ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL
INSTITUTO DE CIENCIAS FÍSICAS
I TÉRMINO 2012-2013
FÍSICA C
Tercera evaluación

SOLUCIÓN

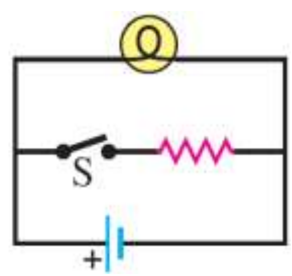
Pregunta 1 (5 puntos)
Una esfera conductora con radio interior de 7 cm y radio exterior de 8 cm tiene una carga neta de –5 μC. Una carga puntual de –7μC está situada en el centro de esta esfera. ¿Cuál es la carga en la superficie exterior de la esfera? Explique su razonamiento

La carga neta sobre una esfera conductora, en equilibrio electrostático, reside en su superficie externa. La carga puntual induce una carga de +7μC en la superficie interna y una carga de –7μC en la superficie externa, que combinada con la carga de –5μC que ésta tiene, produce una carga total de –12μC en dicha región.

Pregunta 2 (5 puntos)
Un campo eléctrico uniforme, dado por **E** = 200 **ĵ** N/C, existe en una cierta región del espacio. ¿Cuál es el flujo eléctrico a través de un cuadrado de área **A** = 0.04 **î** m^2 ubicado en este campo? Explique su razonamiento.

$\phi_E = \int \vec{E} \cdot d\vec{A} = 0$, pues el campo eléctrico es perpendicular al área.

Pregunta 3 (5 puntos)
Una batería real con resistencia interna que *no* es despreciable se conecta a través de una bombilla, como se indica en la figura. Cuando se cierra el interruptor S, ¿la luminosidad de la bombilla aumenta, disminuye o permanece igual? ¿Por qué?



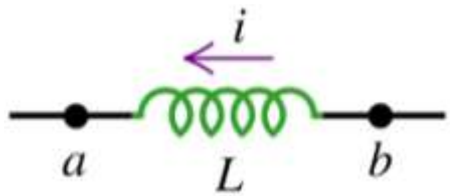
El voltaje en la bombilla es V = ε – rI, donde ε es la fem de la batería y r la resistencia interna de la batería. Al cerrar el interruptor S, la resistencia total del circuito disminuye y la corriente I aumenta. Por tanto, el voltaje en la bombilla disminuye y su luminosidad disminuye.

Pregunta 4 (5 puntos)
Demuestre que la cantidad $\sqrt{L/C}$ tiene unidades de resistencia.

$$1\,\text{H} = 1\,\text{Wb/A} = 1\,\text{Tm}^2/\text{A} = 1\,\text{Nm/A}^2 = 1\,\text{J/A}^2 = 1\,(\text{J/AC})\text{s} = 1\,(\text{V/A})\text{s} = 1\,\Omega\cdot\text{s}$$

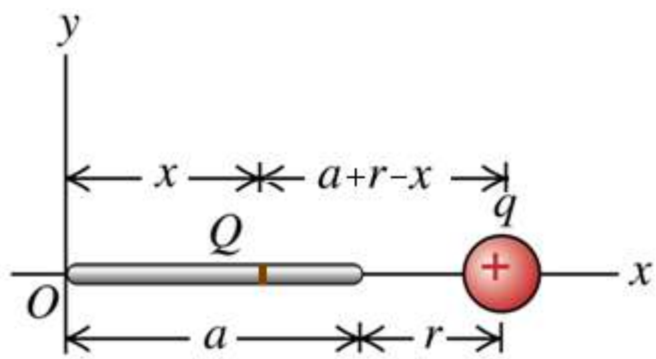
$$\left[\frac{L}{C}\right] = \frac{\text{H}}{\text{F}} = \frac{\Omega\cdot\text{s}}{\text{C/V}} = \frac{\Omega\cdot\text{V}}{\text{A}} = \Omega^2 \Rightarrow \left[\sqrt{\frac{L}{C}}\right] = \Omega$$

Pregunta 5 (5 puntos)
El inductor de la figura conduce una corriente i en el sentido que se ilustra, la cual disminuye a una tasa uniforme. ¿Cuál extremo del inductor, a o b, está a un mayor potencial? Explique su razonamiento.



El terminal a está a un potencial más alto ya que el inductor empuja la corriente a través de ella desde b hacia a y si se sustituye por una batería tendría el terminal positivo en a.

Problema 1 (15 puntos)
La carga positiva Q está distribuida uniformemente a lo largo del eje de las x desde $x = 0$ a $x = a$. Hay una carga puntual q situada sobre el eje de las x, a una distancia r a la derecha del extremo de Q. Calcule la fuerza (magnitud y dirección) que la distribución de carga Q ejerce sobre q.



Sobre el eje x:

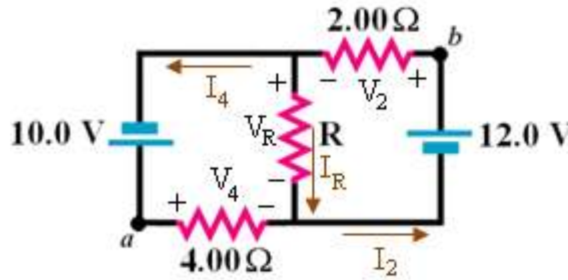
$$dE_x = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{(a+r-x)^2} \Rightarrow E_x = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_0^a \frac{Qdx}{a(a+r-x)^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{a}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{a+r}\right)$$

$$E_y = 0.$$

$$\Rightarrow \vec{\mathbf{F}} = q\vec{\mathbf{E}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qQ}{a}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{a+r}\right)\hat{\mathbf{i}}$$

Problema 2 (15 puntos)

En el circuito mostrado en la figura, se sabe que $V_{ab} = 0$. Determine:



a) la resistencia del resistor R. (8 puntos)

Para que $V_{ab} = 0$, de acuerdo a la segunda regla de Kirchhoff, se requiere que $V_2 = 10.0$ V y que $V_4 = 12$ V.

Aplicando esta regla tenemos además que $V_R = V_4 - 10.0 = 2.00$ V.

De la ley de Ohm se obtiene que $I_4 = 12.0/4.00 = 3.00$ A e $I_2 = 10.0/2.00 = 5.00$ A.

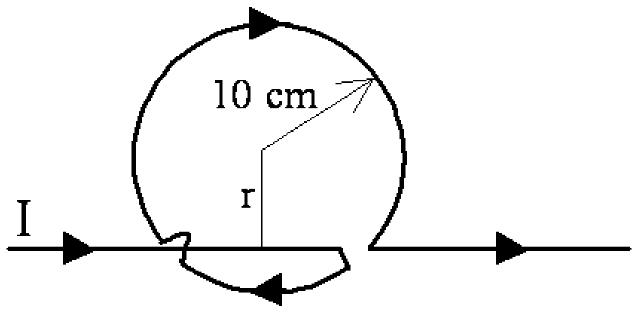
De la primera regla de Kirchhoff tenemos que $I_R = I_2 - I_4 = 2.00$ A.

$\Rightarrow$ $R = V_R/I_R = 1.00\ \Omega$

b) la potencia consumida en el resistor R. (7 puntos)

$P = I_R^2 R = 4.00$ W

Problema 3 (15 puntos)
Un conductor recto infinitamente largo se dobla en la forma indicada en la figura. La porción circular tiene un radio de 10 cm con su centro a la distancia r de la parte recta, de modo que el campo magnético en el centro de la porción circular sea cero. Determinar el valor de r.



El campo magnético creado por un alambre infinito a una distancia r perpendicular al mismo está dado por

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

Dirigido hacia afuera de la hoja, de acuerdo a la regla de la mano derecha.

El campo magnético creado por una espira circular, de radio R, en su centro está dado por

$$B_2 = \frac{\mu_0 I}{2R}$$

Dirigido hacia adentro de la hoja, de acuerdo a la regla de la mano derecha.

Para que el campo magnético en el centro de la porción circular sea cero se requiere que

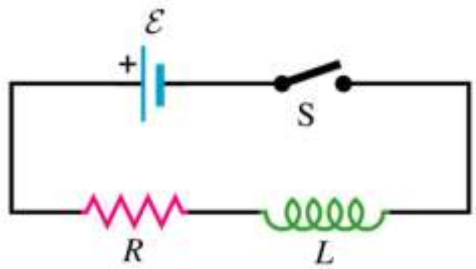
$$B_1 = B_2$$

$$\frac{\mu_0 I}{2\pi r} = \frac{\mu_0 I}{2R}$$

$r = R/\pi = 3.18$ cm

Problema 4 (15 puntos)

Un inductor y un resistor están conectados a las terminales de una batería que tiene una fem de 12.0 V y resistencia interna insignificante. Inicialmente el inductor está completamente descargado y el interruptor se cierra en t = 0. La corriente es de 4.86 mA a 0.725 ms después de completar la conexión. Transcurrido un tiempo largo, la corriente es de 6.45 mA. Determine



a) la resistencia *R* del resistor (5 puntos)

$$R = \frac{V}{i_f} = \frac{12.0\,V}{6.45 \times 10^{-3}\ \text{A}} = 1860\ \Omega.$$

b) la inductancia *L* del inductor (5 puntos)

$$i = i_f(1 - e^{-(R/L)t}) \Rightarrow \frac{Rt}{L} = -\ln(1 - i/i_f) \Rightarrow L = \frac{-Rt}{\ln(1 - i/i_f)}$$

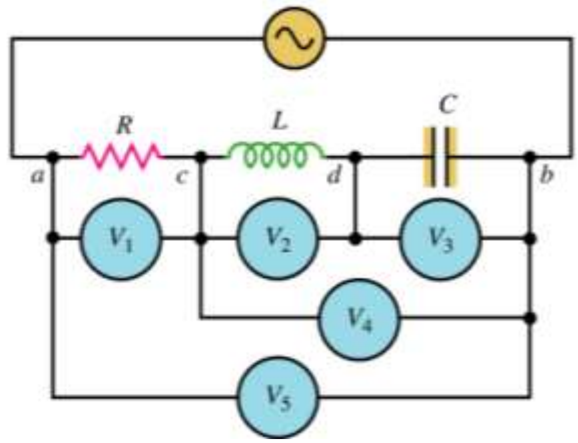
$$\Rightarrow L = \frac{-(1860\,\Omega)(7.25 \times 10^{-4}\,\text{s})}{\ln(1 - (4.86/6.45))} = 0.963\,\text{H}.$$

c) la corriente a través del inductor en t = 1.250 ms (5 puntos)

$$i = i_f(1 - e^{-(R/L)t}) = 5.87\ \ mA$$

Problema 5 (15 puntos)

Cinco voltímetros de impedancia infinita, calibrados para leer valores rms, están conectados como se ilustra en la figura. La fuente entrega una corriente rms de 60 mA. Sea R = 300 Ω, L = 600 mH y C = 5.00 μF.



a) ¿Cuál es la lectura de cada voltímetro si ω = 1000 rad/s? (10 puntos)

$V_1 = RI = 18$ V

$V_2 = X_L I = \omega L I = 36$ V

$V_3 = X_C I = I/\omega C = 12$ V

$V_4 = V_2 - V_3 = 24$ V

$$V_5 = \sqrt{V_1^2 + V_4^2} = 30\ V$$

b) ¿Cuál es el factor de potencia del circuito? (5 puntos)

$$factor\ de\ potencia = \cos\phi = \frac{R}{Z} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} = \frac{300}{500}$$

$$factor\ de\ potencia = 0.60$$