



**ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL**  
**Facultad de Ingeniería en Electricidad y Computación**

**“DESARROLLO DE ESTRATEGIAS DE CONTROL POR  
EL MODELO INTERNO (IMC) PARA PROCESOS CON  
GRANDES RETARDOS DE TIEMPO”**

**TRABAJO DE TITULACIÓN**

Previo a la obtención del Título de:

**MAGÍSTER EN AUTOMATIZACIÓN Y CONTROL**  
**INDUSTRIAL**

Presentado por:

**ING. JOSÉ ALEXANDER ZAMBRANO GARCÍA**

**GUAYAQUIL - ECUADOR**

**AÑO: 2017**

## **AGRADECIMIENTOS**

Agradezco a Dios por haberme permitido llegar a esta nueva meta.

A mi esposa y a mis hijos por haberme apoyado incondicionalmente en esta etapa de mi vida.

A mis padres y hermanos por brindarme el apoyo moral y confianza necesaria.

A mi profesor Msc. Aristide Reyes por haberme guiado con éxito en el desarrollo de mi tesis

## **DEDICATORIA**

Dedicado a todas las personas que me apoyaron y brindaron su ayuda en el curso de ésta maestría, en especial a mi esposa Liliana y a mis hijos María Isabel y Diego.

## TRIBUNAL DE EVALUACIÓN

---

SIXTO GARCÍA, PhD  
SUBDECANO DE FIEC

---

ARÍSTIDES REYES B., MSC  
DIRECTOR DE TRABAJO DE TITULACIÓN

---

DOUGLAS PLAZA G., DR  
MIEMBRO PRINCIPAL DEL TRIBUNAL

## DECLARACIÓN EXPRESA

"La responsabilidad y la autoría del contenido de este Trabajo de Titulación, me corresponde exclusivamente; y doy mi consentimiento para que la ESPOL realice la comunicación pública de la obra por cualquier medio con el fin de promover la consulta, difusión y uso público de la producción intelectual"

---

Ing. Alexander Zambrano García

## RESUMEN

El presente trabajo se enfoca en el estudio del comportamiento de los sistemas con grandes retardos de tiempo y el diseño de controladores que logren su control. Para lograrlo se requiere que los controladores diseñados encaren las perturbaciones de manera que ocurra el llamado “rechazo a las perturbaciones” entre las cuales se cuenta la perturbación de carga. Se analizan las teorías y técnicas actuales para el diseño de los controladores que compensen el efecto de grandes retardos de tiempo, comenzando por el predictor de Smith (PS) y una de sus varias modificaciones de manera que se pueda aplicar posteriormente en el control de un intercambiador de calor, el mismo que presenta un retardo de tiempo que supera en más de 4 veces la constante de tiempo del modelo del proceso de orden reducido. Otra de las estrategias de control que se analizan es la de control por el modelo interno (IMC) dada su capacidad de luchar contra las perturbaciones considerando el hecho que permite controlar modelos con grandes retardos de tiempo. Esta estructura de control también se modifica y se compara con la anterior. Se determina que el control por modelo interno tiene superior desempeño en presencia de grandes retardos de tiempo. Esta conclusión se obtiene verificando las prestaciones de los controladores diseñados, PS modificado e IMC modificado. Se realizan las propuestas adecuadas para continuar la investigación sobre el comportamiento de estrategias tales como la del control predictivo ante igual escenario.

## ÍNDICE GENERAL

PORTADA .....	i
AGRADECIMIENTOS.....	ii
DEDICATORIA .....	iii
TRIBUNAL DE EVALUACIÓN .....	iv
DECLARACIÓN EXPRESA .....	v
RESUMEN .....	vi
ÍNDICE GENERAL .....	vii
ÍNDICE DE FIGURAS.....	ix
CAPÍTULO 1.....	1
1. GENERALIDADES .....	1
1.1 Antecedentes .....	1
1.2 Descripción del problema .....	2
1.3 Solución propuesta.....	4
1.4 Objetivo general .....	8
1.5 Objetivos específicos.....	8
1.6 Metodología .....	9
CAPÍTULO 2.....	15
2. ESTADO DEL ARTE DE LOS SISTEMAS DE CONTROL CON RETARDO DE TIEMPO.....	15
2.1 Representación matemática del retardo de tiempo.....	15
2.2 Respuesta temporal de procesos con retardo de tiempo.....	18
2.3 Estado del arte de los sistemas de control con retardo de tiempo .....	20
CAPÍTULO 3.....	27
3. IDENTIFICACIÓN DE PROCESOS CON RETARDO DE TIEMPO.....	27
3.1. Caracterización de los procesos con retardos de tiempo.....	27
3.2 Modelado de procesos con retardo de tiempo.....	31

3.3	Identificación de procesos con retardo de tiempo.....	33
CAPÍTULO 4.....		40
4.	DISEÑO DE LOS CONTROLADORES AVANZADOS FRENTE AL RETARDO DE TRANSPORTE .....	40
4.1.	Propiedades del predictor de Smith.....	41
4.2.	Control de procesos con retardos de transporte bajo el efecto de perturbaciones externas no medibles.....	47
4.3	Diseño del Control por el Modelo Interno.....	52
4.3.1	Configuración del controlador. ....	53
4.3.2	Procedimiento de diseño del control por el modelo interno [16] .....	54
CAPÍTULO 5.....		59
5.	CONTROL DE INTERCAMBIADORES DE CALOR CON GRANDES RETARDOS DE TRANSPORTE.....	59
5.1	Introducción.....	59
5.2	Control de procesos con retardo de transporte bajo el efecto de perturbaciones externas no medibles.....	59
5.3	Predictor de Smith modificado mediante un modelo interno, robusto a perturbaciones externas no medibles.....	62
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES .....		69
BIBLIOGRAFÍA.....		71
ANEXOS.....		77

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1	Ubicación del retardo en el Plano Complejo	3
Figura 1.2	Consideraciones geométricas de la aproximación de Taylor	6
Figura 1.3	Diagrama en bloques del Predictor de Smith (tomado de Astrom y Hagglund, 2009)	9
Figura 1.4	Reducción del diagrama en bloques cuando no hay perturbaciones	10
Figura 1.5	Estructura del predictor de Smith	12
Figura 1.6	Controlador “milagroso” (Miracle Controller De Keyser, 2015)	13
Figura 2.1	Respuesta temporal de un proceso de primer orden con retardo de tiempo ante un paso unitario en la entrada	18
Figura 2.2	Respuesta temporal de un proceso de primer orden con retardo ante una rampa unitaria en la entrada	19
Figura 2.3	Respuesta temporal de un proceso de primer orden con retardo con señal de entrada tipo sinusoidal de amplitud 5 y frecuencia 0.5 rad/s	20
Figura 3.1	Proceso térmico con transporte de masa (figura tomada de [Smith and Corripio, 2015]).	27
Figura 3.2	Respuesta del proceso térmico a un cambio en la temperatura de entrada (tomado de [Smith and Corripio, 2015])	28
Figura 3.3	Representación esquemática del proceso de corte de metales. (tomado de Minis and Yanushevsky, 1993)	32
Figura 3.4	Diagrama de Bode (tomado de [Toolbox™ Getting Started Guide])	34
Figura 3.5	Respuesta al paso escalón (tomado de [Toolbox™ Getting Started Guide]).	35
Figura 3.6	Diagrama P&ID del área de tratamiento de agua para inyección de AICA (tomado de [Benitez, 2010])	36
Figura 3.7	Respuestas en el dominio del tiempo para el modelo de planta original y para el modelo reducido de la planta original	39
Figura 4.1	Predictor clásico de Smith	41
Figura 4.2	Diagrama Simulink del Predictor de Smith diseñado por el autor	44

Figura 4.3	Desempeño del Predictor de Smith diseñado por el autor	45
Figura 4.4	Desempeño del Predictor de Smith ante perturbaciones	46
Figura 4.5	Variables del proceso de control, temperatura de salida del intercambiador, el control, la realimentación y la entrada a la planta	47
Figura 4.6	Predictor de Smith con filtro compensador para el rechazo a la perturbación de carga	48
Figura 4.7	Diagrama Simulink del Predictor de Smith modificado con filtro	51
Figura 4.8	Desempeño del Predictor de Smith modificado con filtro para diferentes valores de la constante de tiempo del filtro	52
Figura 4.9	Esquema de Control por el Modelo Interno	54
Figura 4.10	Compensador por el Modelo Interno mediante la inversión de la parte invertible del modelo de proceso	56
Figura 4.11	Transformaciones de sistema de Control Modelo Interno a lazo cerrado	57
Figura 5.1	Predictor de Smith modificado para mejorar el rechazo a la perturbación y la robustez (tomado de [Normey-Rico y Camacho, 2009]).	60
Figura 5.2	Controlador por modelo interno diseñado	64
Figura 5.3	Respuesta del sistema controlador con un controlador por modelo interno diseñado por un controlador PI para el predictor de Smith	65
Figura 5.4	Modificación del predictor de Smith con un filtro pasa bajo para el rechazo a la perturbación de carga	66
Figura 5.5	Diferentes respuestas con el control IMC filtrado	66
Figura 5.6	Respuestas de los sistemas controlados PS PI, PS_f e IMC_f	67

# CAPÍTULO 1

## 1. GENERALIDADES

Se presenta el problema y sus antecedentes. Se describen las ideas que fundamentan las soluciones propuestas. Además, se dan los objetivos, general y específicos, y se proporcionan las bases de las técnicas de diseño de controladores de Smith y por el modelo interno que serán desarrolladas con posterioridad en el Trabajo de Titulación.

### 1.1 Antecedentes

El retardo de tiempo (también conocido como retardo puro) constituye un fenómeno común en procesos industriales y sistemas de ingeniería, así como en procesos económicos y biológicos.

En el ámbito del control de procesos, el retardo en el control se refiere al tiempo que transcurre desde que se realiza un cambio en la señal de entrada de un proceso hasta que su efecto es percibido en su variable de salida.

Generalmente, el retardo de tiempo se origina debido al transporte de materiales o de fluidos a través de distancias considerables, así como al tiempo requerido para realizar mediciones y efectuar la acción de control. También se puede originar como resultado de la reducción del orden del modelo, donde sistemas de orden elevado se representan mediante sistemas de orden inferior con un retardo puro [1].

La problemática relacionada con el retardo de tiempo de los sistemas de control se encuentra entre las más importantes en la industria de procesos, mientras que el uso de compensadores de retardo para obtener resultados satisfactorios con este tipo de sistemas ha alcanzado un buen grado de popularidad [2].

## 1.2 Descripción del problema

El retardo de tiempo puede ser intrínseco a los procesos a controlar, tal es el caso de los procesos químicos, biológicos, biomédicos, columnas de destilación, procesos con intercambios térmicos, militares, etc., o bien introducirse en el sistema de control por el propio diseño (tiempo de cálculo del algoritmo de control, sistemas de control distribuidos, control remoto, redes de comunicaciones, retardos introducidos por los sensores y/o actuadores, etc.) o como aproximación en el modelo a utilizar [3].

El retardo de tiempo de los sistemas de control de procesos industriales presenta efectos perjudiciales. Por un lado, el retardo de transporte disminuye considerablemente la fase del sistema lo que produce una disminución de sus márgenes de ganancia y de fase. Por otro lado, las relaciones entrada-salida del sistema dejan de ser racionales y se convierten en irracionales [4].

Además, el retardo de tiempo se origina cuando una medición no puede ejecutarse en el punto preciso del proceso debido a dificultades tecnológicas o de cualquier índole que impiden colocar el instrumento de medición apropiado, pero puede hacerse una estimación de la señal tomando la medida posteriormente, en la parte del proceso donde sea posible el acceso, pero como la velocidad del fluido es finita la medida estará retrasada en el tiempo, aunque la medición obtenida sea fiable, según [5].

Se puede abordar el comportamiento del sistema con retardo utilizando la transformada de Laplace [6]. Este método pone los problemas causados por el retardo en términos del retardo de la señal de salida y de los polos introducidos en el sistema por el retardo.

La transformada de Laplace de la salida  $Y(s)$  dada la entrada  $x(t)$  cuya transformación por Laplace  $X(s)$  existe es:

$$\mathcal{L}\{y(t)\} = Y(s) = \frac{Ke^{-sL}}{1+Ke^{-sL}} X(s) = \frac{K}{e^{sL}+K} X(s) \quad (1.1)$$

De esta forma se puede ver claramente que la ecuación característica del sistema a lazo cerrado no es algebraica y tiene un número infinito de polos a lazo cerrado. Efectivamente, si resolvemos la ecuación característica encontramos los polos del sistema a lazo cerrado como los ceros de la ecuación:

$$e^{sL} = -K = Ke^{j(\pi \pm 2\pi q)} \quad (1.2)$$

Tomando logaritmo natural a ambos lados:

$$sL = \ln K + j(\pi \pm 2\pi q); s = \frac{\ln K}{L} + j\left(\frac{\pi}{L} \pm \frac{2\pi}{L}q\right); q = 0, 1, 2, \dots \quad (1.3)$$

Con  $K=1$ , se tiene que los polos que caen a lo largo del eje imaginario, los dos principales (más cercanos al origen para  $q=1$ ) están espaciados por  $2\pi/L$ , en  $\pm \pi/L$  que representan la frecuencia oscilatoria fundamental de periodo  $2\pi$  visible en la salida.

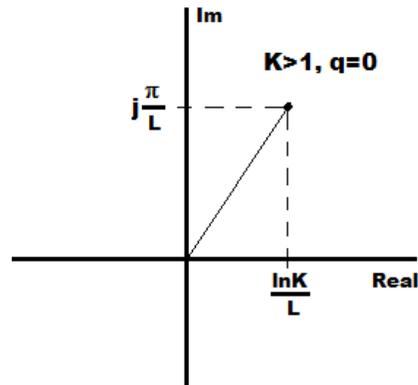


Figura 1.1: Ubicación del retardo en el Plano Complejo

Este sistema inestable diverge entonces para  $K > 1$ , puesto que los polos se desplazan hacia el semiplano derecho, como muestra la figura 1.1. La extensión de la ecuación (1.1) a un sistema con un controlador (función de transferencia  $C$ ), una planta ( $G$ ) y un retardo ( $e^{-sL}$ ) es:

$$Y(s) = \frac{C(s)G(s)e^{-sL}}{1+C(s)G(s)e^{-sL}}X(s) \quad (1.4)$$

El desarrollo de sistemas de control de elevada efectividad y fiabilidad exige considerar el efecto negativo del retardo de tiempo en la etapa de análisis, síntesis y diseño de dichos sistemas, con lo que se fundamenta el elevado interés e importancia en la investigación de los sistemas de control de procesos con retardo de transporte

Entre los principales problemas de los controladores clásicos, como es el PID, se encuentra su baja efectividad en el control de plantas con grandes retardos de tiempo [1].

Si se ajusta un regulador para una planta con y sin retardo los parámetros de ajuste del controlador serán completamente diferentes. Es obvio que el comportamiento dinámico del sistema de control sin retardo es superior al del sistema equivalente con retardo.

Entonces, es conveniente diseñar el controlador de forma tal que el sistema de control con retardo se comporte de forma similar al sistema sin retardo. No es posible compensar el retardo, éste es intrínseco al proceso, pero sí es posible compensar su efecto [7].

La idea está basada en que el conocimiento del retardo posibilita predecir el comportamiento del sistema, utilizando un modelo del proceso sin retardo

El problema de control de sistemas y procesos con retardo de transporte es aún un problema actual que permanece en la mira de científicos e investigadores del control automático.

### 1.3 Solución propuesta

Se define la acción predictiva de un controlador como la manera de generar una actuación que pueda prever un determinado efecto en la respuesta del sistema y evitarlo o al menos disminuirlo, o actuar ahora con base en la predicción del comportamiento futuro del proceso. La predicción existe en los controladores PID,

donde se encuentra la forma más simple de predicción. Efectivamente, la acción ideal del controlador PID puede verse en la expresión del controlador Proporcional, Integral y Derivativo:

$$u(t) = K_c \left[ e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(t) dt + T_d \frac{de(t)}{dt} \right] \quad (1.5)$$

Agrupando la acción proporcional y la derivativa podemos calcular la predicción lineal del error del sistema o estimación del error futuro,  $T_d$  unidades de tiempo hacia adelante desde el instante de tiempo  $t$ , o sea:

$$u_{pd}(t) = K_c \left[ e(t) + T_d \frac{de(t)}{dt} \right] = K_c \hat{e}(t + T_d | t) \quad (1.6)$$

El concepto geométrico de la estimación del error futuro contenido en la expresión (1.5) puede verse de la figura 1.2, donde:

$e(t + T_d)$  – Valor de la función error en el instante futuro  $t+T_d$

$\hat{e}(t + T_d | t)$  – Valor estimado de la función error al futuro  $t+T_d$

$$\frac{e(t) - \hat{e}(t + T_d)}{T_d} = -\tan(\alpha) \quad (1.7)$$

Pero en el punto  $[t, e(t)]$ ,  $\tan(\alpha) = \frac{de(t)}{dt}$ , sustituyendo y despejando la estimación de manera explícita, considerando que la estimación se hace en el instante  $t$ , se tiene:

$$\hat{e}(t + T_d | t) = e(t) + T_d \frac{de(t)}{dt} \quad (1.8)$$

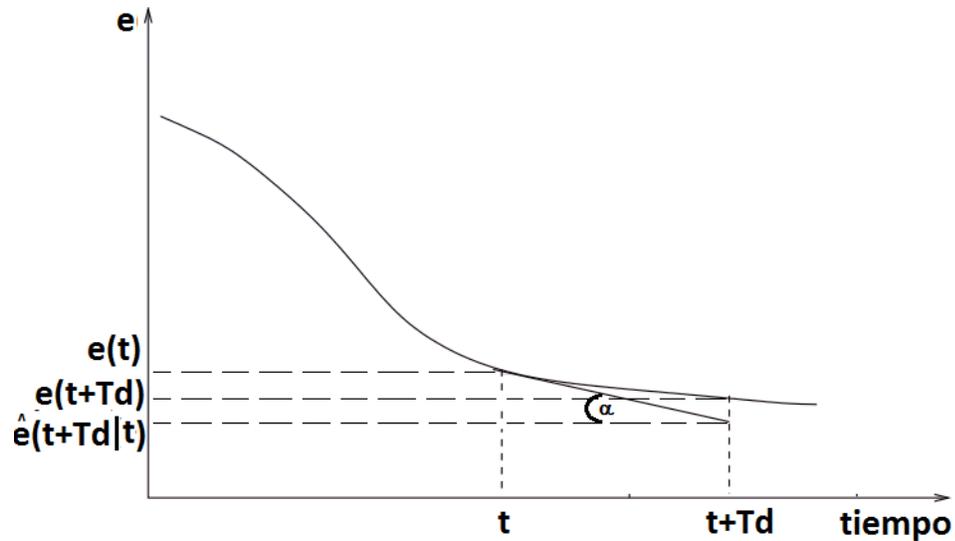


Figura 1.2: Consideraciones geométricas de la aproximación de Taylor

Una valoración de (1.8) en dependencia de la función error es como sigue:

- Si la función  $e(t)$  es una función suave, entonces con  $T_d$  pequeño hay una buena estimación del valor en el futuro,
- Si por el contrario  $e(t)$  no es una función suave (tiene cambios rápidos en su comportamiento) entonces  $T_d$  debe ser muy pequeño, y el ajuste de  $T_d$  no ofrecerá una buena predicción.

Se afirma que, cuando el retardo de transporte es dominante, o sea cuando  $L > 2 \cdot T$ , siendo  $T$  la constante de tiempo del proceso, el controlador PID es insuficiente para lograr un desempeño adecuado [8].

En presencia del retardo de transporte para los controladores clásicos tipo PID la ecuación característica del sistema a lazo cerrado contiene el factor  $\exp(-sL)$  denotando el retardo de transporte transformado por Laplace y la estabilidad del lazo cerrado puede ser asumida solamente para pequeñas ganancias del controlador. Esto queda demostrado, para un controlador PI ( $C(s)$ ) y una planta de primer orden con retardo (FOTD) por las expresiones siguientes:

$$C(s) = k_p + \frac{k_p}{sT_i} \quad (1.9)$$

$$P(s) = \frac{k}{1+sT} e^{-sL} \quad (1.10)$$

A lazo cerrado, se tiene que:

$$G(s) = \frac{C(s)P(s)}{1+C(s)P(s)} = \frac{kk_p(1+sT_i)e^{-sL}}{T_\pi s^2 + T_i(1+Ke^{-sL})s + Ke^{-sL}} \quad (1.11)$$

Con una ecuación característica dada por:

$$T_\pi s^2 + T_i(1 + Ke^{-sL})s + Ke^{-sL} = 0 \quad (1.12)$$

Con

$$T_\pi = T * T_i \quad (1.13)$$

$$K = kk_p \quad (1.14)$$

Para mejorar el comportamiento en general del controlador se requiere diseñar un predictor más próximo a la realidad. Un controlador “ideal” es el Predictor de Smith, pero el mismo presenta sus desventajas, una de ellas es su poca defensa contra las incertidumbres de los valores de los parámetros del modelo, tales como la ganancia del modelo de la planta, la constante de tiempo del modelo del proceso y el valor del retardo de transporte.

Otra de las desventajas del Predictor de Smith es que al emplearlo se aumenta la cantidad de parámetros que deben ser ajustados para lograr un buen desempeño del sistema a lazo cerrado. Efectivamente, considerando que el diseño del Predictor de Smith contempla un controlador PI, se deben emplear los parámetros anteriormente mencionados más las dos ganancias del controlador: la ganancia proporcional y el valor de la constante  $T_i$ . Ésta es la causa principal por lo cual en la industria se emplea el controlador PI en lugar del Predictor de Smith [9].

La solución que se propone en el presente Trabajo de Titulación para el control de la temperatura del intercambiador de calor es modificar el predictor de Smith siguiendo a los autores [10], [11], [2], [8], [12], [13] y [15].

El Predictor de Smith es un controlador basado en modelos que es efectivo y permite su ajuste para procesos con gran retardo de tiempo. Tiene un lazo interno con un controlador principal que puede ser diseñado sin considerar el retardo de tiempo. Los efectos de la perturbación de carga y del error de modelado se corrigen a través de un lazo externo. También puede usarse para procesos con dinámica de fase no-mínima y para sistemas de alto orden que exhiben un aparente retardo de tiempo.

#### **1.4 Objetivo general**

Diseñar los controladores avanzados, Predictor de Smith y por el Modelo Interno, que proporcionen mejores rendimientos que el controlador PID controlando procesos con grandes retardos de tiempo y en presencia de perturbaciones no medibles.

#### **1.5 Objetivos específicos**

1. Estudiar el estado del arte en el control de procesos con grandes retardos de transporte.
2. Definir el tipo de perturbaciones presentes en los intercambiadores de calor de uso industrial.
3. Diseñar el predictor de Smith y el Controlador por Modelo Interno (CMI) para sistemas con grandes retardos de transporte.
4. Investigar el desempeño de los controladores CMI con fundamento en las técnicas modernas de simulación empleando MATLAB y Simulink en presencia de perturbaciones no medibles.
5. Realizar la comparación entre los desempeños de los controladores diseñados en presencia de perturbaciones no medibles por simulación.

## 1.6 Metodología

La idea de funcionamiento del Predictor de Smith se fundamenta en considerar que existe un modelo del proceso real sin retardo de transporte,  $\hat{P}(s)$ . Por otro lado, se supone conocido el retardo de transporte  $L$ , por lo cual el mismo puede ser introducido en el modelo, formándose así la base para el controlador predictor de Smith. La configuración del diagrama en bloques se muestra en la figura 1.3.

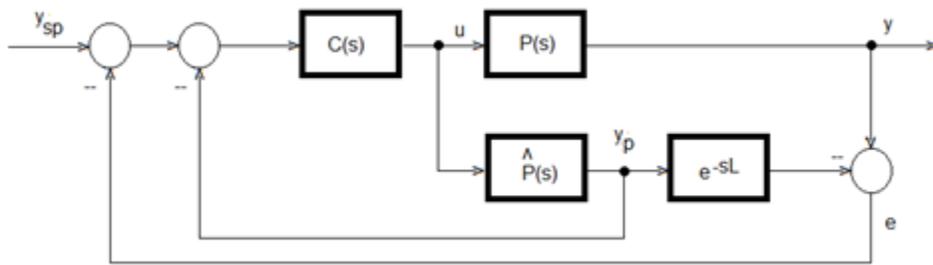


Figura 1.3: Diagrama en bloques del Predictor de Smith (tomado de [1]).

En la figura 1.3  $C(s)$  es la función de transferencia del controlador;  $P(s)$  - función de transferencia del proceso;  $\hat{P}(s)$  - función de transferencia del modelo del proceso sin retardo de transporte y  $e^{-sL}$  es el modelo del retardo de transporte transformado por Laplace.

El controlador puede ser un controlador PI o PID clásico. Si el modelo reacciona al control  $u(t)$  igual que el proceso, la señal  $y_p(t)$  es una salida sin retardo o lo que es lo mismo “es una predicción de cómo funcionaría el proceso sin retardo de transporte” lo que significa que utilizando el modelo es posible generar una predicción de la salida. La señal  $y_p$  se realimenta al controlador existiendo, además, una realimentación adicional mediante el error  $e$ , que tiene la información de la perturbación de carga si ella existiera.

En el caso cuando no hay perturbación de carga y, además

$$P(s) = \hat{P}(s)e^{-sL} \quad (1.15)$$

La realimentación exterior se desconecta y la relación entrada salida se determina a partir del diagrama en bloques mostrado en la figura 1.4:

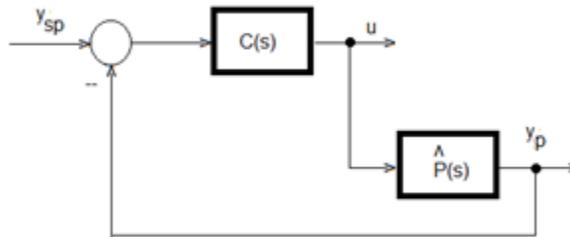


Figura 1.4 Reducción del diagrama en bloques cuando no hay perturbaciones de carga y el modelo reacciona a la señal de control igual que la planta.

En este caso, de la figura 1.3, se determina la relación entre la entrada y la salida como sigue:

$$u(s) = C(s)[y_{sp}(s) - y_p(s)] = C(s)[y_{sp}(s) - \hat{P}(s)u(s)] \quad (1.16)$$

$$u(s) + C(s)\hat{P}(s)u(s) = C(s)y_{sp}(s) \quad (1.17)$$

$$[1 + C(s)\hat{P}(s)]u(s) = C(s)y_{sp}(s) \quad (1.18)$$

$$u(s) = \frac{C(s)}{1 + C(s)\hat{P}(s)} y_{sp}(s) \quad (1.19)$$

Para obtener la salida, la planta opera sobre el control de tal forma que con (1.19):

$$y(s) = \frac{C(s)P(s)}{1 + C(s)\hat{P}(s)} y_{sp}(s) \quad (1.20)$$

Sustituyendo (1.15) en (1.20) se tiene:

$$y(s) = \frac{C(s)\hat{P}(s)}{1 + C(s)\hat{P}(s)} e^{-sL} y_{sp}(s) \quad (1.21)$$

Y la función de transferencia del sistema a lazo cerrado con Predictor de Smith queda como sigue:

$$G(s) = \frac{y(s)}{y_{sp}(s)} = \frac{C(s)\hat{P}(s)}{1+C(s)\hat{P}(s)} e^{-sL} \quad (1.22)$$

La expresión obtenida en (1.22) indica que ajustando el predictor se logra una salida que cumpla con los requerimientos exigidos a la planta sin retardo de transporte debido al factor  $\frac{C(s)\hat{P}(s)}{1+C(s)\hat{P}(s)}$ .

Como ya se indicó y ahora demostrado en (1.21) la salida mantiene el retardo de transporte  $e^{-sL}$ , el cual físicamente no puede ser eliminado pues es intrínseco al proceso real. Entonces, el Predictor de Smith permite ajustar el comportamiento del lazo de control, lo cual sin predictor es muy difícil y costoso en tiempo.

Como se observa de la Teoría del Predictor de Smith, el problema a resolver es el ajuste de los controladores para modelos de procesos con retardos de transporte, en especial con grandes retardos de transporte, pero no se plantea nada respecto de la solución de rechazar las perturbaciones de carga. La tarea es replantear el problema de tal manera que se pueda rechazar la perturbación de carga en presencia de grandes retardos de transporte.

En este punto analizaremos la influencia de las perturbaciones sobre el desempeño del predictor de Smith.

Supóngase el esquema a lazo cerrado del sistema de control de la planta dada por la función de transferencia  $G_p(s)e^{-sL}$ . El modelo matemático de esta planta se supone igual a  $\hat{G}_p(s)e^{-s\hat{L}}$ . Se tiene el controlador dado por  $C(s)$  y sobre el sistema actúa la perturbación de carga  $d(s)$ . La estructura del predictor de Smith se muestra en la figura 1.5:

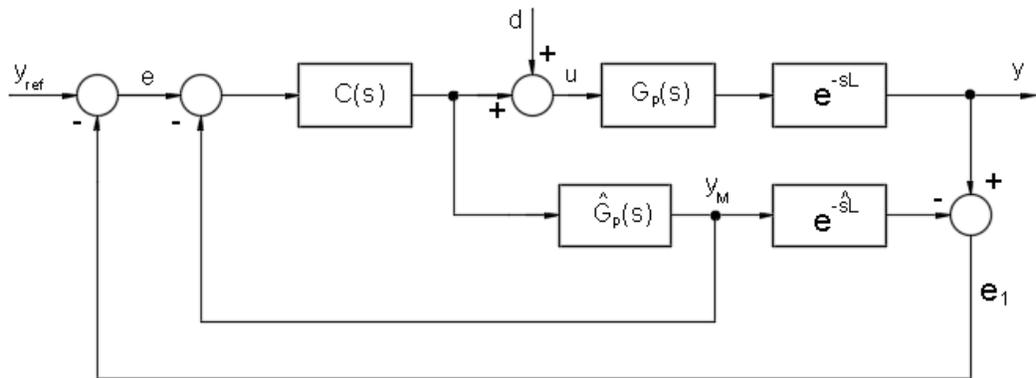


Figura 1.5. Estructura del predictor de Smith.

Mediante el álgebra de bloques, se desea determinar la relación entre la salida y la entrada y entre la salida y la perturbación. Supóngase que el modelo de la planta proporciona un comportamiento exactamente igual al comportamiento de la planta para la misma entrada  $u(s)$ , por tanto  $\hat{G}_p(s) = G_p(s)$  y  $\hat{L} = L$ . Así, de la figura 1.5 se tiene:

$$C(s) \left[ \left( y_{SP} - G_p(s)e^{-sL}d(s) \right) - G_p(s)u(s) \right] = u(s) \quad (1.23)$$

$$\left( C(s)y_{SP} - C(s)G_p(s)e^{-sL}d(s) \right) - C(s)G_p(s)u(s) = u(s) \quad (1.24)$$

$$\left( C(s)y_{SP} - C(s)G_p(s)e^{-sL}d(s) \right) = \left( 1 + C(s)G_p(s) \right) u(s) \quad (1.25)$$

$$\frac{C(s)}{1+C(s)G_p(s)} y_{SP}(s) - \frac{C(s)G_p(s)e^{-sL}}{1+C(s)G_p(s)} d(s) = u(s) \quad (1.26)$$

Considerando que se requieren las funciones de transferencia entre la salida y las entradas (referencia y perturbación de carga) se tiene:

$$y(s) = \frac{C(s)G_p(s)e^{-sL}}{1+C(s)G_p(s)} y_{SP}(s) + G_p(s)e^{-sL} \left[ 1 - \frac{C(s)G_p(s)e^{-sL}}{1+C(s)G_p(s)} \right] d(s) \quad (1.27)$$

De (1.27) se observa que el predictor de Smith permite ajustar la respuesta a la entrada con el ajuste del controlador  $C(s)$  pero no se puede garantizar que ese

ajuste sea el adecuado para el rechazo a la perturbación  $d(s)$ . El tratamiento a las perturbaciones será descrito en el Capítulo 4.

La idea del Control por el Modelo Interno o por sus siglas en inglés IMC parte del “controlador milagroso”, por la terminología empleada por De Keyser, de Ghent University. Este tipo de controlador se muestra en la figura 1.6:

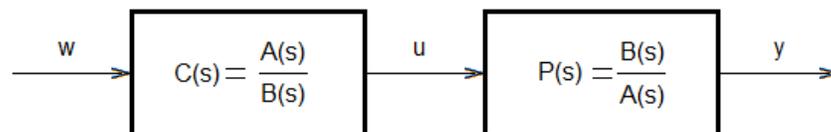


Figura 1.6 Controlador “milagroso” (Miracle Controller [16])

Como se observa un controlador con estas características siempre proporcionaría a su salida la misma señal de entrada o referencia. Sin embargo, ya que sobre los procesos actúan perturbaciones, este controlador no podría mantener siempre el valor de referencia a su salida pues no tendría información sobre las desviaciones de la salida respecto de la entrada debido a las perturbaciones. Pero la idea de que el controlador sea la inversa de la planta no siempre es buena, ya que habría plantas que no tienen inversas o su inversa no sería aconsejable, por ejemplo, las plantas de primer orden con retardo de transporte (por sus siglas en inglés FOTD)

$$G(s) = \frac{k}{1+sT} e^{-sL} \quad (1.28)$$

Proporcionarían una inversa dada por (1.29)

$$Y(s) = \left( \frac{1}{k} + s \frac{T}{k} \right) e^{sL} \quad (1.29)$$

Donde el factor exponencial implicaría que la respuesta o salida se produce  $L$  unidades de tiempo antes de que ocurra un estímulo en su entrada, luego es un elemento físicamente no realizable.

Para evitar el problema de diseñar un controlador físicamente no realizable se busca un controlador el mismo que se diseña como el producto de la parte realizable de la función de transferencia de la planta por la función de transferencia

del filtro pasa bajo de tal manera que la función de transferencia del controlador  $C(s)$  es:

$$C(s) = \hat{P}_g^{-1}(s)F(s) \quad (1.30)$$

Donde:

$P(s) = \hat{P}_g(s)\hat{P}_b(s)$  – función de transferencia del proceso

$\hat{P}_g(s)$  – La parte invertible de la función de transferencia del proceso (la parte “buena” - good)

$\hat{P}_b(s)$  – La parte no invertible (la parte “mala” - bad)

La parte no invertible constará del retardo de transporte y (o) los polos en el semiplano derecho (SPD). Por ejemplo, según De Kayser, para una función de transferencia de la planta:

$$\hat{P}(s) = \frac{-8(s-5)e^{-7s}}{(s+3)(s+10)} \quad (1.31)$$

La parte, mala o no invertible estaría dada por

$$\hat{P}_b(s) = (1 - 0.2s)e^{-7s} \quad (1.32)$$

$$\hat{P}_g(s) = \frac{5 \cdot 8}{(s+3)(s+10)} \quad (1.33)$$

Como se observa, la parte mala se ha normalizado con la ganancia estática del proceso. Entonces el controlador se calcula considerando que:

$$\hat{P}_g^{-1}(s) = \frac{(s+3)(s+10)}{40} \quad (1.34)$$

Y finalmente quedaría como sigue:

$$C(s) = \frac{(s+3)(s+10)}{40} F(s) \quad (1.35)$$

La función de transferencia dada por (1.35) es la expresión de diseño del controlador por el modelo interno.

## CAPÍTULO 2

### 2. ESTADO DEL ARTE DE LOS SISTEMAS DE CONTROL CON RETARDO DE TIEMPO

Se proporcionan las definiciones más actuales del concepto retardo de tiempo y sus diferentes representaciones matemáticas. Se analizan las respuestas temporales de diferentes modelos matemáticos de los procesos industriales y se presenta el desarrollo histórico del control de procesos con retardos de tiempo.

#### 2.1 Representación matemática del retardo de tiempo

La representación matemática de los procesos con retardos de tiempo se realiza por medio de ecuaciones integro-diferenciales, funciones transferenciales, ecuaciones en diferencia y ecuaciones diferenciales en diferencia [17], [18].

En el estudio de esta clase de procesos es de vital importancia disponer de modelos matemáticos que permitan evaluar las características dinámicas del retardo de tiempo, ya que las mismas posibilitan definir la estrategia de control a utilizar.

Los procesos SISO (Simple Input/Simple Output - una entrada/salida) de primer orden con retardo de tiempo se representan mediante la siguiente expresión [19], [20]:

$$G(s) = \frac{k}{Ts+1} e^{-\tau s} \quad (2.1)$$

donde:  $G(s)$  - función de transferencia;  $k$ ,  $T$  y  $\tau$  - ganancia, constante de tiempo y retardo de tiempo del proceso respectivamente.

La expresión (2.1) presenta una amplia aplicación en el modelado de diversos procesos industriales, entre los que se encuentran: la variación de la concentración en un evaporador, la variación de la concentración del destilado en una columna de

destilación, la variación de la presión del vapor en el domo superior de un generador de vapor de tubos de agua, procesos de transporte de materiales a través de esteras ó de tuberías largas, etc.

Este tipo de modelo es utilizado para representar los procesos con retardo de tiempo dinámico (originado por la dinámica y naturaleza física de los procesos) y retardo de tiempo por transporte (originado por el tiempo requerido para que los cambios que se produzcan en la señal de entrada sean detectados por el sensor situado en la salida del proceso) [21] y [22].

Los procesos MIMO (Multiple Input/Multiple Output - múltiples entradas/múltiples salidas) con retardo múltiple en el estado, control y en la medición, se representan mediante las siguientes expresiones [7]:

$$\dot{X}(t) = \sum_{i=1}^n A_i X(t - \tau_i) + \sum_{j=0}^m B_j U(t - \theta_j) \quad (2.2)$$

$$Y(t) = \sum_{k=0}^l C_k X(t - \lambda_k) \quad (2.3)$$

donde: n,m,l - orden del vector de estado, de control y de medición respectivamente; X(t),U(t),Y(t) - vectores de estado, de control y de salida respectivamente; , , Ai Bj Ck - matrices de estado, de control y de salida respectivamente.

La transformada de Laplace del retardo de tiempo  $\tau$  se representa mediante la expresión  $e^{-\tau s}$

Diferentes métodos de diseño de controladores utilizados ampliamente en la actividad práctica industrial no pueden ser aplicados cuando el proceso presenta retardo de tiempo, por ejemplo, el método de las oscilaciones permanentes, el lugar geométrico de las raíces, la optimización cuadrática con ruidos gaussianos ("Linear Quadratic Gaussian" (LQG)), asignación de polos, etc., ello se debe a que el retardo de tiempo convierte a los modelos matemáticos racionales en irracionales.

Para la aplicación de estos métodos una solución frecuentemente utilizada consiste en aproximar al operador de retardo de tiempo ( $e^{-\tau s}$ ) por la expansión de Padé (filtros pasa-bajos) [23].

Esta aproximación sólo es válida a bajas frecuencias, por tanto, es importante comparar el valor real y aproximado del retardo de tiempo, para seleccionar el orden de la aproximación y chequear su validez [19].

En la caja de herramientas de Sistemas de Control de Matlab en su versión 2007b, se ofrecen funciones para el análisis preciso de sistemas lineales invariantes en el tiempo con retardo de tiempo [24].

Estas funciones posibilitan analizar procesos con retardo de tiempo en la entrada, salida, entre pares individuales de entradas-salidas, ó retardos internos, por ejemplo, dentro del lazo de realimentación. Estas herramientas pueden utilizarse tanto para procesos SISO como MIMO con retardo de tiempo simple ó múltiple.

Si el retardo de tiempo,  $\tau$  es muy pequeño el operador de retardo  $e^{-\tau s}$  puede ser aproximado mediante la expresión [19]:

$$e^{-\tau s} = 1 - \tau s \quad (2.4)$$

Otra expresión puede ser:

$$e^{-\tau s} = \frac{1}{1 + \tau s} \quad (2.5)$$

Las aproximaciones (2.4) y (2.5) son adecuadas si el retardo de tiempo es muy pequeño, y, además, la señal de entrada  $u(t)$  para el elemento de retardo de tiempo es regular y continua. Esto significa que las derivadas de segundo orden y de orden superior de  $u(t)$  son pequeñas [19].

Una expresión más elaborada para aproximar el término de retardo se representa mediante la expansión de Padé en la forma:

$$e^{-\tau s} = \frac{1 - \frac{\tau s}{2} + \frac{(\tau s)^2}{8} - \frac{(\tau s)^3}{48}}{1 + \frac{\tau s}{2} + \frac{(\tau s)^2}{8} + \frac{(\tau s)^3}{48}} \quad (2.6)$$

Si sólo se consideran los dos primeros términos del numerador y el denominador, entonces la expresión (2.6) se presenta de la siguiente manera:

$$e^{-\tau s} = \frac{1 - \frac{\tau s}{2}}{1 + \frac{\tau s}{2}} = \frac{2 - \tau s}{2 + \tau s} \quad (2.7)$$

La aproximación (2.7) presenta una amplia aplicación en el diseño de sistemas de control de procesos industriales [19].

## 2.2 Respuesta temporal de procesos con retardo de tiempo

### a) Respuesta al paso

En la Figura 2.1 se muestra la respuesta al paso de un proceso de primer orden con retardo de tiempo (1.5) con parámetros  $k=1$ ,  $T=1$  y  $\tau=0.6$ , donde  $u(t)$ ,  $y(t)$  constituyen las señales de entrada y salida del proceso respectivamente.

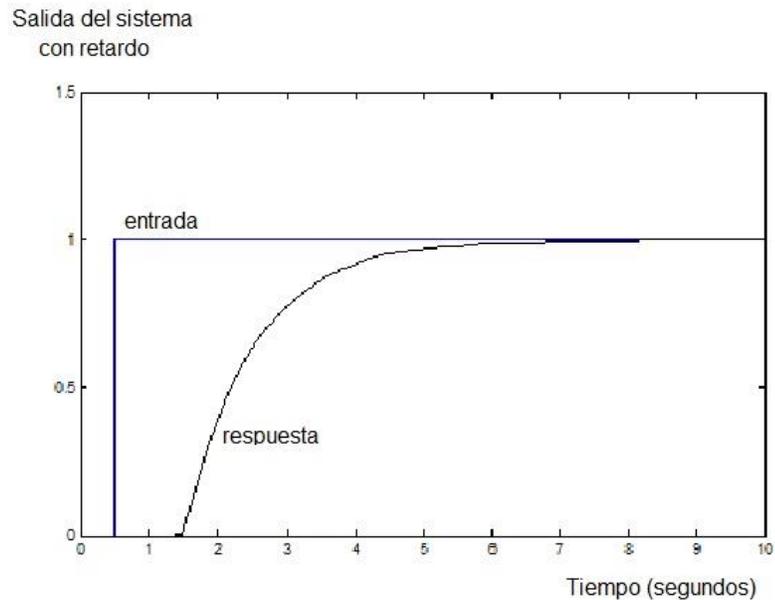


Figura 2.1. Respuesta temporal de un proceso de primer orden con retardo de tiempo ante un paso unitario en la entrada.

La señal de salida obtenida en el dominio del tiempo se representa mediante la expresión:

$$y(t) = ku(t - \tau) \left(1 - e^{-\frac{t-\tau}{T}}\right) \quad (2.8)$$

b) Respuesta a la rampa

En la Figura 2.2 se muestra la respuesta rampa de un proceso de primer orden con retardo de tiempo (1.1) con parámetros  $k=1$ ,  $T=1$  y  $\tau=0.6$ .

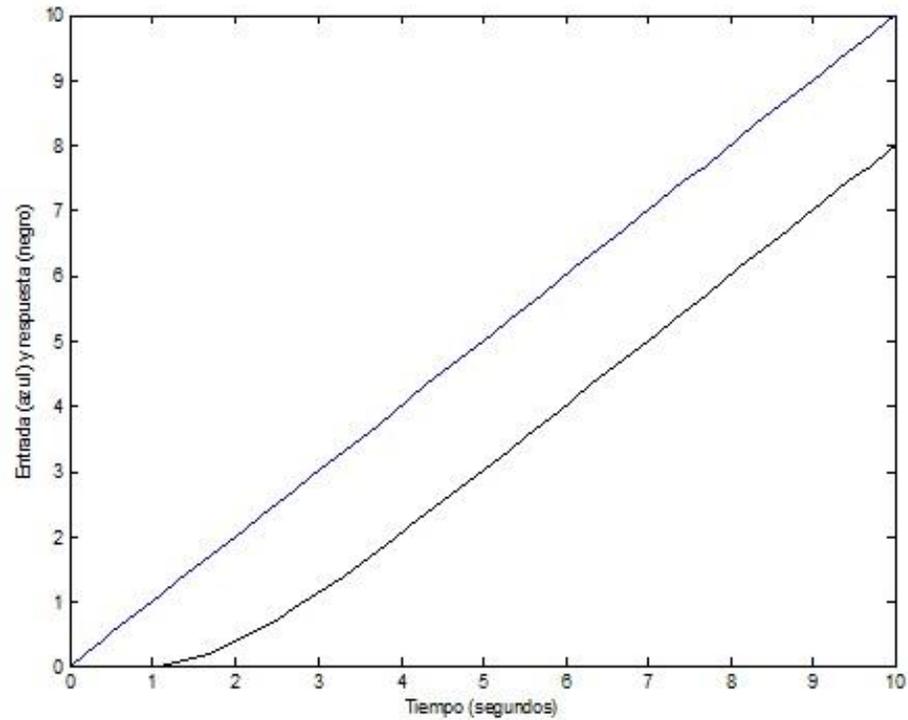


Figura 2.2. Respuesta temporal de un proceso de primer orden con retardo ante una rampa unitaria en la entrada.

La señal de salida obtenida en el dominio del tiempo se representa mediante la expresión:

$$y(t) = \mu(t - \tau) \left[ u(t) T e^{-\frac{t}{T}} + u(t - \tau - T) \right] \quad (2.9)$$

c) Respuesta a una señal sinusoidal

En la Figura 2.3 se muestra la respuesta sinusoidal de un proceso de primer orden con retardo de tiempo (2.1) con parámetros  $k=5$ ,  $T=2$  y  $\tau=2$ .

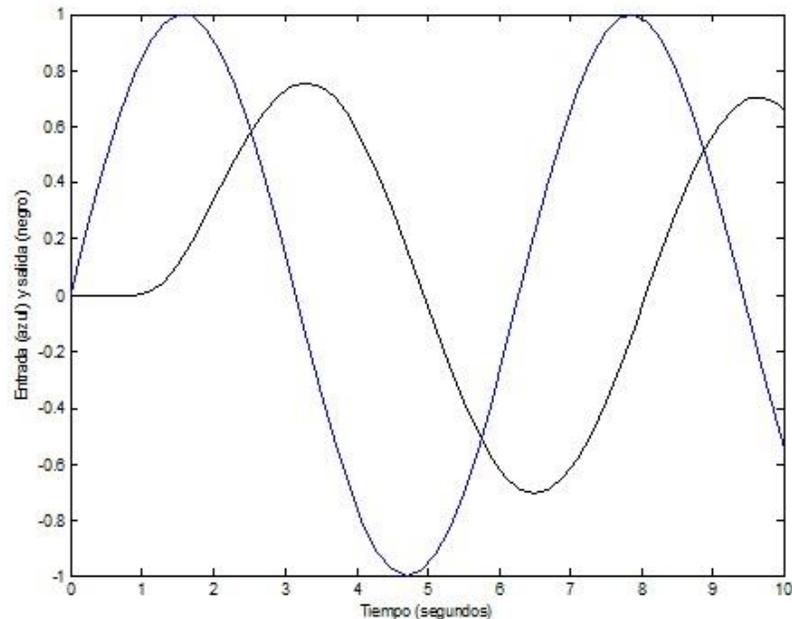


Figura 2.3. Respuesta temporal de un proceso de primer orden con retardo con señal de entrada tipo sinusoidal de amplitud 5 y frecuencia 0.5 rad/s.

La señal de salida obtenida en el dominio del tiempo se representa mediante la expresión:

$$y(t) = \mu(t - \tau) \left\{ \frac{A\omega T}{1+(T\omega)^2} e^{-\frac{t}{T}} + \frac{A}{\sqrt{1+(T\omega)^2}} \text{sen}[\omega(t - \tau) + \theta] \right\} \quad (2.10)$$

El único efecto del retardo sobre la salida del proceso es un aumento en el atraso de fase  $\omega T$ , el cual es proporcional a la frecuencia de la onda sinusoidal de entrada.

### 2.3 Estado del arte de los sistemas de control con retardo de tiempo

El inicio de la aplicación del principio de realimentación en máquinas e instrumentos muy sencillos se remonta a 2000 años atrás, sin embargo su estudio teórico aparece muy tarde en el desarrollo de la tecnología y la ciencia, debido a que hasta bien entrado el siglo XX las herramientas analíticas que poseía el especialista en control se basaban en la utilización de ecuaciones diferenciales ordinarias junto con

criterios algebraicos para determinar la posición de las raíces de la ecuación característica asociada.

Desde el punto de vista teórico, la Ingeniería de Control se empieza a consolidar cuando se produce el traslado y aplicación de los conocimientos adquiridos en los problemas de amplificación de señales a los problemas de control industrial.

Dos trabajos de singular importancia son los desarrollados por Minorsky y Hazen en 1922, en los cuales se reconoce la no linealidad de los sistemas y se aplica la linealización mediante el desarrollo en serie de Taylor a sistemas no lineales correspondientes al movimiento angular de un buque.

El desarrollo de la técnica ha sido impulsado entre otras causas por las necesidades creadas por las guerras. La Segunda Guerra Mundial supuso un gran impulso al desarrollo teórico y mucho más al desarrollo práctico, dada la fuerte necesidad de sistemas de control que funcionaran como los servos de los radares y el posicionamiento de cañones.

Al finalizar la segunda guerra mundial, debido a la aplicación de los nuevos resultados teóricos y prácticos en la automatización de diversos procesos industriales, fundamentalmente de la industria química, se comenzaron a observar dificultades en el desarrollo de los sistemas de control, presentándose procesos con respuestas indeseables, entre los que se encuentran: los procesos inestables, los procesos con respuesta inversa y los procesos con retardo de tiempo, entre otros, denominándose a los mismos procesos con comportamiento dinámico difícil ó con comportamiento dinámico complejo [25], [26] y [27].

En general, la prestación de un sistema de control es muy sensible al retardo de tiempo, más incluso que a otros parámetros del modelo del proceso. De hecho, un sistema de control puede perder la estabilidad como consecuencia del retardo de tiempo. La principal limitación de un sistema de control con retardo se deriva del decremento de fase que introduce el retardo de tiempo, lo cual puede provocar su inestabilidad.

El retardo de tiempo puede ser aproximado mediante una relación polinomial, la cual aumenta su exactitud con el número de términos tomados en cuenta en la aproximación. Ello implica que estas aproximaciones puedan ser consideradas de dimensión infinita, en las que su función de transferencia posee un número infinito de polos. Por lo que resulta muy difícil realizar un ajuste de un regulador convencional basado en estas aproximaciones.

Mayores problemas aparecen cuando se trata de sistemas multivariables con múltiples retardos, donde la dificultad normal de la interacción entre los diferentes lazos de control se ve agravada por la presencia de dichos retardos.

La presencia de retardos de tiempo también complica el análisis teórico del diseño de los sistemas de control, debido a que estos sistemas se describen mediante ecuaciones diferenciales en diferencia.

Este es el principal motivo por el cual el diseño de sistemas de control con retardo de tiempo resulta considerablemente más complejo que el diseño de sistemas de control sin retardo [20], [28] y [29].

Muchas soluciones han sido propuestas para compensar el efecto negativo del retardo de tiempo, destacándose entre ellas por su sencillez y efectividad el llamado "predictor de Smith (PS)" conocido desde finales de los años 50, el cual permite sacar el retardo de tiempo del lazo de control y de esta manera efectuar su compensación.

En la década del 50 al 60 la teoría del control trataba de limitarse a modelos lineales simples para investigar procesos suficientemente complejos con retardo de tiempo, particularmente ignorando su efecto negativo [30].

Para el control de procesos con retardo de tiempo se han propuesto diferentes soluciones entre las que se encuentran los predictores de Reswick, el de Wiener y el de Maršik entre otros, cuyas aplicaciones a finales de la década del 60 y 70 recibieron un significativo incremento [30], [31].

En los últimos 25 años, han sido propuestas numerosas modificaciones y extensiones del PS con el objetivo de:

- Mejorar sus prestaciones considerando el efecto de perturbaciones medibles y no medibles;
- Posibilitar su aplicación en el control de plantas inestables;
- Mejorar su robustez
- Facilitar su implementación en aplicaciones industriales.

La estabilidad práctica del predictor de Smith ha sido analizada por diferentes autores demostrándose que, si el modelo no se ajusta de forma apropiada, el sistema de control puede resultar inestable cuando existe una pequeña diferencia entre el retardo del proceso y el retardo considerado en el modelo, a pesar de contar con márgenes de fase y ganancia altos [32] y [33].

Las propiedades del PS han sido analizadas usando algunas ideas derivadas del control por modelo interno (“internal model control”- IMC) por [34], [35], [36].

Diferentes métodos de ajuste de los parámetros del PS han sido propuestos para mejorar su robustez en [37].

Un análisis de la asimetría del efecto del error de estimación del retardo de tiempo en el funcionamiento y estabilidad del predictor de Smith fue realizado por [38].

Reglas de ajuste simple del PS han sido propuestas en Hägglund (1996) así como la estructura de dos grados de libertad (“two-degree-of-freedom”- 2DOF). Una variante del predictor de Smith con modelo rápido modificado para mejorar su capacidad de rechazo a las perturbaciones se propone en [38], [39].

Esta estructura puede también ser usada para controlar plantas inestables. Se presenta una estructura modificada del predictor de Smith mediante un filtro, la cual es utilizada en el control de procesos con retardo de tiempo variable en [2].

Otras estructuras, incluyendo observador de perturbaciones en compensadores de retardo de tiempo (“deadtime compensators”- DTC), son presentadas en [40] y [41].

La estructura de compensadores de retardo de tiempo para procesos inestables y con integrador ha sido analizada en varios artículos. Se introduce una modificación del PS para procesos basados en una estructura diferente [42].

A finales del pasado siglo fue presentado un simple compensador de retardo de tiempo para procesos con integrador basado en la estimación de perturbaciones. Versiones modificadas de esta estructura fueron propuestas [43] y [44], [45], [46], [47], y [48].

Las estrategias que utilizan dos grados de libertad en el control de procesos con integrador basadas en el enfoque del observador de perturbaciones se analizan en [49] y [50].

Otras soluciones usando un enfoque similar para casos de procesos inestables se ofrecen en [51], [52] y [53].

Debido a problemas de implementación, han sido utilizadas en la práctica solamente versiones discretas de los compensadores de retardo de tiempo. Algunas propiedades particulares de la versión digital del PS han sido analizadas en [54], [55] y [56].

A pesar de la gran cantidad de investigaciones realizadas para mejorar las prestaciones del PS, es necesario destacar que esta importante estructura de control no posibilita realizar una compensación efectiva del resultado negativo que producen las perturbaciones externas no medibles. Es por ello por lo que este tema requiere de un estudio profundo que posibilite aumentar la robustez del PS frente a perturbaciones externas no medibles [23].

El tema del control de procesos con parámetros dinámicos variables en el tiempo presenta un elevado interés, debido a que muchos procesos industriales presentan este comportamiento. Uno de los métodos para garantizar el control de procesos con parámetros dinámicos variables, incluyendo el retardo de tiempo variable, lo constituye el método de ganancia programada ("GS- Gain Scheduling"), el cual fue utilizado inicialmente en el control de procesos con variaciones solamente en la

ganancia. Mediante la aplicación de este método es posible diseñar controladores que funcionan no solo alrededor de un punto de operación, como lo hacen los reguladores clásicos PID, sino además en el entorno de varios puntos. De hecho, este método es uno de los más utilizados en los sistemas de control de vuelos, [57].

Este método requiere determinar para cada punto de operación la ganancia del controlador con elevada exactitud, porque de lo contrario el sistema de control puede resultar inestable. La teoría clásica de ganancia programada fue desarrollada en la década del 60 debido a la necesidad de garantizar el control aeroespacial, sin embargo, muy pocas investigaciones fueron publicadas en esos años.

En la década del 90 comenzaron a aparecer nuevos resultados y artículos relacionados con este tema, el cual ha mantenido su interés científico-técnico hasta la fecha [58].

Los controladores basados en ganancia programada han sido utilizados con resultados positivos en el control de procesos no lineales [58].

Los sistemas con ganancia programada constituyen sistemas no lineales, en los cuales los parámetros del controlador se varían de forma programada en función de las condiciones de operación del proceso. La idea de relacionar los parámetros del controlador con variables auxiliares no es nueva, pero el hardware necesario para su implementación no estuvo disponible hasta recientemente. La implementación de estos sistemas mediante medios electrónicos analógicos resultaba muy costosa, por lo que solo se utilizaba en casos especiales como en los autopilotos de las naves aéreas. Los sistemas con ganancia programada son fáciles de implementar mediante PC. Estos sistemas se comportan de forma muy efectiva cuando se requiere controlar procesos con parámetros variables y/o no lineales.

En los últimos años se observa una amplia aplicación de esta clase de sistemas en la solución de diferentes problemas de carácter teórico y práctico [57].

Los sistemas con ganancia programada no garantizan la estabilidad frente a variaciones suaves de los parámetros. Para superar esta deficiencia se proponen los controladores basados en ganancia programada con variación lineal de parámetros ("linear parameter-varying gain-scheduling"- LPV GS) los cuales posibilitan el control de procesos con variaciones dinámicas suaves o discontinuas. Este método garantiza la estabilidad en lazo cerrado basándose en el concepto de estabilidad cuadrática para todas las trayectorias reales de los parámetros dentro de una región dada [59].

Esta metodología permite emplear el criterio multi-objetivo ( $H_\infty$ ,  $H_2$ , asignación de polos). Bajo condiciones adicionales, tales problemas de síntesis pueden ser transformados en problemas de optimización convexa, involucrando las desigualdades de la matriz lineal. Esto conlleva a un problema bien condicionado y computacionalmente tratable, para el análisis, cuando las condiciones de la matriz lineal dependen del vector de parámetros del sistema en una forma multi-afin.

Cuando el proceso presenta retardo de tiempo variable en el tiempo ( $\tau(t)$ ) el PS clásico no posibilita obtener un control efectivo, ya que esta estructura de control requiere de un conocimiento exacto de la magnitud del retardo de tiempo.

Una solución simple a este problema puede consistir en aplicar el método de ganancia programada para variar el retardo de tiempo del modelo completo del proceso en la estructura clásica del PS, obteniéndose de esta forma una estructura del PS adaptativa. Este procedimiento requiere de un estudio detallado que posibilite definir su viabilidad y efectividad.

## CAPÍTULO 3

### 3. IDENTIFICACIÓN DE PROCESOS CON RETARDO DE TIEMPO

Se caracterizan experimentalmente los procesos con retardo de tiempo, así como la manera general de estimar el mismo empleando los datos de experimentos sobre los procesos. Se presentan los modelos matemáticos clásicos que se han convertido hoy en día en “benchmark” para los desarrollos académicos de controladores. Se resume el capítulo con la identificación de modelos con retardo de tiempo.

#### 3.1. Caracterización de los procesos con retardos de tiempo

Para mostrar cómo se caracteriza un proceso con retardo de tiempo se analiza el mostrado en la figura 3.1.

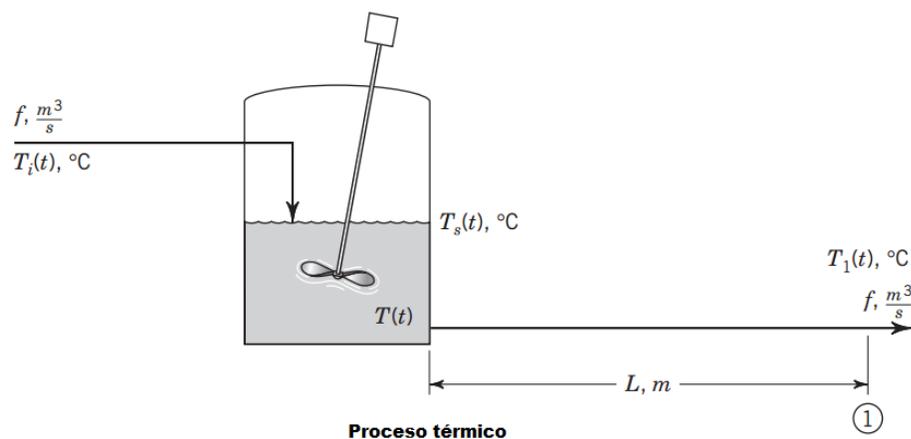


Figura 3.1 Proceso térmico con transporte de masa

Estamos interesados en saber cómo la temperatura del flujo de salida  $T_1(t)$  responde a los cambios en el flujo de entrada y en la temperatura circundante.

La tubería de salida del tanque tiene un largo  $l$ , medido desde la conexión a proceso, en el tanque, hasta el punto 1. Se supone que la tubería a la salida del tanque está bien aislada, o sea no hay interacción con el medio ambiente durante el transporte de masa y a través de ella fluye un flujo turbulento, y que no hay dispersión de energía ni mezcla posterior dentro de la tubería.

Bajo estas suposiciones, la reacción de la temperatura en  $T_1(t)$  a las perturbaciones de temperatura del flujo de entrada  $T_i(t)$  y de la temperatura del medio ambiente  $T_s(t)$  será la misma que la respuesta de la temperatura a la salida del tanque  $T(t)$ , pero estará retrasada en algún tiempo. En la figura 3.2 podemos apreciar la respuesta de éste proceso.

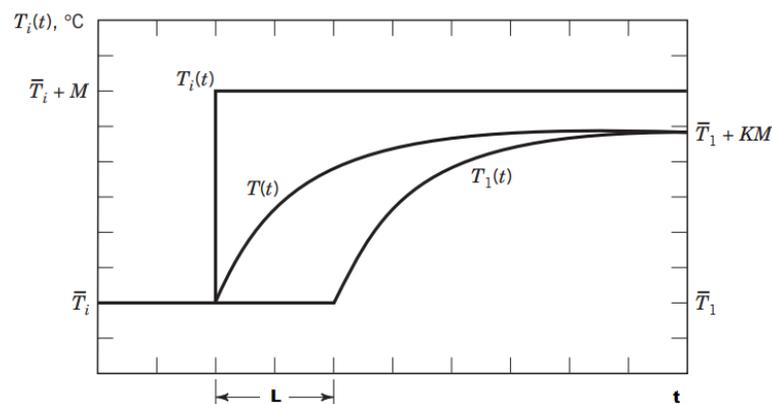


Figura 3.2. Respuesta del proceso térmico a un cambio en la temperatura de entrada

Esto implica que habrá una cantidad finita de tiempo entre la respuesta inicial de  $T(t)$  y el cambio de  $T_1(t)$ . Esta cantidad finita de tiempo se ha desarrollado debido al tiempo que tarda el líquido en pasar de la salida del tanque al punto 1 y se denomina tiempo de retardo puro, retraso de transporte o retraso de tiempo [60].

Se representa por  $L$  y en este caso se puede el análisis dimensional proporciona la unidad de medida:

$$L = \frac{l}{f/A_t} = \frac{l \cdot A_t}{f} \left[ \frac{m \cdot m^2}{m^3} s = s \right] \quad (3.1)$$

donde

$f$  = caudal volumétrico,  $m^3/s$

$A_t$  = área de la sección transversal de la tubería,  $m^2$

$l$  = longitud del tubo,  $m$

El problema de transporte está presente en un gran número de variables de la industria, pero diferentes variables físicas viajan a diferentes velocidades [60], por ejemplo:

- El voltaje eléctrico y el recorrido de la corriente viajan a la velocidad de la luz: 300.000 km/s,
- La presión y el flujo de líquido viajan a la velocidad del sonido en el fluido: 340 m/s a tñ.
- La temperatura, la composición y otras propiedades del fluido se desplazan a la velocidad del fluido: típicamente, hasta 5 m/s para líquidos y 60 m/s para gases.
- Las propiedades sólidas se desplazan a la velocidad del sólido, por ejemplo, el carbón en un transportador, la torta de lodo en un lecho de filtro y el papel en una máquina de enrollar papel.

A partir de esta información, podemos ver que, para las distancias típicas de los sistemas de control de procesos industriales, el retardo de tiempo sólo es significativo para la temperatura, para la composición y para otras propiedades del fluido y sólidos que se propagan a través del espacio por el propio fluido o sólido en movimiento.

Incluso cuando el retardo de tiempo (tiempo debido al transporte) es insignificante en relación con la constante de tiempo del proceso, la respuesta de muchos procesos puede parecer que muestre retardo de tiempo debido a la combinación de varios procesos de primer orden en serie.

Debido a que el retardo de tiempo es una parte integral de los procesos, el mismo se contabiliza en las funciones de transferencia. Así, si se requieren las funciones de transferencia que relacionan las variaciones de las temperaturas  $T_1(t)$  con la temperatura de entrada al tanque  $T_i(t)$  y la temperatura del medio ambiente  $T_s(t)$  como perturbación en la tubería de entrada al tanque, las funciones de transferencia serán dadas por las ecuaciones [60]

$$T_1(s) = \frac{K_1 e^{-sL}}{T_{s+1}} T_i(s) \quad (3.2)$$

$$T_1(s) = \frac{K_2 e^{-sL}}{T_{s+1}} T_s(s) \quad (3.3)$$

El término  $e^{-sL}$  es el efecto del retardo de tiempo en una función expresado como transformada de Laplace, o sea:

$$\mathcal{L}\{T_i(t - L)\} = e^{-sL} T_i(s) \quad (3.4)$$

$$\mathcal{L}\{T_s(t - L)\} = e^{-sL} T_s(s) \quad (3.5)$$

Este retardo de tiempo ayuda a definir las características del proceso de retardo. La ecuación (3.1) muestra que el retardo de transporte depende de algunas propiedades físicas y características operativas del proceso, lo mismo que  $K$ , como la ganancia del modelo y  $T$  su constante de tiempo. Si cambia cualquier condición del proceso, este cambio puede reflejarse en un cambio en  $L$  o sea del retardo de tiempo.

Así, una de las peores cosas que le puede pasar a un lazo de control de realimentación es una cantidad significativa de retardo de tiempo en el lazo.

Algunas medidas que se toman para minimizar el tiempo muerto incluyen poner las mediciones lo más cerca posible del proceso, seleccionar correctamente los

sensores de respuesta rápida y los elementos de control final y usar instrumentación electrónica en lugar de neumática para procesos con constantes de tiempo pequeñas [60].

### **3.2 Modelado de procesos con retardo de tiempo**

Los sistemas de retardo, que a menudo se describen mediante ecuaciones diferenciales, también se conocen como sistemas con efectos posteriores o sistemas con retardos de tiempo [61].

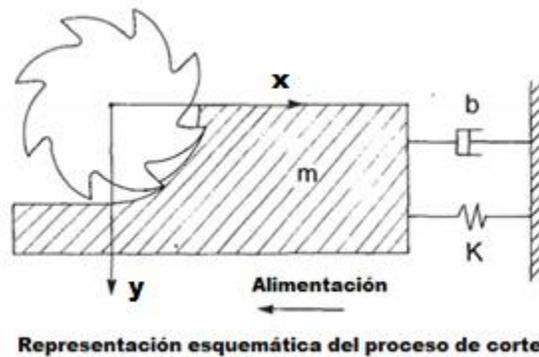
Euler, Bernoulli, Lagrange, Laplace, Poisson y otros consideraron las primeras ecuaciones diferenciales funcionales en el siglo XVIII en el estudio de diversos problemas geométricos. A principios del siglo XX, una serie de problemas prácticos fueron modelados por ecuaciones diferenciales funcionales. Estos incluyen el problema de visco elasticidad en 1909 y el modelo presa-depredador en la dinámica poblacional en 1928-1931 por Volterra. Los problemas de biología matemática en 1934 por Kostyzin, el problema de estabilización de barcos en 1942 por Minorsky. Estas aplicaciones prácticas estimularon el interés en los estudios matemáticos.

Pontryagin obtuvo algunos resultados fundamentales sobre los ceros de los cuasi polinomios en 1942, y Chebotarev publicó un número de artículos dedicados a los problemas de Routh-Hurwitz de cuasi polinomios a principios de los años 40. Un artículo de Myshkis en 1949 formuló correctamente por primera vez el problema del valor inicial. Krasovskii extendió la teoría de Lyapunov a los sistemas de retardo de tiempo en 1956.

En los últimos 15-20 años, ha habido un aumento sustancial de las actividades sobre los sistemas de retardo de tiempo en los sistemas y en la sociedad. La IFAC ha patrocinado tres talleres dedicados exclusivamente a los sistemas de retardo de tiempo desde 1998. Las principales características de los estudios en este período son las técnicas computacionales y la consideración de la robustez. Esto es posible gracias a los avances de los métodos numéricos, así como el análisis de estabilidad robusta, etc. [61].

El retardo de tiempo se ha utilizado para modelar muchos sistemas prácticos, ya sea para reflejar el verdadero retraso temporal, o para aproximar sistemas de orden superior. La regla de ajuste de Ziegler-Nichols para el diseño del controlador PID asume que el proceso industrial puede ser modelado como (3.2).

En los procesos de manufactura, el proceso de corte de metal en un torno se puede describir como un sistema de ecuaciones diferenciales lineales de diferencia, con retardo de tiempo expresado en términos de espacio de estado, es decir,



$$\frac{dX}{dt} = A_1 X(t) + A_2 X(t - T) \quad (3.6)$$

Figura 3.3 Representación esquemática del proceso de corte de metales

Donde  $T$  es el tiempo necesario para una revolución (es decir, la inversa de la velocidad del husillo),  $A_1$  y  $A_2$  son las matrices del modelo de proceso y son funciones de los parámetros estructurales máquina-herramienta (pieza de trabajo, frecuencia, amortiguación  $b$  y rigidez  $K$ ), de los parámetros de corte (alimentación, velocidad y profundidad de corte) y de los coeficientes de corte (por ejemplo, rigidez de corte). En la figura 3.3 se aprecia la representación de este proceso.[62]

Otros modelos con retardo de tiempo son los que surgen de la simplificación y reducción de las ecuaciones diferenciales parciales. Muchos sistemas distribuidos se describen naturalmente por ecuaciones diferenciales parciales. Si solo hay

interés, principalmente, en el comportamiento de los sistemas en ciertos puntos del espacio, a menudo es posible reducirlos a los sistemas de con variables de estado de dimensión finita con retardo. Esto incluye la dinámica del intercambiador de calor y varios modelos no lineales en los procesos de combustión.

Se utilizan sistemas de retardo para modelar reactores nucleares, motores propulsores de cohetes y la inestabilidad del equilibrio de carga en la computación paralela [62].

### 3.3 Identificación de procesos con retardo de tiempo

En lo adelante se analizan las posibilidades de la herramienta de Identificación de MATLAB® analizando las guías para el análisis de los resultados de la identificación experimental encontradas en [63].

Una de las herramientas encontradas en la bibliografía mencionada es la respuesta en el dominio de la frecuencia y en la respuesta al paso en el dominio del tiempo. Esto son modelos no paramétricos que ayudan a entender el desempeño dinámico del proceso identificado. En [64] se destaca la afirmación sobre el tipo de modelo que proporciona la identificación no paramétrica: no es una representación tipo fórmula matemática compacta con parámetros ajustables, es una tabla de datos.

Por la respuesta gráfica que proporciona se puede deducir que las relaciones de las salidas en correspondencia con las entradas pueden ser funciones de primer orden, de segundo orden o sobre amortiguadas.

Por ejemplo, por la respuesta en el dominio de la frecuencia empleando la función **spa ()**, junto con **bode ()** que proporcionan los gráficos mostrados en la figura 3.4 se puede estimar el valor de frecuencia para el cual surge un pico en la gráfica de amplitudes lo que sugiere la existencia de un comportamiento de resonancia o sea la existencia de polos complejos a esa frecuencia para la combinación dada en la figura 3.4 (cerca del valor de frecuencia 0.7 rad/s).

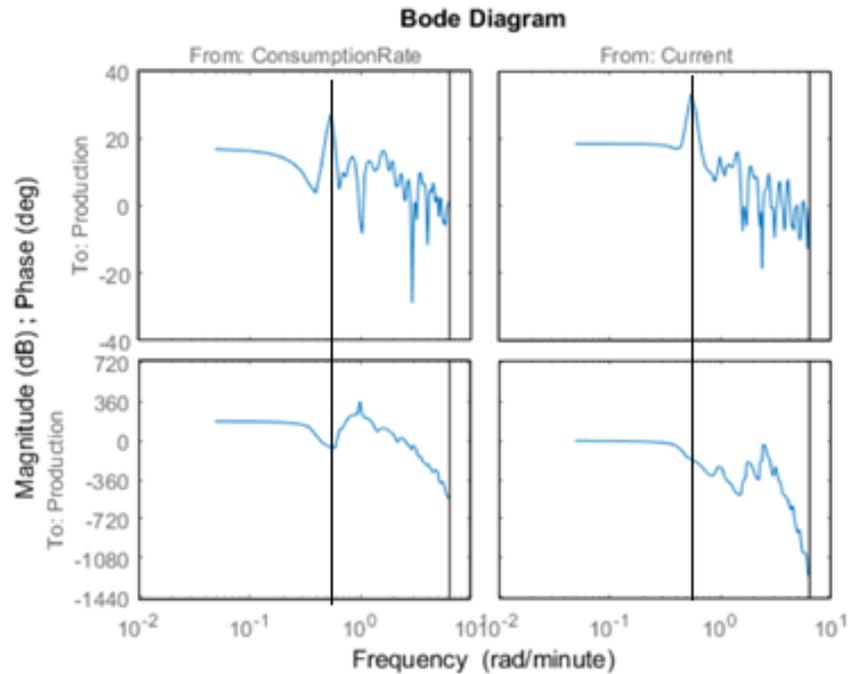


Figura 3.4 Diagrama de Bode (tomado de [63])

Además, por el comportamiento del gráfico de las fases mostrado en la segunda fila de la matriz de gráficos, con un rápido descenso, se puede inferir un retardo de tiempo, el cual conlleva, como se sabe al incremento lineal de la fase proporcional a la frecuencia. De igual manera se puede estimar la respuesta temporal al paso escalón de manera empírica. Esto se hace estimando inicialmente la respuesta no paramétrica al impulso del modelo (filtro FIR) a partir de los datos y después graficar la respuesta.

En la figura 3.5 se muestra un ejemplo de posible respuesta al paso escalón. Para la primera combinación entrada/salida muestra una sobrerregulación. Esto indica la existencia de un modo sub amortiguado o sea de polos complejos en el sistema físico. La respuesta al paso de la segunda entrada a la salida no muestra sobrepaso, lo que indica una respuesta de primer orden o una respuesta de orden superior con polos reales (respuesta sobre amortiguada). Ambos gráficos indican

un retardo no nulo en el sistema, lo cual es consistente con el rápido decremento de fase que se obtuvo en el diagrama de Bode de la figura 3.4.

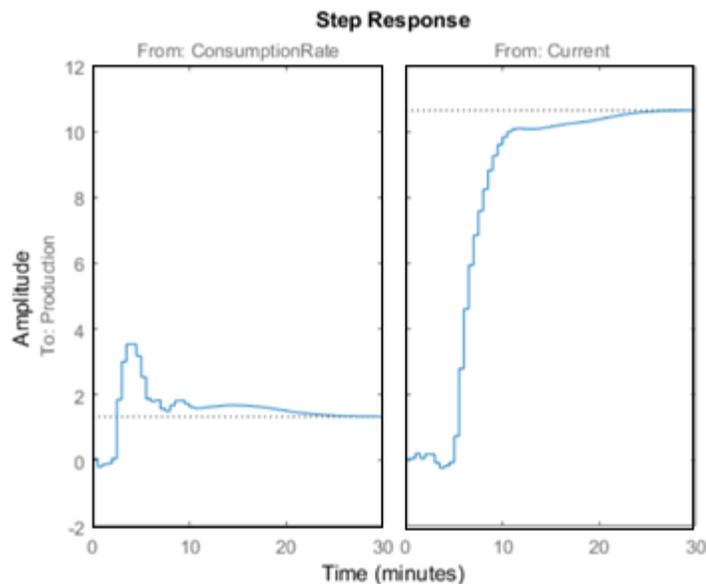


Figura 3.5 Respuesta al paso escalón (tomado de [63]).

La herramienta de identificación proporcionada por MATLAB® permite además identificar un modelo continuo como función de transferencia de bajo orden a partir de los datos de experimentación.

Los modelos de proceso de tiempo continuo son funciones de transferencia de bajo orden que describen la dinámica del sistema usando una ganancia estática, un retardo de tiempo antes de que la salida del sistema responda a la entrada y constantes de tiempo características asociadas con los polos y ceros. Los parámetros del modelo del proceso a identificar si tienen una significación física. En este caso se puede especificar diferentes estructuras de modelos de proceso variando el número de polos, añadiendo un integrador o incluyendo un retardo de tiempo o un cero.

El orden más alto del modelo de proceso que se puede especificar en esta caja de herramientas es tres, y los polos pueden ser reales o complejos.

Utilizando esta herramienta se obtiene un modelo matemático como función de transferencia de segundo orden de un intercambiador de calor de la industria farmacéutica "AICA" de la Ciudad de la Habana, donde se utilizan intercambiadores de calor de tubos y coraza, en el Área de Aguas Tecnológicas, los que se caracterizan por presentar grandes retardos de tiempo [65].

En la figura 3.6 se muestra el diagrama P&ID del área de tratamiento de agua para inyección (WFI) con los puntos de uso de agua y el símbolo del intercambiador de calor objeto de identificación.

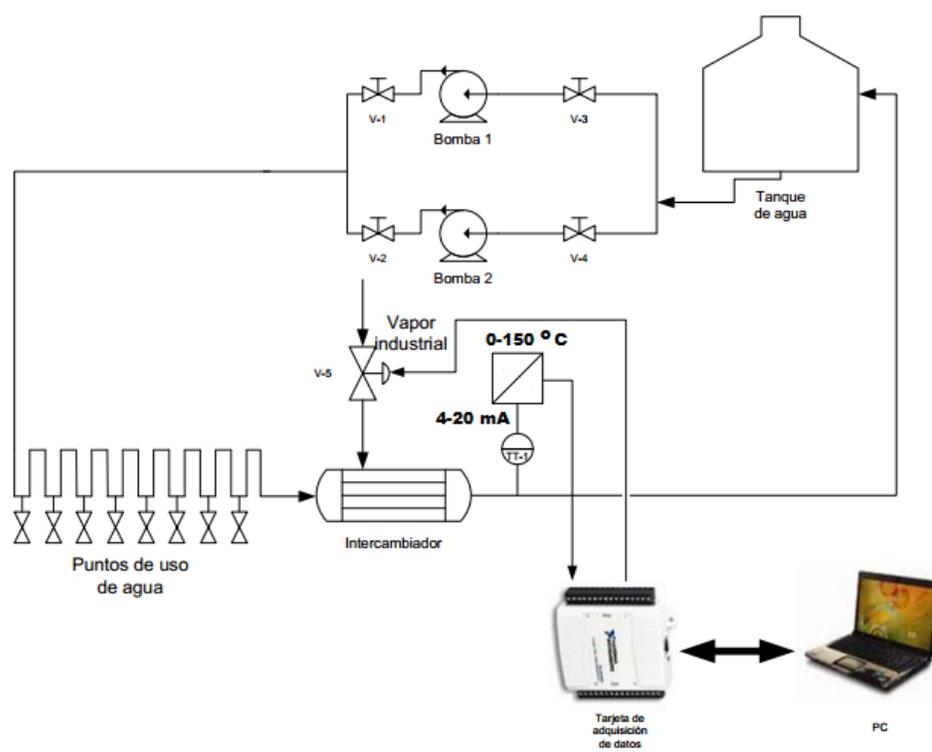


Figura 3.6 Diagrama P&ID del área de tratamiento de agua para inyección de AICA

El modelo matemático identificado que se empleará en este Trabajo de Titulación para un intercambiador de tubo y coraza con gran retardo de tiempo se proporciona en la expresión (3.7) y proviene de [65].

$$G_{IC}(s) = \frac{0.05541e^{-56s}}{s^2+0.547s+0.0373} \quad (3.7)$$

Todos los estudios sobre modelado matemático, simulación y de teoría de control están pensados para comprender la dinámica de los procesos y los sistemas de control para que se puedan desarrollar y diseñar bien, controlar de manera más fácil y operar las plantas de manera eficiente y con seguridad.

Se presenta una reducción del modelo aplicando la regla de la media para obtener el retardo efectivo. Para aplicar esta regla en el proceso dado por (3.7) descomponemos el denominador en los productos que se muestran a continuación [66]:

```
>> p=[1 0.547 0.0379];
```

```
>> roots(p)
```

```
ans =
```

```
-0.4656
```

```
-0.0814
```

Entonces la función de transferencia queda como sigue:

$$G_{IC}(s) = \frac{0.05541e^{-56s}}{(s+0.4656)(s+0.0814)} \quad (3.8)$$

Para reducir el orden de misma se procede como sigue:

La regla de “Skogestad” dice: la constante de tiempo más grande de las no tenidas en cuenta (del denominador) se distribuye uniformemente entre el retardo efectivo y la menor constante de tiempo retenida [66].

Como patrón a seguir, sea la función de transferencia original de la planta la siguiente [66]:

$$G_o(s) = \frac{\prod_j (-T_{j0}^{inv} + 1)}{\prod_i (\tau_{i0}s + 1)} e^{-\theta_0 s} \quad (3.9)$$

Donde los retardos están ordenados por su magnitud y  $T_{j0}^{inv} > 0$  denotan la constante de tiempo de respuesta inversa (si hay). Entonces, de acuerdo con la regla de la media, para obtener un modelo de primer orden  $G_o(s) = \frac{1}{\tau_1 s + 1} e^{-\theta s}$  se calculan los parámetros:

$$\tau_1 = \tau_{10} + \frac{\tau_{20}}{2} \quad (3.10)$$

$$\theta = \theta_0 + \frac{\tau_{20}}{2} + \sum_{i \geq 3} \tau_{i0} + \sum_j T_{j0}^{inv} + \frac{h}{2} \quad (3.11)$$

Siendo  $h$  el periodo de muestreo (para el caso con implementación digital). Para la función de transferencia (3.8) tendremos:

$$\tau_{10} = 12.285$$

$$\tau_{20} = 2.1478$$

$$\theta_0 = 56$$

$$\tau_{i0} = 0; i < 3$$

$$T_{j0}^{inv} = 0$$

$$h = 0$$

$$\theta = 56 + \frac{2.1478}{2} \approx 57$$

$$\tau_1 = 12.285 + \frac{2.1478}{2} \approx 13.36$$

El modelo de orden reducido obtenido para el intercambiador de calor es entonces:

$$\hat{G}_{IC}(s) = \frac{1.4876}{13.36s + 1} e^{-57s} \quad (3.12)$$

En la figura 3.7 se muestran las respuestas al paso escalón unitario de las funciones de transferencia del modelo original (azul) y del modelo con función de transferencia de orden reducido (verde).

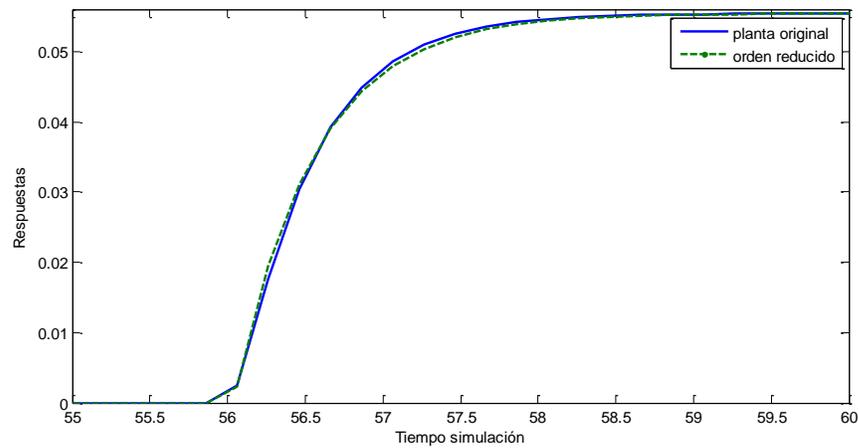


Figura 3.7 Respuestas en el dominio del tiempo para el modelo de planta original y para el modelo reducido de la planta original.

Como se puede observar, las respuestas en el dominio temporal son muy similares, lo cual indica que el modelo reducido puede ser empleado para sustituir la planta y diseñar controladores más simples, como se indica en [66].

## CAPÍTULO 4

### 4. DISEÑO DE LOS CONTROLADORES AVANZADOS FRENTE AL RETARDO DE TRANSPORTE

Se comienza el capítulo con el análisis de las propiedades del predictor de Smith empleado como controlador de procesos con retardos de tiempo. Se analiza el desempeño de tales procesos cuando sobre el sistema actúan perturbaciones externas no medibles y se diseña el predictor de Smith y el controlador por el modelo interno (CMI).

Entre los enfoques de control clásico de procesos con retardo de transporte se encuentran los controladores cuyos parámetros son calculados mediante las siguientes técnicas de diseño [67]:

1. PID;
2. Predictor de Smith clásico;
3. Predictor de Smith modificado;

Usando dispositivos neumáticos, hidráulicos, mecánicos, electrónicos y mediante software el regulador PID es simple y fácil de implementar. El mismo considera la información pasada (I), presente (P) y futura (D) del error del control, proporcionando un buen cumplimiento de las prestaciones exigidas al sistema en diversos casos.

Los controladores PID son muy robustos frente a incertidumbres en las plantas, por lo que más del 90 % de los procesos industriales son controlados mediante los reguladores PID. También son utilizados en el control de procesos con pequeños retardos de transporte PID ó PI. [67], [68].

Cuando el retardo de transporte es mayor que la mayor constante de tiempo del proceso los controladores PID no son efectivos y en este caso se requiere utilizar otras estructuras

de control, entre las que se encuentra el predictor de Smith, así como sus diferentes modificaciones.

#### 4.1. Propiedades del predictor de Smith

En lo que sigue del capítulo se analizan las propiedades del predictor de Smith para el rechazo a las perturbaciones y se formula la línea empleada para mejorar el rechazo a las perturbaciones, así como los pasos de diseño del predictor de Smith mejorado.

La expresión (1.27) permite analizar el comportamiento de la variable de salida del modelo para una perturbación de carga  $y_d(s)$ . Por comodidad se repite.

$$y_d(s) = G_p(s)e^{-sL} \left[ 1 - \frac{C(s)G_p(s)e^{-sL}}{1+C(s)G_p(s)} \right] d(s)$$

El predictor de Smith clásico se muestra en la Figura 4.1. La idea de trabajo de este controlador ya fue expuesta en capítulo anterior. El funcionamiento del predictor ante perturbaciones puede verse y analizarse empleando la expresión (1.27).

Dado que se conoce con exactitud el modelo matemático de la planta a controlar y considerando el retardo de transporte, la función de transferencia puede ser factorizada como:

$$P(s) = P_1(s)e^{-Ls} \quad (4.1)$$

Siendo  $P_1(s)$  la función de transferencia propia de la planta y L el retardo de tiempo.

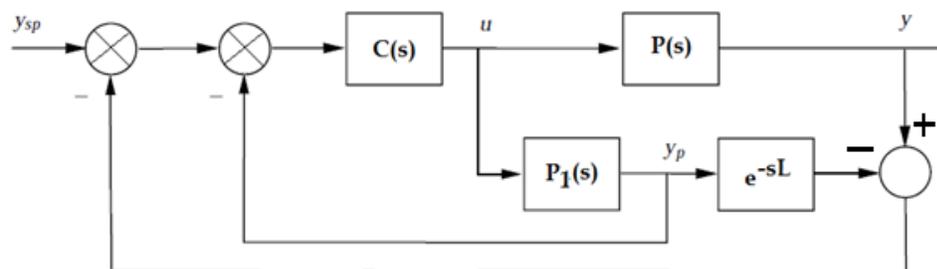


Figura 4.1. Predictor clásico de Smith

El predictor clásico de Smith considera que el controlador está compuesto por un regulador del tipo PID y el modelo sin retardo de la planta conectado en paralelo a la misma. Si el modelo es exacto, entonces la señal  $y_p$  es una predicción de lo que sería la salida sin el retardo. Esto significa que al emplear el modelo se está realizando una predicción de la salida.

La señal  $y_p$  se realimenta de forma directa a la entrada del controlador con signo cambiado. Por otro lado, la señal de salida de la planta se compara (se resta) con la señal de salida del elemento de retardo. Si no hay perturbaciones actuando sobre la planta o sobre la medición y el modelo de la planta es exacto, ambas señales son iguales, entonces por el lazo externo de realimentación se aplica la señal cero y este lazo no aporta ninguna contribución al control.

De lo contrario, la realimentación negativa externa proporciona cierto rechazo a las perturbaciones y disminuye la sensibilidad a los errores de modelado. Cuando el modelo de la planta es exacto, la relación entrada-salida del sistema con perturbaciones viene dada por la función de transferencia (1.27).

Como se observa de (1.27) el controlador puede diseñarse normalmente como si no existiera retardo alguno en la planta y la respuesta del sistema a lazo cerrado tendrá simplemente un retardo de tiempo adicional.

Se investiga a continuación el desempeño del sistema a lazo cerrado con un Predictor de Smith como controlador. Para la investigación se supone una función de transferencia similar a la dada por (1.27) y un controlador PI

$$G(s) = \frac{k}{1+sT_p} e^{-sL_n} \quad (4.2)$$

Sea el controlador PI el dado por la expresión:

$$C(s) = \frac{K_p(1+T_i s)}{T_i s} \quad (4.3)$$

Generalmente se busca un diseño que proporcione rapidez por lo que se emplea la cancelación de polos, o sea  $T_i = T_p$ , y se tendría la respuesta a lazo cerrado:

$$\mathbf{H}(s) = \frac{\mathbf{C}(s)\mathbf{G}_m(s)}{1+\mathbf{C}(s)\mathbf{G}_m(s)} e^{-sL} = \frac{\frac{K_p(1+T_i s)}{T_i s} \frac{k}{1+sT_p}}{1+\frac{K_p(1+T_i s)}{T_i s} \frac{k}{1+sT_p}} e^{-sL} = \frac{K_p k}{T_i s + K_c k} e^{-sL} = \frac{1}{T_r s + 1} e^{-sL} \quad (4.4)$$

Con  $T_r = \frac{T_p}{K_p k}$  – constante de tiempo del sistema a lazo cerrado. Se desea que

$$T_r < T_p$$

Valor inicial de la respuesta al paso escalón unitario:

$$\theta(0) = \lim_{s \rightarrow \infty} s \left[ \frac{1}{s} \mathbf{H}(s) \right] = \mathbf{0} \quad (4.5)$$

Valor final de la respuesta al paso escalón unitario:

$$\theta(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} s \left[ \frac{1}{s} \mathbf{H}(s) \right] = \lim_{s \rightarrow 0} \left( \frac{e^{-sL}}{T_r s + 1} \right) = \mathbf{1} \quad (4.6)$$

Por otro lado, bajo el supuesto de que actúa una perturbación de carga  $\mathbf{d}(s)$  sobre la planta, se tiene empleando la nomenclatura dada en [68], [69] y [70]:

$$\mathbf{H}_{yd}(s) = \mathbf{G}_m(s) \left[ \mathbf{1} - \frac{\mathbf{C}(s)\mathbf{G}_m(s)e^{-sL}}{1+\mathbf{C}(s)\mathbf{G}_m(s)} \right] e^{-sL} \quad (4.7)$$

Sustituyendo, tendremos:

$$\mathbf{H}_{yd}(s) = \frac{k}{1+sT_p} \left[ \mathbf{1} - \frac{e^{-sL}}{T_r s + 1} \right] e^{-sL} \quad (4.8)$$

$$\mathbf{H}_{yd}(s) = \frac{k(T_r s + 1 - e^{-sL})}{(T_p s + 1)(T_r s + 1)} e^{-sL} \quad (4.9)$$

Ya que  $T_r < T_p$  la dinámica de la planta (el polo de la planta) determinará la dinámica del rechazo a la perturbación. Si la planta es de dinámica lenta, el rechazo a la perturbación también será lento.

Como se observa si fijamos  $T_r$  para obtener una buena respuesta al cambio en el punto de operación no es posible obtener buenos resultados para ambas respuestas, al cambio en el punto de operación y rechazo a la perturbación, con el controlador indicado. No hay desacople entre las respuestas.

En la figura 4.2 se muestra el diagrama Simulink diseñado para simular el desempeño del Predictor de Smith con un controlador PI ajustado por prueba y error. Además, se muestra la perturbación de carga (a la entrada de la planta) actuando sobre el sistema a lazo cerrado. La referencia escogida se corresponde con el establecimiento del punto de operación a  $85^{\circ}$  C. El valor de  $k_i$  es de 0.12, valor obtenido para anular el error en estado estacionario.

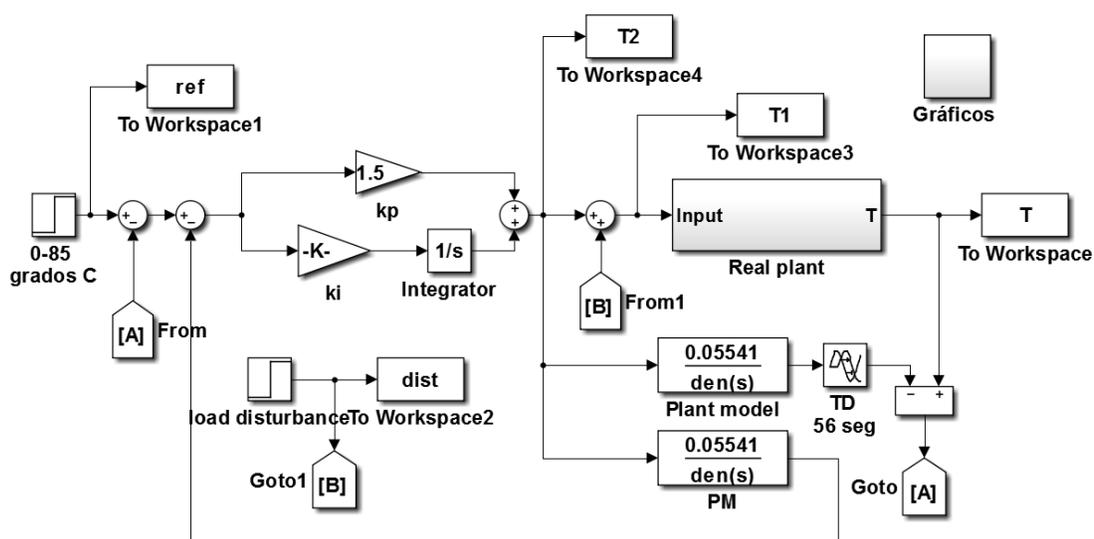


Figura 4.2 Diagrama Simulink del Predictor de Smith diseñado por el autor.

En la figura 4.3 se muestra el desempeño del Predictor de Smith diseñado mediante los gráficos correspondientes a la variación de la temperatura de salida, el esfuerzo en el control y el error en el sistema de control. Como se puede observar en la figura, el tiempo de subida de la variable de proceso (temperatura) es de aproximadamente 18 segundos.

Para verificar el desempeño del Predictor de Smith en presencia de perturbaciones se ha escogido una perturbación de carga de amplitud igual a 8.5, la misma que se aplica a los 150 segundos. Para simular la aplicación de esta se emplean los bloques step, Goto1 y From1, mostrados en el diagrama Simulink de la figura 4.2.

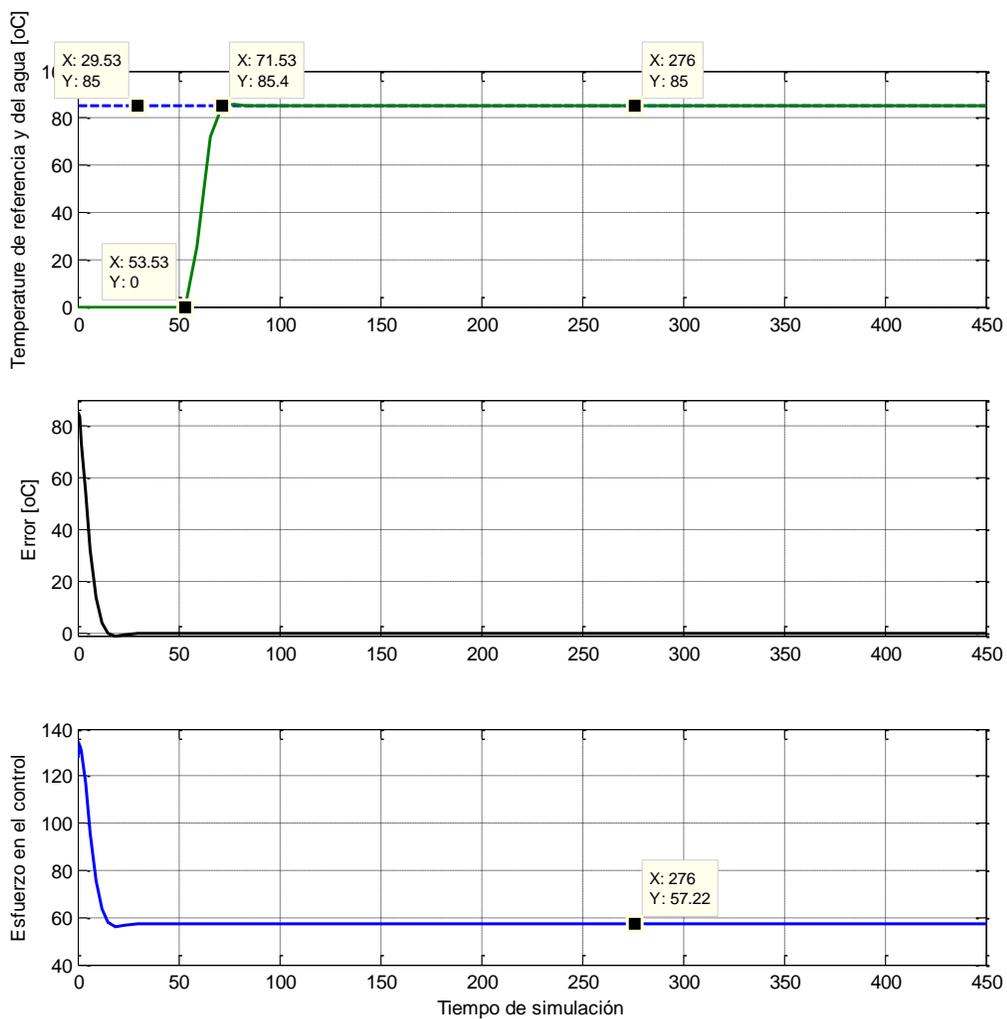


Figura 4.3 Desempeño del Predictor de Smith diseñado por el autor.

El desempeño del Predictor de Smith ante perturbaciones se muestra en la figura 4.4.

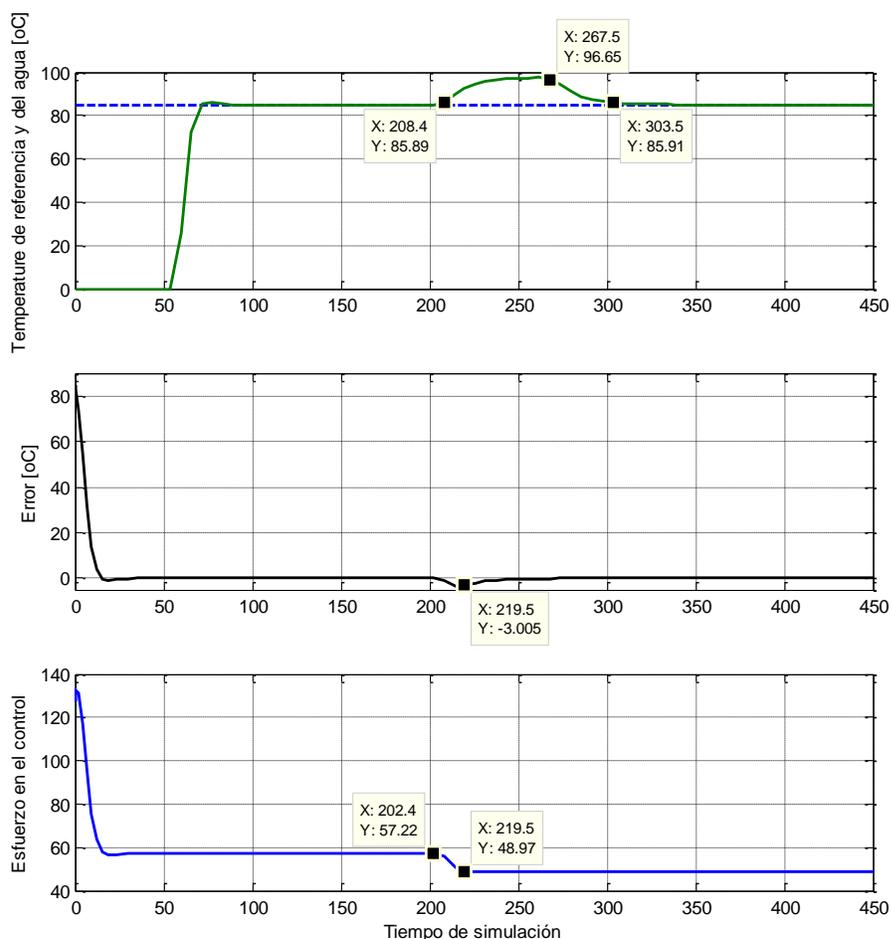


Figura 4.4 Desempeño del Predictor de Smith ante perturbaciones

Obsérvese que, aunque la perturbación se aplica al segundo 150, el predictor reacciona aproximadamente 56 segundos más tarde debido al retardo en el control.

Aproximadamente 15 segundos después el esfuerzo en el control es el requerido para rechazar la perturbación, sin embargo, la misma permanece perturbando hasta el segundo 267.5, esto se debe al retardo en el control.

En la figura 4.5 se muestran otras variables del proceso de control que explican el comportamiento del predictor por partes del esquema de control, como son la temperatura de salida del intercambiador, el control, la realimentación y la entrada a la planta.

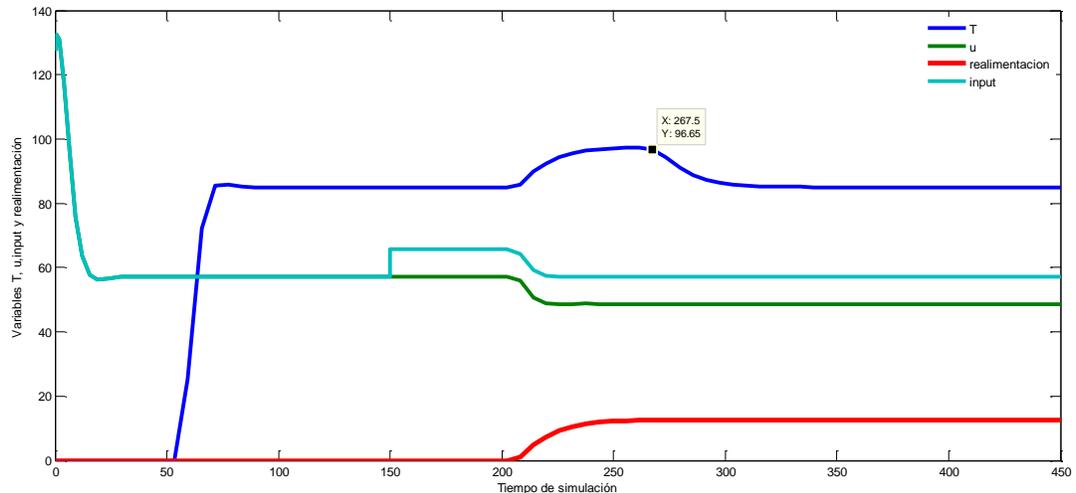


Figura 4.5: Variables del proceso de control, temperatura de salida del intercambiador, el control, la realimentación y la entrada a la planta.

#### 4.2. Control de procesos con retardos de transporte bajo el efecto de perturbaciones externas no medibles

En la estructura del predictor de Smith mostrada en la figura 1.4 es evidente que los efectos de la perturbación de carga  $d(s)$  aparecen reflejados en la señal de error  $e_1$  (variable realimentación en la figura 4.5) por lo que no se requiere su medición directa.

Como se detalla anteriormente, la dinámica del rechazo a la perturbación depende de los polos de la planta, por lo que desde mediados del siglo pasado la comunidad científica de control automático ha estado buscando soluciones para modificar el desempeño del predictor de Smith ante las perturbaciones.

Una de las propuestas es el empleo de un filtro pasa bajo, el cual permite mejorar la dinámica de rechazo a la perturbación y mejorar la robustez ante los errores de

los valores de los parámetros que caracterizan la planta (constantes y el retardo de tiempo).

El empleo del filtro paso bajo se muestra en la figura 4.6, donde el filtro se ha denotado por  $F_r(s)$  y la perturbación de carga por  $q(s)$ .

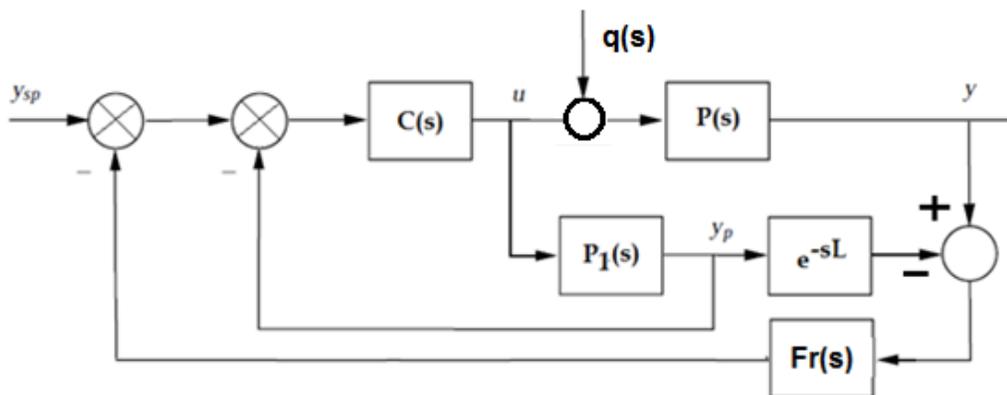


Figura 4.6: Predictor de Smith con filtro compensador para el rechazo a la perturbación de carga

Como se observa, el filtro mencionado no interfiere en la dinámica de la respuesta al cambio en el punto de operación. Efectivamente, cuando la dinámica del modelo coincide con la dinámica de la planta a través del filtro no hay transmisión de señal y es válida (4.4)

Para la perturbación de carga según [68], [69] y [70] la dinámica de rechazo a la perturbación se formula como sigue:

$$H_{yd}(s) = G_p(s) \left[ 1 - \frac{C(s)G_p(s)F_r(s)}{1+C(s)G_p(s)} e^{-sL} \right] e^{-sL} \quad (4.10)$$

Que se diferencia de (4.5) por la presencia de la función de transferencia del filtro  $F_r(s)$

En lo que sigue se exponen las ideas que serán empleadas para diseñar un Predictor de Smith modificado con el filtro paso bajo para mejorar el rechazo a la perturbación no medible. El diseño considera que el controlador PI ya está elegido de la manera que se expuso con anterioridad.

La estructura del filtro paso bajo es como se indica en (4.11)

$$F_r(s) = \frac{N_r(s)}{D_r(s)} \quad (4.11)$$

Considerando (4.2), (4.3), (4.4) y sustituyendo (4.11) en (4.10), tendremos:

$$H_{yd}(s) = \frac{k}{1+sT_p} \left[ 1 - \frac{1}{T_r s + 1} \frac{N_r(s)}{D_r(s)} e^{-sL} \right] e^{-sL} \quad (4.12)$$

Luego de algunas transformaciones algebraicas, se tiene:

$$H_{yd}(s) = \frac{k}{1+sT_p} \left[ \frac{(T_r s + 1)D_r(s) - N_r(s)e^{-sL}}{(T_r s + 1)D_r(s)} \right] e^{-sL} \quad (4.13)$$

Para el diseño se requiere que el polinomio del numerador entre corchetes de (4.13) cancele el polo de la planta. Esto se logra si el polo anula el polinomio del numerador mencionado (es raíz del polinomio). Entonces:

$$\left[ T_r \left( -\frac{1}{T_p} \right) + 1 \right] D_r \left( -\frac{1}{T_p} \right) - N_r \left( -\frac{1}{T_p} \right) e^{\frac{1}{T_p} L} = 0 \quad (4.14)$$

Además, el filtro debe cumplir la condición

$$F_r(0) = \frac{N_r(0)}{D_r(0)} = 1 \quad (4.15)$$

Escogiendo un filtro bipropio de primer orden:

$$F_r(s) = \frac{N_r(s)}{D_r(s)} = \frac{\beta s + 1}{T_f s + 1} \quad (4.16)$$

Y sustituyendo en (4.14), tendremos:

$$\left( 1 - \frac{T_r}{T_p} \right) \left( 1 - \frac{T_f}{T_p} \right) - \left( 1 - \beta \frac{1}{T_p} \right) e^{\frac{1}{T_p} L} = 0 \quad (4.17)$$

Arreglando para despejar el valor de  $\beta$  y encontrar una fórmula para su cálculo:

$$\beta = \left[ 1 - \left( 1 - \frac{T_f}{T_p} \right) \left( 1 - \frac{T_r}{T_p} \right) e^{-\frac{1}{T_p}L} \right] T_p \quad (4.18)$$

La constante de tiempo del filtro debe ser elegida considerando la rapidez con que el compensador del retardo elimina la perturbación en la salida de la planta, o sea, es un parámetro definido con antelación.

Dado esto, se redefine el polinomio siguiente como el producto de un polinomio de segundo grado  $X'(s)$ , por la dinámica de la planta, o sea:

$$X(s) = (T_r s + 1)D_r(s) - N_r(s)e^{-sL} = X'(s)(1 + sT_p) \quad (4.19)$$

Sustituyendo (4.16) en (4.13) y con la dinámica del filtro definida se puede replantear el rechazo a la perturbación del predictor modificado.

$$H_{yd}(s) = \frac{X'(s)k_n}{(T_r s + 1)(T_f s + 1)} e^{-sL} \quad (4.20)$$

Esto indica que la dinámica de (4.20) está dada por el denominador del filtro y por el polo a lazo cerrado, el cual ya estaba ajustado al diseñar el controlador PI.

Las expresiones de diseño para el predictor de Smith modificado con un controlador PI serán:

1. Ajustar  $K_c$ , de manera que  $T_r = \frac{T_p}{K_p k} < T_p$
2. Asignar el valor  $T_i = T_p$
3. Determinar el valor adecuado de  $T_f$
4. Calcular  $\beta = \left[ 1 - \left( 1 - \frac{T_f}{T_p} \right) \left( 1 - \frac{T_r}{T_p} \right) e^{-\frac{1}{T_p}L} \right] T_p$

Partiendo de la experiencia de autores para comenzar su ajuste, el valor de la constante de tiempo del filtro puede ser elegido 14 veces menor que la constante de tiempo de la planta [71],

$$T_f = \frac{T_p}{14} \quad (4.21)$$

En la figura 4.7 se muestra el diagrama Simulink que se emplea para la simulación del Predictor de Smith modificado con un filtro, el mismo que actúa sobre la perturbación. Se prueban dos valores de constante de tiempo del filtro con el conmutador Manual Switch.

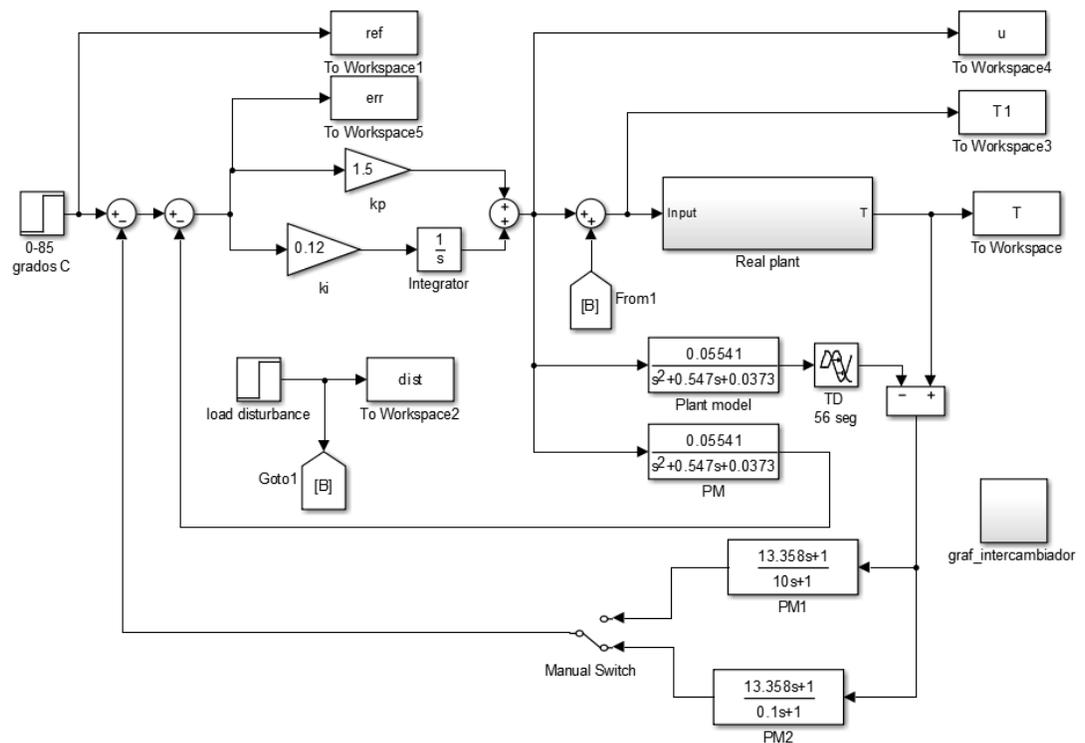


Figura 4.7 Diagrama Simulink del Predictor de Smith modificado con filtro.

La figura 4.8 muestra el comportamiento del Predictor de Smith modificado con filtro para diferentes valores de la constante de tiempo del filtro.

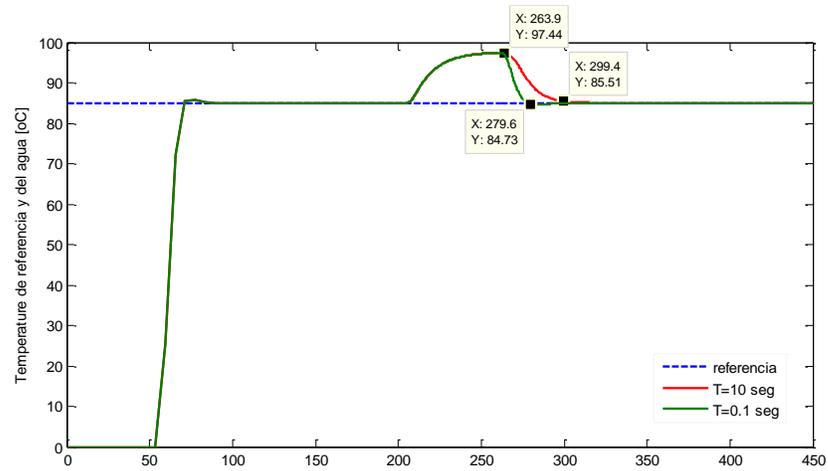


Figura 4.8 Desempeño del Predictor de Smith modificado con filtro para diferentes valores de la constante de tiempo del filtro.

### 4.3 Diseño del Control por el Modelo Interno

Hay varios enfoques para el ajuste del controlador en el control por el modelo interno (IMC por sus siglas en inglés), el más popular se basa en un modelo de lazo abierto. Este modelo se expresa típicamente en términos de la ganancia de la planta ( $K$ ), la constante de tiempo ( $T$ ) y el retardo de tiempo ( $\theta$ ). Para un modelo de planta dado, los ajustes del controlador se obtienen a menudo por síntesis directa [72].

Los enfoques originales de síntesis directa dan un desempeño muy bueno para los cambios en el punto de operación, pero muestran respuestas lentas a las perturbaciones de entrada (carga) para los procesos con constantes de tiempo dominantes (incluyendo la integración) con  $L/T < 0.1$ ; [73].

Para mejorar el rechazo de la perturbación de la carga, propusieron métodos modificados de ajuste IMC-PID para diferentes tipos de procesos [74].

El ajuste PI/PID basado en el IMC y los enfoques de síntesis directa tienen sólo un parámetro de sintonización: la constante de tiempo del lazo cerrado,  $T_r$ .

El enfoque IMC-PI determina el desempeño del controlador PI principalmente a través de la estructura del filtro IMC. La mayoría de los reportes encontrados en los artículos sobre el diseño del IMC-PI tienen la estructura del filtro IMC diseñada tan simple como sea posible, satisfaciendo los requisitos de desempeño necesarios del controlador IMC.

Por ejemplo, el orden del término principal en el filtro IMC está diseñado lo suficientemente pequeño como para anular los polos dominantes del proceso y el término de retraso se establece simplemente para hacer que el controlador IMC se pueda realizar. Por lo tanto, en el diseño IMC-PID, la estructura óptima del filtro IMC debe seleccionarse teniendo en cuenta el desempeño del controlador PID resultante en lugar del controlador IMC.

#### **4.3.1 Configuración del controlador.**

El control basado en un modelo interno de las perturbaciones es la extensión directa de la idea de agregar la acción integral a la compensación de las perturbaciones que pueden modelarse mediante funciones de transferencia.

El control por el modelo interno se basa en el Principio del Modelo Interno, (PMI), el cual establece que, para rechazar asintóticamente una perturbación en forma exacta, el controlador debe incluir un modelo de la perturbación.

Una condición suficiente para la compensación asintótica de perturbaciones es que su polinomio generador se incluya como parte del denominador de la función de transferencia del controlador. La compensación obtenida es robusta, ya que se conserva aún frente a errores moderados de modelado.

El Control por el Modelo Interno es el esquema de control que incorpora el modelo de la planta al controlador [16] como se muestra en la Figura 4.9.

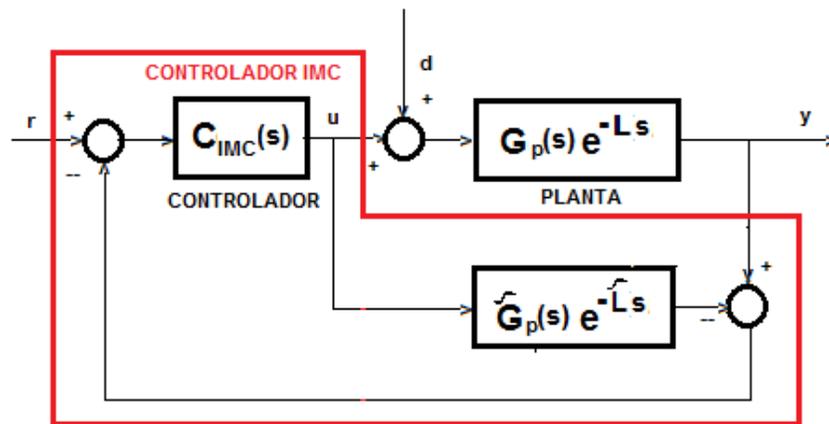


Figura 4.9 Esquema de Control por el Modelo Interno.

$\hat{G}$  y  $\hat{L}$ , como antes, son las versiones nominales de  $G$  y  $L$ , respectivamente, la función de transferencia es la función de transferencia del controlador por el modelo interno, la cual debe ser elegida de manera adecuada entre las funciones estables y racionales con parámetros de diseño.

Supóngase que el modelo de la planta se comporta perfectamente bien o sea tiene el mismo desempeño que la planta real, esto es:

$$\hat{G}(s)e^{-\hat{L}s} = G(s)e^{-Ls} \quad (4.22)$$

Entonces la salida  $y$  se relaciona con las entradas  $r$ ,  $d$  como sigue:

$$y(s) = GC_{IMC}e^{-Ls}r + (1 - GC_{IMC})Ge^{-Ls}d \quad (4.23)$$

Donde se ha omitido la dependencia de las funciones de transferencia de la variable compleja  $s$  por brevedad de la escritura.

#### 4.3.2 Procedimiento de diseño del control por el modelo interno [16]

1) dividir el modelo del proceso en una parte invertible («parte buena») y una parte no invertible («parte mala») o sea la que contiene el retardo de transporte y los ceros en el semiplano derecho):

$$G(s)e^{-Ls} = G_B(s)G_M(s) \quad (4.24)$$

$$G_B(s) = \frac{1.485}{26.38s^2 + 14.4s + 1} - \text{parte Buena del proceso} \quad (4.25)$$

$$G_M(s) = \exp(-57 * s) - \text{parte Mala del proceso} \quad (4.26)$$

2) Formar la función de transferencia del compensador por el Modelo Interno mediante la inversión de sólo la parte invertible del modelo de proceso multiplicada por la función de transferencia de un filtro:

$$C_{IMC}(s) = G_B^{-1}(s)F(s) \quad (4.27)$$

$$G_B^{-1}(s) = \frac{26.8s^2 + 15.4s + 1}{1.485} \quad (4.28)$$

El filtro básico  $F(s)$  se escoge considerando que la función de transferencia del compensador tiene que ser racional y estrictamente propia<sup>1</sup>, con expresión genérica:

$$F(s) = \frac{1}{(\lambda s + 1)^n} \quad (4.29)$$

$$n \geq 2$$

El parámetro  $\lambda$  es un número real positivo que caracteriza la velocidad a lazo cerrado y debe ser convenientemente escogido.

La figura 4.10 muestra el compensador por el Modelo Interno mediante la inversión de la parte invertible del modelo de proceso.

---

<sup>1</sup> Función racional estrictamente propia: el grado del denominador es mayor que el grado del numerador, mientras que si los grados son iguales la función es racional semi-propia [16]

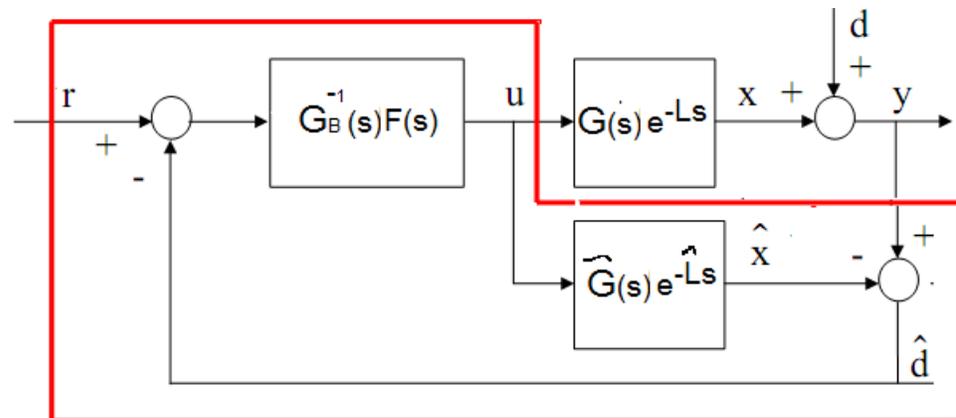


Figura 4.10. Compensador por el Modelo Interno mediante la inversión de la parte invertible del modelo de proceso.

Regla general (válido para cualquier tipo de controlador de retroalimentación) [16]:

si un proceso tiene un tiempo muerto, el lazo cerrado también tendrá un tiempo muerto,

si es un proceso de fase no mínima, el lazo cerrado también será de fase no mínima.

Resolviendo la función de transferencia a lazo cerrado del sistema mostrado en la Figura 4.10 mediante el álgebra de bloques, se tiene la Figura 4.11.

A lazo cerrado la respuesta en el esquema resultante de la Figura 4.11 puede desarrollarse como sigue:

$$y(s) = \frac{C_{IMC}(s)G(s)e^{-Ls}}{1+C_{IMC}(s)G(s)e^{-Ls}} r(s) + \frac{1}{1+C_{IMC}(s)G(s)e^{-Ls}} d(s) \quad (4.30)$$

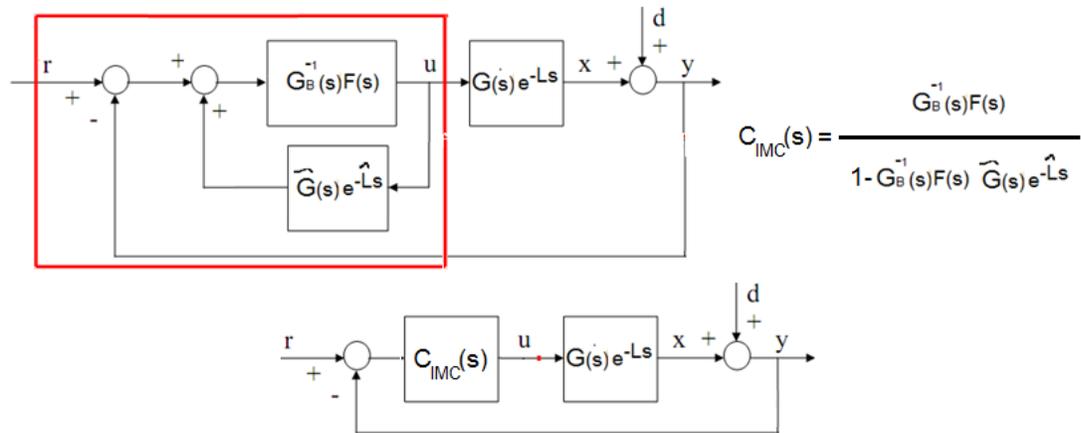


Figura 4.11 Transformaciones de sistema de Control Modelo Interno a lazo cerrado

Desarrollando la función de transferencia que afecta a la perturbación, tendremos:

$$\frac{1}{1 + C_{IMC}(s)G(s)e^{-Ls}} = \frac{1}{1 + \frac{G_B^{-1}(s)F(s)}{1 - G_B^{-1}(s)F(s)\hat{G}(s)e^{-\hat{L}s}}G(s)e^{-Ls}} \quad (4.32)$$

Sigue entonces:

$$= \frac{1 - G_B^{-1}(s)F(s)\hat{G}(s)e^{-\hat{L}s}}{1 - G_B^{-1}(s)F(s)\hat{G}(s)e^{-\hat{L}s} + G_B^{-1}(s)F(s)G(s)e^{-Ls}} \quad (4.33)$$

Suponiendo que:

$$\hat{G}(s) = G(s) \text{ y } \hat{L} = L \quad (4.34)$$

$$\frac{1 - G_M(s)F(s)}{1 - G_M(s)F(s) + G_M(s)F(s)} = 1 - G_M(s)F(s) \quad (4.35)$$

Finalmente, la perturbación entra en la expresión (4.35) como sigue:

$$y_d = [1 - G_M(s)F(s)]d(s) = [1 - G_M(s)F(s)]\frac{N(s)}{D(s)}\Delta(s) \quad (4.36)$$

$$\text{Con:} \quad d(s) = \frac{N(s)}{D(s)}\Delta(s) \quad (4.37)$$

El Principio del Modelo Interno puede ser matemáticamente descrito como sigue:

$$1 - G_M(s)F(s) = D(s)Q'(s) \quad (4.38)$$

Siguiendo la nomenclatura de [16]:

$$F(s) = \frac{F_N(s)}{F_D(s)} \quad (4.39)$$

$$1 - G_M(s) \frac{F_N(s)}{F_D(s)} = D(s)Q'(s)$$

$$F_D(s) - G_M(s)F_N(s) = D(s)Q(s) \quad (4.40)$$

Entonces, dadas las funciones de transferencia  $F_D(s)$ ,  $G_M(s)$  y  $D(s)$  encontrar  $F_N(s)$  y  $Q(s)$  a partir de la ecuación de Diofanto (4.32):

$$G_M(s)F_N(s) + D(s)Q(s) = F_D(s) \quad (4.41)$$

Para la perturbación de carga tipo escalón en tiempo continuo y el filtro básico con  $n=3$ :

$$(1 + \lambda s)^3 = (\lambda s)^3 + 3(\lambda s)^2 + 3\lambda s + 1 \quad (4.42)$$

$$D(s) = s \quad (4.43)$$

$$F_D(s) = f_0^D + f_1^D s + f_2^D s^2 \quad (4.44)$$

$$f_0^D + f_1^D s + f_2^D s^2 + f_3^D s^3 = (\lambda s)^3 + 3(\lambda s)^2 + 3\lambda s + 1 \quad (4.45)$$

$$f_0^D = 1 ; f_1^D = 3\lambda ; f_2^D = 3\lambda^2 ; f_3^D = \lambda^3 \quad (4.46)$$

$$F_N(s) = f_0^N \quad (4.47)$$

$$p_0(f_0^N) + s(q_0 + q_1 s + \dots) = f_0^D + f_1^D s + f_2^D s^2 + \dots \quad (4.48)$$

$$p_0 f_0^N = f_0^D ; f_0^N = \frac{f_0^D}{p_0} ; f_0^N = \frac{1}{p_0} ; \quad (4.49)$$

$$q_0 = f_1^D = 3\lambda \quad (4.50)$$

$$\text{Con } p_0 = 1; \quad (4.51)$$

## CAPÍTULO 5

### 5. CONTROL DE INTERCAMBIADORES DE CALOR CON GRANDES RETARDOS DE TRANSPORTE

Se diseñan las señales de prueba para la identificación del proceso de variación de la temperatura en un intercambiador de calor. Los resultados obtenidos en el capítulo anterior, Predictor de Smith y el CMI se prueban en el control de un intercambiador de calor con gran valor del retardo de tiempo.

#### 5.1 Introducción

En este capítulo se ofrece una modificación al predictor de Smith que permite aumentar su rapidez y robustez en el rechazo a perturbaciones externas no medibles.

El proceso que se analiza se corresponde con el intercambiador de calor explicado en el capítulo 3, acápite 3.3. la función de transferencia es la dada por la expresión (3.7). Una modificación del predictor de Smith que permite luchar contra los efectos de las perturbaciones en la variable de proceso se proporciona en [70].

#### 5.2 Control de procesos con retardo de transporte bajo el efecto de perturbaciones externas no medibles.

El controlador propuesto se muestra en la figura 5.1. Como se puede ver, la estructura es la misma que en el predictor de Smith, con dos filtros adicionales.  $F(s)$  es un filtro para la referencia que mejora la respuesta a las variaciones en el set-point y  $Fr(s)$  es un filtro predictor usado para mejorar las propiedades del predictor. Esta estructura se ha propuesto en [2] para los procesos estables de primer orden con retardo de tiempo (FOPDT) para mejorar la robustez del predictor de Smith tradicional.

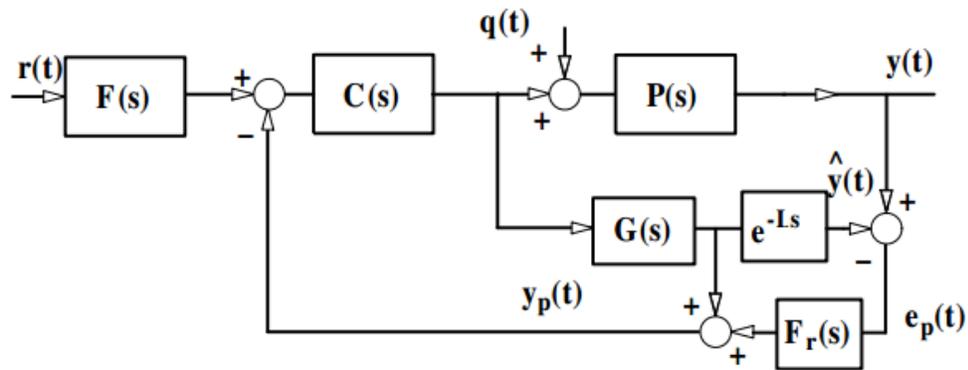


Figura 5.1 Predictor de Smith modificado para mejorar el rechazo a la perturbación y la robustez (tomado de [70]).

En la estructura  $G(s)$  es el modelo del proceso sin considerar el retardo de tiempo,  $L$  es el retardo de tiempo y  $C(s)$  es el controlador primario. En esta estructura, utilizada para el análisis de las funciones de transferencia nominales a lazo cerrado, cuando el modelo de la planta es perfecto, o sea cuando  $G(s) = \tilde{P}(s)$ , siendo  $\tilde{P}(s)$  la parte sin retardo de la dinámica de la planta se tiene:

$$P(s) = \tilde{P}(s)e^{-Ls} \quad (5.1)$$

$$H_r(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{F(s)C(s)P(s)}{1+C(s)\tilde{P}(s)} \quad (5.2)$$

$$H_q(s) = \frac{Y(s)}{Q(s)} = P(s) \left[ 1 - \frac{F_r(s)C(s)P(s)}{1+C(s)\tilde{P}(s)} \right] \quad (5.3)$$

Como se observa, la dinámica del sistema a lazo cerrado que responde a la referencia (5.2) aparece desacoplada de la dinámica que responde a la perturbación (5.3) y el ajuste de cada respuesta puede llevarse a cabo con las dinámicas de los filtros  $F(s)$  y  $F_r(s)$ .

En lo que sigue de [70] se toman sus resultados para exponer el diseño del compensador empleado en el predictor de Smith para el rechazo a la perturbación. Se denotará como  $N(s)$  los polinomios de los numeradores y como  $D(s)$  a los polinomios de los denominadores de las funciones de transferencias y se empleará

el subíndice c para el controlador, p para la planta, m para el modelo de la planta sin retardo, cl si es a lazo cerrado y r si los polinomios pertenecen al filtro  $F_r(s)$ .

La función de transferencia del controlador del predictor de Smith es:

$$C(s) = \frac{N_c(s)}{D_c(s)} \quad (5.4)$$

La dinámica de la planta real es:

$$P(s) = G(s)e^{-Ls} \quad (5.5)$$

La función de transferencia del modelo de la planta sin retardo es:

$$G(s) = \tilde{P}(s) = \frac{N_m(s)}{D_m(s)} \quad (5.6)$$

La función de transferencia del filtro en la referencia es:

$$F(s) = \frac{N_f(s)}{D_f(s)} \quad (5.7)$$

Sustituyendo (5.4), (5.5), (5.6) y (5.7) en (5.2):

$$H_r(s) = \frac{N_f(s) \frac{N_c(s)N_m^+(s)N_m^-(s)}{D_c(s)D_m(s)} e^{-Ls}}{D_f(s) \left[ 1 + \frac{N_c(s)N_m^+(s)N_m^-(s)}{D_c(s)D_m(s)} \right]} = \frac{N_m^+(s)N_m^-(s)N_c(s)N_f(s)e^{-Ls}}{[D_c(s)D_m(s) + N_c(s)N_m^+(s)N_m^-(s)]D_f(s)} \quad (5.8)$$

$$D_{cl}(s) = D_c(s)D_m(s) + N_c(s)N_m^+(s)N_m^-(s) \quad (5.9)$$

Los polos a lazo cerrado se ubican en la posición deseada con  $N_c(s)$  pero los ceros de la función de transferencia (5.8) no pueden ser ubicados solo con el diseño del controlador, es por esto que se emplea el filtro  $F(s)$ , que tiene ganancia estática unitaria, para ubicar el nuevo conjunto de ceros de dicha función de transferencia

Sustituyendo ahora (5.4), (5.5), (5.6) y (5.7) en tendremos (5.3):

$$H_q(s) = P(s) \left[ 1 - \frac{N_r(s)}{D_r(s)} \frac{N_c(s)N_m^+(s)N_m^-(s)}{D_c(s)D_m(s)} e^{-Ls} \right] = P(s) \left[ 1 - \frac{N_m^+(s)N_o(s)}{D_o(s)} e^{-Ls} \right]$$

$$H_q(s) = P(s) \left[ 1 - \frac{N_m^+(s)N_o(s)}{D_o(s)} e^{-Ls} \right] \quad (5.10)$$

Donde:

$$\frac{N_m^+(s)N_o(s)}{D_o(s)} = \frac{N_r(s)}{D_r(s)} \frac{N_m^+(s)N_m^-(s)N_c(s)}{D_{cl}(s)} \quad (5.11)$$

Así,  $D_o(s)$  tiene los polos deseados para el rechazo a la perturbación y además una ganancia estática igual a la unidad:

$$\frac{N_m^+(0)N_o(0)}{D_o(0)} = 1 \quad (5.12)$$

Desde los puntos de vista prácticos la metodología de diseño del controlador por modelo interno expuesta en [75] es más simple y proporciona el diseño directo del controlador PI si se conoce el controlador IMC o se obtiene de manera directa el controlador IMC si se conoce el controlador PI. En lo que sigue se desarrolla la modificación del predictor partiendo del controlador PI para aplicar el controlador IMC.

### 5.3 Predictor de Smith modificado mediante un modelo interno, robusto a perturbaciones externas no medibles.

La función de transferencia del predictor de Smith a lazo cerrado, para la referencia sin perturbación, puede reescribirse como sigue:

$$T_{PS}(s) = \frac{G_c(s)}{1+G_c(s)G_m(s)} G_m(s) e^{-Ls} \quad (5.13)$$

La función de transferencia del control por modelo interno a lazo cerrado para la referencia sin perturbación es:

$$T_{IMC}(s) = G_{IMC}(s)G_m(s)e^{-Ls} \quad (5.14)$$

Siendo  $G_m(s)$  la parte libre del retardo del modelo de la planta.

Para tener la misma salida es claro que se deben igualar las funciones de transferencias (5.13) y (5.14), o sea:

$$G_{IMC}(s)G_m(s)e^{-Ls} = \frac{G_c(s)}{1+G_c(s)G_m(s)} G_m(s)e^{-Ls} \quad (5.15)$$

Resolviendo para  $G_{IMC}(s)$

$$G_{IMC}(s) = \frac{G_c(s)}{1+G_c(s)G_m(s)} \quad (5.16)$$

Resolviendo para  $G_c(s)$

$$G_c(s) = \frac{G_{IMC}(s)}{1-G_{IMC}(s)G_m(s)} \quad (5.17)$$

Bajo el supuesto que queremos un controlador simple es conveniente emplear el modelo reducido obtenido en el capítulo 3, o sea:

$$G_m(s) = \frac{K_m}{T_m s + 1} \quad (5.18)$$

Sea el controlador con modelo interno de orden  $n=1$  el siguiente:

$$G_{IMC}(s) = \frac{T_m s + 1}{K_m} \frac{1}{(\lambda s + 1)} \quad (5.19)$$

Sustituyendo (5.18) y (5.19) en (5.17), tendremos:

$$G_c(s) = \frac{\frac{T_m s + 1}{K_m} \frac{1}{(\lambda s + 1)}}{1 - \frac{T_m s + 1}{K_m} \frac{1}{(\lambda s + 1)} \frac{K_m}{T_m s + 1}} \quad (5.20)$$

$$G_c(s) = \frac{T_m s + 1}{K_m (\lambda s + 1)} \quad (5.21)$$

Que puede ser reescrito como un controlador del tipo PI:

$$G_c(s) = \frac{T_m}{K_m \lambda} + \frac{1}{K_m \lambda s} = \frac{T_m}{K_m \lambda} \left(1 + \frac{1}{T_m s}\right) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s}\right) \quad (5.22)$$

$$K_p = \frac{T_m}{K_m \lambda} \quad (5.23)$$

$$T_i = T_m \quad (5.24)$$

De (5.23) se puede obtener el valor requerido de  $\lambda$  para el controlador por el modelo interno.

$$\lambda = \frac{T_m}{K_m K_p} \quad (5.25)$$

Considerando los valores encontrados para el modelo de orden reducido en (3.9), y el valor de la ganancia proporcional encontrado por prueba y error en el capítulo 4 tendremos:

$$\lambda = \frac{13.36}{1.4876 \cdot 1.5} = 5.987 \quad (5.26)$$

Con estos valores se ha diseñado un controlador por modelo interno, cuyo diagrama Simulink se muestra en la figura 5.2 y en la figura 5.3 la respuesta del sistema de control del intercambiador de calor sin perturbaciones.

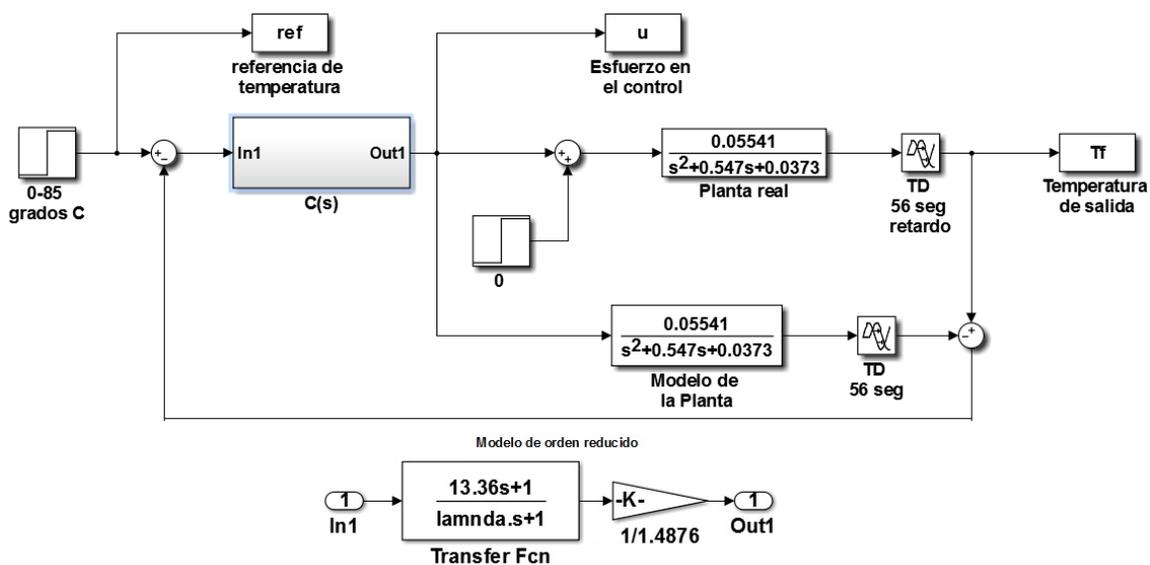


Figura 5.2. Controlador por modelo interno diseñado.

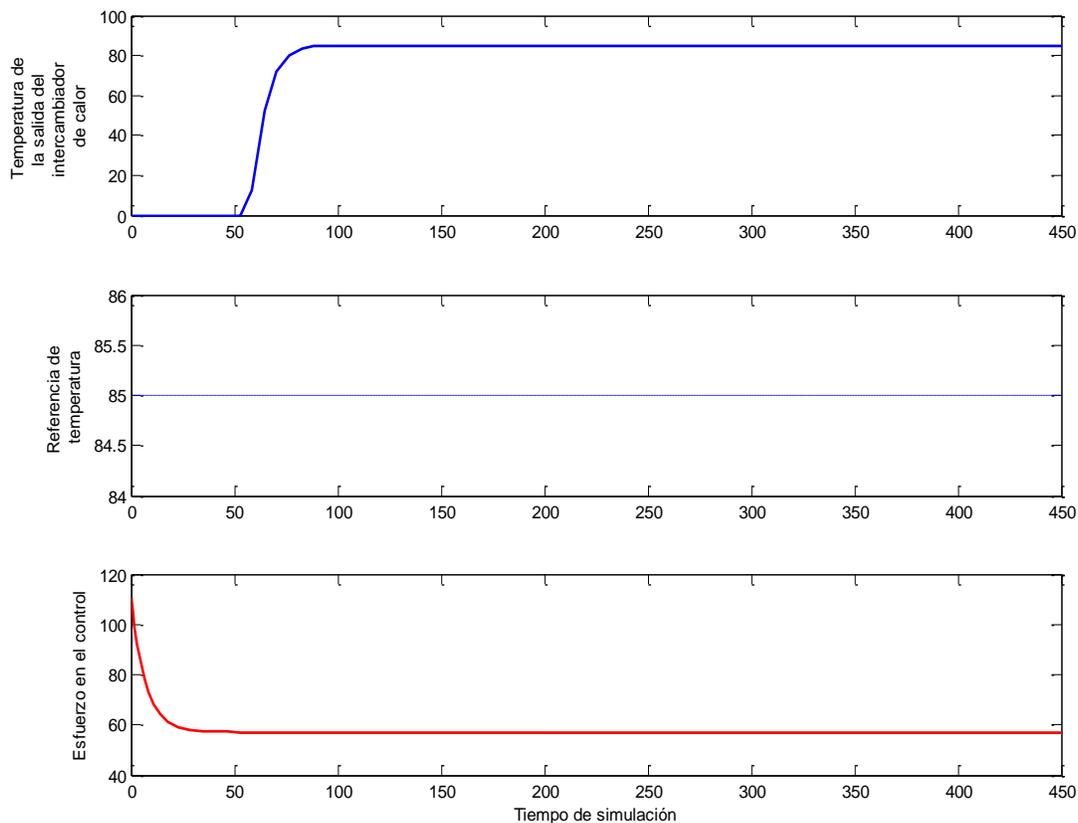


Figura 5.3. Respuesta del sistema controlador con un controlador por modelo interno diseñado por un controlador PI para el predictor de Smith.

La modificación del predictor de Smith con un filtro para el rechazo a la perturbación de carga se simula empleando el diagrama Simulink mostrado en la figura 5.4. el filtro empleado se diseña por las indicaciones de [75].

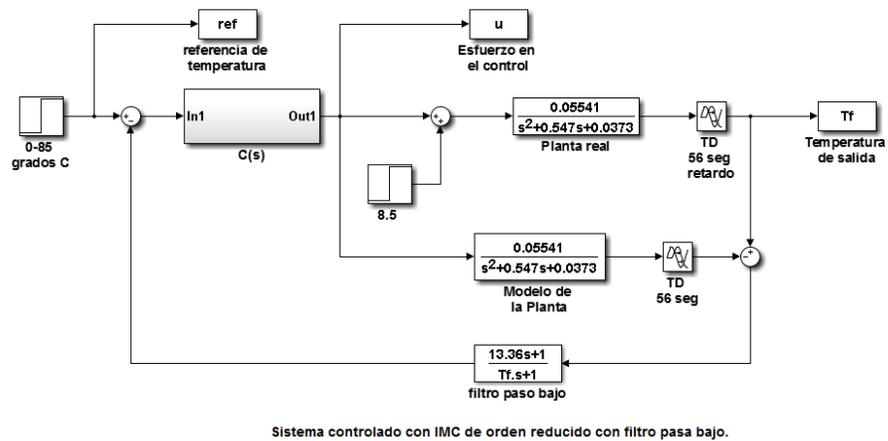


Figura 5.4. Modificación del controlador por modelo interno con un filtro pasa bajo para el rechazo a la perturbación de carga.

Las diferentes respuestas del diagrama se muestran en la figura 5.5. Obsérvese que la atenuación se logra a los 38 segundos de aparecer la perturbación en la salida de la planta.

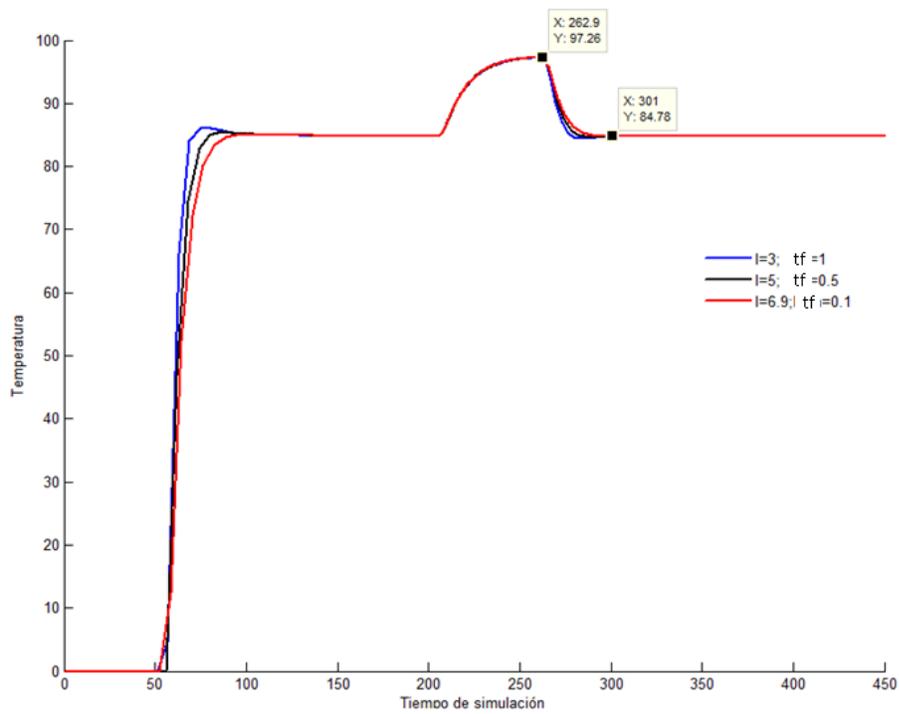


Figura 5.5 Diferentes respuestas con el control IMC filtrado

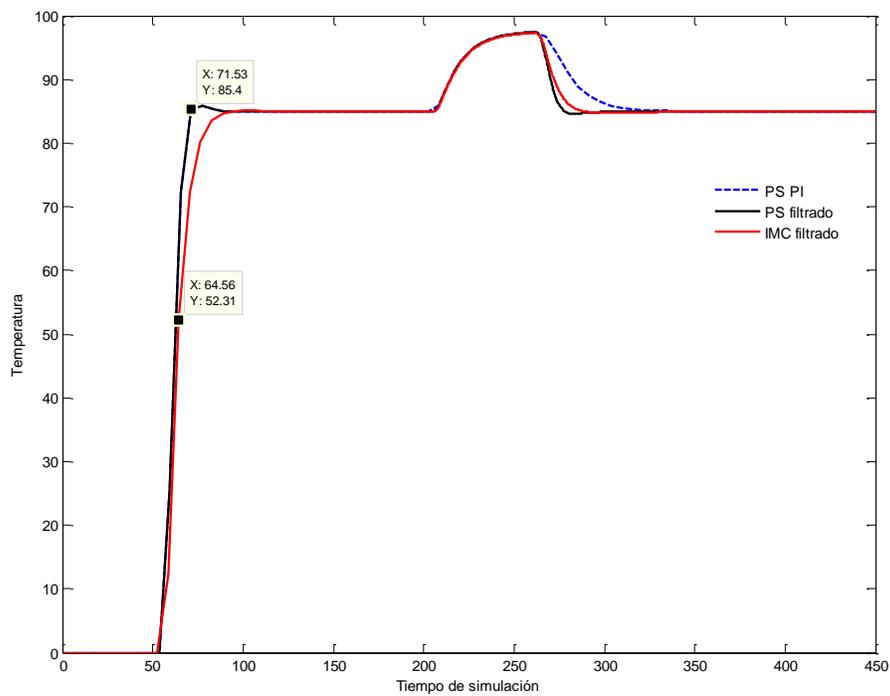


Figura 5.6 Respuestas de los sistemas controlados PS PI, PS\_f e IMC\_f

Donde PS PI, se refiere al predictor de Smith con controlador del tipo PI, PS\_f al predictor de Smith con un filtro para el rechazo a la perturbación e IMC\_f se refiere al controlador por el modelo interno con un filtro para el rechazo a la perturbación.

## CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Se obtuvo por prueba y error el controlador PI para el Predictor de Smith (PS), el mismo que proporciona una respuesta que cumplen con los requisitos de diseño para el control de los intercambiadores de calor con grandes retardos de tiempo.

Se diseñó el PS mejorado, para lo cual se calcula el filtro paso bajo para el rechazo a la perturbación de carga (a la entrada de la planta) por una metodología más simple y por tanto más práctica [75].

Se determinó un modelo de orden reducido aplicando la propuesta de Skogestad [Skogestad, 2003] sobre la equivalencia entre los modelos de orden superior e inferior que simplifican el diseño de controladores. Se comprobó que las respuestas de tales modelos presentan muy poca diferencia en lo que respecta a las dinámicas transitorias, sobrepaso y estados estacionarios.

Bajo las ideas del Principio del Modelo Interno se diseñó un controlador por modelo interno que proporcionó similar prestación en su desempeño ante un gran retardo de transporte y actuación de perturbaciones de carga no medibles. El parámetro de ajuste ( $\lambda$ ) del controlador se calcula partiendo del controlador PI [75].

Se comparan, finalmente, las respuestas de los controladores diseñados dando como resultado lo siguiente:

El Controlador por Modelo Interno (IMC) de respuesta más rápida ante los cambios en la referencia y de rechazo más rápido a la perturbación de carga es el controlador con valor de  $\lambda = 3$  y  $T_f = 1$ .

El filtro compensador de perturbación (rechazo) de mejor prestación (ver figura 5.6) es el que emplea un predictor de Smith PS\_PI con filtro paso bajo del tipo

$$F(s) = \frac{13.358s+1}{0.1s+1}$$

Los diseños del controlador por modelo interno filtrado y PS modificado con filtro paso bajo para el rechazo a la perturbación de carga pueden considerarse

equivalentes por el tiempo de crecimiento y por el rechazo a la perturbación de carga (ver figura 5.6) con mínima ventaja para el PS filtrado.

Se recomienda:

Ampliar la búsqueda de controladores adecuados para procesos con grandes retardos de transporte y acción de perturbaciones de carga en el campo de los controladores predictivos del tipo MPC, GPC y EPSAC.

Continuar el estudio de procesos similares, tales como los que tienen lugar en calderas, cintas transportadoras, etc. considerando que la presencia de retardos de transporte y perturbaciones al proceso es usual en la industria química del país, así como en aquellos procesos de transporte de masa,

Aplicar estudios de procesos reales y modelos de tales procesos que puedan ser reducidos por las técnicas de Skogestad y presentar los resultados de ese estudio para su revisión y posible publicación en revistas de impacto.

## BIBLIOGRAFÍA

- [1] K. J. Astrom y T. Hagglund, Control PID Avanzado. 2<sup>nd</sup> Ed. Madrid, España: Pearson Education. S. A. 2009
- [2] J.E. Normey-Rico, C. Bordons y E.F. Camacho, "Improving the robustness of dead-time compensating PI controllers", Control Eng. Practice, vol. 5, pp. 801 – 810, Junio 1997.
- [3] P. García, P. Albertos y T. Haggung, "Control of unstable non-minimum-phase delayed systems", Journal of Process Control, vol.16, pp. 1099-1111, Dic. 2006
- [4] J. E. Normey-Rico y E. F. Camacho, "Predicción para control: Una panorámica del control de procesos con retardos", RIAI, vol 3, Pp. 5-25, Oct. 2006.
- [5] G. R. Webb, Automatic control. London: Mc Graw-Hill Publishing Company Ltd.1964
- [6] B. Kuo, Sistemas de Control Automático. Séptima Edición, Juárez, México: Prentice Hall. 1996
- [7] G. J. García, "Sistemas dinámicos con retardos temporales". Tesis en opción al grado de Dr., Universidad Politécnica de Valencia, Valencia, España, 2007
- [8] J. E. Normey-Rico y E. F. Camacho, "Predicción para control: Una panorámica del control de procesos con retardos", RIAI, vol. 3, Pp. 5-25, Oct. 2006.
- [9] D. Chen y D. E. Seborg, "PI/PID Controller Design Based on Direct Synthesis and Disturbance Rejection", Ind. Eng. Chem. Res, vol.41, pp. 4807-4822, Ago. 2002
- [10] C.C. Hang, C.H. Tan y W.P. Chan, "A Performance Study of Control Systems with Dead Time", IEEE Transactions on Industrial Electronics and Control Instrumentation, Vol. IECI-27, NO. 3, august 1980
- [11] T. A Haggung, "Predictive PI Controller for Processes with Long Dead Times". IEEE, vol. 12, pp. 57-60, Feb. 1992

- [12] P. Sourdille y A. O'Dwyer, "An outline and further development of Smith predictor based methods for the compensation of processes with time delay", Conference paper, Dublin Institute of Technology ARROW@DIT. 2003
- [13] P. Airikka, "Another Novel Modification of Predictive PI Controller for Dead Times Processes with Long Dead Times". 2012
- [14] P. Airikka, "Robust Predictive PI Controller Tuning. Proceedings of the 19th World Congress The International Federation of Automatic Control Cape Town", South Africa. August 24-29, 2014
- [15] A. D. Shakibjoo, N. Vasegh, y H. H. Nia, "IMC based Smith Predictor Design with PI+CI Structure: Control of Delayed MIMO Systems". Web of Conferences. 2016
- [16] R. De Keyser, MSc-PhD course «Industrial Control Engineering». ESPOL. FIEC. Guayaquil. October 2014.
- [17] K. J. Åström, and B. Wittenmark, Adaptive control. Second edition. Addison-Wesley. 1989
- [18] E. F Camacho y C. Bordons, Model Predictive Control. Springer-Verlag. 2004
- [19] Ogata, K. Ingeniería de Control Moderna, Pearson Education, 3ra edición. México. 1998;
- [20] Silva, G. J. Datta, A. y Bhattacharyya, S. P. PID Controllers for Time-Delay Systems, Control Engineering. Birkhauser, Berlin. 2005
- [21] Wittenmark, Sampling of a system with a time delay. IEEE Trans. Autom. Contr., 30(5), 1985
- [22] Lozano R., García, P., Castillo, P. y Dzul, A. Advances in Time-Delay Systems. Vol. 38 of Lecture Notes in Computational Science and Engineering, cap. 21, 311-326. Springer Verlag. 2004
- [23] Rivas, R., Benitez-González, I. O., Feliu-battle, V., Sotomayor-Moriano, J. Extensión del predictor de Smith para el control de Procesos Industriales con Perturbaciones Externas no Medibles. Electro-Electroelectrónica, Perú, No 32 ,34-43. 2009
- [24] MathWorks, Control System Toolbox User's Guide. Matlab® 2007

- [25] Mayr, O. The origins of Feedback Control. Editorial MIT. Press. 1970
- [26] Stuart, B. A history of control engineering: 1800-1930. Editorial Peter Peregrinus. Londres. 1979.
- [27] Dormido, S. Control Automático: Evolución Histórica. Curso de Verano de Control de Procesos: de la teoría a la práctica. Dpto.. de Informática y Automática. UNED. 1995
- [28] Qing-Chang, Z. Robust Control of Time-delay Systems, Springer-Verlag, Heidelberg, Germany. 2006
- [29] Chen, B. Liu, K. y Lin, C. Novel adaptive neural control design nonlinear MIMO time-delay systems. Automatica, 45(6), 1554-1560. 2009.
- [30] Wilkinson, G. E. Desarrollo de estrategias efectivas para el control de procesos con retardo de tiempo. Tesis en opción al grado de Ms. C., Universidad Politécnica de la Habana , Cuba. 2006.
- [31] Maršik, J. A new conceptions of digital adaptive PSD. Control and I. T. 1983
- [32] Palmor, Z. J. Stability properties of Smith Predictor and its Modifications. The Control Handbook. CRC Press and IEEE Press. 1980
- [33] Palmor Z. J. y Halevi, Y. On the design and properties of sampled-data systems with dead-time compensators. Automatica, 26, 637-640. 1983
- [34] Jerome N. F., y Ray, W. H. High performance multivariable control strategies for systems having time delays. AIChE Journal, 32(6), 914-931. 1986
- [35] García C. E. y Morari, M. Internal Model Control 1: A unified review and some new results. Industrial & Engineering Chemistry Process Design and Development, 21, 308-316. 1984
- [36] Morari, M. y Zafiriou, E. Robust process control. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall. 1989
- [37] Santacesaria, C. y Scattolini, R. Easy tuning of Smith predictor in presence of delay uncertainty. Automatica, 29, 1595-1597. 1993
- [38] Ingimundarson, A., & Häggglund, T. (2001). Robust tuning procedures of dead-time compensating controllers. Control Engineering Practice, 9, 1195–1208.2001

- [39] Normey-Rico y Camacho, E. F. A unified approach to design dead-time compensators for stable and integrative processes with dead-time. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2002. 47(2), 299-305.
- [40] Zhong, Q. C. & Mirkin, L. Control of integral processes with dead time. Part 2: Quantitative analysis. *IEE Proceedings Control Theory and Applications*, 149(4), 291–296. 2002
- [41] Zhong, Q. C. & Li, H. X. Control of integral processes with dead time. Part 3: Dead-beat disturbance response. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 48(1), 153–159. 2003
- [42] Astrom, K.J., C.C. Hang and C. Lim. A new Smith predictor for controlling a process with an integrator and long dead time. *IEEE Trans. on Automatic Control* 39(2), 343-345. 1994
- [43] Mataušek, M. R. & Micic', A. D. A modified Smith predictor for controlling a process with an integrator and long dead time. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 41(8), 1199–1203.1996
- [44] Mataušek, M. R., & Micic', A. D. On the modified Smith predictor for controlling a process with an integrator and long dead-time. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 44(8), 1603–1606 1999
- [45] Kwak, H., Whan, S., & Lee, I. B. Modified Smith predictor for integrating processes: Comparisons and proposition. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 40, 1500–1506. 2001
- [46] Kaya, I. Obtaining controller parameters for a new PI-PD Smith predictor using auto tuning. *Journal of Process Control*, 13, 465–472. 2003
- [47] Chien, I. L., Peng, S. C. & Liu, J. H. Simple control method for integrating processes with long deadtime. *Journal of Process Control*, 12(3), 391–404. 2002
- [48] Hang, C. C., Wang, Q. G., & Yang, X. P. A modified Smith predictor for a process with an integrator and long dead time. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 42, 484–489 2003

- [49] Zhong, Q. C. & Normey-Rico, J. E. (2002). Control of integral processes with dead time. Part 1: Disturbance observer-based 2DOF control scheme. *Control Theory and Applications*. IEE Proceedings, 149(4), 285–290. 2002
- [50] Zhong, Q. C. y Li, H. X. Control of integral processes with dead time. Part 3: Dead-beat disturbance response. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 48(1), 153–159. 2003
- [51] Liu, T., Cai, Y. Z., Gu, D. Y., & Zhang, W. D. New modified Smith predictor scheme for integrating and unstable processes with time delay. *IEE Proceedings Control Theory and Applications*, 152(2), 238–246. 2005.
- [52] Lu, X., Yang, Y. S., Wang, Q. G., & Zheng, W. X. A double twodegree-of-freedom control scheme for improved control of unstable delay processes. *Journal of Process Control*, 15(5), 605–614. 2005
- [53] Normey-Rico J. E. y Camacho, E.F. Dead time compensators: A survey. *Control Engineering Practice*, 2008. 16, 407-428.
- [54] Palmor, Z. J. & Halevi, Y. Robustness properties of sampled-data systems with dead time compensators. *Automatica*, 26, 637–640. 1990
- [55] Guo, S. M., Wang, W., & Shieh, L. S. Discretization of two degree of-freedom controller and system with state, and output delays. *IEE Proceedings Control Theory and Applications*, 147(1), 87–96 2000
- [56] Torrico, B. C. & Normey-Rico, J. E. 2DOF discrete dead-time compensators for stable and integrative processes with dead time. *Journal of Process Control*, 15, 341–352. 2005
- [57] Jean-Pierre, R. (2003). Time-delay systems: an overview of some recent advances and open problems. *Automática*, 39, 1667-1694, 2003
- [58] Rugh, J. G. and Shamma, J. S. Research on gain scheduling. *Automática* 36, 1401-1425, 2000
- [59] Sira, R. H., Márquez, R., Rivas E. F., y Llanes, S. O. (2005). *Control de sistemas no lineales: linealización aproximada, extendida, exacta*. Prentice Hall, España., 2005

- [60] Gu, K. and Niculescu, S. Survey on Recent Results in the Stability and Control of Time-Delay Systems *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control* June 2003, Vol. 125 1 ASME
- [61] Smith, C. A. & Corripio, A. B. (1997). Principles and practice of automatic process control. John Wiley and Sons., 2015
- [62] Minis, I. and Yanushevsky, R. A New Theoretical Approach for the Prediction of Machine Tool Chatter in Milling. *Journal of Engineering for Industry*, 1993. ASME
- [63] System Identification Toolbox™ Getting Started Guide. Matlab and Simulink R2015b. Ljung, L.
- [64] Ljung, L. System Identification. Theory for the User. Second Edition. Prentice Hall PTR. 1999
- [65] Benítez González, I. O. Desarrollo de estrategias efectivas para el control de procesos con grandes retardos de tiempo. Tesis MIIA. 2010
- [66] Skogestad, S. Simple analytic rules for model reduction and PID controller tuning. *Journal of Process Control* 13 291-309. 2003
- [67] Qing-Chang, Z. (2006). Robust Control of Time-delay Systems, Springer – Verlag, Heidelberg, Germany., 2006
- [68] Hägglund, T. An industrial dead-time compensating PI controller. *Control Eng. Practice*, Vol. 4. No. 6, pp. 749-756, 1996
- [69] Zhang, W., Sun, Y. y Xu, X. Two degree-of-freedom Smith predictor for Processes with Time Delay. *Automatica*. Vol. 34. No. 10, pp. 1279-1282, 1998
- [70] Normey-Rico, E., Camacho, E.F. Unified approach for robust dead time compensator design, *Journal of Process Control* 19 38-47, 2009
- [71] Kirtania, K. y Choudhury, S. A novel dead time compensator for stable processes with long dead times. *Journal of Process Control* 2012
- [72] Seborg D. E., Edgar T. F., Mellichamp D. A. *Process Dynamics and Control*, 2th ed. New York: Wiley, 2004.
- [73] Rivera, D. E. Morari, M y Skogestad, S. Internal Model Control. 4. PID Controller Design *Ind. Eng. Chem. Process Des. Dev.* 25, 252-265 1986

- [74] Shamsuzzoha M. y Lee, M. Design of Advanced PID Controller for Enhanced Disturbance Rejection of Second-Order Processes with Time Delay. American Institute of Chemical Engineer. 2008
- [75] Kaya, I. IMC based automatic tuning method for PID controllers in a Smith predictor configuration. Computers and Chemical Engineering 28, 281–290, 2004

## ANEXO

### ABREVIATURAS Y SIMBOLOGÍA

PID	Controlador proporcional, integral derivativo
PI	Controlador proporcional integral
C(s)	Símbolo para la función de transferencia del controlador
FOTD	Siglas en inglés para modelo de primer orden con retardo de tiempo
CMI (IMC)	Controlador por Modelo Interno
$\hat{P}(s)$	Modelo del proceso real sin retardo de transporte
$d(s)$	Símbolo para la transformada de Laplace de la perturbación.
SPD	polos en el semiplano derecho
LQG	Linear Quadratic Gaussian
SISO	Simple entrada simple salida
MIMO	Multiple entrada múltiple salida
PS	Predictor de Smith
$H_\infty$	Control robusto H infinito
$H_2$	Control robusto norma dos
IFAC	Federación Internacional de Control Automático
P&ID	Diagrama de instrumentación y tuberías
yp	Salida hipotética del modelo sin retardo de tiempo
PMI	Principio del Modelo Interno