ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS
CURSO DE NIVELACIÓN 2015 – 1S

SEGUNDA EVALUACIÓN DE MATEMÁTICAS PARA INGENIERÍAS Y EDUCACIÓN COMERCIAL
GUAYAQUIL, 14 DE SEPTIEMBRE DE 2015
HORARIO: 08H30 – 10H30
VERSIÓN 1

1) Considere las funciones de una variable real f y g definidas por:

$$f(x)=\begin{cases} x+log_2(3), & x>1 \\ 3x-log_2(5), & x\le 1 \end{cases} \qquad g(x)=log_2(x), x>0$$

La regla de correspondencia de la función compuesta $(f\circ g)$, está dada por:

a) $$(f\circ g)(x)=\begin{cases} \log_2(x^3), & x\in(2,+\infty) \\ \log_2\left(\dfrac{x^3}{5}\right), & x\in(0,2] \end{cases}$$

b) $$(f\circ g)(x)=\begin{cases} \log_2(3x), & x\in(2,+\infty) \\ \log_2\left(\dfrac{x^3}{5}\right), & x\in(0,2] \end{cases}$$

c) $$(f\circ g)(x)=\begin{cases} \log_2(3x), & x\in(2,+\infty) \\ \log_2\left(\dfrac{x}{5}\right)^3, & x\in(0,2] \end{cases}$$

d) $$(f\circ g)(x)=\begin{cases} \log_2(x^3), & x\in(2,+\infty) \\ \log_2\left(\dfrac{x^3}{5}\right), & x\in(-\infty,2] \end{cases}$$

e) $$(f\circ g)(x)=\begin{cases} \log_2(3x), & x\in(2,+\infty) \\ \log_2\left(\dfrac{x^3}{5}\right), & x\in(-\infty,2] \end{cases}$$

2) Sea el conjunto referencial $\mathrm{Re} = \mathbb{R}$ y el predicado $p(x):\ 25^x - 7(5^x) + 10 = 0$. La suma de los elementos de $Ap(x)$ es igual a:

a) 1
b) -1
c) 0
d) $\log_5(10)$
e) $\log_2(10)$

3) Para que la expresión:

$$\nabla - \frac{1}{sec(\alpha) - tan(\alpha)} + \frac{1}{cos^3(\alpha)} = \frac{sen^2(\alpha)}{cos^3(\alpha)}$$

sea una Identidad trigonométrica, el valor de ∇ debe ser igual a:

a) $-sen(\alpha)$
b) $sen(\alpha)$
c) $-tan(\alpha)$
d) $tan(\alpha)$
e) $1 - sen(\alpha)$

4) Sean las funciones $f : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ y $g : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ tales que:

$$f(x) = sen(x) \qquad\qquad g(x) = (B+1) - Bsen(x)$$

Si B es un número real positivo, el valor de B para que el máximo valor posible de la función $(g - f)$ sea 16, debe ser igual a:

a) 15
b) 14
c) 8
d) 7
e) 6

5) Dadas las funciones $f(x) = arccos(x)$ cuyo rango es $[0,\pi]$ y $g(x) = arcsen(x)$ cuyo rango es $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$.

Sea el conjunto referencial $\mathrm{Re} = \mathbb{R}$ y el predicado $p(x)$: $f(x) = -g(x)$, entonces:

a) $Ap(x) = (0,1)$

b) $Ap(x) = \{0\}$

c) $Ap(x) = \varnothing$

d) $Ap(x) = \{x/-1 \le x \le 1\}$

e) $Ap(x) = \left\{x \middle/ \frac{\pi}{2} \le x \le \pi\right\}$

6) Sea el conjunto referencial $Re = [0,2\pi]$ y el predicado $q(x)$: $sen(x)cos(x) \ge \frac{1}{4}$, el conjunto de verdad $Aq(x)$ es:

a) $\left[\frac{\pi}{12}, \frac{5\pi}{12}\right] \cup \left[\frac{13\pi}{12}, \frac{17\pi}{12}\right]$

b) $\left[\frac{\pi}{12}, \frac{5\pi}{12}\right] \cup \left[\frac{13\pi}{12}, \frac{15\pi}{12}\right]$

c) $\left[\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}\right] \cup \left[\frac{13\pi}{6}, \frac{15\pi}{6}\right]$

d) $\left[\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}\right] \cup \left[\frac{13\pi}{6}, \frac{17\pi}{6}\right]$

e) $\left[\frac{\pi}{12}, \frac{5\pi}{6}\right] \cup \left[\frac{13\pi}{12}, \frac{17\pi}{12}\right]$

7) Los valores de a para que la matriz $A = \begin{pmatrix} a & -a \\ 0 & -a \end{pmatrix}$ sea involutiva, son:

a) $\{-1,1\}$ b) $\{-2,2\}$ c) $\{-3,3\}$ d) $\{-4,4\}$ e) $\{-5,5\}$

8) En una residencia de estudiantes se compran semanalmente 110 helados de 3 distintos sabores: vainilla, chocolate y fresa. El presupuesto destinado para esta compra es de $135 y el precio de cada helado es de $1 el de vainilla, $1.25 el de chocolate y $1.5 dólares el de fresa. Conocidos los gustos de los estudiantes, se sabe que entre helados de chocolate y de fresa se han de comprar el 20% más que de vainilla. Calcule cuántos helados de cada sabor se compran a la semana e indique cuál de las siguientes proposiciones es VERDADERA:

a) Entre helados de fresa y chocolate se compran 75 helados y 35 son de vainilla.
b) Entre helados de vainilla y chocolate se compran 70 helados y 40 son de fresa.
c) Entre helados de fresa y chocolate se compran 80 helados y 30 son de vainilla.
d) Entre helados de vainilla y chocolate se compran 60 helados y 50 son de fresa.
e) Entre helados de fresa y vainilla se compran 100 helados y 10 son de chocolate.

9) Sea el conjunto referencial $Re = \mathbb{R}$ y el predicado:

$$p(x): \begin{vmatrix} x & 1 & -3 \\ 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & x \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 11 & 0 & 0 \\ -x & x & 0 \\ 3 & 6 & 1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{vmatrix} = 0$$

La suma de los elementos del conjunto de verdad $Ap(x)$ es igual a:

a) 11/2 b) 8 c) 11/4 d) 5 e) 4

10) Al reducir la expresión con números complejos $\left(\frac{\sqrt{3}-i}{\sqrt{3}+i}\right)^4 \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^5$ se obtiene:

a) $\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$

b) $-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$

c) $-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$

d) $-\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i$

e) $-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$

11) Sean L_1, L_2, L_3 y L_4 rectas en el plano tales que $L_1 \perp L_3$; y $L_2 \perp L_4$; y la medida del ángulo agudo entre L_1 y L_2 es α. Entonces, la medida del ángulo agudo entre L_3 y L_4 es igual a:

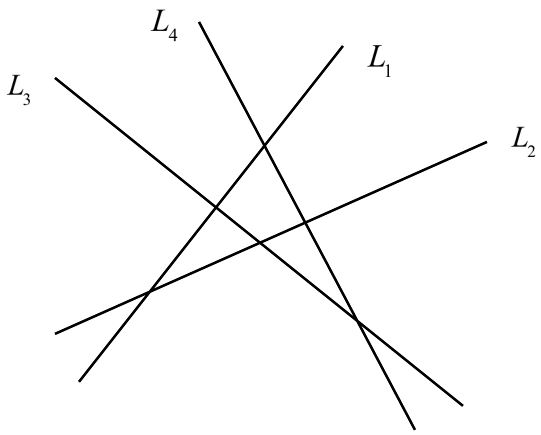
a) α

b) $\alpha+\frac{\pi}{2}$

c) $\frac{\pi}{2}-\alpha$

d) $\frac{\pi}{2}$

e) $\frac{\pi}{4}$



12) Considere el triángulo de la figura adjunta. Si su altura h mide $2\,u$, entonces la longitud de x, en unidades, es igual a:

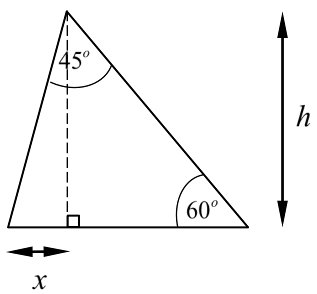
a) 1

b) $\left(\sqrt{6}+\sqrt{2}\right)^2$

c) $\left(\sqrt{6}-\sqrt{2}\right)^2$

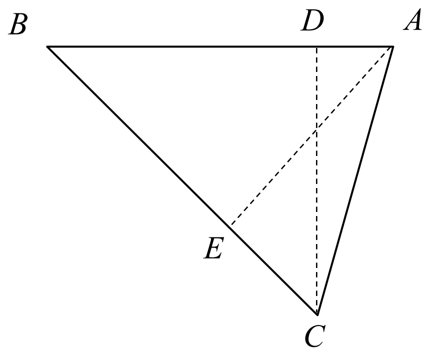
d) $\sqrt{3}\left(\sqrt{2}-1\right)^2$

e) $\frac{1}{2}\left(\sqrt{6}-\sqrt{2}\right)^2$



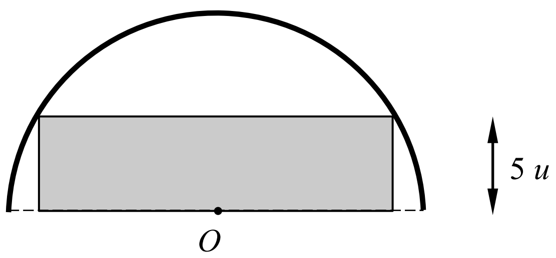
13) En la figura adjunta, $\overline{CD}$ es la altura correspondiente al lado $\overline{AB}$ y $\overline{AE}$ es la altura correspondiente al lado $\overline{BC}$. Si se conoce que $\overline{AB} = 8\pi$, $\overline{CD} = 9\pi$ y $\overline{AE} = 6\pi$. El valor de $\overline{BC}$, en unidades, es igual a:

a) 6
b) 12
c) π
d) 6π
e) 12π

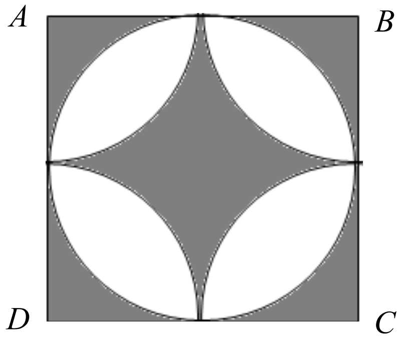


14) Dada la semicircunferencia de centro O. Si el área de la superficie del rectángulo inscrito es igual a $120\, u^2$, entonces la longitud de esta semicircunferencia, en u, es igual a:

a) 26π
b) 20π
c) 15π
d) 13π
e) 6π



15) Si $ABCD$ es un cuadrado cuyo lado mide a unidades, el área de la superficie sombreada de la figura, en u^2, es igual a:



a) $a^2\left(\pi-\frac{1}{2}\right)$

b) $a^2\left(\frac{\pi}{2}-\frac{1}{4}\right)$

c) $a^2\left(\frac{\pi}{2}+2\right)$

d) $a^2\left(\frac{\pi}{2}-1\right)$

e) $a^2\left(2-\frac{\pi}{2}\right)$

16) Si la diagonal de un hexaedro regular mide $3\,cm$, entonces la longitud de una de sus aristas, en cm, es igual a:

a) $\sqrt{3}$

b) $2\sqrt{3}$

c) $\frac{\sqrt{2}}{3}$

d) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

e) $\frac{3\sqrt{2}}{4}$

17) Un cono está inscrito en una esfera y su generatriz es congruente con el diámetro de su base. Si el cono tiene altura h, entonces el volumen de la esfera, en u^3, es igual a:

a) $\frac{64}{81}\pi h^3$

b) $\frac{36}{81}\pi h^3$

c) $\frac{32}{81}\pi h^3$

d) $\frac{16}{81}\pi h^3$

e) $\frac{8}{81}\pi h^3$

18) La suma de los volúmenes de los dos conos rectos unidos por sus vértices y que están inscritos en el cilindro de la figura, en u^3, es igual a:

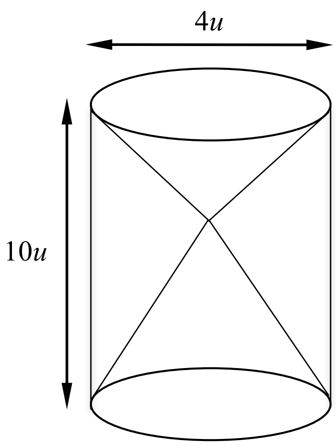
a) 10π

b) 20π

c) $\frac{40\pi}{3}$

d) $\frac{50\pi}{3}$

e) $\frac{70\pi}{3}$



19) Dados los vectores $\overrightarrow{V_1}=(-1,2,-1)$, $\overrightarrow{V_2}=(-3,-2,-3)$ y $\overrightarrow{V_3}=(2,1,1)$. Entonces, el vector $\overrightarrow{V_4}$ cuya norma es igual a la proyeción escalar del vector $\overrightarrow{V_2}$ sobre el vector $\overrightarrow{V_1}$ y que es paralelo al vector $\overrightarrow{V_3}$ es:

a) $\overrightarrow{V_4}=(2,1,1)$

b) $\overrightarrow{V_4}=\left(\frac{2}{3},\frac{1}{3},\frac{1}{3}\right)$

c) $\overrightarrow{V_4}=(1,1,1)$

d) $\overrightarrow{V_4}=\left(-1,-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$

e) $\overrightarrow{V_4}=\left(1,\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$

20) Si los vectores $\vec{a} - 2\vec{b}$ y $2\vec{a} - \vec{b}$ son ortogonales, y además $\left\|\vec{a}\right\| = 1$ y $\left\|\vec{b}\right\| = 2$, al determinar la medida del ángulo entre $\vec{a}$ y $\vec{b}$, se obtiene:

a) $\frac{2\pi}{3}$
b) $\frac{\pi}{2}$
c) $\frac{\pi}{3}$
d) $\frac{\pi}{6}$
e) 0

21) La longitud del radio de la circunferencia $x^2 + y^2 - 2x - 2y + k = 0$, sabiendo que k es igual a la longitud del lado recto de la parábola con eje de simetría horizontal que tiene su vértice en el punto $V(2,2)$ y que contiene al punto $P(1,1)$, en unidades, es igual a:

a) 1
b) 2
c) 3
d) 1/4
e) 3/4

22) Si se tiene la cónica $3x^2 - y^2 - 12x + 9 = 0$, la ecuación de la elipse tal que sus focos son los vértices de la cónica y tal que sus vértices son los focos de la cónica, es:

a) $\frac{(x+2)^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$

b) $\frac{(x-2)^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$

c) $\frac{(x+2)^2}{2} + \frac{y^2}{3} = 1$

d) $\frac{y^2}{3} - \frac{(x-2)^2}{4} = 1$

e) $\frac{(x-2)^2}{2} + \frac{y^2}{3} = 1$

23) Sean los conjuntos referenciales $Re_x = Re_y = \mathbb{R}$ y $p(x,y): \begin{cases} y = x^2 \\ y = 3 - x^2 \\ y = a - bx \end{cases}$, $a,b \in \mathbb{R}$.

Entonces, el valor de a para que $N\left(Ap(x,y)\right) = 2$ es igual a:

a) $\sqrt{\frac{3}{2}}$

b) $\frac{3}{2}$

c) $-\sqrt{\frac{3}{2}}$

d) $-\frac{3}{2}$

e) 0

24) Si para el siguiente conjunto de datos:

$$\{15, 0, 5, 60, 25, a, 35\}$$

se conoce que su media aritmética es $\overline{x} = 20$ y $a \in \mathbb{R}$, entonces su mediana $\tilde{x}$ es igual a:

a) 25
b) 22
c) 20
d) 15
e) 10

25) Si se lanzan los 2 dados legales a la vez y se suman los valores obtenidos en las caras superiores, la probabilidad de que en esta suma se obtenga desde 6 hasta 8, es igual a:

a) $\frac{1}{12}$
b) $\frac{1}{18}$
c) $\frac{1}{24}$
d) $\frac{4}{9}$
e) $\frac{1}{6}$