

Modelamiento y Simulación de un Sistema Electro-Neumático

Pedro Andres Bazurto Velasco ⁽¹⁾, Mercedes Noemí Murillo Abril ⁽²⁾, Douglas Antonio Plaza Guingla, PhD. ⁽³⁾

Facultad de Ingeniería en Electricidad y Computación ⁽¹⁾⁽²⁾⁽³⁾

Escuela Superior Politécnica del Litoral (ESPOL)

Campus Gustavo Galindo, Km 30.5 vía Perimetral

Apartado 09-01-5863. Guayaquil-Ecuador

Doctor de Ingeniería Electromecánica. Universidad de Gent ⁽³⁾

pbazurto@espol.edu.ec ⁽¹⁾, mnmurill@espol.edu.ec ⁽²⁾, douplaza@espol.edu.ec ⁽³⁾

Resumen

El presente trabajo desarrolla el modelo matemático para un sistema electro-neumático. El caso de estudio seleccionado es una válvula electro-neumática reguladora de presión, sin embargo el procedimiento es aplicable a cualquier sistema que responda a leyes físicas. La válvula de este estudio no se encuentra disponible físicamente por lo que este trabajo expone un análisis teórico del modelo basado en artículos similares y hojas de datos donde los resultados mostrados a través de simulaciones son utilizados antes de su validación. Para esto dividimos la válvula en tres subsistemas donde sus ecuaciones fueron establecidas por separado y las agrupamos formando el modelo matemático completo. El modelo representa el comportamiento de la presión de salida de la válvula a una entrada analógica de voltaje. Posterior a la obtención del modelo, lo trasladamos a lenguaje de programación en tres diferentes simuladores mostrando los resultados de las variables de interés en el tiempo obtenido de los programas.

Palabras Claves: Modelamiento Matemático, Simulación, Sistema Electro-neumático, Electro-válvula, Regulador de presión.

Abstract

This paper develops a mathematical model for an electro-pneumatic system. The selected case of study is an electro-pneumatic pressure regulator valve, however the procedure is applicable to any system that respond to physical laws. The valve of this study is not physically available so this paper presents a theoretical analysis model based on similar articles and datasheets where the results shown through simulations are used before it validation. For this purpose we divide the valve in three subsystems where their equations were established separately and grouped to form the complete mathematical model. The model represents the behavior of the valve's outlet pressure to an analog input voltage. After obtaining the model, it was translate to programming language in three different simulators showing the results of the variables of interest across the time in each programs.

Keywords: Mathematical modeling, Simulation, Electro-Pneumatics, Electro-valve, Pressure Regulator.

1. Introducción

Los sistemas neumáticos son aquellos que transmiten señales y potencia utilizando como medio un gas, por lo general aire [1] La introducción de la electricidad a estos sistemas, ha permitido adoptar el término electro – neumática, dentro del mundo industrial. Con el objetivo de lograr un control eficiente de los fluidos a través de señales eléctricas. El modelamiento matemático de estos sistemas permite el desarrollo de aplicaciones industriales confiables y eficientes. Para facilitar la descripción matemática utilizamos herramientas informáticas, que implementan métodos numéricos iterativos, con el fin de simular las respuestas de los modelos bajo diferentes escenarios.

En este trabajo analizaremos una válvula electro-neumática reguladora de presión. Como segundo punto describiremos matemáticamente los tres subsistemas que conforman la válvula para obtener su modelo completo. Luego en la sección tres traducimos el lenguaje matemático a un lenguaje gráfico y funcional de programación para simular el modelo en Simulink y OpenModelica. En la sección cuatro presentamos los resultados obtenidos de la ejecución de las simulaciones. Toda esta experiencia nos permitió llegar a las conclusiones presentadas en la sección cinco. El trabajo realizado es un resumen del informe de la materia de graduación.

2. Modelamiento matemático

La válvula electro-neumática reguladora de presión está definida como un dispositivo que fija la presión de un sistema en un valor requerido de manera proporcional a una entrada analógica de control como un voltaje [2]. La Figura 1 muestra las partes internas de la válvula. Esta válvula permite la variación de la presión de aire a través del diafragma, cuya posición resulta del equilibrio entre la fuerza generada por el solenoide y la fuerza producida por la presión regulada. La sumatoria de fuerzas provoca un movimiento del diafragma permitiendo el desplazamiento del cabezal el mismo que define el paso del flujo de aire a la cámara de presión regulada. La válvula posee un resorte de retorno que restringe el movimiento del diafragma de acuerdo a su límite elástico.

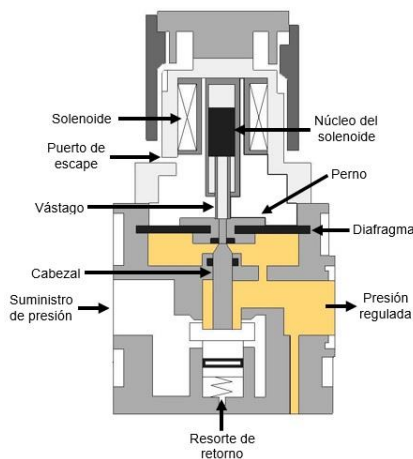


Figura 1. Válvula electro-neumática reguladora de presión.

La válvula se compone de tres subsistemas: el subsistema electro-magnético, el subsistema mecánico y el subsistema neumático. En el primer subsistema examinamos el circuito electro-magnético del solenoide que produce la fuerza magnética. En el subsistema mecánico analizamos la sumatoria de fuerzas que ocurre en el diafragma y la fuerza resultante que desplaza el cabezal al punto donde el valor de presión de salida es la deseada. Finalmente, el subsistema neumático estudia como el flujo de aire se comporta a través de la válvula.

2.1. Subsistema electro-magnético

En el subsistema electro-magnético obtenemos la respuesta en el tiempo de la fuerza magnética. Para su modelamiento tomamos en consideración las siguientes asunciones:

- Las partes metálicas del solenoide son de un material magnético y no contribuyen con la reluctancia del subsistema.
- La geometría del solenoide corresponde a un solenoide tubular evitando la dispersión del flujo en entrehierros externos.
- La reluctancia total es la reluctancia del entrehierro 2 mostrado en la Figura 2.

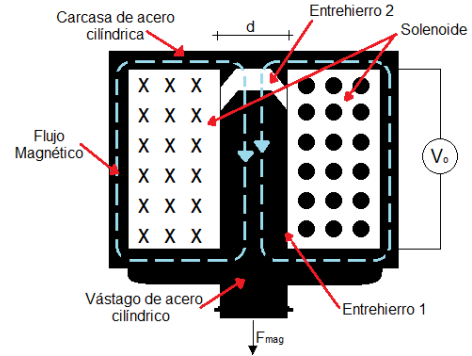


Figura 2. Subsistema electro-magnético. Equivalente magnético.

El entrehierro 2 tiene un área cónica constante transversal al flujo; sin embargo su longitud aumenta o disminuye con el movimiento del vástago. Esta última condición hace que la reluctancia del sistema sea variable como se muestra en la siguiente ecuación:

$$\mathfrak{R} = \frac{x_d}{u_o(A_t + A_b)} \quad (1)$$

La magnitud de la fuerza magnética puede ser calculada por la ecuación propuesta [3]:

$$F_{mag} = \frac{i^2 dL(x)}{2 dx} \quad (2)$$

Esta fuerza depende de la intensidad de corriente i , que circula a través del solenoide, y de la derivada de la inductancia del sistema electromagnético $dL(x)/dx$. La inductancia se puede derivar por la relación que tiene con la reluctancia total del sistema por lo que la fuerza magnética queda ahora en función de la corriente y el desplazamiento, así como se muestra a continuación:

$$F_{mag} = \frac{i^2 N^2 u_o A_t}{2 x_d^2} \quad (3)$$

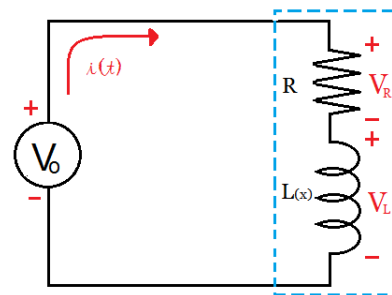


Figura 3. Subsistema electro-magnético. Equivalente eléctrico.

El equivalente eléctrico, mostrado en la Figura 3, se representa al solenoide con una resistencia y una inductancia en serie. El voltaje aplicado en los extremos del solenoide también forma parte del circuito. Aplicando la segunda ley de Kirchhoff obtenemos la siguiente ecuación:

$$\sum V = V_o - V_R - V_L = 0 \quad (4)$$

El voltaje en los extremos de la resistencia lo calculamos con la ley de Ohm [4]. Para el inductor la caída de tensión en sus extremos depende de la variación de los enlaces de flujo en el tiempo. Los enlaces de flujo dependen de la corriente que atraviesa en el inductor y la distancia del entrehierro 2 [5]. Con estas relaciones obtenemos la ecuación que depende tanto de la variación de corriente del circuito como de la distancia del entrehierro 2 (x_d) como se muestra a continuación:

$$V_o - Ri(t) - L(x) \frac{di(t)}{dt} - i(t) \frac{dL(x_d)}{dt} = 0 \quad (5)$$

Con el análisis del subsistema electro-magnético obtuvimos las ecuaciones de la fuerza magnética y la relación entre la corriente del solenoide y el desplazamiento del núcleo. El desplazamiento resulta de la sumatoria de fuerzas analizado en el subsistema mecánico a continuación.

2.2. Subsistema mecánico

La sumatoria de fuerzas que ocurre en el diafragma es de crucial interes en el análisis de la respuesta de la presión regulada. La rapidez con que la presión llegue al punto requerido depende en gran parte de la apertura o cierre del orificio por donde circula el aire. El área del orificio depende de la posición del cabezal. A través de la aplicación de las fuerzas en el diafragma señaladas en el diagrama de la Figura 4. Estas fuerzas son: la fuerza magnética F_{mag} , las fuerzas neumáticas (Presión atmosférica P_{atm} y Presión regulada o de salida P_{reg}), la fuerza del resorte (F_{res}) y la fuerza de fricción (F_{fr}).

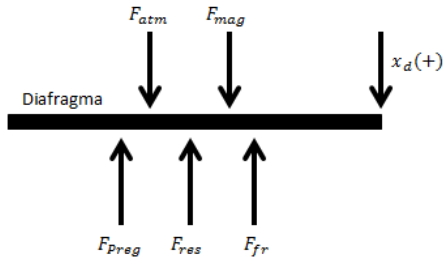


Figura 4. Diagrama de cuerpo libre en el diafragma.

Por convención tomaremos como positivo el movimiento hacia abajo del cabezal representado por x_d produce facilidad al interpretar los resultados. De acuerdo a la segunda Ley de Newton tenemos:

$$F_{patm} + F_{mag} - F_{preg} - F_{res} - F_{fr} = ma \quad (6)$$

Aplicando las definiciones formales de cada fuerza tenemos como resultado la ecuación:

$$A_d P_{atm} + F_{mag} - A_d P_{reg} - K_r x_d - b \frac{dx_d}{dt} = m \frac{d^2 x_d}{dt^2} \quad (7)$$

La ecuación 7 representa la dinámica del cabezal y su respuesta en el tiempo en breves rasgos podemos notar que la fuerza magnética debe ser lo suficientemente grande como para sobreponerse al efecto de la fuerza provocada en la presión regulada y mantener la apertura del paso de aire. También podemos observar que en el momento que el sistema sea estable la fuerza magnética se equilibra con las fuerzas neumáticas y con la del resorte. Como hemos expresado la presión regulada interviene de manera constante en el movimiento del cabezal además de ser la variable principal a controlar por la válvula. Por lo cual estudiaremos las ecuaciones neumáticas que dan origen a esta presión y los factores que participan dentro de la formulación de las mismas.

2.3. Subsistema neumático

Para describir el flujo y la presión de aire en la válvula tomaremos en cuenta los siguientes puntos:

- Las relaciones entre el flujo y la presión se fundamentan en el principio de conservación de la masa y de la energía [8].
- El aire responde a un proceso adiabático [8].
- La válvula a su salida posee una cámara de volumen constante.
- Con el objetivo de apreciar la respuesta de la presión regulada, la válvula a su salida se encuentra cerrada.

Expuestas las condiciones para el sistema neumático obtenemos la siguiente relación:

$$qm_1 = \frac{V}{\gamma R T_{reg}} \frac{dP_{reg}}{dt} \quad (8)$$

De la ecuación 8 observamos que el flujo másico de entrada a la cámara qm_1 es una función de la presión regulada P_{reg} , el volumen de la cámara de presión regulada V , la constante adiabática γ , la constante de los gases R y temperatura de salida T_{reg} . El cálculo del flujo másico qm_1 se establece considerando la geometría del orificio a la entrada de la cámara de salida y los problemas de convergencia existentes al momento de simular el modelo [9]. Entonces la expresión que describe el qm_1 , basada en la norma ISO 6358, es la siguiente:

$$qm_1 = \begin{cases} K_1 P_{sup} \left(1 - \frac{P_{reg}}{P_{sup}}\right) \sqrt{\frac{T_o}{T_{sup}}} & ; \frac{P_{reg}}{P_{sup}} \geq 0.999 \\ P_{sup} C \rho_o \sqrt{\frac{T_o}{T_{sup}}} \sqrt{1 - \left(\frac{\frac{P_{reg}}{P_{sup}} - b}{1 - b}\right)^2} & ; 0.999 > \frac{P_{reg}}{P_{sup}} > b \\ P_{sup} C \rho_o \sqrt{\frac{T_o}{T_{sup}}} & ; \frac{P_{reg}}{P_{sup}} \leq b \end{cases} \quad (9)$$

Donde la ganancia K_1 sirve para aproximar linealmente la ecuación (9) donde su valor es especificado a continuación:

$$K_1 = 1000C\rho_o \sqrt{1 - \left(\frac{0.999 - b}{1 - b}\right)^2} \quad (10)$$

De la ecuación (9) notamos la inclusión de los términos de la conductancia sónica C y de la razón de la presión crítica b . La conductancia sónica y la razón de la presión crítica pueden ser determinadas como una función de la posición del cabezal [6]. Para el caso de estudio planteado estos datos se sustentan en los estudios realizados por Varga y Honkola (2012) [7]. Además se incluyen variables que son definidas por valores en condiciones referenciales para la densidad ρ_o y para la temperatura T_o . Así como la Presión de entrada a la válvula P_{reg} .

3. Implementación del modelo electro-neumático

La implementación del modelo en los simuladores propuestos ejecuta algoritmos de resolución y obtiene las gráficas de dichas variables. La simulación del modelo la realizamos en Simulink con el lenguaje gráfico de programación que compone su interfaz. Utilizamos el lenguaje de código propietario de Matlab para declarar las constantes del sistema. En OpenModelica, la programación se basa en ubicar las ecuaciones que conforman el modelo en lenguaje de código y observar la respuesta en el tiempo de las variables de interés declaradas dentro del código.

3.1. Simulación en lenguaje gráfico

La construcción del modelo se hizo con tres súper bloques que representan a cada subsistema de la válvula. De cada bloque salen las variables de interés de cada subsistema. La Figura 5 muestra cómo entre los subsistemas existen retroalimentaciones naturales que influyen directamente en la respuesta del subsistema electro-magnético y el subsistema mecánico. Si ingresamos en cada súper bloque se puede apreciar en detalle cada ecuación que compone cada subsistema.

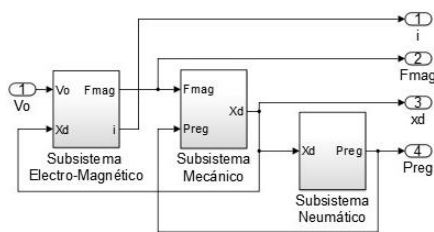


Figura 5. Programación del sistema electro-neumático. Lenguaje gráfico entorno Simulink.

Para terminar con la programación de la simulación establecimos los parámetros que utilizará el software para proporcionar los resultados. Para Simulink definimos el tipo de *solver Variable – Step*, el cual varía cada paso dependiendo de la dinámica del modelo. Recomendado para modelos donde existen rápidos cambios de estado o

que contiene discontinuidades [5]. Hemos considerado el método *ode45 (Dormand-Prince)* que utiliza el método numérico *Runge - Kutta* para la resolución de ecuaciones diferenciales. También modificamos el campo de *Relative Tolerance* que determina el máximo error aceptable para el modelo. El resto de valores son proporcionados por defecto en Matlab/Simulink.

3.2. Simulación en lenguaje funcional.

Dentro del paquete que ofrece OpenModelica se encuentra el programa *OMEdit (OpenModelica Connection Editor)* que presenta la opción de realizar una programación tanto en bloques como en lenguaje de funcional. Para desarrollar la simulación en *OMEdit* el código conserva la división del modelo en tres subsistemas. *OMEdit* define su programación por clases. Cada clase tiene su propia característica. Como vamos a programar un modelo matemático utilizaremos la clase *model*. La Figura 6 muestra una parte del código de programación en OpenModelica.

```
equation
// Subsistema Electro-magnético
Vo - i * Rsol - i * (K2 / xd ^ 2) * der(xd) -
K2 / xd * der(i) = 0; // Ecuación 3.6

Fmag = 0.5 * i ^ 2 * (K2 / xd ^ 2); // Ecuación 3.3
```

Figura 6. Subsistema electro-magnético en *OMEdit*

Para dar paso a la simulación debemos plantear el tiempo de simulación y el método numérico. Utilizaremos el método por defecto del programa. El *dassl* (differential/algebraic system solver) utilizado para solución de ecuaciones implícitas y para sistemas de ecuaciones diferenciales ordinarias. El tiempo de simulación es el mismo establecido para las pruebas y la tolerancia al error de simulación es la misma que en los otros simuladores.

4. Resultados

La Figura 7 muestra la presión regulada a la salida de la válvula en función del tiempo observada. La gráfica obedece a lo expresado en la ecuación (9) al inicio al no haber una retroalimentación por parte de presión regulada P_{reg} es simplemente proporcional al tiempo. Luego empieza a tomar una forma curva debido al segundo y tercer segmento de la ecuación (9). La forma de la gráfica se apoya también en los estudios de Varga y Honkola [6][7] sobre válvulas reguladoras de presión. La presión de alimentación de la válvula es $P_{sup} = 2 \times 10^5 [Pa]$ entonces apreciamos como la presión regulada de salida se estabiliza en ese valor en un tiempo de 50 s aproximadamente.

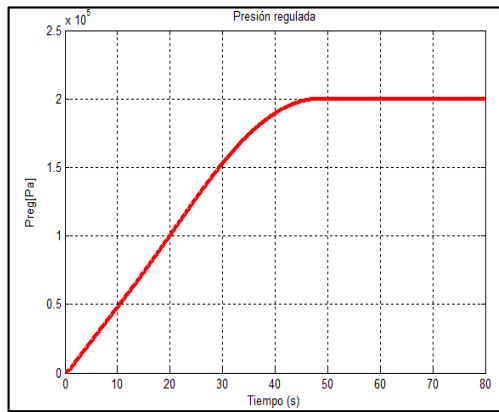


Figura 7. Presión de salida en función del tiempo en Simulink.

En las Figuras 8 y 9 observamos que al inicio, cuando el sistema recibe el escalón de voltaje, el desplazamiento se fija en su valor máximo y la fuerza magnética se mantiene constante. Alrededor de los 15 segundos el desplazamiento comienza a disminuir esto se debe a que la fuerza generada por la presión de salida ha igualado a la fuerza magnética y comienza a desplazar el cabezal hacia arriba reduciendo el orificio. Al disminuir el desplazamiento la fuerza magnética comienza a aumentar, para mantener la apertura del orificio, igualando a la fuerza de la presión hasta su estado estable donde la presión de salida es igual a la presión de alimentación.

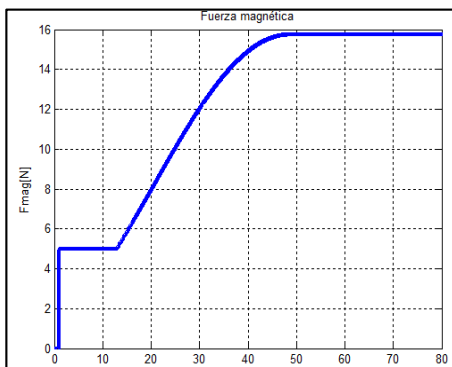


Figura 8. Fuerza magnética en función del tiempo en Simulink.

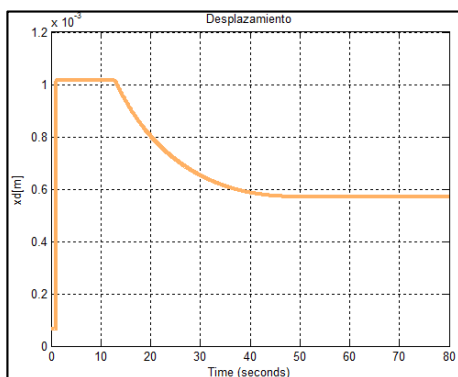


Figura 9. Desplazamiento del cabezal en función del tiempo en Simulink.

Las simulaciones del modelo matemático se ejecutaron en un tiempo diferente para cada programa. En simulink

la programación tomó 11.750 segundos de ejecución, mientras que en OpenModelica el modelo se ejecutó en 0.0185742 segundos. Todos los puntos expuestos en este trabajo brindan una guía de cómo modelar matemáticamente un sistema físico, llevar el lenguaje matemático del modelo a simulaciones para compararlas con respuestas experimentales de un prototipo y concluir si el modelo obtenido realmente representa al sistema concreto.

5. Conclusiones

- ❖ Con los resultados obtenidos de los simuladores no podemos demostrar la validez del modelo matemático. Para validar el modelo se requiere de datos experimentales usando una válvula con las características descritas en este trabajo.
- ❖ Para obtener un modelo matemático de un sistema es conveniente descomponerlo en subsistemas para obtener las ecuaciones que los gobiernan. Agrupando las ecuaciones obtenidas se completa el modelo de manera más sencilla que analizando todo el sistema en conjunto.
- ❖ El lenguaje gráfico es mucho más intuitivo que el lenguaje funcional en cuanto a programación, aunque al momento de ejecución el lenguaje gráfico requiere la simulación de los bloques definidos en el programa lo que agrega una cantidad de tiempo extra en la ejecución del modelo.

6. Referencias

- [1] Katsuhiko O., *Dinámica de sistemas*, México, Prentice-Hall Hispanoamerica, 1987.
- [2] Felipe C., Victor D., Raul G., *Mathematical Modeling of an Electropneumatic Regulator Servo-Valve*, ABCM Symposium Series in Mechatronics- Vol. 1, 2004, pp. 725-734.
- [3] Fitzgerald A.E., Charles K., Stephen U., *Máquinas Eléctricas*, México, McGrawHill, 2010.
- [4] William H., John B., *Teoría Electromagnética*, México, McGrawHill, 2007.
- [5] Sarang L., Shailaja K., Bhaskar C., *Proportional Actuator from On Off Solenoid Valve using Sliding Modes*, 1st International and 16th National Conference on Machines and Mechanisms, India, 2013.
- [6] Zdenek V., Petri-Keski H., *Mathematical Model of Pneumatic Proportional Valve*, Journal of applied science in the thermodynamics and fluid mechanics Vol. 1, 2012.

- [7] Zdenek V., Petri-Keski H., *Determination of flow rate characteristics for pneumatic valves*, EPJ Web of Conferences, EDP Sciences, 2012
- [8] Hugh Young and Roger Freedman, Física Universitaria.: Pearson, 2009.
- [9] Modelon AB, *Modeling of Pneumatic Systems*. Suecia, 2010.

PhD. Douglas Plaza Guingla
Visto bueno del Director del proyecto de graduación

Pedro Andres Bazarro Velasco
Tesista FIEC

Mercedes Noemí Murillo Abril
Tesista FIEC