



**ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA
DEL LITORAL**

Instituto de Ciencias Matemáticas

Tema:

**“Comparación de la precisión de la predicción
de datos de una serie de tiempo entre los
modelos ARIMA y las Redes Neuronales”**

Alumno:

Andrés Guillermo Abad Robalino¹

Fernando Sandoya²

¹Ingeniero en Estadística Informática.

²Director de Tesis, Msc., Catedrático de la facultad de matemáticas de la ESPOL.

RESUMEN

El presente trabajo pretende aportar a la estadística, realizando una comparación entre los métodos convencionales de predicción de los valores de una serie de tiempo, y el método de la aplicación de las redes neuronales. La importancia de esta comparación radica en la obtención de criterios para la decisión entre uno u otro método dada una serie de tiempo específica.

Primero presentamos antecedentes históricos del desarrollo de las redes neuronales, así también como sus primeras aplicaciones, damos una forma o arquitectura específica a la red neuronal para que cumpla la función de predicción de una serie de tiempo y se utiliza una series de tiempo real de ventas para realizar la comparación práctica, de los métodos convencionales y las redes neuronales.

Finalmente se exponen las conclusiones basadas en los resultados que obtuvimos en nuestra investigación.

SUMMARY

The present work pretends to stand as a contribution to statistics by presenting a comparing analysis in the precision of prediction between conventional ARIMA models and Neural Networks techniques. The importance of this work is to recognize patterns in order to make the best decision between these two methods.

We first present the historical main points in the development of Neuronal Network, we also presents its first applications. We then give shape to a neural network, so it can then make predictions of the data of a time series. Finally we use a real life time series so we can compare these to methods of prediction pragmatically.

In the last part of this work we present the conclusion of comparing those two methods in that specific time series.

INTRODUCCION

Una de las principales aplicaciones que tiene la estadística es la de la predicción de los valores de una serie de tiempo. Para esto se ha desarrollado toda una rama de la estadística aplicada, con el consecuente desarrollo de un conjunto muy variado de herramientas.

El problema particular de la predicción de los valores de una serie de tiempo es de especial interés dentro de la estadística. Es muy común que cualquier investigador tenga los datos de cierto experimento a pronosticar, tomados a intervalos de tiempos iguales, es decir, si la segunda observación es tomada una hora después de la primera, la tercera será tomada también una hora después de la segunda y así sucesivamente. Con este marco teórico ya podemos aplicar la vasta teoría existente para la predicción de los valores de una serie de tiempo.

Los principales métodos que se utilizan son los modelos autoregresivos o AR (p) y los de medias móviles o MA (q), (o modelos compuestos por estos dos modelos básicos denominados ARIMA (p,q)). Conforme estos modelos eran más estudiados, fueron poco a poco refinándose cada vez más, y aparecieron modelos muy específicos para series de tiempo que presentaban ciertas características particulares. Estos modelos han llegado a ser bastantes precisos en sus pronósticos. Sin embargo existe la desventaja de que estos modelos requerían que el investigador sea un experto en la teoría estadística a aplicar.

Mientras se desarrollaban estos métodos para la predicción de los datos de una serie de tiempo, también se hacían avances significativos en otra rama de las matemáticas, nos referimos a las redes neuronales; y así, para mediados de los años 1970, la teoría base de las redes neuronales ya estaba desarrollada. Aunque con este despegue de esta nueva teoría, surgieron muchas aplicaciones, no fue sino hasta los años 1980, que se realizaron los primeros intentos de aplicar las redes neuronales a las predicciones estadísticas.

La presente tesis de grado, realiza una comparación de la precisión de la predicción de los valores de una serie de tiempo utilizando los métodos convencionales y el método de las redes neuronales, encontrando ventajas de un método sobre el otro o encontrando patrones bajo los cuales resulta mejor utilizar uno u otro método. Aportando así con el desarrollo de la estadística.

CONTENIDO

1.- La neurona.-

A finales del siglo XIX se logró una mayor claridad sobre el conocimiento del funcionamiento del cerebro debido a los trabajos de Ramón y Cajal en España y Sherrington en Inglaterra.

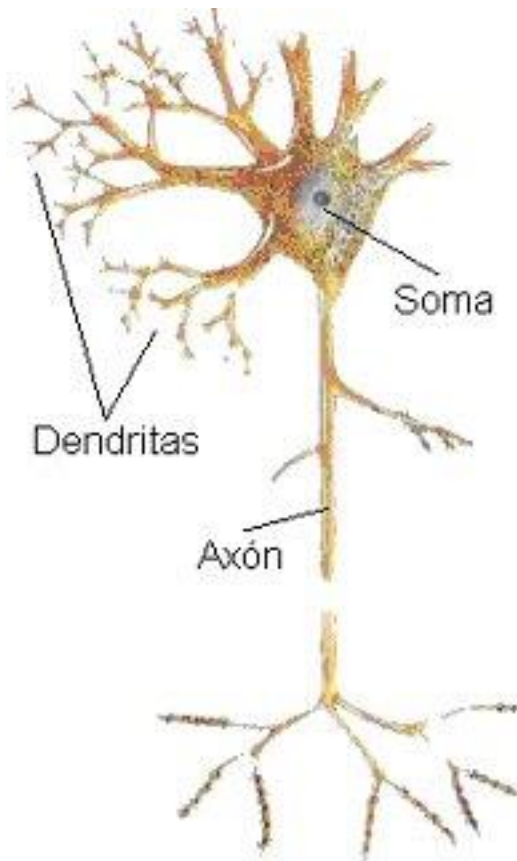


FIG. 1: La Neurona

y el axón realiza una cantidad de conexiones similar.

La transmisión de una señal de una célula a otra por medio de la sinápsis es un proceso químico. En él se liberan sustancias

transmisoras en el lado del emisor de la unión. El efecto es elevar o disminuir el potencial eléctrico dentro del cuerpo de la célula receptora. Si su potencial alcanza el umbral se envía un pulso o potencial de acción por el axón. Se dice, entonces, que la célula se disparó. Este pulso alcanza otras neuronas a través de la distribución de los axones.

2.- La red neuronal.-

El sistema de neuronas biológico está compuesto por neuronas de entrada (censores) conectados a una compleja red de neuronas "calculadoras" (neuronas ocultas), las cuales, a su vez, están conectadas a las neuronas de salida que controlan, por ejemplo, los músculos. Los sensores pueden ser señales de los oídos, ojos, etc. las respuestas de las neuronas de salida activan los músculos correspondientes. En el cerebro hay una gigantesca red de neuronas "calculadoras" u ocultas que realizan los cálculos necesarios. De manera similar, una red neuronal artificial debe ser compuesta por sensores del tipo mecánico o eléctrico.

3.- Las Redes Neuronales y la Modelación.-

El estudio de las Redes Neuronales comenzó en la década de 1960, generando primero un gran interés que sin embargo decayó al poco tiempo y que dio lugar luego al escepticismo en la comunidad científica. Su lento despegue se debió principalmente al incipiente desarrollo de la Computación en esa época, rama fuertemente ligada a las Redes Neuronales; y a la lenta aparición de modelos matemáticos precisos.

4.- Áreas específicas de aplicación.-

Entre las áreas específicas en donde se están utilizando con éxito las redes neuronales tenemos:

- El Procesamiento de señales.- reducción de ruidos, eliminación de resonancias y otras aplicaciones
- La Robótica.- para el reconocimiento visual. De hecho esta fue una de las principales aplicaciones prácticas que se le dio a las redes neuronales. El experimento consistía en un automóvil con una cámara incorporada, y con foquitos a los lados de una carretera. El automóvil debía ser capaz de auto-conducirse sin salirse de la vía.
- La Reproducción del Habla
- El Reconocimiento del Habla
- La Visión 3D, en el reconocimiento de caras y fronteras.
- Los negocios.- en la concesión de créditos, y en tasas de seguros. En la construcción de programas de decisión que tengan un alto grado de concordancia con las decisiones de los profesionales (sistemas expertos).
- Las finanzas.- en la predicción del mercado bursátil.
- Para la compresión de datos.

5.- Modelamiento del cerebro humano en una red neuronal.-

El cerebro humano esta formado por alrededor de un billón de células nerviosas que se conocen como neuronas, éstas a su vez se conectan con otras neuronas a través de lo que conocemos como sinápsis. Así los elementos principales de toda neurona son: el cuerpo de la célula, las

dendritas (o entradas), y los axones (o salidas). Partiendo de esta forma física y funcional de las células que componen al cerebro humano creamos un modelo matemático que las imite.

El marco que define a esta red está conformado por los siguientes elementos.

- Un conjunto de unidades de proceso (los nodos propiamente dichos).
- Un conjunto de “estados” y_k de activación para cada unidad k .
- Una conexión entre las unidades, que denominaremos w_{jk} , que representa al peso o conexión entre la unidad j y la unidad k . Esta determina la magnitud del efecto entre unidades, y es primordial en el proceso de ajuste.
- Una regla de propagación, la cual determina la entrada efectiva s_k de una unidad de entre sus entradas externas.
- Una función de activación F_k , que depende de la entrada efectiva s_k y del estado de activación actual y_k . A esta función la llamaremos la renovación.
- Una entrada externa θ_k para cada unidad.
- Un método para reunir información (una regla de aprendizaje).
- Un ambiente o entorno dentro del cual el sistema debe operar. El cual le proporcionará las señales de entrada y si es posible las señales de error.

Este es el marco general de las redes neuronales, ahora veamos como ajustamos esto a

nuestro interés, es decir a pronosticar los valores en una serie temporal.

6.- Comparación en la precisión de predicción de los dos métodos.-

Ahora introducimos un análisis comparativo entre las técnicas convencionales de análisis de series de tiempo y las técnicas que se desprenden de la teoría de las redes neuronales para el pronóstico de valores, y que fueron analizados en el capítulo anterior. Para esto utilizaremos una serie de tiempo real, correspondiente a una serie de índices de la cuenta Nacional del Ecuador, específicamente de exportaciones; medidas a intervalos trimestrales, comenzando en enero de 1990 y terminando en octubre del 2002. La cuenta que utilizaremos será denominada como: SERIE A.

7.- Metodología para la selección del modelo ARIMA utilizado para la serie A.-

Los modelos ARIMA que se utilizaron son de la forma $(p, d, q) \times (P, D, Q)_s$, donde p representa el orden de la parte autoregresiva de la parte no estacionaria del modelo, d representa la diferenciación de la parte no estacionaria, q es el orden del polinomio de las medias móviles de la parte no estacionaria. De la misma manera P representa el orden de la parte autoregresiva del modelo de la parte estacionaria, D representa el orden de la diferencia de la parte estacionaria, Q representa el orden la parte de las medias móviles de la parte estacionaria del modelo y finalmente s representa el ciclo de estacionalidad del modelo.

El modelo $(p, d, q) \times (P, D, Q)_s$, expresado explícitamente tiene la forma:

$$\phi_p(B)\Phi_P(B^s)\nabla^d\nabla_s^D z_t = \theta_q(B)\Theta_Q(B^s)a_t$$

8.- Metodología para la selección de la Red Neuronal utilizada para la SERIE A.-

La selección de la topología o arquitectura de la red neuronal utilizada en cada una de las aplicaciones que se les pueda dar está íntimamente ligada al criterio, experiencia o conocimientos *a priori* del investigador. Esto se debe a que las redes neuronales son un procedimiento heurístico y éstas se presentan al usuario final como una caja negra. Para nuestros propósitos de predicción utilizaremos una arquitectura bastante parecida a la que definimos en el capítulo anterior, ya que tenemos un conocimiento *a priori* de que la serie de tiempo esta muestreada a intervalos de tiempo trimestrales, podremos asumir un ciclo de cuatro periodos (un año). Por tanto, aún cuando en ciertos casos realizaremos modificaciones a esta topología, esta será la que en general utilizaremos para predecir, y luego compararemos el poder de predicción de cada red con su respectivo modelo ARIMA utilizado.

9.- Pronóstico usando ambos métodos

Una vez presentada la metodología de trabajo, podemos comenzar con los pronósticos y comparaciones para la serie.

Presentamos la gráfica de la serie en la figura 2.

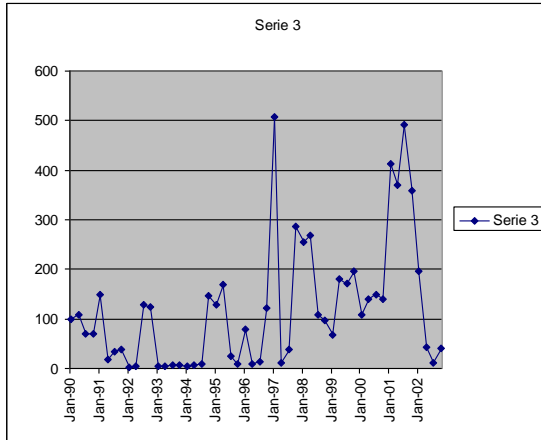


FIG. 2: Serie Original Graficada

Podemos ver que la serie se muestra bastante irregular y no es fácil visualizar una tendencia.

Encontraremos ahora el modelo que más se ajusta a la SERIE A utilizando los mismos criterios. El modelo que obtenemos es el ARIMA $(2,0,1) \times (0,0,0)_4$, es decir, dado que los últimos tres parámetros son todos cero, este modelo no necesita de una parte estacionaria para realizar el mejor ajuste, por ende es razonable que no tengamos tampoco orden de diferenciación, ya que este orden se utiliza precisamente para lograr la no estacionalidad de la serie. Pudimos haber previsto este resultado analizando la gráfica. Los coeficientes para el modelo encontrados son:

$\phi_1 = 1.379441893074$,
 $\phi_2 = -0.713523503328$ de la parte autorregresiva y no estacionaria, y
 $\theta = 0.999926964265$ de la parte de la media móvil y no estacionaria. Explícitamente el modelo es:

$$z_t - 1.37944 \cdot z_{t-1} + 0.71352 \cdot z_{t-2} = a_t - 0.99992 \cdot a_{t-1}$$

Ahora en la figura 3 graficaremos estos datos y los compararemos con los datos de la serie original para poder visualizar que tan bueno es el ajuste de este modelo a la serie original.

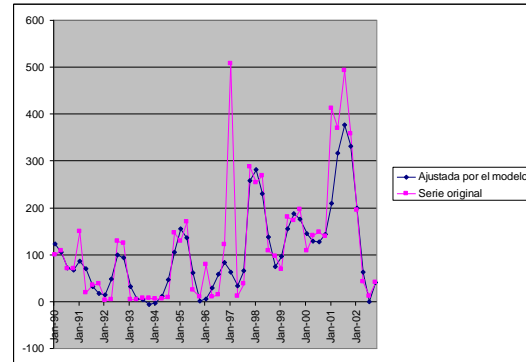


FIG. 3: Ajuste alcanzado por el modelo ARIMA

Al ver la gráfica podemos decir que el ajuste que realiza el modelo ARIMA no es muy preciso. También es de notar que en la serie original no se ve fácilmente alguna tendencia. La suma cuadrática de los errores del ajuste es 293608.61.

Para esta serie definiremos una arquitectura en donde disponemos de cuatro neuronas de entrada, así recibimos la información de periodicidad de ciclo anual que asumimos que la serie tiene (son cuatro dado que los datos están muestreados trimestralmente). Luego definiremos dos capas ocultas o intermedias, ambas con cuatro neuronas, y finalmente una neurona de salida. Las funciones de transferencia son todas, la función PURELIN o función lineal, dado que el rango del conjunto de partida de la

función debe ser la recta real. En la figura 4 se presenta el esquema de la red.

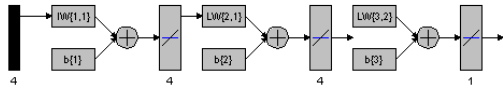


FIG. 4: Arquitectura de la Red Neuronal utilizada

Con la red definida ya somos capaces de entrenar esta red para poder ajustar la red a los datos de la red. Al hacer el entrenamiento, obtenemos la función de ajuste, la cual nos muestra en cuantas iteraciones se alcanzó el ajuste predefinido. En la figura 5 presentamos la función de ajuste para esta red neuronal.

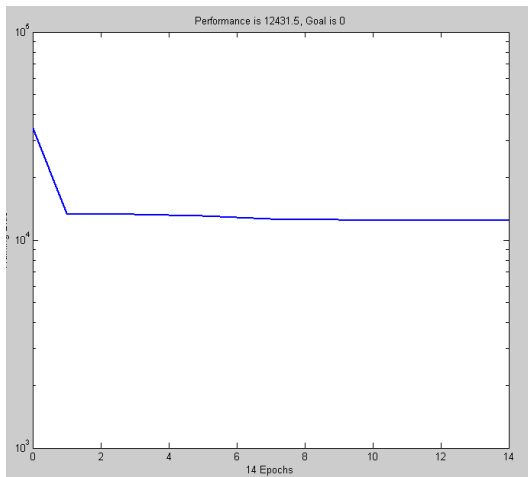


FIG. 5: Función de ajuste

En la figura 5 vemos que la función converge rápidamente pero no alcanza sus criterios de salida sino hasta la iteración catorce. En las tablas I, II y III presentamos los valores de los

coeficientes que minimizan el error total de predicción de la red.

CAPA 1					
	W1	W2	W3	W4	B
Neur. 1	0.093621	-0.257	0.11018	0.34493	1.9482
Neur. 2	0.56321	-0.1642	-0.7045	0.30052	1.8188
Neur. 3	-0.20769	0.57498	0.5604	-0.2977	1.6113
Neur. 4	-0.43696	-0.3001	-0.1560	-0.2294	1.3794

Tabla I

CAPA 2					
	W1	W2	W3	W4	B
Neur. 1	1.556	1.2168	1.5434	1.0507	2.882
Neur. 2	-0.55	0.18789	-0.6219	0.11095	-0.5766
Neur. 3	-0.25	-0.3309	0.38972	0.27989	0.48318
Neur. 4	0.013	1.0657	0.62981	0.99207	0.29774

Tabla II

CAPA 3					
	W1	W2	W3	W4	B
Neur. 1	3.9054	-0.754	0.36712	1.2012	1.8103

Tabla III

Con los parámetros ajustados ya podemos realizar el cálculo de los valores de la serie a través de la serie de tiempo. En la figura 6 presentaremos estos resultados. Podemos ver las dos series, la original y la serie calculada por la red neuronal.

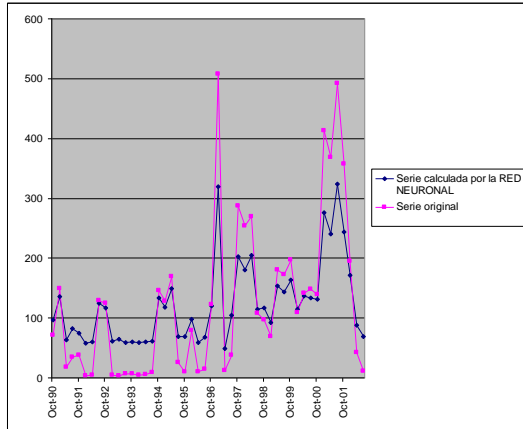


FIG. 6: Ajuste alcanzado por la Red Neuronal

En la gráfica podemos ver que aunque la serie es algo complicada de ajustar, la red neuronal hace un trabajo bastante aceptable. El cálculo del error cuadrático medio fue $SSE = 189897.73$

10.- Conclusión.-

En el presente trabajo presentamos un método alternativo para la predicción de los valores de una serie de tiempo; específicamente, ajustamos la topología de las redes neuronales para que cumplan esta función.

	SSE aplicando ARIMA	SSE aplicando Red Neuronal	Elección
SerieA	293608.61	189897.73	Red Neuronal

Tabla IV

Vemos que en el caso analizado, el método de la red neuronal produjo una suma cuadrática de errores menor que la que produjo el método ARIMA, mostrando una mayor precisión en la

predicción. Es de notar que la serie analizada no presentaba ni una marcada estacionalidad ni tendencia.

Las redes neuronales son una alternativa útil en el trabajo de predicción de datos de una serie de tiempo, y que en algunos casos, que pueden ser reconocidos *a priori* por el investigador, producen mejores resultados que los métodos convencionales.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.-

1. Krose Ben , Van der Smagt Patrick, 1996. An introduction to Neural Networks, The University of Amsterdam.
2. Jenkins Gwilym M, Reinsel Gregory C. 1994, Time series Analysis: Forecasting and Control, Prentice Hall.
3. Veelenturf L.P.J, 1995, Analysis and Applications of Artificial Neural Networks, Prentice Hall.
4. Johnston Jack, Dinardo John, 1997, Econometric Methods, McGraw-Hill.