

ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL



**FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE FÍSICA**

EXAMEN COMPLEXIVO

PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE:

“MAGÍSTER EN ENSEÑANZA DE LA FÍSICA”

TEMA

**PREDICCIÓN DEL RENDIMIENTO ACADÉMICO DE LOS ESTUDIANTES DE FÍSICA A
TRAVÉS DE LAS REDES BAYESIANAS EN LA UNIDAD DE CANTIDAD DE MOVIMIENTO
LINEAL**

AUTOR

MIGUEL EDUARDO LÓPEZ BALANZÁTEGUI

Guayaquil - Ecuador

AÑO

2015

DEDICATORIA

A mis padres Lady y Angel, a mi esposa Martha y a mi hijo Joshenco

AGRADECIMIENTO

Agradezco a Dios por darme la vida y la salud, a mi familia por darme las fuerzas y el empuje necesario siendo los más sacrificados, a los maestros por su dedicación y enseñanza, a mis amigos de aula de los cuales aprendí mucho y a cada una de las personas que hicieron posible que este trabajo se realizara.

DECLARACIÓN EXPRESA

La responsabilidad del contenido de este Proyecto de Grado, me corresponde exclusivamente; el patrimonio intelectual de la misma a la **Facultad de Ciencias Naturales y Matemáticas, de la Escuela Superior Politécnica del Litoral.**

MIGUEL EDUARDO LÓPEZ BALANZÁTEGUI

TRIBUNAL DE GRADUACIÓN

Francisco Vera Alcívar, Ph.D.
PRESIDENTE DEL TRIBUNAL

Bolívar Flores Nicolalde, Mg.
DIRECTOR DEL EXAMEN COMPLEXIVO

Francisca Flores Nicolalde, Mg.
VOCAL DEL TRIBUNAL

AUTOR

MIGUEL EDUARDO LÓPEZ BALANZÁTEGUI

ÍNDICE GENERAL

	Pág.
CAPÍTULO I	1
PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	1
1.1 INTRODUCCIÓN	1
1.2 DECLARACIÓN DEL PROBLEMA	2
1.3 PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN	2
1.4 OBJETIVOS	2
1.4.1 Objetivos Generales	2
1.4.2 Objetivos específicos	3
1.5 JUSTIFICACIÓN DEL PROBLEMA	3
CAPÍTULO II	4
REVISIÓN DE LA LITERATURA	4
2.1 INTELIGENCIA ARTIFICIAL	4
2.2 ANÁLISIS INSTRUCCIONAL	4
2.3 REDES BAYESIANAS	6
2.3.1 Definición formal de red bayesiana	11
2.3.2 Definiciones previas	11
2.4 MODELADO CON REDES BAYESIANAS	13
2.4.1 Identificación de las variables	13
2.5 APLICACIÓN DE LAS REDES BAYESIANAS EN LA EDUCACIÓN	17
2.6 CANTIDAD DE MOVIMIENTO LINEAL	17
2.6.1 Variación en la cantidad de movimiento	18
2.6.2 Conservación de la cantidad de movimiento	18
2.7 RENDIMIENTO ACADÉMICO	19
CAPÍTULO III	22
METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN	22

3.1 METODOLOGÍA	22
3.2 SUJETOS.....	22
3.3 TAREAS INSTRUCCIONALES Y MATERIALES.....	23
3.4 PROCEDIMIENTOS.....	23
CAPÍTULO IV	25
ANÁLISIS DE DATOS Y RESULTADOS.....	25
4.1 ANÁLISIS DE DATOS Y CÁLCULOS	25
4.2 CÁLCULOS, RESULTADOS Y CREACIÓN DE REDES BAYESIANAS UTILIZANDO EL SOFTWARE “ELVIRA”	27
CAPÍTULO V.....	51
CONCLUSIÓN Y RECOMENDACIONES	51
5.1 CONCLUSIÓN Y RECOMENDACIONES.....	51
BIBLIOGRAFÍA	54
ANEXOS	56

ÍNDICE DE GRÁFICOS

GRAFICO 1. Hoja de excel para la evaluación de los datos.....	25
GRAFICO 2. Red bayesiana 1 – primera evaluación.....	27
GRAFICO 3. Probabilidad a priori de red bayesiana 1, calculado por programa Elvira	28
GRAFICO 4. Probabilidad a posteriori de red bayesiana 1, calculado por programa Elvira.....	29
GRAFICO 5. Red bayesiana 1 – segunda evaluación.....	31
GRAFICO 6. Probabilidad a priori de red bayesiana 2.....	31
GRAFICO 7. Probabilidad a posteriori – segunda evaluación.....	32
GRAFICO 8. Red bayesiana 3	33
GRAFICO 9. Probabilidad a priori – red bayesiana 3.....	34
GRAFICO 10. Probabilidad a posteriori – red bayesiana 3	34
GRAFICO 11. Red bayesiana 4	35
GRAFICO 12. Red bayesiana 4 – probabilidades a priori	37
GRAFICO 13. Red bayesiana 4 - Probabilidades a posteriori, con evidencia de haber aprobado la materia.....	38
GRAFICO 14. Red bayesiana 4- probabilidades a posteriori, con evidencia de no haber pasado la materia	38
GRAFICO 15. Red bayesiana 5 – relaciona los grupos clasificados de acuerdo al desempeño	40
GRAFICO 16. Red bayesiana 5 – probabilidades a priori	40
GRAFICO 17. Red bayesiana 5 – probabilidades a posteriori, evidencia h bajo	41
GRAFICO 18. Red bayesiana 5 – probabilidades a posteriori, evidencia h medio	41
GRAFICO 19. Red bayesiana 5 – probabilidades a posteriori, evidencia h alto	42
GRAFICO 20. Red bayesiana 6 – relaciona los grupos con la variable A, "aprueba la materia"	42
GRAFICO 21. Red bayesiana 6 – probabilidades a priori	44
GRAFICO 22. Red bayesiana 6 – probabilidades a posteriori, evidencia que aprueba	44
GRAFICO 23. Red bayesiana 6 – probabilidades a posteriori, evidencia que no aprueba	45

GRAFICO 24. Red bayesiana 7 – relaciona los grupos G con la variable M.....	47
GRAFICO 25. Red bayesiana 7 – probabilidades a priori de variable M.....	47
GRAFICO 26. Red bayesiana 7 – probabilidades a posteriores con $p(+m) = 1$	48
GRAFICO 27. Red bayesiana 7 – probabilidades a posteriores con $p(-m) = 1$	48
GRAFICO 28. Red bayesiana 8 – relaciona el grupo H con la variable M	49
GRAFICO 29. Red bayesiana 8 – probabilidades a priori de variable M.....	49
GRAFICO 30. Red bayesiana 8 – probabilidades a posteriores con $p(+m) = 1$	50
GRAFICO 31. Red bayesiana 8 – probabilidad a posteriores con $p(-m) = 1$	50

ÍNDICE DE FIGURAS

FIGURA 1. Red Bayesiana simple	8
FIGURA 2. Red Bayesiana completa (con probabilidades)	8
FIGURA 3. Arco dirigido (flecha)	11
FIGURA 4. Grafo dirigido.....	12
FIGURA 5. Camino dirigido	12
FIGURA 6. Ciclo	12
FIGURA 7. Gráfico acíclico.....	12

CAPÍTULO I

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1 INTRODUCCIÓN

La educación en nuestro país presenta algunos problemas a nivel de instrucción secundaria y superior en lo que respecta a los conocimientos iniciales que se van concatenando a los conocimientos posteriores. La Física es una ciencia de carácter jerárquico en donde los estudiantes necesitan ir formando los conocimientos progresivamente, y los maestros necesitan que sus alumnos dominen un tema para poder impartir uno nuevo, teniendo en cuenta los conceptos previos y la falta de estrategias en la resolución de problemas. Estos conocimientos concatenados, son los que nos permitieron inferir resultados del rendimiento de los estudiantes, utilizando la probabilidad estadística de Bayes.

Este trabajo está dirigido a los maestros de nuestro país o de cualquier lugar del mundo, en donde las condiciones y las realidades en temas de la educación impliquen adquirir información sobre la jerarquía de los conocimientos y el uso de las probabilidades de Bayes. Estos resultados pueden ser utilizados para retroalimentación de los maestros y para mejorar el desempeño en forma individual y grupal de los estudiantes.

En la evaluación convencional los maestros realizan inferencias sobre el rendimiento de todo un curso. Este problema podría solucionarse a través de la aplicación de las Redes Bayesianas, que permiten analizar a los estudiantes en forma individual e inferir acerca de grupos de individuos [1].

Russell Almond y Valeria Shute (2008), en su trabajo *Bayesian Networks: A teacher's view*, describen:

“Los profesores programan basados en Redes Bayesianas la estimación de habilidades de un aula llena de estudiantes, que se enfrentan a un problema diferente de un tutor mirando a un estudiante a la vez. Afortunadamente, estimaciones de habilidades individuales pueden ser agregadas en el aula y otras estimaciones de grupo a través de sumas y promedios”.

1.2 DECLARACIÓN DEL PROBLEMA

El propósito de este estudio fue realizar una investigación de probabilidades estadísticas con Redes Bayesianas basados en los resultados de evaluaciones realizadas y en la premisa que la Física es un estudio jerárquico en el cual se debe seguir una secuencia lógica para lograr el aprendizaje de temas específicos, y así poder inferir resultados del rendimiento de los estudiantes. Este estudio fue realizado a un grupo de estudiantes de Física en la unidad de Cantidad de Movimiento Lineal, en una Institución de educación superior ecuatoriana.

1.3 PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN

Las preguntas de investigación planteadas en este trabajo son: ¿Cómo predecir si los resultados posteriores de los estudiantes serán mejores que los actuales?, ¿cuántos estudiantes alcanzarán sus objetivos y cuántos no lo lograrán?, ¿podré clasificar a los alumnos en grupos de estudio, teniendo en cuenta el resultado actual y así poder mejorar su rendimiento futuro?, ¿podré determinar con las primeras evaluaciones si el estudiante tendrá éxito o fracaso en la materia?, ¿habrá cómo predecir si el conocimiento teórico de los estudiantes es suficiente como para aprobar la materia y si lo hace, saber cómo y con cuanto aportó?.

1.4 OBJETIVOS

1.4.1 Objetivos Generales

Predecir el rendimiento académico de los estudiantes de primer año de ingeniería, en función de los resultados de las evaluaciones en la disciplina de Física.

1.4.2 Objetivos específicos

1. Realizar inferencias sobre el rendimiento de los estudiantes, basadas en los resultados de las evaluaciones.
2. El contenido de esta investigación pueda ser utilizada como información o herramienta, para que los maestros la implementen en sus cursos y la utilicen como retroalimentación para mejorar el rendimiento de sus estudiantes.
3. Diseñar el mapa de objetivos de la unidad sobre la que se realiza la investigación.
4. Realizar algunos modelos de Redes Bayesianas con la información obtenida de las evaluaciones del curso y realizar los cálculos de probabilidades a priori y posteriori.
5. Realizar Redes Bayesianas, su información, las inferencias y las probabilidades a priori y posteriori con cálculos manuales y con cualquiera de los programas que están a disposición en la web.

1.5 JUSTIFICACIÓN DEL PROBLEMA

Las ciencias jerárquicas como la Física pueden ser dirigidas por los maestros utilizando las Redes Bayesianas, ya que con esta herramienta se puede clasificar a los estudiantes de acuerdo a sus capacidades, habilidades y desempeños; así como inferir resultados futuros y utilizar estas inferencias como retroalimentación para mejorar el rendimiento individual y colectivo de los estudiantes.

CAPÍTULO II

REVISIÓN DE LA LITERATURA

2.1 INTELIGENCIA ARTIFICIAL

La Inteligencia Artificial ha sido muy importante como fuente inagotable de técnicas, métodos, modelos y algoritmos, tanto para el análisis de datos, como para el modelado y simulación de sistemas. Técnicas tales como redes neuronales artificiales, algoritmos evolutivos, autómatas celulares, Redes Bayesianas y modelos ocultos de Markov, resultan ser enfoques ideales para dominios que se caracterizan por una explosión de datos y muy poca teoría, como es el caso de las Redes Bayesianas [2].

La estructura de una Red Bayesiana puede resultar ser un problema de optimización combinatoria, ya que consiste en encontrar la mejor red de todas las posibles, en un espacio en el que intervienen N atributos para identificar los objetos del dominio de aplicación.

2.2 ANÁLISIS INSTRUCCIONAL

El análisis instruccional sirve para producir material educativo que sea pedagógico y que utilice las teorías de aprendizajes, lo que servirá y estará orientado a las exigencias y necesidades del alumnado actual, asegurándose así la calidad del aprendizaje y el mayor rendimiento académico. El diseño instruccional proporciona un marco de referencia para la planeación, desarrollo y adaptación de la instrucción, sustentado en las necesidades de los estudiantes y en los requerimientos del contenido [3]. Es decir, se hace un completo análisis de las necesidades y metas educativas a cumplir y posteriormente se diseña e implementa un mecanismo que permita alcanzar esos objetivos. Así, este proceso involucra el desarrollo de materiales y actividades instruccionales, y luego las pruebas y evaluaciones de las actividades del alumno. Los cinco pasos son: Análisis, Diseño, Desarrollo, Implementación, y Evaluación de los materiales de aprendizaje y las actividades [4]. Cada componente de la instrucción es gobernado por resultados de aprendizaje, los cuales han sido determinados después de

pasar por un análisis de las necesidades del estudiante. Estas fases algunas veces se traslapan y pueden estar interrelacionadas. Por lo tanto, proveen una guía dinámica y flexible para el desarrollo efectivo y eficiente de la instrucción. El modelo genérico de Diseño Instruccional es lo suficientemente flexible para permitir la modificación y elaboración basada en las necesidades de la situación Instruccional.

- Análisis

La fase de Análisis es la base para el resto de las fases de diseño instruccional. Durante esta fase se debe definir el problema, identificar el origen del problema y determinar las posibles soluciones. La fase puede incluir técnicas de investigación específicas tales como análisis de necesidades, análisis de trabajos y análisis de tareas. Los resultados de esta fase a menudo incluyen las metas educativas y una lista de tareas a realizar. Estos resultados (salidas) serán las entradas para la fase de diseño.

- Diseño

La fase de Diseño implica la utilización de los resultados de la fase de Análisis para planear una estrategia para el desarrollo de la instrucción [5]. Durante esta fase, se debe delinear cómo alcanzar las metas educativas determinadas durante la fase de Análisis y ampliar los fundamentos educativos. Algunos de los elementos de la fase de diseño pueden incluir escribir una descripción de la población meta, conducir el análisis de aprendizaje, escribir los objetivos y temas a evaluar, selección del sistema de entrega y ordenar la instrucción. Los resultados (salidas) de la fase de diseño serán las entradas de la fase de desarrollo.

- Desarrollo

La fase de desarrollo se estructura sobre las bases de las fases de Análisis y Diseño. El propósito de esta fase es generar los planes de las lecciones y los materiales de las mismas. Durante esta fase se desarrollará la instrucción, todos los medios que serán usados en la instrucción y cualquier documento de apoyo. Esto puede incluir hardware

(equipo de simulación) y software (instrucción basada en la computadora).

- **Implementación**

La fase de Implementación se refiere a la entrega real de la instrucción, ya sea basado en el salón de clases, basado en laboratorios o basado en computadora. El propósito de esta fase es la entrega eficaz y eficiente de la instrucción. Esta fase debe promover la comprensión del material por parte de los estudiantes, apoyar el dominio de objetivos por parte de los estudiantes y asegurar la transferencia del conocimiento de los estudiantes del contexto educativo al trabajo.

- **Evaluación**

Esta fase mide la eficacia y eficiencia de la instrucción. La evaluación debe estar presente durante todo proceso de diseño instruccional: dentro de las fases, entre las fases, y después de la implementación. La evaluación puede ser formativa o sumativa [6].

1. **Evaluación Formativa** se realiza durante y entre las fases. El propósito de este tipo de evaluación es mejorar la instrucción antes de implementar la versión final.
2. **Evaluación Sumativa** usualmente ocurre después de que la versión final es implementada. Este tipo de evaluación determina la eficacia total de la instrucción. La información de la evaluación sumativa es a menudo usada para tomar decisiones acerca de la instrucción, como comprar un paquete educativo o continuar con la instrucción.

2.3 REDES BAYESIANAS

El origen del concepto de la obtención de probabilidades “a posteriori” con información limitada se le atribuye al reverendo Thomas Bayes (1702-1761). Él estudió el problema de la determinación de la probabilidad de las causas a través de los efectos observados.

Actualmente, basándose en su obra, “Essay Towards Solving a Problem in the Doctrine of Chances”, en donde se trata el problema de las causas a través de los efectos observados, se demuestra el uso de las probabilidades a priori y a posteriori. En este trabajo también se enuncia el Teorema que lleva su nombre (Teorema de Bayes). El trabajo fue entregado a la Royal Society por Richard Price y es la base de la inferencia bayesiana.

La fórmula básica para la probabilidad condicional en circunstancias de dependencia se conoce como Teorema de Bayes.

$$P(B/A) = P(A/B) \cdot P(B) / P(A)$$

El teorema de Bayes ofrece un método estadístico poderoso para evaluar nueva información y estimaciones anteriores y la probabilidad de que las cosas se encuentran en un estado o en otro [7]. Antes de presentar formalmente la teoría matemática de las redes bayesianas, explicaremos mediante un ejemplo sencillo el significado intuitivo de los conceptos que después introduciremos.

En una red bayesiana, cada nodo corresponde a una variable, que a su vez representa una entidad del mundo real. Por tanto, de aquí en adelante hablaremos indistintamente de nodos y variables, y los denotaremos con letras mayúsculas, como X. Utilizaremos la misma letra en minúscula x, para referirnos a un valor cualquiera de la variable X. Los arcos que unen los nodos indican relaciones de influencia causal.

Una Red Bayesiana está compuesta de variables independientes y variables dependientes; las independientes representan a los nodos que son “padres” y las dependientes representan a los nodos que son “hijos”.

Ejemplo 1. La red bayesiana más simple.

La red bayesiana no trivial más simple que podemos imaginar consta de dos variables, que llamaremos X e Y1, y un arco desde la primera hasta la segunda.

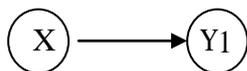


FIGURA 1. Red Bayesiana simple

Para concretar el ejemplo, supongamos que X representa el sida e Y1 representa el test de Elisa, que es la prueba más habitual para detectar la presencia de dicha enfermedad.

Cuando X sea una variable binaria, denotaremos por +x la presencia de aquello a lo que representa y por $\neg x$ a su ausencia. Así, por ejemplo en este caso +x significara “el paciente tiene sida” y $\neg x$ “el paciente no tiene sida; +y1 significará un resultado positivo del test de Elisa y $\neg y1$ un resultado negativo.

La información cuantitativa de una red bayesiana viene dada por:

- La probabilidad a priori de los nodos que no tienen padres.
- La probabilidad condicionada de los nodos con padres.

Por tanto, en nuestro ejemplo, los datos que debemos conocer son $P(x)$ y $P(y1/x)$.

Así, la red bayesiana completa sería:



FIGURA 2. Red Bayesiana completa (con probabilidades)

$$P(+x) = 0.005$$

$$P(+y1/+x) = 0.985$$

$$P(+y1/\neg x) = 0.0009$$

Veamos qué significado tienen en este caso estos valores:

$P(+x) = 0.005$ indica que, a priori, un 0.5% de la población padece de sida. En medicina, esto se conoce como prevalencia de la enfermedad.

$P(+y1/+x) = 0.985$ indica que cuando hay sida, el test de Elisa da positivo en el 98.5% de los casos. Esto se conoce como sensibilidad del test.

$P(+y1/\neg x) = 0.0009$ indica que, cuando no hay sida, el test de Elisa da positivo en el 0.09% de los casos, y negativo en el 99.91%. A esta segunda probabilidad se la llama especificidad del test.

En medicina siempre se buscan las pruebas con mayor grado de sensibilidad y especificidad.

Alternativamente, se habla también de las tasas de falsos positivos (probabilidad de que el test de positivo si la persona no está enferma) y tasas de falsos negativos (probabilidad de test negativo cuando la persona está enferma).

Conociendo estos datos, podemos calcular:

a) La probabilidad a priori de $Y1$,

$$P(+y1) = P(+y1/+x) P(+x) + P(+y1/\neg x) P(\neg x) = 0.00582$$

$$P(\neg y1) = P(\neg y1/+x) P(+x) + P(\neg y1/\neg x) P(\neg x) = 0.99423$$

b) Las probabilidades a posteriori dada una evidencia observada e, $P^*(x) = P(x/e)$.

Supongamos que el test de Elisa ha dado positivo. ¿Qué probabilidad hay ahora de que la persona padezca la enfermedad? Si la prueba tuviese fiabilidad absoluta, esta probabilidad sería del 100%. Pero como existe la posibilidad de que haya habido un falso positivo, buscamos $P^*(+x) = P(+x/+y1)$. Para calcularla, podemos aplicar el teorema de Bayes:

$$P^*(+x) = P(+x/+y1) = \frac{P(+x) P(+Y1/+X)}{P(+Y1)} = \frac{(0.005).(0.985)}{0.00582} = 0.8462$$

Es decir, de acuerdo con el resultado de la prueba, hay un 84,62% de probabilidad de que el paciente tenga sida.

De la misma forma podríamos calcular $P(\neg x)$:

$$P^*(+x) = P(\neg x/+y1) = \frac{P(\neg x) P(+y1/\neg X)}{P(+Y1)} = \frac{(0.995) (0.0009)}{0.00582} = 0.1539$$

Que, por supuesto, es la probabilidad complementaria.

La expresión general del teorema de Bayes que hemos utilizado es:

$$P^*(x) = P(x/y) = \frac{P(x) P(y/x)}{P(y)}$$

Podemos reescribirla como;

$$P^*(x) = \alpha P(x) \lambda(x)$$

$$\text{Donde } \alpha = [P(y)]^{-1} \text{ y } \lambda(x) = P(y/x).$$

Con la fórmula expresada de esta forma, queda claro que la probabilidad a posteriori de la variable X depende fundamentalmente de la probabilidad a priori de X (prevalencia de la enfermedad) y de la probabilidad condicionada de Y dado X

(sensibilidad y especificidad del test), puesto que α juega simplemente el papel de una constante de normalización.

Utilizando esta nueva expresión, podemos repetir los cálculos:

$$P^*(+x) = \alpha (0.005) \cdot (0.985) = 0.004925 \alpha.$$

$$P^*(\neg x) = \alpha (0.995) \cdot (0.0009) = 0.0008955 \alpha.$$

Y normalizando obtenemos el mismo resultado que antes.

Para el caso en que el test de Elisa diese negativo, la probabilidad a posteriori de padecer sida se calcula con un procedimiento totalmente análogo, según se puede detallar en ejemplos similares en los apuntes realizados por Díez Francisco [8].

2.3.1 Definición formal de red bayesiana

Antes de definir formalmente las Redes Bayesianas, vamos a definir algunos conceptos de teoría de grafos y teoría de la probabilidad.

2.3.2 Definiciones previas

1. **Arco.** Es un par ordenado (X, Y). Esta definición de arco corresponde a lo que en otros lugares se denomina arco dirigido. En la representación gráfica, un arco (X, Y) viene dado por una flecha desde X hasta Y.



FIGURA 3. Arco dirigido (flecha)

2. **Grafo dirigido.** Es un par $G = (N, A)$ donde N es un conjunto de nodos y un conjunto de arcos definidos sobre los nodos.

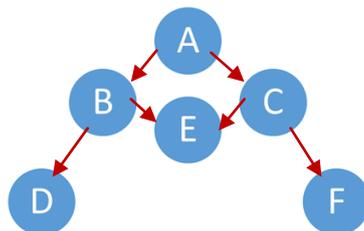


FIGURA 4. Grafo dirigido

3. **Camino dirigido.** Es una secuencia ordenada de nodos.



FIGURA 5. Camino dirigido

4. **Ciclo:** es un camino no dirigido que empieza y termina en el mismo nodo X.

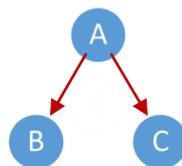


FIGURA 6. Ciclo

5. **Grafo acíclico:** es un grafo que no contiene ciclos.

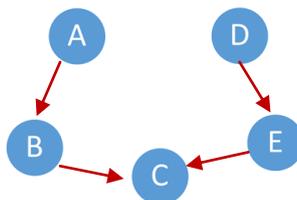


FIGURA 7. Gráfico acíclico

6. **Padre:** X es un padre de Y si y sólo si existe un arco $X \rightarrow Y$. Se dice también que Y es hijo de X.
7. **Antepasado o ascendiente:** X es un antepasado o ascendiente de Z si y sólo si existe un camino acíclico.

8. **Conjunto ancestral:** de un nodo X es un conjunto que contiene a X y a todos sus antepasados.

9. **Descendiente:** Z es un descendiente de X si y sólo si X es un antepasado de Z . Al conjunto de los descendientes de X lo denotaremos por $de(X)$.

10. **Variable proposicional:** es una variable aleatoria que toma un conjunto exhaustivo y excluyente de valores. La denotaremos con letras mayúsculas, por ejemplo X , y a un valor cualquiera de la variable con la misma letra en minúscula, x [9].

11. **Dos variables:** X e Y son independientes si se tiene que $P(X/Y) = P(X)$. De esta definición se tiene una caracterización de la independencia que se puede utilizar como definición alternativa: X e Y son independientes si y sólo si $P(X,Y) = P(X) \cdot P(Y)$.

12. **Dos variables:** X e Y son independientes dado una tercera variable Z si se tiene que $P(X/Y,Z) = P(X/Y)$. De esta definición se tiene una caracterización de la independencia que se puede utilizar como definición alternativa: X e Y son independientes dado Z si y sólo si $P(X,Y/Z) = P(X/Z) \cdot P(Y/Z)$. También se dice que Z separa condicionalmente a X e Y .

2.4 MODELADO CON REDES BAYESIANAS

Una vez que se ha definido las redes bayesianas, vamos a aprender a modelar problemas de la vida real utilizando este enfoque.

2.4.1 Identificación de las variables

En primer lugar, es importante estudiar el dominio para tener el grado máximo de conocimiento y comprensión sobre el problema que vamos a modelar [10]. En la

mayoría de los casos reales, esto nos obligará a contar con expertos en el área, que deberán estar suficientemente interesados y motivados para que la colaboración tenga buenos frutos.

Una vez que conocemos suficientemente el problema, el siguiente paso consiste en identificar las variables que son relevantes. Es importante centrarse sólo en aquellas variables que son de interés en el problema actual. Para ello, ayuda realizarse preguntas del tipo:

¿Cuál es la situación/problema que se plantea?

¿Qué posibles causas pueden explicar esta situación?

¿Qué otros factores pueden hacer que los problemas o causas ocurran y/o impedir que ocurran?

¿De qué evidencia se dispone para soportar dichas causas, problemas factores?

Veamos cómo aplicarlo al siguiente caso:

El problema parece ser que Juan está estornudando. Las causas posibles son que se ha resfriado o que tiene rinitis. La rinitis puede estar causada porque su amigo Pablo tiene un gato y Juan es alérgico a los gatos. La evidencia que sugiere que su amigo tiene un gato es que algunos muebles tienen arañazos. La información relevante de la situación está contenida en las seis palabras subrayadas. Ejemplo de información irrelevante en este caso es que Juan y Pablo son amigos o que Juan está visitando a Pablo.

En el caso general del modelado de problemas de diagnóstico, hay ciertos tipos de variables susceptibles de ser agrupados en clases. Si se aborda el problema teniendo estas clases en mente, el proceso de modelado resulta más sencillo. Hablaremos por tanto

de estas clases.

2.4.1.2 Variables objetivo

Estas variables se usan para modelar los objetos de interés, es decir, aquellos objetos sobre lo que nos gustaría razonar. Las variables objetivo suelen utilizarse para modelar fenómenos latentes, es decir, fenómenos que no son directamente observables. En el ejemplo del estornudo, Juan piensa en dos alternativas: o bien se ha Resfriado o bien tiene rinitis. Ambos son ejemplos de variables objetivo ya que Juan está interesado en saber más sobre ellas (el estado en el que están o los valores que tienen). En diagnóstico médico, las enfermedades serían modeladas como variables objetivo.

2.4.1.3 Variables de observación

Las variables de observación se usan para modelar las formas indirectas que tenemos de medir las variables objetivo. También se denominan variables de evidencia. En el ejemplo del estornudo, Juan piensa que está bien hasta que empieza a estornudar. Sólo después de observarse a sí mismo estornudando se pregunta si está Resfriado. Estornudar sería una variable de observación. Otra podría ser Arañazos, porque Juan hace esa observación y la usa para razonar sobre la posibilidad de que exista un gato en casa (por el momento, no directamente observable). En el diagnóstico médico, los síntomas que muestra el paciente y los resultados de sus pruebas serían modeladas como observaciones. Algunas observaciones pueden ser obligatorias. Por ejemplo, en el diagnóstico médico un tipo específico de escáner puede ser requisito indispensable con el objetivo de detectar un posible cáncer.

2.4.1.4 Factores y sus clases

Estas variables se usan para modelar los fenómenos que afectan a las variables objetivo. También se denominan variables de contexto. En el ejemplo del estornudo, la estación del año podría ser un factor que afecta al resfriado, pues es más probable que una

persona se resfría en invierno que en verano.

Los factores pueden dividirse en cuatro categorías, con respecto al tipo de influencia en las variables afectadas.

- a) **Promotores.** Si el factor promotor ocurre, la variable afectada será más probable (correlación positiva). Por ejemplo, fumar puede incrementar las probabilidades de tener un cáncer de pulmón.

- b) **Inhibidores.** Si el factor promotor ocurre, la variable afectada es menos probable (correlación negativa). Por ejemplo, practicar deporte puede disminuir las probabilidades de caer enfermo.

- c) **Requeridos.** Es indispensable que estos factores entren en acción para sea posible que ocurran las variables afectadas. Por ejemplo, para que una población específica de bacterias crezca se requiere que la temperatura esté por encima de un determinado nivel.

- d) **Preventivos.** Si el factor ocurre, la variable afectada no puede ocurrir.
Por ejemplo, recibir la vacuna de la viruela a edades tempranas previene que se sufra esta enfermedad.

- e) **Auxiliares.** Son variables que se usan por conveniencia. Por ejemplo, para simplificar el proceso de modelado y especificación de parámetros.

2.5 APLICACIÓN DE LAS REDES BAYESIANAS EN LA EDUCACIÓN

Las redes bayesianas representan explícitamente nuestro conocimiento sobre los elementos en el sistema y las relaciones que existen entre ellos. Estas relaciones operan propagando conocimiento a través de la red, una vez que se tiene evidencia sobre alguno de los objetos o eventos del sistema. De esta manera, se pueden aprender las probabilidades de todos los elementos de la red a partir del conocimiento de algunos de ellos y de las relaciones condicionales entre ellos. Por tal razón se pueden aplicar en la educación porque infiere resultados futuros, útiles para que el maestro tenga la ubicación del estudiante dependiendo del rendimiento de cada uno de ellos.

2.6 CANTIDAD DE MOVIMIENTO LINEAL

La cantidad de movimiento, momento lineal, ímpetu o moméntum, es una magnitud física fundamental de tipo vectorial que describe el movimiento de un cuerpo. En mecánica clásica la cantidad de movimiento se define como el producto de la masa del cuerpo y su velocidad en un instante determinado.

La definición concreta de cantidad de movimiento difiere de una formulación mecánica a otra: en mecánica newtoniana se define para una partícula simplemente como el producto de su masa por la velocidad, en mecánica lagrangiana o hamiltoniana admite formas más complicadas en sistemas de coordenadas no cartesianas, en la teoría de la relatividad la definición es más compleja aun cuando se usen sistemas inerciales, y en la mecánica cuántica su definición requiere el uso de operadores definidos sobre espacio vectorial de dimensión infinita [11].

Una experiencia común indica que todo objeto en movimiento posee una cualidad que lo hace ejercer una fuerza sobre todo cuando se le intenta detener. Cuanta mayor sea la rapidez con que se desplaza, más difícil será detenerlo. Además, cuanto mayor masa

tenga, más difícil será detenerlo.

Una experiencia común indica que todo cuerpo con masa posee inercia, propiedad que representa la oposición que ofrece dicho cuerpo a que le cambien su estado de movimiento.

Se define del modo siguiente.

Cantidad de movimiento = masa x velocidad

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$$

Donde \vec{p} es el símbolo con que se representa la cantidad de movimiento. \vec{p} es un vector que apunta en la misma dirección que \vec{v} .

2.6.1 Variación en la cantidad de movimiento

Cuando ocurre un cambio en la masa, en la velocidad, o en ambas a la vez, existirá un cambio en la cantidad de movimiento del cuerpo considerado.

Si la masa permanece constante pero la velocidad del cuerpo cambia se tendrá que:

$$\vec{p}_1 = m \cdot \vec{v}_1 \text{ en el primer instante de tiempo.}$$

$$\vec{p}_2 = m \cdot \vec{v}_2 \text{ en el segundo instante de tiempo.}$$

La variación de la cantidad de movimiento será:

$$\vec{p}_2 - \vec{p}_1 = m \cdot \vec{v}_2 - m \cdot \vec{v}_1 \Rightarrow \vec{p}_2 - \vec{p}_1 = m \cdot (\vec{v}_2 - \vec{v}_1) \text{ luego}$$

$$\Delta \vec{p} = m \cdot \Delta \vec{v}$$

2.6.2 Conservación de la cantidad de movimiento.

Para deducir el enunciado de este principio se parte de la tercera ley de Newton (ley de acción y reacción).

Considere dos esferas de masa m_1 y m_2 , las cuales se hayan dotadas inicialmente de velocidades y al chocar las nuevas velocidades serán diferentes.

Como las esferas están en contacto mutuo durante un intervalo de tiempo muy pequeño, el impulso debe ser igual y opuesto al impulso, escribiéndose:

$$\vec{F}_1 \Delta t = - \vec{F}_2 \Delta t$$

Por otra parte

$$\vec{F}_1 \Delta t = m_1 (\vec{V}_1' - \vec{V}_1); - \vec{F}_2 \Delta t = -m_2 (\vec{V}_2' - \vec{V}_2)$$

Sustituyendo (2) en (1) se tiene que:

$$m_1 (\vec{V}_1' - \vec{V}_1) = - m_2 (\vec{V}_2' - \vec{V}_2) \text{ aplicando la propiedad distributiva se tiene que:}$$

$$m_1 \vec{V}_1' - m_1 \vec{V}_1 = - m_2 \vec{V}_2' + m_2 \vec{V}_2; \text{ trasponiendo términos se obtiene:}$$

$$m_1 \vec{V}_1' + m_2 \vec{V}_2' = m_1 \vec{V}_1 + m_2 \vec{V}_2$$

$$\vec{P}_1' + \vec{P}_2' = \vec{P}_1 + \vec{P}_2$$

El primer miembro representa la suma de las cantidades de movimientos después del choque y el segundo miembro representa la suma de las cantidades del movimiento antes del choque.

2.7 RENDIMIENTO ACADÉMICO.

El rendimiento escolar es parte esencial en todo acto didáctico, según Cortez Bohiga es:

“el nivel de conocimiento de un alumno medido en una prueba de evaluación.” Y considera también que “en el Rendimiento Escolar intervienen además del nivel intelectual, variables de personalidad (extroversión, introversión, ansiedad...) y motivacionales, cuya relación con el Rendimiento escolar no siempre es lineal, sino que esta modulada por factores como nivel de escolaridad, sexo, aptitud.” [12].

Al combinar el rendimiento con los resultados de las evaluaciones permiten o proporcionan índices de fiabilidad siendo esta a su vez una aproximación al verdadero desempeño académico, es decir, que estos indicadores son fundamentales ya que proporcionan un control en las diferentes entidades de educación. Además, permiten tomar decisiones en la planificación educativa y en las políticas a aplicarse.

García-Valcárcel, (2007) describe:

“La tendencia para medir el rendimiento académico es hacerlo desde un punto de vista práctico, que vincule el éxito o el fracaso con resultados inmediatos, es decir, con las calificaciones de los alumnos en un determinado tiempo” [13].

2.8 SOFTWARE “ELVIRA”

El software “ELVIRA” nace como un proyecto, cuyo principal objetivo era la construcción de un entorno que sirviera, por un lado, para la investigación de nuevos métodos y algoritmos de razonamiento probabilístico y, por otro, para la implementación de sistemas expertos bayesianos. El programa resultante se llamó Elvira, tomando el antiguo nombre de la ciudad de Granada, Universidad donde están vinculados la mayor parte de los investigadores del proyecto.

Este programa cuenta con un formato propio para la codificación de los modelos, un lector-intérprete para los modelos codificados, una interfaz gráfica para la construcción de redes, con opciones específicas para modelos canónicos (puertas OR, AND, MAX, etc.), algoritmos exactos y aproximados de razonamiento tanto para variables discretas

y continuas, métodos de explicación del razonamiento, algoritmos de toma de decisiones, aprendizaje de modelos a partir de bases de datos, fusión de redes, etc.

Elvira está escrito y compilado en Java, lo cual permite que pueda funcionar en diferentes plataformas y sistemas operativos (linux, MS-DOS/Windows, Solaris, etc.).

CAPÍTULO III

METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN

3.1 METODOLOGÍA

La investigación se fundamenta y diseña en un modelo de intervención en Enseñanza de las Ciencias e Investigación Educativa, con un enfoque constructivista, para su aplicación en educación superior. El área temática a trabajar en este estudio se centra en problemas referentes a enseñanza de la Física, Estadística e Investigación. El trabajo de investigación se desarrolla a través de una metodología cualitativa y cuantitativa, en especial para predecir el rendimiento académico de los estudiantes. La metodología es de tipo correlacional, es decir en la relación entre los resultados de aprendizaje basados en pruebas y su efecto en el rendimiento académico de los estudiantes.

Se efectuaron pruebas para predecir el rendimiento académico de los alumnos, y basado en estos resultados aplicar la técnica de las redes bayesianas idónea para determinar el desempeño académico futuro de ellos. Chain (2003) aporta una metodología utilizando el análisis de la información obtenida en el proceso de ingreso y trayectoria académica de los estudiantes [14], por medio de la utilización de Redes Bayesianas, estimando cuantitativamente las relaciones existentes entre las variables estudiadas.

3.2 SUJETOS

Participaron en este estudio 27 estudiantes de una Institución de educación superior ecuatoriana que cursan el primer año de ingenierías, en informática, en la materia de Física, en donde se los evaluó mediante pruebas conceptuales y resolución de problemas en la Unidad de cantidad de movimiento lineal para poder inferir los resultados futuros de los estudiantes.

3.3 TAREAS INSTRUCCIONALES Y MATERIALES

La tarea instruccional utilizada en este estudio fue la unidad de Cantidad de Movimiento Lineal, para esto se dispuso 12 horas de clases en el dictado de la materia por parte del profesor y dos horas para cada prueba. Se les tomó 2 evaluaciones a medida que el profesor iba desarrollando el contenido de la materia. Estas evaluaciones estuvieron basadas en cada uno de los objetivos y de acuerdo al desempeño se infirió el éxito o fracaso de los estudiantes.

3.4 PROCEDIMIENTOS.

- 1) Se recibió cada evaluación según el avance de la unidad especificada en el mapa de objetivos.

Se tomó una evaluación a los estudiantes que fue corregida por el maestro al término de la primera instrucción. Según lo planificado en el mapa de objetivos del capítulo de cantidad de movimiento lineal, esta comprendía: cantidad de movimiento, principio de conservación de la cantidad de movimiento y principio de conservación de la energía. Esta prueba estuvo conformada por ocho temas, cuatro temas de preguntas conceptuales y cuatro de resolución de problemas. Los temas de preguntas conceptuales tuvieron un valor de 8 puntos y los de resolución de problemas de 12 puntos.

- 2) Se tomó una segunda evaluación, la misma que contenía tres preguntas conceptuales, y 2 temas de resolución de problemas de mayor dificultad que la primera evaluación. De acuerdo al mapa de objetivos, correspondía la evaluación sobre choques elásticos y choques inelásticos, validados a un puntaje de 10. Las evaluaciones fueron corregidas por el profesor y entregada para desarrollar la investigación.

- 3) De los resultados obtenidos en las evaluaciones, se clasificó a los estudiantes en rangos de excelente, bueno y malo, y se realizaron las Redes Bayesianas, lo cual permitió inferir de acuerdo a esta clasificación el futuro éxito o fracaso de los estudiantes.

Los rangos de equivalencia que se utilizaron en las pruebas fueron:

Excelente: de 8 a 10 puntos.

Bueno: de 6 a 7.99 puntos.

Malo: de 0 a 5.99 puntos.

CAPÍTULO IV

ANÁLISIS DE DATOS Y RESULTADOS

4.1 ANÁLISIS DE DATOS Y CÁLCULOS

Se realizó una tabulación de datos en una hoja de excel con todos los alumnos y los resultados de la primera y segunda evaluación. Estas se encuentran separadas por: la nota de las preguntas conceptuales, la nota de los problemas resueltos, la nota total, actividades adicionales del profesor, la nota final de la materia y el resultado de aprobación o reprobación de la materia. Cabe señalar que todos estos datos, fueron procesados al final de la investigación para poder inferir en forma futura el resultado de las evaluaciones, relacionando estos con la probabilidad de que el estudiante apruebe o no la materia. Se utilizaron distintos colores en la hoja de Excel para representar y evaluar los distintos casos y probabilidades condicionales.

	EVALUACION 1					EVALUACION 2					SOLO PROBLEMAS				SOLO PROBLEMAS					
	TEORIA	P (C)	PROBLEMA	P (P)	TOTAL	T	TEORIA	P (C)	PROBLEMA	P (P)	TOTAL	PTOS	TEN	SI	NO	PTOS	TEN	SI	NO	
4	6	0,75	10	0,83	16	8	10	1	10	1	20	10	7	32	72	SI				100
5	6	0,75	9	0,75	15	8	2	0,2	4	0,4	6	3	2	20	61	SI				90
6	6	0,75	7	0,58	13	7	8	0,8	4	0,4	12	6	6	11	44	NO				100
7	6	0,75	10	0,83	16	8	9	0,9	6	0,6	15	8	7	22	65	SI				65
8	8	1,00	12	1,00	20	10	5	0,5	4	0,4	9	5	7	23	70	SI				95
9	(NORMAL	0,00		0,00		0		0		0	0	0								60
10	8	1,00	12	1,00	20	10	6	0,6	7	0,7	13	7	8	48	98	SI				95
11	8	1,00	10	0,83	18	9	8	0,8	6	0,6	14	7	8	27	75	SI				100
12	0	0,00	3	0,25	3	2	7	0,7	5	0,5	12	6	5	17	42	NO	13	44		80
13	5	0,63	9	0,75	14	7	4	0,4	6	0,6	10	5	0	3	32	NO				90
14	6	0,75	6	0,50	12	6	5	0,5	8	0,8	13	7	2	21	66	SI				100
15	6	0,75	11	0,92	17	9	8	0,8	4	0,4	12	6	6	18	58	NO	17	83		100
16	4	0,50	8	0,67	12	6	6	0,6	4	0,4	10	5	7	13	54	NO	12	53		95
17	4	0,50	3	0,25	7	4	5	0,5	3	0,3	8	4	5	8	37	NO				90
18	0	0,00	11	0,92	11	6	7	0,7	6	0,6	13	7	8	29	68	SI				100
19	4	0,50	5	0,42	9	5	4	0,4	6	0,6	10	5	6	18	58	NO	10	44		92
20	8	1,00	6	0,50	14	7	3	0,3	4	0,4	7	4	6	17	61	SI				100

GRAFICO 1. Hoja de excel para la evaluación de los datos

Se tomaron algunas consideraciones para el análisis de los datos y para poder trabajar con resultados binarios, es decir en las evaluaciones el estudiante contesta o no contesta las preguntas conceptuales, y el estudiante resuelve o no resuelve los problemas. Para esto se consideró que el estudiante no sabe ni contesta las preguntas conceptuales si saca de 4 (o menos) sobre 10 puntos; y el estudiante si sabe resolver problemas si su nota es de 6 (o más) sobre 10 puntos.

Además, para la formación de algunas redes se tomaron consideraciones con los resultados excelente, bueno y malo, los que se analizaron y se relacionaron con la posibilidad de que el estudiante apruebe o no apruebe la materia. Se formaron grupos definidos como, G: las notas de la primera evaluación y como H: las notas de la segunda evaluación.

De acuerdo a los rangos, los grupos quedaron definidos de la siguiente manera:

Evaluación 1, grupo G:

Alto: 9 estudiantes

Medio: 8 estudiantes

Total = 27 alumnos

Bajo: 10 estudiantes

Evaluación 2, grupo H:

Alto: 2 estudiantes

Medio: 11 estudiantes

Total = 27 alumnos

Bajo: 14 estudiantes

Se analizaron 8 Redes Bayesianas en total, cada una buscando la posibilidad de que sea útil a la hora de inferir resultados con ella, es así que en la formación de estas veremos que unas son más importantes que otras y dan mejores resultados y aseguran que la inferencia sea más confiable.

4.2 CÁLCULOS, RESULTADOS Y CREACIÓN DE REDES BAYESIANAS UTILIZANDO EL SOFTWARE “ELVIRA”

A continuación detallaremos las Redes formadas:

1) Red Bayesiana 1, esta red nace de los resultados de la primera evaluación, utilizando dos variables, una dependiente (resolver problemas) “P1” y la otra independiente (preguntas conceptuales) “C1”.

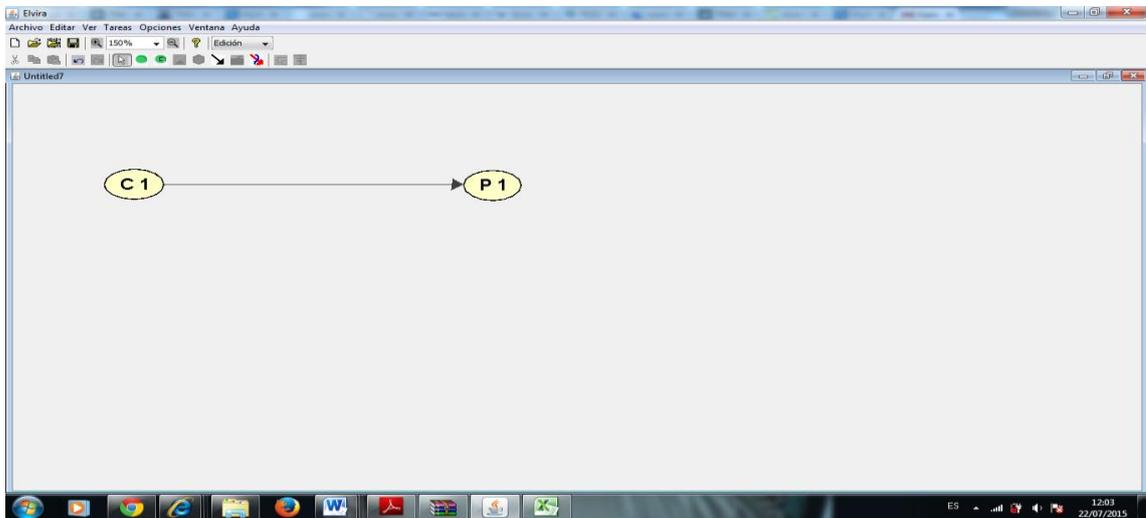


GRAFICO 2. Red bayesiana 1 – primera evaluación

La probabilidad de contestar bien las preguntas conceptuales es: $P(+c) = 0,58$; la probabilidad condicional de resolver bien los problemas habiendo contestado bien las preguntas conceptuales es: $P(+p/+c) = 0,72$; y la probabilidad condicional de resolver bien los problemas habiendo contestado mal las preguntas conceptuales es: $P(+p / \neg c) = 0,55$.

Todos estos datos fueron sacados de los resultados de las evaluaciones en la hoja de excel de la figura 1, y tomando en cuenta las condiciones explicadas anteriormente de que salir mal en las preguntas conceptuales significaba sacar 4 (o menos) y salir bien en la resolución de problemas significaba sacar de 6 (o más).

Con estos datos podemos calcular:

a) ¿Cuál es la probabilidad a priori de que un alumno cualquiera resuelva correctamente los problemas, $P(+p)$?

$$P(+p) = P(+p/+c).P(+c) + P(+p/\neg c).P(\neg c)$$

$$P(+p) = (0,72).(0,58) + (0,55).(0,42)$$

$$P(+p) = 0,4176 + 0,231$$

$$P(+p) = 0,6486; P(+p) = 0,65$$

La probabilidad de que un alumno resuelva bien los problemas es del 65%.

Luego ingresando todos estos datos en el programa se obtuvieron los siguientes resultados de las probabilidades a priori; $P(+p) = 0,65$; que nos indica la probabilidad de que los alumnos resuelvan bien los problemas en la evaluación.

Luego con el programa se calcula la probabilidad a priori y a posteriori:

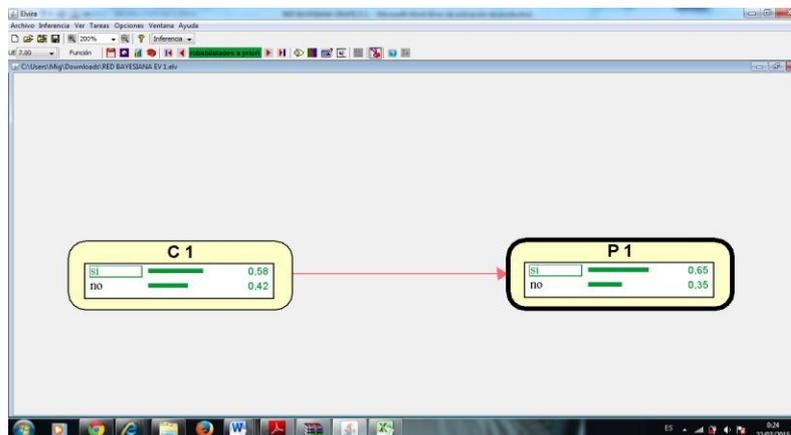


GRAFICO 3. Probabilidad a priori de red bayesiana 1, calculado por programa Elvira

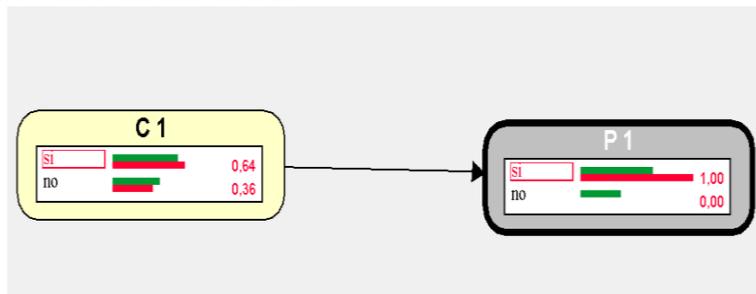


GRAFICO 4. Probabilidad a posteriori de red bayesiana 1, calculado por programa Elvira

La probabilidad de que no lo resuelva:

$$P(\neg p) = P(\neg p/+c).P(+p) + P(\neg p/\neg c).P(\neg c)$$

$$P(+p) = (0,28).(0,58) + (0,45).(0,42)$$

$$P(\neg c) = 0,3514$$

b) La probabilidad a posteriori dada una evidencia observada “e”.

$P^*(c) = P(c/e)$; suponer que la evidencia observada es que cierto alumno ha resuelto correctamente los problemas. ¿Qué probabilidad hay ahora de que conozca las preguntas conceptuales C?

$$P^*(c) = P(+c/+p) = \frac{P(+c).P(+p/+c)}{P(+p)} = \frac{(0,58).(0,72)}{(0,65)} = 0,642$$

$$P(+c/+p) = 64,2\%$$

Y calculando ahora la probabilidad de que el alumno haya resuelto bien el problema y no conozca las preguntas conceptuales sería:

$$P^*(\neg c) = P(\neg c/+p) = 0,358$$

Que como vemos sería la probabilidad complementaria a la anterior.

Ahora vamos a suponer de que la evidencia encontrada es que el alumno no resuelve los problemas, ¿Qué probabilidad hay que conozca las preguntas conceptuales, habiendo resuelto mal los problemas?

$$P^*(c) = P(+c/\neg p) = \frac{P(+c).P(\neg p/+c)}{P(\neg p)} = \frac{(0,65).(0,28)}{(0,35)} = 0,52$$
$$P(+c/\neg p) = 0,52$$

La probabilidad complementaria sería:

$$P^*(\neg c) = P(\neg c/\neg p) = 0,48$$

Que corresponde a una probabilidad de que un alumno no conozca las preguntas conceptuales habiendo resuelto mal los problemas.

Con el software “ELVIRA” ponemos los mismos datos de probabilidad de la variable sin padre, y las probabilidades condicionales de las variables con padres, $P(+c) = 0,58$ y $P(+p/+c) = 0,72$ y $P(+p/\neg c) = 0,55$ y obtenemos los gráficos de las Redes Bayesianas con los mismos resultados calculados en el problema anterior de la Red Bayesiana 1 (RB 1).

2) Red Bayesiana 2; esta red es similar a la anterior pero se la realizó con todos los datos de la evaluación 2 esta red nace de los resultados de la segunda evaluación, utilizando dos variables, una dependiente (resolución de problemas) “P2” y la otra independiente (preguntas conceptuales) “C2”.

Utilizando el programa “ELVIRA”, obtenemos la siguiente Red Bayesiana y sus probabilidades.

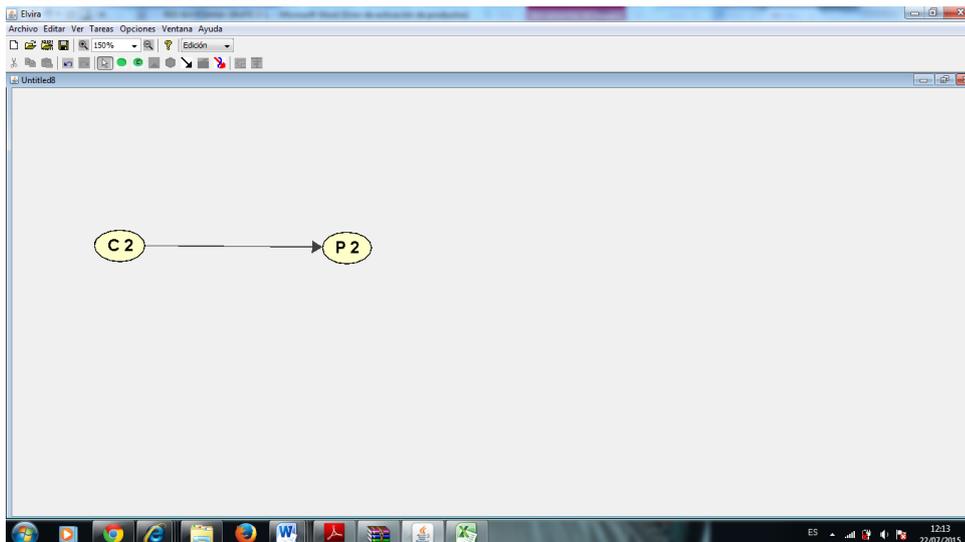


GRAFICO 5. Red bayesiana 1 – segunda evaluación

Luego se calculó en el programa la probabilidad a priori, teniendo como resultado:

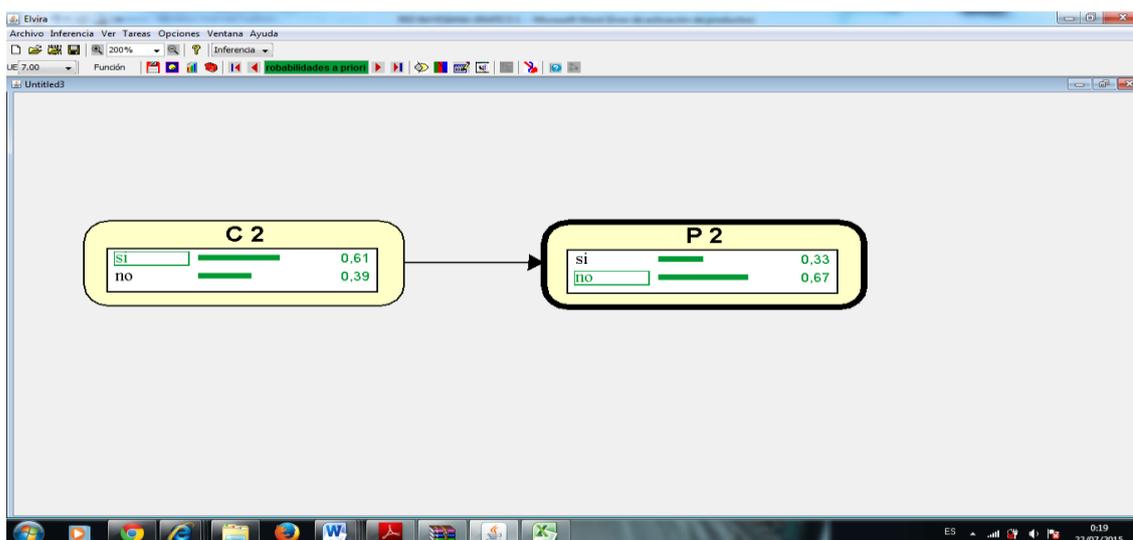


GRAFICO 6. Probabilidad a priori de red bayesiana 2

Cabe indicar que en el programa “ELVIRA” para calcular esta probabilidad realiza la inferencia de los resultados ingresados. Luego continuando el procedimiento anterior se calculó la probabilidad a posteriori. Teniendo como resultado:

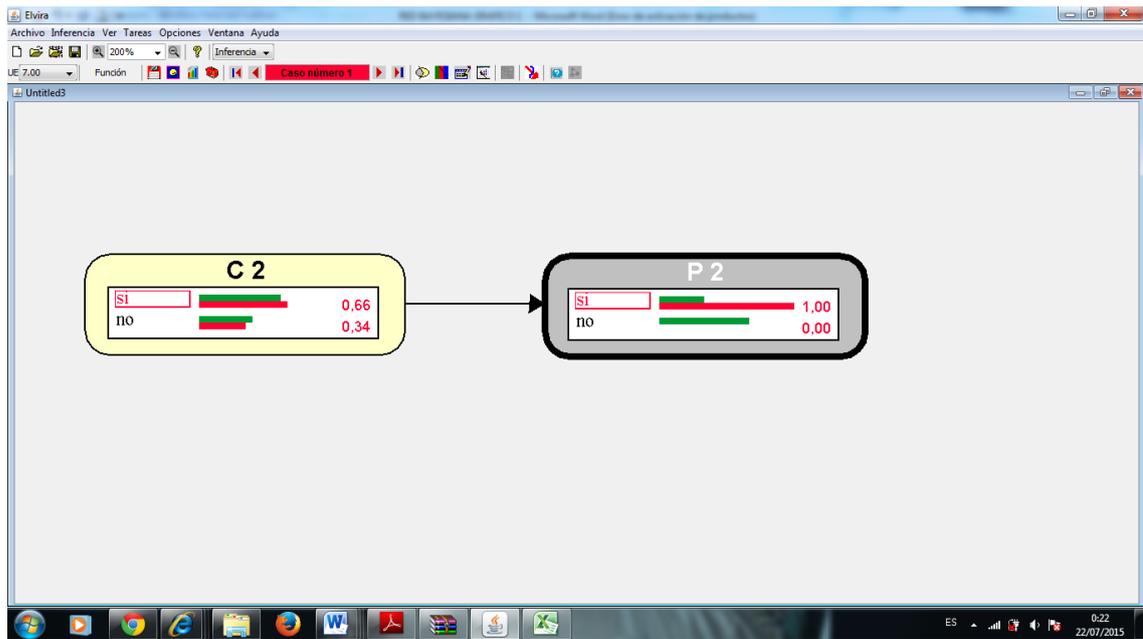


GRAFICO 7. Probabilidad a posteriori – segunda evaluación

Tenemos como resultados de esta red:

$P(+p2) = 0,33$ que sería la probabilidad a priori, que indica la probabilidad de resolver bien los problemas de la segunda evaluación y $p(+c2/+p2) = 0,66$; que sería la probabilidad a posteriori, que es la probabilidad que conozca las preguntas conceptuales habiendo la evidencia observada que cierto alumno haya resuelto correctamente los problemas de la evaluación 2.

3) Red Bayesiana 3; en esta red ampliamos el modelo de las dos redes anteriores, aquí identificamos la relación de los dos resultados de las evaluaciones con la posibilidad de aprobar o reprobar la materia.

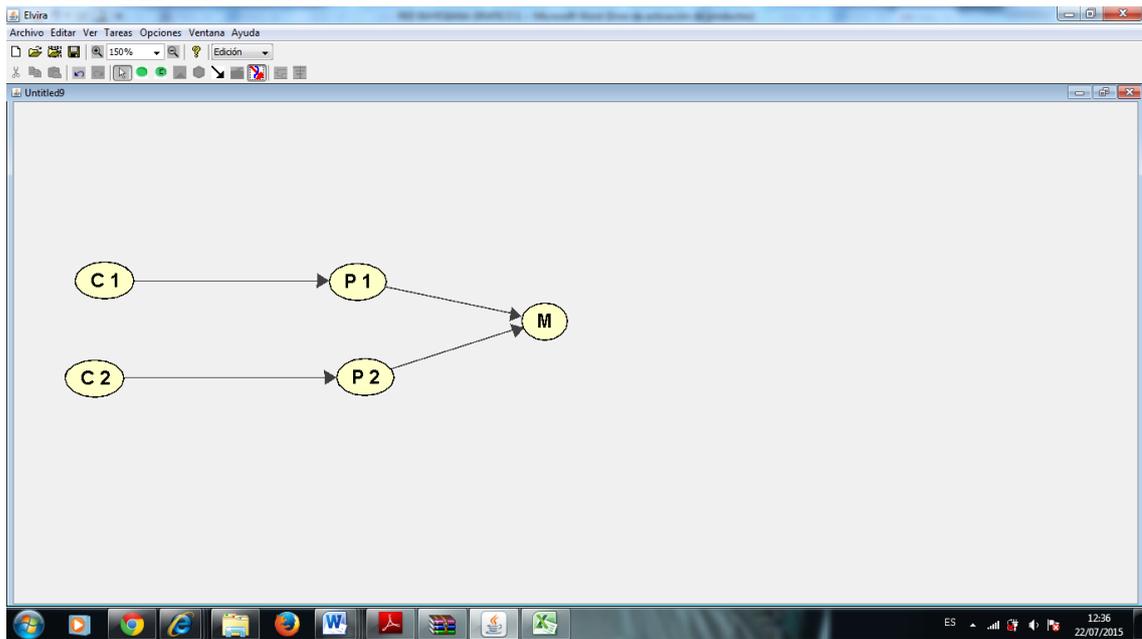


GRAFICO 8. Red bayesiana 3

En esta red se intenta relacionar las dos evaluaciones con sus resultados de preguntas conceptuales y resolución de problemas sin que exista relación entre ellas, con el resultado de que el estudiante aprueba o no la materia.

Los resultados de las probabilidades a priori y posteriori fueron:

$P(+a) = 0,71$ que sería la probabilidad a priori, que indica la probabilidad de aprobar la materia con la combinación de las 2 evaluaciones y $p(+c2/+a) = 0,61$ y $p(+c1/+a) = 0,58$ que sería la probabilidad a posteriori, $P^*(c) = P(c/e)$; que supone la probabilidad que conozca C1 y C2 habiendo la evidencia observada que cierto alumno haya aprobado la materia. Observando la solución en el programa Elvira tenemos:

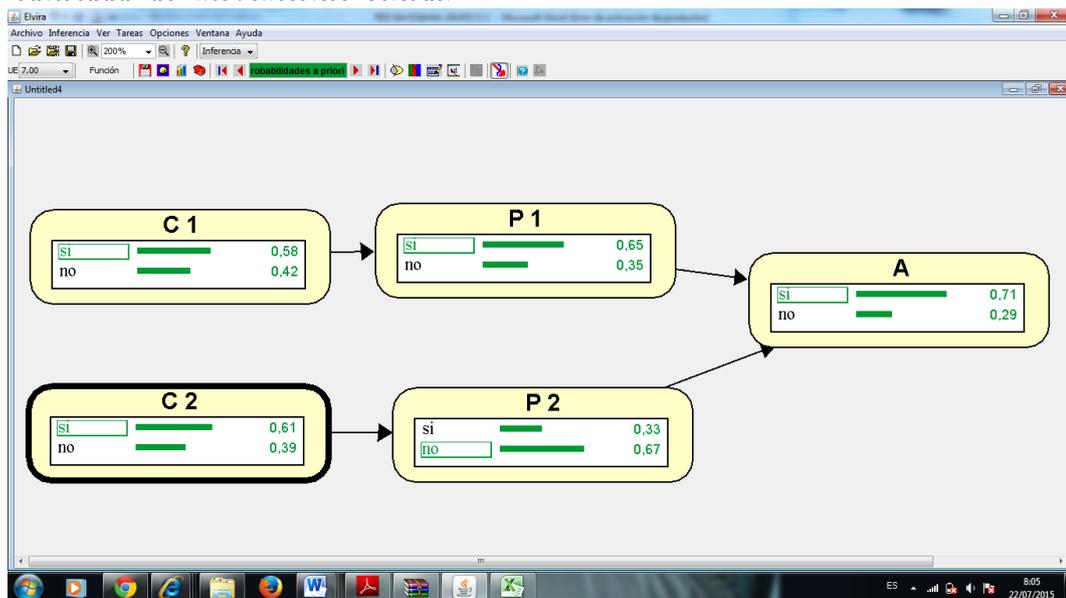


GRAFICO 9. Probabilidad a priori – red bayesiana 3

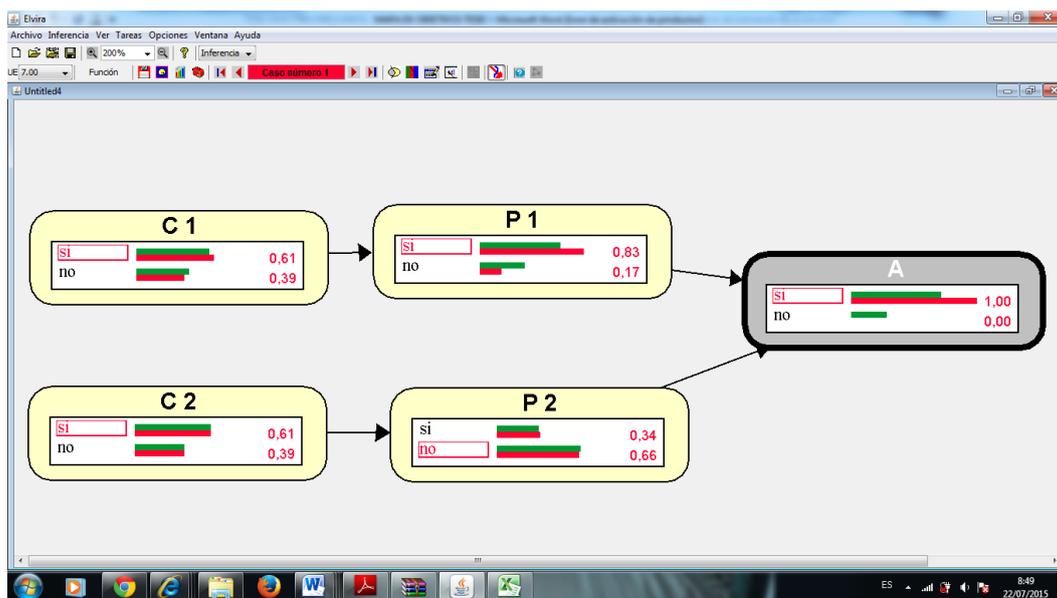


GRAFICO 10. Probabilidad a posteriori – red bayesiana 3

4) Red Bayesiana 4; es una relación donde se utiliza las dos evaluaciones y el resultado de que si aprueba o no la materia.

La variable A significa que el alumno aprueba o no la materia.

De acuerdo a los cálculos se obtuvo la probabilidad a priori y posteriori, de todas las variables, y la a posteriori de la variable A en este caso, se toma una evidencia futura de que un alumno apruebe o reapruebe la materia y se analiza relacionándola con las demás variables.

Utilizando el programa “ELVIRA”, obtenemos la siguiente Red Bayesiana y sus probabilidades.

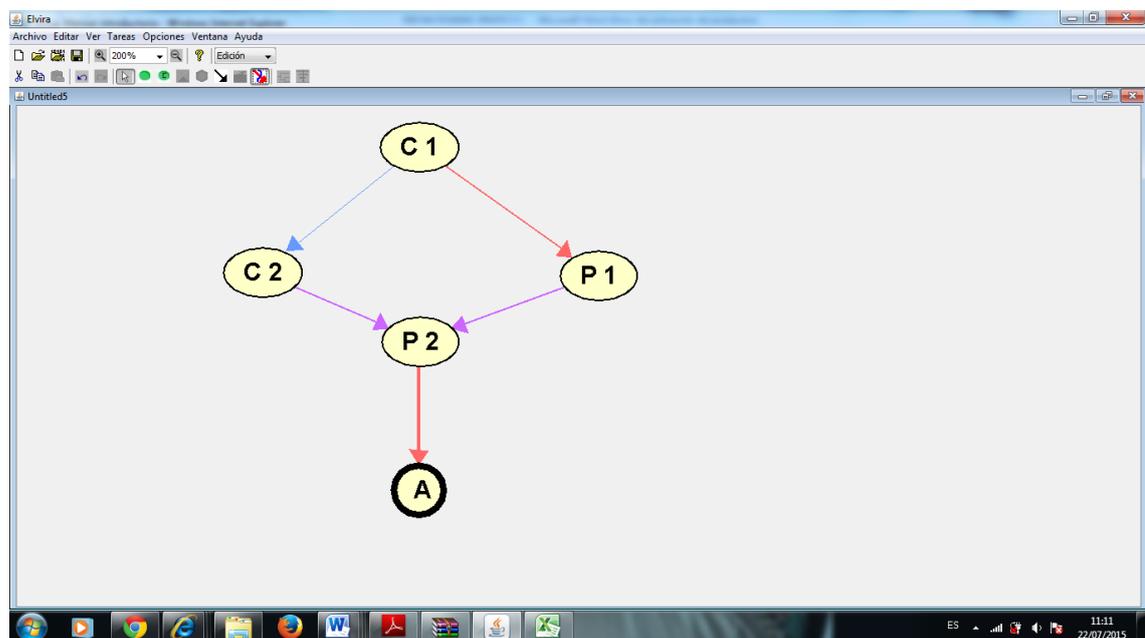


GRAFICO 11. Red bayesiana 4

De acuerdo a los cálculos se obtuvo la probabilidad a priori y posteriori, de todas las variables, y la a posteriori de la variable A en este caso, se toma una evidencia futura de que alguien pase o no pase y se analiza relacionándola con las demás variables.

Las probabilidades a priori:

$P(+a) = 0,49$; es decir la probabilidad de que apruebe la materia el alumno con este arreglo de Red es del 49 %

$P(\neg a) = 0,51$; y la probabilidad de que no apruebe la materia es del 51%

$P(+c2) = 0,54$; es decir que hay un 54% de probabilidad que realice las preguntas conceptuales de la evaluación 2,

$P(+p2) = 0,29$; es decir que hay un 29% de probabilidad que resuelva bien los problemas de la evaluación 2.

$P(+p1) = 0,65$; es decir que hay un 65% de probabilidad que resuelva bien los problemas de la evaluación 1.

Las probabilidades a posteriori:

$P(+p2/+a) = 0,44$; es decir la probabilidad de que un alumno haya resuelto bien los problemas de la evaluación 2, teniendo como evidencia que este haya aprobado ya la materia.

$P(+p1/+a) = 0,68$; es decir la probabilidad de que un alumno haya resuelto bien los problemas de la evaluación 1, teniendo como evidencia que este haya aprobado ya la materia.

$P(+c2/+a) = 0,55$; es decir la probabilidad de que un alumno haya resuelto bien las preguntas conceptuales de la evaluación 2, teniendo como evidencia que este haya pasado ya la materia.

$P(+c1/+a) = 0,59$; es decir la probabilidad de que un alumno haya resuelto bien las preguntas conceptuales de la evaluación 1, teniendo como evidencia que este haya aprobado ya la materia.

Si la evidencia es que el alumno no aprobó la materia tenemos las siguientes probabilidades:

$P(+p2/-a) = 0,14$; es decir la probabilidad de que un alumno haya resuelto bien los problemas de la evaluación 2, teniendo como evidencia que este no haya aprobado ya la materia.

$P(+p1/\neg a) = 0,62$; es decir la probabilidad de que un alumno haya resuelto bien los problemas de la evaluación 1, teniendo como evidencia que este no haya aprobado ya la materia.

$P(+c2/\neg a) = 0,52$; es decir la probabilidad de que un alumno haya resuelto bien las teorías de la evaluación 2, teniendo como evidencia que este no haya aprobado ya la materia.

$P(+c1/\neg a) = 0,57$; es decir la probabilidad de que un alumno haya resuelto bien las preguntas conceptuales de la evaluación 1, teniendo como evidencia que este no haya aprobado ya la materia.

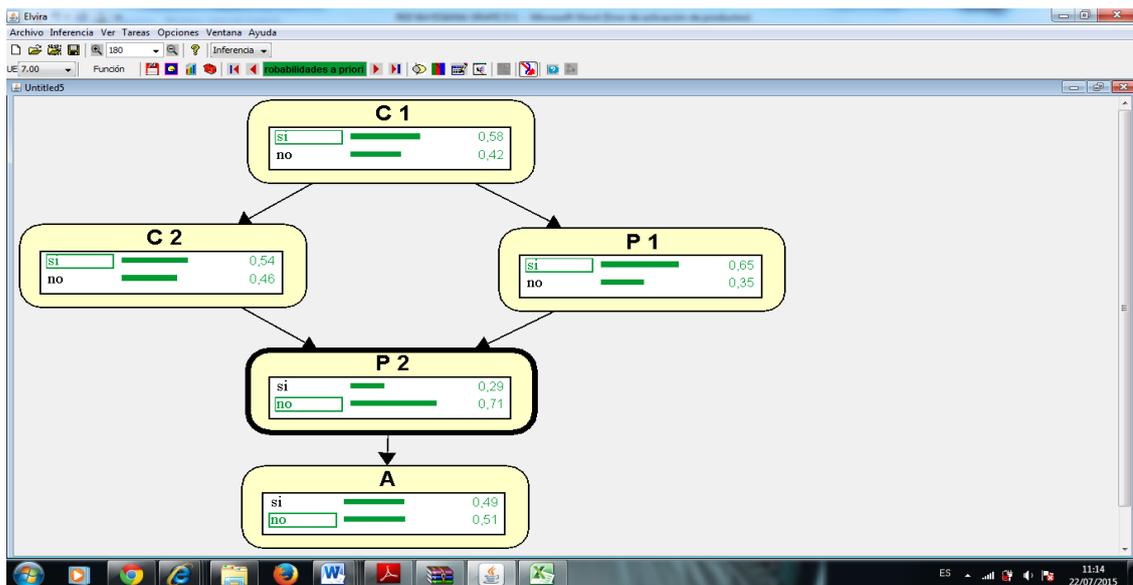


GRAFICO 12. Red bayesiana 4 – probabilidades a priori

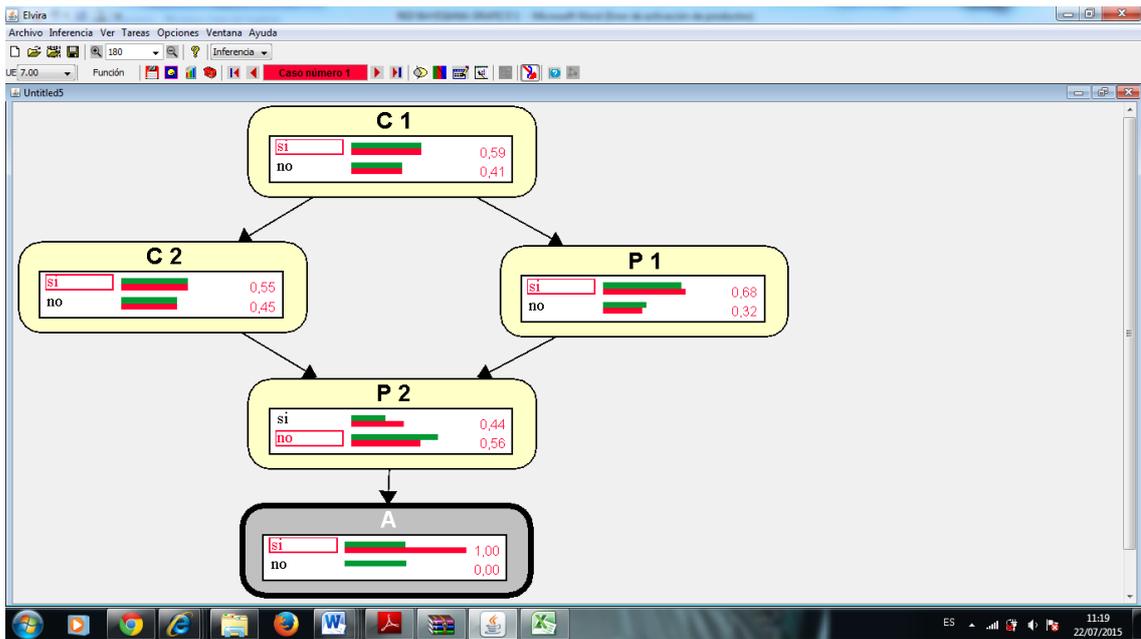


GRAFICO 13. Red bayesiana 4 - Probabilidades a posteriori, con evidencia de haber aprobado la materia

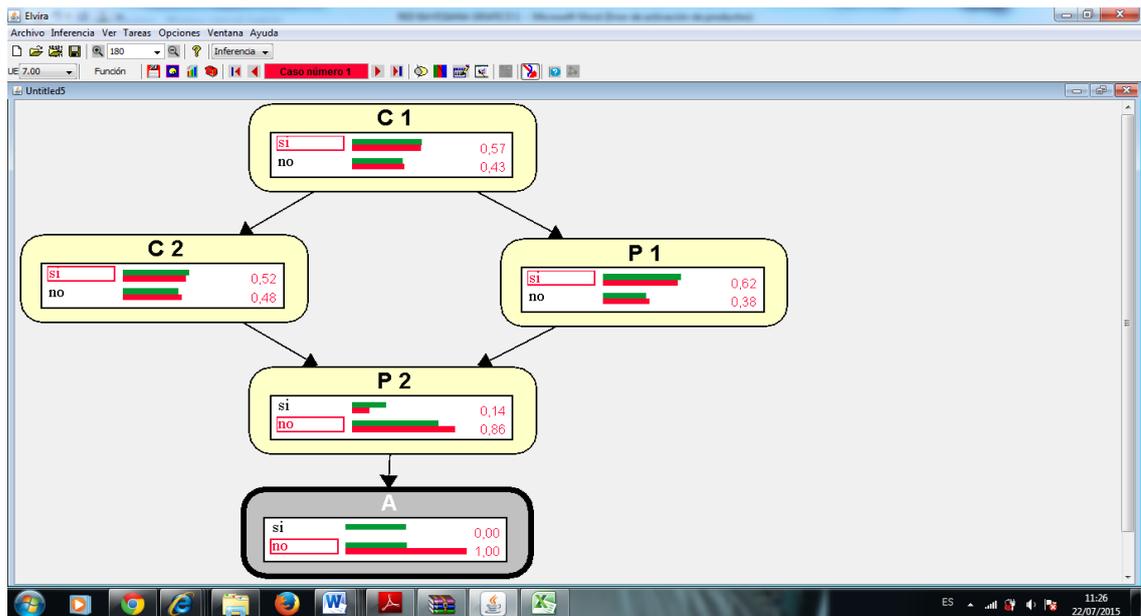


GRAFICO 14. Red bayesiana 4- probabilidades a posteriori, con evidencia de no haber pasado la materia

5) Red Bayesiana 5; es una red formada con las agrupaciones de los estudiantes de acuerdo a su rendimiento de la primera evaluación y relacionadas con la variable del rendimiento de la segunda evaluación, en este caso son las variables G y H respectivamente, anteriormente se explicó la forma de agrupar a los estudiantes, por lo

que cada variable tiene 3 posibilidades que son en el programa alto, medio y bajo, que significan agrupaciones con excelentes, buenas y malas calificaciones.

Las probabilidades a priori del grupo H son:

$$P(+h1 \text{ alto}) = 0,07$$

$$P(+h1 \text{ medio}) = 0,41$$

$$P(+h1 \text{ bajo}) = 0,52$$

Las probabilidades a posteriori son:

$$P(+g1 \text{ alto}/h1 \text{ bajo}) = 0,21$$

$$P(+g1 \text{ medio}/h1 \text{ bajo}) = 0,29$$

$$P(+g1 \text{ bajo}/h1 \text{ bajo}) = 0,50$$

$$P(+g1 \text{ alto}/h1 \text{ medio}) = 0,36$$

$$P(+g1 \text{ medio}/h1 \text{ medio}) = 0,36$$

$$P(+g1 \text{ bajo}/h1 \text{ medio}) = 0,27$$

$$P(+g1 \text{ alto}/h1 \text{ alto}) = 1$$

$$P(+g1 \text{ medio}/h1 \text{ alto}) = 0$$

$$P(+g1 \text{ bajo}/h1 \text{ alto}) = 0$$

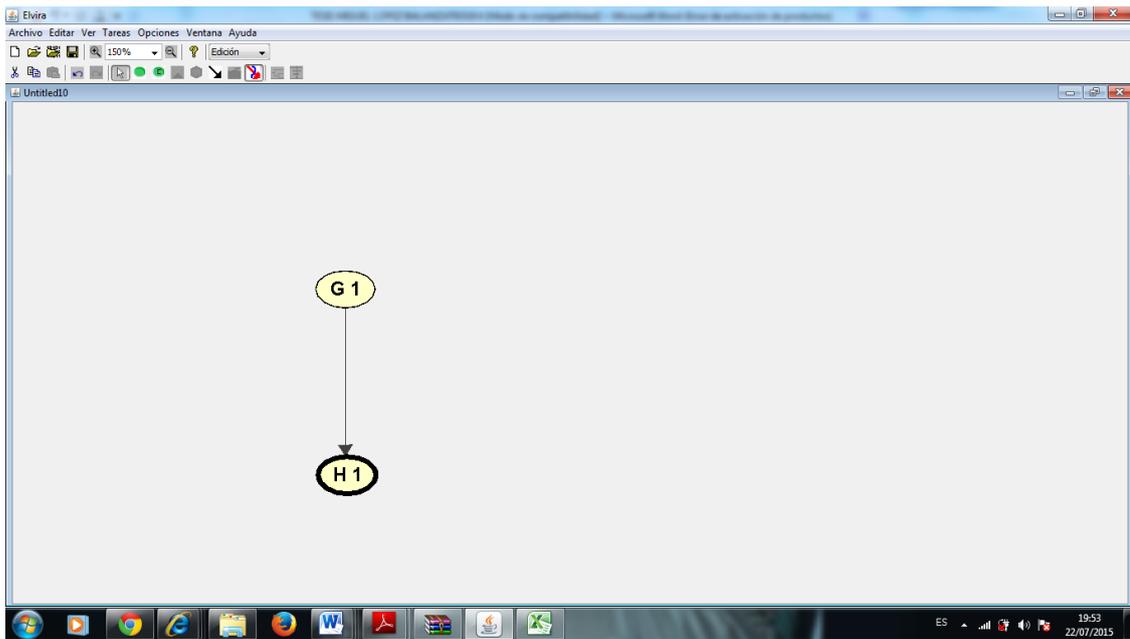


GRAFICO 15. Red bayesiana 5 – relaciona los grupos clasificados de acuerdo al desempeño

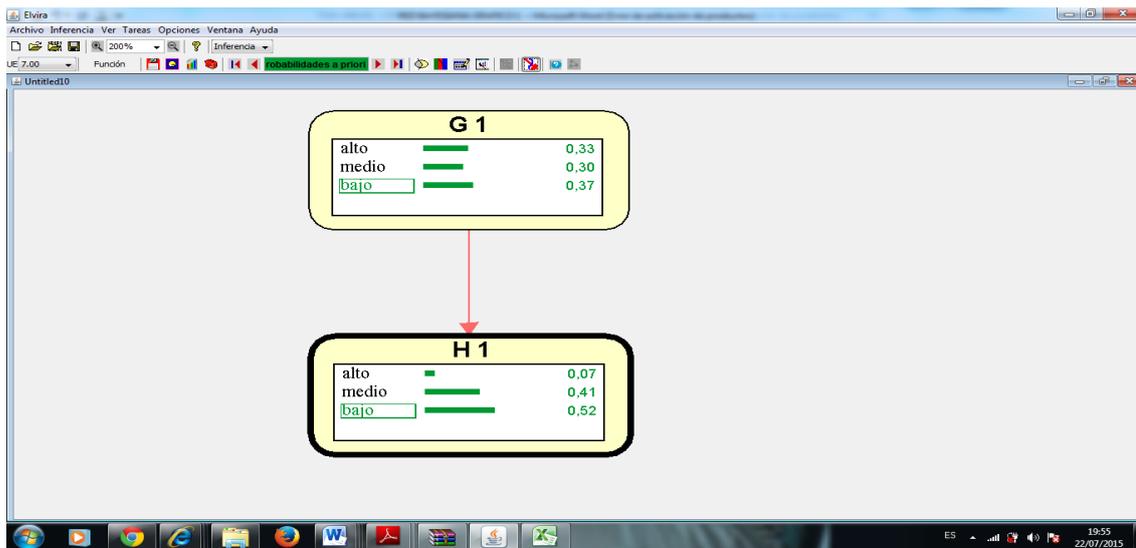


GRAFICO 16. Red bayesiana 5 – probabilidades a priori

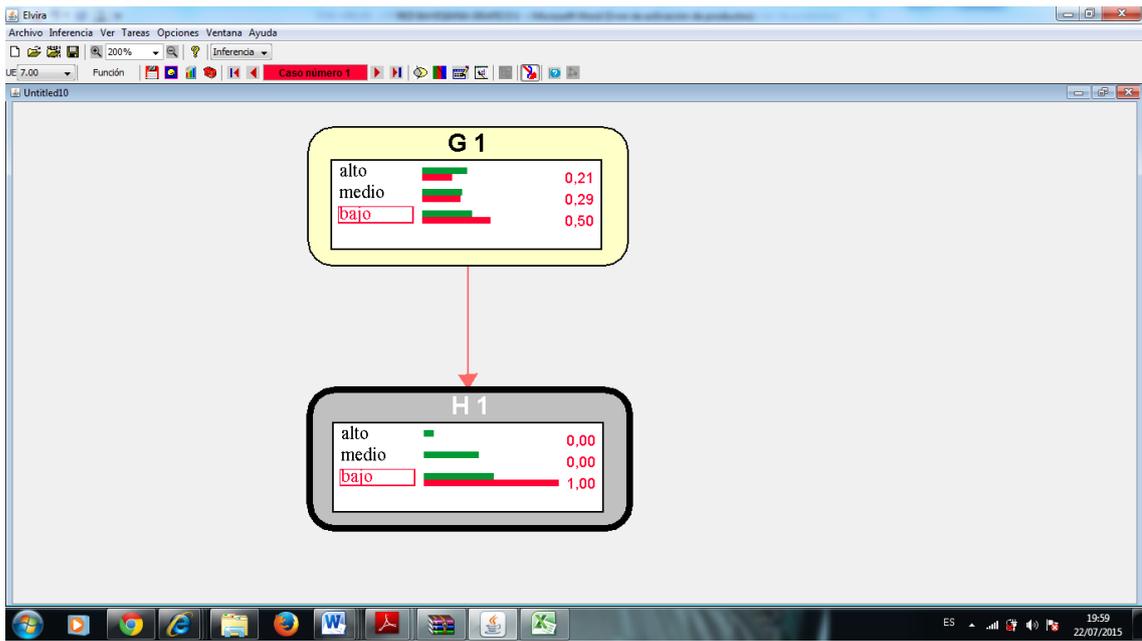


GRAFICO 17. Red bayesiana 5 – probabilidades a posteriori, evidencia h bajo

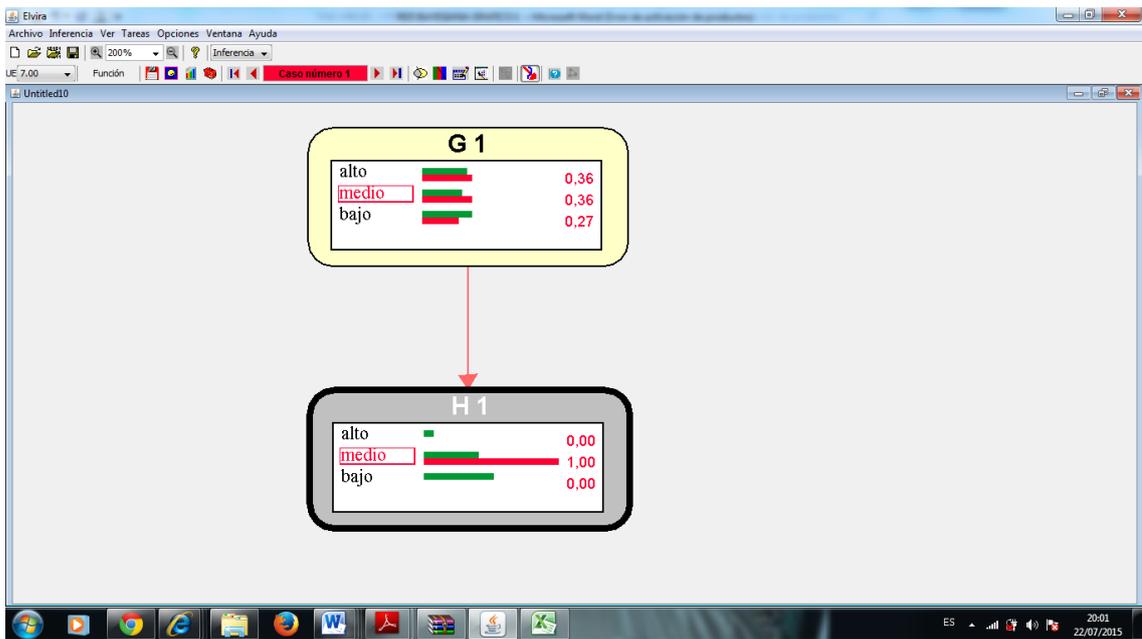


GRAFICO 18. Red bayesiana 5 – probabilidades a posteriori, evidencia h medio

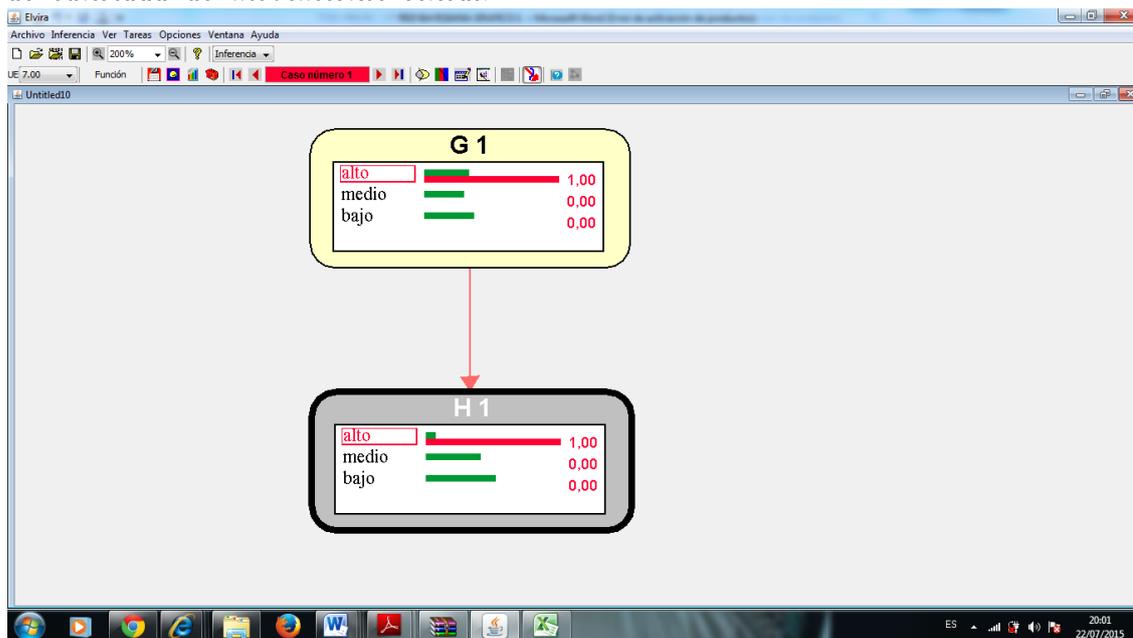


GRAFICO 19. Red bayesiana 5 – probabilidades a posteriori, evidencia h alto

6) Red Bayesiana 6; red formada por los dos grupos de las evaluaciones y relacionadas con que el estudiante aprueba o no la materia.

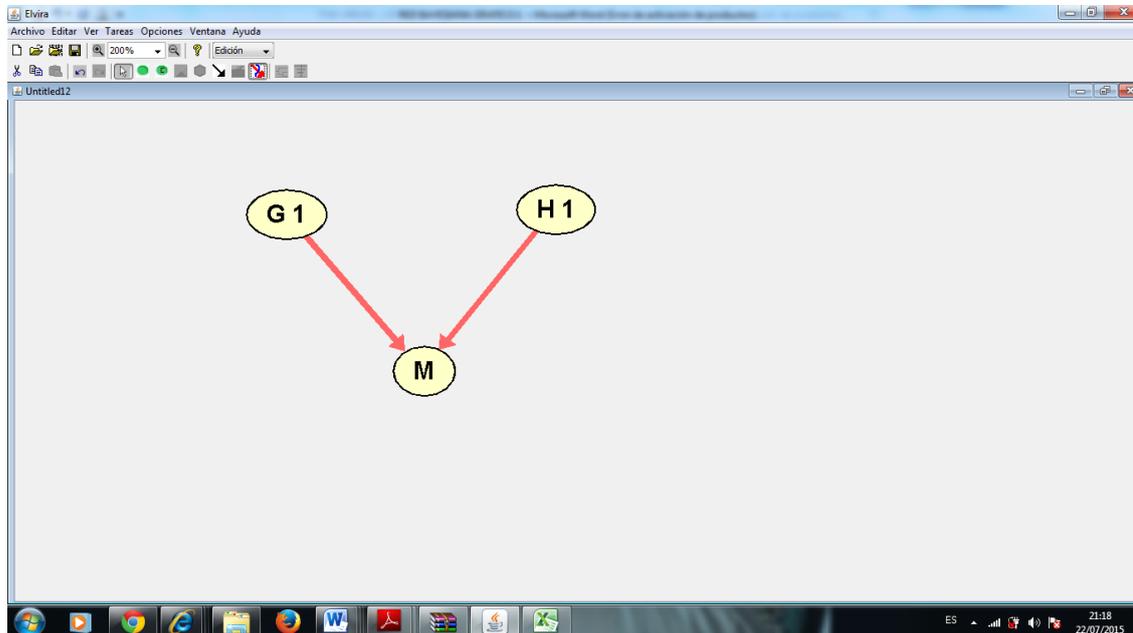


GRAFICO 20. Red bayesiana 6 – relaciona los grupos con la variable A, "aprueba la materia"

Las probabilidades a priori son:

$P(+a) = 0,53$; es la probabilidad de que el estudiante apruebe la materia, tomando en cuenta el resultado de las notas en los dos grupos formados.

Las probabilidades a posteriori son:

$$P(+g1 \text{ alto}/+a) = 0,63$$

$$P(+h1 \text{ alto}/+a) = 0,14$$

$$P(+g1 \text{ alto}/\neg a) = 0$$

$$P(+h1 \text{ alto}/\neg a) = 0$$

$$P(+g1 \text{ medio}/+a) = 0,23$$

$$P(+h1 \text{ medio}/+a) = 0,46$$

$$P(+g1 \text{ medio}/\neg a) = 0,37$$

$$P(+h1 \text{ medio}/\neg a) = 0,34$$

$$P(+g1 \text{ bajo}/+a) = 0,15$$

$$P(+h1 \text{ bajo}/+a) = 0,40$$

$$P(+g1 \text{ bajo}/\neg a) = 0,63$$

$$P(+h1 \text{ bajo}/\neg a) = 0,66$$

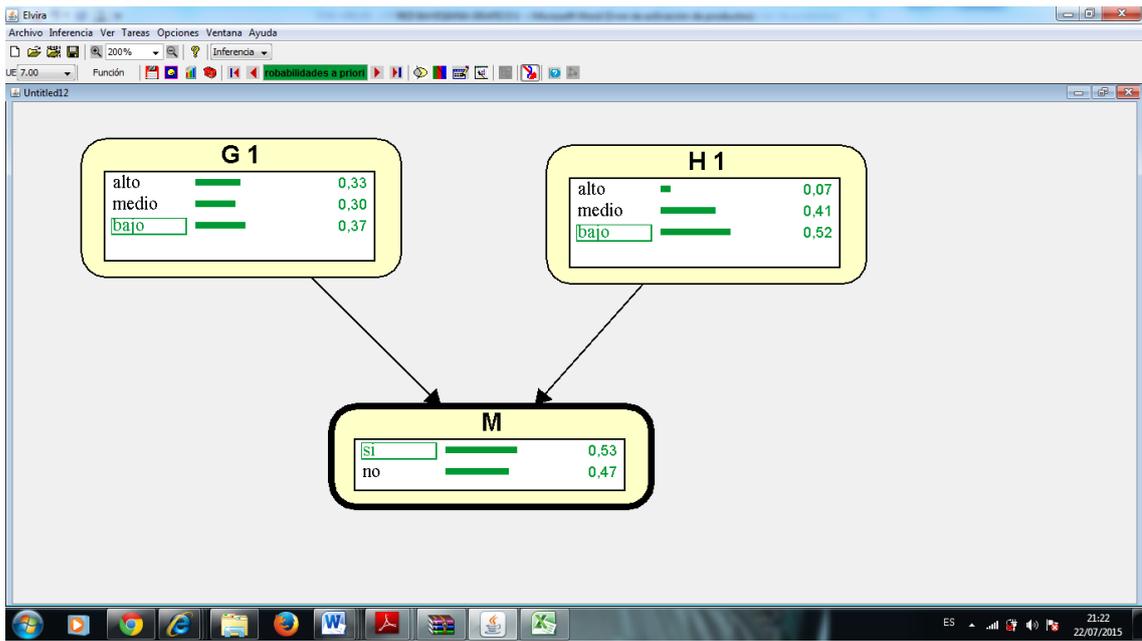


GRAFICO 21. Red bayesiana 6 – probabilidades a priori

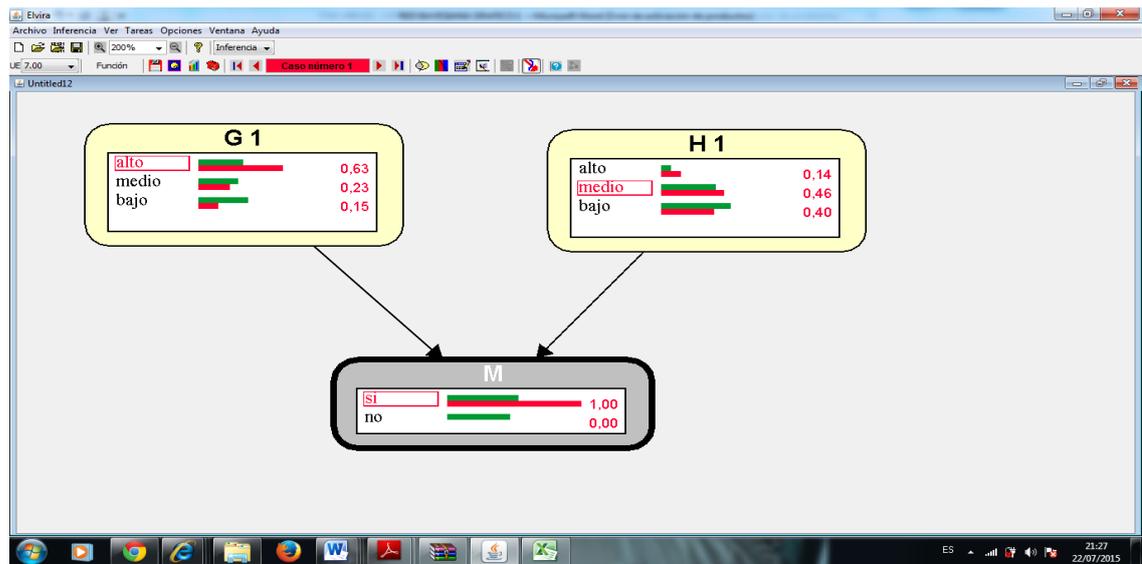


GRAFICO 22. Red bayesiana 6 – probabilidades a posteriori, evidencia que aprueba

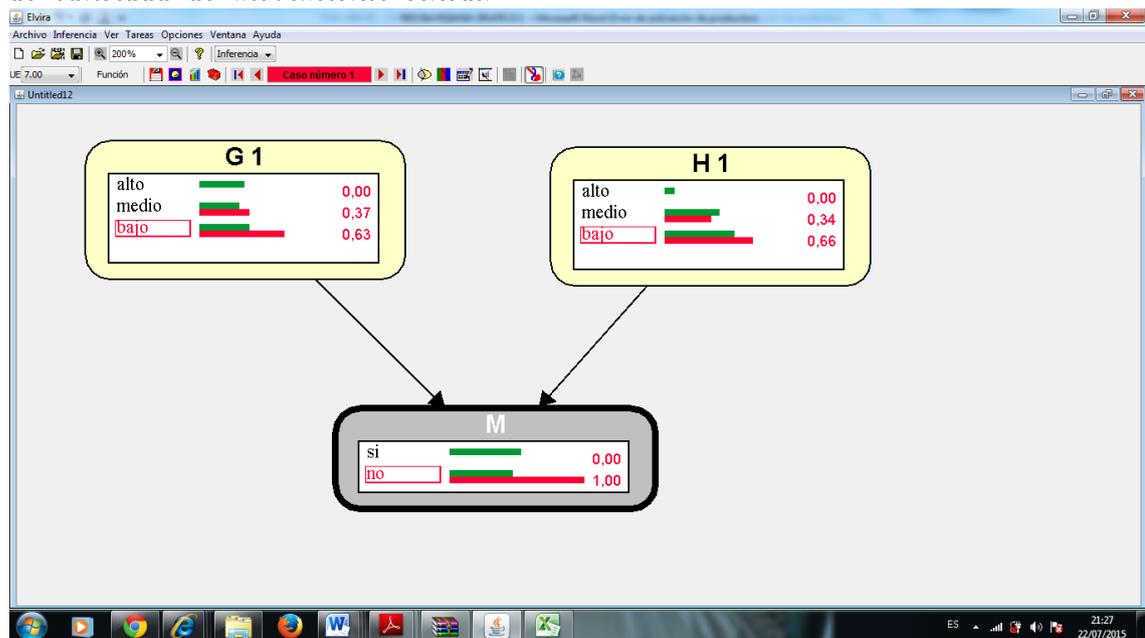


GRAFICO 23. Red bayesiana 6 – probabilidades a posteriori, evidencia que no aprueba

7) Red Bayesiana 7 y 8; estas redes están formadas para relacionar los grupos G y H, que son los resultados de las evaluaciones 1 y 2 respectivamente con el resultado final (variable M), si aprobó o si no aprobó la materia, cabe indicar que se relacionaron con sus 3 posibilidades de resultados, alto, medio y bajo.

En el programa se pudo calcular:

Las probabilidades a priori:

Con el grupo G:

$$P(+m) = 0,48$$

Con el grupo H:

$$P(+m) = 0,48$$

Probabilidades a posteriori:

$$P(+g1 \text{ alto}/+m) = 0,69$$

$$P(+h1 \text{ alto}/+m) = 0,15$$

$$P(+g1 \text{ alto} / \neg m) = 0$$

$$P(+h1 \text{ alto} / \neg m) = 0$$

$$P(+g1 \text{ medio} / +m) = 0,23$$

$$P(+h1 \text{ medio} / +m) = 0,54$$

$$P(+g1 \text{ medio} / \neg m) = 0,36$$

$$P(+h1 \text{ medio} / \neg m) = 0,29$$

$$P(+g1 \text{ bajo} / +m) = 0,08$$

$$P(+h1 \text{ bajo} / +m) = 0,31$$

$$P(+g1 \text{ bajo} / \neg m) = 0,64$$

$$P(+h1 \text{ bajo} / \neg m) = 0,71$$

Los gráficos obtenidos de estas dos Redes fueron:

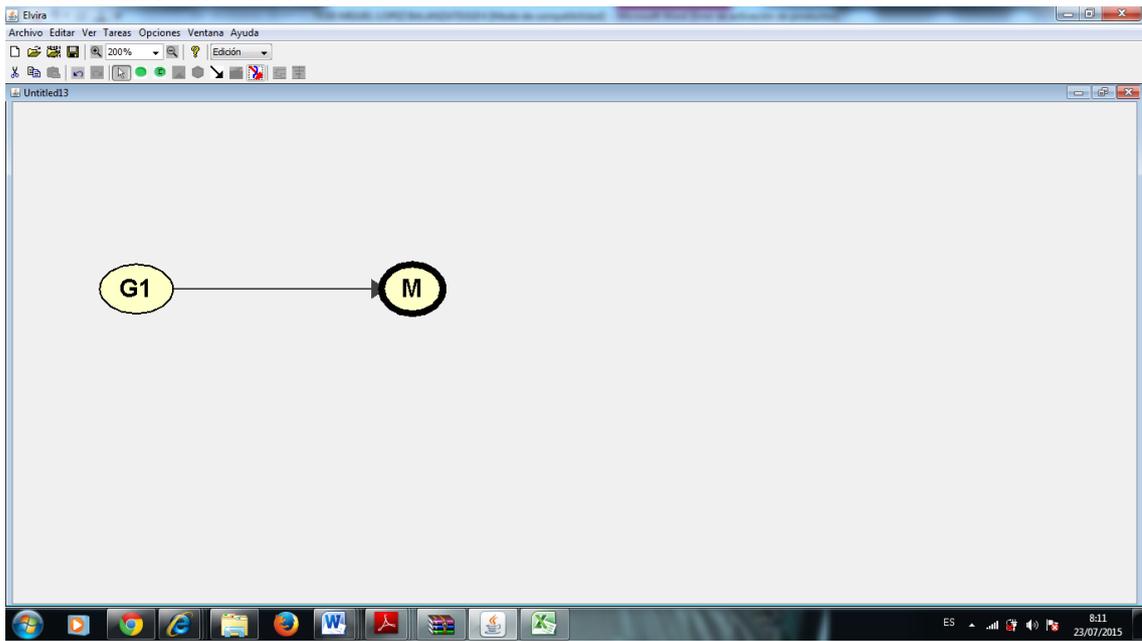


GRAFICO 24. Red bayesiana 7 – relaciona los grupos G con la variable M

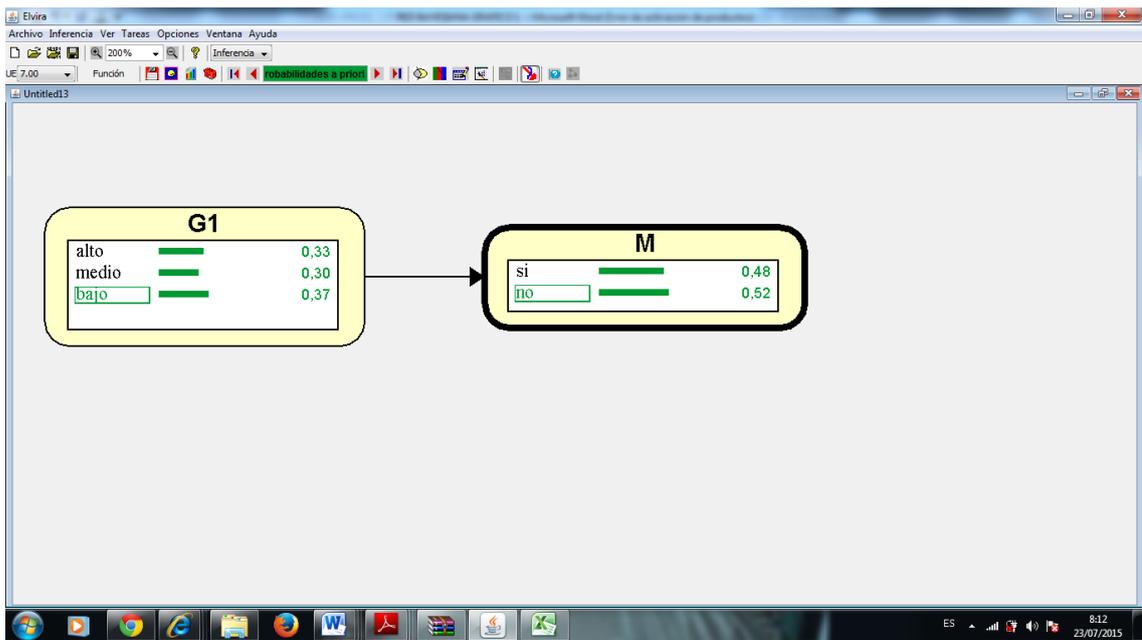


GRAFICO 25. Red bayesiana 7 – probabilidades a priori de variable M

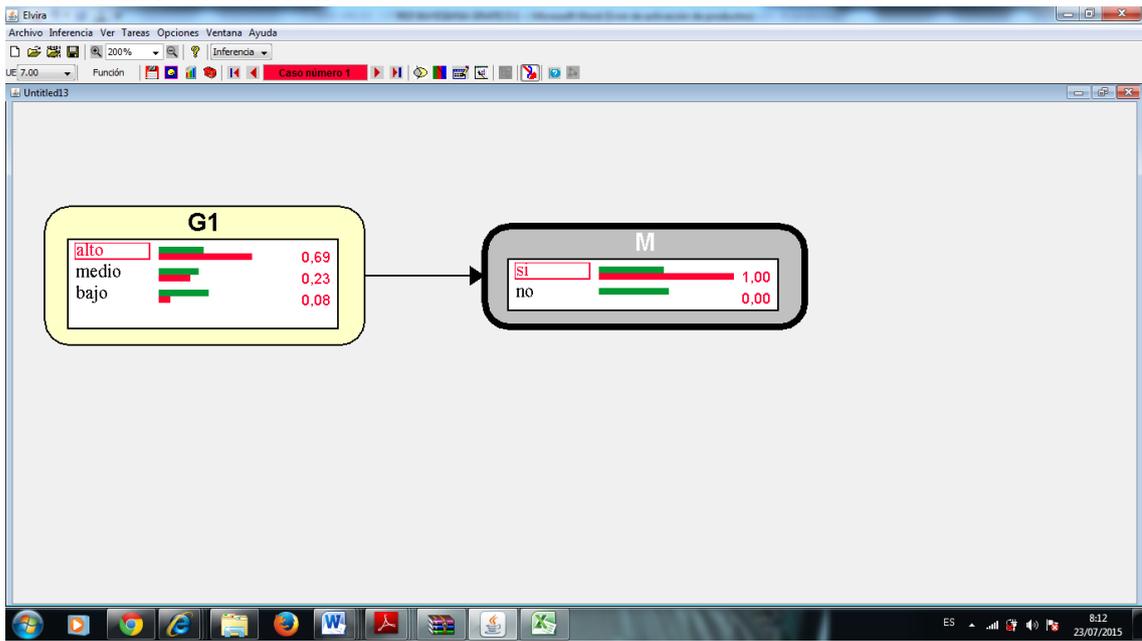


GRAFICO 26. Red bayesiana 7 – probabilidades a posteriores con $p(+m) = 1$

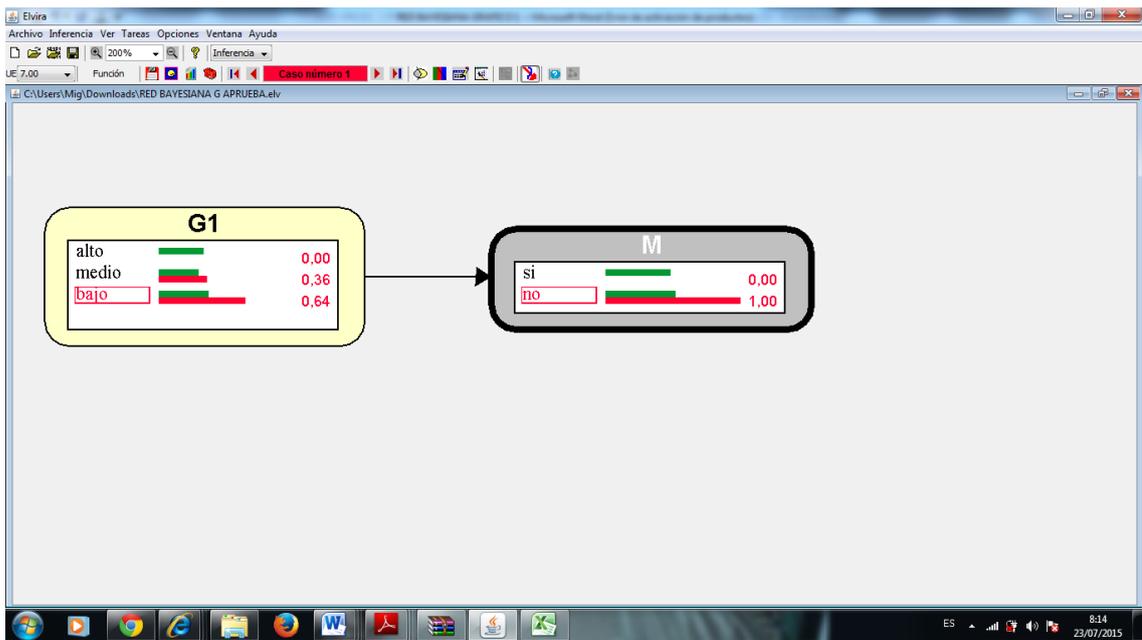


GRAFICO 27. Red bayesiana 7 – probabilidades a posteriori con $p(\neg m) = 1$

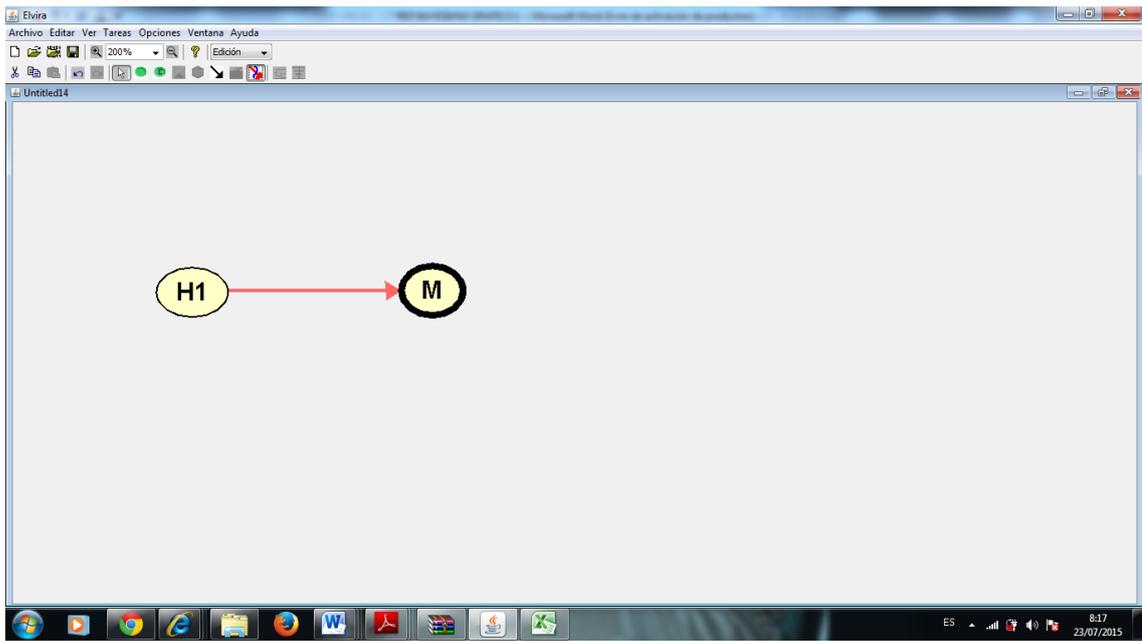


GRAFICO 28. Red bayesiana 8 – relaciona el grupo H con la variable M

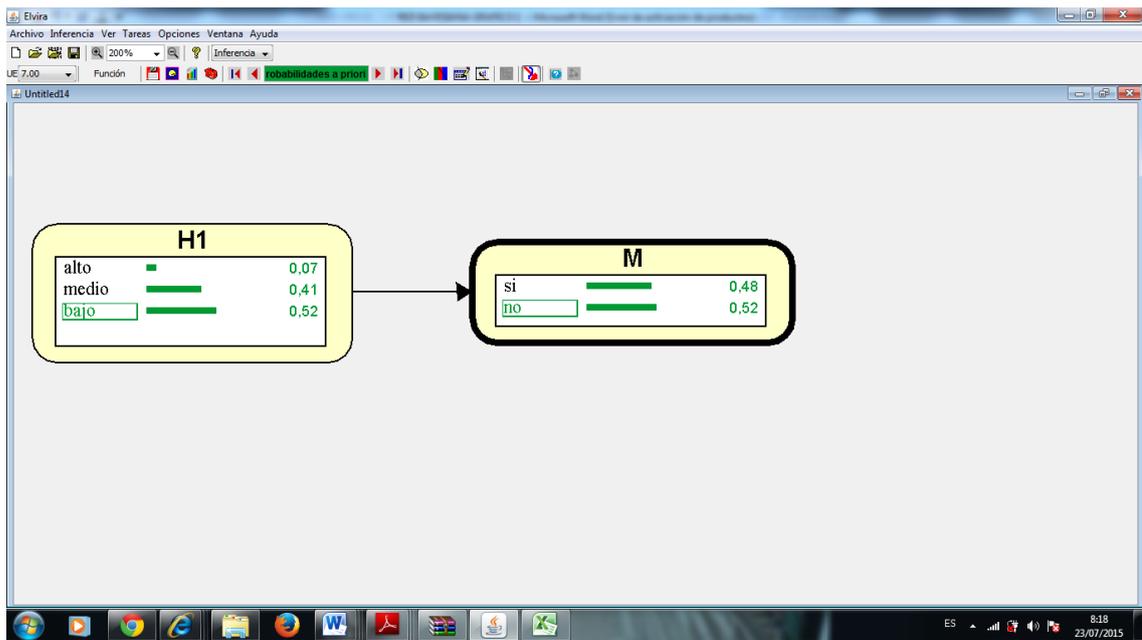


GRAFICO 29. Red bayesiana 8 – probabilidades a priori de variable M

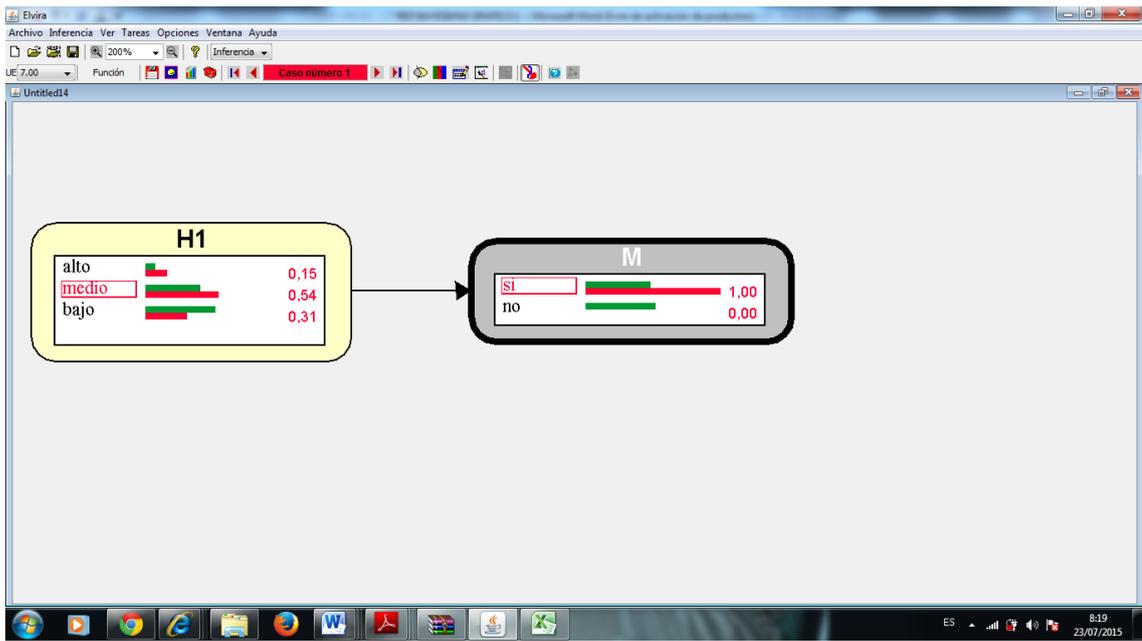


GRAFICO 30. Red bayesiana 8 – probabilidades a posteriori con $p(+m) = 1$

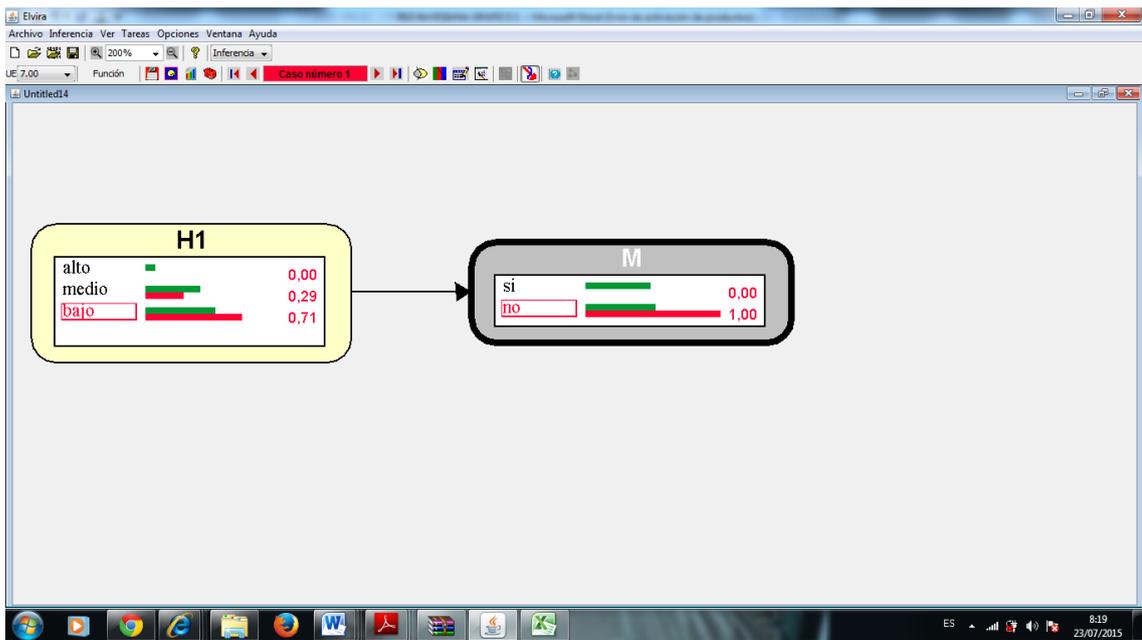


GRAFICO 31. Red bayesiana 8 – probabilidad a posteriori con $p(-m) = 1$

CAPÍTULO V

CONCLUSIÓN Y RECOMENDACIONES

5.1 CONCLUSIÓN Y RECOMENDACIONES

En este trabajo hemos realizado una metodología para poder analizar el rendimiento académico de los estudiantes de una forma muy sencilla, utilizando el software para Redes Bayesianas “ELVIRA”, el cual está disponible para cualquier persona en la web.

Cabe indicar que las 8 Redes Bayesianas diseñadas y analizadas pueden ser incrementadas y mejoradas, dependiendo de la cantidad de información o datos recopilados.

Para un maestro que utilice este trabajo en su clase es importante realizarlo en las primeras evaluaciones del año, de forma individual y colectiva, para poder lograr el verdadero objetivo, que es mejorar el rendimiento de sus alumnos, clasificándolos y agrupándolos para trabajar con pares o grupos donde lidere un estudiante que haya podido demostrar un mejor rendimiento y sea capaz de transmitir su ayuda.

En la RB 1 y 2, la probabilidad de que los alumnos resuelvan bien los problemas son respectivamente 65% y 33 %, resultados que indican que hubo mucha diferencia entre la primera y la segunda prueba en cuanto a dificultad, pero también nos indica que como los conocimientos se van acumulando la prueba debe de ser más compleja y presentar una dificultad mayor.

En la RB 3 ampliamos el modelo anterior, pero sin relacionar las preguntas conceptuales y la resolución de problemas de las 2 evaluaciones, es decir se busca el resultado solo de la aprobación de la materia. Si bien esto va en contra de lo dicho en este trabajo, queríamos ver los resultados para analizarlos y compararlos con la RB 4, la cual si contempla la relación entre la primera y segunda evaluación.

La probabilidad de aprobar la materia en la RB 3 es del 71% y la probabilidad a posteriori de haber resuelto bien los problemas en la primera evaluación si aprobó la materia es del 83% y en la segunda evaluación es del 34%, demostrando la dificultad que mencionamos anteriormente en la segunda prueba.

En la RB 4 se utilizan las variables de tal forma que se relacionan los conocimientos concatenados entre las 2 evaluaciones, siendo el resultado final la aprobación o no de la materia. Cabe demostrar que no es toda la información completa para relacionarla con el objetivo final, pero si infiere con los resultados y se llega a algo muy cercano a la realidad, tal es así, que la probabilidad de aprobar la materia nos da el 49%, información muy cercana a la realidad final que fue del 48%.

En los resultados de esta red se observa que si un alumno aprobó la materia la probabilidad de conocer las preguntas conceptuales de la evaluación 2 y la evaluación 1 es respectivamente del 55% al 59% y de resolver bien los problemas está entre el 44% y 68%. Con los resultados anteriores queda claro que el estudiante puede aprobar la materia con un promedio medio de conocimientos y habilidades en la resolución de problemas. Que con un incremento en la dificultad de los problemas planteados se incrementa su influencia sobre el resultado final en el conocimiento de las preguntas conceptuales.

En la RB 5 lo que hacemos es relacionar las 2 pruebas en los grupos realizados con el rendimiento en cada evaluación, en esta observamos que es poco probable que alguien que salió mal en la primera evaluación, logre salir excelente en la segunda evaluación, y que el porcentaje de que alguien salga mal en la segunda evaluación, habiendo salido excelente en la primera, es bajo (21%).

En la RB 6, se relacionan las variables de los grupos con la aprobación de la materia, en esta la probabilidad de aprobar la materia es del 53%, bastante cercano a la realidad.

En las RB 7 y 8 se relacionan directamente las evaluaciones con el objetivo final, es decir, con una sola prueba se infiere el resultado final de que si aprueba o no el alumno la materia. Tal es así que la probabilidad a priori de pasar la materia es del 53% y la probabilidad a posteriori de que alguien haya aprobado y salga bien en la evaluación 1 es del 69%, y la probabilidad de que no haya aprobado y obtenga bajo en la segunda prueba es del 71%.

En lo que respecta a las redes diseñadas, sería mucho mejor que se apliquen unas tres evaluaciones para tener datos más confiables y un verdadero comportamiento del aprovechamiento de los estudiantes.

En los resultados obtenidos, en las dos primeras redes quisimos demostrar que en la materia de Física es muy importante conocer las preguntas conceptuales, para poder aplicarla en la resolución de problemas, realmente es así como se debe de aprender la Física y como debe de llegarles a cada uno de los estudiantes.

Las Redes Bayesianas son de gran utilidad para analizar datos aplicados a la educación y se convierten en una gran herramienta de ayuda para tomar decisiones acertadas que podrían mejorar el desempeño de los estudiantes. Es necesario continuar con las investigaciones del tema ya que tiene muchas aplicaciones y despierta el interés investigativo, a pesar de ser extenso. Se espera que este trabajo sea el comienzo de más investigaciones para un mayor aprendizaje.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] Almond, Russel. Shute, Valerie. (Junio 2008). Bayesian Networks: A teacher's view. International Journal of Approximate Reasoning. Florida State University, ETS, Princeton, Nj, United State.
- [2] Álvaro Marín Illera. Abril 2005. Sistemas Expertos, Redes Bayesianas y sus aplicaciones. Semana ESIDE, correo: dalvaro@rigel.deusto.es
- [3] Latorre C., 1998. "Análisis de los modelos instruccionales y el modelo sistémico" Tecnológico de la investigaciones estudios y proyectos educativos. URL: http://www.inespro.edu.co/edudig_2relat_gl.htm.
- [4] West,C., Farmer, J., "Instructional desing: Implications from cognitive science". New Jersey:Prentice Hall,1991.
- [5] Dick W. & Carey, L. 1998. "Diseño sistemático de la instrucción" Ed. Voluntad, Bogotá-Colombia.
- [6] González Pérez Miriam. La evaluación del aprendizaje: tendencias y reflexión crítica. Rev Cubana Educación Media y Superior. 2001;15(1):85-96
- [7] Valenzuela-Rendón Manuel. Noviembre 2008. Redes Bayesianas. Centro de Sistemas Inteligentes. Tecnológico de Monterrey, Campus Monterrey.
- [8] Díez Francisco. Redes Bayesianas: Apuntes de razonamiento aproximado. Fecha de recuperación: 2/agosto/2012.
- [9] Jensen, F. V. (2001). Bayesian networks and decision graphs. Springer.
- [10] Delgado Meléndez Pedro Elías. Teorema de Bayes: Herramienta para la toma de decisiones.
- [11] Young • Friedman. Sears • Zemansky Física universitaria.Volumen 1 Decima segunda edición. 2009.
- [12] Cortez Bohigas, Ma del Mar. Concepto Rendimiento Académico. Diccionario de las Ciencias de La Educación.
- [13] Tejedor y García-Valcárcel, 2007. Causas del bajo rendimiento del estudiante universitario (en opinión de los profesores y alumnos). Propuesta de mejora en el marco del EEES. Revista de Educación, 342 (31).

[14] Chain, R. Cruz Ramírez, N. Martínez Morales, M. Jácome, N. (2003) Examen de selección y probabilidades de éxito escolar en estudios superiores. Estudio en una universidad pública estatal mexicana. Revista Electrónica de Investigación Educativa. Vol. 5. <http://redie.uabc.mx/vol5no1/contenido-chain.html>

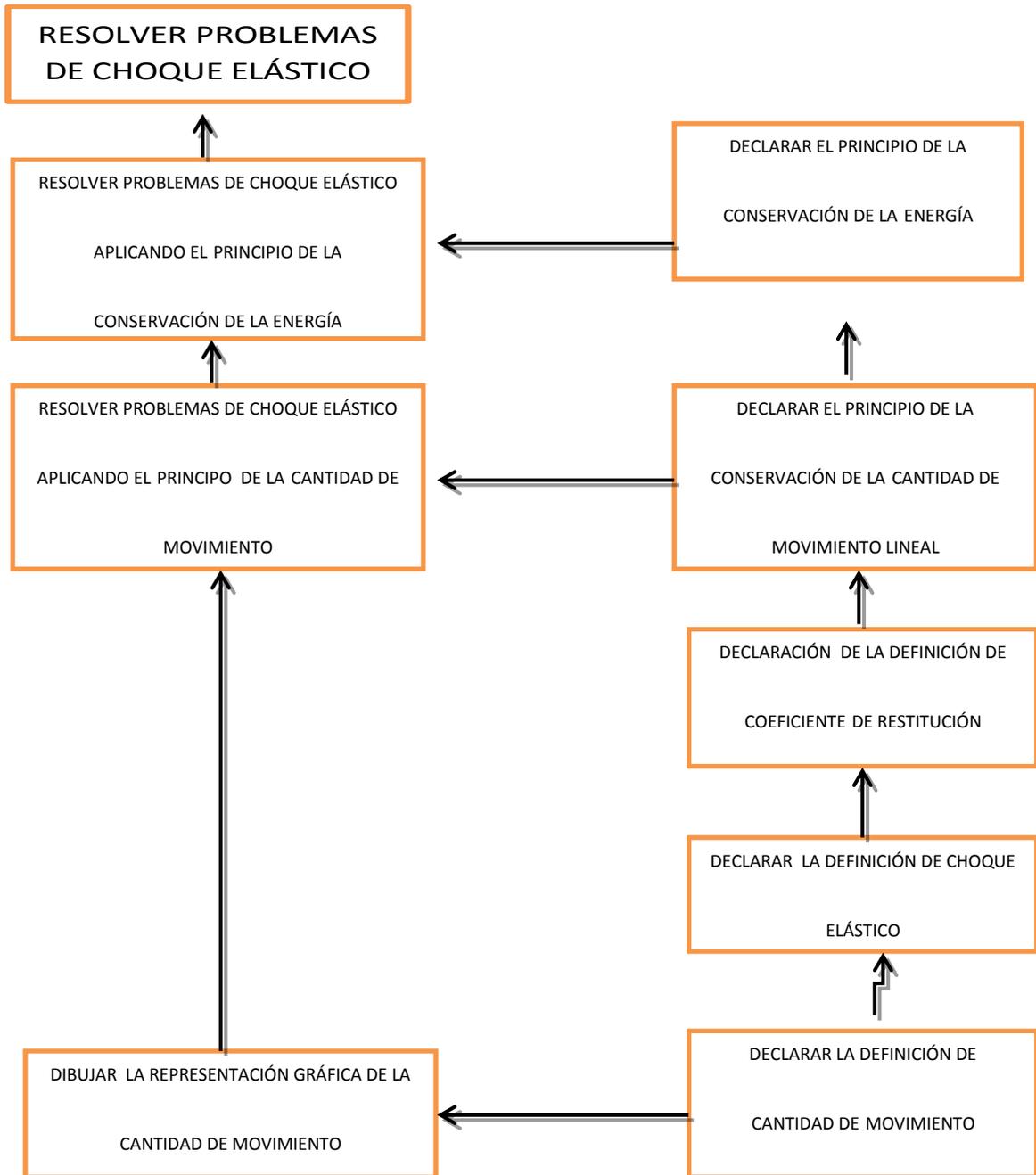
ANEXOS

ANEXO 1: Mapa de Objetivos Cantidad de Movimiento Lineal. Choque elástico.

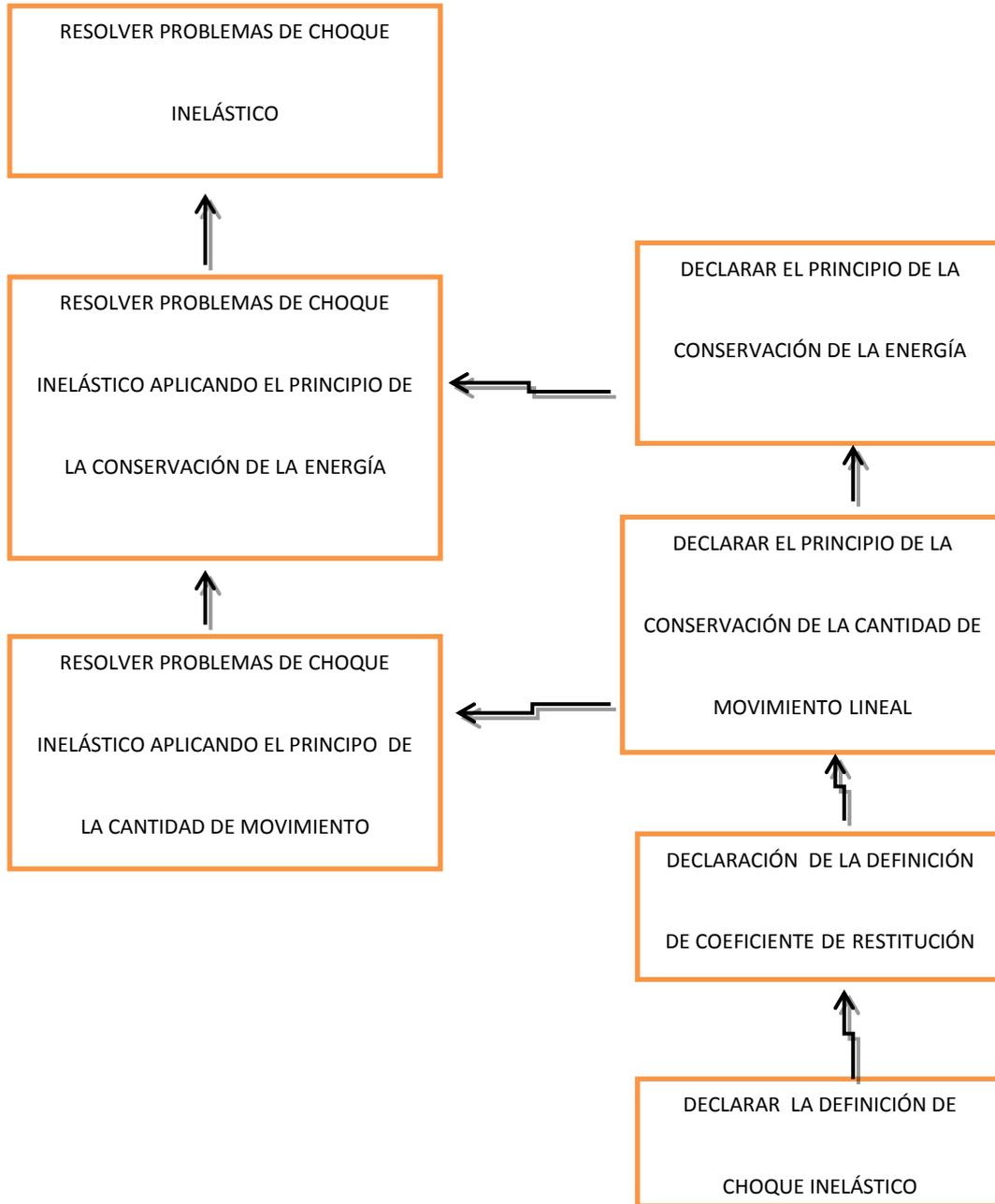
ANEXO 2: Mapa de Objetivos Cantidad de Movimiento Lineal. Choque inelástico.

ANEXO 3: Hoja de Excel con datos de calificaciones.

ANEXO 1



ANEXO 2



ANEXO 3

Nº	ESTADO	EVALUACION 1					T	EVALUACION 2					E. FINAL (50 P)		N. F.	APRUEBA		MEJ. (100)		PASA	N. PASA	ASISTENCIA	%
		TEORIA	P (C)	PROB.	P (P)	TOTAL		TEORIA	P (C)	PROB.	P (P)	TOTAL	PTOS	NOTA		SI	NO	DS	TE				
1	NORMAL	6	0,75	10	0,83	16	8	10	1	10	1	20	10	7	32	72	SI				SI		100
2	REPITE	6	0,75	9	0,75	15	8	2	0,2	4	0,4	6	3	2	20	61	SI				SI		90
3	NORMAL	6	0,75	7	0,58	13	7	8	0,8	4	0,4	12	6	6	11	44		NO				NO	100
4	REPITE	6	0,75	10	0,83	16	8	9	0,9	6	0,6	15	8	7	22	65	SI				SI		65
5	NORMAL	8	1,00	12	1,00	20	10	5	0,5	4	0,4	9	5	7	23	70	SI				SI		95
6	NORMAL		0,00		0,00		0		0		0	0	0									NO	60
7	REPITE	8	1,00	12	1,00	20	10	6	0,6	7	0,7	13	7	8	48	98	SI				SI		95
8	ARRASTRA	8	1,00	10	0,83	18	9	8	0,8	6	0,6	14	7	8	27	75	SI				SI		100
9	NORMAL	0	0,00	3	0,25	3	2	7	0,7	5	0,5	12	6	5	17	42		NO	13	44		NO	80
10	NORMAL	5	0,63	9	0,75	14	7	4	0,4	6	0,6	10	5	0	3	32		NO				NO	90
11	NORMAL	6	0,75	6	0,50	12	6	5	0,5	8	0,8	13	7	2	21	66	SI				SI		100
12	NORMAL	6	0,75	11	0,92	17	9	8	0,8	4	0,4	12	6	6	18	58		NO	17	83	SI		100
13	NORMAL	4	0,50	8	0,67	12	6	6	0,6	4	0,4	10	5	7	13	54		NO	12	53		NO	95
14	REPITE	4	0,50	3	0,25	7	4	5	0,5	3	0,3	8	4	5	8	37		NO				NO	90
15	NORMAL	0	0,00	11	0,92	11	6	7	0,7	6	0,8	13	7	8	29	68	SI				SI		100
16	REPITE	4	0,50	5	0,42	9	5	4	0,4	6	0,6	10	5	6	18	58		NO	10	44		NO	92
17	NORMAL	8	1,00	6	0,50	14	7	3	0,3	4	0,4	7	4	6	17	61	SI				SI		100
18	NORMAL	3	0,38	6	0,50	9	5	5	0,5	3	0,3	8	4	8	14	51		NO	17	35		NO	92
19	NORMAL	6	0,75	11	0,92	17	9	2	0,2	5	0,5	7	4	4	18	60	SI				SI		100
20	NORMAL	3	0,38	6	0,50	9	5	7	0,7	3	0,3	10	5	5	14	53		NO	9	22		NO	100
21	NORMAL	0	0,00	8	0,67	8	4	4	0,4	5	0,5	9	5	0	3	40		NO				NO	95
22	NORMAL	5	0,63	8	0,67	13	7	8	0,8	5	0,5	13	7	6	15	55		NO	13	39		NO	100
23	NORMAL	4	0,50	11	0,92	15	8	8	0,8	5	0,5	13	7	8	32	76	SI				SI		100
24	ARRASTRA		0,00		0,00		0	8	0,8	4	0,4	12	6	6,5	22	62	SI				SI		100
25	NORMAL	5	0,63	7	0,58	12	6	5	0,5	4	0,4	9	5	5	11	51		NO	11	23		NO	100
26	ARRASTRA		0,00		0,00		0		0		0	0	0			53		NO	7	41		NO	90
27	NORMAL	0	0,00	10	0,83	10	5	8	0,8	4	0,4	12	6	6	13	48		NO	17	46		NO	95