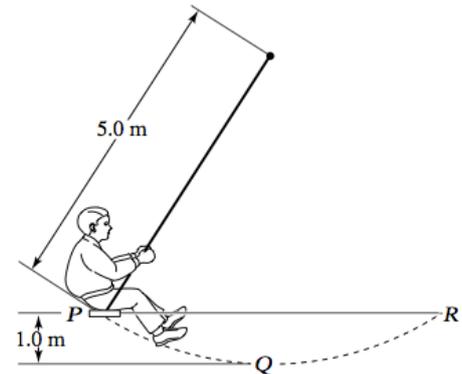


SOLUCIÓN

Pregunta 1 (8 puntos)

P y R señalan la posición más alta y Q señala la posición más baja del movimiento de una persona de 50 kg que se columpia como se muestra en la figura. ¿Cuál es la tensión en la cuerda al pasar por el punto Q ? (Considere $g = 10 \text{ m/s}^2$)

Las fuerzas que actúan sobre la persona son su peso (fuerza conservativa) y la tensión de la cuerda, que no realiza trabajo. La energía mecánica se conserva.



Tomando como nivel de referencia el punto Q :

$$K_P + U_P = K_Q + U_Q$$

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2$$

$$v^2 = 2gh$$

$$v^2 = (2)(10)(1) = 20 \text{ m}^2/\text{s}^2 \quad (4 \text{ puntos})$$

En el punto Q :

$$\Sigma F = ma_c$$

$$T - mg = mv^2/R$$

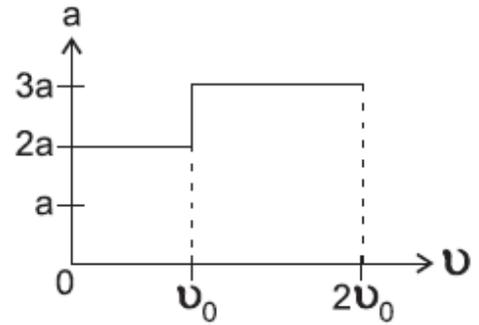
$$T = m(g + v^2/R)$$

$$T = 50(10 + 20/5)$$

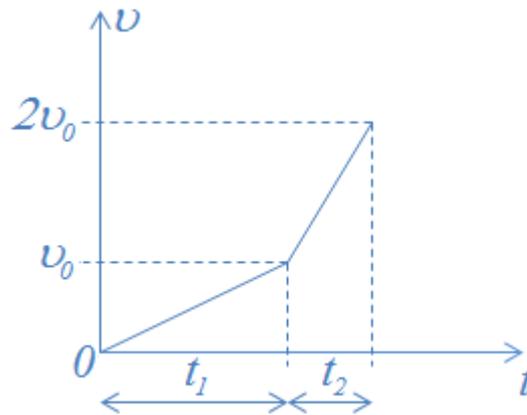
$$T = 700 \text{ N} \quad (4 \text{ puntos})$$

Pregunta 2 (8 puntos)

La gráfica aceleración contra velocidad para el movimiento rectilíneo de un carro que parte del reposo se muestra en el gráfico adjunto. t_1 es el tiempo que tarda el carro desde arrancar hasta llegar a una velocidad v_0 y t_2 es el tiempo que tarda en pasar de v_0 a $2v_0$.



a) Construya una gráfica v vs. t (4 puntos)



b) ¿Cuál es la proporción t_1/t_2 ? (4 puntos)

La pendiente de un gráfico v vs. t es igual a la aceleración

$$v_0/t_1 = 2a$$

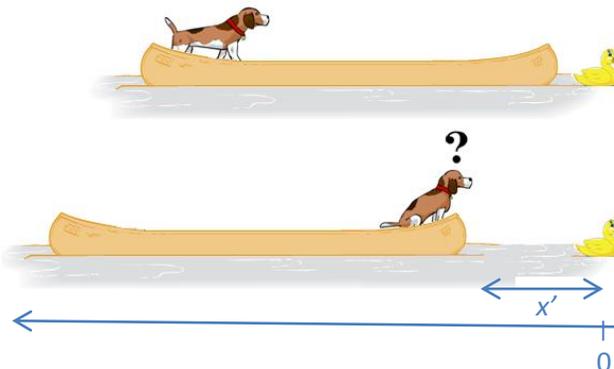
$$v_0/t_2 = 3a$$

$$(v_0/t_2)/(v_0/t_1) = 3a/2a$$

$$t_1/t_2 = 1.5$$

Pregunta 3 (8 puntos)

Un perro está sentado en el extremo izquierdo de un bote de 8.0 m de longitud, inicialmente adyacente a un pato a su derecha. El perro entonces corre hacia el pato, pero se detiene en el extremo derecho del bote. Si el bote es 20 veces más pesado que el perro, ¿cuán cerca termina el perro del pato? (Ignore cualquier fuerza de fricción del bote con el agua y suponga que el pato no se mueve)



Al ignorar la fuerza de fricción del bote con el agua, la fuerza externa neta que actúa sobre el sistema perro más bote es cero, y se conserva su momento lineal total. Inicialmente, no hay movimiento, así que el momento lineal total es cero y la velocidad del centro de masa es cero, pues está en reposo. Podemos usar esto para relacionar las posiciones del perro y del centro del bote (donde está ubicado su centro de masa)

Tomando el origen en la posición del pato, con el eje $+x$ hacia el perro. Las coordenadas x iniciales del perro y el centro del bote son 8.0 m y 4.0 m, respectivamente, así que la coordenada x del centro de masa es:

$$x_{cm} = \frac{(m)(8.0) + (20m)(4.0)}{m + 20m} = \frac{88}{21}$$

Al moverse el perro hacia el pato, su nueva coordenada x es x' y la del centro del bote $x' + 4.0$. El centro de masa del sistema no se mueve, así que

$$x_{cm} = \frac{(m)(x') + (20m)(x' + 4.0)}{m + 20m} = \frac{88}{21}$$

$$x' = 0.38 \text{ m} = 38 \text{ cm}$$

Pregunta 4 (16 puntos)

La velocidad de una partícula de 2.0 kg que se mueve en línea recta está dada por la expresión $v(t) = 2t^3 + 4$, donde t está en segundos y v en m/s. Se conoce que $x(0) = 2$ m.

a) ¿Cuál es la aceleración de la partícula en $t = 3$ s? (4 puntos)

$$a(t) = \frac{dv(t)}{dt} = \frac{d}{dt}(2t^3 + 4) = 6t^2$$

$$a(3) = 6(3)^2 = 54 \text{ m/s}^2$$

b) ¿Dónde se encuentra en $t = 4$ s? (4 puntos)

$$x(t) = \int v(t)dt + x_0$$

$$x(t) = \int (2t^3 + 4)dt + 2$$

$$x(t) = \frac{1}{2}t^4 + 4t + 2$$

$$x(4) = \frac{1}{2}(4)^4 + 4(4) + 2 = 274 \text{ m}$$

c) ¿Cuánto trabajo realizó la fuerza neta hasta el instante que la partícula recorrió 16 m? (8 puntos)

$$x(t) - 2 = \frac{1}{2}t^4 + 4t = 16 \Rightarrow t = 2 \text{ s}$$

$$v(0) = 2(0)^3 + 4 = 4.0 \text{ m/s}$$

$$v(2) = 2(2)^3 + 4 = 20 \text{ m/s}$$

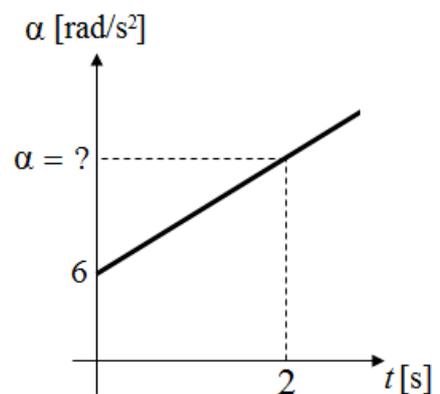
$$W_{neto} = \Delta K$$

$$W_{neto} = \frac{1}{2}(2.0)[(20)^2 - (4.0)^2] = 384 \text{ J}$$

Pregunta 5 (8 puntos)

Un disco empieza a girar a partir del reposo, adquiriendo una aceleración angular que varía con respecto al tiempo según el gráfico que se muestra. Si en $t = 2$ s el disco alcanza una rapidez de 18 rad/s, ¿cuál es su aceleración angular en ese instante?

El área debajo de una gráfica α vs. t es igual a la variación de la velocidad angular:



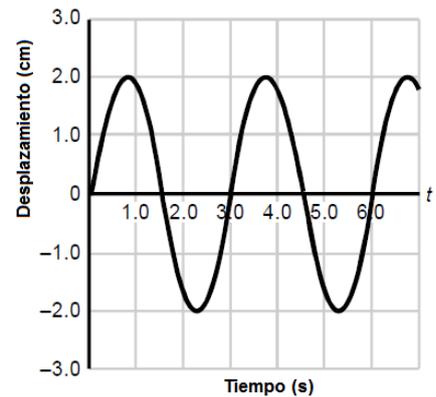
$$(2)(6) + \frac{(2)(\alpha - 6)}{2} = 18$$

$$\alpha = 12 \text{ rad/s}^2$$

Pregunta 6 (5 puntos)

El gráfico muestra el desplazamiento en función del tiempo de un péndulo simple. ¿Cuál es la longitud del péndulo?

Del gráfico se observa que el período del péndulo es 3.0 s.



$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

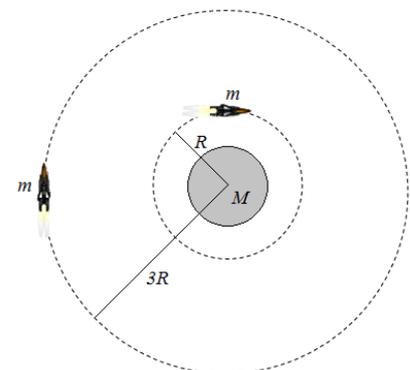
$$l = \left(\frac{T^2}{4\pi^2}\right) g$$

$$l = \left(\frac{(3.0)^2}{4\pi^2}\right) (9.8) = 2.2 \text{ m}$$

Pregunta 7 (5 puntos)

Una nave espacial de masa m da vueltas alrededor de un planeta (masa = M) en una órbita de radio R . ¿Cuánta energía se requiere transferir a la nave espacial para que se encuentre en una órbita circular de radio $3R$?

La energía que se requiere transferir es igual al trabajo que hay que realizar para producir una variación en su energía mecánica:



$$W = E_2 - E_1$$

$$W = -G \frac{mM}{2r_2} - \left(-G \frac{mM}{2r_1}\right)$$

$$W = -G \frac{mM}{2(3R)} + G \frac{mM}{2(R)} = G \frac{mM}{3R}$$

Pregunta 8 (12 puntos)

En un accidente de “carambola” (de reacción en cadena) en una autopista recta cubierta de neblina, en el que no hubo lesionados, el automóvil 1 (cuya masa es de 2000 kg) viajaba a 15.0 m/s hacia la derecha y tuvo una colisión elástica con el automóvil 2, inicialmente en reposo. La masa del automóvil 2 es de 1500 kg. A la vez, el automóvil 2 choco con el automóvil 3 y sus parachoques se quedaron atorados (es decir, fue una colisión completamente inelástica). El automóvil 3 tiene una masa de 2500 kg y también estaba en reposo. Determine la rapidez de todos los automóviles implicados inmediatamente después del desafortunado accidente.

En todo tipo de colisión se conserva la cantidad de movimiento.

Colisión elástica entre el automóvil 1 y el automóvil 2:

$$(2000)(15.0) = (2000)v_1 + (1500)v_2 \quad \Rightarrow \quad 4v_1 + 3v_2 = 60$$

$$e = -\frac{v_2 - v_1}{0 - 15.0} = 1 \Rightarrow v_2 - v_1 = 15$$

Resolviendo el sistema: $v_1 = 2.14$ m/s; $v_2 = 17.1$ m/s **(8 puntos)**

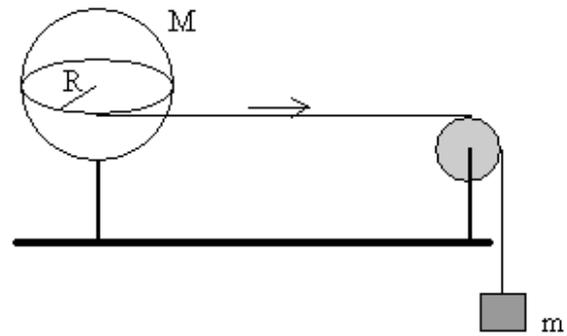
Colisión completamente inelástica entre el automóvil 2 y el automóvil 3:

$$(1500)(17.1) = (1500 + 2500)v \quad \Rightarrow \quad v = 6.41 \text{ m/s} \quad \textbf{(4 puntos)}$$

Después del accidente el automóvil 1 se mueve a 2.14 m/s hacia la derecha y los automóviles 2 y 3 se mueven a 6.41 m/s hacia la derecha.

Pregunta 9 (15 puntos)

Una esfera hueca de masa $M = 6.0$ kg y radio $R = 8.0$ cm puede rotar alrededor de un eje vertical. Una cuerda sin masa está enrollada alrededor del plano ecuatorial de la esfera, pasa por una polea de momento de inercia I y radio $r = 5.0$ cm y está atada al final a un bloque de masa $m = 0.60$ kg. No hay fricción en el eje de la polea y la cuerda no resbala. La aceleración con la que desciende el bloque es 1.1 m/s². Momento de inercia de una esfera hueca: $(2/3)MR^2$



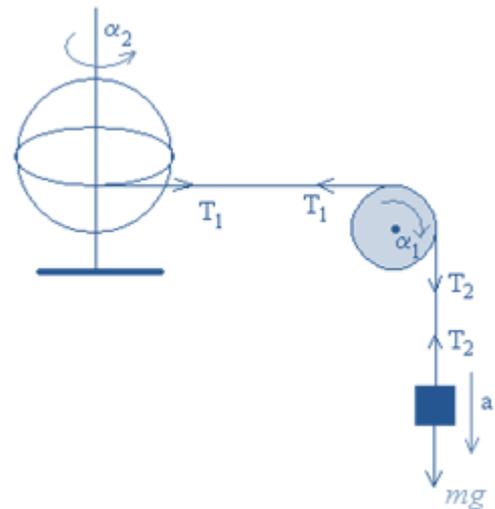
a) ¿Cuál es la aceleración angular de la polea? (3 puntos)

$$\alpha_1 = a/r = 22 \text{ rad/s}^2$$

b) ¿Cuál es la aceleración angular de la esfera? (3 puntos)

$$\alpha_2 = a/R = 14 \text{ rad/s}^2$$

c) Determine la tensión en ambos extremos de la cuerda (6 puntos)



$$\sum \tau = I_{esfera} \alpha_2 \Rightarrow T_1 R = \frac{2}{3} M R^2 \alpha_2 \Rightarrow T_1 = 4.48 \text{ N}$$

$$\sum F = ma \Rightarrow mg - T_2 = ma \Rightarrow T_2 = 5.22 \text{ N}$$

d) Determine el momento de inercia de la polea (3 puntos)

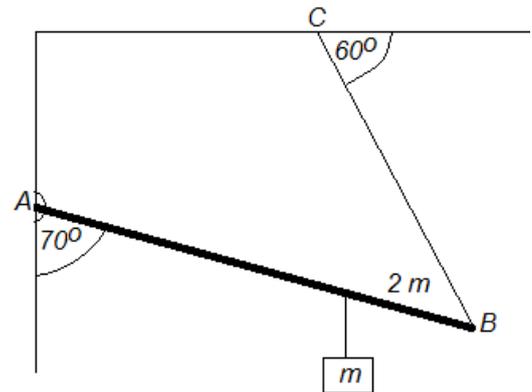
$$\sum \tau = I_{polea} \alpha_1$$

$$T_2 r - T_1 r = I \alpha_1$$

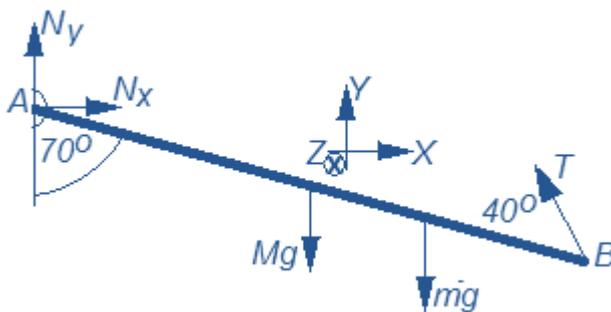
$$I = 1.7 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Pregunta 10 (15 puntos)

Una barra AB rígida y homogénea de 6 m de longitud y 10 kg de masa está articulada en el punto A y en equilibrio al estar sostenida por una cuerda ideal en el punto B como se muestra en la figura. A dos metros del extremo B se cuelga un bloque de masa $m = 100$ kg.



- a) Elaborar el diagrama de cuerpo libre de la barra (4 puntos)



- b) Determinar la tensión en la cuerda (4 puntos)

$$\sum \tau_A = 0 \Rightarrow Mg[3\text{sen}(70^\circ)] + mg[4\text{sen}(70^\circ)] - T\text{sen}(40^\circ)(6) = 0$$

$$T = \frac{(10)(9.8)[3\text{sen}(70^\circ)] + (100)(9.8)[4\text{sen}(70^\circ)]}{6\text{sen}(40^\circ)} = 1026.7 \text{ N}$$

- c) Encontrar las componentes de las fuerzas de reacción en A (7 puntos)

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow N_x - T\text{cos}(60^\circ) = 0 \Rightarrow N_x = T\text{cos}(60^\circ) = 1026.7 \text{ cos}(60^\circ) = 513.4 \text{ N}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N_y + T\text{sen}(60^\circ) - Mg - mg = 0 \Rightarrow N_y = (M + m)g - T\text{sen}(60^\circ)$$

$$N_y = 110(9.8) - 1026.7 \text{ sen}(60^\circ) = 188.9 \text{ N}$$