ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL

FACULTAD DE CIENCIAS SOCIALES Y HUMANÍSTICAS

PRIMERA EVALUACIÓN DE MÉTODOS CUANTITATIVOS III

5 DE JULIO DE 2013

Profesor: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**COMPROMISO DE HONOR**

Yo, \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ al firmar el este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar un lápiz o esferógrafico; que solo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen; y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo en la parte anterior del aula, junto con algún otro material que se encuentre acompañándolo. Además no debo usar calculadora alguna, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a los que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.

**Firma: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ Número de matrícula\_\_\_\_\_\_\_\_\_ Paralelo \_\_\_\_**

**1. (5 puntos) Defina:**

**a ) Subespacio vectorial**

Solución

Sea es un Subespacio vectorial de si adopta las operaciones de suma (+) y producto (.) definidos en el espacio y cumple con 2 axiomas.

, Cerradura bajo la suma

2) , Cerradura bajo la multiplicación

|  |  |
| --- | --- |
| **Criterio (CON BASE EN LA DEFINICIÓN ESTABLECIDA EN EL TEXTO GUÍA)** | **Puntaje** |
| Si el estudiante expresa incoherencias al realizar la definición  | 0 |
| Define con pequeños errores lo solicitado, colocar | 1 |
| Define correctamente lo solicitado, colocar | 2.5 |
| **SE ACEPTARÁ POR CUESTIONES DE FUERZA MAYOR LA DEFINICIÓN INDICADA EN LA RESOLUCIÓN DE ESTE APARTADO Y SE LO EVALUARÁ CONFORME A LO SIGUIENTE:** |
| **Criterio** | **Puntaje** |
| Si el estudiante expresa incoherencias al realizar la definición  | 0 |
| Si el estudiante define correctamente sólo un axioma, colocar | 1 |
| Define correctamente lo solicitado, colocar | 2.5 |

**b) Intersección de subespacios vectoriales**

Solución

Sea y Subespacios Vectoriales de . Entonces es un subespacio vectorial de

|  |  |
| --- | --- |
| **Criterio (CON BASE EN LA DEFINICIÓN ESTABLECIDA EN EL TEXTO GUÍA)** | **Puntaje** |
| Si el estudiante expresa incoherencias al realizar la definición  | 0 |
| Define con pequeños errores lo solicitado, colocar | 1 |
| Define correctamente lo solicitado, colocar | 2.5 |
| **SE ACEPTARÁ POR CUESTIONES DE FUERZA MAYOR LA DEFINICIÓN INDICADA EN LA RESOLUCIÓN DE ESTE APARTADO Y SE LO EVALUARÁ CONFORME A LO SIGUIENTE:** |
| **Criterio** | **Puntaje** |
| Si el estudiante expresa incoherencias al realizar la definición  | 0 |
| Si el estudiante define con pequeños errores lo solicitado, colocar | 1 |
| Define correctamente lo solicitado, colocar | 2.5 |

**2. (20 puntos) Califique cada una de las siguientes proposiciones como
 VERDADERA o FALSA. Justifique su respuesta**

1. **Si y , entonces la recta está contenida en el plano .**

Solución

Si está en , todos los puntos de están en .

Demostración: Reemplazo los puntos de en

Esto indica que la recta interseca al plano en un punto

Por lo tanto, la proposición es FALSA

|  |  |
| --- | --- |
| **Criterio** | **Puntaje** |
| Si el estudiante califica la proposición y no justifica la respuesta o si presenta procesos incoherentes | 0 |
| El estudiante expresa en forma paramétrica la ecuación de la recta | 1 |
| Determina que la intersección entre la recta y el plano es única. | 3 |
| Califica la proposición como FALSA | 1 |

1. **Si y , entonces la medida del ángulo formado al intersectarse los planos y es rad.**

Solución

El ángulo entre los vectores normales es el ángulo entre los planos. Verificación de

 , los ángulos son perpendiculares y no forman un ángulo de

Por lo tanto, la proposición es FALSA

|  |  |
| --- | --- |
| **Criterio** | **Puntaje** |
| Si el estudiante califica la proposición y no justifica la respuesta o si presenta procesos incoherentes | 0 |
| El estudiante obtiene correctamente los vectores normales a cada plano | 1 |
| Calcula correctamente el coseno del ángulo formado por los dos vectores normales | 2 |
| Determina la medida del ángulo formado por los vectores normales | 1 |
| Califica la proposición como FALSA | 1 |

1. **Sea . Si entonces el sistema de ecuaciones tiene infinitas soluciones.**

Solución

Proposición FALSA

Demostración

Si tiene inversa.

Resolvamos el sistema multiplicando por

 Hay única solución para cualquier matriz con

Esa única solución es la Trivial

También se puede hacer valer un contraejemplo en este caso.

|  |  |
| --- | --- |
| **Criterio** | **Puntaje** |
| Si el estudiante califica la proposición y no justifica la respuesta o si presenta procesos incoherentes | 0 |
| El estudiante reconoce que la matriz A es inversible | 1 |
| Resuelve la ecuación matricial correctamente | 2 |
| Determina que la solución del sistema es única | 1 |
| Califica la proposición como FALSA | 1 |
| **SI EL ESTUDIANTE GENERA UN CONTRAEJEMPLO CORRECTAMENTE, SE LE ASIGNARÁ EL PUNTAJE TOTAL** |

1. **Si , entonces**

Solución

Proposición VERDADERA

|  |  |
| --- | --- |
| **Criterio** | **Puntaje** |
| Si el estudiante califica la proposición y no justifica la respuesta o si presenta procesos incoherentes | 0 |
| Calcula el determinante de la matriz dada | 2 |
| Simplifica correctamente el valor del determinante | 2 |
| Califica la proposición como VERDADERA | 1 |

1. **Si entonces**

Solución

Utilizando Gauss Jordan para obtener la inversa de o también multiplicando

 Proposición VERDADERA

|  |  |
| --- | --- |
| **Criterio** | **Puntaje** |
| Si el estudiante califica la proposición y no justifica la respuesta o si presenta procesos incoherentes | 0 |
| Calcula la inversa de la matriz dada | 4 |
| Califica la proposición como VERDADERA | 1 |
| **SI EL ESTUDIANTE REALIZA EL PRODUCTO AA-1 Y A-1A Y DETERMINA QUE EL RESULTADO ES LA IDENTIDAD, SE LE ASIGNARÁ EL PUNTAJE TOTAL. SI SÓLO REALIZA UN PRODUCTO SE LE ASIGNARÁ 3 PUNTOS** |

**3. (10 puntos) En una escuela hay 3 paralelos de niños, , y , que se les va a repartir galletas, caramelos y chupetes. Cada niño del come 1 galleta, 1 caramelo y 2 chupetes. Cada niño del come 3 galletas, 4 caramelos y 5 chupetes. Cada niño del como 2 galletas, 1 caramelo y 5 chupetes. Si la colaboración que se le ha dado a la escuela es de 250 galletas, 200 caramelos y 550 chupetes, y si se supone que se consumen todas las golosinas, ¿Cuántos niños de cada paralelo puede haber?**

Solución

Problema de Administración de Recursos

Definición de variables

: Número de niños

: Número de niños

: Número de niños

Planteamiento del sistema

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |
| GALLETAS |  |  |  | = 250 |
| CARAMELOS |  |  |  | = 200 |
| CHUPETES |  |  |  | = 550 |

Resolución por Gauss

Sistema Equivalente

Definición de

 donde . Para que exista por lo menos un niño en cada paralelo.

Ej:

 niños

 niños

 niños

|  |  |
| --- | --- |
| **Criterio** | **Puntaje** |
| El estudiante plantea correctamente el sistema de ecuaciones. | 3 |
| Resuelve correctamente el sistema de ecuaciones y expresa el conjunto solución en términos de un parámetro | 3 |
| Establece las restricciones del parámetro. | 4 |

**4. (7 puntos) Sean y y dos subconjuntos de tales que:**

**Determine si y son subespacios de**

Solución

Demostración de :

 es un número impar

1.

Ejemplo:

 es un número impar.

 es un número impar.

 4 y no es un número impar.

Por lo tanto si no se cumple para este ejemplo, no se está cumpliendo para todo

Entonces, no es subespacio.

Demostración de :

1.

La suma de números positivos es un número mayor a cero.

Entonces,

1.

Sea un

Sea

Sea un

Se cumple que la suma es mayor o igual a cero

Entonces,

Luego, es un subespacio vectorial

|  |
| --- |
| **EN CADA UNO DE LOS LITERALES DE ESTE PROBLEMA, APLIQUE LA SIGUIENTE RÚBRICA** |
| **Criterio** | **Puntaje** |
| Demuestra uno y sólo un axioma del teorema de caracterización de subespacios vectoriales | 2 |
| Demuestra los dos axiomas del teorema de caracterización de subespacios vectoriales | 1.5 |

**5. (8 puntos) Sean y y dos subespacios vectoriales de tales que:**

**Determine**

Solución

Intersección de condiciones

Reemplazo condiciones

|  |  |
| --- | --- |
| **Criterio** | **Puntaje** |
| Expresa la intersección de los dos subespacios sin resolver el sistema asociado | 3 |
| Resuelve el sistema asociado y expresa correctamente la intersección de los subespacios. | 5 |

**6. (10 puntos) Sean y determine siendo el vector directriz de la recta y el vector normal al plano .**

Solución

|  |  |
| --- | --- |
| **Criterio** | **Puntaje** |
| Determina correctamente los vectores directriz y normal a la recta y al plano respectivamente | 2 |
| Aplica la ecuación de la proyección con los vectores definidos anteriormente | 4 |
| Simplifica correctamente y determina la proyección vectorial solicitada | 4 |
| **EN EL CASO DE QUE EL ESTUDIANTE SE EQUIVOQUE SÓLO EN LA DETERMINACIÓN DE ALGÚN VECTOR PERO REALIZA LOS CÁLCULOS CORRECTAMENTE, COLOCAR 7 PUNTOS** |

**7. (10 puntos) Sean los planos y , halle los valores de y si contiene al punto y además al intersectarse forman un ángulo que mide rad.**

Solución

Condición 1: contiene al punto

Por lo tanto satisface la condición del plano

Condición 2: y al intersecarse forman un ángulo de . Entonces y son perpendiculares, por lo que se cumple:

Considerando las 2 condiciones a cumplir

Resolviendo el sistema lineal por eliminación

(-2)

(1)

De se tiene

 satisfacen las 2 condiciones.

|  |  |
| --- | --- |
| **Criterio** | **Puntaje** |
| El Estudiante aplica correctamente la primera condición | 2 |
| El Estudiante aplica correctamente la segunda condición | 3 |
| Resuelve correctamente el sistema asociado | 4 |
| Indica claramente la solución del sistema. | 1 |