

ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL



FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

TESIS DE GRADUACIÓN

PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE:

MAGÍSTER EN CONTROL DE OPERACIONES Y GESTIÓN LOGÍSTICA

TEMA:

**“FORMULACIÓN Y SOLUCIÓN DEL PROBLEMA DE RUTEO VEHICULAR
CAPACITADO CON VENTANAS DE TIEMPO (CVRPTW) MEDIANTE EL USO
DEL ALGORITMO DE AHORROS EN UNA EMPRESA DE SERVICIOS DE
TELECOMUNICACIONES”**

AUTOR:

MAURICIO COQUE CARRIÓN

QUITO – ECUADOR

AÑO 2015

DEDICATORIA

Para Lore y Elian

Camino de gloria fundado en amor

Fuego y viento, razón para poder vivir.

Mauricio

AGRADECIMIENTO

A mi Dolorosa del Colegio, por guiar siempre este largo andar, en el que sigo aprendiendo a ser más humano para ser mejor profesional.

A la ESPOL por habernos dado a muchos la oportunidad de aprender sobre una carrera tan apasionante.

Al Ing. Carlos Cepeda de la Torre por su colaboración, aporte y tiempo dedicado para poder culminar de manera exitosa este trabajo.

A mi familia, la de sangre y la de lucha que siempre han esperado mucho de mí y me ha servido de aliento para seguir.

Mauricio Coque Carrión

TRIBUNAL DE GRADUACIÓN

M.Sc. Erwin Delgado Bravo
PRESIDENTE DEL TRIBUNAL

M.Sc. Carlos Cepeda de la Torre
DIRECTOR DE LA TESIS

M.Sc Carlos Martín Barreiro
VOCAL

DECLARACIÓN EXPRESA

"La responsabilidad del contenido de esta Tesis de Grado, me corresponde exclusivamente; el patrimonio intelectual de la misma a la Escuela Superior Politécnica del Litoral".

(Art. 12 del Reglamento de Graduación de la ESPOL).-

Mauricio Coque Carrión

RESUMEN

Dentro del quehacer de la logística, uno de los mayores retos ha sido poder encontrar la forma de llegar con los bienes y servicios a la mayor cantidad de clientes posibles, precisamente esta es la motivación para la elaboración del presente trabajo, se encontró una oportunidad de mejora importante para una operadora de telefónica celular que como muchas organizaciones suelen partir de métodos empíricos para su gestión diaria; sin embargo en esta oportunidad se ha podido demostrar como la aplicación de la ciencia en la realidad puede ayudar de manera significativa a la ejecución de las metas organizacionales.

Este trabajo partió desde la descripción de un problema que aquejaba constantemente una operación empresarial que parecía bien estructurada, se hizo una revisión teórica del entorno que podría envolver a este problema para luego modelarlo y resolverlo con la ayuda de herramientas tecnológicas disponibles para este tipo de problemas.

De esta manera se llegó a la demostración de que el uso de un método sencillo es capaz de mejorar un problema de ruteo con capacidades y ventanas de tiempo.

Tabla de Contenido

CAPÍTULO I.....	1
1. DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA	1
1.1. Introducción	1
1.2. Objetivos	2
1.3. Justificación.....	2
1.4. Descripción de la situación actual	3
1.4.1. Distribuidores	4
1.4.2. Bodegas.....	6
1.4.3. Gestores zonales	6
1.4.4. Flota	6
1.4.5. Asignación de rutas.....	7
1.5. Problemas de la distribución	8
CAPÍTULO II.....	9
2. MARCO TEÓRICO.....	9
2.1. Introducción	9
2.2. Ruteo Vehicular.....	9
2.2.1. Clientes.....	10
2.2.2. Depósitos.....	10
2.2.3. Vehículos.....	10
2.3. Formulación matemática.....	11
2.3.1. El Problema de Agente Viajero (TSP).....	12

2.3.2.	El Problema de los m Agente Viajero (m- TSP)	13
2.3.3.	El problema con capacidades (VRP o CVRP).....	14
2.3.4.	El problema con ventanas de tiempo (VRPTW).....	16
2.4.	Resolución de un modelo matemático	17
2.5.	Heurísticas.....	18
2.5.1.	Tipos de Heurísticas.....	19
2.6.	El Algoritmo de Ahorros.....	19
2.6.1.	Parámetros del Algoritmo de Ahorros	20
2.6.2.	Construcción del Algoritmo de Ahorros	21
CAPÍTULO III		22
3.	MODELIZACIÓN MATEMÁTICA	22
3.1.	Introducción	22
3.2.	Parámetros del problema.....	22
3.3.	Planteamiento del modelo matemático	23
3.3.1.	Índices	23
3.3.2.	Variables	24
3.3.3.	Parámetros.....	24
3.3.4.	Función objetivo	24
3.3.5.	Restricciones	25
CAPÍTULO IV		28
4.	RESOLUCION DEL PROBLEMA	28
4.1.	Ejecución de la solución	28

4.2.	Presentación de resultados	28
4.2.1.	Rutas generadas para la Zona 1	28
4.2.1.1.	Detalle de la ruta 1 para la Zona 1	30
4.2.1.2.	Detalle de la ruta 2 para la Zona 1	30
4.2.1.3.	Detalle de la ruta 3 para la Zona 1	30
4.2.1.4.	Detalle de la ruta 4 para la Zona 1	31
4.2.1.5.	Detalle de la ruta 5 para la Zona 1	31
4.2.1.6.	Detalle de la ruta 6 para la Zona 1	32
4.2.1.7.	Detalle de la ruta 7 para la Zona 1	32
4.2.1.8.	Detalle de la ruta 8 para la Zona 1	33
4.2.1.9.	Detalle de la ruta 9 para la Zona 1	33
4.2.1.10.	Detalle de la ruta 10 para la Zona 1	34
4.2.1.11.	Detalle de la ruta 11 para la Zona 1	35
4.2.1.12.	Detalle de la ruta 12 para la Zona 1	35
4.2.1.13.	Detalle de la ruta 13 para la Zona 1	36
4.2.1.14.	Detalle de la ruta 14 para la Zona 1	37
4.2.1.15.	Detalle de la ruta 15 para la Zona 1	39
4.2.1.16.	Detalle de la ruta 16 para la Zona 1	39
4.2.1.17.	Detalle de la ruta 17 para la Zona 1	40
4.2.2.	Rutas generadas para la Zona 2	41
4.2.2.1.	Detalle de la ruta 1 para la Zona 2	42
4.2.2.2.	Detalle de la ruta 2 para la Zona 2	43

4.2.2.3.	Detalle de la ruta 3 para la Zona 2	43
4.2.2.4.	Detalle de la ruta 4 para la Zona 2	44
4.2.2.5.	Detalle de la ruta 5 para la Zona 2	44
4.2.2.6.	Detalle de la ruta 6 para la Zona 2	45
4.2.2.7.	Detalle de la ruta 7 para la Zona 2	46
4.2.2.8.	Detalle de la ruta 8 para la Zona 2	47
4.2.2.9.	Detalle de la ruta 9 para la Zona 2	48
4.2.2.10.	Detalle de la ruta 10 para la Zona 2	49
4.2.2.11.	Detalle de la ruta 11 para la Zona 2	50
4.2.2.12.	Detalle de la ruta 12 para la Zona 2	52
4.2.2.13.	Detalle de la ruta 13 para la Zona 2	52
4.2.3.	Comparación de resultados	53
CAPÍTULO V.....		55
5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....		55
5.1.	Conclusiones	55
5.2.	Recomendaciones	57
ANEXO 1: Coordenadas geográfica de bodegas y distribuidores de Zona 1 y Zona 2		59
ANEXO 2: Demanda de distribuidores de Zona 1 y Zona 2 en kilogramos		63
ANEXO 3: Ventanas de tiempo de bodega y distribuidores de Zona 1 y Zona 2		67
ANEXO 4: Modelo matemático en Wolfram Mathematica para la Zona 1		71
ANEXO 5: Modelo matemático en Wolfram Mathematica para la Zona 2		74
ANEXO 6: Solución propuesta por Wolfram Mathematica para la Zona 1		77

ANEXO 7: Solución propuesta por Wolfram Mathematica para la Zona 2.....	78
ANEXO 8: Código utilizado Wolfram Mathematica.....	79
ANEXO 9: Representación Ruta 1 de la Zona 1	83
ANEXO 10: Representación Ruta 2 de la Zona 1	83
ANEXO 11: Representación Ruta 3 de la Zona 1	84
ANEXO 12: Representación Ruta 4 de la Zona 1	84
ANEXO 13: Representación Ruta 5 de la Zona 1	85
ANEXO 14: Representación Ruta 6 de la Zona 1	85
ANEXO 15: Representación Ruta 7 de la Zona 1	86
ANEXO 16: Representación Ruta 8 de la Zona 1	86
ANEXO 17: Representación Ruta 9 de la Zona 1	87
ANEXO 18: Representación Ruta 10 de la Zona 1.....	88
ANEXO 19: Representación Ruta 11 de la Zona 1.....	89
ANEXO 20: Representación Ruta 12 de la Zona 1.....	90
ANEXO 21: Representación Ruta 13 de la Zona 1.....	91
ANEXO 22: Representación Ruta 14 de la Zona 1.....	92
ANEXO 23: Representación Ruta 15 de la Zona 1.....	93
ANEXO 24: Representación Ruta 16 de la Zona 1.....	94
ANEXO 25: Representación Ruta 17 de la Zona 1.....	95
ANEXO 26: Representación Conjunto de Rutas Zona 1	96
ANEXO 27: Representación Ruta 1 de la Zona 2	97
ANEXO 28: Representación Ruta 2 de la Zona 2	98
ANEXO 29: Representación Ruta 3 de la Zona 2	99

ANEXO 30: Representación Ruta 4 de la Zona 2	100
ANEXO 31: Representación Ruta 5 de la Zona 2	101
ANEXO 32: Representación Ruta 6 de la Zona 2	102
ANEXO 33: Representación Ruta 7 de la Zona 2	103
ANEXO 34: Representación Ruta 8 de la Zona 2	104
Bibliografía.....	111

Índice de Ilustraciones

Ilustración 1: Representación esquema de comercialización.....	3
Ilustración 2: Provincias por zona.....	5
Ilustración 3: Rutas antes y después de unión.....	20

Índice de Tablas

Tabla 1: Resumen de rutas generadas para la Zona 1	29
Tabla 2: Secuencia de la Ruta 1 para la Zona 1	30
Tabla 3: Secuencia de la Ruta 2 para la Zona 1	30
Tabla 4: Secuencia de la Ruta 3 para la Zona 1	30
Tabla 5: Secuencia de la Ruta 4 para la Zona 1	31
Tabla 6: Secuencia de la Ruta 5 para la Zona 1	31
Tabla 7: Secuencia de la Ruta 6 para la Zona 1	32
Tabla 8: Secuencia de la Ruta 7 para la Zona 1	32
Tabla 9: Secuencia de la Ruta 8 para la Zona 1	33
Tabla 10: Secuencia de la Ruta 9 para la Zona 1	34
Tabla 11: Secuencia de la Ruta 10 para la Zona 1	34
Tabla 12: Secuencia de la Ruta 11 para la Zona 1	35
Tabla 13: Secuencia de la Ruta 12 para la Zona 1	36
Tabla 14: Secuencia de la Ruta 13 para la Zona 1	37
Tabla 15: Secuencia de la Ruta 14 para la Zona 1	38
Tabla 16: Secuencia de la Ruta 15 para la Zona 1	39
Tabla 17: Secuencia de la Ruta 16 para la Zona 1	40
Tabla 18: Secuencia de la Ruta 17 para la Zona 1	41
Tabla 19: Resumen de rutas generadas para la Zona 2	42
Tabla 20: Secuencia de la Ruta 1 para la Zona 2	42

Tabla 21: Secuencia de la Ruta 2 para la Zona 2	43
Tabla 22: Secuencia de la Ruta 3 para la Zona 2	43
Tabla 23: Secuencia de la Ruta 4 para la Zona 2	44
Tabla 24: Secuencia de la Ruta 5 para la Zona 2	45
Tabla 25: Secuencia de la Ruta 6 para la Zona 2	46
Tabla 26: Secuencia de la Ruta 7 para la Zona 2	47
Tabla 27: Secuencia de la Ruta 8 para la Zona 2	48
Tabla 28: Secuencia de la Ruta 9 para la Zona 2	49
Tabla 29: Secuencia de la Ruta 10 para la Zona 2	50
Tabla 30: Secuencia de la Ruta 11 para la Zona 2	51
Tabla 31: Secuencia de la Ruta 12 para la Zona 2	52
Tabla 32: Secuencia de la Ruta 13 para la Zona 2	53
Tabla 33: Cuadro comparativo de resultados.....	54

CAPÍTULO I

1. DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

1.1. Introducción

La función de comercialización dentro de una empresa que ofrece servicios de telefonía celular, y en general para las empresas que comercializan servicios de alcance masivo, es de vital importancia para las organizaciones a la hora de plasmar su imagen y marca dentro del mercado en el que compiten.

La empresa de servicios de telefónica celular, objeto de estudio del presente instrumento, maneja una cadena de abastecimiento con la que se distribuye tres elementos principales mediante los cuales se efectiviza el servicio de telecomunicación: tarjetas sim, tarjetas prepago y recargas electrónicas. A más de la distribución física de estos elementos, la marca requiere una fuerte presencia de artículos de marketing que apoyan a la función de ventas, principalmente enmarcados dentro de lo que se conoce como material pop (point of purchase); dentro de los que podemos mencionar: afiches, habladores, colgantes, entre otros. Debido a que las campañas publicitarias son constantes y con ellas se pretende llegar a la mayor parte del consumidor final, se requiere manejar un nivel de agilidad alto para responder a la estrategia de ventas. Frente a esta problemática la empresa se ha visto en la necesidad de mejorar la eficiencia de su

cadena de abastecimiento, mediante el mejor manejo del ruteo de su flota vehicular, de manera que resulte en una operación efectiva a la hora de responder a los cambios constantes del mercado.

1.2. Objetivos

Con la presente investigación se pretender alcanzar los siguientes objetivos:

- Analizar la problemática.
- Formular la problemática en un modelo matemático.
- Utilizar el algoritmo de ahorros para la resolución del modelo.
- Presentar el conjunto de rutas que genere el mejor ahorro en tiempo y dinero para que pueda ser aplicado en la distribución.

1.3. Justificación

En la actualidad el uso de herramientas informáticas permite la obtención de información que antes era mucho más difícil de conseguir, y con ello también es posible analizarla, explicarla y procesarla con técnicas de optimización. El objetivo principal de la optimización en el presente estudio, es reducir costos y tiempos mientras se maximiza la cantidad de visitas realizadas durante los recorridos.

La operadora se ha visto en la necesidad de mejorar su sistema de distribución debido a los altos costos inmersos en este proceso, al ser una empresa de servicios que no requiere una estructura de cadena de abastecimiento como en otras industrias, se ha planteado disminuir los costos de la distribución en al menos un 25%, mediante la renegociación con los gestores zonales, a quienes se les paga una tarifa de \$5.25 por kilo entregado en cada distribuidor, de esta manera los costos proyectados para el año 2015 para la gestión de distribución ascienden a 21 millones de dólares.

1.4. Descripción de la situación actual

La empresa operadora de telefonía celular, que en adelante se denominará la Operadora, tiene definida por política corporativa la forma de comercialización de su marca, resumida en la siguiente gráfica:

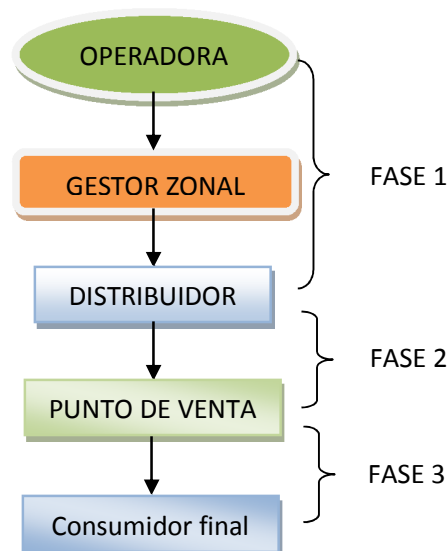


Ilustración 1: Representación esquema de comercialización

La comercialización está definida por fases en las que interactúan diferentes actores, bajo los lineamientos generales de la marca. En la FASE 1, la Operadora es la encargada de seleccionar luego de un proceso de licitación a los Gestores zonales, quienes luego de la firma de un contrato se encargarán de llegar hacia los Distribuidores. Los Distribuidores son los encargados de la entrega de los productos y material de marketing en los Puntos de venta en la FASE 2; para así llegar al Consumidor final en la FASE 3.

En la presente investigación se analizará las variables que conforman el sistema de distribución en Fase 1, pues es la información que al momento se tiene disponible y la de mayor interés para la Operadora.

1.4.1. Distribuidores

Los puntos de venta son los lugares destinados hacia donde parten los recorridos y donde se realiza la entrega efectiva de la mercadería, representados por el Distribuidor; como se había mencionado anteriormente en el objeto de esta presente investigación, se analizará y solucionará el problema de la distribución en la Fase 1 de la cadena de distribución.

Los distribuidores están presentes a nivel nacional (excepto Galápagos) en dos zonas. A nivel nacional existen 284 distribuidores, 140 en la Zona 1 y 144 en la Zona 2. Por procesos internos cada distribuidor tiene sus horarios de preferencia para la realización de visitas, al momento en el que el distribuidor asumió las competencias de representante de la Operadora manifestó su preferencia de horario, en algunos casos fueron impuestos por la Operadora.

Las zonas 1 y 2 representadas en la ilustración 2, han sido previamente delimitadas por la Operadora de acuerdo al número de líneas activas en cada provincia y son representadas en la siguiente gráfica:

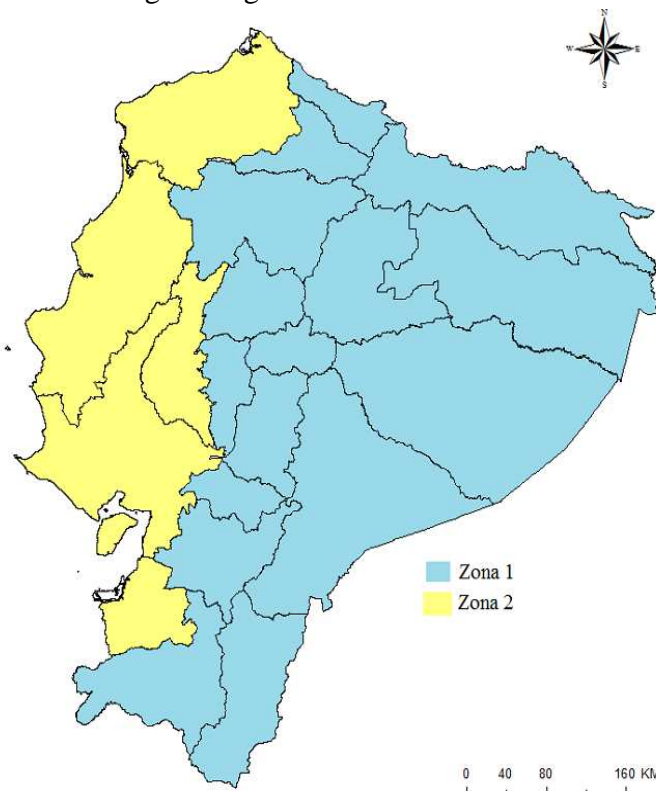


Ilustración 2: Provincias por zona

1.4.2. Bodegas

La Operadora tiene a su cargo 2 bodegas desde las cuales son abastecidos los requerimientos de los distribuidores de las Zonas 1 y 2. La bodega asignada a la distribución de la zona 1 se encuentra ubicada en la ciudad de Quito; mientras que la bodega de la Zona 2 se encuentra en la ciudad de Guayaquil.

1.4.3. Gestores zonales

Los gestores zonales son los encargados de realizar la recolección y entrega de la mercadería para ser entregada a los distribuidores. Existen 2 Gestores zonales encargados de esta labor encargados de las respectivas Zona 1 y Zona 2.

1.4.4. Flota

Para la ejecución de las visitas programadas, el gestor cuenta con su propia flota de camiones adecuados para el almacenamiento y transporte de carga de un peso no mayor a 740 kilos, este vehículo es responsabilidad de una persona encargada de la conducción y la gestión del despacho. Al conductor le es entregada la ruta asignada junto con la mercancía desde las bodegas 1 y 2 para que inicien los recorridos.

1.4.5. Asignación de rutas

Dentro de la estructura definida para el abastecimiento de los bienes tangibles del servicio, la Operadora es la responsable de entregar al Gestor Zonal las rutas de entregas que deben ser cumplidas cada vez que se programe abastecimiento o se genere una campaña publicitaria.

En la actualidad estos gestores realizan una labor empírica, pues no utilizan ningún método científico para asignar las rutas, sin embargo con el apoyo de estos gestores se ha logrado levantar importante información que será utilizada en esta investigación para mejorar la asignación de recorridos. Los gestores se han encargado de realizar el levantamiento geográfico de coordenadas de los puntos visitados a través de su sistema propio y esta información levantada constituirá un importante elemento para poder determinar una solución que permita mejorar la gestión de distribución.

La visita en cada uno de los distribuidores toma en promedio 15 minutos por punto, utilizados mayormente en la entrega del material despachado, la validación del mismo y la gestión de devoluciones.

Entre la Operadora y el Gestor zonal se ha pactado la realización de 3 visitas mensuales para abastecimiento y entrega de mercadería, además se ha dejado abierta la

realización de 1 visita adicional en el caso de activación de una campaña. El Gestor asume la responsabilidad de activar su contingente en el momento en el que la Operadora le indique que se va a lanzar una campaña puntual

De las visitas efectuadas se ha determinado el promedio de kilogramos de mercadería, que será movido por el Gestor desde las bodegas hacia los distribuidores, esta información será utilizada para determinar la flota requerida que permita optimizar la distribución.

1.5. Problemas de la distribución

De la configuración actual del sistema de distribución manejado se desprenden las siguientes situaciones que deben ser resueltas:

- Eliminación de asignaciones manuales de rutas.
- Cumplimiento de los horarios de visitas exigidos por los distribuidores.
- Determinación del tamaño de flota requerida para la operación.

CAPÍTULO II

2. MARCO TEÓRICO

2.1. Introducción

El planteamiento de los problemas reales para tratar de ser resueltos conlleva una gran cantidad de información y conocimientos que es necesario procesar para poder entender y aplicar de manera efectiva y así llegar a una solución que nos ayude a mejorar en varios campos de la gestión empresarial. De esta manera en la presente investigación se tratará el marco teórico que envuelve a los problemas de ruteo de vehículos.

La distribución, en una definición muy sencilla, es una función de la cadena de abastecimiento mediante la cual se pretende trasladar una determinada cantidad de mercancías desde un depósito o depósitos a uno o varios usuarios finales, de manera que se reduzca al mínimo posible el uso de recursos.

2.2. Ruteo Vehicular

Un problema de Ruteo Vehicular consiste en que dado un conjunto de clientes, depósitos y una flota de vehículos con diferentes características, se debe determinar un conjunto de rutas de costo mínimo que permita la visita a los clientes con las diferentes variantes del problema. (Olivera, 2004)

Cada problema de ruteo vehicular que pueda ser analizado presentará sus propias características, las mismas que determinarán el modelo matemático a ser resuelto.

2.2.1. Clientes

Los clientes son quienes demandan de una empresa un bien o servicio. Dentro de la configuración de una cadena de abastecimiento el cliente puede presentar varias características que pueden delimitar al problema a ser resuelto, dentro de las principales tenemos a la cantidad demandada, su capacidad de almacenamiento, los horarios de recepción de mercadería, entre otros.

2.2.2. Depósitos

Las mercaderías que serán distribuidas por lo general están almacenadas en depósitos desde los cuales los vehículos asignados parten hacia cada punto de venta a realizar la entrega física. Puede darse el caso en los que los depósitos suelen ser ubicados primero o en los que el ruteo se realiza desde los que ya existen.

2.2.3. Vehículos

Los vehículos son el medio por el cual la mercadería es transportada de un sitio a otro, de un depósito a un cliente, de un cliente a otro o entre depósitos. El uso de este medio demuestra en gran medida el éxito del modelo de la cadena de abastecimiento, al

igual que los clientes y depósitos, está sujeto a restricciones de capacidad, tiempos, restricciones legales, entre otras.

2.3. Formulación matemática

La formulación matemática de un problema de ruteo vehicular se resumiría de la siguiente manera: un número de vehículos x_i con capacidad C_i ($i=1\dots n$) están disponibles y cargan q_j que requieren ser entregados en los puntos P_j ($j=1\dots m$) desde el depósito P_0 ; dadas las distancias $d_{y,z}$ en donde se requiere minimizar la distancia total recorrida por los vehículos. (Clarke & Wright, 1964)

El grafo $G = (V, E, C)$ representa a una red de transporte, en donde cada uno de los nodos del grafo representan a los clientes y depósitos. Un nodo 0 representa al depósito y los nodos 1,..., n a los clientes. Un arco $(i,j) \in E$ representa el mejor camino para ir del nodo i al nodo j al cual se asocia un costo c_{ij} en un tiempo de viaje t_{ij} . El conjunto de nodos adyacentes e incidentes al nodo i será denotado por $\Delta^+(i)$ y $\Delta^-(i)$, es decir, $\Delta^+(i) = \{j \in V \mid (i,j) \in E\}$ y $\Delta^-(i) = \{j \in V \mid (j,i) \in E\}$.

2.3.1. El Problema de Agente Viajero (TSP)

En la formulación del agente viajero, se dispone de un solo vehículo que debe visitar a todos los clientes en una sola ruta y a costo mínimo, no se conoce del depósito ni la demanda del cliente. (Dantzig, Ramser, & Johnson, 1964)

La formulación del problema sería la siguiente:

$$\min \sum_{(i,j) \in E} c_{ij} x_{ij} \quad (1.1)$$

$$\text{s. a. } \sum_{j \in \Delta^+(i)} x_{ij} = 1 \quad \forall i \in V \quad (1.2)$$

$$\sum_{i \in \Delta^-(j)} x_{ij} = 1 \quad \forall j \in V \quad (1.3)$$

$$\sum_{i \in S, j \in \Delta^+(i) \setminus S} x_{ij} \geq 1 \quad \forall S \ni V \quad (1.4)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall (i,j) \in E$$

Las variables binarias x_{ij} indican si el arco (i,j) es utilizado en la solución. La función 1.1 establece el costo total de la solución determinada por la suma de los costos de los arcos utilizados. Las restricciones 1.2 y 1.3 indican que la ruta debe llegar y

abandonar cada nodo una sola vez, finalmente la restricción 1.4 indica que todo subconjunto de nodos S debe ser abandonado al menos una vez.

2.3.2. El Problema de los m Agente Viajero (m - TSP)

En este tipo de problemas se tiene un depósito con m número de vehículos, el número de rutas construidas es igual al número de vehículos existentes. (Miller, 1960)

La formulación de este problema es la siguiente:

$$\min \sum_{(i,j) \in E} c_{ij} x_{ij}$$

$$\text{s. a. } \sum_{j \in \Delta^+(0)} x_{0j} = m \quad (1.5)$$

$$\sum_{j \in \Delta^+(i)} x_{ij} = 1 \quad \forall i \in V \setminus \{0\} \quad (1.6)$$

$$\sum_{j \in \Delta^-(i)} x_{ij} = 1 \quad \forall i \in V \setminus \{0\} \quad (1.7)$$

$$u_i - u_j + px_{ij} \leq p - 1 \quad \forall (i,j) \in E, i \neq 0, j \neq 0 \quad (1.8)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall (i,j) \in E$$

$$u_i \geq 0 \quad \forall i \in V \setminus \{0\}$$

La restricción 1.5 indica que m vehículos salen del depósito y las 1.6 y 1.7 aseguran que cada cliente es un nodo intermedio en exactamente una ruta, con la restricción 1.8 se eliminan los sub-tours y se restringe para que no existan más de p clientes.

2.3.3. El problema con capacidades (VRP o CVRP)

El VRP es una extensión del m-TSP a la cual se le asocia una demanda d_i del cliente y el vehículo tiene una capacidad C . Para el conjunto de clientes $d(S)$ es su demanda total y $r(S)$ indica la cantidad mínima de vehículos para servir a todos los clientes.

$$\min \sum_{(i,j) \in E} c_{ij} x_{ij} \quad (1.9)$$

$$\text{s. a. } \sum_{j \in \Delta^+(0)} x_{0j} = m \quad (1.10)$$

$$\sum_{i \in \Delta^-(0)} x_{i0} = m \quad (1.11)$$

$$\sum_{j \in \Delta^+(i)} x_{ij} = 1 \quad \forall i \in V \setminus \{0\} \quad (1.12)$$

$$\sum_{i \in \Delta^-(j)} x_{ij} = 1 \quad \forall i \in V \setminus \{0\} \quad (1.13)$$

$$\sum_{i \in S, j \in \Delta^+(i) \setminus S} x_{ij} \geq r(S) \quad \forall S \ni V \setminus \{0\} \quad (1.14)$$

$$m \geq 1$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall (i,j) \in E$$

La función objetivo 1.9 es el costo de la solución, las restricciones 1.10 y 1.11 indican que m es la cantidad de vehículos utilizados en la solución y que todos los vehículos deben regresar al nodo de depósito. Las restricciones 1.12 y 1.13 aseguran que un cliente puede ser un nodo intermedio de una ruta y la restricción 1.14 actúa como restricción de eliminación de sub-tours y además indica que la demanda no puede ser mayor a la capacidad C . Determinar el valor $r(S)$ requiere la resolución de un problema adicional:

$$r(S) = \min \sum_{k \in K} y_k$$

$$s. a. \sum_{i \in S} d_i x_{ik} \leq C_{yk} \quad \forall k \in K$$

$$\sum_{k \in K} x_{ik} = 1 \quad \forall i \in S$$

$$x_{ik} \in \{0,1\} \quad \forall i \in S, \forall k \in K$$

$$y_k \in \{0,1\} \quad \forall k \in K$$

Donde k es un conjunto con la cantidad necesaria de vehículos para satisfacer los recorridos generados, cabe destacar que $r(S)$ puede ser reemplazado por $d(s)/C$. En esta formulación m es la cantidad de vehículos sin límite superior por lo que se asume la disponibilidad infinita de vehículos.

2.3.4. El problema con ventanas de tiempo (VRPTW)

Además de las demanda, cada cliente tiene asociada una ventana de tiempo, las cuales indican la disponibilidad de un cliente o depósito para recibir o enviar mercadería respectivamente. Las ventanas de tiempo se encargan de establecer horarios en los que los camiones pueden ingresar donde un determinado cliente.

La formulación aplicada es la siguiente:

$$\min \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in E} c_{ij}^k x_{ij}^k \quad (1.21)$$

$$\text{s. a. } \sum_{k \in K} \sum_{j \in \Delta^-(1)} x_{ij}^k = 1 \quad \forall i \in V \setminus \{0, n+1\} \quad (1.22)$$

$$\sum_{j \in \Delta^+(0)} x_{0j}^k = 1 \quad \forall k \in K \quad (1.23)$$

$$\sum_{j \in \Delta^+(i)} x_{ij}^k - \sum_{j \in \Delta^-(1)} x_{ji}^k = 0 \quad \forall k \in K, i \in V \setminus \{0, n+1\} \quad (1.24)$$

$$\sum_{i \in V \setminus \{0, n+1\}} d_i \sum_{j \in \Delta^+(i)} x_{ij}^k \leq q^k \quad \forall k \in K \quad (1.25)$$

$$y_j^k - y_i^k \geq s_i + t_{ij}^k - M(1 - x_{ij}^k) \quad \forall i, j \in V \setminus \{0, n+1\}, k \in K \quad (1.26)$$

$$e_i \leq y_i^k \leq l_i \quad \forall i \in V \setminus \{0, n+1\}, k \in K \quad (1.27)$$

$$x_{ij}^k \in \{0, 1\} \quad \forall (i, j) \in E, k \in K$$

$$y_i^k \geq 0 \quad \forall i \in V \setminus \{0, n+1\}, k \in K$$

La función objetivo 1.21 se refiere al costo total de las rutas. La restricción 1.22 hace que todos los clientes sean visitados, mientras que 1.23 y 1.24 indica que cada vehículo recorre un camino con su capacidad indicada en la ecuación 1.25. En 1.26 se indica que si un vehículo viaja de i a j no puede llegar a j antes que $y_i + s_i + t_{ij}^k$ y además elimina sub-tours y finalmente en 1.27 se fijan los límites de las ventanas.

2.4. Resolución de un modelo matemático

La resolución de un problema de la vida real a través del uso de modelos es un proceso complejo que puede llevar muchas veces a la frustración temprana de la investigación, es por ello que en este instrumento existirán variables que no serán tomadas en cuenta o serán adaptadas para disminuir la complejidad y de esta manera poder dar una solución fácil de entender y aplicable para futuras ocasiones.

Para la resolución de modelos matemáticos existen los métodos exactos y los heurísticos, en esta investigación se abordará la resolución a través del uso de heurísticas.

2.5. Heurísticas

Las heurísticas son técnicas utilizadas para llegar a una solución aproximada a problemas complejos de un determinado campo científico. (Díaz, 1996)

Las heurísticas son procedimientos de fácil aplicación con soluciones aceptables, mismas que son factibles de ser mejoradas con la utilización de metodologías más sofisticadas. Existen varias razones por las cuales las heurísticas son más efectivas a la hora de resolver modelos matemáticos:

- Los métodos exactos presentan gran complejidad de resolución así como uso de recursos tecnológicos y tiempo
- Las heurísticas permiten una mayor flexibilidad para parametrizar el problema
- El modelo desarrollado puede ser susceptible a cambios por ello la aplicación de heurísticas permite una mayor diversidad de soluciones posibles.

2.5.1. Tipos de Heurísticas

Las heurísticas suelen ser agrupadas de la siguiente manera:

Métodos constructivos: son aquellos que agregan componentes individuales a una solución hasta llegar a una más factible

Métodos de descomposición: en estos se divide al problema en varios más pequeños y se los resuelve de manera separada para luego agruparlas en una sola.

Métodos de reducción: identifican características que deba poseer la solución y así se simplifica el problema

Métodos de búsqueda: parten de una solución factible y a partir de ella se la va modificando hasta seguir evaluando soluciones más óptimas.

2.6. El Algoritmo de Ahorros

El algoritmo de Clarke y Wright es uno de los más difundidos para la resolución de problemas de VRP. (Clarke & Wright, 1964)

La combinación de las rutas $(0, \dots, i, 0)$ y $(0, \dots, j, 0)$ pueden unirse creando la nueva ruta $(0, \dots, i, j, \dots, 0)$ y su ahorro se expresa así:

$$s_{ij} = c_{ij} + c_{oj} - \lambda c_{ij} \quad (1.28)$$

Con el empleo de este algoritmo se toma una solución inicial y se van realizando uniones que den mayores ahorros sin violar las restricciones del problema.

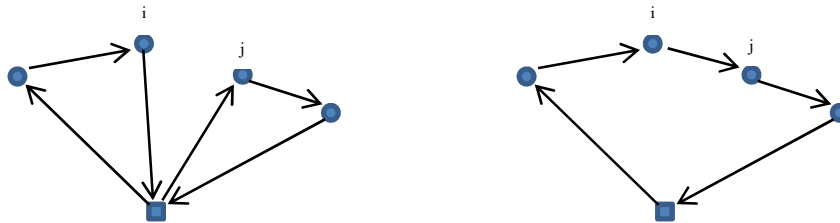


Ilustración 3: Rutas antes y después de unión

2.6.1. Parámetros del Algoritmo de Ahorros

Los parámetros utilizados en el algoritmo de ahorros son los siguientes:

i	nodo del cliente inicial
j	nodo del cliente final
o	nodo inicial y nodo final
$d_{i,j}$	matriz de distancias entre nodo i y nodo j
$s_{i,j}$	matriz de ahorros entre nodo i y nodo j
R_i	ruta a la que pertenece el nodo i
R_j	ruta a la que pertenece el nodo j

2.6.2. Construcción del Algoritmo de Ahorros

- Creación de la matriz de ahorros, de acuerdo a la siguiente expresión:

$$s_{ij} = d_{ij} + d_{0j} - \lambda d_{ij}$$

- Creación n rutas de la forma (0, i, 0)
- Creación de la matriz $s' = s$
- Selección del máximo valor de la matriz s_{ij}
- Si i' es el último cliente visitado en la ruta $R_{i'}$, j^* es el primer cliente visitado en la ruta R_{j^*} , cumpliendo todas las restricciones del caso:
 - Unir la ruta $R_{i'}$ con la ruta R_{j^*}
 - Asignar $s \leftarrow s'$
 - Eliminar los arcos $s_{i'j^*}$
- De no ser así eliminar $s_{i'j^*}$ de la matriz s
- Si $s \neq \emptyset$ regresar a la selección del valor alto de matriz

CAPÍTULO III

3. MODELIZACIÓN MATEMÁTICA

3.1. Introducción

Un modelo matemático es una representación de la realidad, por ello para la resolución de muchos problemas reales se plantea a través de los modelos matemáticos y su resolución varía de acuerdo a su complejidad. Se debe tener en cuenta además que existen ciertas limitaciones en cuanto a la capacidad de tiempo de cálculo pues este crece en función de la cantidad de puntos a los que se quiere atender.

3.2. Parámetros del problema

De la información disponible para el planteamiento y resolución del problema en cuestión, se ha determinado el uso de los siguientes parámetros:

- Capacidad de carga del vehículo: el vehículo utilizado para la carga de mercadería de las bodegas a los lugares de acopio de los distribuidores tiene una capacidad Q igual a **1000 kilos**. Se debe tener en cuenta que los vehículos no son de uso exclusivo para la carga de la operadora, por lo que para completar la capacidad del camión el Gestor envía otras cargas a más de la de la operadora, para optimizar el uso de sus recursos.

- Distancia máxima: los vehículos usados para esta operación tienen un rendimiento de 105 kilómetros por galón y una capacidad de tanque de combustible de 19.05 galones, por lo que la distancia máxima que puede recorrer un vehículo *d_{max}* es igual a **2000 kilómetros**.
- Tiempo de servicio: la entrega de la mercadería dura en promedio 5 minutos.
- Distancia entre puntos: para obtener la matriz de distancias entre los puntos existentes se utilizará la métrica de Manhattan donde:

$$\text{Distancia}(P_1, P_2) = |x_1 - x_2| + |y_1 - y_2|$$

3.3. Planteamiento del modelo matemático

3.3.1. Índices

i: conjunto de nodos que recorre los orígenes

$$\forall i=1, 2, 3, \dots, n$$

j: conjunto de nodos que recorre los destinos

$$\forall j=1, 2, 3, \dots, n; i \neq j$$

K: conjunto de vehículos

$$\forall k=1, 2, 3, \dots, K$$

3.3.2. Variables

$X(i, j, k) = 1$ si el vehículo k se asigna para cubrir un arco i, j ; caso contrario 0.

$Y(i, j) = 1$ si se realiza el recorrido desde i hasta j ; caso contrario 0.

K = número de vehículos utilizados

$P(i)$ = tiempo de inicio del servicio al cliente i

3.3.3. Parámetros

$C(i, j)$ = costo/ distancia recorrida desde i a j

$D(i)$ = demanda del cliente i

$Q(k)$ = capacidad del vehículo k

$S(i)$ = tiempo de servicio para el cliente i

H = costo por vehículo

$[E(i), L(i)]$ = límite inferior y superior de ventanas de tiempo

$A(i)$ = tiempo de inicio de la ventana de tiempo para el cliente i

$B(i)$ = tiempo de cierre de la ventana de tiempo para el cliente i

3.3.4. Función objetivo

La función objetivo determina que se debe minimizar los costos de transporte así como las distancias recorridas

$$\sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^K H X(o, j, k) + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n C(i, j) Y(i, j)$$

3.3.5. Restricciones

(R1) Restricción que fija la obligatoriedad de la asignación de un vehículo a la ruta (i, j), si se recorre equivale a 1 caso contrario 0.

$$\sum_{k=1}^K X(i, j, k) = Y(i, j) \quad \forall i = 1, 2, 3, \dots, n$$

(R2) Restricción que obliga a que de un nodo inicial salga un solo arco a cualquier otro nodo.

$$\sum_{j=1}^n Y(i, j) = 1 \quad \forall i = 1, 2, 3, \dots, n$$

(R3) Restricción que hace que hacia un nodo final este asignado un solo arco de otro nodo.

$$\sum_{i=1}^n Y(i, j) = 1 \quad \forall j = 1, 2, 3, \dots, n$$

(R4) (R5) Restricciones que indica la cantidad de vehículos que salen son los mismos que deben obligatoriamente regresar.

$$\sum_{j=1}^n Y(o, j) = K$$

$$\sum_{i=1}^n Y(i, o) = K$$

(R6) Restricción que limita la carga del vehículo de manera que sea menor o igual que la capacidad.

$$\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n X(i, j, k) D(i) \leq Q(k) \quad \forall k = 1, 2, 3, \dots, K$$

(R7) Restricción para que el vehículo respete las ventanas de tiempo vigentes en cada punto.

$$X(i, j, k)[P(i) + S(i)] \leq P(j) \quad \forall k = 1, 2, 3, \dots, K$$

$$\forall i, j = 1, 2, 3, \dots, n$$

(R8) Restricción que asegura que la solución no contenga ciclos usando los nodos.

$$E(i) \leq P(i) \leq L(i) \quad \forall i = 1, 2, 3, \dots, n$$

(R9) Restricción que obliga a que $P(i)$ sea igual a 0 cuando el vehículo k no visite al punto i .

$$A(i) \sum_{j=1}^n X(i, j, k) \leq P(i) \leq B(i) \sum_{j=1}^n X(i, j, k) \quad \forall i = 1, 2, 3, \dots, n; \quad \forall k=1, 2, 3, \dots, K$$

(R10) (R11) Muestran las variables binarias.

$$Y(i, j) \in \{0, 1\}$$

$$X(i, j, k) \in \{0, 1\}$$

CAPÍTULO IV

4. RESOLUCION DEL PROBLEMA

4.1. Ejecución de la solución

El modelo matemático fue ejecutado en el software Wolfram Mathematica. Según se indicó a comienzos de este trabajo se aplica el modelo a las 2 zonas existentes de manera que habrá rutas para la Zona 1 y para la Zona 2.

4.2. Presentación de resultados

4.2.1. Rutas generadas para la Zona 1

La solución generada mediante el método de ahorros para la Zona 1 genera 17 rutas que transportan un peso de 7.067,50 kilos recorriendo 15.709 kilómetros, la información de las rutas generadas se la resume en la siguiente tabla:

RUTA	SECUENCIA DE VISITAS	PESO (kg)	DISTANCIA (km)	TIEMPO (min)
1	{1,81,1}	12,71	1.314,00	1.126,93
2	{1,85,1}	40,05	1.374,00	1.178,39
3	{1,119,1}	1.053,80	188,00	161,23
4	{1,80,84,79,1}	72,00	1.350,00	1.157,80
5	{1,69,72,74,75,82,83,1}	39,64	1.351,00	1.158,66
6	{1,25,28,30,31,29,27,94,1}	997,86	977,00	837,91
7	{1,124,126,127,105,125,103,104,97,1}	404,03	790,00	677,53
8	{1,15,19,136,70,73,77,78,76,71,1}	89,27	1.224,00	1.049,74
9	{1,122,123,102,107,101,100,99,98,113,1}	285,13	680,00	583,19
10	{1,130,106,86,87,88,90,92,95,108,1}	137,63	1.048,00	898,80
11	{1,96,89,3,2,91,93,135,137,138,139,1}	388,20	1.327,00	1.138,08
12	{1,110,128,129,46,48,134,133,132,131,118,15,1}	998,64	465,00	398,80
13	{1,112,63,65,64,66,68,42,43,45,44,67,1}	188,62	469,00	402,23
14	{1,114,117,120,121,59,32,33,62,61,60,109,1}	371,70	569,00	487,99
15	{1,49,34,4,5,39,10,11,8,7,6,36,35,1}	769,07	879,00	753,86
16	{1,111,116,47,51,53,54,38,40,37,52,50,57,58,1}	891,54	752,00	644,94
17	{1,9,12,13,14,17,18,23,24,22,26,21,20,16,41,56,55,1}	327,61	952,00	816,47
		7.067,50	15.709,00	13.472,56

Tabla 1: Resumen de rutas generadas para la Zona 1

4.2.1.1. Detalle de la ruta 1 para la Zona 1

La ruta 1 cubre 1 cliente con un peso de 12,71 kilos y una distancia de 1.314 kilómetros.

RUTA 1					
ORDEN	DISTRIBUIDOR	VENTANA INICIAL	VENTANA FINAL	PESO	DISTANCIA
1	D80	8:00	15:00	12,71	657

Tabla 2: Secuencia de la Ruta 1 para la Zona 1

4.2.1.2. Detalle de la ruta 2 para la Zona 1

La ruta 2 cubre 1 cliente con un peso de 40,05 kilos y una distancia de 1.374 kilómetros.

RUTA 2					
ORDEN	DISTRIBUIDOR	VENTANA INICIAL	VENTANA FINAL	PESO	DISTANCIA
1	D84	8:00	15:00	40,05	687

Tabla 3: Secuencia de la Ruta 2 para la Zona 1

4.2.1.3. Detalle de la ruta 3 para la Zona 1

La ruta 3 cubre 1 cliente con un peso de 1.053,80 kilos y una distancia de 188 kilómetros.

RUTA 3					
ORDEN	DISTRIBUIDOR	VENTANA INICIAL	VENTANA FINAL	PESO	DISTANCIA
1	D118	7:00	15:00	1.053,80	94

Tabla 4: Secuencia de la Ruta 3 para la Zona 1

4.2.1.4. Detalle de la ruta 4 para la Zona 1

La ruta 4 cubre 3 clientes con un peso de 72 kilos y una distancia de 1.350 kilómetros.

RUTA 4					
ORDEN	DISTRIBUIDOR	VENTANA INICIAL	VENTANA FINAL	PESO	DISTANCIA
1	D79	9:00	15:00	15,61	46
2	D83	7:00	16:00	18,76	63
3	D78	8:00	17:00	37,63	133

Tabla 5: Secuencia de la Ruta 4 para la Zona 1

4.2.1.5. Detalle de la ruta 5 para la Zona 1

La ruta 5 cubre 6 clientes con un peso de 39,64 kilos y una distancia de 1.351 kilómetros.

RUTA 5					
ORDEN	DISTRIBUIDOR	VENTANA INICIAL	VENTANA FINAL	PESO	DISTANCIA
1	D68	8:00	16:00	13,60	46
2	D71	7:00	16:00	5,32	20
3	D73	9:00	16:00	3,63	26
4	D74	7:00	15:00	5,22	106
5	D81	9:00	16:00	6,72	6
6	D82	9:00	17:00	5,16	235

Tabla 6: Secuencia de la Ruta 5 para la Zona 1

4.2.1.6. Detalle de la ruta 6 para la Zona 1

La ruta 5 cubre 6 clientes con un peso de 39,64 kilos y una distancia de 1.351 kilómetros.

RUTA 6					
ORDEN	DISTRIBUIDOR	VENTANA INICIAL	VENTANA FINAL	PESO	DISTANCIA
1	D24	9:00	16:00	25,33	15
2	D27	9:00	16:00	41,15	26
3	D29	7:00	15:00	36,83	7
4	D30	9:00	15:00	19,24	17
5	D28	9:00	17:00	843,64	22
6	D26	8:00	17:00	30,75	59
7	D93	8:00	16:00	0,92	620

Tabla 7: Secuencia de la Ruta 6 para la Zona 1

4.2.1.7. Detalle de la ruta 7 para la Zona 1

La ruta 7 cubre 8 clientes con un peso de 404,03 kilos y una distancia de 790,00 kilómetros.

RUTA 7					
ORDEN	DISTRIBUIDOR	VENTANA INICIAL	VENTANA FINAL	PESO	DISTANCIA
1	D123	8:00	16:00	17,27	69
2	D125	9:00	15:00	12,33	61
3	D126	7:00	16:00	1,78	100
4	D104	9:00	17:00	7,43	63
5	D124	9:00	15:00	32,48	35
6	D102	9:00	17:00	88,55	30
7	D103	9:00	15:00	228,67	109
8	D96	9:00	17:00	15,52	426

Tabla 8: Secuencia de la Ruta 7 para la Zona 1

4.2.1.8. Detalle de la ruta 8 para la Zona 1

La ruta 8 cubre 9 clientes con un peso de 89,27 kilos y una distancia de 1.224,00 kilómetros.

RUTA 8					
ORDEN	DISTRIBUIDOR	VENTANA INICIAL	VENTANA FINAL	PESO	DISTANCIA
1	D14	9:00	15:00	23,31	19
2	D18	9:00	17:00	13,48	36
3	D135	8:00	15:00	2,35	58
4	D69	7:00	16:00	20,97	39
5	D72	9:00	16:00	5,17	57
6	D76	7:00	15:00	8,53	33
7	D77	7:00	16:00	5,26	31
8	D75	7:00	16:00	7,45	61
9	D70	8:00	17:00	2,75	682

Tabla 9: Secuencia de la Ruta 8 para la Zona 1

4.2.1.9. Detalle de la ruta 9 para la Zona 1

La ruta 9 cubre 9 clientes con un peso de 285,13 kilos y una distancia de 680,00 kilómetros.

RUTA 9					
ORDEN	DISTRIBUIDOR	VENTANA INICIAL	VENTANA FINAL	PESO	DISTANCIA
1	D121	7:00	15:00	6,51	40
2	D122	7:00	15:00	25,76	233
3	D101	8:00	15:00	16,79	24
4	D106	7:00	17:00	13,28	33
5	D100	8:00	16:00	17,50	11
6	D99	8:00	16:00	138,24	35
7	D98	8:00	17:00	7,82	13
8	D97	8:00	15:00	2,44	83
9	D112	8:00	16:00	56,79	117

Tabla 10: Secuencia de la Ruta 9 para la Zona 1

4.2.1.10. Detalle de la ruta 10 para la Zona 1

La ruta 10 cubre 9 clientes con un peso de 137,63 kilos y una distancia de 1.048,00 kilómetros.

RUTA 10					
ORDEN	DISTRIBUIDOR	VENTANA INICIAL	VENTANA FINAL	PESO	DISTANCIA
1	D129	8:00	17:00	11,42	52
2	D105	9:00	15:00	6,52	41
3	D85	7:00	15:00	5,19	26
4	D86	7:00	15:00	18,15	72
5	D87	9:00	16:00	54,53	31
6	D89	9:00	16:00	15,42	57
7	D91	7:00	15:00	11,39	116
8	D94	7:00	16:00	4,52	171
9	D107	7:00	17:00	10,50	267

Tabla 11: Secuencia de la Ruta 10 para la Zona 1

4.2.1.11. Detalle de la ruta 11 para la Zona 1

La ruta 11 cubre 10 clientes con un peso de 388,20 kilos y una distancia de 1.327,00 kilómetros.

RUTA 11					
ORDEN	DISTRIBUIDOR	VENTANA INICIAL	VENTANA FINAL	PESO	DISTANCIA
1	D95	8:00	15:00	4,17	287
2	D88	8:00	15:00	2,31	30
3	D2	8:00	15:00	281,12	26
4	D1	8:00	17:00	5,50	27
5	D90	9:00	16:00	5,39	44
6	D92	9:00	17:00	42,59	29
7	D134	7:00	15:00	23,24	71
8	D136	8:00	16:00	19,40	92
9	D137	8:00	17:00	3,97	46
10	D138	7:00	17:00	0,51	596

Tabla 12: Secuencia de la Ruta 11 para la Zona 1

4.2.1.12. Detalle de la ruta 12 para la Zona 1

La ruta 12 cubre 11 clientes con un peso de 998,64 kilos y una distancia de 465,00 kilómetros.

RUTA 12					
ORDEN	DISTRIBUIDOR	VENTANA INICIAL	VENTANA FINAL	PESO	DISTANCIA
1	D109	7:00	17:00	14,20	111
2	D127	9:00	17:00	10,79	15
3	D128	8:00	17:00	10,03	31
4	D45	7:00	16:00	5,13	28
5	D47	9:00	16:00	816,09	31
6	D133	8:00	17:00	22,97	6
7	D132	8:00	16:00	3,82	6
8	D131	9:00	15:00	55,79	6
9	D130	7:00	15:00	35,96	124
10	D117	7:00	15:00	11,10	43
11	D114	8:00	15:00	12,76	65

Tabla 13: Secuencia de la Ruta 12 para la Zona 1

4.2.1.13. Detalle de la ruta 13 para la Zona 1

La ruta 13 cubre 11 clientes con un peso de 188,62 kilos y una distancia de 469,00 kilómetros.

RUTA 13					
ORDEN	DISTRIBUIDOR	VENTANA INICIAL	VENTANA FINAL	PESO	DISTANCIA
1	D111	9:00	17:00	4,09	28
2	D62	9:00	16:00	31,84	26
3	D64	8:00	16:00	13,83	24
4	D63	8:00	16:00	74,77	13
5	D65	9:00	15:00	6,43	28
6	D67	8:00	16:00	5,23	28
7	D41	8:00	15:00	8,96	30
8	D42	7:00	17:00	2,35	46
9	D44	9:00	16:00	19,32	57
10	D43	7:00	17:00	4,80	48
11	D66	9:00	16:00	17,00	107

Tabla 14: Secuencia de la Ruta 13 para la Zona 1

4.2.1.14. Detalle de la ruta 14 para la Zona 1

La ruta 14 cubre 11 clientes con un peso de 371,70 kilos y una distancia de 569,00 kilómetros.

RUTA 14					
ORDEN	DISTRIBUIDOR	VENTANA INICIAL	VENTANA FINAL	PESO	DISTANCIA
1	D113	9:00	17:00	15,97	19
2	D116	8:00	17:00	23,38	61
3	D119	8:00	16:00	99,18	57
4	D120	7:00	16:00	30,29	80
5	D58	8:00	16:00	14,62	39
6	D31	7:00	15:00	17,48	31
7	D32	9:00	15:00	30,36	22
8	D61	8:00	17:00	36,35	24
9	D60	8:00	16:00	4,16	13
10	D59	9:00	15:00	19,61	172
11	D108	7:00	16:00	80,29	207

Tabla 15: Secuencia de la Ruta 14 para la Zona 1

4.2.1.15. Detalle de la ruta 15 para la Zona 1

La ruta 15 cubre 12 clientes con un peso de 769,07 kilos y una distancia de 879,00 kilómetros.

RUTA 15					
ORDEN	DISTRIBUIDOR	VENTANA INICIAL	VENTANA FINAL	PESO	DISTANCIA
1	D48	9:00	17:00	16,01	70
2	D33	9:00	16:00	43,45	133
3	D3	9:00	15:00	492,00	7
4	D4	7:00	15:00	11,33	20
5	D38	9:00	15:00	12,02	24
6	D9	9:00	17:00	84,35	46
7	D10	9:00	16:00	57,45	26
8	D7	9:00	17:00	5,97	11
9	D6	9:00	15:00	23,74	4
10	D5	9:00	15:00	7,33	28
11	D35	7:00	15:00	9,06	11
12	D34	7:00	16:00	6,37	272

Tabla 16: Secuencia de la Ruta 15 para la Zona 1

4.2.1.16. Detalle de la ruta 16 para la Zona 1

La ruta 16 cubre 13 clientes con un peso de 891,54 kilos y una distancia de 752,00 kilómetros.

RUTA 16					
ORDEN	DISTRIBUIDOR	VENTANA INICIAL	VENTANA FINAL	PESO	DISTANCIA
1	D110	9:00	15:00	406,00	31
2	D115	7:00	16:00	99,68	124
3	D46	7:00	15:00	4,88	44
4	D50	7:00	15:00	60,88	35
5	D52	8:00	15:00	37,56	11
6	D53	8:00	17:00	32,59	48
7	D37	9:00	15:00	10,49	28
8	D39	9:00	15:00	5,53	31
9	D36	8:00	17:00	30,97	83
10	D51	7:00	16:00	120,50	15
11	D49	7:00	16:00	38,44	120
12	D56	9:00	16:00	11,32	30
13	D57	7:00	16:00	32,70	215

Tabla 17: Secuencia de la Ruta 16 para la Zona 1

4.2.1.17. Detalle de la ruta 17 para la Zona 1

La ruta 17 cubre 16 clientes con un peso de 327,61 kilos y una distancia de 952,00 kilómetros.

RUTA 17					
ORDEN	DISTRIBUIDOR	VENTANA INICIAL	VENTANA FINAL	PESO	DISTANCIA
1	D8	7:00	16:00	13,12	30
2	D11	8:00	16:00	22,11	2
3	D12	9:00	15:00	11,13	6
4	D13	9:00	16:00	6,73	9
5	D16	9:00	17:00	55,85	6
6	D17	8:00	17:00	28,12	22
7	D22	9:00	16:00	12,36	15
8	D23	7:00	16:00	16,37	43
9	D21	9:00	15:00	19,73	28
10	D25	9:00	15:00	30,71	31
11	D20	8:00	15:00	11,33	4
12	D19	9:00	15:00	31,92	22
13	D15	9:00	15:00	8,27	11
14	D40	7:00	17:00	32,35	87
15	D54	8:00	17:00	22,51	13
16	D55	7:00	17:00	5,02	307

Tabla 18: Secuencia de la Ruta 17 para la Zona 1

4.2.2. Rutas generadas para la Zona 2

La solución generada mediante el método de ahorros para la Zona 2 genera 13 rutas que transportan un peso de 11.346,45 kilos recorriendo 7.095,17 kilómetros, la información de las rutas generadas se resume en la siguiente tabla:

RUTA	SECUENCIA DE VISITAS	PESO (kg)	DISTANCIA (km)	TIEMPO (min)
1	{1,2,1}	976,53	260,03	223,01
2	{1,106,112,114,115,121,1}	999,76	395,53	339,22
3	{1,130,140,141,137,124,1}	997,76	466,10	399,74
4	{1,131,138,133,134,128,75,1}	999,41	440,18	377,51
5	{1,68,81,104,109,108,110,111,113,91,102,78,1}	898,68	358,49	307,46
6	{1,132,136,139,142,143,27,28,30,33,1-35,129,1}	990,49	817,95	701,50
7	{1,64,65,66,71,76,103,105,107,88,87,83,94,1}	997,55	381,48	327,17
8	{1,72,80,84,86,79,74,63,69,77,82,85,67,1}	817,77	274,07	235,05
9	{1,61,14,18,21,20,23,25,26,24,22,19,13,10,11,9,1}	999,16	482,05	413,42
10	{1,73,90,92,97,5,3,6,7,4,15,16,17,12,8,62,1}	816,62	540,74	463,76
11	{1,41,46,48,53,55,49,50,51,54,56,57,59,60,58,52,47,1}	345,29	1118,00	958,83
12	{1,100,101,32,36,38,39,42,44,45,43,40,37,35,34,31,29,1}	508,66	923,41	791,95
13	{1,95,99,96,93,98,126,127,125,122,123,120,119,118,116,117,89,70,1}	998,76	637,14	546,43
		11.346,45	7.095,17	6.085,05

Tabla 19: Resumen de rutas generadas para la Zona 2

4.2.2.1. Detalle de la ruta 1 para la Zona 2

La ruta 1 cubre 1 clientes con un peso de 976,53 kilos y una distancia de 130,00 kilómetros.

RUTA 1					
ORDEN	DISTRIBUIDOR	VENTANA INICIAL	VENTANA FINAL	PESO	DISTANCIA
1	D1	9:00	18:00	976,53	130

Tabla 20: Secuencia de la Ruta 1 para la Zona 2

4.2.2.2. Detalle de la ruta 2 para la Zona 2

La ruta 2 cubre 5 clientes con un peso de 999,76 kilos y una distancia de 395,53 kilómetros.

RUTA 2					
ORDEN	DISTRIBUIDOR	VENTANA INICIAL	VENTANA FINAL	PESO	DISTANCIA
1	D105	9:00	17:00	10,37	74
2	D111	9:00	17:00	21,29	44
3	D113	8:00	16:00	666,86	57
4	D114	9:00	15:00	222,74	22
5	D120	9:00	16:00	78,49	61

Tabla 21: Secuencia de la Ruta 2 para la Zona 2

4.2.2.3. Detalle de la ruta 3 para la Zona 2

La ruta 3 cubre 5 clientes con un peso de 999,76 kilos y una distancia de 395,53 kilómetros.

RUTA 3					
ORDEN	DISTRIBUIDOR	VENTANA INICIAL	VENTANA FINAL	PESO	DISTANCIA
1	D129	7:00	15:00	3,66	174
2	D139	9:00	16:00	691,93	46
3	D140	7:00	16:00	12,62	19
4	D136	9:00	18:00	282,69	26
5	D123	8:00	18:00	6,86	52

Tabla 22: Secuencia de la Ruta 3 para la Zona 2

4.2.2.4. Detalle de la ruta 4 para la Zona 2

La ruta 4 cubre 6 clientes con un peso de 999,41 kilos y una distancia de 440,18 kilómetros.

RUTA 4					
ORDEN	DISTRIBUIDOR	VENTANA INICIAL	VENTANA FINAL	PESO	DISTANCIA
1	D130	7:00	16:00	730,60	177
2	D137	9:00	17:00	75,81	30
3	D132	7:00	17:00	16,80	44
4	D133	8:00	18:00	119,22	4
5	D127	9:00	17:00	45,62	17
6	D74	8:00	17:00	11,35	120

Tabla 23: Secuencia de la Ruta 4 para la Zona 2

4.2.2.5. Detalle de la ruta 5 para la Zona 2

La ruta 5 cubre 11 clientes con un peso de 898,68 kilos y una distancia de 358,49 kilómetros.

RUTA 5					
ORDEN	DISTRIBUIDOR	VENTANA INICIAL	VENTANA FINAL	PESO	DISTANCIA
1	D67	7:00	15:00	28,64	39
2	D80	7:00	17:00	27,47	19
3	D103	7:00	16:00	82,66	15
4	D108	7:00	18:00	203,97	19
5	D107	9:00	18:00	41,10	24
6	D109	9:00	15:00	16,01	22
7	D110	7:00	16:00	38,85	13
8	D112	8:00	15:00	148,45	48
9	D90	7:00	16:00	237,48	65
10	D101	7:00	15:00	13,88	31
11	D77	8:00	18:00	60,17	11

Tabla 24: Secuencia de la Ruta 5 para la Zona 2

4.2.2.6. Detalle de la ruta 6 para la Zona 2

La ruta 6 cubre 11 clientes con un peso de 990,49 kilos y una distancia de 817,95 kilómetros.

ruta 6					
ORDEN	DISTRIBUIDOR	VENTANA INICIAL	VENTANA FINAL	PESO	DISTANCIA
1	D131	7:00	15:00	391,92	179
2	D135	7:00	16:00	18,60	37
3	D138	7:00	17:00	37,18	15
4	D141	9:00	16:00	5,94	28
5	D142	7:00	15:00	160,01	30
6	D26	7:00	18:00	4,85	35
7	D27	7:00	15:00	10,30	13
8	D29	9:00	15:00	97,98	11
9	D32	9:00	16:00	54,56	78
10	D134	9:00	15:00	78,28	146
11	D128	8:00	17:00	130,86	78

Tabla 25: Secuencia de la Ruta 6 para la Zona 2

4.2.2.7. Detalle de la ruta 7 para la Zona 2

La ruta 7 cubre 12 clientes con un peso de 997,55 kilos y una distancia de 381,48 kilómetros.

RUTA 7					
ORDEN	DISTRIBUIDOR	VENTANA INICIAL	VENTANA FINAL	PESO	DISTANCIA
1	D63	7:00	18:00	11,95	31
2	D64	8:00	15:00	55,48	7
3	D65	7:00	17:00	49,85	2
4	D70	8:00	18:00	12,53	9
5	D75	8:00	15:00	29,89	9
6	D102	7:00	17:00	79,87	17
7	D104	9:00	18:00	102,68	13
8	D106	8:00	16:00	405,52	11
9	D87	7:00	18:00	134,42	11
10	D86	7:00	17:00	0,95	6
11	D82	8:00	17:00	25,56	7
12	D93	8:00	18:00	88,86	159

Tabla 26: Secuencia de la Ruta 7 para la Zona 2

4.2.2.8. Detalle de la ruta 8 para la Zona 2

La ruta 8 cubre 12 clientes con un peso de 817,77 kilos y una distancia de 274,07 kilómetros.

RUTA 8					
ORDEN	DISTRIBUIDOR	VENTANA INICIAL	VENTANA FINAL	PESO	DISTANCIA
1	D71	9:00	16:00	74,77	44
2	D79	9:00	16:00	42,96	9
3	D83	9:00	16:00	32,99	9
4	D85	9:00	18:00	119,66	4
5	D78	8:00	16:00	68,88	13
6	D73	9:00	15:00	43,27	15
7	D62	9:00	17:00	178,12	20
8	D68	9:00	17:00	2,18	61
9	D76	8:00	15:00	4,58	15
10	D81	7:00	15:00	202,44	13
11	D84	9:00	16:00	32,65	6
12	D66	8:00	16:00	15,29	30

Tabla 27: Secuencia de la Ruta 8 para la Zona 2

4.2.2.9. Detalle de la ruta 9 para la Zona 2

La ruta 9 cubre 15 clientes con un peso de 999,16 kilos y una distancia de 482,05 kilómetros.

RUTA 9					
ORDEN	DISTRIBUIDOR	VENTANA INICIAL	VENTANA FINAL	PESO	DISTANCIA
1	D60	7:00	18:00	806,00	8
2	D13	8:00	18:00	6,72	169
3	D17	7:00	17:00	5,23	22
4	D20	8:00	17:00	5,93	7
5	D19	8:00	16:00	77,29	15
6	D22	8:00	16:00	42,60	6
7	D24	8:00	17:00	2,77	13
8	D25	9:00	15:00	1,85	4
9	D23	7:00	18:00	29,33	9
10	D21	9:00	17:00	4,48	4
11	D18	7:00	16:00	5,71	6
12	D12	7:00	18:00	0,86	35
13	D9	8:00	16:00	7,51	9
14	D10	8:00	16:00	2,10	0
15	D8	8:00	15:00	0,79	9

Tabla 28: Secuencia de la Ruta 9 para la Zona 2

4.2.2.10. Detalle de la ruta 10 para la Zona 2

La ruta 10 cubre 15 clientes con un peso de 816,62 kilos y una distancia de 540,74 kilómetros.

RUTA 10					
ORDEN	DISTRIBUIDOR	VENTANA INICIAL	VENTANA FINAL	PESO	DISTANCIA
1	D72	8:00	16:00	46,03	45
2	D89	7:00	18:00	107,33	41
3	D91	7:00	18:00	29,46	9
4	D96	7:00	16:00	54,73	54
5	D4	9:00	18:00	14,03	35
6	D2	7:00	16:00	160,60	22
7	D5	7:00	18:00	10,24	6
8	D6	8:00	15:00	115,09	11
9	D3	9:00	15:00	24,75	6
10	D14	7:00	16:00	132,06	56
11	D15	9:00	15:00	7,51	11
12	D16	9:00	18:00	10,57	24
13	D11	9:00	15:00	59,07	20
14	D7	9:00	17:00	10,83	9
15	D61	9:00	15:00	34,30	178

Tabla 29: Secuencia de la Ruta 10 para la Zona 2

4.2.2.11. Detalle de la ruta 11 para la Zona 2

La ruta 11 cubre 16 clientes con un peso de 345,29 kilos y una distancia de 1118,00 kilómetros.

RUTA 11					
ORDEN	DISTRIBUIDOR	VENTANA INICIAL	VENTANA FINAL	PESO	DISTANCIA
1	D40	9:00	17:00	17,41	368
2	D45	7:00	18:00	3,93	65
3	D47	9:00	15:00	9,89	6
4	D52	7:00	15:00	22,20	31
5	D54	9:00	15:00	12,59	8
6	D48	8:00	15:00	137,58	23
7	D49	9:00	16:00	0,87	7
8	D50	9:00	16:00	6,12	23
9	D53	8:00	15:00	14,40	15
10	D55	7:00	17:00	71,54	4
11	D56	7:00	17:00	19,04	5
12	D58	7:00	18:00	5,66	18
13	D59	7:00	16:00	6,39	26
14	D57	8:00	18:00	9,05	28
15	D51	8:00	17:00	1,13	31
16	D46	9:00	17:00	7,50	22

Tabla 30: Secuencia de la Ruta 11 para la Zona 2

4.2.2.12. Detalle de la ruta 12 para la Zona 2

La ruta 12 cubre 16 clientes con un peso de 508,66 kilos y una distancia de 923,41 kilómetros.

RUTA 12					
ORDEN	DISTRIBUIDOR	VENTANA INICIAL	VENTANA FINAL	PESO	DISTANCIA
1	D99	9:00	16:00	141,68	155
2	D100	8:00	18:00	88,84	24
3	D31	7:00	18:00	32,57	170
4	D35	9:00	17:00	15,35	15
5	D37	9:00	16:00	11,89	9
6	D38	9:00	15:00	18,88	13
7	D41	9:00	17:00	14,10	26
8	D43	8:00	17:00	13,32	31
9	D44	9:00	17:00	30,54	12
10	D42	9:00	15:00	16,20	36
11	D39	7:00	17:00	8,24	31
12	D36	9:00	15:00	11,96	9
13	D34	7:00	15:00	60,22	22
14	D33	8:00	16:00	5,65	28
15	D30	8:00	18:00	29,82	24
16	D28	9:00	17:00	9,39	24

Tabla 31: Secuencia de la Ruta 12 para la Zona 2

4.2.2.13. Detalle de la ruta 13 para la Zona 2

La ruta 13 cubre 17 clientes con un peso de 998,76 kilos y una distancia de 637,14 kilómetros.

RUTA 17					
ORDEN	DISTRIBUIDOR	VENTANA INICIAL	VENTANA FINAL	PESO	DISTANCIA
1	D94	8:00	15:00	7,50	113
2	D98	9:00	18:00	62,81	15
3	D95	9:00	18:00	65,16	33
4	D92	9:00	17:00	161,69	44
5	D97	8:00	17:00	125,03	28
6	D125	9:00	17:00	16,18	41
7	D126	8:00	15:00	16,75	20
8	D124	8:00	15:00	252,60	37
9	D121	8:00	15:00	28,35	20
10	D122	7:00	15:00	26,88	63
11	D119	8:00	15:00	29,90	39
12	D118	9:00	17:00	31,21	22
13	D117	8:00	16:00	36,42	17
14	D115	7:00	16:00	20,72	31
15	D116	7:00	18:00	24,33	13
16	D88	9:00	18:00	86,43	26
17	D69	7:00	17:00	6,82	33

Tabla 32: Secuencia de la Ruta 13 para la Zona 2

4.2.3. Comparación de resultados

Después de realizar la resolución del modelo matemático generado para el problema planteado es necesario revisar las cifras generadas para compararlas contra la situación actual. Como se puede ver en la tabla adjunta existe un ahorro significativo en cuanto a la distancia recorrida y el tiempo empleado para estos recorridos. La Zona 1 genera un ahorro de 9,33% mientras que la zona 2 tiene un ahorro del 52,77%

	DISTANCIA RECORRIDA (km)		TIEMPO DE RECORRIDO (min)	
	ZONA 1	ZONA 2	ZONA 1	ZONA 2
RUTEO ACTUAL	17.326,17	15.022,69	14.859,50	12.883,95
RUTEO PROPUESTO	15.709,00	7.095,17	13.472,56	6.085,05
AHORRO	1.617,17	7.927,52	1.386,94	6.798,90
% DE AHORRO	9,33%	52,77%	9,33%	52,77%

Tabla 33: Cuadro comparativo de resultados

Como se puede observar el hecho de haber planteado una nueva solución del ruteo que debe seguir la flota para cubrir las demandas de los distribuidores, generara a la empresa beneficios en cuanto al cumplimiento de la demanda de sus clientes así como que estos requerimientos lleguen en un tiempo adecuado.

De información obtenida de la empresa de transporte, se obtuvo que el costo por kilómetro recorrido es de 8,36 dólares; de lo cual podemos deducir que la empresa ahorraría 79.793,61 dólares por cada campaña en la que se utilice el ruteo sugerido, anualmente se podría hablar de un ahorro anual de más de 2,8 millones estimando que existen 3 campañas por mes. Esto sin duda muestra que los ahorros en la gestión de rutas podrían traer importantes beneficios tanto para el Gestor como para la Operadora.

CAPÍTULO V

5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1. Conclusiones

1. Las empresas que manejan dentro de su core la distribución de bienes o servicios ya sea a cargo propio o a cargo de un contratista, buscarán la manera de optimizar el uso de los recursos disponible de manera que se pueda cumplir con las metas e indicadores y sobre todo para las actividades que son de apoyo a la gestión comercial.
2. El estudio de los problemas de VRP y sus diferentes variantes ha establecido un amplio campo de aplicación en distintas áreas del conocimiento, dentro de la actividad empresarial los temas concernientes a distribución son de los más complejos y apasionantes al momento de ser planteados y resueltos, pues conllevan a un sinnúmero de variables que deben ser consideradas. Para el caso de estudio analizado se llegó al planteamiento de un modelo CVRPTW, el cual implicaba un problema de ruteo con capacidades y ventanas de tiempo con manejo de flota homogénea.
3. La modelización matemática es un proceso complejo que necesita ser analizado a detalle y en donde se puede determinar grados de importancia de las variables y

parámetros más importantes de cada caso particular de estudio, pues la complejidad del modelo crece exponencialmente con el número de variables y con el número de datos procesados.

4. El algoritmo de Clarke & Wright, o también conocido como métodos de ahorros, es uno de los más utilizados dentro del estudio de los problemas de VRP por su aplicación sencilla y práctica.

5. El planteamiento y solución de un modelo matemático conlleva al uso de recursos en tiempo y dinero, para casos de investigación como la presente son limitados y no permiten llegar más allá de lo que se desearía.

6. La aplicación de modelización matemática en el problema planteado en el presente trabajo demuestra que se puede obtener ahorros cercanos los 3 millones de dólares en la operación de la compañía y operativamente en distancia y tiempos recorridos un ahorro del 9,33% para la Zona 1 y del 52,77% para la Zona 2.

5.2. Recomendaciones

1. La Operadora puede recurrir al manejo de minería de datos, para de esta manera buscar métodos que mejoren las actividades de apoyo a su gestión. La empresa dispone de valiosa data que con un tratamiento adecuado pueden contribuir a la ejecución de optimizaciones dentro varias áreas, por lo que es menester disponer de mejores sistemas de información comercial.
2. La Operadora debe estar consciente que existen métodos de resolución de problemas que no necesariamente recurren al empirismo o conocimientos adquiridos en experiencia por parte de quienes administran los distintos procesos, se debería incluso considerar estos temas como una inversión que puede dar un buen retorno a la operación, sin embargo se debe recordar la existencia de software libre o licencias demo de varias aplicaciones que podrían también ayudar a tener por lo menos una visión de varios puntos de mejora a nivel del sistema de distribución y otros.
3. Es posible considerar la resolución del presente problema recurriendo a heurísticas más avanzadas, en las que incluso se podría considerar mayor número de variables y restricciones.

4. Las empresas que manejen distribución deben poseer herramientas tecnológicas que les permitan mejorar esta gestión, con el avance de las tecnologías de la información las empresas de hoy en día pueden acceder a aplicaciones informáticas que les permitan mejorar significativamente su despliegue en el área comercial, es así que hay sistemas avanzados que incluso han sido llevados incluso a smartphones.

ANEXO 1: Coordenadas geográfica de bodegas y distribuidores de Zona 1 y Zona 2

COORDENADAS GEOGRÁFICAS

ZONA 1		
N°	Latitud	Longitud
B1	-0,109155	-78,445079
D1	-2,833333333	-78,48333333
D10	-3,05	-78,8
D100	-1,05	-77,78333333
D101	-1,2	-77,85
D102	-0,316666667	-76,85
D103	-0,466666667	-76,96666667
D104	-0,7	-76,35
D105	-1,533333333	-78,03333333
D106	-1,233333333	-77,66666667
D107	-1,416666667	-76,78333333
D108	-0,05	-78,45
D109	-0,25	-78,45
D11	-2,95	-78,95
D110	-0,3	-78,48333333
D111	0,133333333	-78,38333333
D112	-0,366666667	-78,38333333
D113	0,066666667	-78,66666667
D114	-0,033333333	-78,8
D115	-0,5	-78,56666667
D116	0,15	-78,75
D117	-0,416666667	-78,8
D118	-0,25	-79,15
D119	0,116666667	-79,26666667
D12	-2,95	-78,96666667
D120	-0,4	-79,26666667
D121	0,086944444	-77,08611111
D122	-0,066666667	-76,88333333
D123	-0,133333333	-76,41666667
D124	-0,4	-76,61666667
D125	0,116666667	-76,05
D126	-0,266666667	-75,88333333
D127	-1,15	-78,55
D128	-1,266666667	-78,53333333
D129	-1,4	-78,36666667
D13	-2,95	-79,01666667
D130	-1,35	-78,61666667
D131	-1,35	-78,66666667

ZONA 2		
N°	Latitud	Longitud
B2	-2,130339	-79,932879
D1	-3,266666667	-79,96666667
D10	-3,633333333	-79,91666667
D100	-0,9	-79,68333333
D101	-1,616666667	-79,86666667
D102	-1,783333333	-79,66666667
D103	-1,65	-79,8
D104	-1,833333333	-79,6
D105	-1,783333333	-79,61666667
D106	-1,816666667	-79,51666667
D107	-1,666666667	-79,63333333
D108	-1,55	-79,73333333
D109	-1,666666667	-79,43333333
D11	-3,55	-80,06666667
D110	-1,583333333	-79,46666667
D111	-1,433333333	-79,56666667
D112	-1,183333333	-79,5
D113	-1,033333333	-79,45
D114	-0,933333333	-79,35
D115	-1,616666667	-80,23333333
D116	-1,516666667	-80,21666667
D117	-1,666666667	-80,46666667
D118	-1,583333333	-80,4
D119	-1,4	-80,38333333
D12	-3,7	-79,93333333
D120	-1,016666667	-79,81666667
D121	-1,466666667	-80,53333333
D122	-1,15	-80,28333333
D123	-1,466666667	-80,61666667
D124	-1,333333333	-80,58333333
D125	-1,583333333	-80,85
D126	-1,483333333	-80,76666667
D127	-0,8	-80,11666667
D128	-0,85	-80,16666667
D129	-1,25	-80,61666667
D13	-3,683333333	-79,9
D130	-1,05	-80,45
D131	-0,683333333	-80,1

D132	-1,383333333	-78,65
D133	-1,416666667	-78,66666667
D134	-3,625	-78,58694444
D135	-3,526111111	-78,94861111
D136	-3,990555556	-78,86305556
D137	-4,55	-79,13333333
D138	-4,95	-79,11666667
D14	-3,1	-78,88333333
D15	-2,566666667	-79,45
D16	-3,016666667	-79,03333333
D17	-3,05	-79,05
D18	-3,2	-78,95
D19	-2,75	-79,43333333
D2	-2,733333333	-78,61666667
D20	-2,783333333	-79,43333333
D21	-2,866666667	-79,38333333
D22	-3,15	-79,15
D23	-3,133333333	-79,26666667
D24	-3,15	-79,3
D25	-2,933333333	-79,56666667
D26	-3,266666667	-79,26666667
D27	-3,266666667	-79,31666667
D28	-3,333333333	-79,4
D29	-3,266666667	-79,55
D3	-2,733333333	-78,66666667
D30	-3,316666667	-79,53333333
D31	-1,216666667	-79,08333333
D32	-1,283333333	-79,3
D33	-1,933333333	-79,06666667
D34	-2,583333333	-78,65
D35	-2,633333333	-78,7
D36	-2,5	-78,9
D37	-2,4	-79,03333333
D38	-2,75	-78,86666667
D39	-2,5	-79,18333333
D4	-2,766666667	-78,7
D40	-2,5	-79,48333333
D41	0,5	-78,03333333
D42	0,666666667	-77,93333333
D43	0,9	-78,1
D44	0,816666667	-77,66666667
D45	-1,533333333	-78,51666667
D46	-1,6	-78,58333333
D47	-1,666666667	-78,63333333
D48	-1,7	-78,66666667

D132	-0,783333333	-80,21666667
D133	-0,783333333	-80,25
D134	-0,4	-79,91666667
D135	-0,45	-80
D136	-1,05	-80,66666667
D137	-0,866666667	-80,53333333
D138	-0,4	-80,08333333
D139	-0,95	-80,73333333
D14	-3,483333333	-80,23333333
D140	-1	-80,85
D141	-0,15	-80,08333333
D142	0,083333333	-80,05
D15	-3,55	-80,2
D16	-3,683333333	-80,11666667
D17	-3,716666667	-79,73333333
D18	-3,666666667	-79,65
D19	-3,683333333	-79,66666667
D2	-3,333333333	-79,81666667
D20	-3,766666667	-79,71666667
D21	-3,716666667	-79,65
D22	-3,683333333	-79,61666667
D23	-3,716666667	-79,61666667
D24	-3,716666667	-79,53333333
D25	-3,733333333	-79,55
D26	0,316666667	-79,96666667
D27	0,4	-80
D28	0,416666667	-80,01666667
D29	0,45	-80,05
D3	-3,366666667	-79,85
D30	0,608055556	-80,04416667
D31	0,583333333	-79,63333333
D32	0,4	-79,4
D33	0,816666667	-80,05
D34	0,866666667	-79,85
D35	0,633333333	-79,55
D36	0,816666667	-79,7
D37	0,7	-79,53333333
D38	0,766666667	-79,58333333
D39	0,9	-79,7
D4	-3,25	-79,7
D40	0,883333333	-79,63333333
D41	0,983333333	-79,56666667
D42	0,933333333	-79,45
D43	1,016666667	-79,31666667
D44	1,066666667	-79,25833333

D49	-1,9	-78,61666667
D5	-2,833333333	-78,65
D50	-1,883333333	-78,7
D51	-1,933333333	-78,71666667
D52	-2,2	-78,7
D53	-2,266666667	-78,73333333
D54	-2,283333333	-78,91666667
D55	-2,35	-78,96666667
D56	-0,833333333	-78,6
D57	-1,083333333	-78,61666667
D58	-0,9	-79,05
D59	-1,116666667	-78,93333333
D6	-2,85	-78,66666667
D60	-1,15	-79,01666667
D61	-1,183333333	-79,2
D62	0,283333333	-78,28333333
D63	0,333333333	-78,21666667
D64	0,25	-78,08333333
D65	0,366666667	-78,13333333
D66	0,833333333	-78,46666667
D67	0,383333333	-77,9
D68	-3,616666667	-79,25
D69	-3,75	-79,25
D7	-2,95	-78,66666667
D70	-3,783333333	-79,35
D71	-3,866666667	-79,41666667
D72	-3,933333333	-79,41666667
D73	-3,9	-79,56666667
D74	-3,833333333	-79,73333333
D75	-4,166666667	-79,51666667
D76	-4,4	-79,46666667
D77	-4,3	-79,66666667
D78	-4,033333333	-80,03333333
D79	-4,116666667	-80,1
D8	-2,85	-78,78333333
D80	-4,183333333	-80,28333333
D81	-4,05	-80,46666667
D82	-4,083333333	-80,48333333
D83	-4,383333333	-80,25
D84	-4,433333333	-80,3
D85	-1,8	-77,93333333
D86	-1,933333333	-77,83333333
D87	-2,316666667	-78,1
D88	-2,683333333	-78,4
D89	-2,533333333	-78,16666667

D45	0,9	-79,06666667
D46	0,866666667	-78,98333333
D47	0,95	-79,06666667
D48	1,033333333	-79,03333333
D49	1,018888889	-78,98833333
D5	-3,333333333	-79,76666667
D50	0,916666667	-78,88333333
D51	0,883333333	-78,8
D52	1,2	-79,1
D53	1,000555556	-78,83666667
D54	1,220833333	-79,05
D55	1,000555556	-78,80222222
D56	1,023611111	-78,82305556
D57	0,866666667	-78,53333333
D58	1,126111111	-78,76222222
D59	1,066666667	-78,58333333
D6	-3,383333333	-79,81666667
D60	-2,166666667	-79,9
D61	-2	-79,93333333
D62	-1,933333333	-79,96666667
D63	-2,05	-79,73333333
D64	-2,016666667	-79,76666667
D65	-2	-79,76666667
D66	-2,15	-79,63333333
D67	-1,866666667	-79,85
D68	-2,116666667	-79,6
D69	-1,8	-79,96666667
D7	-3,55	-79,98333333
D70	-1,95	-79,73333333
D71	-1,883333333	-80,08333333
D72	-2,3	-79,7
D73	-1,8	-80,01666667
D74	-1,766666667	-80
D75	-1,9	-79,7
D76	-2,1	-79,48333333
D77	-1,716666667	-79,86666667
D78	-1,833333333	-80,11666667
D79	-1,883333333	-80,16666667
D8	-3,583333333	-79,88333333
D80	-1,766666667	-79,78333333
D81	-2,216666667	-79,48333333
D82	-1,916666667	-79,6
D83	-1,833333333	-80,2
D84	-2,25	-79,46666667
D85	-1,833333333	-80,23333333

D9	-2,833333333	-79
D90	-3,075833333	-78,47888889
D91	-2,833333333	-77,95
D92	-3,4	-78,55
D93	-3,333333333	-78,8
D94	-2,565833333	-77,1775
D95	-0,366666667	-78,13333333
D96	-0,333333333	-77,81666667
D97	-0,6	-77,86666667
D98	-0,7	-77,85
D99	-0,983333333	-77,81666667

D86	-1,9	-79,55
D87	-1,916666667	-79,51666667
D88	-1,55	-80,01666667
D89	-2,65	-79,71666667
D9	-3,633333333	-79,91666667
D90	-1,366666667	-79,9
D91	-2,65	-79,63333333
D92	-2,016666667	-80,66666667
D93	-2,7	-80,25
D94	-2,233333333	-80,85
D95	-2,416666667	-80,66666667
D96	-3	-79,76666667
D97	-1,833333333	-80,73333333
D98	-2,333333333	-80,88333333
D99	-1,05	-79,61666667

ANEXO 2: Demanda de distribuidores de Zona 1 y Zona 2 en kilogramos

DEMANDA

ZONA 1		ZONA 2	
N°	Demanda	N°	Demanda
D1	5,50	D1	976,53
D10	57,45	D105	10,37
D100	17,50	D111	21,29
D101	16,79	D113	666,86
D102	88,55	D114	222,74
D103	228,67	D120	78,49
D104	7,43	D129	3,66
D105	6,52	D139	691,93
D106	13,28	D140	12,62
D107	10,50	D136	282,69
D108	80,29	D123	6,86
D109	14,20	D130	730,60
D11	22,11	D137	75,81
D110	406,00	D132	16,80
D111	4,09	D133	119,22
D112	56,79	D127	45,62
D113	15,97	D74	11,35
D114	12,76	D67	28,64
D115	99,68	D80	27,47
D116	23,38	D103	82,66
D117	11,10	D108	203,97
D118	1053,80	D107	41,10
D119	99,18	D109	16,01
D12	11,13	D110	38,85
D120	30,29	D112	148,45
D121	6,51	D90	237,48
D122	25,76	D101	13,88
D123	17,27	D77	60,17
D124	32,48	D131	391,92
D125	12,33	D135	18,60
D126	1,78	D138	37,18
D127	10,79	D141	5,94
D128	10,03	D142	160,01
D129	11,42	D26	4,85

D13	6,73
D130	35,96
D131	55,79
D132	3,82
D133	22,97
D134	23,24
D135	2,35
D136	19,40
D137	3,97
D138	0,51
D14	23,31
D15	8,27
D16	55,85
D17	28,12
D18	13,48
D19	31,92
D2	281,12
D20	11,33
D21	19,73
D22	12,36
D23	16,37
D24	25,33
D25	30,71
D26	30,75
D27	41,15
D28	843,64
D29	36,83
D3	492,00
D30	19,24
D31	17,48
D32	30,36
D33	43,45
D34	6,37
D35	9,06
D36	30,97
D37	10,49
D38	12,02
D39	5,53
D4	11,33
D40	32,35
D41	8,96
D42	2,35

D27	10,30
D29	97,98
D32	54,56
D134	78,28
D128	130,86
D63	11,95
D64	55,48
D65	49,85
D70	12,53
D75	29,89
D102	79,87
D104	102,68
D106	405,52
D87	134,42
D86	0,95
D82	25,56
D93	88,86
D71	74,77
D79	42,96
D83	32,99
D85	119,66
D78	68,88
D73	43,27
D62	178,12
D68	2,18
D76	4,58
D81	202,44
D84	32,65
D66	15,29
D60	806,00
D13	6,72
D17	5,23
D20	5,93
D19	77,29
D22	42,60
D24	2,77
D25	1,85
D23	29,33
D21	4,48
D18	5,71
D12	0,86
D9	7,51

D43	4,80
D44	19,32
D45	5,13
D46	4,88
D47	816,09
D48	16,01
D49	38,44
D5	7,33
D50	60,88
D51	120,50
D52	37,56
D53	32,59
D54	22,51
D55	5,02
D56	11,32
D57	32,70
D58	14,62
D59	19,61
D6	23,74
D60	4,16
D61	36,35
D62	31,84
D63	74,77
D64	13,83
D65	6,43
D66	17,00
D67	5,23
D68	13,60
D69	20,97
D7	5,97
D70	2,75
D71	5,32
D72	5,17
D73	3,63
D74	5,22
D75	7,45
D76	8,53
D77	5,26
D78	37,63
D79	15,61
D8	13,12
D80	12,71

D10	2,10
D8	0,79
D72	46,03
D89	107,33
D91	29,46
D96	54,73
D4	14,03
D2	160,60
D5	10,24
D6	115,09
D3	24,75
D14	132,06
D15	7,51
D16	10,57
D11	59,07
D7	10,83
D61	34,30
D40	17,41
D45	3,93
D47	9,89
D52	22,20
D54	12,59
D48	137,58
D49	0,87
D50	6,12
D53	14,40
D55	71,54
D56	19,04
D58	5,66
D59	6,39
D57	9,05
D51	1,13
D46	7,50
D99	141,68
D100	88,84
D31	32,57
D35	15,35
D37	11,89
D38	18,88
D41	14,10
D43	13,32
D44	30,54

D81	6,72
D82	5,16
D83	18,76
D84	40,05
D85	5,19
D86	18,15
D87	54,53
D88	2,31
D89	15,42
D9	84,35
D90	5,39
D91	11,39
D92	42,59
D93	0,92
D94	4,52
D95	4,17
D96	15,52
D97	2,44
D98	7,82
D99	138,24

D42	16,20
D39	8,24
D36	11,96
D34	60,22
D33	5,65
D30	29,82
D28	9,39
D94	7,50
D98	62,81
D95	65,16
D92	161,69
D97	125,03
D125	16,18
D126	16,75
D124	252,60
D121	28,35
D122	26,88
D119	29,90
D118	31,21
D117	36,42
D115	20,72
D116	24,33
D88	86,43
D69	6,82

ANEXO 3: Ventanas de tiempo de bodega y distribuidores de Zona 1 y Zona 2

VENTANAS DE TIEMPO

ZONA 1		
N°	VENTANA INICIAL	VENTANA FINAL
B1	6:00	20:00
D1	8:00	17:00
D10	9:00	16:00
D100	8:00	16:00
D101	8:00	15:00
D102	9:00	17:00
D103	9:00	15:00
D104	9:00	17:00
D105	9:00	15:00
D106	7:00	17:00
D107	7:00	17:00
D108	7:00	16:00
D109	7:00	17:00
D11	8:00	16:00
D110	9:00	15:00
D111	9:00	17:00
D112	8:00	16:00
D113	9:00	17:00
D114	8:00	15:00
D115	7:00	16:00
D116	8:00	17:00
D117	7:00	15:00
D118	7:00	15:00
D119	8:00	16:00
D12	9:00	15:00
D120	7:00	16:00
D121	7:00	15:00
D122	7:00	15:00
D123	8:00	16:00
D124	9:00	15:00
D125	9:00	15:00
D126	7:00	16:00
D127	9:00	17:00
D128	8:00	17:00
D129	8:00	17:00

ZONA 2		
N°	VENTANA INICIAL	VENTANA FINAL
B2	6:00	20:00
D1	9:00	18:00
D10	8:00	16:00
D100	8:00	18:00
D101	7:00	15:00
D102	7:00	17:00
D103	7:00	16:00
D104	9:00	18:00
D105	9:00	17:00
D106	8:00	16:00
D107	9:00	18:00
D108	7:00	18:00
D109	9:00	15:00
D11	9:00	15:00
D110	7:00	16:00
D111	9:00	17:00
D112	8:00	15:00
D113	8:00	16:00
D114	9:00	15:00
D115	7:00	16:00
D116	7:00	18:00
D117	8:00	16:00
D118	9:00	17:00
D119	8:00	15:00
D12	7:00	18:00
D120	9:00	16:00
D121	8:00	15:00
D122	7:00	15:00
D123	8:00	18:00
D124	8:00	15:00
D125	9:00	17:00
D126	8:00	15:00
D127	9:00	17:00
D128	8:00	17:00
D129	7:00	15:00

D13	9:00	16:00
D130	7:00	15:00
D131	9:00	15:00
D132	8:00	16:00
D133	8:00	17:00
D134	7:00	15:00
D135	8:00	15:00
D136	8:00	16:00
D137	8:00	17:00
D138	7:00	17:00
D14	9:00	15:00
D15	9:00	15:00
D16	9:00	17:00
D17	8:00	17:00
D18	9:00	17:00
D19	9:00	15:00
D2	8:00	15:00
D20	8:00	15:00
D21	9:00	15:00
D22	9:00	16:00
D23	7:00	16:00
D24	9:00	16:00
D25	9:00	15:00
D26	8:00	17:00
D27	9:00	16:00
D28	9:00	17:00
D29	7:00	15:00
D3	9:00	15:00
D30	9:00	15:00
D31	7:00	15:00
D32	9:00	15:00
D33	9:00	16:00
D34	7:00	16:00
D35	7:00	15:00
D36	8:00	17:00
D37	9:00	15:00
D38	9:00	15:00
D39	9:00	15:00
D4	7:00	15:00
D40	7:00	17:00
D41	8:00	15:00
D42	7:00	17:00

D13	8:00	18:00
D130	7:00	16:00
D131	7:00	15:00
D132	7:00	17:00
D133	8:00	18:00
D134	9:00	15:00
D135	7:00	16:00
D136	9:00	18:00
D137	9:00	17:00
D138	7:00	17:00
D139	9:00	16:00
D14	7:00	16:00
D140	7:00	16:00
D141	9:00	16:00
D142	7:00	15:00
D15	9:00	15:00
D16	9:00	18:00
D17	7:00	17:00
D18	7:00	16:00
D19	8:00	16:00
D2	7:00	16:00
D20	8:00	17:00
D21	9:00	17:00
D22	8:00	16:00
D23	7:00	18:00
D24	8:00	17:00
D25	9:00	15:00
D26	7:00	18:00
D27	7:00	15:00
D28	9:00	17:00
D29	9:00	15:00
D3	9:00	15:00
D30	8:00	18:00
D31	7:00	18:00
D32	9:00	16:00
D33	8:00	16:00
D34	7:00	15:00
D35	9:00	17:00
D36	9:00	15:00
D37	9:00	16:00
D38	9:00	15:00
D39	7:00	17:00

D43	7:00	17:00
D44	9:00	16:00
D45	7:00	16:00
D46	7:00	15:00
D47	9:00	16:00
D48	9:00	17:00
D49	7:00	16:00
D5	9:00	15:00
D50	7:00	15:00
D51	7:00	16:00
D52	8:00	15:00
D53	8:00	17:00
D54	8:00	17:00
D55	7:00	17:00
D56	9:00	16:00
D57	7:00	16:00
D58	8:00	16:00
D59	9:00	15:00
D6	9:00	15:00
D60	8:00	16:00
D61	8:00	17:00
D62	9:00	16:00
D63	8:00	16:00
D64	8:00	16:00
D65	9:00	15:00
D66	9:00	16:00
D67	8:00	16:00
D68	8:00	16:00
D69	7:00	16:00
D7	9:00	17:00
D70	8:00	17:00
D71	7:00	16:00
D72	9:00	16:00
D73	9:00	16:00
D74	7:00	15:00
D75	7:00	16:00
D76	7:00	15:00
D77	7:00	16:00
D78	8:00	17:00
D79	9:00	15:00
D8	7:00	16:00
D80	8:00	15:00

D4	9:00	18:00
D40	9:00	17:00
D41	9:00	17:00
D42	9:00	15:00
D43	8:00	17:00
D44	9:00	17:00
D45	7:00	18:00
D46	9:00	17:00
D47	9:00	15:00
D48	8:00	15:00
D49	9:00	16:00
D5	7:00	18:00
D50	9:00	16:00
D51	8:00	17:00
D52	7:00	15:00
D53	8:00	15:00
D54	9:00	15:00
D55	7:00	17:00
D56	7:00	17:00
D57	8:00	18:00
D58	7:00	18:00
D59	7:00	16:00
D6	8:00	15:00
D60	7:00	18:00
D61	9:00	15:00
D62	9:00	17:00
D63	7:00	18:00
D64	8:00	15:00
D65	7:00	17:00
D66	8:00	16:00
D67	7:00	15:00
D68	9:00	17:00
D69	7:00	17:00
D7	9:00	17:00
D70	8:00	18:00
D71	9:00	16:00
D72	8:00	16:00
D73	9:00	15:00
D74	8:00	17:00
D75	8:00	15:00
D76	8:00	15:00
D77	8:00	18:00

D81	9:00	16:00
D82	9:00	17:00
D83	7:00	16:00
D84	8:00	15:00
D85	7:00	15:00
D86	7:00	15:00
D87	9:00	16:00
D88	8:00	15:00
D89	9:00	16:00
D9	9:00	17:00
D90	9:00	16:00
D91	7:00	15:00
D92	9:00	17:00
D93	8:00	16:00
D94	7:00	16:00
D95	8:00	15:00
D96	9:00	17:00
D97	8:00	15:00
D98	8:00	17:00
D99	8:00	16:00

D78	8:00	16:00
D79	9:00	16:00
D8	8:00	15:00
D80	7:00	17:00
D81	7:00	15:00
D82	8:00	17:00
D83	9:00	16:00
D84	9:00	16:00
D85	9:00	18:00
D86	7:00	17:00
D87	7:00	18:00
D88	9:00	18:00
D89	7:00	18:00
D9	8:00	16:00
D90	7:00	16:00
D91	7:00	18:00
D92	9:00	17:00
D93	8:00	18:00
D94	8:00	15:00
D95	9:00	18:00
D96	7:00	16:00
D97	8:00	17:00
D98	9:00	18:00
D99	9:00	16:00

ANEXO 4: Modelo matemático en Wolfram Mathematica para la Zona 1

1.- LECTURA DE LOS PARAMETROS E INFORMACION

```
(*LOS PARAMETROS SON LOS SIGUIENTES:*)  
  
(* CAPACIDAD DE CARGA DE CADA VEHICULO DE LA FLOTA*)  
Q = 1000;  
  
(*DISTANCIA MÁXIMA QUE PUEDE RECORRER CADA VEHICULO*)  
dmax = 2000;  
  
(*PARAMETRO DE FORMA*)  
lambda = 1;  
  
  
(*NUMERO GRANDE PARA LAS ITERACIONES*)  
numerogrande = 10^100;  
  
(*LOS DATOS DEL PROBLEMA A CONTINUACION*)  
(*ALIMENTAMOS LA INFORMACION DE LA DEMANDA*)  
demanda = Import["C:\\Users\\Usuario\\Documents\\DOCUMENTOS\\TESIS RUTAS MAURICIO COQUE\\DESARROLLO TESIS\\CALCULOS\\ZONA 1\\DEMANDA1.txt", "Table"];  
demanda // MatrixForm;  
(* TOMAR EN CUENTA QUE EL CLIENTE CON VALOR 0 SE REFIERE AL DEPOSITO INICIAL*)  
  
(*SE QUIERE VER LA MATRIZ CON UNA CABECERA DE TITULO PARA ESTO USAR EL COMANDO Prepend*)  
Print["MATRIZ DE DEMANDA = ", MatrixForm[Prepend[demanda, {"Cliente", "Demanda(Kg)"}]]; Print[""];  
  
(*ALIMENTAMOS LA INFORMACION DE LAS DISTANCIAS*)  
distancias1 = Import["C:\\Users\\Usuario\\Documents\\DOCUMENTOS\\TESIS RUTAS MAURICIO COQUE\\DESARROLLO TESIS\\CALCULOS\\ZONA 1\\DISTANCIAS1.txt", "Table"];  
Print["MATRIZ DE DISTANCIAS = ", MatrixForm[distancias1]]; Print[""];  
  
(*SE ALMACENA EL NUMERO DE FILAS DE LA MATRIZ DISTANCIAS*)  
n = distancias1 // Length;  
  
(* POR TANTO EL NUMERO DE CLIENTES TOTALES ES n-1 YA QUE EL PRIMERO CORRESPONDE AL DEPOSITO*)  
Print["El número de clientes a ser incluidos en el ruteo es: ", n - 1]  
  
  
(*INGRESAR LA INFORMACION DE VENTANAS DE TIEMPO*)  
ventanas = Import["C:\\Users\\Usuario\\Documents\\DOCUMENTOS\\TESIS RUTAS MAURICIO COQUE\\DESARROLLO TESIS\\CALCULOS\\ZONA 1\\VENTANAS1.txt", "Table"];  
ventanas // MatrixForm  
Print["MATRIZ DE VENTANAS DE TIEMPO = ", MatrixForm[Prepend[ventanas, {"t inf", "t sup", "t servicio"}]]; Print[""];  
  
(*INGRESAR LA INFORMACION DE TIEMPOS DE VIAJE*)  
tiempos = Import["C:\\Users\\Usuario\\Documents\\DOCUMENTOS\\TESIS RUTAS MAURICIO COQUE\\DESARROLLO TESIS\\CALCULOS\\ZONA 1\\TIEMPOS1.txt", "Table"];  
tiempos // MatrixForm  
servicio = Table[ventanas[[i, 3]], {i, 1, n}];  
servicio // MatrixForm;  
  
superior = Table[ventanas[[i, 2]], {i, 1, n}];  
superior // MatrixForm;
```

2.- CONSTRUIR LA SOLUCION INICIAL

```
(*EXTRAER LA DEMANDA DE LOS DATOS CARGADOS*)  
demanda1 = Table[demanda[[i, 2]], {i, 1, n}];  
  
(* SE CREA UNA TABLA CON EL NUMERO DE CLIENTES EXISTENTES*)  
vrp = Table[1, {i, 1, n - 1}];  
  
  
(*SE CREA LAS RUTAS INICIALES PONIENDO AL DEPOSITO CON EL NUMERO 1, EL PRIMER CLIENTE ES 2,....*)  
For[i = 1, i <= n - 1, vrp[[i]] = {1, i + 1, 1}; i++]  
vrp
```

3.- CONSTRUIR LA MATRIZ DE AHORROS

```
(*A CONTINUACION SE CALCULARAN LOS AHORROS, ESTO INVOLUCRA VARIOS PASOS*)

(*AHORROS ENTRE LOS CLIENTES ES UNA FORMULA COMBINATORIA DE Cn-1,2 DONDE n INCLUYE *)
(*SE DEBE CONSIDERAR UNICAMENTE EL NUMERO DE LOS CLIENTES*)
m = n - 1;
numerodeahorros = m / (2 * (m - 2) !);

(*LA MATRIX DE AHORROS SE ASIGNA A LA VARIABLE s, LA CUAL SE CONSTRUYE A PARTIR DE LA MATRIX DE DISTANCIAS
DEBIDO A LA FORMA DE CONSTRUIR LA MATRIX NO UTILIZAMOS LA PRIMERA FILA NI LA PRIMERA COLUMNA, PARA MAYOR REFERENCIA VER ARCHIVO DE EXCEL*)
s = distancias1;
s // MatrixForm;
For[i = 2, i <= n, For[j = 2, j <= n, If[i < j, s[[i, j]] = distancias1[[i, i]] + distancias1[[i, j]] - lambda distancias1[[i, j]], s[[i, j]] = 0]; j++]; i++]
s // MatrixForm;

(*CON EL SIGUIENTE COMANDO SE EXTRAEN SOLO LOS DATOS NECESARIOS ELIMINANDO LA PRIMERA FILA Y COLUMNA EN LA INFORMACION*)
s;
s = Take[s, - (n - 1), - (n - 1)];
s // MatrixForm;

(* A CONTINUACION SE ORDENARA DESCENDENTEMENTE LOS DATOS DE LA MATRIX DE AHORROS*)
(*EL COMANDO Flatten TRANSFORMA LA MATRIX EN UNA LISTA*)
(*EL COMANDO Ordering DA LA POSICION EN LA LISTA PARA EL ORDEN ASCENDENTE*)
(*Reverse INVIERTE EL ORDEN DE LOS ELEMENTOS DE UNA LISTA CON ESTO SE TIENE EL ORDEN DESCENDENTE*)

s // MatrixForm;
s1 = Flatten[s];
s1 // MatrixForm;
s2 = Ordering[s1];
ind = Reverse[s2];

(*A CONTINUACION SE TIENE LA TABLA DE LOS CLIENTES ENTRE LOS CUALES SE DIO LOS AHORROS*)
(*EL COMANDO Quotient DA EL COCIENTE ENTERO ENTRE DOS NUMEROS*)
(*CON EL SIGUIENTE COMANDO SE EXTRAEN LOS CLIENTES ENTRE LOS CUALES SE DAN LOS AHORROS*)
indices = Table[Quotient[ind[[i]] - 0.01, m] + 1, ind[[i]] - (m) Quotient[ind[[i]] - 0.01, m]], {i, 1, (m)^2}];

(*A CONTINUACION TOMAMOS UNICAMENTE LOS AHORROS DE UNA SOLA VIA Y CORREGIMOS LA MATRIX DEBIDO A QUE EL NUMERO 1 ESTA OCUPADO POR EL DEPOSITO*)
indices2 = Take[indices, numerodeahorros] + 1
```

4.- COMBINACION DE RUTAS Y VERIFICACION DE FACTIBILIDAD

```
(*RECORDAR QUE EN LA VARIABLE vrp ESTAN ALMACENADAS LAS RUTAS EXISTENTES*)
vrp;

(* CON vrp[[1]][[2]] SE OBTIENE EL PRIMER CLIENTE VISITADO POR CADA UNA DE LAS RUTAS EXISTENTES*)
vrp[[2]][[2]];

(*A LA VARIABLE nvrp SE LE ASIGNA EL NUMERO DE RUTAS GENERADAS CON EL ALGORITMO*)
nvrp = Length[vrp];

(*A LA VARIABLE nvrparc SE LE ASIGNA CADA UNA DE LAS RUTAS INDIVIDUALES QUE SE GENEREN CON EL ALGORITMO*)
nvrparc = {};

(*EN LA VARIABLE costovrpi SE ALMACENA EL COSTO INDIVIDUAL DE CADA RUTA i*)
costovrpi = Table[0, {i, 1, nvrp}];

(*SE CREA UNA FUNCION QUE UNA LAS RUTAS*)
(*EL COMANDO Most DEVUELVE LA EXPRESION SIN EL ULTIMO ELEMENTO EL CUAL FUE REMOVIDO*)
(*EL COMANDO Rest DEVUELVE LA EXPRESION CON EL PRIMER ELEMENTO REMOVIDO*)
unerrutas[c_, t_] := If[Length[r] < 4 & Length[t] < 4, Join[Most[t], Rest[r]],
    If[b = 1, Join[Most[Reverse[r]], Rest[t]], Join[Most[r], Rest[Reverse[t]]]]];

(*EJEMPLO DEL CALCULO DE DISTANCIAS*)
vrp;
nuevaej = {1, 2, 3, 1};
Length[nuevaej]-1

$$\sum_{j=1}^{Length[nuevaej]-1} (distancias1[[nuevaej][[j]], nuevaej[[j+1]]]);$$


(* SE CREA UNA FUNCION PARA BUSCAR LOS INDICES DE LAS RUTAS QUE SE PUEDEN UNIR*)
busca[u_, x_] :=
For[i = 1, i <= nvrp,
    For[j = 1, j <= nvrp,
        If[j != i & ((vrp[[i]][[2]] == w ^ vrp[[j]][[2]] == x) V (vrp[[i]][[2]] == w ^ vrp[[j]][[2]] == x) V (vrp[[i]][[2]] == w ^ vrp[[j]][[2]] == x) V (vrp[[i]][[2]] == w ^ vrp[[j]][[2]] == x)
            (vrp[[i]][[2]] == w ^ vrp[[j]][[2]] == x), If[(vrp[[i]][[2]] == w ^ vrp[[j]][[2]] == x), b = 1; ruta1 = j; ruta2 = i,
                If[(vrp[[i]][[2]] == w ^ vrp[[j]][[2]] == x), b = 1; ruta1 = i; ruta2 = j,
                    If[(vrp[[i]][[2]] == w ^ vrp[[j]][[2]] == x), c = 1; ruta1 = i; ruta2 = j, If[(vrp[[i]][[2]] == w ^ vrp[[j]][[2]] == x), d = 1; ruta1 = i; ruta2 = j]]]]];
        ; j = nvrp + 1; i = nvrp + 1; ok = True; j++; i++;
```

```
(*SE CREA UNA FUNCION PARA EVALUAR LA FACTIBILIDAD DE LAS RUTAS EN FUNCION QUE LAS DEMANDAS ATENDIDAS POR CADA RUTA NO SOBREPASE LA CAPACIDAD DEL
CAMION Y QUE LAS DISTANCIAS RECORRIDAS POR CADA RUTA NO SOBREPASEN LA DISTANCIA MAXIMA QUE PUEDE RECORRER UN VEHICULO*)
reastiempos[x_] := For[k = 1, k < Length[x] - 2, k++, a =  $\sum_{i=1}^k$  (tiempos[[x[[i]], x[[i+1]]] + servicio[[x[[i]]]]); If[a < superior[[x[[k+1]]]], fact = True, fact = False; k = Length[x]];

factibilidad[x_] := If[ $\sum_{i=1}^{\text{Length}[x]-1}$  demandal[[x[[i]]]] <= Q  $\wedge$   $\sum_{i=1}^{\text{Length}[x]-1}$  (distancias1[[x[[i]], x[[i+1]]]]) <= dmax, factible = True  $\wedge$  fact, factible = False];

(* A CONTINUACION LAS ITERACIONES DE UNIONES DE RUTAS*)
For[y = 1, y <= numerodeshorros, ok = False; nvrp = Length[vrp]; busca[indices2[[y]][[1]], indices2[[y]][[2]]];
  If[ok, nueva = unerutas[vrp[[ruta1]], vrp[[ruta2]]; reastiempos[nueva]; factibilidad[nueva]; If[factible, vrp = Union[Delete[vrp, {{ruta1}, {ruta2}}], {nueva}]; y++];

(*FINALMENTE SE TIENE LAS RUTAS INDIVIDUALES*)
For[i = 1, i <= nvrp, nvrpi = Length[vrp[[i]]; For[j = 1, j <= nvrpi - 1, vrpirc = Union[vrpirc, {{{vrp[[i]][[j]], vrp[[i]][[j+1]]}}]; j++];
  costovrpi[[i]] =  $\sum_{j=1}^{\text{Length}[vrp[[i]]]-1}$  (distancias1[[vrp[[i]][[j]], vrp[[i]][[j+1]]]); i++];

Print["CONJUNTO DE RUTAS GENERADAS CON EL ALGORITMO : ", vrp];
Print["DISTANCIA TOTAL DEL RUTEO: ",  $\sum_{i=1}^{\text{nvrp}}$  costovrpi[[i]];

vrpircind = Table[{}], {1, 1, nvrp}];
For[i = 1, i <= nvrp, nvrpi = Length[vrp[[i]]; For[j = 1, j <= nvrpi - 1, vrpircind[[i]] = Union[vrpircind[[i]], {{{vrp[[i]][[j]], vrp[[i]][[j+1]]}}]; j++];
  costovrp =  $\sum_{i=1}^{\text{nvrp}-1}$  (distancias1[[vrp[[i]][[j]], vrp[[i]][[j+1]]]); demandavrp =  $\sum_{i=1}^{\text{nvrp}-1}$  demandal[[vrp[[i]][[j]]];

Print["RUTA ", i, " GENERADA CON EL ALGORITMO : ", vrp[[i]]; Print["DISTANCIA DE LA RUTA ", i, " = ", costovrpi[[i]];
Print["DEMANDA CUBIERTA EN LA RUTA ", i, " = ", demandavrp]; i++];
```


ANEXO 5: Modelo matemático en Wolfram Mathematica para la Zona 2

1.- LECTURA DE LOS PARAMETROS E INFORMACION

```
(*LOS PARAMETROS SON LOS SIGUIENTES:*)

(* CAPACIDAD DE CARGA DE CADA VEHICULO DE LA FLOTA*)
Q = 1000;

(*DISTANCIA MÁXIMA QUE PUEDE RECORRER CADA VEHICULO*)
dmax = 2000;

(*PARAMETRO DE FORMA*)
lambda = 1;

(*NUMERO GRANDE PARA LAS ITERACIONES*)
numerogrande = 10^100;

(*LOS DATOS DEL PROBLEMA A CONTINUACION*)
(*ALIMENTAMOS LA INFORMACION DE LA DEMANDA*)
demanda = Import["C:\\Users\\Usuario\\Documents\\DOCUMENTOS\\TESIS RUTAS MAURICIO COQUE\\DESARROLLO TESIS\\CALCULOS\\ZONA 2\\DEMANDA2.txt", "Table"];
demanda // MatrixForm;
(* TOMAR EN CUENTA QUE EL CLIENTE CON VALOR 0 SE REFIERE AL DEPOSITO INICIAL*)

(*SE QUIERE VER LA MATRIZ CON UNA CABECERA DE TITULO PARA ESTO USAR EL COMANDO Prepend*)
Print["MATRIZ DE DEMANDA = ", MatrixForm[Prepend[demanda, {"Cliente", "Demanda(Kg)"}]]]; Print[""];

(*ALIMENTAMOS LA INFORMACION DE LAS DISTANCIAS*)
distancias1 = Import["C:\\Users\\Usuario\\Documents\\DOCUMENTOS\\TESIS RUTAS MAURICIO COQUE\\DESARROLLO TESIS\\CALCULOS\\ZONA 2\\DISTANCIAS2.txt",
"Table"];
Print["MATRIZ DE DISTANCIAS = ", MatrixForm[distancias1]]; Print[""];

(*SE ALMACENA EL NUMERO DE FILAS DE LA MATRIZ DISTANCIAS*)
n = distancias1 // Length;

(* POR TANTO EL NUMERO DE CLIENTES TOTALES ES n-1 YA QUE EL PRIMERO CORRESPONDE AL DEPOSITO*)
Print["El número de clientes a ser incluidos en el ruteo es: ", n - 1];

(*INGRESAR LA INFORMACION DE VENTANAS DE TIEMPO*)
ventanas = Import["C:\\Users\\Usuario\\Documents\\DOCUMENTOS\\TESIS RUTAS MAURICIO COQUE\\DESARROLLO TESIS\\CALCULOS\\ZONA 2\\VENTANAS2.txt", "Table"];
ventanas // MatrixForm
Print["MATRIZ DE VENTANAS DE TIEMPO = ", MatrixForm[Prepend[ventanas, {"t inf", "t sup", "t servicio"}]]]; Print[""];

(*INGRESAR LA INFORMACION DE TIEMPOS DE VIAJE*)
tiempos = Import["C:\\Users\\Usuario\\Documents\\DOCUMENTOS\\TESIS RUTAS MAURICIO COQUE\\DESARROLLO TESIS\\CALCULOS\\ZONA 2\\TIEMPOS2.txt", "Table"];
tiempos // MatrixForm
servicio = Table[ventanas[[1, 3]], {i, 1, n}];
servicio // MatrixForm;

superior = Table[ventanas[[1, 2]], {i, 1, n}];
superior // MatrixForm;
```

2. – CONSTRUIR LA SOLUCION INICIAL

```
(*EXTRAER LA DEMANDA DE LOS DATOS CARGADOS*)
demanda1 = Table[demanda[[i, 2]], {i, 1, n}];

(* SE CREA UNA TABLA CON EL NUMERO DE CLIENTES EXISTENTES*)
vvp = Table[i, {i, 1, n - 1}];
|
(*SE CREA LAS RUTAS INICIALES PONIENDO AL DEPOSITO CON EL NUMERO 1, EL PRIMER CLIENTE ES 2,...*)
For[i = 1, i <= n - 1, vvp[[i]] = {1, i + 1, 1}; i++]
vvp
```

3.- CONSTRUIR LA MATRIZ DE AHORROS

```
(*A CONTINUACION SE CALCULARAN LOS AHORROS, ESTO INVOLUCRA VARIOS PASOS*)

(*AHORROS ENTRE LOS CLIENTES ES UNA FORMULA COMBINATORIA DE Cn-1,2 DONDE n INCLUYE *)
(*SE DEBE CONSIDERAR UNICAMENTE EL NUMERO DE LOS CLIENTES*)
m = n - 1;
numerodeahorros = m ! / ( 2 * ( m - 2 ) ! );

(*LA MATRIZ DE AHORROS SE ASIGNA A LA VARIABLE s, LA CUAL SE CONSTRUYE A PARTIR DE LA MATRIZ DE DISTANCIAS
DEBIDO A LA FORMA DE CONSTRUIR LA MATRIZ NO UTILIZAMOS LA PRIMERA FILA NI LA PRIMERA COLUMNA, PARA MAYOR REFERENCIA VER ARCHIVO DE EXCEL*)
s = distancias1;
s // MatrixForm;
For[i = 2, i <= n, For[j = 2, j <= n, If[i < j, s[[i, j]] = distancias1[[i, i]] + distancias1[[i, j]] - lambda distancias1[[i, j]], s[[i, j]] = 0]; j++]; i++
s // MatrixForm;

(*CON EL SIGUIENTE COMANDO SE EXTRAEN SOLO LOS DATOS NECESARIOS ELIMINANDO LA PRIMERA FILA Y COLUMNA EN LA INFORMACION*)
s;
s = Take[s, - (n - 1), - (n - 1)];
s // MatrixForm;

(* A CONTINUACION SE ORDENARA DESCENDENTEMENTE LOS DATOS DE LA MATRIZ DE AHORROS*)
(*EL COMANDO Flatten TRANSFORMA LA MATRIZ EN UNA LISTA*)
(*EL COMANDO Ordering DA LA POSICION EN LA LISTA PARA EL ORDEN ASCENDENTE*)
(*Reverse INVIERTE EL ORDEN DE LOS ELEMENTOS DE UNA LISTA CON ESTO SE TIENE EL ORDEN DESCENDENTE*)

s // MatrixForm;
s1 = Flatten[s];
s1 // MatrixForm;
s2 = Ordering[s1];
ind = Reverse[s2];

(*A CONTINUACION SE TIENE LA TABLA DE LOS CLIENTES ENTRE LOS CUALES SE DIO LOS AHORROS*)
(*EL COMANDO Quotient DA EL COCIENTE ENTERO ENTRE DOS NUMEROS*)
(*CON EL SIGUIENTE COMANDO SE EXTRAEN LOS CLIENTES ENTRE LOS CUALES SE DAN LOS AHORROS*)
indices = Table[{Quotient[ind[[i]] - 0.01, m] + 1, ind[[i]] - (m) Quotient[ind[[i]] - 0.01, m]}, {i, 1, (m)^2}];

(*A CONTINUACION TOMAMOS UNICAMENTE LOS AHORROS DE UNA SOLA VIA Y CORREGIMOS LA MATRIZ DEBIDO A QUE EL NUMERO 1 ESTA OCUPADO POR EL DEPOSITO*)
indices2 = Take[indices, numerodeahorros] + 1
```

4.- COMBINACION DE RUTAS Y VERIFICACION DE FACTIBILIDAD

```
(*RECORDAR QUE EN LA VARIABLE vrp ESTAN ALMACENADAS LAS RUTAS EXISTENTES*)
vrp;

(* CON vrp[[i]][[2]] SE OBTIENE EL PRIMER CLIENTE VISITADO POR CADA UNA DE LAS RUTAS EXISTENTES*)
vrp[[2]][[2]];

(*A LA VARIABLE nvrp SE LE ASIGNA EL NUMERO DE RUTAS GENERADAS CON EL ALGORITMO*)
nvrp = Length[vrp];

(*A LA VARIABLE nvrparc SE LE ASIGNA CADA UNA DE LAS RUTAS INDIVIDUALES QUE SE GENEREN CON EL ALGORITMO*)
nvrparc = {};

(*EN LA VARIABLE costovrpi SE ALMACENA EL COSTO INDIVIDUAL DE CADA RUTA i*)
costovrpi = Table[0, {i, 1, nvrp}];

(*SE CREA UNA FUNCION QUE UNA LAS RUTAS*)
(*EL COMANDO Most DEVUELVE LA EXPRESION SIN EL ULTIMO ELEMENTO EL CUAL FUE REMOVIDO*)
(*EL COMANDO Rest DEVUELVE LA EXPRESION CON EL PRIMER ELEMENTO REMOVIDO*)
unertas[x_, t_] := If[Length[x] < 4 & Length[t] < 4, Join[Most[t], Rest[x]],
    If[b = 1, Join[Most[x], Rest[t]], If[c = 1, Join[Most[Reverse[x]], Rest[t]], Join[Most[x], Rest[Reverse[t]]]]];

(*EJEMPLO DEL CALCULO DE DISTANCIAS*)
vrp;
nuevaej = {1, 2, 3, 1};
Length[nuevaej]-1

$$\sum_{j=1}^{Length[nuevaej]-1} (distancias1[[nuevaej][[j]], nuevaej][[j+1]]);$$


(* SE CREA UNA FUNCION PARA BUSCAR LOS INDICES DE LAS RUTAS QUE SE PUEDEN UNIR*)
busca[w_, x_] :=
For[i = 1, i <= nvrp,
For[j = 1, j <= nvrp,
If[j != i ((vrp[[i]][[2]] == w & vrp[[j]][[2]] == x) || (vrp[[i]][[2]] == w & vrp[[j]][[2]] == x) || (vrp[[i]][[2]] == w & vrp[[j]][[2]] == x) || (vrp[[i]][[2]] == w & vrp[[j]][[2]] == x) || (vrp[[i]][[2]] == w & vrp[[j]][[2]] == x)), If((vrp[[i]][[2]] == w & vrp[[j]][[2]] == x) || (vrp[[i]][[2]] == w & vrp[[j]][[2]] == x) || (vrp[[i]][[2]] == w & vrp[[j]][[2]] == x) || (vrp[[i]][[2]] == w & vrp[[j]][[2]] == x)), b = 1; rutal = j; ruta2 = i,
If((vrp[[i]][[2]] == w & vrp[[j]][[2]] == x) || (vrp[[i]][[2]] == w & vrp[[j]][[2]] == x) || (vrp[[i]][[2]] == w & vrp[[j]][[2]] == x) || (vrp[[i]][[2]] == w & vrp[[j]][[2]] == x)), c = 1; rutal = i; ruta2 = j,
If((vrp[[i]][[2]] == w & vrp[[j]][[2]] == x) || (vrp[[i]][[2]] == w & vrp[[j]][[2]] == x) || (vrp[[i]][[2]] == w & vrp[[j]][[2]] == x) || (vrp[[i]][[2]] == w & vrp[[j]][[2]] == x)), d = 1; rutal = i; ruta2 = j]]];
j = nvrp + 1; i = nvrp + 1; ok = True; j++; i++;
```

```
(*SE CREA UNA FUNCION PARA EVALUAR LA FACTIBILIDAD DE LAS RUTAS EN FUNCION QUE LAS DEMANDAS ATENDIDAS POR CADA RUTA NO SOBREPASE
LA CAPACIDAD DEL CAMION Y QUE LAS DISTANCIAS RECORRIDAS POR CADA RUTA NO SOBREPASEN LA DISTANCIA MAXIMA QUE PUEDE RECORRER UN VEHICULO*)

resttiempos[x_] := For[k = 1, k <= Length[x] - 2, k++, a = Sum[tiempos[[x[[t]], x[[t+1]]] + servicio[[x[[t]]]],
{t, k, Length[x] - 1}];

If[a <= superior[[x[[k+1]]]], fact = True, fact = False; k = Length[x]];

factibilidad[x_] := If[Sum[demanda[[x[[i]]]], {i, 2, Length[x]-1}] <= Q & Sum[distancias1[[x[[j]], x[[j+1]]]], {j, 2, Length[x]-1}] <= dmax, factible = True & fact, factible = False];

(* A CONTINUACION LAS ITERACIONES DE UNIONES DE RUTAS*)
For[y = 1, y <= numerodeahorros, ok = False; nvrp = Length[vrp]; busca[indices2[[y]][[1]], indices2[[y]][[2]]];
If[ok, nueva = unerutas[vrp[[ruta1]], vrp[[ruta2]]; resttiempos[nueva]; factibilidad[nueva];
If[factible, vrp = Union[Delete[vrp, {{ruta1}, {ruta2}}], {nueva}]; y++];

(*FINALMENTE SE TIENE LAS RUTAS INDIVIDUALES*)
For[i = 1, i <= nvrp, nvrpi = Length[vrp[[i]]; For[j = 1, j <= nvrpi - 1, vrparc = Union[vrparc, {{{vrp[[i]][[j]], vrp[[i]][[j+1]]}}]; j++];
costovrpi[[i]] = Sum[distancias1[[vrp[[i]][[j]], vrp[[i]][[j+1]]]], {j, 2, Length[vrp[[i]]]-1}];

Print["CONJUNTO DE RUTAS GENERADAS CON EL ALGORITMO : ", vrp];
Print["DISTANCIA TOTAL DEL RUTEO: ", Sum[costovrpi[[i]], {i, 1, nvrp}];

vrparcind = Table[{}];
For[i = 1, i <= nvrp, nvrpi = Length[vrp[[i]]; For[j = 1, j <= nvrpi - 1, vrparcind[[i]] = Union[vrparcind[[i]], {{{vrp[[i]][[j]], vrp[[i]][[j+1]]}}]; j++];
costovrp = Sum[distancias1[[vrp[[i]][[j]], vrp[[i]][[j+1]]]], {j, 2, Length[vrp[[i]]]-1}; demandavrp = Sum[demanda[[vrp[[i]][[j]]]], {j, 2, Length[vrp[[i]]]-1}];
```

ANEXO 6: Solución propuesta por Wolfram Mathematica para la Zona 1

```
CONJUNTO DE RUTAS GENERADAS CON EL ALGORITMO :
{{1, 81, 1}, {1, 85, 1}, {1, 119, 1}, {1, 80, 84, 79, 1}, {1, 69, 72, 74, 75, 82, 83, 1}, {1, 25, 28, 30, 31, 29, 27, 94, 1},
{1, 124, 126, 127, 105, 125, 103, 104, 97, 1}, {1, 15, 19, 136, 70, 73, 77, 78, 76, 71, 1}, {1, 122, 123, 102, 107, 101, 100, 99, 98, 113, 1},
{1, 130, 106, 86, 87, 88, 90, 92, 95, 108, 1}, {1, 96, 89, 3, 2, 91, 93, 135, 137, 138, 139, 1}, {1, 110, 128, 129, 46, 48, 134, 133, 132, 131, 118, 115, 1},
{1, 112, 63, 65, 64, 66, 68, 42, 43, 45, 44, 67, 1}, {1, 114, 117, 120, 121, 59, 32, 33, 62, 61, 60, 109, 1}, {1, 49, 34, 4, 5, 39, 10, 11, 8, 7, 6, 36, 35, 1},
{1, 111, 116, 47, 51, 53, 54, 38, 40, 37, 52, 50, 57, 58, 1}, {1, 9, 12, 13, 14, 17, 18, 23, 24, 22, 26, 21, 20, 16, 41, 56, 55, 1}}

DISTANCIA TOTAL DEL RUTEO: 15709
RUTA 1 GENERADA CON EL ALGORITMO : {1, 81, 1}
DISTANCIA DE LA RUTA 1 = 1314
DEMANDA CUBIERTA EN LA RUTA 1 = 12.71
RUTA 2 GENERADA CON EL ALGORITMO : {1, 85, 1}
DISTANCIA DE LA RUTA 2 = 1374
DEMANDA CUBIERTA EN LA RUTA 2 = 40.05
RUTA 3 GENERADA CON EL ALGORITMO : {1, 119, 1}
DISTANCIA DE LA RUTA 3 = 188
DEMANDA CUBIERTA EN LA RUTA 3 = 1053.8
RUTA 4 GENERADA CON EL ALGORITMO : {1, 80, 84, 79, 1}
DISTANCIA DE LA RUTA 4 = 1350
DEMANDA CUBIERTA EN LA RUTA 4 = 72.
RUTA 5 GENERADA CON EL ALGORITMO : {1, 69, 72, 74, 75, 82, 83, 1}
DISTANCIA DE LA RUTA 5 = 1351
DEMANDA CUBIERTA EN LA RUTA 5 = 39.65
RUTA 6 GENERADA CON EL ALGORITMO : {1, 25, 28, 30, 31, 29, 27, 94, 1}
DISTANCIA DE LA RUTA 6 = 977
DEMANDA CUBIERTA EN LA RUTA 6 = 997.86
RUTA 7 GENERADA CON EL ALGORITMO : {1, 124, 126, 127, 105, 125, 103, 104, 97, 1}
DISTANCIA DE LA RUTA 7 = 790
DEMANDA CUBIERTA EN LA RUTA 7 = 404.03
RUTA 8 GENERADA CON EL ALGORITMO : {1, 15, 19, 136, 70, 73, 77, 78, 76, 71, 1}
DISTANCIA DE LA RUTA 8 = 1224
DEMANDA CUBIERTA EN LA RUTA 8 = 89.27
RUTA 9 GENERADA CON EL ALGORITMO : {1, 122, 123, 102, 107, 101, 100, 99, 98, 113, 1}
DISTANCIA DE LA RUTA 9 = 680
DEMANDA CUBIERTA EN LA RUTA 9 = 285.13
RUTA 10 GENERADA CON EL ALGORITMO : {1, 130, 106, 86, 87, 88, 90, 92, 95, 108, 1}
DISTANCIA DE LA RUTA 10 = 1048
DEMANDA CUBIERTA EN LA RUTA 10 = 137.64
RUTA 11 GENERADA CON EL ALGORITMO : {1, 96, 89, 3, 2, 91, 93, 135, 137, 138, 139, 1}
DISTANCIA DE LA RUTA 11 = 1327
DEMANDA CUBIERTA EN LA RUTA 11 = 388.2
RUTA 12 GENERADA CON EL ALGORITMO : {1, 110, 128, 129, 46, 48, 134, 133, 132, 131, 118, 115, 1}
DISTANCIA DE LA RUTA 12 = 465
DEMANDA CUBIERTA EN LA RUTA 12 = 998.64
RUTA 13 GENERADA CON EL ALGORITMO : {1, 112, 63, 65, 64, 66, 68, 42, 43, 45, 44, 67, 1}
DISTANCIA DE LA RUTA 13 = 469
DEMANDA CUBIERTA EN LA RUTA 13 = 188.62
RUTA 14 GENERADA CON EL ALGORITMO : {1, 114, 117, 120, 121, 59, 32, 33, 62, 61, 60, 109, 1}
DISTANCIA DE LA RUTA 14 = 569
DEMANDA CUBIERTA EN LA RUTA 14 = 371.69
RUTA 15 GENERADA CON EL ALGORITMO : {1, 49, 34, 4, 5, 39, 10, 11, 8, 7, 6, 36, 35, 1}
DISTANCIA DE LA RUTA 15 = 879
DEMANDA CUBIERTA EN LA RUTA 15 = 769.08
RUTA 16 GENERADA CON EL ALGORITMO : {1, 111, 116, 47, 51, 53, 54, 38, 40, 37, 52, 50, 57, 58, 1}
DISTANCIA DE LA RUTA 16 = 752
DEMANDA CUBIERTA EN LA RUTA 16 = 891.54
RUTA 17 GENERADA CON EL ALGORITMO : {1, 9, 12, 13, 14, 17, 18, 23, 24, 22, 26, 21, 20, 16, 41, 56, 55, 1}
DISTANCIA DE LA RUTA 17 = 952
DEMANDA CUBIERTA EN LA RUTA 17 = 327.63
```

ANEXO 7: Solución propuesta por Wolfram Mathematica para la Zona 2

```
CONJUNTO DE RUTAS GENERADAS CON EL ALGORITMO : {{1, 2, 1}, {1, 106, 112, 114, 115, 121, 1},
{1, 130, 140, 141, 137, 124, 1}, {1, 131, 138, 133, 134, 128, 75, 1}, {1, 68, 81, 104, 109, 108, 110, 111, 113, 91, 102, 78, 1},
{1, 132, 136, 139, 142, 143, 27, 28, 30, 33, 135, 129, 1}, {1, 64, 65, 66, 71, 76, 103, 105, 107, 88, 87, 83, 94, 1},
{1, 72, 80, 84, 86, 79, 74, 63, 69, 77, 82, 85, 67, 1}, {1, 61, 14, 18, 21, 20, 23, 25, 26, 24, 22, 19, 13, 10, 11, 9, 1},
{1, 73, 90, 92, 97, 5, 3, 6, 7, 4, 15, 16, 17, 12, 8, 62, 1}, {1, 41, 46, 48, 53, 55, 49, 50, 51, 54, 56, 57, 59, 60, 58, 52, 47, 1},
{1, 100, 101, 32, 36, 38, 39, 42, 44, 45, 43, 40, 37, 35, 34, 31, 29, 1}, {1, 95, 99, 96, 93, 98, 126, 127, 125, 122, 123, 120, 119, 118, 116, 117, 89, 70, 1}}
```

DISTANCIA TOTAL DEL RUTEO: 7094

RUTA 1 GENERADA CON EL ALGORITMO : {1, 2, 1}

DISTANCIA DE LA RUTA 1 = 260

DEMANDA CUBIERTA EN LA RUTA 1 = 976.53

RUTA 2 GENERADA CON EL ALGORITMO : {1, 106, 112, 114, 115, 121, 1}

DISTANCIA DE LA RUTA 2 = 395

DEMANDA CUBIERTA EN LA RUTA 2 = 999.75

RUTA 3 GENERADA CON EL ALGORITMO : {1, 130, 140, 141, 137, 124, 1}

DISTANCIA DE LA RUTA 3 = 467

DEMANDA CUBIERTA EN LA RUTA 3 = 997.76

RUTA 4 GENERADA CON EL ALGORITMO : {1, 131, 138, 133, 134, 128, 75, 1}

DISTANCIA DE LA RUTA 4 = 440

DEMANDA CUBIERTA EN LA RUTA 4 = 999.4

RUTA 5 GENERADA CON EL ALGORITMO : {1, 68, 81, 104, 109, 108, 110, 111, 113, 91, 102, 78, 1}

DISTANCIA DE LA RUTA 5 = 359

DEMANDA CUBIERTA EN LA RUTA 5 = 898.68

RUTA 6 GENERADA CON EL ALGORITMO : {1, 132, 136, 139, 142, 143, 27, 28, 30, 33, 135, 129, 1}

DISTANCIA DE LA RUTA 6 = 818

DEMANDA CUBIERTA EN LA RUTA 6 = 990.48

RUTA 7 GENERADA CON EL ALGORITMO : {1, 64, 65, 66, 71, 76, 103, 105, 107, 88, 87, 83, 94, 1}

DISTANCIA DE LA RUTA 7 = 381

DEMANDA CUBIERTA EN LA RUTA 7 = 997.56

RUTA 8 GENERADA CON EL ALGORITMO : {1, 72, 80, 84, 86, 79, 74, 63, 69, 77, 82, 85, 67, 1}

DISTANCIA DE LA RUTA 8 = 274

DEMANDA CUBIERTA EN LA RUTA 8 = 817.79

RUTA 9 GENERADA CON EL ALGORITMO : {1, 61, 14, 18, 21, 20, 23, 25, 26, 24, 22, 19, 13, 10, 11, 9, 1}

DISTANCIA DE LA RUTA 9 = 483

DEMANDA CUBIERTA EN LA RUTA 9 = 999.17

RUTA 10 GENERADA CON EL ALGORITMO : {1, 73, 90, 92, 97, 5, 3, 6, 7, 4, 15, 16, 17, 12, 8, 62, 1}

DISTANCIA DE LA RUTA 10 = 542

DEMANDA CUBIERTA EN LA RUTA 10 = 816.6

RUTA 11 GENERADA CON EL ALGORITMO : {1, 41, 46, 48, 53, 55, 49, 50, 51, 54, 56, 57, 59, 60, 58, 52, 47, 1}

DISTANCIA DE LA RUTA 11 = 1119

DEMANDA CUBIERTA EN LA RUTA 11 = 345.3

RUTA 12 GENERADA CON EL ALGORITMO : {1, 100, 101, 32, 36, 38, 39, 42, 44, 45, 43, 40, 37, 35, 34, 31, 29, 1}

DISTANCIA DE LA RUTA 12 = 921

DEMANDA CUBIERTA EN LA RUTA 12 = 508.65

RUTA 13 GENERADA CON EL ALGORITMO : {1, 95, 99, 96, 93, 98, 126, 127, 125, 122, 123, 120, 119, 118, 116, 117, 89, 70, 1}

DISTANCIA DE LA RUTA 13 = 635

DEMANDA CUBIERTA EN LA RUTA 13 = 998.78

ANEXO 8: Código utilizado Wolfram Mathematica

```
Q = 1000;
dmax = 2000;
lambda = 1;
numerogrande = 10^100;

demanda =
  Import["C:\\Users\\Usuario\\Documents\\DOCUMENTOS\\TESIS RUTAS \\
  MAURICIO COQUE\\DESARROLLO TESIS\\CALCULOS\\ZONA 1\\DEMANDA1.txt",
  "Table"];
demanda // MatrixForm;

Print["MATRIZ DE DEMANDA = ",
  MatrixForm[Prepend[demanda, {"Cliente", "Demanda(Kg)"}]]]; Print[""];

distancias1 =
  Import["C:\\Users\\Usuario\\Documents\\DOCUMENTOS\\TESIS RUTAS \\
  MAURICIO COQUE\\DESARROLLO TESIS\\CALCULOS\\ZONA 1\\DISTANCIAS1.txt",
  "Table"];
Print["MATRIZ DE DISTANCIAS = ",
  MatrixForm[distancias1]]; Print[""];

n = distancias1 // Length;

Print["El número de clientes a ser incluidos en el ruteo es: ", n - 1]

ventanas =
  Import["C:\\Users\\Usuario\\Documents\\DOCUMENTOS\\TESIS RUTAS \\
  MAURICIO COQUE\\DESARROLLO TESIS\\CALCULOS\\ZONA 1\\VENTANAS1.txt",
  "Table"];
ventanas // MatrixForm
Print["MATRIZ DE VENTANAS DE TIEMPO = ",
  MatrixForm[
  Prepend[ventanas, {"t inf", "t sup", "t servicio"}]]]; Print[""];

tiempos =
  Import["C:\\Users\\Usuario\\Documents\\DOCUMENTOS\\TESIS RUTAS \\
  MAURICIO COQUE\\DESARROLLO TESIS\\CALCULOS\\ZONA 1\\TIEMPOS1.txt",
  "Table"];
tiempos // MatrixForm
servicio = Table[ventanas[[i, 3]], {i, 1, n}];
servicio // MatrixForm;

superior = Table[ventanas[[i, 2]], {i, 1, n}];
superior // MatrixForm;

demanda1 = Table[demanda[[i, 2]], {i, 1, n}];
vrp = Table[i, {i, 1, n - 1}];
For[i = 1, i <= n - 1, vrp[[i]] = {1, i + 1, 1}; i++]
vrp
```

```

m = n - 1;
numerodeahorros = m!/(2*(m - 2)!);

s = distancias1;
s // MatrixForm;
For[i = 2, i <= n,
  For[j = 2, j <= n,
    If[i < j,
      s[[i, j]] =
        distancias1[[1, i]] + distancias1[[1, j]] -
        lambda distancias1[[i, j], s[[i, j] = 0]; j++; i++]
    ]
  ]
s // MatrixForm;

s;
s = Take[s, -(n - 1), -(n - 1)];
s // MatrixForm;

s // MatrixForm;
s1 = Flatten[s];
s1 // MatrixForm;
s2 = Ordering[s1];
ind = Reverse[s2];

indices =
  Table[{ Quotient[ind[[i]] - 0.01, m] + 1,
    ind[[i]] - (m) Quotient[ind[[i]] - 0.01, m]}, {i, 1, (m)^2}];

indices2 = Take[indices, numerodeahorros] + 1

vrp;

vrp[[2]][[2]];
nvrp = Length[vrp];
vrparc = {};

costovrpi = Table[0, {i, 1, nvrp}];
unerutas[r_, t_] :=
  If[Length[r] < 4 \[And] Length[t] < 4, Join[Most[t], Rest[r]],
  If[b == 1, Join[Most[r], Rest[t]],
  If[c == 1, Join[Most[Reverse[r]], Rest[t]],
  Join[Most[r], Rest[Reverse[t]]]]];

vrp;
nuevaej = {1, 2, 3, 1};
\!(
\*UnderoverscriptBox[\(\[Sum]\), \((j = 1)\), \((Length[nuevaej] -
1)\)\((distancias1[\(\{1\}\)(nuevaej[\(\{1\}\)(j)\(\{1\}\)],
nuevaej[\(\{1\}\)(j + 1)\(\{1\}\)(\{1\})\])\))\);

```

```

busca[w_, x_] :=
For[i = 1, i <= nvrp,
For[j = 1, j <= nvrp,
If[j != i \[And] ((vrp[[i]][[2]] == w \[And]
vrp[[j]][[-2]] == x) \[Or] (vrp[[i]][[-2]] == w \[And]
vrp[[j]][[2]] == x) \[Or] (vrp[[i]][[2]] == w \[And]
vrp[[j]][[2]] == x) \[Or] (vrp[[i]][[-2]] == w \[And]
vrp[[j]][[-2]] == x)),
If[(vrp[[i]][[2]] == w \[And] vrp[[j]][[-2]] == x), b = 1;
ruta1 = j; ruta2 = i,
If[(vrp[[i]][[-2]] == w \[And] vrp[[j]][[2]] == x), b = 1;
ruta1 = i; ruta2 = j,
If[(vrp[[i]][[2]] == w \[And] vrp[[j]][[2]] == x), c = 1;
ruta1 = i; ruta2 = j,
If[(vrp[[i]][[2]] == w \[And] vrp[[j]][[-2]] == x), d = 1;
ruta1 = i; ruta2 = j]]]
; j = nvrp + 1; i = nvrp + 1; ok = True; j++; i++]

resttiempos[x_] := For[k = 1, k <= Length[x] - 2, k++, a = \!(
\*UnderoverscriptBox[\(\[Sum]\), \((t =
1), \((k))\)\(\tiempos[\(\(\(\(\(\(\(\(\))\)\)\)\)\)\)\)\)\),
x[\(\)\(\(\(\(\(\(\(\))\)\)\)\)\)\)\)\) +
servicio[\(\(\(\(\(\(\(\(\))\)\)\)\)\)\)\)\)\);
If[ a <= superior[x[[k + 1]]], fact = True, fact = False;
k = Length[x]];

factibilidad[x_] := If[\!(
\*UnderoverscriptBox[\(\[Sum]\), \((i = 2), \(\text{Length}[x] -
1)\)\(\demanda1[\(\(\(\(\(\(\(\(\))\)\)\)\)\)\)\)\)\) <=
Q \[And] \!(
\*UnderoverscriptBox[\(\[Sum]\), \((j = 1), \(\text{Length}[x] -
1)\)\(\(distancias1[\(\(\(\(\(\(\(\(\))\)\)\)\)\)\)\)\)\),
x[\(\)\(\(\(\(\(\(\(\))\)\)\)\)\)\)\)\) < dmax ,
factible = True \[And] fact, factible = False];

For[y = 1, y <= numerodeahorros, ok = False; nvrp = Length[vrp];
busca[indices2[[y]][[1]], indices2[[y]][[2]]];
If[ok, nueva = unerutas[vrp[[ruta1]], vrp[[ruta2]]];
resttiempos[nueva]; factibilidad[nueva];
If[factible,
vrp = Union[Delete[vrp, {{ruta1}, {ruta2}}, {nueva}]]; y++;

For[i = 1, i <= nvrp, nvrpi = Length[vrp[[i]]];
For[j = 1, j <= nvrpi - 1,
vrparc = Union[vrparc, {{vrp[[i]][[j]], vrp[[i]][[j + 1]]}]];
j++; costovrpi[[i]] = \!(
\*UnderoverscriptBox[\(\[Sum]\), \((j =
1), \(\text{Length}[vrp[\(\(\(\(\(\(\(\))\)\)\)\)\)\)\) -
1)\)\(\(distancias1[\(\(\(\(\(\(\(\(\))\)\)\)\)\)\)\)\)\(\(\(\(\(\(\))\)\)\)\)\)\)

```



```

\}], \(\vrp[\(f)\(i)\(j)]\(\(f)\(j + 1)\(j)\(j)\)); i++;
Print["CONJUNTO DE RUTAS GENERADAS CON EL ALGORITMO : ", vrp];
Print["DISTANCIA TOTAL DEL RUTEO: ", \!(
\*UnderoverscriptBox[\(\[Sum]), \{i =
    1\}, \{nvrp\}]\(costovrpi[\(f)\(i)\(j)]\));
vrparcind = Table[{} , {i, 1, nvrp}];
For[i = 1, i <= nvrp, nvrpi = Length[vrp[[i]]];
For[j = 1, j <= nvrpi - 1,
vrparcind[[i]] =
    Union[vrparcind[[i]], {{{vrp[[i]][[j]], vrp[[i]][[j + 1]]}}]; j++];
costovrp = \!(
\*UnderoverscriptBox[\(\[Sum]), \{j = 1\}, \{nvrpi -
    1\}]\(distancias1[\(f)\(\(vrp[\(f)\(i)\(j)]\)\(f)\(j)\(j)\(f)\(j + 1)\(j)\(j)\(j)\)
\]), \(\vrp[\(f)\(i)\(j)]\(\(f)\(j + 1)\(j)\(j)\));
demandavrp = \!(
\*UnderoverscriptBox[\(\[Sum]), \{j = 2\}, \{nvrpi -
    1\}]\(demanda1[\(f)\(\(vrp[\(f)\(i)\(j)]\)\(f)\(j)\(j)\(f)\(j)\(j)\(f)\(j)\(j)\)
\]));

Print["RUTA ", i, " GENERADA CON EL ALGORITMO : ", vrp[[i]];
Print["DISTANCIA DE LA RUTA ", i, " = ", costovrpi[[i]];
Print["DEMANDA CUBIERTA EN LA RUTA ", i, " = ", demandavrp]; i++;
    
```

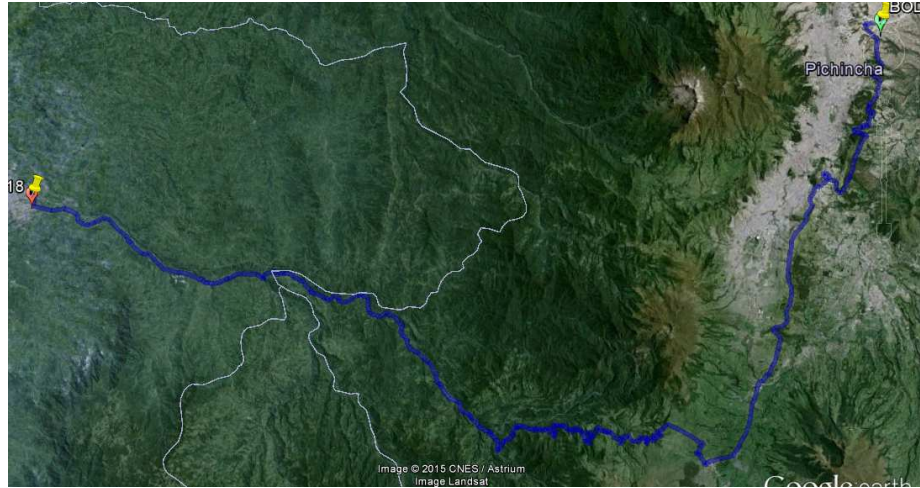
ANEXO 9: Representación Ruta 1 de la Zona 1



ANEXO 10: Representación Ruta 2 de la Zona 1



ANEXO 11: Representación Ruta 3 de la Zona 1



ANEXO 12: Representación Ruta 4 de la Zona 1



ANEXO 13: Representación Ruta 5 de la Zona 1



ANEXO 14: Representación Ruta 6 de la Zona 1



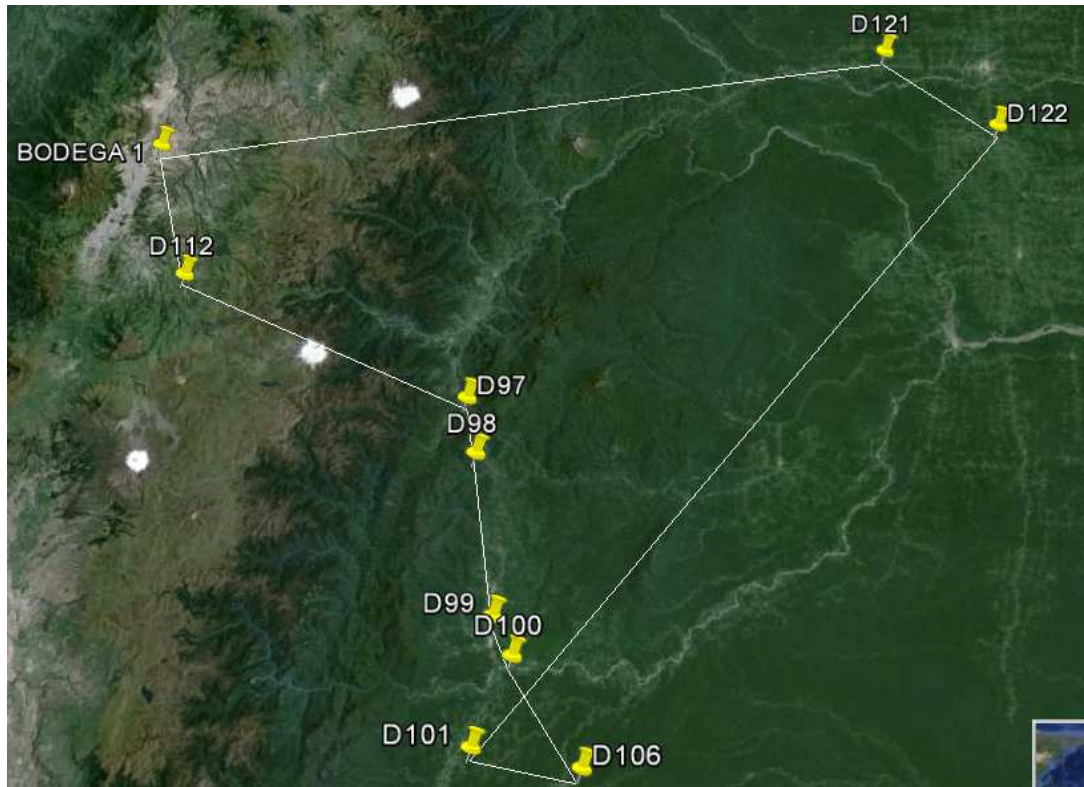
ANEXO 15: Representación Ruta 7 de la Zona 1



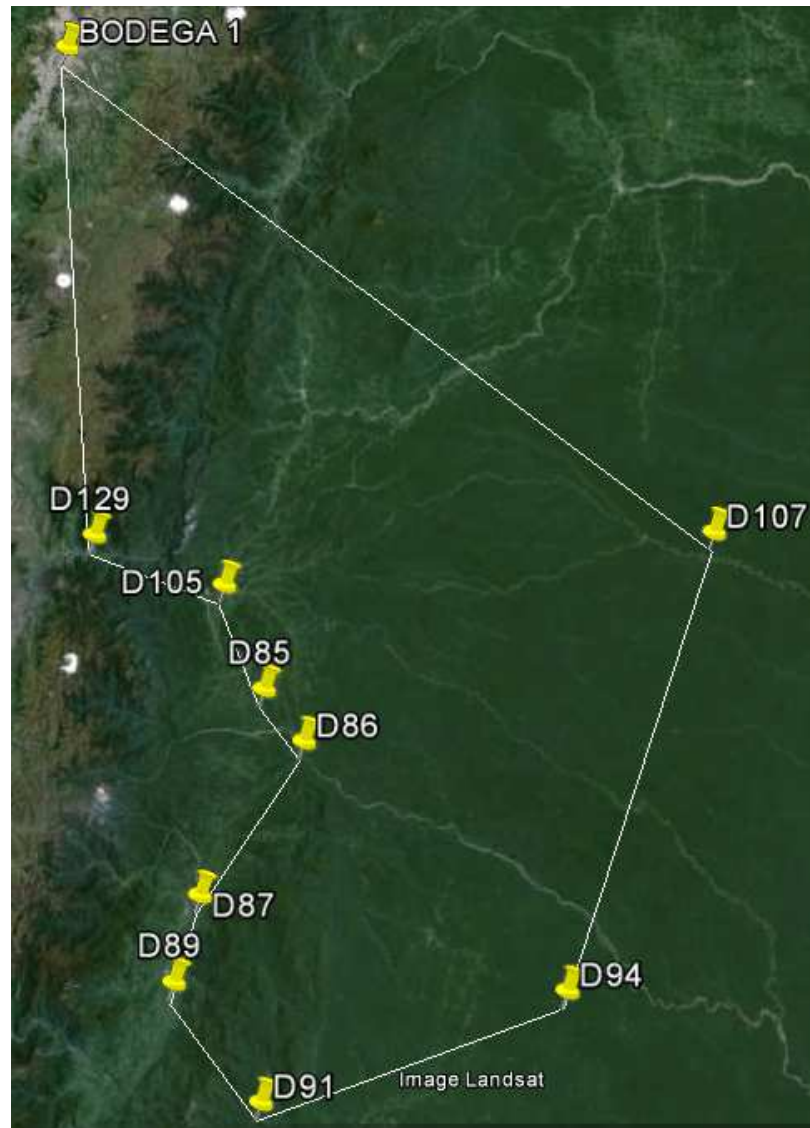
ANEXO 16: Representación Ruta 8 de la Zona 1



ANEXO 17: Representación Ruta 9 de la Zona 1



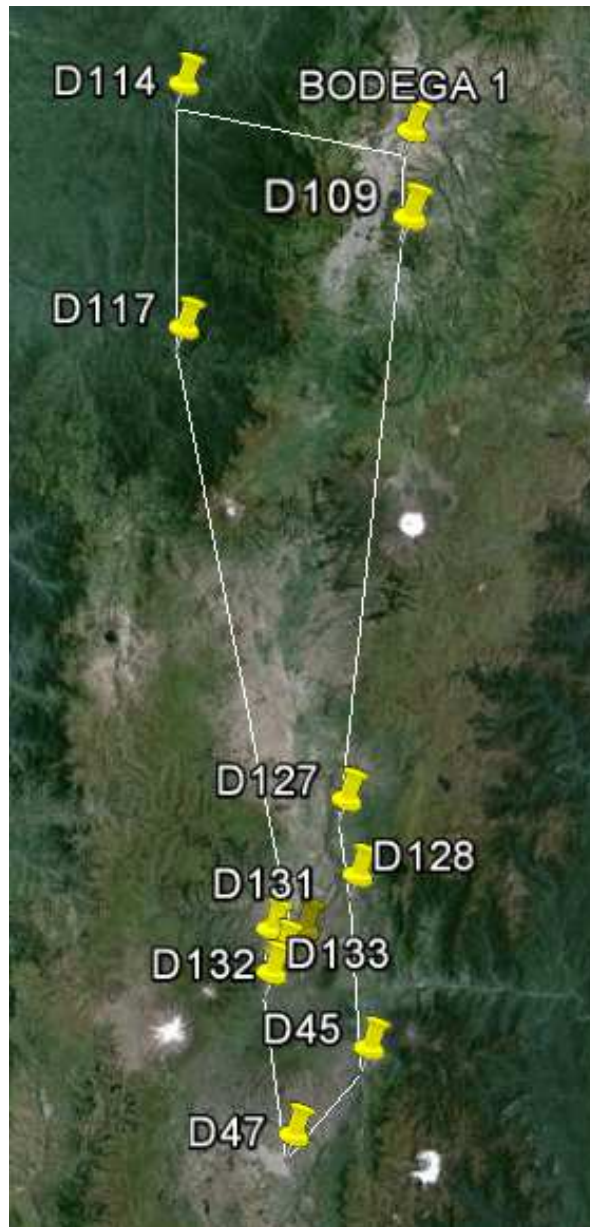
ANEXO 18: Representación Ruta 10 de la Zona 1



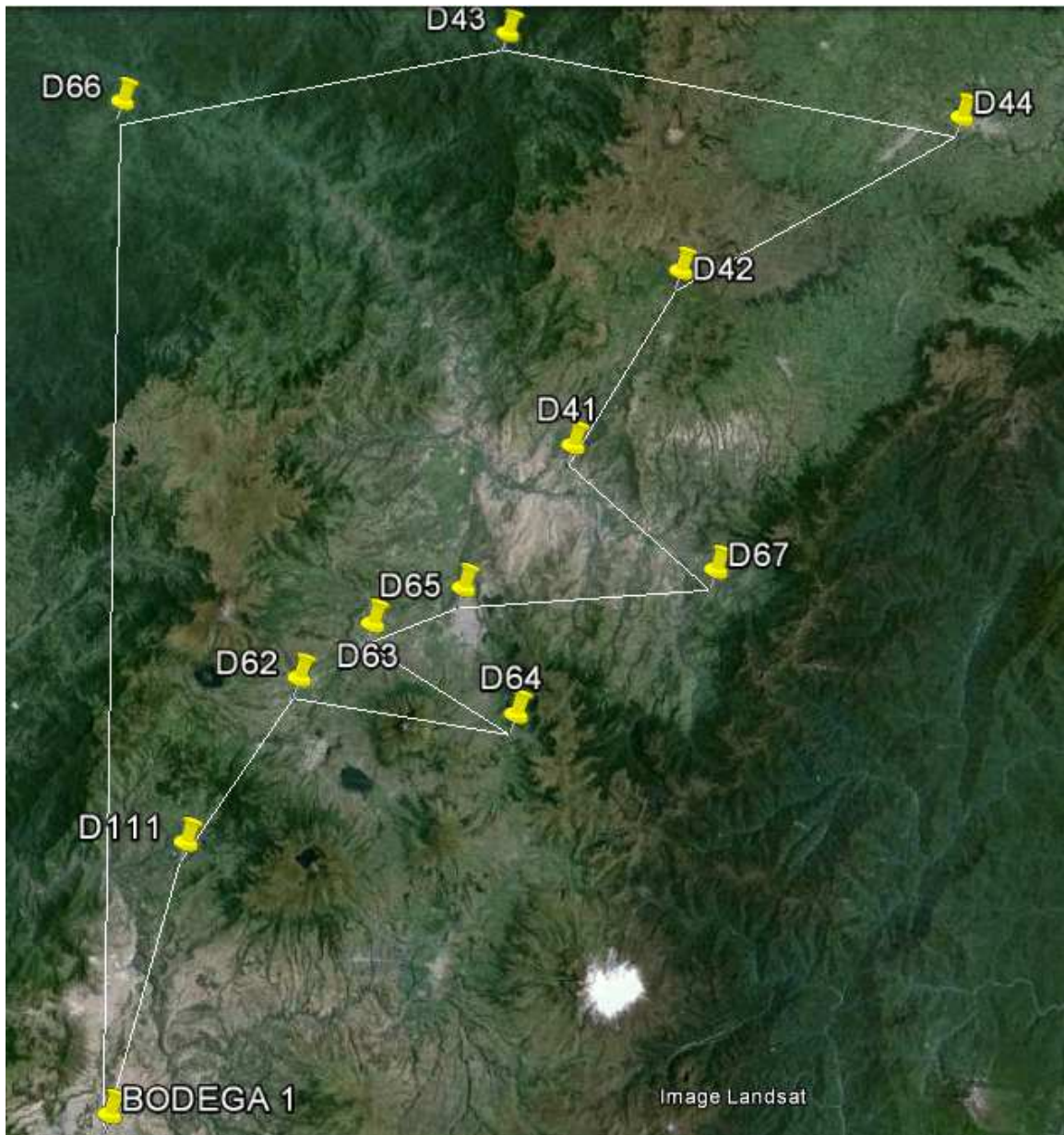
ANEXO 19: Representación Ruta 11 de la Zona 1



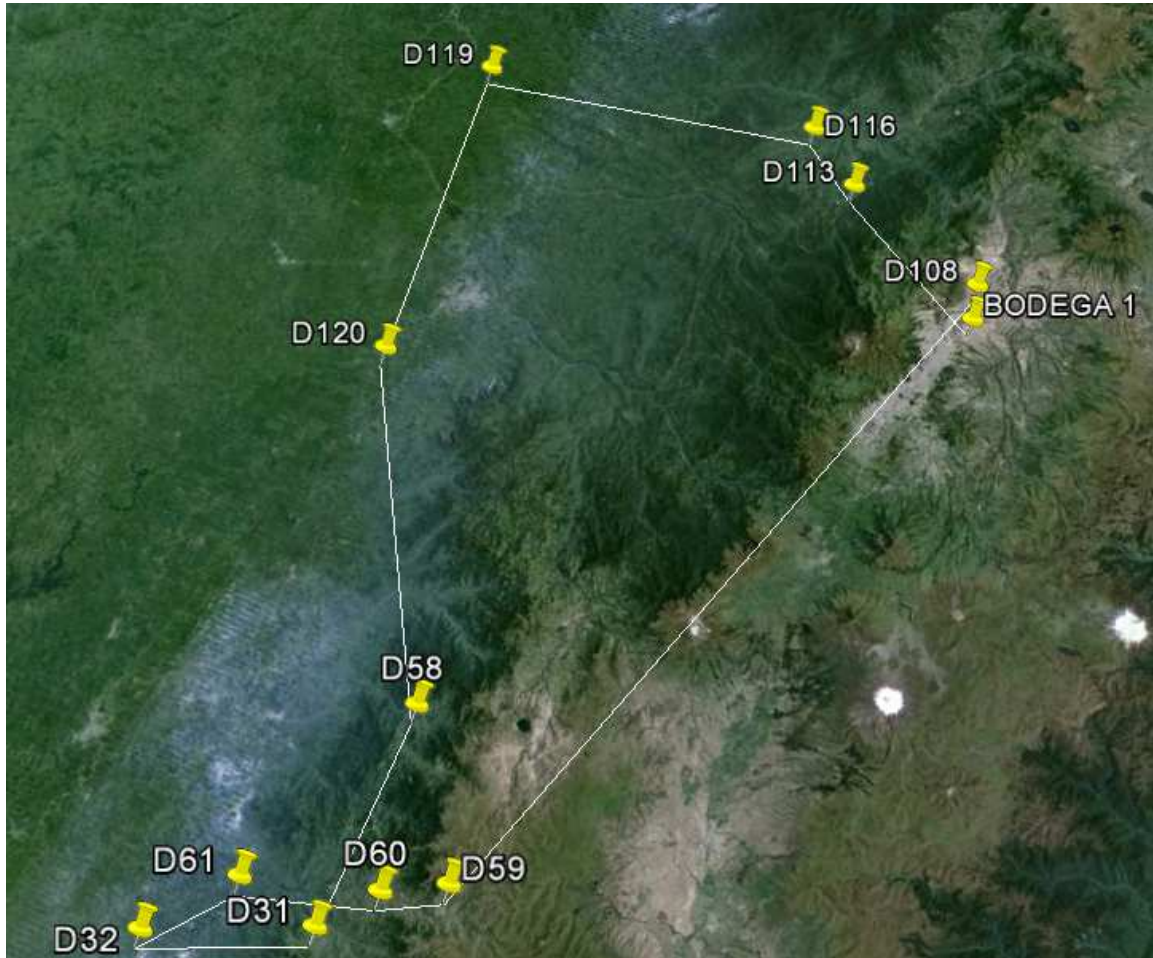
ANEXO 20: Representación Ruta 12 de la Zona 1



ANEXO 21: Representación Ruta 13 de la Zona 1



ANEXO 22: Representación Ruta 14 de la Zona 1



ANEXO 23: Representación Ruta 15 de la Zona 1



ANEXO 24: Representación Ruta 16 de la Zona 1



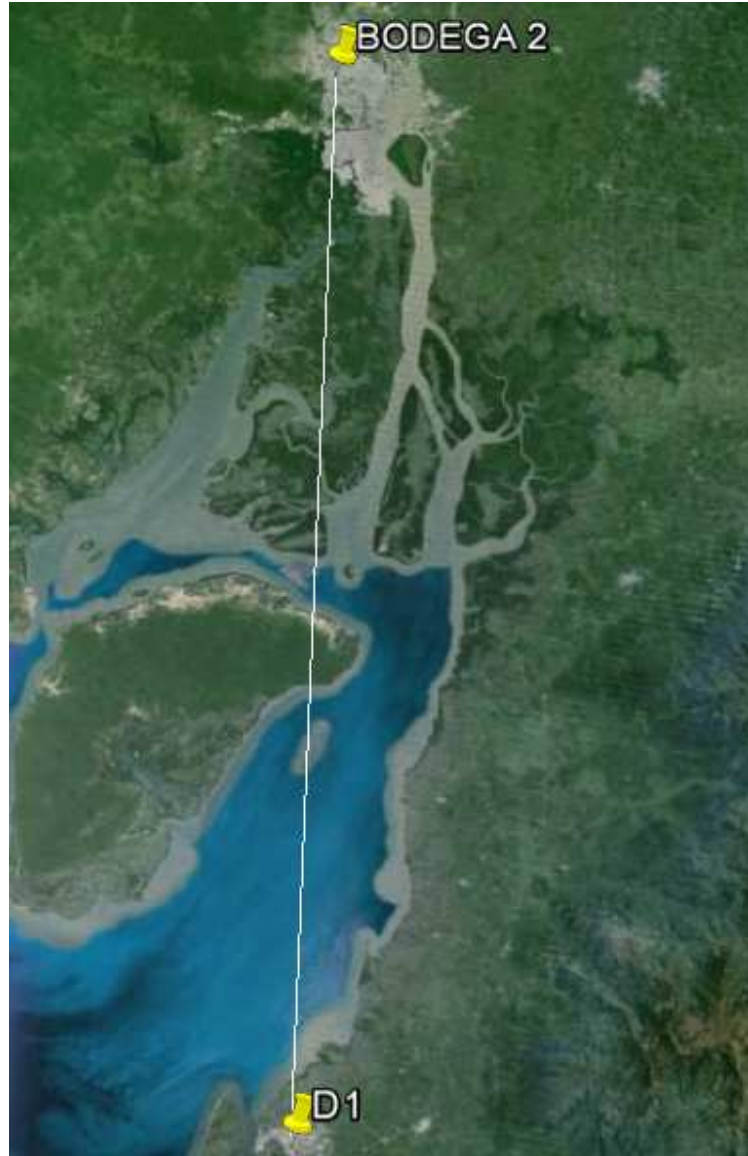
ANEXO 25: Representación Ruta 17 de la Zona 1



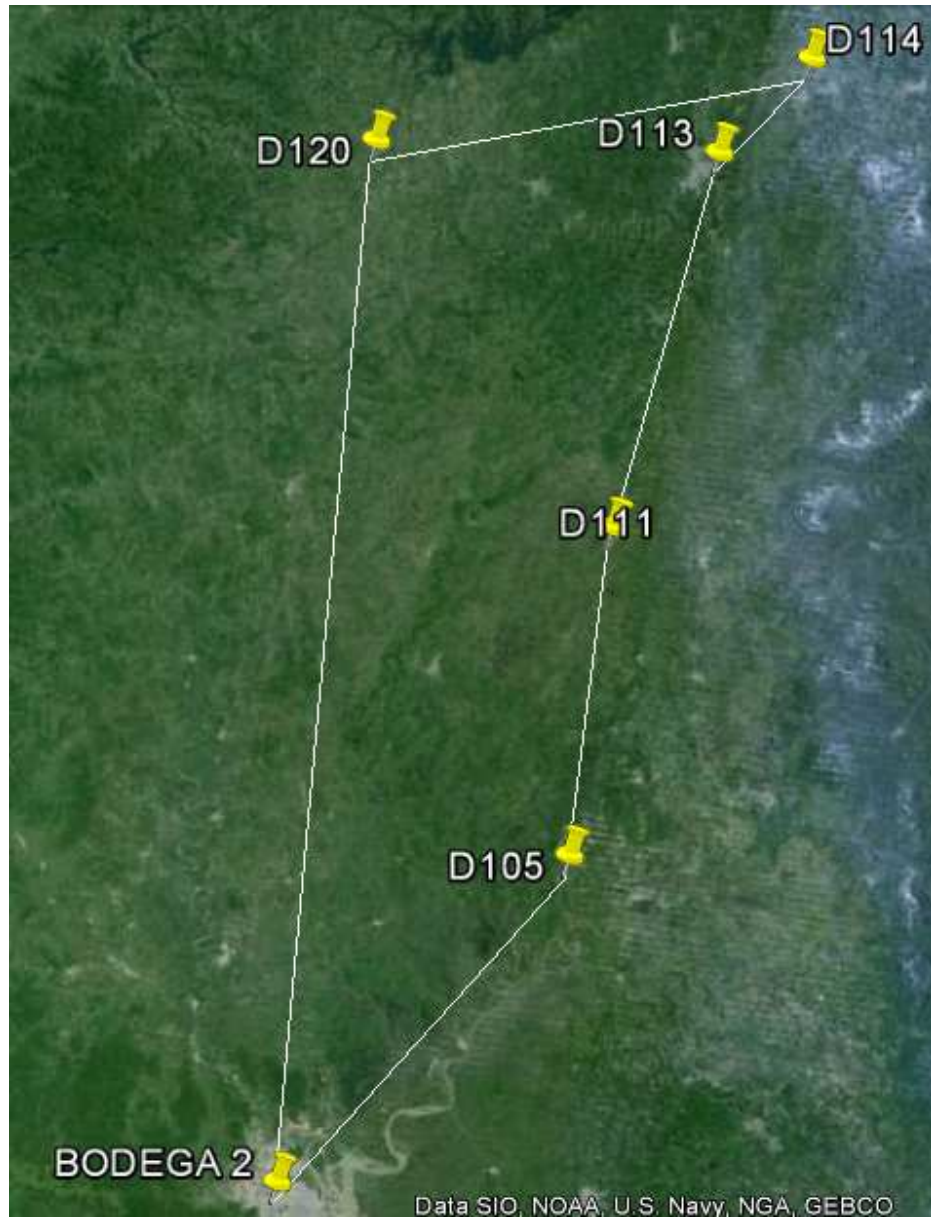
ANEXO 26: Representación Conjunto de Rutas Zona 1



ANEXO 27: Representación Ruta 1 de la Zona 2



ANEXO 28: Representación Ruta 2 de la Zona 2



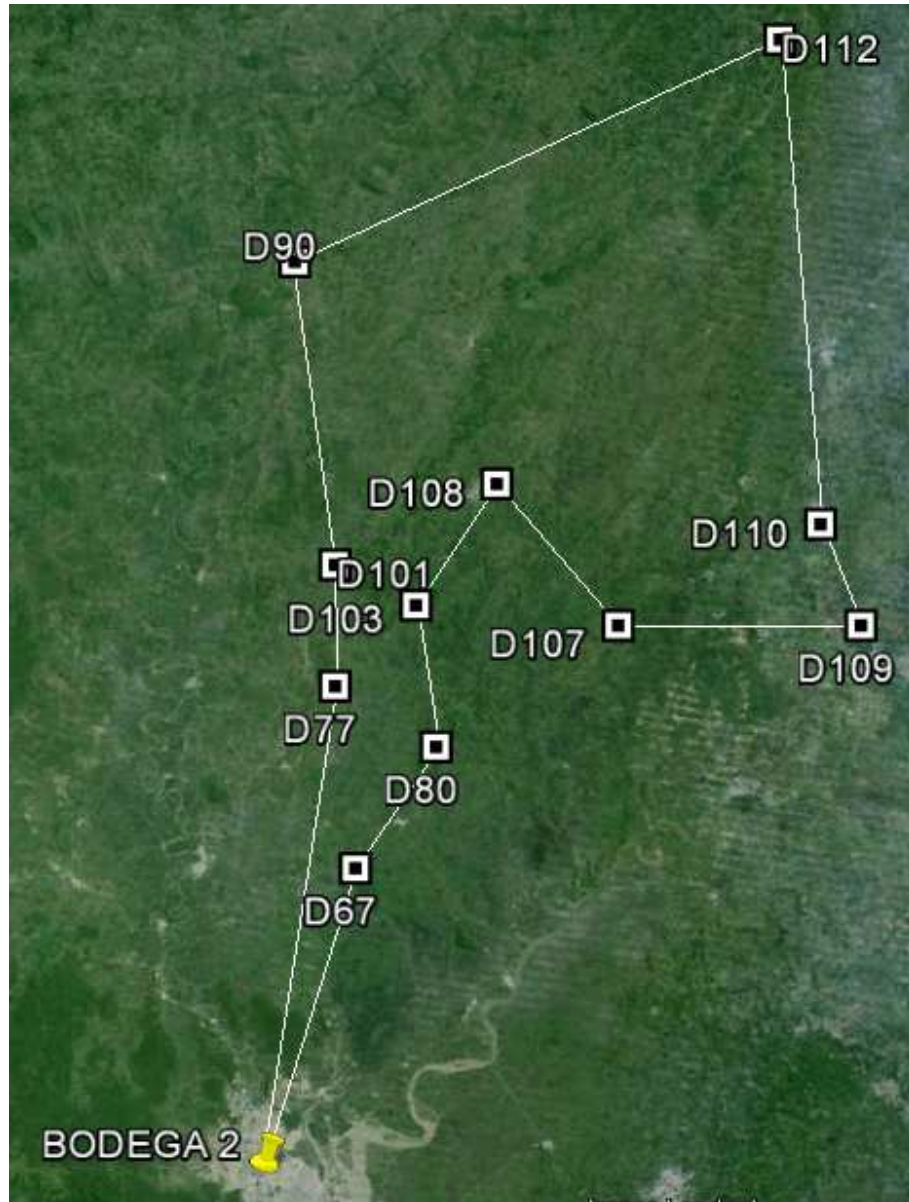
ANEXO 29: Representación Ruta 3 de la Zona 2



ANEXO 30: Representación Ruta 4 de la Zona 2



ANEXO 31: Representación Ruta 5 de la Zona 2



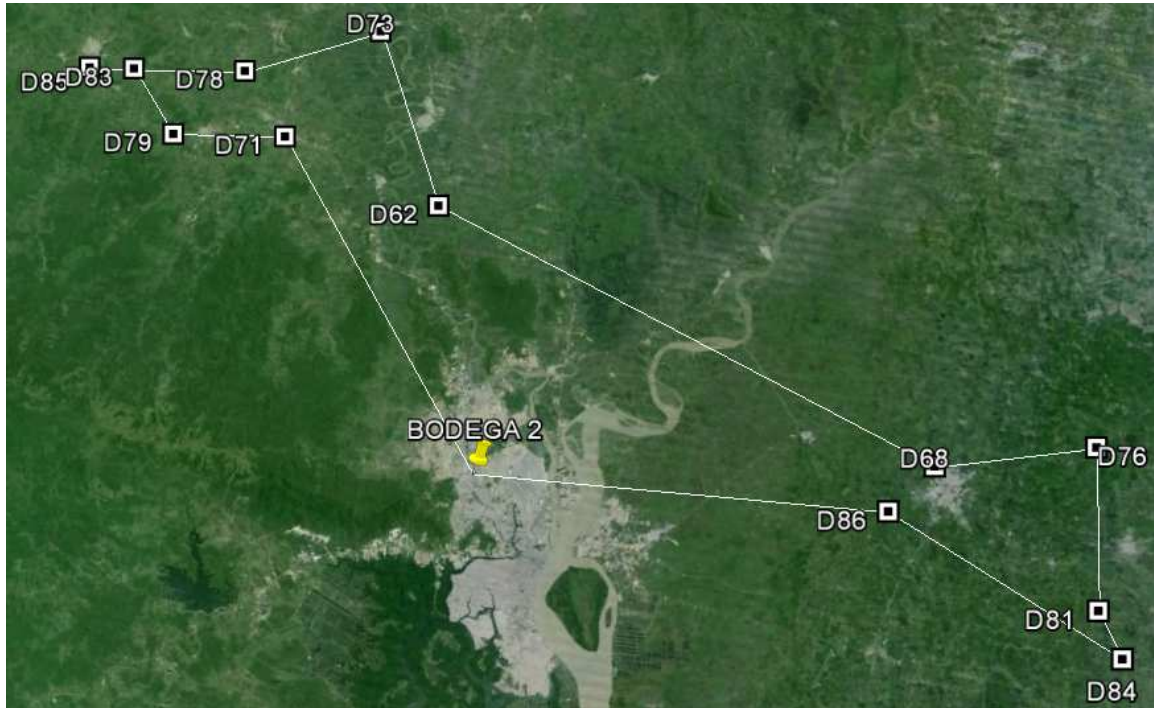
ANEXO 32: Representación Ruta 6 de la Zona 2



ANEXO 33: Representación Ruta 7 de la Zona 2



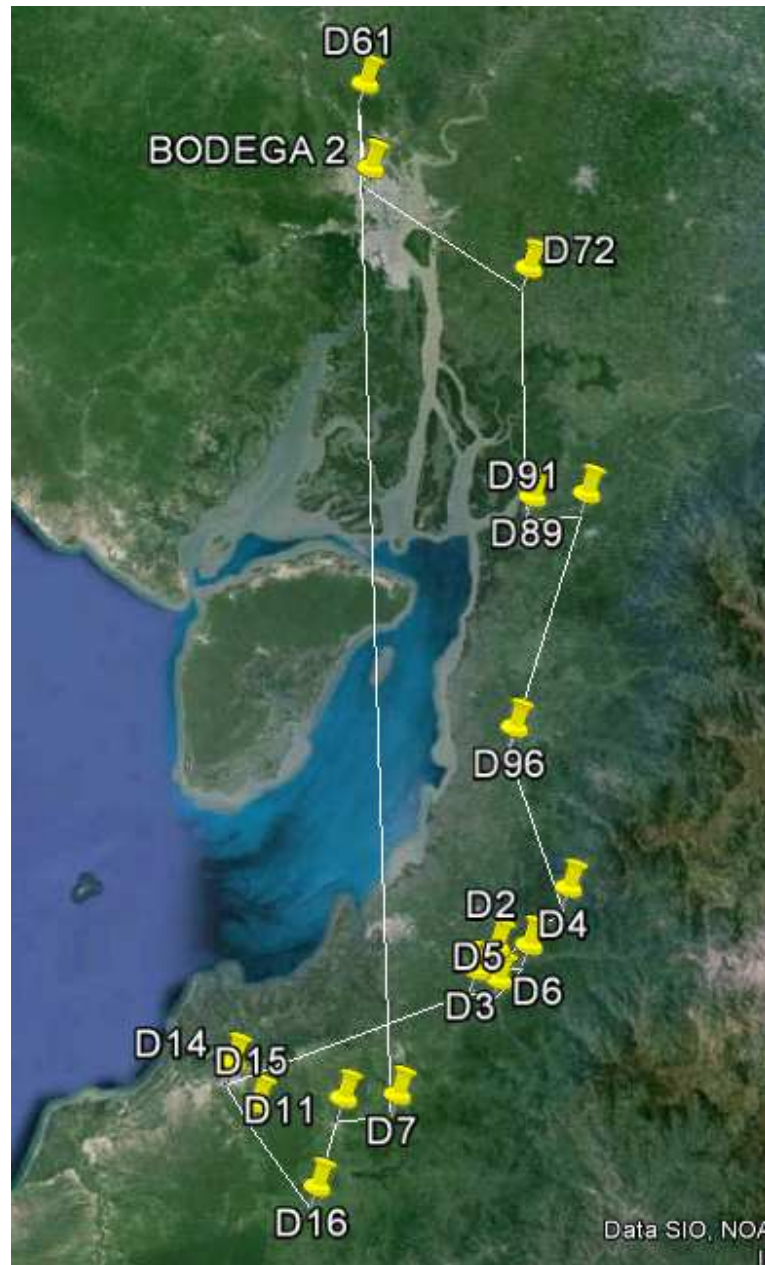
ANEXO 34: Representación Ruta 8 de la Zona 2



ANEXO 35: Representación Ruta 9 de la Zona 2



ANEXO 36: Representación Ruta 10 de la Zona 2



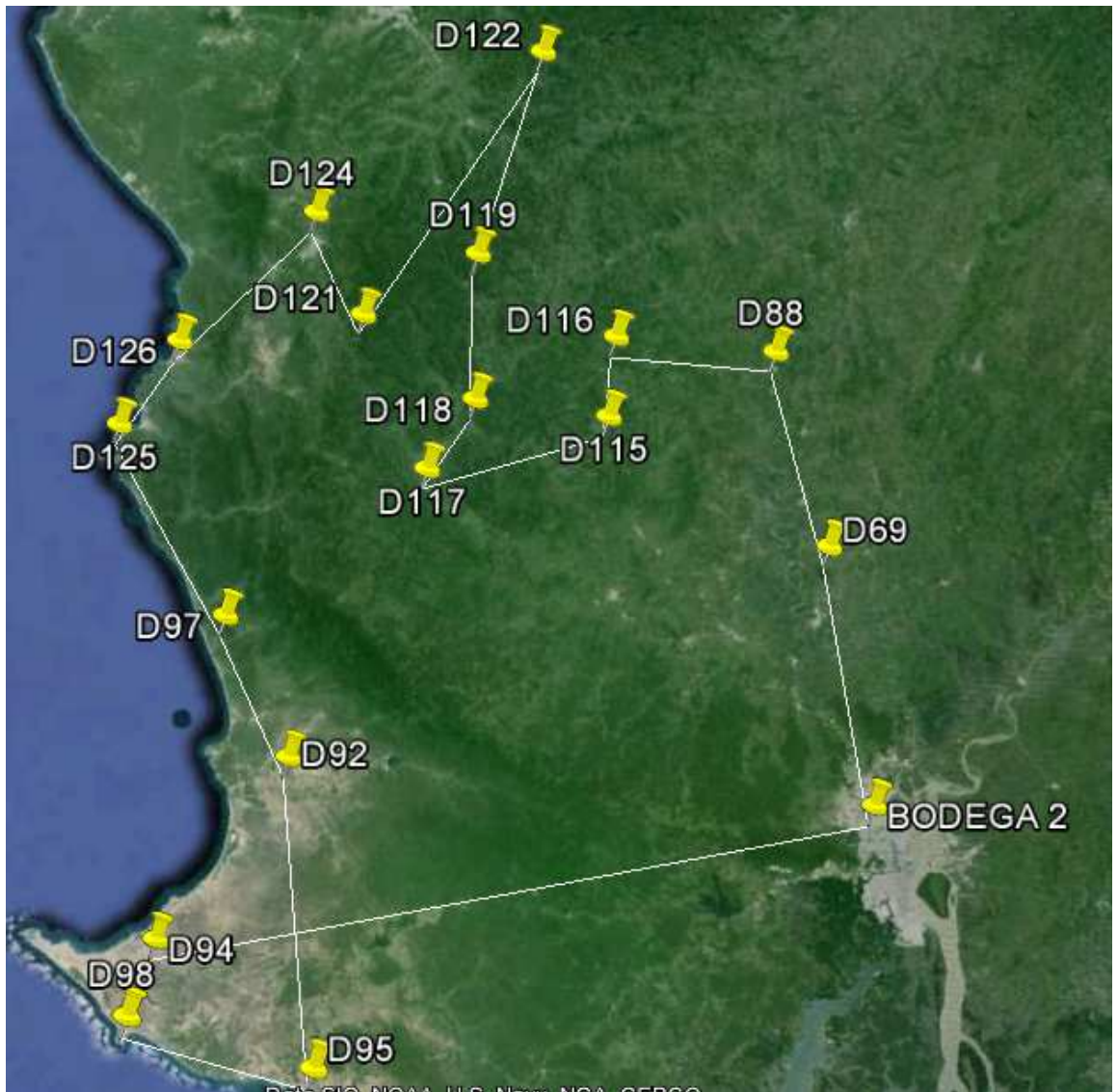
ANEXO 37: Representación Ruta 11 de la Zona 2



ANEXO 38: Representación Ruta 12 de la Zona 2



ANEXO 39: Representación Ruta 13 de la Zona 2



ANEXO 40: Representación Conjunto de Rutas Zona 2



Bibliografía

Clarke, G., & Wright, J. W. (1964). *Scheduling of vehicles from a central depot to a number of delivery points*. Operations Research.

Clarke, G., & Wright, W. (1964). *Scheduling of vehicles from a central depot to a number of delivery points*. Operations Research.

Dantzig, G., Ramser, J., & Johnson, S. (1964). *Solution of a large scale traveling salesman problem*. Operations Research.

Díaz, B. (1996). *Optimización heurística y redes neuronales en dirección de operaciones e ingeniería*. Madrid: Paraninfo.

Miller, C. (1960). *Integer programming formulation of traveling salesman problems*. Journal of the ACM.

Olivera, A. (2004). *Heurísticas para problemas de Ruteo de Vehículos*. Montevideo: Instituto de Computación.