

# **ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL**



**FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS**

**PROYECTO DE GRADUACIÓN**

**PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE:**

**“MAGÍSTER EN EDUCACIÓN CON MENCIÓN EN LA  
ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA”**

TEMA

**“Diseño de talleres para mejorar la interpretación de máximos y mínimos en las funciones cuadráticas haciendo uso de la metodología del aprendizaje basado en problemas (ABP)”.**

AUTORA:

**Lcda. SUSANA MAITE MORA GILBERT**

Guayaquil - Ecuador

AÑO

2016

# DEDICATORIA

A Dios: por todas sus bendiciones.

A mi esposo Saulo, por su apoyo y entrega incondicional.

A mis hijos Saulo Leo, Santiago, José y Sarita: que son la razón de mi existencia y alegría que me impulsan a superar día a día.

A mi madre: por estar junto a mí, ayudando cuando la he necesitado. Y a mi padre, que desde el cielo sigue guiándome y acompañando.

**Susana Maite**

## **AGRADECIMIENTO**

A Dios por darme la vida y la fortaleza de culminar esta etapa profesional.

A los docentes de la Facultad de Ciencias Naturales y Matemática de la Escuela Superior Politécnica del Litoral, que impartieron los distintos módulos, demostrando una gran sabiduría en sus conocimientos.

A las coordinadoras del programa M.C.s. Soraya Solís, M.Ed. Paola Reyes y Director del Postgrado Dr Francisco Vera por todos los consejos paciencia y ayuda prestada.

Al Ing. Marco Tulio Mejía MSc. quien con su profesionalismo ha sabido guiar y sugerir críticas muy constructivas en la elaboración del mismo.

A los amigos y familiares que, con sus orientaciones positivas, hicieron posible este trabajo de investigación.

**Susana Maite**

## DECLARACIÓN EXPRESA

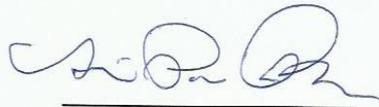
Por la presente, declaro que esta propuesta es mi propio trabajo y hasta donde yo sé y creo, no contiene material previamente publicado o escrito por otra persona, ni material que de manera substancial haya sido aceptado para el otorgamiento de premios de cualquier otro grado o diploma de la universidad u otro instituto de enseñanza superior, excepto donde se ha hecho reconocimiento debido en el texto.

“La responsabilidad del contenido de este proyecto de grado, me corresponde; y, el patrimonio intelectual de la misma a la Escuela Superior Politécnica del Litoral”



**Susana Maite Mora Gilbert**

# TRIBUNAL DE GRADUACIÓN



Med. Sonia Reyes Ramos  
PRESIDENTE DEL TRIBUNAL



M.Sc. Marco Tulio Mejía  
DIRECTOR DE PROYECTO



M.C.s. Soraya Solís García  
VOCAL DEL TRIBUNAL

# CONTENIDO

DEDICATORIA .....	ii
AGRADECIMIENTO.....	iii
DECLARACIÓN EXPRESA .....	iv
TRIBUNAL DE GRADUACIÓN .....	v
CONTENIDOS DE TABLAS .....	ix
CONTENIDOS DE GRÁFICOS .....	xi
RESUMEN .....	xii
OBJETIVOS .....	xiii
INTRODUCCIÓN .....	xiv
CAPÍTULO I .....	1
EL PROBLEMA .....	1
1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA .....	1
1.2 FORMULACIÓN DEL PROBLEMA.....	2
1.4 HIPÓTESIS .....	2
1.5 JUSTIFICACIÓN .....	2
CAPÍTULO II .....	6
2. MARCO TEÓRICO .....	6
2.1 EL APRENDIZAJE BASADO EN PROBLEMAS .....	6
2.2 Constructivismo.....	6
2.2.1 ¿Que es el Constructivismo? .....	8
2.3 Los precursores del constructivismo .....	9
2.3.1 Jean Piaget (1962).....	9
2.3.2 Lev Vygotsky (1978) .....	9
2.3.3 David Ausubel (1976) .....	10
2.4 Historia del ABP.....	10
2.5 Características del ABP .....	11
2.6 Objetivos del ABP .....	12
2.7 Comparación entre el ABP y el aprendizaje tradicional.....	13
2.8 Elaboración de problemas: .....	14
2.9 Pasos a seguir para resolver los problemas aplicando la metodología ABP.....	14
2.10 El Grupo .....	15
2.11 Evaluación en el ABP .....	16
2.11.1 ¿Cuándo se evalúa? .....	17
2.11.2 ¿Qué se evalúa? .....	17

2.11.3 ¿Cómo se evalúa? .....	17
2.11.4 ¿Quién evalúa?.....	18
2.12 Resultados esperados con la aplicación o utilización del ABP .....	18
2.13 Definición de metodología .....	19
2.14 El taller lúdico como herramienta pedagógica. ....	20
2.15 FUNCIONES MATEMÁTICAS .....	21
2.15.1 Conceptos básicos .....	21
2.15.2 Definición Formal de función Cuadrática .....	24
2.16 Sistemas de coordenadas cartesianas. ....	24
2.16.1 Gráfica de funciones .....	25
2.17Tipos de funciones .....	25
2.18 Características de las funciones cuadráticas.....	26
2.19 Obtención del vértice de una Función Cuadrática. ....	27
2.20 Obtención de las raíces de una función cuadrática .....	28
2.21.- Taller N°1 .....	33
CAPÍTULO III.....	37
3. METODOLOGÍA .....	37
3.1 DETALLES DE LA INVESTIGACIÓN.....	37
3.2 HIPÓTESIS.....	38
3.3 EFECTOS VERIFICABLES .....	39
3.4 VARIABLES .....	40
3.5 Definición de variables .....	40
3.5.1 Metodología de enseñanza .....	40
3.5.2 Rendimiento académico. ....	40
3.6 INTERPRETACIÓN CORRECTA DE LOS PROBLEMAS .....	41
3.6.1 DEFINICION DE LA MUESTRA .....	41
3.6.2 INSTRUMENTOS DE RECOLECCION DE DATOS.....	42
3.7 DISEÑO DE LA INVESTIGACIÓN .....	43
CAPITULO IV.....	44
4.1 ANÁLISIS DE DATOS.....	44
4.2 HIPÓTESIS A CONTRASTAR.....	49
4.3 ANÁLISIS DE DATOS SOBRE HIPÓTESIS ALTERNATIVA .....	50
CAPITULO V .....	53
5 PROPUESTA PEDAGÓGICA.....	53
5.1 FUNDAMENTACIÓN.....	53
5.2 JUSTIFICACIÓN.....	54
5.3 OBJETIVO GENERAL.....	55

5.3.1 OBJETIVOS ESPECÍFICOS .....	55
5.4 IMPORTANCIA .....	56
5.5 Ubicación sectorial .....	56
5.6 Factibilidad.....	57
5.7 DESCRIPCIÓN DE LA PROPUESTA.....	57
5.8 TALLER N°1 .....	58
5.9 TALLER N°2 .....	64
5.10 TALLER N°3.....	70
5.11 TALLER N°4.....	75
5.12 TALLER N° 5.....	80
13.1 Para el docente.....	86
5.13.2 Para el Estudiante.....	88
5.13.3 Para cada Estudiante .....	90
IMPACTO.....	94
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	95
Bibliografía .....	96
REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS .....	96
Citas de Internet .....	97
ANEXOS .....	99
PRUEBA INICIAL - FINAL.....	99
5.15 RECURSOS .....	101

## CONTENIDOS DE TABLAS

TABLA 1: PROCESOS DE APRENDIZAJES TRADICIONALES Y EL BASADO EN PROBLEMAS.....	13
TABLA 2: RELACIÓN DE UN NÚMERO CON SU CUBO .....	21
TABLA 3: RELACIÓN DE UN NÚMERO CON SU CUBO .....	21
TABLA 4: FUNCIÓN DE UNA PERSONA Y SU ESTATURA EN METROS .....	22
TABLA 5: EVALUACIÓN DE LA FUNCIÓN $F(x) = 3x - 2$ .....	23
TABLA 6: EVALUACIÓN DE LA FUNCIÓN $F(x) = -2T^2 + 8T$ .....	34
TABLA 7: MODELO DE DISEÑO.....	43
TABLA 8: CALIFICACIONES DEL GRUPO CON TRATAMIENTO.....	45
TABLA 9: FRECUENCIA DE LOS RESULTADOS DE LA PRUEBA INICIAL DEL GRUPO CON TRATAMIENTO ...	45
TABLA 10: FRECUENCIA DE LOS RESULTADOS DE LA PRUEBA FINAL CON TRATAMIENTO. ....	46
TABLA 11: CALIFICACIONES DEL GRUPO TESTIGO .....	47
TABLA 12: FRECUENCIA DE LOS RESULTADOS DE LA PRUEBA INICIAL DEL GRUPO TESTIGO .....	47
TABLA 13: FRECUENCIA DE LOS RESULTADOS DE LA PRUEBA FINAL DEL GRUPO TESTIGO.....	48
TABLA 14: ANÁLISIS DE VARIANZA PARA 2 MUESTRAS CON PRUEBA F DE FISHER PARA EL GRUPO CON TRATAMIENTO .....	51
TABLA 15: ANÁLISIS DE VARIANZA PARA 2 MUESTRAS CON PRUEBA F DE FISHER PARA EL GRUPO TESTIGO.....	51
TABLA 16: ANÁLISIS DE VARIANZA PARA LOS RESULTADOS DE LA PRUEBA FINAL PARA LOS GRUPOS: CON TRATAMIENTO Y TESTIGO. ....	52
TABLA 17: TABLA DE VALORES PARA LA $F(T) = -2T^2 + 8T$ .....	59
TABLA 18: RÚBRICA PARA EL TALLER #1 .....	63
TABLA 19: TABLA DE VALORES PARA LA $F(x) = 18T - T^2$ .....	65
TABLA 20: RUBRICA DEL TALLER # 2.....	69
TABLA 21: TABLA DE VALORES PARA $F(s) = -s^2 + 12s - 20$ .....	71
TABLA 22: RÚBRICA PARA TALLER # 3 .....	74
TABLA 23: TABLA DE VALORES PARA $D(x) = 59,3 - 1,5x + 0,5x^2$ .....	76
TABLA 24: RÚBRICA PARA TALLER # 4 .....	79

TABLA 25: TABLA DE VALORES PARA $G(P) = -2000/3P(P - 12)$ .....	81
TABLA 26: RÚBRICA PARA TALLER # 5 .....	85
TABLA 27: EVALUACIÓN DEL TRABAJO ESCRITO .....	86
TABLA 28: RÚBRICA DE LA EVALUACIÓN DEL TRABAJO ESCRITO .....	86
TABLA 29: EVALUACIÓN DE LA EXPOSICIÓN.....	87
TABLA 30: RÚBRICA DE LA EVALUACIÓN DE LA EXPOSICIÓN .....	87
TABLA 31: EVALUACIÓN DEL GRUPO DE ESTUDIANTES .....	88
TABLA 32: RÚBRICA DE EVALUACIÓN DEL GRUPO DE ESTUDIANTES.....	89
TABLA 33: AUTO-EVALUACIÓN DEL ESTUDIANTE .....	90
TABLA 34: RÚBRICA DE AUTO-EVALUACIÓN DEL ESTUDIANTE .....	90
TABLA 35: TABLA DEL CRONOGRAMA DE ACTIVIDADES.....	92

# CONTENIDOS DE GRÁFICOS

1 GRÁFICA 2.1 DE LA FUNCIÓN $x^2$ CON EL PROGRAMA GEOGEBRA .....	26
2 GRÁFICA 2.2 DE LA FUNCIÓN $F(x) = x^2 - 2x - 3$ CON EL PROGRAMA GEOGEBRA .....	31
3 GRÁFICA 2.3 TABLA DE VALORES Y GRÁFICO DE $F(x) = 4x^2 - 16x + 12$ .....	32
4 GRÁFICA 2.4 TABLA DE VALORES Y GRÁFICO DE $F(x) = -2T^2 + 8T$ .....	34
5 GRÁFICA 4.1 HISTOGRAMA DE FRECUENCIAS DE LA PRUEBA INICIAL DEL GRUPO CON TRATAMIENTO .	46
6 GRÁFICA 4.2 HISTOGRAMA DE FRECUENCIAS DE LA PRUEBA FINAL DEL GRUPO CON TRATAMIENTO ..	47
7 GRÁFICA 4.3 HISTOGRAMA DE FRECUENCIAS DE LA PRUEBA INICIAL DEL GRUPO TESTIGO .....	48
8 GRÁFICA 4.3 HISTOGRAMA DE FRECUENCIAS DE LA PRUEBA FINAL DEL GRUPO TESTIGO .....	49
9 GRÁFICA 5.1 TABLA DE VALORES Y GRÁFICO DE $P(T) = -T^2 + 8T$ CON EL PROGRAMA CON EL PROGRAMA GEOGEBRA .....	60
10 GRÁFICA 5.2 TABLA DE VALORES Y GRÁFICO DE $P(T) = 18T - T^2$ CON EL PROGRAMA GEOGEBRA.	66
11 GRÁFICA 5.2 TABLA DE VALORES Y GRÁFICO DE $R(S) = -S^2 + 12S - 20$ CON EL PROGRAMA GEOGEBRA .....	72
12 GRÁFICA 5.4 TABLA DE VALORES Y GRÁFICO DE $F(x) = 59,3 - 1,5x + 0,5x^2$ CON EL PROGRAMA GEOGEBRA .....	77
13 GRÁFICA 5.4 TABLA DE VALORES Y GRÁFICO DE $G(P) = (-2000/3) P(P-12)$ CON EL PROGRAMA GEOGEBRA .....	82

## RESUMEN

El presente proyecto cuyo título es: “Diseño de talleres para mejorar la interpretación de máximos y mínimos en las funciones cuadráticas haciendo uso de la metodología del Aprendizaje Basado en Problemas” (ABP), consta de cinco capítulos, los cuales están direccionados a formular la propuesta, su implementación y aplicación; para finalizar haciendo un análisis de los resultados que arrojó la misma. Al plantear el problema se puso en evidencia las limitantes y problemas que existe en el proceso de enseñanza- aprendizaje y análisis de los puntos representativos y característicos en las funciones cuadráticas. Con la metodología tradicional los estudiantes tan solo se dedican a adquirir un conocimiento superficial de este tema desentendiéndose del análisis, interpretación y aplicación de los puntos característicos y representativos de las funciones cuadráticas. El marco teórico se orientó sobre la necesidad de abordar el estudio de las funciones cuadráticas, cálculo y el análisis de los puntos representativos y característicos, que a través de los objetivos de aprendizaje y aplicando el modelo constructivista, en quien se fundamenta la metodología del ABP, es el más adecuado para llegar a los estudiantes; ya que no es suficiente que el maestro haya logrado las construcciones mentales, sino que es indispensable que en cada estudiante se logre desarrollarlas y aplicarlas con el medio y entorno. El presente proyecto está basado en el Aprendizaje Basado en Problemas, el cual tiene como principal componente el constructivismo en las teorías de los autores como Ausubel, Vygotsky, Piaget que han demostrado su aplicabilidad de este modelo pedagógico. Esta propuesta se desarrolla a través de talleres pedagógicos que son actividades relacionadas con el entorno del estudiante, conducen a motivar el interés de los estudiantes sobre la temática tratada, para lo cual se trabajó con dos grupos: uno al que se aplica la modalidad de los talleres se le llama grupo con tratamiento y el otro grupo que se los llamó grupo testigo que aprendió con la metodología tradicional, sin la modalidad de los talleres. Se pretende que los estudiantes lleguen a consolidar sus conocimientos en el estudio de las funciones cuadráticas para que puedan aplicarlas para dar solución e interpretación de los puntos característicos y representativos en problemas reales. Luego de aplicar los talleres se realizó la prueba final con cada grupo, se realiza prueba de hipótesis para diferenciación de medias de las notas iniciales y finales de los dos grupos, se confirma que existe suficiente evidencia estadística con el 95% de certeza para afirmar que la media de los estudiantes que aprenden con talleres es mayor que la media de los estudiantes que aprenden sin talleres, se pudo verificar que la aplicabilidad de los talleres cumplió con los resultados esperados.

# OBJETIVOS

## General

Ejecutar talleres en resolución de problemas con funciones cuadráticas, mediante una estructura metodológica del ABP, que permita a los estudiantes realizar un aprendizaje significativo de la correcta interpretación de los puntos característicos de la misma, así como de los puntos representativos de máximos y mínimos.

## Específicos

- Determinar el conocimiento previo que los estudiantes tienen sobre el tema
- Realizar una investigación de problemas de la vida cotidiana que están relacionados con funciones cuadráticas.
- Ejecutar talleres de funciones cuadráticas que estén relacionados con la metodología ABP y obtener la tabulación de los resultados obtenidos.
- Determinar el nivel de aprendizaje obtenido de los estudiantes sobre los puntos de máximos o mínimos al comparar los resultados obtenidos de los talleres en relación con aquellos que no recibieron este tipo de metodología.

# INTRODUCCIÓN

El principal propósito es lograr que los estudiantes comprendan las funciones cuadráticas de una forma clara y aplicable, donde refuercen los conocimientos primordiales, así como las definiciones, con el fin de adaptar a las diferentes realidades que tiene que ver con el contexto.

Se ha escogido este tema pues en la acción educativa y de acuerdo a la experiencia docente, se ha podido observar el desinterés en el estudio de las funciones cuadráticas por parte de los estudiantes, el motivo se da por la poca importancia que ellos dan a la enseñanza de la temática planteada, lo cual a largo plazo les perjudicaría al querer iniciar una carrera universitaria.

La metodología propuesta en el presente proyecto está basada en el Aprendizaje Basado en Problemas, el cual tiene como principal componente el constructivismo, cuya característica principal es que los estudiantes deben aprender haciendo, mediante la aplicación de talleres los estudiantes puedan reconocer de manera efectiva los puntos característicos de las funciones cuadráticas y diseñado de esta manera, estimulará la curiosidad por aprender más y más.

Se utilizó lo práctico de las TIC'S para realizar las gráficas correspondientes y comprobar los puntos obtenidos en forma analítica. También se puede resaltar el trabajo en forma grupal que debe añadirse como una acción periódica para que los estudiantes contribuyan en la resolución de problemas, explicando cada uno de sus razonamientos, reglas, principios, conocimientos, y al mismo tiempo aprendan a proponer y coordinar con los otros integrantes.

Las funciones cuadráticas pueden extenderse a diferentes modelos matemáticos y a otras ciencias; esperando que este trabajo sea de gran aporte para el proceso de enseñanza y aprendizaje de los estudiantes del cantón Guayaquil y el país.

# **CAPÍTULO I**

## **EL PROBLEMA**

### **1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA**

La matemática se encuentra presente en cualquier ámbito de nuestro medio, muchas situaciones del mundo real se pueden presentar como problemas que requieren soluciones y decisiones. Algunas de estas situaciones tienen un aspecto matemático simple, otros necesitan un análisis más preciso de las variables involucradas, donde la solución de un problema requiere una formulación matemática detallada.

La educación tradicional ha formado estudiantes que comúnmente se encuentran desmotivados y aburridos con su forma de aprender, es un sujeto pasivo del grupo que sólo recibe la información por medio de lecturas y de la exposición del profesor y en algunos casos de sus compañeros, se les obliga a memorizar una gran cantidad de información, mucha de la cual se vuelve irrelevante, al poco tiempo olvidada y gran parte de lo que logran recordar no puede ser aplicado a los problemas y tarea que se presentan al afrontar la realidad. Como consecuencia de este tipo de educación, centrada en la memoria, muchos estudiantes presentan dificultad para razonar de manera eficaz y al egresar del colegio presentan dificultades para asumir las responsabilidades correspondientes a la especialización de sus estudios, también se puede observar en ellos la dificultad para realizar tareas de manera colaborativa. Ante lo anterior expuesto, proponemos al aprendizaje basado en problemas, con este método, es el estudiante quien busca y desarrolla el aprendizaje que considera necesario para resolver los problemas que se le propone y plantea, en los cuales se relacionan diferentes áreas de conocimiento, esta metodología tiene implícito en su dinámica de trabajo el

desarrollo de habilidades, actitudes y valores para beneficio del estudiante, encaminados al perfeccionamiento de sus competencias.

## **1.2 FORMULACIÓN DEL PROBLEMA**

De qué manera inciden el (ABP) en el análisis de máximos y mínimos de las funciones cuadráticas durante el proceso de enseñanza aprendizaje en el primer año de bachillerato de una Unidad Educativa del sur de la ciudad de Guayaquil, durante el periodo lectivo 2015 - 2016.

## **1.4 HIPÓTESIS**

Si el estudiante es instruido en la metodología del Aprendizaje Basado en Problemas será capaz de aplicarla para interpretar correctamente los puntos máximos y mínimos en las funciones cuadráticas.

### **1.4.1 VARIABLES:**

#### **INDEPENDIENTE**

La implementación de un método de aprendizaje.

#### **DEPENDIENTE**

Permitir el análisis de máximos y mínimos en funciones cuadráticas en los estudiantes de primer año de bachillerato.

## **1.5 JUSTIFICACIÓN**

De la experiencia docente se conoce las enormes falencias de conocimientos en todo el país no solo en las ciencias exactas, sino en todas las áreas de estudio se denota un gran problema educativo del país, esto lo confirman los resultados de las pruebas "Ser" que han sido aplicadas en el país.

Por estos hechos surge la necesidad de investigar nuevas e innovadoras estrategias de enseñanzas y aprendizaje.

Con la utilización del ABP, los estudiantes, van a relacionar de manera importante los contenidos matemáticos con situaciones cotidianas, donde analizarán las variables involucradas para dar solución a un problema determinado.

Al elaborar modelos matemáticos que tengan relación con situaciones cotidianas procurando que los estudiantes trabajen de forma cooperativa / colaborativa, creando la necesidad de articular y explicar al grupo las ideas propias sobre los procesos de resolución de los problemas, van a favorecer el desarrollo de la capacidad de comunicación y la profundización e integración del conocimiento.

Consideramos que el estudiante debe participar de forma activa en su propia formación, asumiendo parte de la responsabilidad de su aprendizaje; desarrollando un orden sistemático en proceso, algunas de las funciones que en la enseñanza tradicional están reservadas al profesor.

El Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) es un método de enseñanza – aprendizaje que ha tomado más arraigo en las instituciones de educación superior en los últimos años, siendo algo novedoso su aplicación en la educación media, de esta manera cuando los estudiantes realicen sus estudios universitarios ya se encuentren familiarizado con esta metodología.

El proceso de aprendizaje tradicional se invierte al trabajar en el ABP, es decir mientras en el tradicional se expone primero la información y posteriormente se busca su aplicación en la resolución de un problema, en el caso del ABP primero se presenta el problema, se identifica las necesidades de aprendizaje, se busca la información necesaria y finalmente se regresa al problema.

Desde el planteamiento original del problema hasta su solución los educandos trabajan de manera colaborativa en pequeños grupos, compartiendo en esa experiencia de aprendizaje la posibilidad de practicar, desarrollar habilidades, observar, reflexionar sobre actitudes y valores, relacionar las situaciones de problemas cotidianos con los contenidos matemáticos, que un método tradicional expositivo difícilmente podrían ponerse en acción.

Se trata de construir una mediación educativa, que no manipule, ni que tampoco abandone a los estudiantes a su propia suerte. Lo opuesto de manipulación, no es "el dejar pasar todo", sino por el contrario, lo opuesto es el no eludir la responsabilidad formadora. Esto significa dirigir un estudio serio, crítico y profundo sobre esos contenidos curriculares que no son otra cosa que los "conocimientos socialmente significativos que todos necesitamos aprender y enseñar". Es una posición radicalmente democrática, que combina libertad con autoridad.

Tomar conciencia de que los contenidos básicos son los mismos en el mundo entero, debe conducirnos a una reflexión pedagógica indispensable: El conocimiento no es liberador en sí mismo. Para que sea liberador debe tener una intencionalidad.

El maestro y/o la maestra por medio de una metodología (ABP), a través de la cual se ingresa en un proceso de concientización que da surgimiento y determina la intencionalidad pedagógica.

El ABP se sustenta en diferentes corrientes teóricas sobre el aprendizaje humano, tiene particular presencia la teoría constructivista, de acuerdo con esta postura en el ABP se siguen tres principios básicos:

- El entendimiento con respecto a una situación de la realidad surge de las interacciones con el medio ambiente.

- El conflicto cognitivo al enfrentar cada nueva situación estimula el aprendizaje.
- El conocimiento se desarrolla mediante el reconocimiento y aceptación de los procesos sociales y de la evaluación de las diferentes interpretaciones individuales del mismo fenómeno.

El ABP, incluye el desarrollo del pensamiento crítico en el mismo proceso de aprendizaje, no lo incorpora como algo adicional, sino que es parte del mismo proceso de interacción para aprender. El mismo busca que el estudiante comprenda y profundice adecuadamente en la respuesta a los problemas que se usan para aprender abordando aspectos de orden filosófico, sociológico, psicológico, histórico, práctico, etc. Todo lo anterior con un enfoque integral. La estructura y el proceso de solución al problema están siempre abiertos, lo cual motiva a un aprendizaje consciente y al trabajo de grupo sistemático en una experiencia colaborativa de aprendizaje.

Los cambios de paradigmas que han surgido en la educación acerca de cómo aprenden las personas y la manera que puede mejorarse el proceso de aprendizaje a través de la construcción del nuevo conocimiento, han dado un evidente salto cualitativo en la enseñanza de las disciplinas científicas. El mejoramiento continuo de la enseñanza a través de la flexibilidad del currículo nos posibilita que en el proceso educativo se incorpore el aprendizaje basado en problemas, ya que la enseñanza debe de ser capaz de ajustarse a los cambios y exigencias sociales, científicas, tecnológicas y a las necesidades e intereses propios de los educandos.

## **CAPÍTULO II**

### **2. MARCO TEÓRICO**

#### **2.1 EL APRENDIZAJE BASADO EN PROBLEMAS**

El Aprendizaje basado en problemas es una metodología de enseñanza – aprendizaje en la que un grupo de estudiantes se reúne, con la dirección de un tutor, para analizar información conocida, reconocer necesidades de aprendizaje, colaboración en la resolución del problema y socialización y análisis de los resultados.

Esta metodología se sustenta en diferentes corrientes teóricas sobre el aprendizaje y en especial en la teoría constructivista por lo que a continuación se describe la teoría en mención.

#### **2.2 Constructivismo**

Según estudios realizados en la Universidad de Reading (DH Lloyd en los años 60) revela que durante las clases magistrales se observa el siguiente patrón: 5 minutos de preparación, asimilación buena durante los 5 minutos siguientes, y confusión y aburrimiento con un muy bajo nivel de aceptación durante el resto de la exposición, con un repunte de la atención al final de la exposición. Otro estudio realizado en la década de los 60 (ver Perner 1984) en el que se analiza los porcentajes de información que es asimilada por los estudiante en sus notas durante diferentes intervalos de tiempo de clases expositivas: mostró que el 41% de ellos toman notas y atienden el contenido que se les presenta durante los primeros 15 minutos, el 25% de los alumnos toman apuntes y atienden durante los treinta primeros minutos de clases, y que tan solo el 20% de los estudiantes toman notas y asimilan el material expuesto por el maestro durante 45 minutos de clases.

“En cada clase, cada profesor debe elegir entre ser un sabio en el estrado o un guía al lado de sus alumnos. Al tomar esta decisión, el profesor debe recordar que el reto de la docencia universitaria no es cubrir el material sino ayudar a que sus alumnos lo descubran”. (Cooperative Learning: Increasing College Faculty Instructional Productivity D.W. Johnson, R.T. Johnson y K.A. Smith. 1991).

Por tales razones en lugar de las clases magistrales se sugiere el uso de los talleres cooperativos para que a través de la interacción con la situación problema, los estudiantes identifican lo que conocen o no, busquen la información necesaria para poder solucionar la situación problemas y a través de estos procesos se incentivan a estudiantes y tutor a participar de manera activa y participativa en proceso de enseñanza- aprendizaje. (Barà y Domingo 2005)

La problemática de la comprensión lectora es otro factor que incide en los problemas de aprendizaje de los estudiantes de todas las edades, debido a la falta del hábito de la lectura en los hogares y centros educativos, se debe tomar medidas en cuanto a esta problemática para mejorar los niveles de comprensión lectora en los diferentes niveles de estudios.

La lectura en especial la de libros, es fundamental para el desarrollo político, social y cultural de las personas y de las naciones. El nivel de desarrollo puede medirse por número y calidad de sus lectores, así como por la infraestructura que sostiene a la lectura y a la escritura. Por otra parte, la lectura no solo tiene que ver con las humanidades y las ciencias, sino que tiene que ver con todos los campos de conocimiento, con todas las esferas de actividad. Leer bien, comprender lo que se lee, leer por gusto es un fundamento indispensable para ir adelante en la era del conocimiento<sup>1</sup>.

---

<sup>1</sup> Publicado por Iris Yadira Ortiz Arroyo. El impacto de los niveles de lectura en las aulas universitarias mexicanas.

Recuperado de <http://fomentarlalectura.blogspot.com/2009/06/prblematica-de-la-lectura-en-mexico.html>

A continuación, se dan ciertas recomendaciones para mejorar los niveles de lectura en nuestros estudiantes. Los padres de familia deben ser más creativos, para que sus hijos manejen un mayor número de palabras posibles apoyadas en tareas cotidianas; cuánto más grande sea el vocabulario que maneja el lector, más fácil le resultará aprender nuevas palabras. También los padres de familia deben entregar a sus hijos, lecturas amenas para que de esta forma ellos desarrollen cierta afectividad y se convierta la lectura en una actividad agradable.

Los maestros deben aplicar metodologías activas para superar el problema de la comprensión lectora en los estudiantes.

Los maestros deben asistir a talleres de capacitación para que mejoren su metodología

Los directivos de los centros educativos deben comprometerse en mejorar de forma general la infraestructura de las instituciones de tal manera que se pueda desarrollar la labor docente como el aprendizaje de los estudiantes [ Minerva A. 2009].

### **2.2.1 ¿Que es el Constructivismo?**

Según la teoría constructivista el individuo construye los saberes al interactuar con el objeto de estudio o situación problema.

Que el sujeto interactúe con el objeto de conocimiento (concepción Piagetiana), que el sujeto realice interacción con otros (perspectiva de Vygotsky), que el nuevo conocimiento sea significativo para el sujeto (enfoque de Ausubel).

Existen también tres aspectos que son importantes que es necesario mencionar para poder comprender el método constructivista, estos se basan en lo conceptual, lo procedimental y lo actitudinal. Esto lo plasma con las siguientes consignas: “saber”, “saber hacer”, y “saber ser”. Esto puede traducirse por el conocimiento adquirido (saber); el procedimiento para adquirir

dicho conocimiento, con la perspectiva del proceso mental (saber hacer) y el significado que deviene de las anteriores (saber ser), en el sentido actitudinal, lo podríamos ver desde el punto de vista del cambio de los esquemas anteriores, lo que nos habla de un significado anterior y una resignificación del conocimiento<sup>2</sup>.

El nuevo saber adquiere importancia al tener relación con el saber previo.

El entorno social y cultural del individuo tiene influencia en la construcción de los saberes.

El aprendizaje es un proceso que requiere una participación activa y reflexiva.

## **2.3 Los precursores del constructivismo**

**2.3.1 Jean Piaget (1962).** - Sus investigaciones se refieren que los individuos poseen esquemas que van desarrollándose a través de su crecimiento y la información que posee se va adaptando con la nueva información o conocimiento que recibe del medio que lo rodea.

El equilibrio se produce en el balance que surge entre el medio externo y las estructuras internas del pensamiento.

En resumen, en el desarrollo cognoscitivo se realiza un equilibrio interno entre la acomodación con el medio que lo rodea y la asimilación de esta misma realidad a sus estructuras.

**2.3.2 Lev Vygotsky (1978).** - El conocimiento es el resultado de la interacción de las personas con la sociedad. Al interrelacionarse con los demás adquirimos conciencia de quienes somos y nos permite pensar en forma cada vez más compleja.

---

<sup>2</sup>Salmón G. Que es el constructivismo recuperado de:  
<http://www.monografias.com/trabajos36/constructivismo/constructivismo.shtml#ixzz3xk1fzpcy>

Menciona que la interacción con el medio Activa la zona de desarrollo próximo que no es más que la distancia entre el nivel real de desarrollo, determinado por la capacidad de resolver independientemente un problema, y el nivel de desarrollo potencial, determinado a través de la resolución de un problema bajo la guía de un adulto o en colaboración con un compañero más capaz.

**2.3.3 David Ausubel (1976):** aprender es sinónimo de comprender, por ello de lo que se comprenda será lo que se aprenderá y recordará mejor porque quedará integrado en nuestra estructura de conocimientos.

También sostiene que es importante tener en cuenta los saberes básicos que debe contar los estudiantes para que sirvan de base para los nuevos saberes.

Se debe hacer uso de un adecuado material y dar importancia a la motivación para que los estudiantes se interesen por aprender.

## **2.4 Historia del ABP<sup>3</sup>**

El método del Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) tiene sus primeras aplicaciones y desarrollo en la escuela de medicina en la Universidad de Case Western Reserve en los Estados Unidos y en la Universidad de Mc Master en Canadá en la década de los 60.

Esta metodología se desarrolló con el objetivo de mejorar la calidad de la educación médica cambiando la orientación de un currículum que se basaba en una colección de temas y exposiciones del maestro, a uno más integrado y organizado en problemas de la vida real y donde confluyen las diferentes áreas del conocimiento que se ponen en juego para dar solución al problema. El ABP

---

<sup>3</sup>Fran710 (2010) Recuperado:<http://www.buenastareas.com/ensayos/Aprendizaje-Basado-En-Problemas/1116082.html>

en la actualidad es utilizado en la educación superior en muy diversas áreas del conocimiento.

La educación tradicional desde los primeros años de estudios hasta el nivel de posgrado ha formado estudiantes que comúnmente se encuentran poco motivados y hasta aburridos con su forma de aprender, se les obliga a memorizar una gran cantidad de información, mucha de la cual se vuelve irrelevante en el mundo exterior a la escuela o bien en muy corto tiempo, se presenta en los alumnos el olvido de mucho de lo aprendido y gran parte de lo que logran recordar no puede ser aplicado a los problemas y tareas que se les presentan en el momento de afrontar la realidad. Como consecuencia de una educación pasiva y centrada en la memoria, muchos alumnos presentan incluso dificultad para razonar de manera eficaz y al egresar de la escuela, en muchos casos, presentan dificultades para asumir las responsabilidades correspondientes a la especialidad de sus estudios y al puesto que ocupan, de igual forma se puede observar en ellos la dificultad para realizar tareas trabajando de manera colaborativa.

En la mayor parte de los casos, los alumnos ven a la educación convencional como algo obligatorio y con poca relevancia en el mundo real o bien, se plantean el ir a la escuela como un mero requisito social y están imposibilitados para ver la trascendencia de su propio proceso educativo.

## **2.5 Características del ABP**

Fomenta en los estudiantes una mejor actitud hacia el aprendizaje, en este método se respeta la autonomía del estudiante quien puede relacionar los saberes con la práctica en torno al medio en el que se desenvuelven.

Cabe destacar las siguientes características:

Es un método activo en el cual los estudiantes participan en la adquisición de sus nuevos aprendizajes.

Es aplicado para solucionar problemas seleccionados o diseñados para lograr los nuevos aprendizajes y relacionándolos con diferentes áreas de estudio.

Se fundamenta su aplicabilidad en el estudiante, no en el profesor ni en los contenidos.

Se pone en práctica el trabajo colaborativo aplicado a diferentes disciplinas.

El papel de profesor que dice lo que deben hacer se convierte en un guía u orientador de los pasos a seguir para obtener la información y cumplir con los objetivos de aprendizaje. Al aplicar la metodología ABP se trabaja en torno a una situación problemática real, reconocer sus conocimientos básicos, así como también identificar la deficiencia de conocimientos relacionándolos con otras disciplinas para resolver la situación y cumplir los objetivos de aprendizaje.

## **2.6 Objetivos del ABP**

Al trabajar con esta metodología se busca un desarrollo integral en los estudiantes en combinación de los conocimientos de estudio, fomentando valores y actitudes positivas.

Cabe destacar los siguientes objetivos:

- Fomentar en el alumno que debe ser responsable de su propio aprendizaje.
- Crear una base de conocimientos importantes caracterizada por la perdurabilidad y flexibilidad.
- Destacar la habilidad para ser evaluadores críticos y crear un compromiso de por vida de adquisición de nuevos conocimientos.
- Desarrollar las habilidades interpersonal.
- Enfrentar al estudiante a un reto (problema, tarea o situación), con dinamismo y multa - disciplinario.
- Fomentar el pensamiento creativo y eficaz de acuerdo a las bases de conocimiento integral y moldeable.

- Dirigir los objetivos de aprendizajes según los niveles de conocimientos de los estudiantes.
- Reconocer la falta de conocimiento y dirigir la búsqueda de información para mejora los saberes de manera eficaz y flexible.
- Fomentar la participación cooperativa en la búsqueda de beneficios colaborativos.

## **2.7 Comparación entre el ABP y el aprendizaje tradicional<sup>4</sup>**

Tabla 1: Procesos de aprendizajes tradicionales y el basado en problemas.

<b>Aprendizaje tradicional</b>	<b>Aprendizaje basado en problemas</b>
Los profesores transmiten la información a los alumnos	Los alumnos toman la responsabilidad de aprender y crear alianzas entre alumno y profesor
Los profesores organizan el contenido en exposiciones de acuerdo a su disciplina	Los profesores diseñan su curso basado en problemas abiertos
Los alumnos son vistos como receptores pasivos de información	Los profesores buscan mejorar la iniciativa de los alumnos y motivarlos. Ven a los alumnos, como sujetos que pueden aprender por cuenta propia
Las exposiciones del profesor son basadas en comunicación unidireccional	Los alumnos trabajan en equipos para resolver problemas, adquieren y aplican el conocimiento en una variedad de contextos
El aprendizaje es individual y de competencia	Los alumnos interaccionan y aprenden en un ambiente colaborativo

Autora: Susana Mora G

<sup>4</sup>Recuperado [https://es.wikipedia.org/wiki/Aprendizaje\\_basado\\_en\\_problemas](https://es.wikipedia.org/wiki/Aprendizaje_basado_en_problemas)

## **2.8 Elaboración de problemas<sup>5</sup>.**

Al elaborar los problemas, deben seguirse los siguientes pasos:

- Conocer los objetivos de aprendizaje que se persiguen.
- El tipo de tarea más adecuada para alcanzar dichos objetivos.
- El formato que se propondrá a los estudiantes: relato, representación, video, muestra de trabajo, auto registros, etc. En cualquier caso, es importante que cumplan algunas condiciones como las siguientes:

Las tareas deben guardar relación con los conocimientos previos de los estudiantes y al mismo tiempo comprender una serie de elementos desconocidos que demanden más información. El equilibrio entre lo que el estudiante ya sabe y lo que no, resulta fundamental, ya que, si se trata de cuestiones ya conocidas, no se sentirá estimulado y, por otra parte, si es demasiado desconocido, puede verse tentado a abandonar debido a la dificultad.

- Por otra parte, debe de ser relevante para los estudiantes de manera que capte su atención y dirija a las materias involucradas en el mismo.
- Es aconsejable que la tarea guie a que los estudiantes formulen objetivos de aprendizajes sobre la materia(s) deseada (s).
- Finalmente, los problemas deben reflejar la complejidad de los problemas de la vida real (naturalidad del contexto).

## **2.9 Pasos a seguir para resolver los problemas aplicando la metodología ABP<sup>6</sup>**

1. - Aclarar conceptos o términos del problema que resulten difíciles de manera que todo el grupo comparta su significado.

2.- Definir el problema: es un primer intento de identificar el texto que plantea.

---

<sup>5</sup> Agustín Romero y Julia García-Sevilla.

Recuperado: [http://www.ub.edu/dikasteia/LIBRO\\_MURCIA.pdf](http://www.ub.edu/dikasteia/LIBRO_MURCIA.pdf)

<sup>6</sup> Alfredo Prieto<sup>1</sup>, David Díaz<sup>2</sup>, María Hernández y Enric Lacasa<sup>3</sup>  
Universidad de Alcalá<sup>1</sup>; King's College London<sup>2</sup>; INEFC Lleida<sup>3</sup>.  
recuperado [http://www.ub.edu/dikasteia/LIBRO\\_MURCIA.pdf](http://www.ub.edu/dikasteia/LIBRO_MURCIA.pdf)

- 3.- Analizar el problema: en esta fase los estudiantes aportan todos los conocimientos que poseen sobre el problema tal como ha sido formulado, así como las posibles conexiones que podrían ser plausibles. Se le da más énfasis en esta fase a la cantidad de ideas que a su veracidad (lluvia de ideas).
- 4.- Realizar un resumen sistemático con varias explicaciones al análisis del paso anterior: una vez generado el mayor número de ideas sobre el problema, el grupo trata de sistematizarlas y organizarlas resaltando las relaciones que existen entre ellas.
- 5.- Formular objetivos de aprendizaje: En este momento los estudiantes deciden qué aspectos del problema requieren ser indagados y comprendidos mejor, lo que constituirán los objetivos de aprendizaje que guiarán la siguiente fase.
- 6.- Buscar información adicional fuera del grupo o estudio individual: Con los objetivos de aprendizaje del grupo, los estudiantes buscan y estudian la información que les falta. Pueden distribuirse los objetivos de aprendizaje o bien trabajarlos todos, según se haya acordado con el tutor.
- 7.- Sintetizar la información recogida y elaborar un informe sobre los conocimientos adquiridos: La información recogida por los distintos miembros del grupo se discute, se contrasta y finalmente, se extraen las conclusiones pertinentes para el problema.

## **2.10 El Grupo<sup>7</sup>**

Es otro componente importante en la metodología ABP y está formado por el Tutor y los estudiantes cuyo número puede variar entre 6 y 8 estudiantes.

Los estudiantes por otro lado asumen dos roles fundamentales en los que se van turnando los componentes del grupo (quien dirige la discusión) y el de

---

<sup>7</sup> Francisca González y Eduvigis Carrillo Universidad de Murcia. recuperado [http://www.ub.edu/dikasteia/LIBRO\\_MURCIA.pdf](http://www.ub.edu/dikasteia/LIBRO_MURCIA.pdf)

secretario (quien toma nota de la discusión) en alguna agenda para que quede constancia.

El coordinador de la discusión dirige el proceso de aprendizaje siguiendo los 7 pasos, estimulando la participación de todos los miembros del grupo.

El secretario por otra parte toma nota de toda la información relevante y sintetiza la información mediante mapas conceptuales, diagramas o esquemas.

El tutor puede ser un profesor más o menos experto en los temas que aborda el problema o incluso un estudiante de cursos superiores, no necesita ser un experto ya que su función principal es orientar la discusión. Está a cargo de los grupos de aprendizajes y si es necesario apoya la discusión y la exploración ya sea haciendo preguntas, su tarea es de facilitar el aprendizaje del estudiante, aunque no actúa como un maestro convencional experto en el área y transmisor de conocimientos. Por el contrario, ayuda a los estudiantes a reflexionar e identificar necesidades de información, les motivará para continuar con el trabajo, les guiará a alcanzar las metas de aprendizaje propuestas y les estimula a aprender a través del descubrimiento. Sin embargo, el tutor también puede participar como un experto que proporciona información especializada sobre el área de conocimiento, esto pueden hacerlo a través de clases magistrales, elaborando material específico sobre su área de conocimiento o por medio de consultas iniciadas por los propios estudiantes.

## **2.11 Evaluación en el ABP**

Como es bien sabido la evaluación sirve para saber por una parte si los estudiantes están alcanzando los objetivos de aprendizaje, y en qué medida. Por otra parte, para establecer correcciones en el proceso. Es decir, puede ser de carácter sanativo o formativo, puesto que el ABP busca tanto el aprendizaje como el desarrollo de la capacidad de aprendizaje autónomo de los estudiantes.

### **2.11.1 ¿Cuándo se evalúa?**

En el ABP la evaluación tiene lugar a lo largo de todo el proceso, es decir tanto durante la realización de la tarea y al finalizar la misma.

### **2.11.2 ¿Qué se evalúa?**

Por una parte, los contenidos de aprendizaje incluidos en los problemas con los que se trabajó, debe ir más allá de la medida de reproducción de conocimiento, ya que las pruebas tradicionales no son apropiadas a las formas de aprendizaje que se refiere a la resolución de problemas, construcción de significados por parte del estudiante y el desarrollo de estrategias para abordar nuevos problemas y tareas de aprendizaje.

Es necesario, por lo tanto, que la evaluación incremente el uso de diversos tipos de elementos para cuya solución los estudiantes tengan que interpretar, analizar, evaluar problemas y explicar sus argumentos.

### **2.11.3 ¿Cómo se evalúa?**

Se recurre por supuesto a exámenes escritos, pero también prácticos, mapas conceptuales, evaluación de los pares, evaluación del tutor, presentaciones orales e informes escritos.

#### **2.11.4 ¿Quién evalúa?<sup>8</sup>**

La evaluación es realizada por todos los implicados: el profesor, por una parte, pero también los estudiantes y el grupo.

El profesor puede recurrir a la evaluación continua de todos los problemas que se han trabajado, pero también a una evaluación puntual al final del curso.

El tutor, por otra parte, evalúa de forma continua, la participación en el grupo, la implicación en el trabajo de los problemas, el trabajo desarrollado y los resultados obtenidos a lo largo de la tarea; igualmente evalúa el trabajo grupal.

El estudiante, finalmente lleva a cabo su propia autoevaluación (de su aportación al trabajo del grupo, de su implicación y toma de responsabilidad), así como la evaluación del grupo que trabaja como equipo. Y evalúa también al tutor al final de cada caso, con el fin de facilitar la retroalimentación al tutor sobre cómo es percibida su actuación por el grupo y arbitrar, si es necesario, propuestas que se ajusten a las demandas y necesidades del grupo.

#### **2.12 Resultados esperados con la aplicación o utilización del ABP**

Desarrollo de habilidades de autoaprendizaje.

La adquisición de habilidades generales de solución de problemas mediante la solución de problemas dentro de una disciplina.

Mejor selección y uso de los materiales de aprendizajes (libros, fotocopias, internet, etc.), con mayor autonomía.

Aprendizaje de habilidades sociales y personales mediante el trabajo en pequeños grupos.

---

<sup>8</sup>Pedro Aparicio<sup>1</sup>, María Rosa Caro<sup>2</sup>, Laura del Río<sup>2</sup>, José Yélamos<sup>1</sup>, Enrique Aguado<sup>1</sup> y Jesús Salinas<sup>2</sup> Facultad de Medicina<sup>1</sup>; Facultad de Veterinaria Universidad de Murcia<sup>2</sup>. Recuperado [http://www.ub.edu/dikasteia/LIBRO\\_MURCIA.pdf](http://www.ub.edu/dikasteia/LIBRO_MURCIA.pdf)

Ayuda a desarrollar no solo aptitudes intelectuales, sino también sociales, personales y afectivas que inciden positivamente en el rendimiento.

Se familiariza e implica al alumno en situaciones de su práctica profesional.

Se da importancia a los conocimientos como a los procesos de adquisición, promoviendo un procesamiento más estratégico y recuerdo de la información a mediano y largo plazo.

A través de la práctica de resolución de problemas de distintos tipos estimula una actitud activa hacia la exploración e indagación.

### **2.13 Definición de metodología<sup>9</sup>**

Son una lista de pasos ordenados a seguir para realizar una investigación.

Es importante la distinción entre el método (nombre que recibe cada plan seleccionado para alcanzar un objetivo) y la metodología (rama que estudia el método).

Método y metodología son cosas diferentes. El término método, también conocido como técnicas de investigación, puede definirse como el camino para alcanzar a un fin; en relación con la metodología consiste en los procedimientos que deben llevarse a cabo para cumplir con lo estipulado por ella y obtener conclusiones verídicas sobre el fenómeno o problema que se analiza.

---

<sup>9</sup>Enviado por Javo (1988) recuperado <http://definicion.de/metodologia/>

## **2.14 El taller lúdico como herramienta pedagógica<sup>10</sup>.**

Evidentemente, taller, en el lenguaje corriente, es el lugar donde se hace, se construye o se repara algo. Así, se habla de taller de mecánica, taller de carpintería, taller de reparación de electrodomésticos, etc.

Desde hace algunos años la práctica ha perfeccionado el concepto de taller extendiéndolo a la educación, y la idea de ser "un lugar donde varias personas trabajan cooperativamente para hacer o reparar algo, lugar donde se aprende haciendo junto con otros" esto dio motivo a la realización de experiencias innovadoras en la búsqueda de métodos activos en la enseñanza<sup>11</sup>.

El taller tiene como objetivo la demostración práctica de leyes, teorías, características y contenidos que se estudian, la solución de las tareas o problemas con el fin de producir aprendizajes significativos.

"En lo esencial un taller es una modalidad de aprender haciendo"; en este sentido el taller se apoya en el principio de aprendizaje formulado por (Froebel en 1826) "Aprender una cosa viéndola y haciéndola es mucho más formador, cultivador y vigorizante que aprender simplemente por comunicación verbal de las ideas".

"El taller se organiza de una forma interdisciplinaria y general en donde el profesor ya no enseña de manera tradicional, sino que es un asistente técnico en el que ayuda a aprender. Los estudiantes aprenden haciendo y sus respuestas o soluciones en algunos casos, podrían ser más validos que la de sus profesores". Según Néstor bravo (Concepto.\_taller.pdf).

Dentro de este proyecto se aplica talleres usando la metodología del aprendizaje basado en problemas para el cálculo de puntos característicos y

---

<sup>10</sup>Recuperado: [http://acreditacion.unillanos.edu.co/contenidos/NESTOR%20BRAVO/Segunda%20Sesion/Concepto\\_taller.pdf](http://acreditacion.unillanos.edu.co/contenidos/NESTOR%20BRAVO/Segunda%20Sesion/Concepto_taller.pdf)

<sup>11</sup> Recuperado: [http://acreditacion.unillanos.edu.co/contenidos/NESTOR%20BRAVO/Segunda%20Sesion/Concepto\\_taller.pdf](http://acreditacion.unillanos.edu.co/contenidos/NESTOR%20BRAVO/Segunda%20Sesion/Concepto_taller.pdf)

que sirven de referencia para el análisis de las funciones cuadráticas, a continuación, se definen conceptos básicos referentes a dichas funciones.

## **2.15 FUNCIONES MATEMÁTICAS**

### **2.15.1 Conceptos básicos**

En el lenguaje cotidiano se puede definir a las funciones como que algo “depende de”.

Por medio de las funciones se puede representar diversas situaciones de la vida cotidiana, por ejemplo: el costo de energía que depende de su consumo de kilovatios.

Con el siguiente ejemplo ¿cuál es la regla que relaciona los números de la derecha con los de la izquierda de la siguiente tabla?

Tabla 2: Relación de un número con su cubo

1	→	1
2	→	8
3	→	9
4	→	64

Autora Susana Mora

Los números de la derecha son los cubos de los números de la izquierda.

Entonces la regla debe ser “elevar al cubo” los números de la izquierda.

Tabla 3: Relación de un número con su cubo

1	→	1
2	→	8
3	→	9
4	→	64
x	→	x <sup>3</sup>

Autora Susana Mora G

Para representar esta regla podemos usar la letra  $f$  (función) que es la más usada, entonces la regla de  $f(x)$  es “elevar al cubo el número  $X$ ”.

Generalmente se usan dos formas de representar una función:

$$X \mapsto X^3 \qquad \text{o} \qquad f(x) = X^3$$

De esta forma se puede decir que cuando evaluamos una función en el dominio (2) o encontramos su valor numérico en  $f(2)$  significa aplicar la regla a 2. Al evaluar resulta:

$$f(2) = 2^3 = 8 \ ; \ f(3) = 3^3 = 27 \ ; \ f(4) = 4^3 = 64 \ ; \ f(b) = b^3 \ ; \ \text{etc.}$$

Observamos a continuación varios ejemplos que pueden representarse como funciones matemáticas:

### **Ejemplo 1:**

Tabla 4: Función de una persona y su estatura en metros

Conjunto X	Conjunto Y
Diana	1,40
Sara	1,60
Perla	1,55
José	1,50
Santiago	1,60

Autora: Susana Mora G

En la tabla anterior se muestran las correspondencias de unas personas que trabajan en una empresa y su estatura expresada en metros.

Cada persona (perteneciente al conjunto  $X$  o dominio) constituye lo que se llama entrada o variable independiente. Cada valor de estatura (perteneciente al conjunto de salida  $Y$ ) o variable dependiente. Obsérvese que una misma persona no puede tener dos estaturas diferentes y que es posible que dos personas diferentes puedan tener la misma estatura.

### **Ejemplo 2**

Se establece la siguiente regla de correspondencia “el triple de un número disminuido en 2” entre el conjunto de los números Reales (variable independiente) y el mismo conjunto (variable dependiente).

$$f(x) = 3x - 2$$

Algunas parejas de números que se relacionan por esta regla de correspondencia son

Tabla 5: Evaluación de la función  $f(x) = 3x - 2$

Conjunto de partida X	Conjunto de llegada Y	Desarrollo
-3	-11	$f(-3) = 3(-3) - 2 = -11$
-2	-8	$f(-2) = 3(-2) - 2 = -8$
0	-2	$f(0) = 3(0) - 2 = -2$
1	1	$f(1) = 3(1) - 2 = 1$
2	4	$f(2) = 3(2) - 2 = 4$

Autora: Susana Mora G

Observando estos ejemplos tenemos una idea más clara de lo que es una función, como vemos todos y cada uno de los valores del primer conjunto (x) están asociados a uno, y solo uno, del segundo conjunto Y. Al decir todos y cada uno, quiere decir que no pueden quedar ningún valor de X sin su correspondiente elemento en Y, y además representa que a un elemento de X no le puede corresponder dos valores distintos en Y.

### **2.15.2 Definición Formal de función Cuadrática<sup>12</sup>**

Sean  $a$ ,  $b$  y  $c$  números reales con  $a \neq 0$ , la función  $f$  de  $\mathbb{R}$ , en  $\mathbb{R}$  cuya regla de correspondencia es  $f(x) = ax^2+bx+c$ , recibe el nombre de función cuadrática de variable real  $f : X \mapsto Y$ . El dominio  $X$  para el cual se encuentra definida, constituye el dominio de la función. Este conjunto se representa simbólicamente por  $\text{dom } f$ .

Se puede expresar el dominio de una función mediante la notación de intervalos, notación de conjuntos, o en palabras según sea lo más conveniente.

El dominio de la función lo determinan los posibles valores para los que está definida  $f$  en los reales. A partir de esto podemos resaltar lo siguiente:

Si  $f(x)$  contiene un cociente, este no existe si el denominador se hace cero, por lo que se debe excluir estos valores de  $X$  para los cuales sucede esta situación.

Si  $f(x)$  contiene una raíz de índice par, esta solo existirá si el radicando es positivo o cero.

### **2.16 Sistemas de coordenadas cartesianas.**

Son un par de rectas perpendiculares que se cortan en un punto  $(0,0)$  llamado origen de coordenadas, la recta vertical se denomina eje  $Y$  u ordenadas y la recta horizontal se denomina eje  $X$  o abscisas.

Se puede representar una función en el plano a través de los puntos o pares ordenados, haciendo corresponder a cada valor de la abscisa con su correspondiente ordenada.

---

<sup>12</sup>Espol. 2006. Fundamentos de matemáticas para el bachillerato

### 2.16.1 Gráfica de funciones

Algunas veces es necesario tener una idea clara de la gráfica de una función, para conocer las características de las funciones, por lo se define que es un gráfico de una función:

**Definición:** Si  $f$  es una función de  $R$  en  $R$  o de algún subconjunto de  $R$  en  $R$ , entonces la gráfica de  $R$  es un subconjunto de  $R \times R$  tal que sus coordenadas  $(x,y)$  pertenecen a la función  $f$ .<sup>13</sup>

Por lo tanto, la gráfica de una función  $y = f(x)$  es una figura la cual es un subconjunto de puntos en el plano  $R \times R$  cuyas coordenadas cartesianas están dadas por las parejas de números  $(x, y)$  que pertenecen a la función  $f$ , ya que a cada valor del dominio de  $X$  le corresponde un único valor en  $Y$ , por consiguiente, cualquier recta vertical (paralela al eje  $y$ ) debe cortar a la gráfica de  $f$  en un único punto.

### 2.17 Tipos de funciones

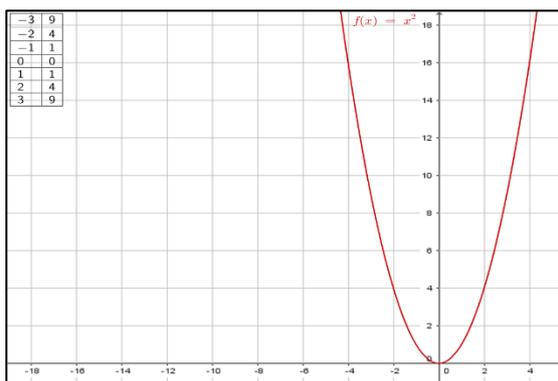
Algunas familias de funciones son las siguientes: lineal, cuadrática, valor absoluto, entero mayor, signo, polinomio.

A continuación, se muestra la gráfica de la función cuadrática general, usando el programa Geómetra.

---

<sup>13</sup> SILVA- LAZO (2004). Fundamentos de matemáticas. Editorial Limusa 6ta edición

$$f(x) = x^2$$



1 Gráfica 2.1 de la función  $x^2$  con el programa GEOGEBRA

Autora: Susana Mora G

En este proyecto nos enfocaremos en el análisis de las funciones cuadráticas y sus puntos característicos como son: análisis del vértice, en determinar si es un máximo o mínimo, soluciones o intersecciones con los ejes x y eje y, y demás información que nos proporciona aplicado a diferentes situaciones cotidianas.

Para lo cual se describe las diferentes formas de encontrar las soluciones de las funciones cuadráticas, encontrar su vértice, analizar la concavidad e interpretación según el contexto que se esté aplicando.

Para determinar el vértice que es un punto característico de una función cuadrática se debe usar o investigar la igualdad que nos ayuda a encontrar este valor.

## 2.18 Características de las funciones cuadráticas

Las funciones cuadráticas de la forma  $f(x) = ax^2+bx+c$  tienen las siguientes características:

- El dominio es el conjunto de los números reales.
- Son continuas en todo su dominio.
- Siempre cortan al eje Y en el punto (0, C).
- Cortarán al eje X en uno, dos o ningún punto dependiendo de las soluciones de la ecuación  $ax^2+bx+c=0$ .
- Si  $a>0$  la parábola se abre hacia arriba y si  $a<0$  la parábola se abre hacia abajo.

- Cuanto mayor sea el valor absoluto del coeficiente de  $a$ , más estilizada será la parábola.
- Tiene un vértice punto donde la función alcanza su punto máximo ( $a < 0$ ) o punto mínimo ( $a > 0$ ).
- Tiene un eje de simetría que es la recta vertical que contiene al vértice y divide a esta en dos partes iguales.
- Si  $a > 0$  la función es creciente para los valores a la derecha del vértice y decreciente para los valores a la izquierda del vértice.
- Si  $a < 0$  la función es creciente para los valores a la izquierda del vértice y decreciente para los valores a la derecha del vértice.
- Si  $a > 0$  la función es convexa y si  $a < 0$  la función es cóncava.

## 2.19 Obtención del vértice de una Función Cuadrática<sup>14</sup>.

La gráfica de la función cuadrática general puede bosquejarse de la siguiente manera:

Donde  $a, b, c \in \mathbb{R} \wedge a \neq 0$

Aplicando factor común a  $y$  y agrupando los términos en  $x^2$  y  $x$ ,

$$\text{Tenemos } f(x) = a \left[ \left( x^2 + \frac{b}{a}x \right) + \frac{c}{a} \right]$$

Recordando la ecuación de álgebra de productos especiales  $(x \pm y)^2 \equiv x^2 \pm 2xy + y^2$  debemos sumar  $(b/2a)^2$  a  $x^2 + (b/a)x$  para completar el cuadrado perfecto; luego, sumando y restando  $b^2/4a^2$  dentro de los

Paréntesis angulares,  $f(x) = a \left[ \left( x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} \right) + \frac{c}{a} - \frac{b^2}{4a^2} \right]$ ; y simplificando,

$$\text{se obtiene } f(x) = a \left[ \left( x + \frac{b}{2a} \right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a^2} \right]$$

<sup>14</sup>Bibliografía. Protier – Morrey. Análisis Matemático No 8000 (español e inglés). 1977, pág.: 185  
<https://gabriellacayo.files.wordpress.com/2010/08/demostracion-de-los-vertices-de-una-funcion-cuadratica1.pdf>

Puesto que  $(x + b/2a)^2 \geq 0$ , la expresión entre paréntesis toma su valor mínimo cuando  $x = -b/2a$ . Si  $a > 0$ , también la función toma su valor mínimo cuando  $x = -b/2a$ ; este valor de la función,  $(4ac - b^2) / 4a$  se llama su mínimo. Si  $a < 0$ , la función toma su valor máximo cuando  $x = -b/2a$ ; este valor se llama su máximo y es también igual a  $(4ac - b^2) / 4a$ . En ambos casos, el punto recibe el nombre de vértice de la parábola.

$$V = \left( -\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a} \right)$$

También la podemos representar por la siguiente igualdad:

$$V = \left( \left( -\frac{b}{2a}, f\left(-\frac{b}{2a}\right) \right) \right)$$

En donde la coordenada en y se la obtendrá por la evaluación del valor de x encontrado en la función.

Las raíces o ceros no son otra cosa que los puntos intersección de la función con el eje de las x, y corresponden a otros puntos característicos de la misma, ya que nos indicará si tiene o no y cuantas soluciones reales tendrá dicha función cuadrática. Los cuales los podemos determinar por medio de la factorización o la aplicación correcta de la fórmula cuadrática.

## **2.20 Obtención de las raíces de una función cuadrática<sup>15</sup>:**

Sea la función:  $ax^2 + bx + c = 0$

Se divide toda la ecuación para el valor de a:

$\frac{ax^2}{a} + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$ ; Luego debemos completar los cuadrados para convertir en un

trinomio cuadrado perfecto, para lo cual se divide el segundo término o término

---

<sup>15</sup> M. Sullivan (2006). Algebra con trigonometría. Mexico.DF. Editorial Pearson.

lineal para dos y esta expresión la elevamos al cuadrado, esta nueva expresión se suma a ambos lados de la ecuación.

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = \left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{c}{a}$$

Ahora debemos factorizar el trinomio cuadrado perfecto que se formó del lado izquierdo de la igualdad y de lado derecho debemos realizar una suma de fracciones y nos quedaría:

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a} \rightarrow \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

Sacando raíz cuadrada a ambos miembros de la igualdad para poder despejar x tenemos:

$$\sqrt{\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2} = \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}} \rightarrow x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Una vez ubicados el vértice y uno o dos puntos adicionales que pueden ser las raíces, soluciones o intersecciones con el eje x, se puede bosquejar la gráfica.

Por lo tanto, a continuación, se presentan ejemplos con ejercicios de aplicación de funciones cuadráticas en los que se debe encontrar los puntos característicos de las funciones.

Ejemplos:

1.- Sea  $f(x) = x^2 - 2x - 3$

Primero deben reconocer las constantes que representan los valores de a, b, c en la función cuadrática.

$a=1; b=-2; c=-3$

Aplicando la expresión que me permite hallar las coordenadas del vértice:

$$V = \left( -\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a} \right) \rightarrow V = \left( -\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a} \right)$$

$$V = \left( -\frac{-2}{2}, \frac{-12 - 4}{4} \right) \rightarrow V = \left( \frac{2}{2}, -\frac{16}{4} \right) \rightarrow V = (1, -4)$$

Aplicando la segunda forma o manera de calcular el vértice tendremos:

$$V = \left( -\frac{b}{2a}, f\left(-\frac{b}{2a}\right) \right)$$

$$X = -\frac{-b}{2a} = -\frac{2}{2(1)} = 1$$

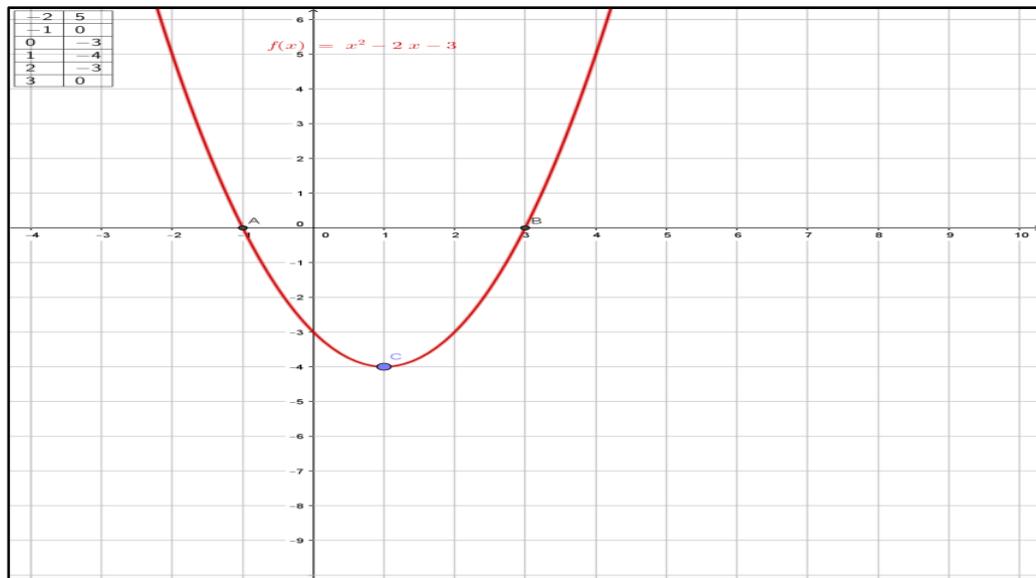
$$Y = f\left(-\frac{b}{2a}\right) = f(-1) = (-1)^2 - 2(-1) - 3 = 1 - 2 - 3 = -4$$

$$V = (1, -4)$$

Las soluciones de las ecuaciones se calculan a continuación aplicando la descomposición en factores, tenemos:

$$(x - 3)(x + 1) \Rightarrow x_1 = 3 ; x_2 = -1$$

La grafica de la función aplicando el graficador Geogebra es:



2 Grafica 2.2 de la Función  $f(x) = x^2 - 2x - 3$  con el programa Geogebra

Autora: Susana Mora G

2.- Sea  $f(x) = 4x^2 - 16x + 12$

Primero deben reconocer las constantes que representan los valores de a, b, c en la función cuadrática.

$a=4; b= -16; c= 12$

Aplicando la expresión que me permite hallar las coordenadas del vértice:

$$V = \left( -\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a} \right) \rightarrow V = \left( -\left(\frac{-16}{2(4)}\right), \frac{4(4)(12) - (-16)^2}{4(4)} \right)$$

$$V = \left( \frac{16}{8}, \frac{192 - 256}{16} \right) \rightarrow V = \left( 2, -\frac{64}{16} \right) \rightarrow V = (2, -4)$$

Aplicando la segunda forma o manera de calcular el vértice tendremos:

$$V = \left( -\frac{b}{2a}, f\left(-\frac{b}{2a}\right) \right)$$

$$X = -\frac{b}{2a} = -\frac{-16}{2(4)} = 2$$

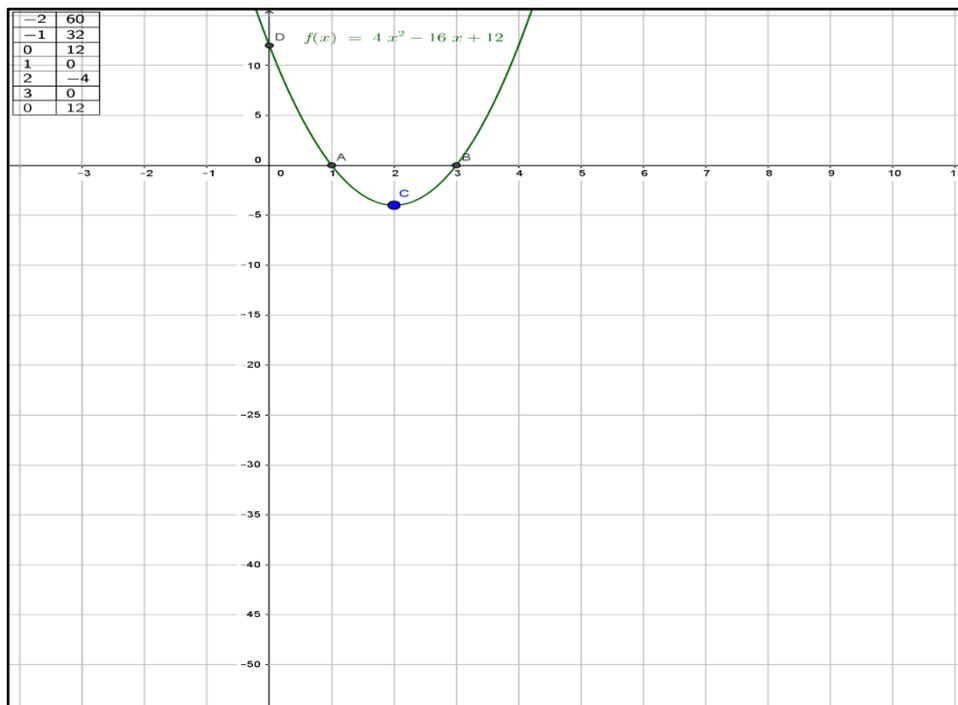
$$Y = f\left(-\frac{b}{2a}\right) = f(2) = 4(2)^2 - 16(2) + 12 = 16 - 32 + 12 = 28 - 32 = -4$$

$$V = (2, -4)$$

Las soluciones de la ecuación se calculan a continuación aplicando la fórmula cuadrática, tenemos:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{16 \pm \sqrt{(16)^2 - 4(4)(12)}}{2(4)} = \frac{16 \pm 8}{8} \Rightarrow x_1 = 3; x_2 = 1$$

La grafica de la función aplicando el graficador Geogebra es:



3 Grafica 2.3Tabla de valores y gráfico de  $f(x) = 4x^2 - 16x + 12$

Autora: Susana Mora G

A continuación, se plantea un ejemplo de los talleres con los problemas modelos que fueron aplicados a los estudiantes en estudio y se desarrollan paso a paso como debían resolver para lograr el aprendizaje esperado sobre los puntos característicos de las funciones cuadráticas.

## **2.21.- Taller N°1**

Lea detenidamente la información y realice las actividades propuestas:

A los enfermos crónicos del pulmón se les debe hacer un barrido sónico, para esto se les suministra a cada paciente un líquido de contraste, cuyo porcentaje residual en el cuerpo está en función del tiempo medido en horas:  $p(t) = -2t^2 + 8t$

¿a qué hora se le debe realizar el examen a un paciente si se requiere que tenga la mayor concentración posible y el asiste a las 12h40?<sup>16</sup>

### **Actividades**

a) Identifique las constantes que intervienen en la expresión.

$$a = -2$$

$$b = 8$$

$$c = 0$$

b) ¿Cuál es la variable independiente y la variable dependiente? Justifique la respuesta.

Variable independiente es t.

Variable dependiente es p.

c) Escriba en un párrafo el problema que enmarca el enunciado anterior.

A los pacientes crónicos del pulmón se les desea realizar un barrido sónico.

d) Identifique la(s) incógnita(s) del enunciado precedente.

El porcentaje residual del líquido de contraste.

El tiempo medido en horas.

---

<sup>16</sup> [http://netlizama.usach.cl/Apuntes%20Medicina%20\(Veronica\).pdf](http://netlizama.usach.cl/Apuntes%20Medicina%20(Veronica).pdf)

e) Realice una tabla de datos, con las variables: t y p (t).

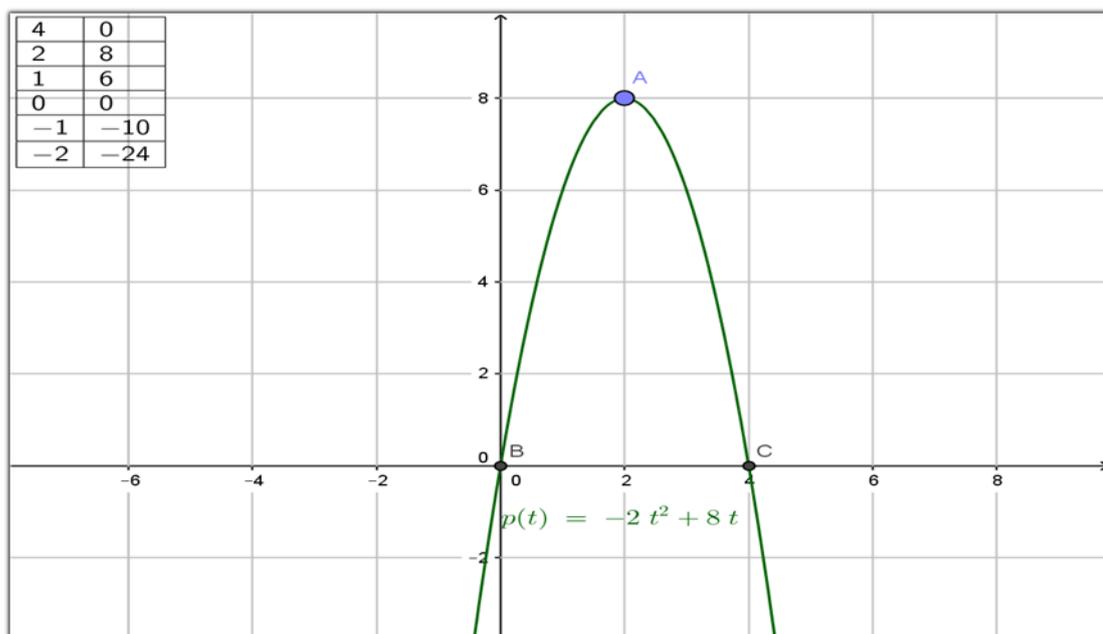
Tabla 6: Evaluación de la función  $f(x) = -2t^2 + 8t$

T	p(t)
0	0
1	6
2	8

Autora: Susana Mora G

f) Grafique la tabla de datos.

$$f(t) = -2t^2 + 8t$$



4 grafica 2.4Tabla de valores y gráfico de  $f(x) = -2t^2 + 8t$

Autora: Susana Mora G

Se debe aclarar que la gráfica nos da todos los puntos de la función cuadrática, pero debido a que, en la situación problemática planteada, lo que se desea conocer es el porcentaje residual por unidad de tiempo, por lo que el tiempo no puede recibir valores negativos.

g) Interprete la información que proporciona el gráfico.

Nos indica el valor máximo que se denota por el ramal creciente de la función.

h) Plantee la(s) solución(es) a la(s) incógnita(s) del ejercicio.

Los estudiantes investigarán guiados por el profesor la expresión que les ayuda a calcular el vértice de la función cuadrática en forma analítica.

$$t = -\frac{8}{2(-2)}$$

$t = 2$  h (ocurre la mayor concentración)

i) Responda: ¿a qué hora se le debe realizar el examen a un paciente si se requiere que tenga la mayor concentración posible y el asiste a las 12h40?

Por lo tanto, el paciente debe realizarse la resonancia magnética a las 12h40 + 2h00 = 14h40

j) Responda: ¿cuál es la mayor concentración?

$$p(t) = -2t^2 + 8t$$

$$p(2) = -2(2)^2 + 8(2)$$

$$p(2) = 8 \text{ \% residual con la máxima concentración}$$

### **Evaluación**

Aprendizaje que se promueven con esta actividad:

Ejecución de procesos solicitados en el proyecto.

Pensamiento crítico.

Creatividad.

Análisis de la información obtenida a través de los puntos críticos de las funciones cuadráticas en forma gráfica y analítica.

Ubicación de puntos en el plano cartesiano.

Desarrollo del aprendizaje auto- dirigido.

Identificación, búsqueda y análisis de información necesaria para temas particulares.

Habilidad para trabajar de manera colaborativa.

Habilidad para identificar fortalezas y debilidades y capacidad de mejorar siempre.

Exposición del resultado del taller.

## **CAPÍTULO III**

### **3. METODOLOGÍA**

#### **3.1 DETALLES DE LA INVESTIGACIÓN**

Este proyecto de investigación se lo puede catalogar de desarrollo factible y realizable y de naturaleza descriptiva, documental y bibliográfica. Se lo considera factible porque ayuda a asimilar el proceso para analizar las funciones cuadráticas; el proyecto es realizable debido a que puede ser ejecutado en cualquier institución educativa.

Esta investigación es descriptiva debido a que analiza la realidad presente razonando causas y efectos, incluyendo justamente esta realidad en los ejercicios. Es documental porque la información está obtenida de diversas fuentes como: artículos científicos, revistas especializadas, periódicos, etc. Es bibliográfica por motivo de que responde a una secuencia ordenada proporcionada en un texto y que a su vez servirá como referencia para futuras citas de otras investigaciones.

El presente proyecto fue realizado en una institución educativa de nivel medio del sur de la ciudad de Guayaquil, en dos paralelos de I año de bachillerato en ciencias en el mes de junio de 2016. Los estudiantes, después de rendir la prueba inicial, y por su promedio fueron escogidos para formar el grupo con tratamiento y el grupo testigo. Los estudiantes del primer grupo serían instruidos en la temática de funciones cuadráticas con la metodología de Aprendizaje Basado en Problemas, mientras que el segundo conjunto de estudiantes grupo testigo serían instruidos en el mismo tema, pero con el procedimiento tradicional. Los integrantes de los dos grupos resolvieron después otra prueba al final del proceso, siendo evaluados de esta manera los

conocimientos adquiridos. Por último, se realiza una comparación entre los resultados del grupo con tratamiento y el grupo testigo, para conocer si el uso de la metodología del Aprendizaje Basado en Problemas mejora el proceso de conseguir un aprendizaje significativo; para aquello se utilizará el análisis de la varianza, (ANOVA), con la cual se determinará si las diferencias de medias encontradas son significativas o no.

### **3.2 HIPÓTESIS**

Tomando en cuenta la problemática planteada inicialmente, con respecto al escaso poder de retención que tienen los estudiantes frente a cualquier tema, surge una interrogante: ¿en qué medida ayuda a mejorar el aprendizaje de funciones cuadráticas y sus aplicaciones de máximos y mínimos, el uso de la metodología Aprendizaje Basado en Problemas? De ser así entonces se puede formular las siguientes hipótesis:

**H1:**

Los estudiantes que son instruidos con la metodología del Aprendizaje Basado en Problemas serán capaces de interpretar correctamente los puntos máximos y mínimos en las funciones cuadráticas con una diferencia significativa en los resultados, con respecto a los estudiantes que no han recibido los mismos talleres.

**Ho:**

Los estudiantes que son instruidos con la metodología del Aprendizaje Basado en Problemas tendrán una capacidad de interpretación de los puntos máximos y mínimos en las funciones cuadráticas similar a los estudiantes que no han recibido los mismos talleres.

### **3.3 EFECTOS VERIFICABLES**

1.- Los estudiantes que realicen los talleres con la metodología del Aprendizaje Basado en Problemas, recordarán el proceso para graficar funciones con tablas de valores.

2.- Los estudiantes que realicen los talleres con la metodología del Aprendizaje Basado en Problemas, descubrirán por sí mismos el real significado de un máximo o mínimo de una función cuadrática.

3.- Los alumnos que realicen los talleres con la metodología del Aprendizaje Basado en Problemas, una vez que hayan resuelto por sí mismos, obtendrán un aprendizaje significativo y estarán en capacidad de resolver ejercicios con mayor complejidad.

“Al estimular habilidades de estudio auto dirigido, los alumnos mejorarán su capacidad para estudiar e investigar sin ayuda de nadie para afrontar cualquier obstáculo, tanto de orden teórico como práctico, a lo largo de su vida. Los alumnos aprenden resolviendo o analizando problemas del mundo real y aprenden a aplicar los conocimientos adquiridos a lo largo de su vida en problemas reales.” **(ITESM, 1999)**

### 3.4 VARIABLES

#### Independiente

- Metodología de enseñanza para el capítulo de funciones.

#### Dependiente

- Rendimiento académico de los estudiantes en la unidad de funciones cuadráticas.
- Interpretación correcta de los problemas de análisis de máximos y mínimos en funciones cuadráticas.

### 3.5 Definición de variables

**3.5.1 Metodología de enseñanza.** - Conjunto de procesos con los cuales se logra una mejor comprensión por parte de un grupo de estudiantes respecto a un tema.

Durante el desarrollo de los talleres, los alumnos del grupo experimental van a buscar la solución del ejercicio, para lo cual graficarán la función, hallarán el vértice de la función cuadrática, e interpretarán su significado como máximo o mínimo. Se asegura que este proceso les permitirá a los discentes interiorizar el significado de máximos y mínimos, de tal manera que, al utilizar después la expresión para obtener la coordenada en x del vértice, ellos tendrán noción del resultado que deben obtener. Esto garantiza que los estudiantes harán un trabajo muy prolijo y rápido. Cabe recordar que el grupo de control no recibe el proceso **correspondiente al taller**.

**3.5.2 Rendimiento académico.** -Son logros de los objetivos y aprendizajes que posee un alumno de una institución educativa.

Al finalizar los talleres utilizando el Aprendizaje Basado en Problemas, se medirá el éxito de los mismos. En la última sesión se realizará una evaluación

sumativa, se verificará el grado de logros de los objetivos de aprendizaje fijados en el tema de estudio.

El indicador del rendimiento es el puntaje por cada pregunta, por ende, el total de la prueba señalará el rendimiento del estudiante. Se espera que la calificación refleje los objetivos logrados por los estudiantes y estos coincidan con los propuestos por el tutor/a.

### **3.6 INTERPRETACIÓN CORRECTA DE LOS PROBLEMAS**

#### **3.6.1 DEFINICION DE LA MUESTRA**

La implementación de este proyecto se realizó en una institución educativa de nivel medio del sur de la ciudad de Guayaquil, se contó con 2 paralelos del I año de bachillerato en ciencias, cada uno de los paralelos cuenta con 40 estudiantes. Luego de la prueba inicial y en base a la calificación, se formaron 2 grupos: Gct y Gt para lo cual se tomaron los 20 primeros estudiantes de cada paralelo (ordenados por su calificación) para conformar los grupos de trabajo. Cabe mencionar que el número de alumnos de cada grupo es de 20.

El paralelo A1 fue el curso de donde provinieron los estudiantes del grupo con tratamiento (Gct), en el cual se implementó los talleres de *aplicación de funciones cuadráticas*. El paralelo A2, en cambio, fue el paralelo de donde salieron los alumnos del grupo testigo, estos estudiantes no fueron instruidos en el tema de *aplicaciones de funciones cuadráticas* con talleres de temas relacionados con la medicina, biología y administración.

### **3.6.2 INSTRUMENTOS DE RECOLECCION DE DATOS**

- Lista de resultados de los requerimientos de cada uno de los talleres.
- Tablas de valores y gráficos de las diferentes funciones cuadráticas.
- Observaciones y criterios sobre el tema central del taller.
- Prueba inicial y Prueba final de aplicación y transferencia de aprendizajes. Su aplicación es intencionalmente sumativa y debe reflejar los logros de objetivos alcanzados.

Este proyecto está encaminado a la obtención de la solución en cada uno de los talleres que los grupos de estudiantes van construyendo bajo la guía del profesor de la materia de matemática.

La evaluación final está dirigida a la capacidad de los estudiantes de enfrentar—resolver un problema relacionado con otras disciplinas, en el que se involucra situaciones conocidas por los alumnos. Cabe mencionar que las pruebas inicial y final serán las mismas para los 2 grupos de estudiantes, garantizando de esta manera la absoluta imparcialidad en el aprendizaje significativo por los estudiantes para el capítulo de funciones cuadráticas; por ende, habrá la seguridad de que los resultados de las evaluaciones representarán el verdadero conocimiento de los estudiantes.

Se espera obtener diferencias considerables en cuanto a: calidad de trabajo, rendimiento académico en esta unidad de estudio, tiempo de resolución y sobre todo en criterio de interpretación de máximos y mínimos de las funciones cuadráticas. Se puede considerar como valor agregado la interpretación que realizarán los estudiantes del grupo con tratamiento, ellos tendrán percepción mayor para relacionar la teoría matemática y las condiciones del ejercicio, mientras que los discentes del grupo testigo no la tendrán.

### **3.7 DISEÑO DE LA INVESTIGACIÓN**

Se basa en la formación de los dos grupos: con tratamiento y testigo, con los estudiantes de I año de bachillerato en ciencias, para lo cual se tomaron grupos intactos a dos paralelos de una institución educativa de nivel medio, avalando de esta manera que el resultado de esta investigación tenga una absoluta transparencia. Cada uno de estos grupos fue evaluado inicialmente sobre sus conocimientos previos (I), mediante una misma prueba. El grupo con tratamiento fue instruido con talleres de aplicaciones de función cuadrática, mientras que el grupo testigo recibió la enseñanza tradicional. La prueba final fue la misma para los dos grupos, luego se realizó la comparación entre los resultados.

Se aplicó la prueba inicial con el propósito de conocer los conocimientos previos y por medio de estos conformar con los estudiantes los dos grupos de análisis.

Tabla 7: Modelo de diseño

<i>Grupo con tratamiento (Gct)</i>	<b>Gct</b>	<b>P<sub>i</sub></b>	<b>I</b>	<b>X<sub>0</sub></b>	<b>P<sub>f</sub></b>
<i>Grupo testigo (Gt)</i>	<b>Gt</b>	<b>P<sub>i</sub></b>	<b>I</b>	<b>X<sub>1</sub></b>	<b>P<sub>f</sub></b>

Autora: Susana Mora G

Siendo:

G: grupos escogidos en forma aleatoria, con tratamiento y testigo.

I: Nociones sobre conceptos de funciones cuadráticas (no aplicaciones).

X<sub>0</sub>: talleres con metodología Aprendizaje Basado en Problemas.

X<sub>1</sub>: clases tradicionales.

P<sub>i</sub>: Evaluación inicial común para los dos grupos.

P<sub>f</sub>: Evaluación final común para ambos grupos.

## **CAPITULO IV**

### **4. ANALISIS DE RESULTADOS**

#### **4.1 ANÁLISIS DE DATOS**

Inicialmente los dos paralelos de estudiantes fueron evaluados con la misma prueba para conocer los conocimientos previos, esta prueba fue también tomada como referencia para seleccionar a los estudiantes que tuvieron mejor entendimiento en matemática. Las calificaciones fueron ordenadas de manera descendente, procediendo a elegir a los primeros 20 estudiantes, para formar los grupos de tratamiento y testigo. A pesar de esta división, no se manipuló a los estudiantes para asignarlos a un grupo o a otro, es el equivalente a que, si cada paralelo hubiese conservado la cantidad de alumnos inicial, el resultado de las calificaciones al ser ordenadas, daría como resultado el mismo listado de los grupos finales de tratamiento y testigo. Después fueron instruidos en el tema de funciones cuadráticas, el grupo de tratamiento, recibió los talleres en los cuales fueron analizados problemas relacionados con biología, medicina, administración, mientras que el grupo testigo fue inculcado de la forma tradicional. Finalmente, ambos grupos recibieron una misma prueba final de evaluación.

La intención de aplicar la prueba inicial fue la de conocer los conocimientos previos que tienen los estudiantes, con respecto al tema de funciones cuadráticas (ver anexos). Conocimientos que ayudarán al docente a reforzar algún tema anterior para proceder al estudio de funciones. Cabe recalcar que la misma prueba final fue aplicada a ambos grupos, obteniéndose los siguientes resultados:

La aplicación de la prueba final, se realiza para conocer los conocimientos, destrezas y desempeños adquiridos por los estudiantes, de los grupos con

tratamiento y testigo. La prueba está conformada por ejercicios de funciones cuadráticas (ver anexos), con relación a otras ciencias y con la vida común. Cabe recalcar que al igual que la prueba inicial, la evaluación será la misma para ambos grupos, obteniéndose los siguientes resultados:

Tabla 8: Calificaciones del Grupo con tratamiento

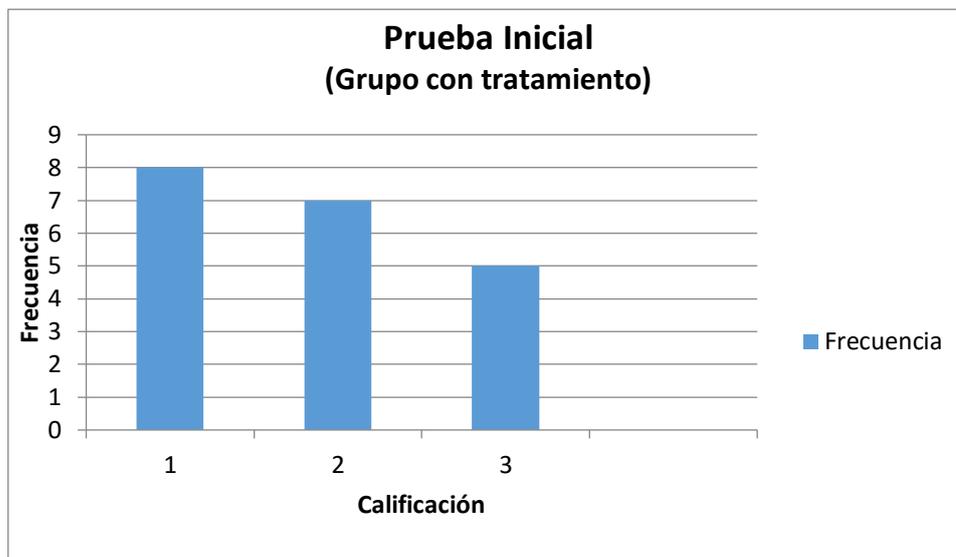
N° Orden	P. Inicial	P. Final	N° Orden	P. Inicial	P. Final
1	3	7	11	1	8
2	2	8	12	1	8
3	3	8	13	2	7
4	2	6	14	3	7
5	1	7	15	3	6
6	1	7	16	1	8
7	2	6	17	1	7
8	2	7	18	1	5
9	2	5	19	1	9
10	3	7	20	2	4

Autora: Susana Mora G

Tabla 9: Frecuencia de los resultados de la Prueba Inicial del Grupo con tratamiento

<i>Calificación</i>	<i>Frecuencia</i>	<i>% acumulado</i>
1	8	40,00%
2	7	75,00%
3	5	100,00%

Autora: Susana Mora G



5 Gráfica 4.1 Histograma de frecuencias de la prueba inicial del grupo con tratamiento

Autora: Susana Mora G

Tabla 10: Frecuencia de los resultados de la Prueba final con tratamiento.

<i>Calificación</i>	<i>Frecuencia</i>	<i>% acumulado</i>
4	1	5,00%
5	2	15,00%
6	3	30,00%
7	8	70,00%
8	5	95,00%
9	1	100,00%

Autora: Susana Mora G



6 Gráfica 4.2 Histograma de frecuencias de la prueba final del grupo con tratamiento

Autora: Susana Mora G

Tabla 11: Calificaciones del Grupo Testigo

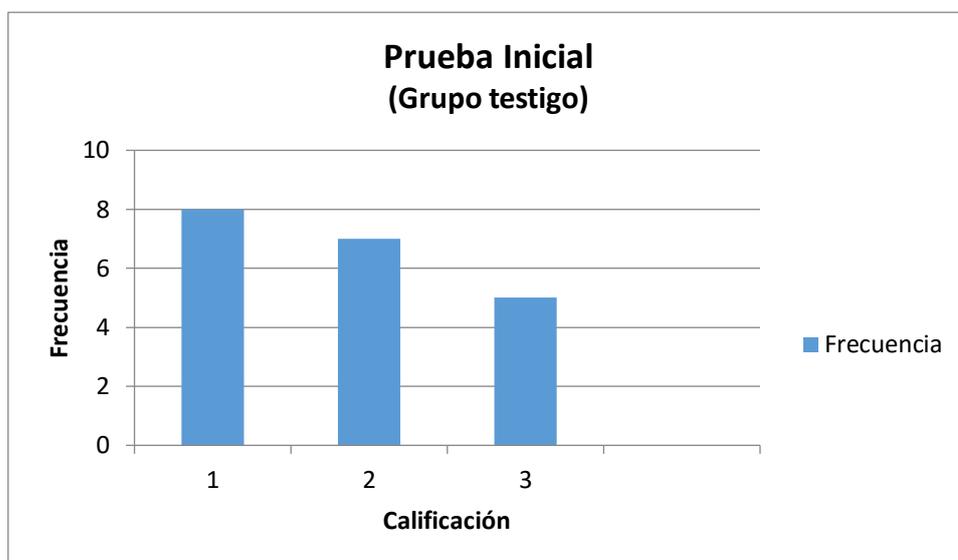
N° Orden	P. Inicial	P. Final	N° Orden	P. Inicial	P. Final
1	2	4	11	1	7
2	2	4	12	1	7
3	2	6	13	1	5
4	1	5	14	1	5
5	1	5	15	1	6
6	1	5	16	1	6
7	1	6	17	2	6
8	1	6	18	3	4
9	3	6	19	3	4
10	1	7	20	2	5

Autora: Susana Mora G

Tabla 12: Frecuencia de los resultados de la prueba inicial del grupo testigo

Calificación	Frecuencia	% acumulado
1	8	40,00%
2	7	75,00%
3	5	100,00%

Autora: Susana Mora G



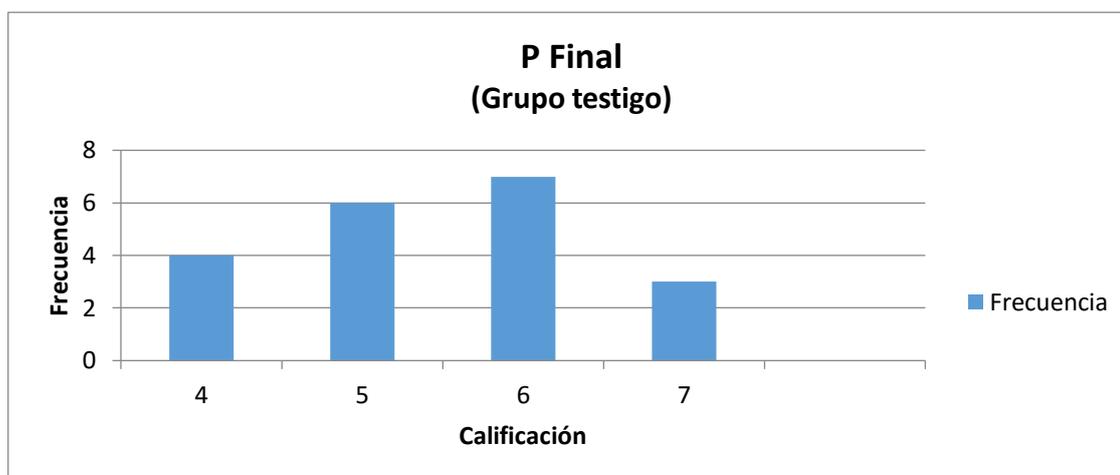
7 Grafica 4.3 Histograma de frecuencias de la prueba inicial del grupo testigo

Autora: Susana Mora G

Tabla 13: Frecuencia de los resultados de la Prueba final del grupo testigo

<i>Calificación</i>	<i>Frecuencia</i>	<i>% acumulado</i>
4	4	20,00%
5	6	50,00%
6	7	85,00%
7	3	100,00%

Autora: Susana Mora G



8 Gráfica 4.3 Histograma de frecuencias de la prueba final del grupo testigo

Autora: Susana Mora G

## 4.2 HIPÓTESIS A CONTRASTAR

En este proyecto se formuló la siguiente hipótesis sustantiva general: **El estudiante que es instruido con la metodología del Aprendizaje Basado en Problemas será capaz de interpretar correctamente los puntos máximos y mínimos en las funciones cuadráticas con una diferencia significativa en los resultados, con respecto al estudiante que no ha recibido los mismos talleres.**

Para realizar un análisis más operacional del proyecto, se formularon las siguientes

Hipótesis Alternativas (H1) y su respectiva Hipótesis Nula (Ho):

### H1:

Los estudiantes que son instruidos con la metodología del Aprendizaje Basado en Problemas serán capaces de interpretar correctamente los puntos máximos y mínimos en las funciones cuadráticas con una diferencia significativa en los resultados, con respecto a los estudiantes que no han recibido los mismos talleres.

**Ho:**

Los estudiantes que son instruidos con la metodología del Aprendizaje Basado en Problemas tendrán una capacidad de interpretación de los puntos máximos y mínimos en las funciones cuadráticas similar a los estudiantes que no han recibido los mismos talleres.

Para el análisis de la hipótesis alternativa (H1) se realizó una comparación de medias de las variables involucradas, en los dos grupos independientes, mediante **la prueba F de Fisher**, de esta manera se infiere si la diferencia detectada es consecuencia del tratamiento o debido a otras variables que pudiesen haber intervenido, también se menciona la probabilidad de este evento.

#### **4.3 ANÁLISIS DE DATOS SOBRE HIPÓTESIS ALTERNATIVA**

Primero se someten a la prueba F de Fisher los dos grupos independientes: Grupo con tratamiento y el grupo testigo, comparando las medias de las variables prueba inicial y prueba final, resultando un estadístico F altamente significativo en ambos y con un porcentaje extremadamente bajo de probabilidad, concluyendo de esta manera que la diferencia se debe a los procesos educativos que recibieron ambos grupos. Cabe destacar que el estadístico F es mayor en el grupo con tratamiento que en el grupo testigo, al igual que la probabilidad es menor también.

Tabla 14: Análisis de Varianza para 2 muestras con Prueba F de Fisher para el grupo con tratamiento

	P. Inicial	P. Final
Media	1,85	6,85
Varianza	0,66052632	1,50263158
Observaciones	20	20
Varianza agrupada	1,08157895	
Grados de libertad	38	
Estadístico F	231,143552	
Probabilidad	$9,7 \times 10^{-18}$	
Valor crítico de F	4,09817173	

Autora: Susana Mora G

Tabla 15: Análisis de Varianza para 2 muestras con Prueba F de Fisher para el grupo testigo

	P. Inicial	P. Final
Media	1,55	5,45
Varianza	0,57631579	0,99736842
Observaciones	20	20
Varianza agrupada	0,786842105	
Grados de libertad	38	
Estadístico F	193,304348	
Probabilidad	$1,747 \times 10^{-16}$	
Valor crítico de F	4,09817173	

Autora: Susana Mora G

Al comparar, ahora, las medias de las pruebas finales de ambos grupos independientes, se diferencian en que el grupo con tratamiento, además de los procesos comunes impartidos en clases, recibió los talleres sobre aplicaciones de función cuadrática. Se aprecia un valor del estadístico F superior al valor crítico, lo que en el ámbito matemático se considera estadísticamente significativo. De ser así, se puede inferir que la diferencia de resultados en la prueba final entre los dos grupos no sea resultado del azar, sino que sea consecuencia de la aplicación de los talleres con la metodología de ABP por el grupo con tratamiento.

Tabla 16: Análisis de Varianza para los resultados de la Prueba Final para los grupos: con tratamiento y testigo.

<b>PRUEBA FINAL</b>		
	<b>Grupo con tratamiento</b>	<b>Grupo testigo</b>
Media	6,85	5,45
Varianza	1,50263158	0,99736842
Observaciones	20	20
Varianza agrupada	1,25	
Grados de libertad	38	
Estadístico F	15,68	
Probabilidad	0,00031811	
Valor crítico de F	4,09817173	

Autora: Susana Mora G

## **CAPITULO V**

### **5 PROPUESTA PEDAGÓGICA**

Diseño de talleres para mejorar la interpretación de máximos y mínimos en las funciones cuadráticas haciendo uso de la metodología del aprendizaje basado en problemas (ABP), que permita a los estudiantes del primer año de bachillerato general unificado realizar un aprendizaje significativo de la correcta interpretación de los puntos característicos de la misma, así como de los puntos representativos de máximos y mínimos en las funciones cuadráticas.

#### **5.1 FUNDAMENTACIÓN**

A través de las funciones podemos modelar matemáticamente, analizar describir un hecho o fenómeno de la vida cotidiana, por ejemplo: precio de venta de un objeto para obtener el máximo beneficio o utilidad, en la medicina, en la administración, etc.

Pasos a seguir para modelar funciones:

- 1.-Expresar el modelo en palabras, identifique la cantidad que quiere modelar y exprese, en palabras, como una función de otras cantidades en el problema.
- 2.- Elija la variable: identifique las variables empleadas para expresar la función en el paso 1. Asigne un símbolo como  $x$ , a una variable y exprese las otras en función de este símbolo.

3.-Establezca el modelo: Exprese la función en el lenguaje del álgebra al escribirla como una función de la única variable elegida en el paso 2.

4.- use el modelo: emplee la función para contestar las preguntas planteadas en el problema (para hallar un máximo o un mínimo) use los métodos algebraicos o gráficos.

## **5.2 JUSTIFICACIÓN**

Los docentes debemos ser conscientes de que los procesos didácticos juegan un papel importante en el desarrollo de habilidades y actitudes en los estudiantes.

Por otra parte, la familia, considerada la base fundamental de la sociedad en donde se desarrollan los hábitos, valores y actitudes en la actualidad, se observa un notable descuido en el fomentar estos valores debido al poco tiempo que conviven juntos por lo que pasan más horas laborando para cumplir las necesidades materiales de la familia.

Por tal razón existe poca participación y control de los padres en lo que se refiere al aprendizaje de los estudiantes, motivo por el cual se atribuye al colegio por el bajo nivel de aprendizaje y se delega a las instituciones educativas más responsabilidades de las que le corresponde.

En todas las épocas y diferentes culturas se ha concebido a la familia como la que dirige el desarrollo armónico de los hijos fomentando a través del ejemplo los diferentes valores como: honestidad, solidaridad, colaboración brindándoles un ambiente en el puedan crecer seguros con un desarrollo armónico y equilibrado.

Por medio de este proyecto se pretende potenciar el trabajo docente, para que poniendo en práctica el aprendizaje basado en problemas, crear un aprendizaje basado en las experiencias de maestros y estudiantes, trabajando con toda la responsabilidad que la tarea de educador conlleva, haciéndolo con el pensamiento y el corazón para de esta forma poder llegar a conocer sus fortalezas y debilidades reconociendo sus errores para conocerse mejor a sí mismo, a los demás y por ende a sus alumnos.

Mediante el presente proyecto se pretende unir la teoría con la práctica, resolver problemas relacionados con el medio que los rodea optimizando los recursos existentes y elevando la calidad del aprendizaje de los estudiantes.

### **5.3 OBJETIVO GENERAL**

Optimizar los recursos mediante los talleres de resolución de problemas de funciones cuadráticas, con la estructura metodológica del ABP, que permita a los estudiantes interiorizar este tema, de tal manera que se realice un aprendizaje significativo de los puntos representativos de máximos y mínimos en las funciones cuadráticas y su correcta interpretación.

#### **5.3.1 OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

1. Determinar el conocimiento previo que los estudiantes tienen sobre el tema
2. Realizar una investigación de problemas de la vida cotidiana que están relacionados con funciones cuadráticas.
3. Elaborar talleres de ecuaciones cuadráticas que estén relacionados con la metodología ABP.
4. Evaluar los talleres y tabular los resultados obtenidos.
5. Determinar el nivel de aprendizaje obtenido de los estudiantes sobre los puntos de máximos o mínimos al comparar los resultados obtenidos de los talleres en relación con aquellos que no recibieron este tipo de metodología.

## **5.4 IMPORTANCIA**

El presente proyecto pretende resaltar la importancia de los procesos en el aprendizaje, de ahí que se pretende con la elaboración de talleres aplicando la metodología del Aprendizaje basado en problemas para el estudio de las funciones cuadráticas como estrategia participativa enfocadas en el inter-aprendizaje.

Las instituciones deben modificar los currículos ya que al transformarse el conocer se transforma también el conocimiento. Por lo tanto, las transferencias de currículos se cultivarán en la enseñanza aprendizaje del léxico que como se ha dicho es el currículo.

Mediante este proyecto el profesor podrá realizar en forma conjunta con los alumnos actividades motivadoras en la que los estudiantes se darán cuenta que deben ser los responsables de su propio aprendizaje y de esta manera se verá cumplido el objetivo de este proyecto.

De igual manera se pretende potenciar el desempeño docente con la aplicación de la metodología para el aprendizaje de funciones y análisis de sus puntos críticos utilizando el ABP para lograr un aprendizaje basado en la experiencia de maestros y alumnos dejando al lado las teorías y llevando a la práctica y de esta manera llevar a cumplir el mejorar el aprendizaje, análisis, utilidad y aplicabilidad de las funciones cuadráticas en el medio que nos rodea.

## **5.5 Ubicación sectorial**

La propuesta pedagógica de este proyecto se aplicará en una unidad educativa ubicada en el sector sur de la ciudad e Guayaquil, que consta con un local pedagógico, con aulas, laboratorio informático, necesarios para la enseñanza aprendizaje.

Los estudiantes provienen de diferentes sectores de la ciudad, en su mayoría del sector sur, las familias poseen un promedio socio-económico nivel medio-bajo.

## **5.6 Factibilidad**

Es necesario formar ciudadanos con capacidad crítica, y consientes de la identidad nacional, buscadores de alternativas que fomenten un óptimo desarrollo social, basándose en el uso de recursos técnicos y prácticos como son los procesos educativos actuales.

## **5.7 DESCRIPCIÓN DE LA PROPUESTA**

Para solucionar el problema se realizaron dentro de la institución educativa las siguientes actividades:

- 1.-Se Comunicó y dio a conocer la metodología del ABP.
- 2.-El tutor presentó de manera breve cada problema, esta incluirá sugerencias de como iniciar el trabajo y resumen de puntos principales del problema y sugerencias de como adquirir la información necesaria para resolverlos.
- 3.-Luego de leídos y comprendidos los problemas, fueron guiados durante el proceso como encontrar la información necesaria para solucionar los problemas.
- 4.-Se entregó una lista de objetivos junto a cada problema; de tal manera que los alumnos tengan un mejor control de objetivos alcanzados.
- 5.-Taller individual y grupal con estudiantes de la unidad educativa.
- 6.-El proceso fue de modo cooperativo, los alumnos trabajaron en pequeños grupos en los que su cooperación será importante, sin dejar de lado la participación individual de cada integrante.

A continuación, se presentan los talleres que se aplicaron a los estudiantes:

## **5.8 TALLER N°1**

Lea detenidamente la información y realice las actividades propuestas:

A los enfermos crónicos del pulmón se les debe hacer un barrido sónico, para esto se le suministra a cada paciente un líquido de contraste, cuyo porcentaje residual en el cuerpo está en función del tiempo medido en horas:  $p(t) = -2t^2 + 8t$

### **Actividades**

- a) Identifique las variables que intervienen.
- b) ¿Cuál es la variable independiente y la variable dependiente? Justifique la respuesta.
- c) Escriba en un párrafo el problema que enmarca el enunciado anterior.
- d) Identifique la(s) incógnita(s) del enunciado anterior.
- e) Realice una tabla de datos, con las variables: t y p (t).
- f) Grafique la función resultante de la tabla de datos obtenida en el literal f.
- g) Interprete la información que proporciona el gráfico.
- h) Plantee la(s) solución(es) a la(s) incógnita(s) del ejercicio.
- i) Responda: ¿a qué hora se le debe realizar el examen a un paciente si se requiere que tenga la mayor concentración posible y el asiste a las 12h40?
- j) Responda: ¿cuál es la mayor concentración?
- k) Encontrar en forma analítica las soluciones o intersecciones con el eje x, y respectivamente.

### **SOLUCION**

#### **a) Identifique las variables que intervienen**

Las variables que intervienen son: P: Porcentaje residual; t: tiempo

#### **b) ¿Cuál es la variable independiente y la variable dependiente? Justifique la respuesta.**

La variable independiente es t y la variable pendiente es p

**c) Escriba en un párrafo el problema que enmarca el enunciado anterior.**

El problema consiste en que el paciente debe hacerse un barrido sónico (examen) para el cual debe administrar un líquido de contraste y debemos averiguar en qué tiempo esté líquido de contraste este en su mayor concentración.

**d) Identifique la(s) incógnita(s) del enunciado anterior.**

La incógnita  $t$  mide el tiempo y la variable  $p$  mide el porcentaje de concentración del líquido de contraste.

**e) Realice una tabla de datos, con las variables:  $t$  y  $p(t)$ .**

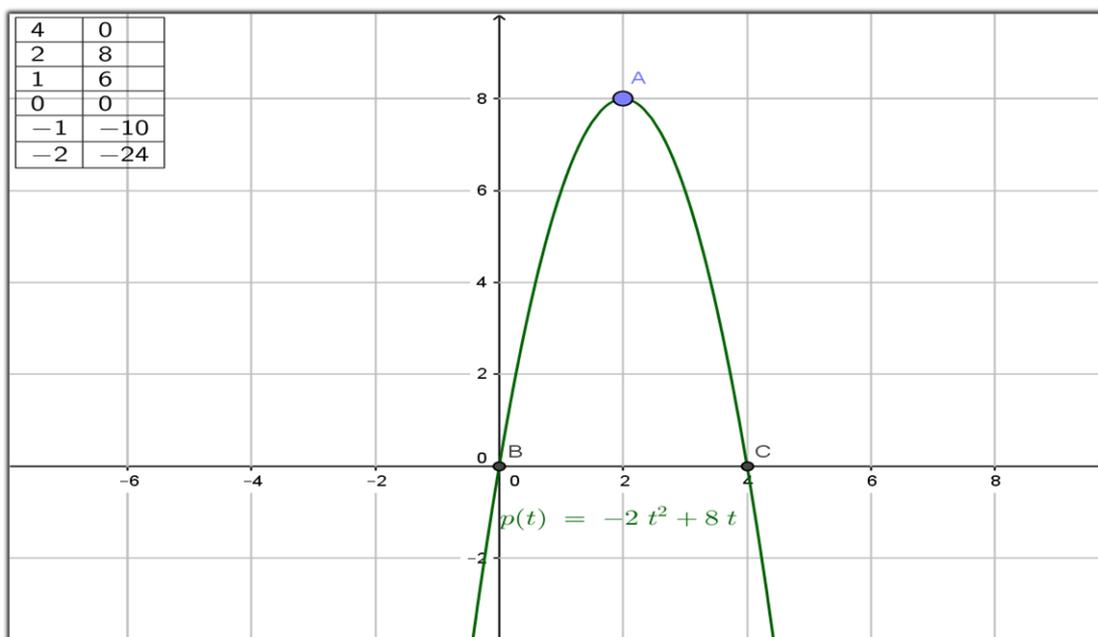
Tabla 17: Tabla de valores para la  $f(t) = -2t^2 + 8t$

$t$	$p(t)$
0	0
1	6
2	8

Autora: Susana Mora G

f) Grafique la función resultante de la tabla de datos obtenida en el literal

f.



9 Gráfica 5.1 Tabla de valores y gráfico de  $p(t) = -t^2 + 8t$  con el programa con el programa GEOGEBRA

Autora: Susana Mora G

Se debe aclarar que la gráfica nos da todos los puntos de la función cuadrática, pero debido a que, en la situación problemática planteada, lo que se desea conocer es el porcentaje residual por unidad de tiempo, por lo que el tiempo no puede recibir valores negativos.

**g) Plantee la(s) solución(es) a la(s) incógnita(s) del ejercicio.**

Los estudiantes investigarán guiados por el profesor la expresión que les ayuda a calcular el vértice de la función cuadrática en forma analítica.

$$V = (t; p) \quad V = \left( -\frac{b}{2a}; f\left(-\frac{b}{2a}\right) \right) \quad V = (2; 8)$$

$$t = -\frac{b}{2a} = -\frac{8}{2(-2)} = \frac{8}{4} = 2h$$

$$t = 2h$$

$$p(2) = -2(2)^2 + 8(2) = 8 \%$$

$$p(2) = 8 \%$$

**h) Interprete la información que proporciona el gráfico.**

Observando el gráfico nos podemos dar cuenta que la gráfica es creciente desde el menos infinito hasta el punto en  $x=2$  donde alcanza su punto máximo y empieza a decrecer la gráfica, de donde podemos verificar el vértice de la función cuadrática es el punto  $(2,8)$ .

También podemos observar los puntos de corte o intercepto con el eje en  $x=0$ ;  $x= 4$  que son las soluciones de la ecuación cuadrática cuando  $y=0$  respectivamente.

**i) Responda: ¿a qué hora se le debe realizar el examen a un paciente si se requiere que tenga la mayor concentración posible y el asiste a las 12h40?**

$t= 2$  h (ocurre la mayor concentración)

Por lo tanto, el paciente debe realizarse la resonancia magnética a las

$$12h40 + 2h00 = 14h40 \text{ h}$$

**j) Responda: ¿cuál es la mayor concentración?**

$$p(t) = -2t^2 + 8t$$

$$p(2) = -2(2)^2 + 8(2)$$

$$p(2) = 8 \% \text{ residual con la máxima concentración}$$

**k) Encontrar en forma analítica las soluciones o intersecciones con los ejes x, y respectivamente**

Las soluciones de las ecuaciones se calculan a continuación aplicando la descomposición en factores tenemos:

$-2t(t-4) = 0 \Rightarrow t_1 = 0 ; t_2 = 4$ . Y la intersección con el eje y es en el punto (0,0).

**Evaluación**

Aprendizaje que se promueven con esta actividad:

Ejecución de procesos solicitados en el proyecto.

Pensamiento crítico.

Creatividad.

Análisis de la información obtenida a través de los puntos críticos de las funciones cuadráticas en forma gráfica y analítica.

Ubicación de puntos en el plano cartesiano.

Desarrollo del aprendizaje auto- dirigido.

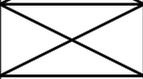
Identificación, búsqueda y análisis de información necesaria para temas particulares.

Habilidad para trabajar de manera colaborativa.

Habilidad para identificar fortalezas y debilidades y capacidad de mejorar siempre.

Exposición del resultado del taller.

Tabla 18: Rúbrica para el taller #1

<b>ACTIVIDADES</b>	<b>Nada (0)</b>	<b>Algo (1)</b>	<b>Todo (2)</b>
Identifica variables			
Reconoce variables: independiente y dependiente			
Identifica las incógnitas del ejercicio.			
Realiza tabla de datos: t vs p(t)			
Grafica los datos de la tabla t vs p(t)			
Responde primera pregunta del taller			
Responde segunda pregunta del taller			
Existe trabajo en grupo			
Creatividad para interpretar resultados			
Exposición del taller			

Autora: Susana Mora G

## **5.9 TALLER N°2**

Lea detenidamente la información y realice las actividades propuestas:  
Un grupo de personas se ha intoxicado al ingerir accidentalmente un medicamento con fecha de expedición vencida. Se estima que el porcentaje de sangre contaminada  $t$  horas después de *ocurrida* la ingesta es  $p(t) = 18t - t^2$  y cuando la concentración llega al máximo el paciente fallece<sup>17</sup>.

### **Actividades**

- a) Identifique las variables que intervienen.
- b) ¿Cuál es la variable independiente y la variable dependiente? Justifique la respuesta.
- c) Escriba en un párrafo el problema que enmarca el enunciado anterior.
- d) Identifique la(s) incógnita(s) del enunciado anterior.
- e) Realice una tabla de datos, con las variables:  $t$  y  $p(t)$ .
- f) Grafique la función resultante de la tabla de datos obtenida en el literal f.
- g) Interprete la información que proporciona el gráfico.
- h) Plantee la(s) solución(es) a la(s) incógnita(s) del ejercicio
- i) Responda: ¿cuál es el mayor porcentaje de sangre contaminada que puede soportar una persona?
- j) Responda: ¿cuál es la hora máxima que puede esperar un paciente si llegó a las 15h20 con un porcentaje de 65% de sangre contaminada?
- k) Encontrar en forma analítica las soluciones o intersecciones con el eje  $x$  y  $y$  respectivamente.

---

<sup>17</sup> [http://netlizama.usach.cl/Apuntes%20Medicina%20\(Veronica\).pdf](http://netlizama.usach.cl/Apuntes%20Medicina%20(Veronica).pdf)

**Solución:**

**a) Identifique las variables que intervienen.**

Las variables que intervienen son: P: porcentaje; t = tiempo

**b) ¿Cuál es la variable independiente y la variable dependiente? Justifique la respuesta.**

La variable independiente es t ya que es la que puede tomar cualquier valor real no negativo y la variable dependiente es p ya que depende de los valores asignados a t que resulten de la evaluación en la función.

**c) Escriba en un párrafo el problema que enmarca el enunciado anterior.**

Se desea determinar cuál es la hora máxima que los pacientes pueden alcanzar a llegar para ser atendidos y el porcentaje de sangre contaminada que las personas pueden soportar.

**d) Identifique la(s) incógnita(s) del enunciado anterior.**

Las incógnitas serían el tiempo y el porcentaje de contaminación.

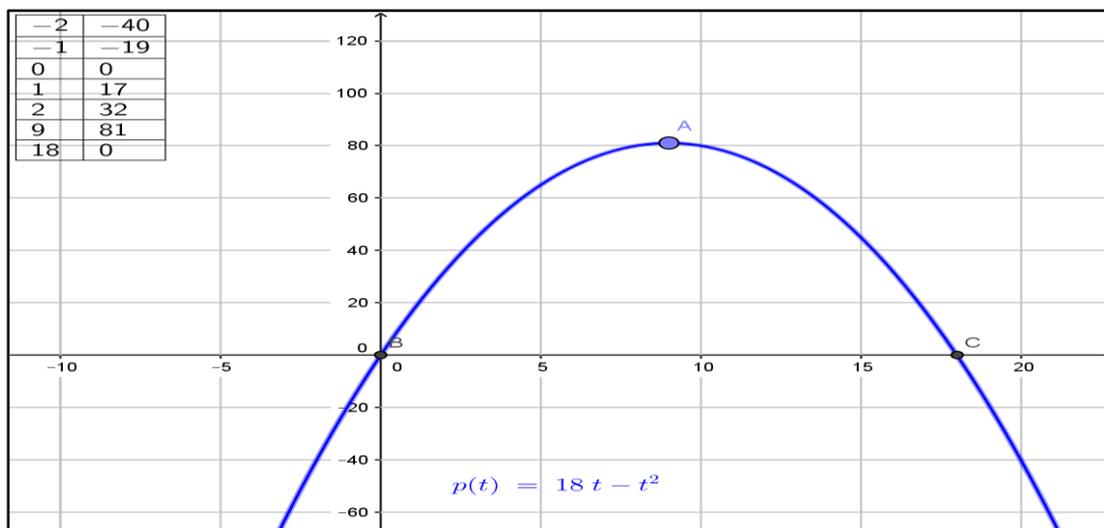
**e) Realice una tabla de datos, con las variables: t y p (t).**

Tabla 19: Tabla de valores para la  $f(x) = 18t - t^2$

t	P
0	0
1	17
2	32
9	81
18	0

Autora: Susana Mora G

f) Grafique la función resultante de la tabla de datos obtenida en el literal f.



10 Gráfica 5.2 Tabla de valores y gráfico de  $p(t) = 18t - t^2$  con el programa GEOGEBRA

Autora: Susana Mora G

Se debe aclarar que la gráfica nos da todos los puntos de la función cuadrática, pero debido a que, en la situación problemática planteada, lo que se desea conocer es el tiempo máximo que puede tener una persona hasta poder ser atendida y el porcentaje de contaminación en sangre, que puede tener soportar por lo tanto el tiempo no pueden recibir valores negativos.

**g) Interprete la información que proporciona el gráfico.**

Observando el gráfico nos podemos dar cuenta que la gráfica es creciente desde el menos infinito hasta  $x=9$  donde alcanza su punto máximo y luego empieza a decrecer la gráfica, de donde podemos verificar el vértice de la función cuadrática es el punto  $(9, 81)$ .

También podemos observar los puntos de corte o intercepto con el eje en  $x=0$ ;  $x= 18$  que son las soluciones de la ecuación cuadrática respectivamente.

**h) Plantee la(s) solución(es) a la(s) incógnita(s) del ejercicio**

Los estudiantes investigarán guiados por el profesor la expresión que les ayuda a calcular el vértice de la función cuadrática en forma analítica.

$$V = (t; p) \qquad V = \left( -\frac{b}{2a}; f\left(-\frac{b}{2a}\right) \right) \qquad V = (9; 81)$$

$$t = -\frac{b}{2a} = -\frac{18}{2(-1)} = \frac{18}{2} = 9h$$

$$t = 9h$$

$$p(t) = 18t - t^2$$

$$p(9) = 18(9) - (9)^2$$

$p(9) = 81\%$  porcentaje máximo de sangre contaminada que puede soportar una persona.

**i) Responda: ¿cuál es el mayor porcentaje de sangre contaminada que puede soportar una persona?**

Cualquier paciente puede tener una concentración máxima de 81% antes de fallecer y transcurren 9 horas después de ingerir el medicamento. Si el paciente llegó con una concentración del 65%

$$t = 9 \text{ h}$$

Entonces:  $65 = 18t - t^2$

$$t^2 - 18t + 65 = 0$$

$$(t - 13)(t - 5) = 0$$

$$t = 13 \text{ horas (ya está muerto) o } t = 5 \text{ horas}$$

El paciente tiene 4 horas hasta que la concentración llegue al máximo:  
 $15\text{h}20\text{h} + 4\text{h}00\text{h} = 19\text{h}20\text{h}$

**j) Encontrar en forma analítica las soluciones o intersecciones con los ejes x, y respectivamente**

Las soluciones de la ecuación se calculan a continuación aplicando la descomposición en factores tenemos:

$t(18 - t) = 0 \Rightarrow t_1 = 0 ; t_2 = 18$ . Los puntos que se obtienen son (0,0) y (18,0), la intersección con el eje y es en el punto (0,0).

### **Evaluación**

Aprendizaje que se promueven con esta actividad:

Ejecución de procesos solicitados en el proyecto.

Pensamiento crítico.

Creatividad.

Análisis de la información obtenida a través de los puntos críticos de las funciones cuadráticas en forma gráfica y analítica.

Ubicación de puntos en el plano cartesiano.

Desarrollo del aprendizaje auto- dirigido.

Identificación, búsqueda y análisis de información necesaria para temas particulares.

Habilidad para trabajar de manera colaborativa.

Habilidad para identificar fortalezas y debilidades y capacidad de mejorar siempre.

Exposición del resultado del taller.

Tabla 20: Rubrica del taller # 2

<b>ACTIVIDADES</b>	<b>Nada (0)</b>	<b>Algo (1)</b>	<b>Todo (2)</b>
Identifica variables			
Reconoce variables: independiente y dependiente			
Identifica las incógnitas del ejercicio.			
Realiza tabla de datos: t vs p(t)			
Grafica los datos de la tabla t vs p(t)			
Responde primera pregunta del taller		X	
Responde segunda pregunta del taller		X	
Existe trabajo en grupo			
Creatividad para interpretar resultados			
Exposición del taller			

Autora: Susana Mora G

### **5.10 TALLER N°3**

Lea detenidamente la información y realice las actividades propuestas:

Un grupo de investigación en fisiología establece la función  $r(s) = -s^2 + 12s - 20$ , que representa un modelo matemático que describe el número de pulsos emitidos por una persona, después que se ha estimulado un nervio. La variable  $s$  es el número de segundos transcurridos desde que es estimulado el nervio<sup>18</sup>.

#### **Actividades**

- Identifique las variables que intervienen.
- ¿Cuál es la variable independiente y la variable dependiente? Justifique la respuesta.
- Escriba en un párrafo el problema que enmarca el enunciado anterior.
- Identifique la(s) incógnita(s) del enunciado anterior.
- Realice una tabla de datos, con las variables:  $s$  y  $r(s)$ .
- Grafique la función resultante de la tabla de datos obtenida en el literal f.
- Interprete la información que proporciona el gráfico.
- Plantee la(s) solución(es) a la(s) incógnita(s) del ejercicio.
- Responda: ¿Cuál es el número máximo de latidos que una persona normal tiene después que es estimulado un nervio?
- Calcular analíticamente las raíces o intercepto con el eje  $x$  de la ecuación:  
 $r(s) = -s^2 + 12s - 20$

#### **SOLUCIÓN:**

- Identifique las variables que intervienen.**

*Las variables que intervienen son:  $r$ : número de pulsos;  $s$ : tiempo.*

---

<sup>18</sup> [http://netlizama.usach.cl/Apuntes%20Medicina%20\(Veronica\).pdf](http://netlizama.usach.cl/Apuntes%20Medicina%20(Veronica).pdf)

**b) ¿Cuál es la variable independiente y la variable dependiente? Justifique la respuesta.**

La variable independiente es el tiempo:  $s$  y la variable dependiente es el número de impulsos:  $r(s)$ .

**c) Escriba en un párrafo el problema que enmarca el enunciado anterior.**

La variable independiente es  $s$  ya que es la que puede tomar cualquier valor real no negativo y la variable dependiente es  $r$  ya que depende de los valores asignados a  $s$  que resulten de la evaluación en la función.

**d) Identifique la(s) incógnita(s) del enunciado anterior.**

El problema consiste en averiguar el número de pulsos que son emitidos por una persona y el tiempo desde que es estimulado.

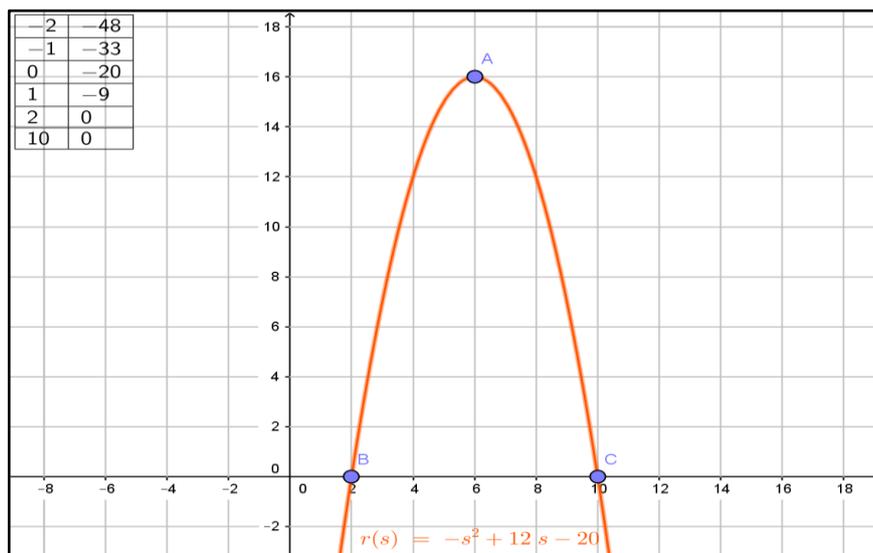
**e) Realice una tabla de datos, con las variables:  $s$  y  $r(s)$ .**

Tabla 21: Tabla de valores para  $f(s) = -s^2 + 12s - 20$

$s$	$r$
0	-20
1	-9
2	0
10	0

Autora: Susana Mora

f) Grafique la función resultante de la tabla de datos obtenida en el literal f.



11 Gráfica 5.2 Tabla de valores y gráfico de  $r(s) = -s^2 + 12s - 20$  con el programa GEOGEBRA

Autora: Susana Mora G

Se debe aclarar que la gráfica nos da todos los puntos de la función cuadrática, pero debido a que, en la situación problemática planteada, lo que se desea conocer es el tiempo máximo que tiene una persona y el número de pulsos desde que es estimulado un nervio por lo tanto el tiempo no pueden recibir valores negativos.

g) Interprete la información que proporciona el gráfico.

Observando el gráfico nos podemos dar cuenta que la gráfica es creciente desde el menos infinito hasta donde alcanza su punto máximo en  $x = 6$  y empieza a decrecer la gráfica hasta  $x = 10$ , de donde podemos verificar el vértice de la función cuadrática está en el punto  $(6, 16)$ .

También podemos observar los puntos de corte o intercepto con el eje en  $x=0$ ;  $x= 10$  que son las soluciones de la ecuación cuadrática respectivamente.

**h) Plantee la(s) solución(es) a la(s) incógnita(s) del ejercicio.**

Los estudiantes investigarán guiados por el profesor la expresión que les ayuda a calcular el vértice de la función cuadrática en forma analítica.

La incógnita serían el número de pulsos y el tiempo.

$$V = (s; r) \quad V = \left( -\frac{b}{2a}; f\left(-\frac{b}{2a}\right) \right) \quad V = (6; 16)$$

$$s = \frac{b}{2a} = \frac{12}{2(-1)} = \frac{12}{-2} = -6h$$

$$s = 6h$$

$$r(6) = - (6)^2 + 12(6) - 20 = 16h$$

**i) Responda: ¿Cuál es el número máximo de latidos que una persona normal tiene después que es estimulado un nervio?**

El mayor número de pulsos normales después que es estimulado un nervio es de 16 por segundo.

**j) Calcular analíticamente las raíces o intercepto con el eje x y eje y de la ecuación:  $r(s) = -s^2 + 12s - 20$**

$$\text{sol } r_{1,2} = -\frac{b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-12 \pm \sqrt{(-12)^2 - 4(-1)(-20)}}{2(-1)} \rightarrow r_1 = 2; r_2 = 10$$

Para encontrar la intersección con el eje y debemos reemplazar en el valor de  $s=0$ , este es el valor de  $s$  cuando estamos sobre el eje y.

Cuando  $s=0$  entonces reemplazando en la ecuación:  $r(s) = -s^2 + 12s - 20$

$$r(0) = - (0)^2 + 1(0) - 20 = -20$$

Por lo tanto, la intersección con el eje y que para este caso es  $r(0) = -20$ .

**Evaluación**

Aprendizaje que se promueven con esta actividad:

Ejecución de procesos solicitados en el proyecto.

Pensamiento crítico.

Creatividad.

Análisis de la información obtenida a través de los puntos críticos de las funciones cuadráticas en forma gráfica y analítica.

Ubicación de puntos en el plano cartesiano.

Desarrollo del aprendizaje auto- dirigido.

Identificación, búsqueda y análisis de información necesaria para temas particulares.

Habilidad para trabajar de manera colaborativa.

Habilidad para identificar fortalezas y debilidades y capacidad de mejorar siempre.

Exposición del resultado del taller.

Tabla 22: Rúbrica para taller # 3

<b>ACTIVIDADES</b>	<b>Nada (0)</b>	<b>Algo (1)</b>	<b>Todo (2)</b>
Identifica variables			
Reconoce variables: independiente y dependiente			
Identifica las incógnitas del ejercicio.			
Realiza tabla de datos: s vs r(s)			
Grafica los datos de la tabla s vs r(s)			
Responde primera pregunta del taller		X	
Presentación del taller		X	
Existe trabajo en grupo			
Creatividad para interpretar resultados			
Exposición del taller			

Autora: Susana Mora G

## 5.11 TALLER N°4

Lea detenidamente la información y realice las actividades propuestas:

En una universidad de Nova Scotia en años anteriores, se llevó a cabo un estudio del comején, siendo  $x$  la distancia que caen las larvas con respecto a los árboles huéspedes y  $D$  la densidad de larvas del comején (número de larvas por pie cuadrado de suelo).

Sea la función:  $D(x) = 59.3 - 1.5x + 0.5x^2$ ; ( $x$  entre 1 y 9) <sup>19</sup>

### Actividades

- Identifique las variables que intervienen.
- ¿Cuál es la variable independiente y la variable dependiente? Justifique la respuesta.
- Escriba en un párrafo el problema que enmarca el enunciado anterior.
- Identifique la(s) incógnita(s) del enunciado anterior.
- Realice una tabla de datos, con las variables:  $x$  y  $D(x)$ .
- Grafique la función que se obtiene a partir de la tabla de datos del literal f.
- Interprete la información que proporciona el gráfico.
- Plantee la(s) solución(es) a la(s) incógnita(s) del ejercicio.
- Responda: ¿a qué distancia desde la base del árbol, se tiene la mayor densidad de larvas de comején?

### **SOLUCIÓN:**

#### **a) Identifique las variables que intervienen.**

*Las variables que intervienen son:  $x$ : distancia respecto a árboles;  $D$ : densidad de las larvas.*

#### **b) ¿Cuál es la variable independiente y la variable dependiente? Justifique la respuesta.**

La variable independiente es  $x$  ya que es la que puede tomar cualquier valor arbitrario no negativo y la variable dependiente es  $D$  ya que depende de los valores asignados a  $x$  que resulten de la evaluación en la función.

---

<sup>19</sup> [http://netlizama.usach.cl/Apuntes%20Medicina%20\(Veronica\).pdf](http://netlizama.usach.cl/Apuntes%20Medicina%20(Veronica).pdf)

**c) Escriba en un párrafo el problema que enmarca el enunciado anterior.**

El problema consiste en averiguar a qué distancia se obtienen la máxima densidad de las larvas con respecto a los arboles huéspedes.

**d) Identifique la(s) incógnita(s) del enunciado anterior.**

La incógnita sería la distancia con respecto a los árboles de huéspedes y la máxima densidad de las larvas de comején.

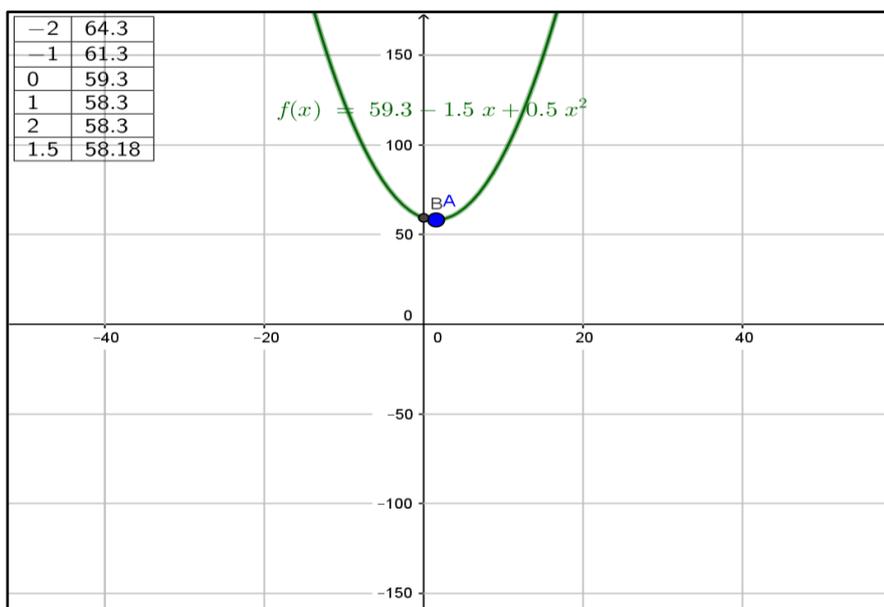
**e) Realice una tabla de datos, con las variables: x y D(x).**

Tabla 23: Tabla de valores para  $D(x) = 59,3 - 1,5x + 0,5x^2$

x	D
0	59,3
1	58,3
2	58,3
3	59,3
4	61,3
5	64,3
6	68,3
7	73,3
8	79,3
9	86,3

Autora: Susana Mora

f) Grafique la función que se obtiene a partir de la tabla de datos del literal



12 Gráfica 5.4 Tabla de valores y gráfico de  $f(x) = 59,3 - 1,5x + 0,5x^2$  con el programa GEOGEBRA

Autora: Susana Mora G

Se debe aclarar que la gráfica nos da todos los puntos de la función cuadrática, pero debido a que, en la situación problemática planteada, lo que se desea conocer es la menor densidad que pueden caer las larvas de comején por pie cuadrado y como depende de la distancia, por lo tanto, la distancia no puede recibir valores negativos.

**g) Interprete la información que proporciona el gráfico.**

Observando el gráfico nos podemos dar cuenta que la gráfica es decreciente desde el menos infinito hasta el punto en  $x=1,5$  donde alcanza su punto mínimo y luego empieza a crecer la gráfica hasta el infinito positivo, de donde podemos verificar que el vértice de la función cuadrática está en el punto  $(1,5; 58,175)$ .

También podemos observar que no existen los puntos de corte o intercepto con el eje  $x$  esto quiere decir que la función no tiene soluciones reales; sí intercepta al eje  $y$  en  $y=59,3$

**h) Plantee la(s) solución(es) a la(s) incógnita(s) del ejercicio.**

Los estudiantes investigarán guiados por el profesor la expresión que les ayuda a calcular el vértice de la función cuadrática en forma analítica.

$$V = (x; D) \qquad V = \left(-\frac{b}{2a}; f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right) \qquad V = (1,5; 58,175)$$

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{-1,5}{2(0,5)} = \frac{1,5}{1} = 1,5$$

x=1,5 pie cuadrado.

$$D(1,5) = 59,3 - 1,5(1,5)^2 + 0,8(1,5)^2 = 58,175$$

D(1,5)=58,175 número de larvas por cada pie cuadrado.

**i) Responda: ¿a qué distancia desde la base del árbol, se tiene la menor densidad de larvas de comején?**

Se encuentra a una distancia de 1,5 de la base del árbol con una densidad de 58,175 por cada pie cuadrado.

**Evaluación**

Aprendizaje que se promueven con esta actividad:

Ejecución de procesos solicitados en el proyecto.

Pensamiento crítico.

Creatividad.

Análisis de la información obtenida a través de los puntos críticos de las funciones cuadráticas en forma gráfica y analítica.

**Diseño de talleres para mejorar la Interpretación de máximos y mínimos en las funciones cuadráticas haciendo uso de la Metodología Basado en problemas**

**Maestría en Educación con mención en la Enseñanza de la Matemática.**

Ubicación de puntos en el plano cartesiano.

Desarrollo del aprendizaje auto- dirigido.

Identificación, búsqueda y análisis de información necesaria para temas particulares.

Habilidad para trabajar de manera colaborativa.

Habilidad para identificar fortalezas y debilidades y capacidad de mejorar siempre.

Exposición del resultado del taller

Tabla 24: Rúbrica para taller # 4

<b>ACTIVIDADES</b>	<b>Nada (0)</b>	<b>Algo (1)</b>	<b>Todo (2)</b>
Identifica variables			
Reconoce variables: independiente y dependiente			
Identifica las incógnitas del ejercicio.			
Realiza tabla de datos: x vs D(s)			
Grafica los datos de la tabla x vs D(s)			
Responde primera pregunta del taller		X	
Presentación del taller		X	
Existe trabajo en grupo			
Creatividad para interpretar resultados			
Exposición del taller			

Autora: Susana Mora

## 5.12 TALLER N° 5

Lea detenidamente la información y realice las actividades propuestas:

La ganancia de una compañía se ajuste por la función cuadrática<sup>20</sup>:

$$G(p) = -\frac{2000}{3}p(p-12), \text{ donde } G \text{ es la ganancia en “\$” y “p” es el precio en$$

“\$” a que se vende cada producto. Calcule:

- ¿Cuál es la ganancia máxima que puede obtener?
- ¿A qué precio de venta unitario se obtiene la máxima ganancia?
- ¿Para qué precios se llega a una situación de equilibrio?
- ¿Para qué precio se obtendrá una utilidad de \$ 20000?

### ACTIVIDADES A REALIZAR:

- Identifique las variables que intervienen.
- ¿Cuál es la variable independiente y la variable dependiente? Justifique la respuesta.
- Escriba en un párrafo el problema que enmarca el enunciado anterior.
- Identifique la(s) incógnita(s) del enunciado anterior.
- Realice una tabla de datos, con las variables: p y G (p).
- Grafique la tabla de datos.
- Interprete la información que proporciona el gráfico.
- Plantee la(s) solución(es) a la(s) incógnita(s) del ejercicio.
- Responda: ¿Cuál es la ganancia máxima que se puede obtener?
- Responda: ¿A qué precio de venta unitario se obtiene la máxima ganancia?
- Responda: ¿Para qué precios se llega a una situación de equilibrio?
- Responda: ¿Para qué precio se obtendrá una utilidad de 20000?
- Calcular analíticamente las intersecciones o soluciones de la ecuación:

---

<sup>20</sup> Fatela Preuniversitarios (s.f.). Recuperado : <http://es.scribd.com/doc/17504821/10-Funcion-cuadratica>

$$G(p) = -\frac{2000}{3} p (p - 12)$$

**SOLUCIÓN:**

**a) Identifique las variables que intervienen.**

Las variables son el precio  $p$ , y  $G$  ganancia.

**b) ¿Cuál es la variable independiente y la variable dependiente? Justifique la respuesta.**

La variable independiente es  $p$ : es el precio en dólares de cada producto.

La variable dependiente es  $G$ : es la ganancia en dólares.

**c) Escriba en un párrafo el problema que enmarca el enunciado anterior.**

El problema se basa en calcular la ganancia máxima que se puede obtener, determinar el precio unitario para obtener dicha ganancia, para qué precios se llega a una situación de equilibrio y determinar para qué precios se obtendrá una utilidad de \$20000.

**d) Identifique la(s) incógnita(s) del enunciado anterior.**

La ganancia máxima, precio unitario para dicha ganancia máxima, precios para los cuales se llega a una situación de equilibrio, determinar precios según una utilidad meta establecida.

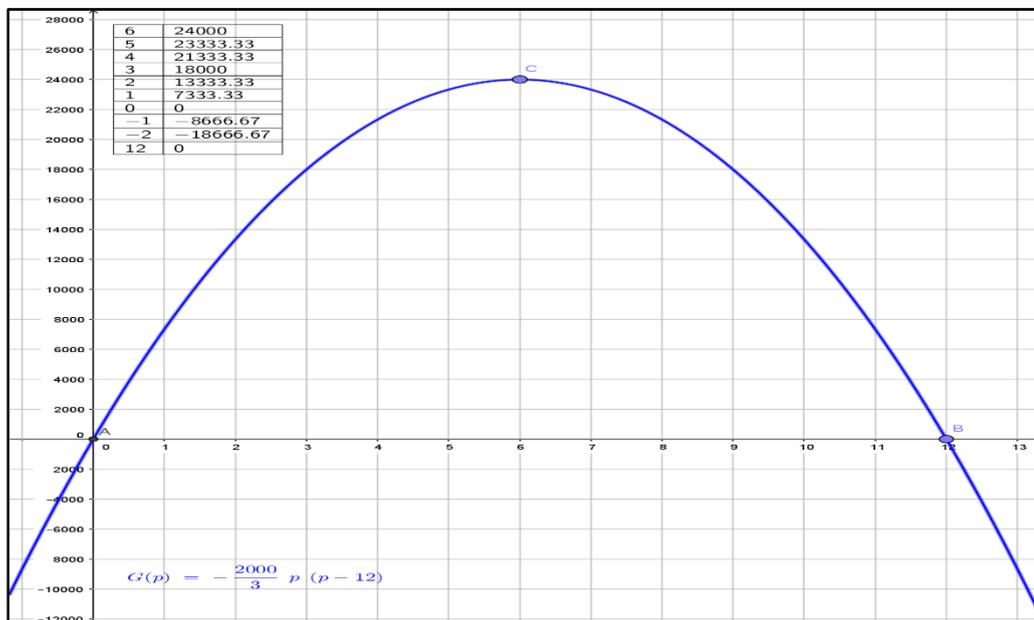
**e) Realiza una tabla de datos, con las variables:  $p$  y  $G(p)$ .**

Tabla 25: Tabla de valores para  $G(p) = -2000/3p(p - 12)$

P	G
0	0
1	7333.33
2	13333.33
12	0
6	24000

Autora: Susana Mora G

**f) Grafique la tabla de datos.**



13 Gráfica 5.4Tabla de valores y gráfico de  $G(p)= (-2000/3) p(p-12)$  con el programa GEOGEBRA

Autora: Susana Mora G

Se debe aclarar que la gráfica nos da todos los puntos de la función cuadrática, pero debido a que, en la situación problemática planteada, lo que se desea conocer es el precio de venta unitario que puede tener un producto para poder obtener la máxima ganancia por lo tanto los precios no pueden recibir valores negativos.

**g) Interprete la información que proporciona el gráfico.**

Observando el gráfico nos podemos dar cuenta que la gráfica es creciente desde el menos infinito hasta el punto en  $x=6$  donde alcanza su punto máximo y luego empieza a decrecer la gráfica, de donde podemos verificar el vértice de la función cuadrática es el punto  $(6,24000)$ .

También podemos observar los puntos de corte o intercepto con el eje  $x$  en  $x=0$ ;  $x= 12$  que son las soluciones de la ecuación cuadrática respectivamente.

**h) Plantee la(s) solución(es) a la(s) incógnita(s) del ejercicio.**

Los estudiantes investigarán guiados por el profesor la expresión que les ayuda a calcular el vértice de la función cuadrática en forma analítica.

$$G(p) = -\frac{2000}{3} p^2 + 8000 p ; p \geq 0$$

$$p = -\frac{8000}{2\left(-\frac{2000}{3}\right)} = 6 \quad \text{Vértice (6,24000)}$$

$p = \$ 6$  (se obtiene la ganancia máxima)

Por lo tanto, el precio unitario debe ser \$ 6

**i) Responda: ¿Cuál es la ganancia máxima que se puede obtener?**

$$G(6) = -\frac{2000}{3} (6)^2 + 8000(6) = 24000$$

$G(6) = \$ 24000$  ganancia máxima

**j) Responda: ¿A qué precio de venta unitario se obtiene la máxima ganancia?**

$p = \$ 6$  (ocurre la mayor ganancia)

Por lo tanto, el precio unitario  $p$  debe ser \$ 6

**K) Responda: ¿Para qué precios se llega a una situación de equilibrio?**

$$p_{1,2} = \frac{-8000 \pm \sqrt{(8000)^2 - 4\left(-\frac{2000}{3}\right)(6)}}{2\left(-\frac{2000}{3}\right)} \rightarrow p_1 = 0 ; p_2 = \$ 12$$

Pués para los precios unitarios  $p_1$  y  $p_2$  se obtiene una situación de equilibrio.

**L) Responda: ¿Para qué precio se obtendrá una utilidad de 20000?**

$$20000 = \frac{2000}{3} p^2 + 8000p \Rightarrow \frac{2000}{3} p^2 + 8000p - 20000 = 0$$

$$p_{1,2} = \frac{-8000 \pm \sqrt{(8000)^2 - 4\left(\frac{2000}{3}\right)(-20000)}}{2\left(\frac{2000}{3}\right)} \Rightarrow p_1 = \$ 8,45 \quad p_2 = \$ 3,55$$

Por consiguiente para los precios  $p_1$  y  $p_2$  se obtiene una ganancia de \$ 20000.

**m) Calcular analíticamente las intersecciones o soluciones de la ecuación:**

$$G(p) = -\frac{2000}{3} p(p - 12)$$

$$G(p) = -\frac{2000}{3} p(p - 12) \Rightarrow -\frac{2000}{3} p(p - 12) = 0 \Rightarrow p_1 = 0 ; p_2 = 12$$

### **Evaluación**

Aprendizaje que se promueven con esta actividad:

Ejecución de procesos solicitados en el proyecto.

Pensamiento crítico.

Creatividad.

Análisis de la información obtenida a través de los puntos críticos de las funciones cuadráticas en forma gráfica y analítica.

Ubicación de puntos en el plano cartesiano.

Desarrollo del aprendizaje auto- dirigido.

**Diseño de talleres para mejorar la Interpretación de máximos y mínimos en las funciones cuadráticas haciendo uso de la Metodología Basado en problemas**

**Maestría en Educación con mención en la Enseñanza de la Matemática.**

Identificación, búsqueda y análisis de información necesaria para temas particulares.

Habilidad para trabajar de manera colaborativa.

Habilidad para identificar fortalezas y debilidades y capacidad de mejorar siempre.

Exposición del resultado del taller.

Tabla 26: Rúbrica para taller # 5

ACTIVIDADES	Nada (0)	Algo (1)	Todo (2)
Identifica variables			
Reconoce variables: independiente y dependiente			
Identifica las incógnitas del ejercicio.			
Realiza tabla de datos: p vs G(p)			
Grafica los datos de la tabla p vs G(p)			
Responde primera pregunta del taller		X	
Responde segunda pregunta del taller		X	
Existe trabajo en grupo			
Creatividad para interpretar resultados			
Exposición del taller			

Autora: Susana Mora G

### 5.13 EVALUACIÓN Y RÚBRICAS.

#### 13.1 Para el docente

Tabla 27: Evaluación del trabajo escrito

<b>ESCALA</b> <b>CRITERIOS</b>	<b>4</b> (SIEMPRE)	<b>3</b> (CASI SIEMPRE)	<b>2</b> (POCO)	<b>1</b> (NADA)
<b>Terminología</b>				
<b>Orden y organización</b>				
<b>Acató disposiciones de presentación</b>				
<b>Fuentes bibliográficas</b>				
<b>Ortografía, puntuación y redacción</b>				

Autora: Susana Mora

Tabla 28: Rúbrica de la evaluación del trabajo escrito

<b>ESCALA</b> <b>CRITERIOS</b>	<b>4</b> (SIEMPRE)	<b>3</b> (CASI SIEMPRE)	<b>2</b> (POCO)	<b>1</b> (NADA)
<b>Terminología</b>	Siempre aplicó términos matemáticos adecuados, facilitando la comprensión del tema.	Por lo general aplicó términos matemáticos adecuados, facilitando la comprensión del tema.	En pocas ocasiones utilizó términos matemáticos, hubo dificultad en comprender el tema.	No utilizó términos matemáticos, hubo mucha dificultad en comprender el tema.
<b>Orden y organización</b>	El trabajo es presentado de forma ordenada y organizada, es fácil leer.	El trabajo es presentado de forma parcialmente ordenada y organizada, no es tan fácil leer.		El trabajo es presentado de forma no ordenada y organizada, es difícil leer.
<b>Acató disposiciones de presentación</b>	Se cumplieron todas las disposiciones indicadas para la presentación	Se cumplieron casi todas las disposiciones indicadas para la	Se cumplieron parcialmente las disposiciones indicadas	No se cumplieron todas las disposiciones indicadas para la presentación

		presentación.	para la presentación.	
<b>Fuentes bibliográficas</b>	Se indican la fuente bibliográfica y referencias de artículos que se utilizaron en el tema.	Se indican la fuente parcialmente la bibliográfica y referencias de artículos que se utilizaron en el tema.	Se indican pocas fuentes bibliográficas y referencias de artículos que se utilizaron en el tema.	No se indican la fuente bibliográfica y referencias de artículos que se utilizaron en el tema.
<b>Ortografía, puntuación y redacción</b>	El trabajo presenta excelente ortografía, signos de puntuación y redacción.	El trabajo presenta buena ortografía, signos de puntuación y redacción.	El trabajo presenta regular ortografía, signos de puntuación y redacción.	El trabajo presenta deficiente ortografía, signos de puntuación y redacción.

Autora: Susana Mora G

Tabla 29: Evaluación de la exposición

<b>ESCALA</b>	<b>4</b> (SIEMPRE)	<b>3</b> (CASI SIEMPRE)	<b>2</b> (POCO)	<b>1</b> (NADA)
<b>CRITERIOS</b>				
<b>Comprensión</b>				
<b>Orden</b>				
<b>Postura y contacto visual</b>				
<b>Interacción con el público</b>				
<b>Tiempo</b>				

Autora: Susana Mora G

Tabla 30: Rúbrica de la evaluación de la exposición

<b>ESCALA</b>	<b>4</b> (SIEMPRE)	<b>3</b> (CASI SIEMPRE)	<b>2</b> (POCO)	<b>1</b> (NADA)
<b>CRITERIOS</b>				
<b>Comprensión</b>	La exposición ha sido realizada de forma clara y sencilla.	La exposición ha sido realizada de forma no muy clara.	La exposición ha sido realizada de forma poco clara y un tanto difícil.	La exposición no se ha entendido.
<b>Orden</b>	Se siguió el orden establecido: presentación, desarrollo y conclusión.	Se siguió parcialmente el orden establecido: presentación, desarrollo y conclusión.	No se siguió el orden establecido: presentación, desarrollo y conclusión.	No hubo orden alguno en la exposición, todo fue con fuso.
<b>Postura y contacto visual</b>	Mantiene una postura correcta y contacto visual con el auditorio.	No siempre mantiene una postura correcta y contacto visual con el auditorio.	En pocas ocasiones mantiene una postura correcta y contacto visual con el	No mantiene una postura correcta y contacto visual con el auditorio.

			auditorio.	
<b>Interacción con el público</b>	Los estudiantes participan en la disertación.	Los estudiantes en su mayoría participan en la disertación.	Pocos estudiantes participan en la disertación.	Los estudiantes no participan en la disertación.
<b>Tiempo</b>	Se sujetó al tiempo establecido para la Exposición.	Hubo poca variación en el tiempo asignado para la exposición.	Hubo bastante variación en el tiempo asignado para la exposición.	No se sujetó al tiempo establecido para la exposición.

Autora: Susana Mora G

### 5.13.2 Para el Estudiante

#### Evaluación del trabajo en grupo

Instrucciones

- 1.- Lea detenidamente cada enunciado.
- 2.- Señale con una X el casillero que usted considere.
- 3.- No se permite que un enunciado tenga 2 respuestas.
- 4.- Conteste todos los ítems de la evaluación.
- 5.- Use bolígrafo para contestar la evaluación.

Tabla 31: Evaluación del grupo de estudiantes

<b>ESCALA</b>	<b>4</b>	<b>3</b>	<b>2</b>	<b>1</b>
<b>CRITERIOS</b>	<b>(SIEMPRE)</b>	<b>(CASI SIEMPRE)</b>	<b>(POCO)</b>	<b>(NADA)</b>
<b>Asiste a las actividades del grupo</b>				
<b>Llega puntualmente a las reuniones de trabajo</b>				
<b>Trae el material necesario para el trabajo cooperativo</b>				
<b>Escucha con atención a sus otros compañeros</b>				
<b>Participa en las actividades del grupo</b>				
<b>Tiene conocimiento del tema a tratar en las reuniones</b>				
<b>Es responsable en la presentación de tareas grupales</b>				
<b>Colabora con las actividades del grupo.</b>				

Autora: Susana Mora G

Tabla 32: Rúbrica de evaluación del grupo de estudiantes

<b>ESCALA</b>	<b>4</b> <b>(SIEMPRE)</b>	<b>3</b> <b>(CASI SIEMPRE)</b>	<b>2</b> <b>(POCO)</b>	<b>1</b> <b>(NADA)</b>
<b>CRITERIOS</b>				
<b>Asiste a las actividades del grupo</b>	Siempre asiste	Faltó a una reunión de trabajo	A faltado a algunas reuniones de trabajo	Rara vez asiste a las reuniones de trabajo
<b>Llega puntualmente a las reuniones de trabajo</b>	Asiste puntualmente a las reuniones de trabajo	Llega unos minutos tarde a las reuniones de trabajo	Tarda más de medio hora a las reuniones de trabajo	Es totalmente impuntual a las reuniones de trabajo
<b>Trae el material necesario para el trabajo cooperativo</b>	Trae el material solicitado	Casi siempre trae el material solicitado	Pocas veces trae el material solicitado	No trae el material solicitado
<b>Muestra interés en las exposiciones de sus compañeros</b>	Muestra interés en las exposiciones de sus compañeros	Casi siempre muestra interés en las exposiciones de sus compañeros	Muestra poco interés en las exposiciones de sus compañeros	No muestra interés alguno en las exposiciones de sus compañeros
<b>Participa en las actividades del grupo</b>	Participa espontáneamente en las actividades del grupo	Participa casi siempre en las actividades del grupo	Participa rara vez en las actividades del grupo	No participa en las actividades del grupo
<b>Tiene conocimiento del tema a tratar en las reuniones</b>	Se prepara previamente en el tema a estudiar en grupo	Muchas veces se prepara previamente en el tema a estudiar en grupo	Rara vez se prepara previamente en el tema a estudiar en grupo	Nunca se prepara previamente en el tema a estudiar en grupo
<b>Es responsable en la presentación de tareas grupales</b>	Trae siempre las tareas asignadas a los integrantes del grupo	Casi siempre trae las tareas asignadas a los integrantes del grupo	Rara vez trae las tareas asignadas a los integrantes del grupo	Nunca trae las tareas asignadas a los integrantes del grupo
<b>Colabora en las actividades posteriores del grupo.</b>	Se ofrece a realizar tareas para la próxima reunión de trabajo	Casi siempre se ofrece a realizar tareas para la próxima reunión de trabajo	Rara vez se ofrece a realizar tareas para la próxima reunión de trabajo	Nunca se ofrece a realizar tareas para la próxima reunión de trabajo

Autora: Susana Mora

### 5.13.3 Para cada Estudiante

#### Auto-Evaluación del trabajo

Instrucciones

- 1.- Lea detenidamente cada enunciado.
- 2.- Señale con una X el casillero que usted considere.
- 3.- No se permite que un enunciado tenga 2 respuestas.
- 4.- Conteste todos los ítems de la evaluación.
- 5.- Use bolígrafo para contestar la evaluación.

Tabla 33: Auto-evaluación del estudiante

ESCALA CRITERIOS	4 (SIEMPRE)	3 (CASI SIEMPRE)	2 (POCO)	1 (NADA)
Asisto a las actividades del grupo				
Llego puntualmente a las reuniones de trabajo				
Llevo el material necesario para el trabajo cooperativo				
Demuestro interés y respeto en las exposiciones de mis compañeros				
Participó en las actividades del grupo				
Tengo conocimiento del tema a tratar en las reuniones				
Soy responsable en la presentación de tareas grupales				
Colaboró en las actividades posteriores del grupo.				

Autor: Susana Mora

Tabla 34: Rúbrica de auto-evaluación del estudiante

ESCALA CRITERIOS	4 (SIEMPRE)	3 (CASI SIEMPRE)	2 (POCO)	1 (NADA)
Asisto a las actividades del grupo	Siempre asisto	Falto a una reunión de trabajo	He faltado a algunas reuniones de trabajo	Rara vez asisto a las reuniones de trabajo
Llego puntualmente a las reuniones de trabajo	Asisto puntualmente a las reuniones	Llego unos minutos tarde a las reuniones de	Tardo más de medio hora a las reuniones	Soy totalmente impuntual a las reuniones

	de trabajo	trabajo	de trabajo	de trabajo
<b>Llevo el material necesario para el trabajo cooperativo</b>	Llevo el material solicitado	Casi siempre llevo el material solicitado	Pocas veces llevo el material solicitado	No llevo el material solicitado
<b>Demuestro interés en las exposiciones de sus compañeros</b>	Demuestro interés en las exposiciones de sus compañeros	Casi siempre demuestro interés en las exposiciones de sus compañeros	Demuestro poco interés en las exposiciones de sus compañeros	No demuestro interés alguno en las exposiciones de sus compañeros
<b>Participó en las actividades del grupo</b>	Participó espontáneamente en las actividades del grupo	Participó casi siempre en las actividades del grupo	Participó rara vez en las actividades del grupo	No participó en las actividades del grupo
<b>Tengo conocimiento del tema a tratar en las reuniones</b>	Me preparo previamente en el tema a estudiar en grupo	Muchas veces me preparo previamente en el tema a estudiar en grupo	Rara vez me preparo previamente en el tema a estudiar	Nunca me preparo previamente en el tema a estudiar en grupo
<b>Soy responsable en la presentación de tareas grupales</b>	Llevo siempre las tareas asignadas a los integrantes del grupo	Casi siempre llevo las tareas asignadas a los integrantes del grupo	Rara vez llevo las tareas asignadas a los integrantes del grupo	Nunca llevo las tareas asignadas a los integrantes del grupo
<b>Colaboró en las actividades posteriores del grupo.</b>	Colaboró a realizar tareas para la próxima reunión de trabajo	Casi siempre colaboró a realizar tareas para la próxima reunión de trabajo	Rara vez colaboró a realizar tareas para la próxima reunión de trabajo	Nunca colaboró a realizar tareas para la próxima reunión de trabajo

Autora: Susana Mora

## 5.14 CRONOGRAMA DE ACTIVIDADES

Tabla 35: Tabla del cronograma de actividades

	<b>CRONOGRAMA DE ACTIVIDADES</b>	
<p><b>Período: Del 09/05/2016 al 03/09/2016</b></p> <p>A través del presente informe doy a conocer las actividades que llevé a cabo</p>		
<p><b>Semana 1: 09/05/2016 – 14/05/2016 (9 Horas)</b></p>		
<p>Análisis de la problemática en estudio. Selección del tema: Elaboración del anteproyecto.</p>		
<p><b>Semana 2: 16/05/2016 – 21/05/2016 (9 Horas)</b></p>		
<p>Elaboración del anteproyecto.</p>		
<p><b>Semana 3: 23/05/2016 – 28/05/2016 (9 Horas)</b></p>		
<p>Determinación de Objetivos Generales y específicos</p>		
<p><b>Semana 4: 30/05/2016 – 04/06/2016 (9 Horas)</b></p>		
<p>Elaboración de Hipótesis Determinación de Variables Elaboración de Justificación</p>		
<p><b>Semana 5: 06/06/2016 – 11/06/2016 (9 Horas)</b></p>		
<p>Capítulo 2: Elaboración del marco teórico mediante la investigación en textos y páginas web sobre: El aprendizaje basado en problemas. Que es el Constructivismo Los precursores del constructivismo</p>		
<p><b>Semana 6: 13/06/2016 – 18/06/2016 (9 Horas)</b></p>		
<p>Capítulo 2: Marco teórico Historia del ABP Características del ABP Comparación entre el aprendizaje tradicional y el aprendizaje basado en problemas.</p>		
<p><b>Semana 7: 20/06/2016 – 25/06/2016 (9 Horas)</b></p>		
<p>Capítulo 2: Marco teórico Elaboración de problemas. El grupo.</p>		

Evaluación en el ABP.
<b>Semana 8: 27/06/2016 – 02/07/2016 (9 Horas)</b>
Capítulo 2: Marco Teórico Resultados esperados con la aplicación o utilización del ABP. Definición de metodología. El taller lúdico como herramienta pedagógica.
<b>Semana 9: 04/07/2016 – 09/07/2016 (9 Horas)</b>
Capítulo 2: Marco Teórico Funciones Matemáticas. Función Cuadrática. Gráfica de funciones Cuadráticas.
<b>Semana 10: 11/07/2016 – 16/07/2016 (9 Horas)</b>
Capítulo 2: Marco Teórico Tipo de funciones. Características de las funciones Cuadrática. Obtención del vértice de una función cuadrática. Obtención de las Raíces de una función cuadrática.
<b>Semana 11: 18/07/2016 – 23/07/2016 (9 Horas)</b>
Capítulo 5: Elaboración de la propuesta Pedagógica. Determinación de los grupos de estudiantes a con los que se ejecutará el proyecto. Fundamentación Justificación Objetivo General Objetivos específicos
<b>Semana 12: 25/07/2016 – 30/07/2016 (9 Horas)</b>
Capítulo 5: Elaboración de la propuesta Pedagógica. Importancia Ubicación sectorial Factibilidad
<b>Semana 13: 01/08/2016 – 06/08/2016 (9 Horas)</b>
Capítulo 5: Elaboración de la propuesta Pedagógica. Descripción de la propuesta. Aplicación de los talleres 1 y 2
<b>Semana 14: 08/08/2016 – 13/08/2016 (9 Horas)</b>
Capítulo 5: Elaboración de la propuesta Pedagógica. Aplicación de los talleres 3, 4 Evaluaciones y rúbricas: Para el docente y Para los estudiantes.

<b>Semana 15: 15/08/2016 – 20/08/2016 (9 Horas)</b>
Capítulo 5: Elaboración de la propuesta Pedagógica. Aplicación del taller 5 Evaluaciones y rúbricas: Para el docente y Para los estudiantes
<b>Semana 16: 22/08/2016 – 27/08/2016 (9 Horas)</b>
Capítulo 3 Metodología: se desarrolló la metodología a utilizar en el proyecto a desarrollar. Detalles de la investigación Hipótesis Variables: Definición de variables.
<b>Semana 17: 29/08/2016 – 03/09/2016 (9 Horas)</b>
Capítulo 3 Metodología: Metodológica de enseñanza. Rendimiento académico. Interpretación correcta de los problemas. Definición de la muestra. Análisis de los resultados obtenidos. Elaboración de Conclusiones y recomendaciones. Revisión de análisis por vocal.

Autora: Susana Mora G

## **IMPACTO**

La comunidad en general verá el beneficio de la implementación de este proyecto, el estudiantado presentará una mejor predisposición al análisis de funciones cuadráticas, debido al aprendizaje significativo que realizaron los docentes para su comprensión.

También los representantes y autoridades de las instituciones educativas tendrán una mejor percepción de la asignatura, por cuanto los estudiantes no presentarán mayor contratiempo en el aprendizaje de esta unidad.

## **CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES**

Realizando una síntesis de la información obtenida en la prueba final a los estudiantes de los dos grupos, se concluye: al realizar los análisis de comparación de medias del rendimiento académico para los grupos: con tratamiento y testigo, el valor estadístico es significativamente superior respecto al valor crítico, por lo tanto se puede considerar que la diferencia de los resultados en la prueba final entre los grupos, no es por situaciones fortuitas, sino que es el resultado del uso de los talleres aplicando el aprendizaje basado en problemas por parte del grupo con tratamiento.

Como recomendaciones se puede indicar:

- Buscar otros capítulos en los cuales se pueda implementar el aprendizaje basado en problemas.
- Involucrar a otros profesores (y áreas) para que se acojan esta metodología como herramienta en su aprendizaje.
- Compartir con la comunidad educativa de los alcances de esta herramienta para lograr depurarlo.

El diseño de los talleres estuvo basado en el criterio del ABP y su aplicación a los estudiantes fue apropiada dados los resultados obtenidos.

## **Bibliografía**

### **REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS**

- INSTITUTO DE CIENCIAS MATEMÁTICAS - ICM Fundamentos de matemáticas para el bachillerato- ESPOL- 2006.
- M. Sullivan (2006). Algebra con trigonometría. Mexico.DF. Editorial Pearson.
- SILVA- LAZO (2004). Fundamentos de matemáticas. Editorial Limusa 6ta edición.
- B. EDWARDS & R. LARSÓN (2011). Cálculo- NOVENA EDICIÓN. México. Editorial McGraw- Hill / Interamericana.
- EDWIN J VARBERG, DALE; RIDON- CALCULO; Novena edición-Purcell, Pearson educación 2007.

## **Citas de Internet**

- Comprensión lectora (Huamaní Supo Lily Brigída) (s.f.) Recuperado de <http://www.monografias.com/trabajos39/causas-comprension-lectora/causas-comprension-lectora.shtml> (mayo 2016)
- (Cooperative Learning: Increasing College Faculty Instructional Productivity D.W. Johnson, R.T. Johnson y K.A. Smith 1991). Recuperado de <http://www.uam.es/calidad/documentos/cursoEPS.pdf> (mayo2016)
- -J. barà y J. Domingo. (2005). Técnicas de aprendizaje cooperativo Recuperado de <http://www.uam.es/calidad/documentos/cursoEPS.pdf> (Mayo 2016)
- -Minerva A, (2009). Importancia de la comprensión lectora para el buen aprendizaje. Informe de Proyecto de innovación de acción docente para obtener el título de Licenciada en educación. Recuperado( Mayo 2016) de <http://200.23.113.59/pdf/26313.pdf>
- -Fran710(2010). recuperado:<http://www.buenastareas.com/ensayos/Aprendizaje-Basado-En-Problemas/1116082.html>
- Aprendizaje basado en Problemas (Servicio de Innovación educativa 2008) Recuperado(Mayo2016) [http://innovacioneducativa.upm.es/guias/Aprendizaje\\_basado\\_en\\_problemas.pdf](http://innovacioneducativa.upm.es/guias/Aprendizaje_basado_en_problemas.pdf)
- -Jean Piaget (1948). (Sandy Santa Maria). Constructivismo cognitivista. Recuperado (mayo 2016) de <http://www.monografias.com/trabajos16/teorias-piaget/teorias-piaget.shtml>  
<http://constructivismo.webnode.es/autores-importantes/jean-piaget/>
- -Lev Vygotsky (1978) (Francisco Cascio). constructivismo social recuperado (mayo 2016) <http://www.monografias.com/trabajos14/vigotsky/vigotsky.shtml>  
<http://constructivismo.webnode.es/autores-importantes/lev-vigotsky/>

- David Ausubel (1970) (María Elena Maldonado Valencia) - Constructivismo significativo. Recuperado (Mayo 2016) de <http://www.monografias.com/trabajos10/dapa/dapa.shtml>  
<http://constructivismo.webnode.es/autores-importantes/david-paul-ausubel->
- CONSTRUCTIVISMO (s.f.) (Georgette Salmón Cuevas). Recuperado (Mayo 2016)  
<http://www.monografias.com/trabajos36/constructivismo/constructivismo2.shtml>
- Dr. Ángel Noé Vega recuperado:  
[http://deboriken.net/angel\\_vega/constructivismo\\_educ.html](http://deboriken.net/angel_vega/constructivismo_educ.html)
- -Enviado por Javo (1988) recuperado <http://definicion.de/metodologia/>
- Alfredo Prieto, David Díaz, María Hernández y Enric Lacasa Universidad de Alcalá; Kings Collage London; INEFC Lleida. (s.f.) recuperado [http://www.ub.edu/dikasteia/LIBRO\\_MURCIA.pdf](http://www.ub.edu/dikasteia/LIBRO_MURCIA.pdf)
- Fatela Preuniversitarios (s. f.). Recuperado: <http://es.scribd.com/doc/17504821/10-Funcion-cuadratica>.
- Medicina en la salud. (Apuntes de medicina (Verónica)) (s.f.) Recuperado (mayo 2016)  
[http://netlizama.usach.cl/Apuntes%20Medicina%20\(Veronica\).pdf](http://netlizama.usach.cl/Apuntes%20Medicina%20(Veronica).pdf)
- Bibliografía. Protier – Morrey. Análisis Matemático No 8000(español e inglés). 1977, pág.: 185  
<https://gabriellacayo.files.wordpress.com/2010/08/demostracion-de-los-vertices-de-una-funcion-cuadratica1.pdf>

## ANEXOS

### PRUEBA INICIAL - FINAL

**Estudiante:**

1.- Escriba una ecuación de primer grado: **[0.5 pto]**

2.- Escriba una ecuación de segundo grado: **[0.5 pto]**

3.- Traducir al lenguaje matemático: **[ 3 ptos]**

- a) el duplo de un número:
- b) la mitad de un número aumentado en 6:
- c) el triplo de un número disminuido en 4:
- d) el ancho de un rectángulo es la mitad de su largo:
- e) el perímetro del rectángulo del literal anterior:
- f) el área del rectángulo del literal d)

4.- Escribir los procesos que se pueden utilizar para resolver la ecuación:

**[0.5 pto]**

$$X^2 - 6X + 8 = 0$$

5.- Resuelva la ecuación:  $X^2 - 6X + 8 = 0$  **[0.5 pto]**

6.- ¿Qué es un vértice? ¿Qué aplicación se le puede asignar a un vértice?

[1 pto]

**Las 3 siguientes preguntas están relacionadas con el enunciado:**

María es la estilista del barrio, la tarifa por corte de cabello es de \$5 y su clientela en promedio es de 18 personas por día. Por cada incremento de  $c/0.50$ , 1 cliente no regresa.

7.- El ingreso se define como: Ingreso= precio \* unidades, ¿cuál es el ingreso diario de María? **[1 pto]**

8.- Si María decide hacer un incremento en el precio de cada corte de cabello de  $c/0.50$ , se produce el siguiente movimiento: **[1 pto]**

<u>Precio (\$)</u>	<u># clientes</u>
5	18
$5 + 0,5(1)$	$18 - 1(1)$
$5 + 0,5(2)$	$18 - 1(2)$
$5 + 0,5(3)$	$18 - 1(3)$
.	.
.	.
.	.

¿Cuál es la expresión que indica el ingreso diario de María en función de un posible incremento (x)?

9.- ¿Cuál debe ser el precio que debe cobrar María, para obtener un ingreso máximo? **[1 pto]**

10.- ¿Cuál es el ingreso máximo diario de María? **[1 pto]**.

## **5.15 RECURSOS**

**1 Humano.** -El recurso humano que participa en este proyecto son: personal docente de una institución educativa del sur de la ciudad, director del proyecto y ejecutora del proyecto, personal de apoyo.

**2 Materiales.** - 600 de papel bond, tamaño A4.  
200 hojas de papel milimetrado.  
6 cajas de marcadores-  
Ordenador portátil (proporcionado por la institución)  
Proyector de imágenes (proporcionado por la institución)

**3 Técnicos.** -  
MS Word.  
MS Excel.  
Geogebra.  
Internet.

**4 Económicos**

600hojas de papel A4	\$ 5,00
200 hojas de papel milimetrado	\$ 2,00
6 cajas de marcadores	\$ 9,00
Impresión de talleres/pruebas	\$ 9,00
Personal de apoyo	<u>\$ 30,00</u>
	\$ 55,00