecto de disminución de temperatura del cuerpo.

MÉTODO TRANSIENTE DE CONCENTRACIÓN DE HUMEDAD

Como las resistencias a la transferencia de calor y masa son despreciables, se tiene que las condiciones de los límites apropiados son:

$$W = W_i \text{ a } t = 0 \text{ y todo } z$$

$$W = W_s = W_e \text{ a } t > 0 \text{ y } z = \text{superficie}$$

$$W = \textit{finito} \text{ a } t > 0 \text{ y todo } z$$

Considerando una distribución de humedad uniforme a través del interior del banano al inicio y que la resistencia de transferencia de

masa es despreciable, resolviendo las ecuaciones pertinentes (Ver Referencia 4 y 5) , obtenemos la siguiente ecuación:

$$X = \frac{W - W_e}{W_o - W_e} = \left(\frac{8}{\pi^2} \right) \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{(2n+1)^2} \right) \exp \left(- \frac{(2n+1)^2 \pi^2 D t}{z^2} \right)$$

Pero para rodajas secadas de ambos lados se puede aproximar a la siguiente expresión:

$$X = \exp \left(- \left(\frac{\pi^2 D t}{4 \left(\frac{z}{2} \right)^2} \right) \right)$$

Como en el caso anterior, se considera el efecto tridimensional mediante superposición, es decir, se resuelve individualmente en las tres dimensiones y posteriormente se multiplica los efectos de los mismos:

$$X = X_X X_Y X_Z$$

De esta forma se calcula la masa de agua por Kg de banano seco que se encuentra en la muestra dependiendo del tiempo transcurrido.

CÁLCULO DE LOS COEFICIENTES DE DIFUSIVIDAD

COEFICIENTE DE DIFUSIVIDAD DEL VAPOR DE AGUA EN EL AIRE

Para este modelo es necesario conocer los coeficientes de difusividad tanto del vapor de agua en el aire como el vapor de agua en el banano. El coeficiente de difusividad del vapor de agua en el aire ha sido obtenido mediante la experimentación obteniendo un margen de error menor al 1%, por lo cual es considerado aceptable (Ver Referencia 1), el coeficiente de difusividad es por tanto:

$$D_v = (0.926/p) (T^{2.5}/(T + 245))$$

Para nuestro caso $p=101.325$ KPa, este coeficiente está en las unidades de mm^2/s .

COEFICIENTE DE DIFUSIVIDAD DEL BANANO

Para el coeficiente de difusividad del agua en estado líquido en el banano aplicamos la correlación experimental de Miles y sus colaboradores (1983) considerando sólo el contenido de agua (Ver Referencia 4), así tenemos:

$$D = 0.088 \times 10^{-6} + (D_w - 0.088 \times 10^{-6}) X_w$$
$$D_w = 1.3168 \times 10^{-1} + 6.2427 \times 10^{-4} T - 2.4022 \times 10^{-6} T^2$$

note que D_w se encuentra en $[\text{mm}^2/\text{s}]$.

CÁLCULO DE COEFICIENTES DE TRANSFERENCIA DE CALOR Y MASA

COEFICIENTE DE CONVECCIÓN DE TRANSFERENCIA DE CALOR

En esta parte es necesario tener como información la temperatura de ingreso del aire en nuestro modelo " T_{inf} ", la temperatura superficial del banano " T_s " y el flujo del aire " m_{Flujo} " con estos datos se calcula el coeficiente de transferencia de calor mediante la aplicación de la correlación experimental para lechos (Ver Referencia 2 y 7), así tenemos:

$$h = \frac{0.44 F^{0.59} C_s}{D^{0.41}}, \text{ kcal}/\text{m}^2\text{h}$$
$$C_s = 0.24 + 0.446 \text{ Hps}, \text{ kcal}/\text{kg de aire seco}$$
$$\text{Hps} = \frac{(18/28.9) (P_{\text{Vapor}})}{(P_{\text{Mezcla}} - P_{\text{Vapor}})}, \text{ Kg de agua}/\text{Kg de aire seco}$$

en donde F es el flujo másico de aire $[\text{Kg}/\text{m}^2\text{h}]$, que se lo establece mediante los datos de la velocidad y la densidad del aire.

COEFICIENTE DE CONVECCIÓN DE TRANSFERENCIA DE MASA

Para el cálculo del coeficiente de convección para la transferencia de masa, es necesario aplicar la correlación de Lewis que equipara los

modelos de transferencia de calor y transferencia de masa mediante la constante Le , hay que señalar que esto es aplicable sólo para el caso del aire (Ver Referencia 1, 6, y 5), teniendo así:

$$Le = \frac{\alpha_{Aire}}{D_v}$$

$$h_m = \frac{D_v Le^{1/3} h}{K_{Aire}}$$

Así las propiedades se tienen que calcular a la temperatura fílmica entre el aire y la superficie del banano, además es necesario conocer el coeficiente de difusividad del vapor de agua en el aire, el cual está descrito en la sección 2.4.1 del presente trabajo.

OPERACIÓN GLOBAL DEL MODELO

La operación del modelo consiste en primer lugar en el cálculo de las dimensiones físicas de cada rodaja en nuestro volumen de control, posteriormente se calcula las temperaturas mediante el método transiente combinando los efectos de la transferencia de calor y la transferencia de masa considerando las propiedades del banano, en el mismo instante se debe calcular la cantidad masa de agua que se evapora y que fluye del sólido hacia el lecho del aire, para lo cual se aplican las siguientes fórmulas dependiendo del período de deshidratación presente en ese instante (Ver Referencia 4 y 6), así tenemos:

Si se encuentra en el primer período tenemos:

$$\dot{m}_v = \frac{h(T_\infty - \bar{T}_{Sup})V}{h_{fg} z}$$

ó se puede usar también:

$$\dot{m}_v = h_m A (\rho_{Sup} - \rho_{Aire})$$

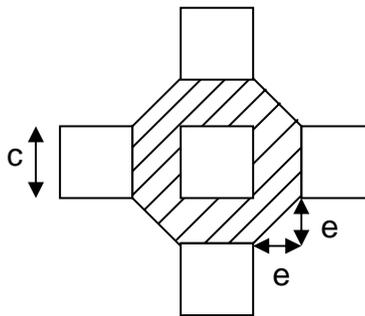
Pero de acuerdo con Treybal sugiere utilizar mejor la ecuación con el coeficiente de transferencia de calor, el cual da una mejor aproximación. Para el período decreciente se usa la siguiente ecuación (Ver Referencia 6):

$$-mv'' = \frac{d[\rho(S)L]}{dt}$$

$$\dot{m}v = \left(\frac{D}{\pi t}\right)^{\frac{1}{2}} \rho_{Media}$$

$$\Rightarrow \dot{m}v = \left(\frac{D}{\pi t}\right)^{\frac{1}{2}} \bar{X} \rho_{BananoSeco} V$$

Luego de esto se prosigue al calculo de la temperatura del aire a la salida de cada rodaja, pero antes se calcula el flujo efectivo en cada canal, así tenemos:



Esquema del área efectiva del flujo de aire en una unidad del modelo

$$A_{Efectiva} = 4ce + 2e^2$$

$$\Rightarrow m_{In} = \frac{m_{Total}}{n_1 n_2}$$

$$\Rightarrow v = \frac{m_{Total}}{n_1 n_2 (\rho) (4ce + 2e^2)}$$

Posteriormente con la aplicación de las propiedades psicrométricas del aire (Ver Apéndice B), obtenemos:

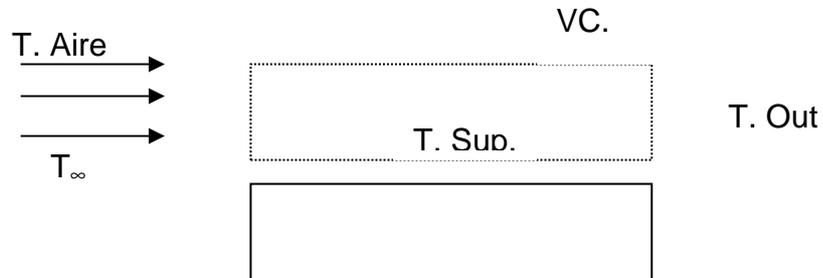
$$ma_{In} = \frac{w_{In}}{1 + m_{In}}$$

$$mv_{In} = w_{In} (m_{In})$$

$$w_{Out} = \frac{mv_{In} + mv_{Sup}}{ma_{In}}$$

Luego se establece un balance de energía en la rodaja, con la finalidad de obtener la temperatura del aire a la salida de la misma para luego calcular las

propiedades termodinámicas de la siguiente rodaja y así sucesivamente, así tenemos:



$$\begin{aligned} \dot{E}_{In} - \dot{E}_{Out} - \dot{Q} + \dot{m}v_{Sup} h_{fg} &= 0 \\ \left(\dot{m}a(ha_{In}) + \dot{m}v_{In}(hv_{In}) \right) - \left(\dot{m}a(ha_{Out}) + \left(\dot{m}v_{In} + \dot{m}v_{Sup} \right)(hv_{Out}) \right) - \\ Ah(T_{In} - \bar{T}_{Sup}) + \dot{m}v_{Sup} h_g &= 0 \end{aligned}$$

Despejando T_{Out} tenemos:

$$\begin{aligned} B &= \dot{m}a(ha_{In} + 273150) + \dot{m}v_{In}(hv_{In} - 200796425w_{Out}) \\ C &= \dot{m}v_{Sup}(h_g - 200796425w_{Out}) \\ T_{Out} &= \frac{B + C + hA \frac{T_{Inf}}{2} + hAT_{Sup}}{\frac{hA}{2} + 1000\dot{m}a + 1805w_{Out}(\dot{m}v_{In} + \dot{m}v_{Sup})} \end{aligned}$$

Una vez obtenida la temperatura de salida del aire, se recalcula nuevamente las propiedades de psicrométricas del aire para la siguiente rodaja, y así se sigue posteriormente hasta llegar a la última rodaja de nuestro volumen de control, esto se realiza por una iteración que se encuentra en una iteración general para los diferentes tiempos, esto se realiza mediante la aplicación de un programa computacional.

CONCLUSIONES

1. El aumento en el factor de moldeo, origina una disminución en la rapidez de variación de la curva de concentración de humedad vs. tiempo.
2. La evaporación de humedad en el banano, origina una tendencia a disminuir la temperatura del mismo, esto se debe a que en el presente modelo la energía requerida para el cambio de fase es tomada del sólido.
3. En el caso particular en que el sólido y el aire ingresaren a la misma temperatura inicial, el fenómeno mencionado en la conclusión #2 originaría una disminución brusca en la temperatura media del banano con respecto al tiempo.
4. La magnitud del flujo evaporativo disminuye bruscamente al pasar del denominado “periodo de flujo evaporativo constante” al “periodo de flujo evaporativo decreciente”, esto se debe a que en el primero la deshidratación es un fenómeno superficial y por tanto lineal debido a la concentración superficial constante, y mientras que el segundo la deshidratación es un fenómeno gradual de avance de la onda de desecación hacia el interior generando un resultado exponencial decreciente, en el que la concentración superficial va disminuyendo.
5. Los cambios del espesor del banano originan cambios significativos del coeficiente de convección de calor y de masa, esto se debe a que se modifica consecuentemente el área de paso de flujo de aire en este modelo.
6. El aumento en el espesor del banano, origina una disminución en la tasa de incremento en la temperatura con respecto al tiempo, esto se debe a que en el proceso de secado del banano, el mecanismo prevaleciente en esta etapa es el de difusión interna.
7. Por otro lado y con respecto al cambio en la variación de la concentración de humedad del banano vs. tiempo, un aumento en el espesor origina un retardo en el efecto de deshidratación, esto se debe a la relación cuadrática inversa entre el espesor y la tasa de evaporación.
8. La distribución de temperatura del aire con respecto al espacio varía al pasar el tiempo, aumentando drásticamente a partir del punto en que el mecanismo controlante es de difusión interna.
9. El efecto del flujo crítico sobre la curva de concentración del banano con respecto al tiempo origina un desplazamiento ascendente o descendente del punto de concentración crítica (punto en el cual existe el cambio del periodo de flujo evaporativo constante y el periodo de flujo evaporativo decreciente), esto se debe a su magnitud.

REFERENCIAS

1. ASHRAE, Fundamentals, American Society of Heating, Refrigeration and Air Conditioning Engineers Inc., 1989
2. ASHRAE, Applications, American Society of Heating, Refrigeration and Air Conditioning Engineers Inc., 1967
3. TRAYBAL ROBERT, Operaciones con transferencia de masa, H.A.S.A. Editorial Hispano Americana S.A.
4. ALVARADO JUAN DE DIOS, Principios de ingeniería aplicados a alimentos. Radio Comunicaciones División de Artes Gráficas, 1996.
5. ROHSENOW WARREN AND CHOI HARRY, Heat, Mass and Momentum Transfer, Pretince Hall Inc.
6. INCROPERA FRANK AND DEWITT DAVID, Fundamentals of Heat and Mass Transfer, Cuarta Edición, 1996.
7. PERRY JOHN, Manual del Ingeniero Químico, MacGraw-Hill Book Company Inc., Tomo I, Tercera Edición, 1976.
8. DUGAN R.E. AND JONES J.B., Ingeniería termodinámica, Pretince Hall Hispanoamérica, 1997SONNTAG AND VAN WYLEN, Introduction to Thermodynamics, Tercera Edición, 1991
10. KENYON BROWN, Introducción a la Programación de Visual Basic
11. BURDEN AND FAIRES, Análisis Numérico, Grupo Editorial Iberoamérica, 1996
12. KEENAN, KEYES, HILL AND MOORE, Steam Tables, John Wiley and Sons Inc., 1969.
13. SOTOMAYOR GHUNTER, “Un Sistema Para la Deshidratación Continua de Banano Pelado y Rodajeado, Análisis Teórico, Modelo Físico y Matemático “(Tesis, Facultad de Ingeniería en Mecánica y Ciencias de la Producción, Escuela Superior Politécnica del Litoral, 1996).