



ESCUELA SUPERIOR POLITECNICA  
DEL LITORAL

Facultad de Ingeniería Eléctrica

"Coordinación Hidrotérmica Usando  
Multiplicadores de Lagrange"

TESIS DE GRADO

Previa a la Obtención del Título de:  
INGENIERO EN ELECTRICIDAD

Especialización:

POTENCIA

Presentada Por:

Jaime Enrique Macías Romero



Guayaquil - Ecuador

1988

A G R A D E C I M I E N T O

Al Ing. JORGE FLORES MACIAS,  
Director de Tesis, por su  
ayuda y colaboración para  
la realización de este traba  
bajo.

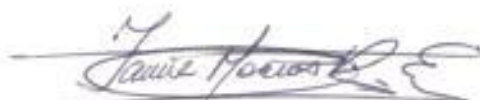
D E D I C A T O R I A

- A MIS PADRES
- A MI ESPOSA
- A MI HIJO

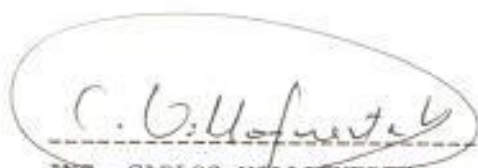
DECLARACION EXPRESA

"La responsabilidad por los hechos, ideas y doctrinas expuestos en esta tesis, me corresponden exclusivamente; y, el patrimonio intelectual de la misma, a la ESCUELA SUPERIOR POLITECNICA DEL LITORAL".

(Reglamento de Exámenes y Títulos Profesionales de la ESPOL).



-----  
JAIME ENRIQUE MACIAS ROMERO



ING. CARLOS VILLAFUERTE

SUB-DECANO DE LA FACULTAD



ING. JORGE FLORES M.

DIRECTOR DE TESIS



ING. EDUARDO LEON CASTRO

MIEMBRO DEL TRIBUNAL



ING. LEO SALOMON

MIEMBRO DEL TRIBUNAL

## R E S U M E N

En la presente tesis se expone básicamente el despacho económico de un sistema hidrotérmico mediante la técnica de los multiplicadores de Lagrange, los cuales mejoran el funcionamiento del sistema desde el punto de vista económico y también en lo que tiene que ver con las pérdidas del sistema.

En el Capítulo I, se dan breves definiciones de las unidades que constituyen un sistema eléctrico de potencia, como clasificaciones de las unidades hidro y térmicas, así como también de los diversos factores de servicio de las unidades.

En el Capítulo II, se enuncian las características entrada - salida de las unidades de generación tanto térmicas como hidráulicas, así como también la repartición de carga de acuerdo a las características propias de las diversas unidades.

En el Capítulo III, se presenta la formulación del problema

ma de despacho económico de un sistema hidrotérmico como un problema de optimización y se describe brevemente algunos métodos disponibles para resolver el problema.

En el Capítulo IV, se presenta un método para planificar el despacho económico óptimo a corto plazo, considerando los efectos de pérdidas de transmisión, la técnica usada es una extensión de la formulación del método de Lagrange y se plantean las ecuaciones de coordinación.

Finalmente se aplica el método de multiplicadores de Lagrange en el despacho económico de un sistema hidrotérmico sin considerar las pérdidas, también se incluye la estructura del programa principal y de la subrutina principal y como Apéndice tenemos el Manual del Usuario.

## INDICE GENERAL

	<u>Pág.</u>
RESUMEN -----	VI
INDICE GENERAL -----	VIII
INDICE DE FIGURAS -----	XII
INTRODUCCION -----	XV
CAPITULO I	
GENERALIDADES -----	17
1.1. UNIDADES CONSTITUTIVAS DE UN SISTEMA DE POTENCIA -----	19
1.1.1. Generalidades de una Central Térmica ----	21
1.1.2. Generalidades de una Central Hidráulica	23
1.2. CLASIFICACION DE LAS CENTRALES HIDRAULICAS Y TERMICAS -----	29
1.2.1. Centrales Hidráulicas -----	29
1.2.2. Centrales Térmicas -----	35
1.3. INFLUENCIA DE LA VARIACION DE CONSUMO SOBRE LAS CENTRALES HIDROELECTRICAS -----	40
1.3.1. Factor de Carga -----	41
1.3.2. Factor de Utilización -----	43
1.3.3. Factor de Reserva -----	44
1.4. INFLUENCIA DEL TIEMPO DE UTILIZACION SOBRE EL PRECIO DEL kWh -----	47



## CAPÍTULO II

CARACTERÍSTICAS Y REPARTO DE CARGA EN LAS CENTRALES ELÉCTRICAS -----	52
2.1. CURVAS ENTRADA - SALIDA DE LAS CENTRALES ELÉCTRICAS -----	52
2.2. REPARTICIÓN GENERAL DE CARGA -----	59
2.3. REPARTICIÓN DE CARGA DE ACUERDO A LAS CARACTERÍSTICAS PROPIAS DE LAS DIVERSAS CENTRALES -----	65
2.3.1. Centrales Hidroeléctricas -----	65
2.3.2. Centrales Térmicas -----	65
2.4. REPARTICIÓN DE LA POTENCIA HORARIA ENTRE LAS CENTRALES HIDROELECTRICAS REGULABLES -----	67
2.5. REPARTICIÓN DE LA POTENCIA HORARIA ENTRE LAS CENTRALES TÉRMICAS -----	69

## CAPÍTULO III

MÉTODOS APLICADOS A LA COORDINACIÓN HIDROTÉRMICA -----	79
3.1. MÉTODOS DE LA COORDINACIÓN HIDROTÉRMICA -----	80
3.2. MÉTODOS DE LOS MULTIPLICADORES DE LAGRANGE -----	83
3.2.1. Condiciones de Kuhn - Tucker -----	85
3.3. MÉTODOS DE LA PROGRAMACIÓN DINÁMICA -----	94
3.3.1. Objetivo de la Programación Dinámica -----	94
3.3.2. Características de los problemas de Programación Dinámica. -----	95

	<u>Pág.</u>
3.3.3. Solución al problema de despacho hidro- térnico por Programación Dinámica -----	100
3.4. MÉTODOS DE LA PROGRAMACIÓN LINEAL -----	105
3.4.1. Objetivo de la Programación Lineal ----	105
3.4.2. Característica y estructura de la Pro- gramación Lineal -----	106
3.4.3. Método Simplex -----	108
 CAPITULO IV	
RESOLUCIÓN MATEMÁTICA DEL PROBLEMA -----	112
4.1. ECUACIONES DE COORDINACIÓN - FACTOR DE PENALI- ZACION Y PÉRDIDAS INEXISTENTES -----	112
4.2. CONSIDERACIONES DEL MÉTODO SIN PÉRDIDAS EN LI- NEAS DE TRANSMISIÓN -----	115
4.3. PÉRDIDAS DE TRANSMISIÓN -----	119
4.3.1. Determinación de la Fórmula de Pérdi- das -----	119
4.3.2. Consideración del método con pérdidas - en línea de transmisión -----	123
 CAPITULO V	
PROGRAMA DE COMPUTACION -----	126
5.1. PROGRAMA DE SORT -----	126
5.1.1. Objetivo -----	126

	<u>Págs.</u>
5.1.2. Generalidades-----	126
5.1.3. Diagrama de Flujo de la Subrutina Gauss -----	132
5.2. DESCRIPCION DE LOS ALGORITMOS Y VARIABLES UTILIZABLES-----	132
5.2.1. Algoritmo de Gauss - Jordán -----	133
5.2.2. Algoritmo de Newton - Raphson----	134
5.2.3. Variables utilizadas en el progra ma principal -----	136
5.3. LECTURA DE DATOS -----	139
5.3.1. Ajuste de Lambda -----	140
5.3.2. Ajuste de Gamma -----	141
5.4. EJERCICIOS DE APLICACION DEL PROGRAMA A UN SISTEMA DE POTENCIA-----	142
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES -----	158
APENDICES -----	161
BIBLIOGRAFIA -----	197

## I N T R O D U C C I O N

El presente trabajo pretende proporcionar una herramienta analítica para desarrollar un programa para despacho económico -- por medio de los multiplicadores de Lagrange, aplicado a sistemas hidrotérmicos.

Para ello se enuncian las características de las unidades de generación tanto térmicas como hidráulicas para su posterior aplicación en el despacho económico. El modelo del sistema - debe permitir obtener una adecuada operación con miras a contestar el problema del despacho económico de carga que es el de encontrar el costo mínimo de generación, dadas las cargas y la red de transmisión y sujeto a restricciones como la capacidad de generación y los límites de generación reactiva.

Obviamente, la cantidad de variables y restricciones que representan un sistema para una adecuada simulación, supone la utilización de un programa de computación que manipule gran cantidad de variables y un volumen apreciable de datos; además, que sea muy eficiente en relación a tiempos de solución y almacena-

mientos de datos. Los métodos de programación matemática generalmente empleados para la solución de este problema son:

- a. Técnicas de programación lineal
- b. Técnicas de programación dinámica
- c. Técnica de los multiplicadores de Lagrange.

De los tres métodos se pondrá mayor énfasis en este último. Luego se analizarán las características a una coordinación de unidades térmicas e hidráulicas, observándose las diferencias con relación a la coordinación de unidades térmicas únicamente.

Como resultado de todo esto, se desarrolla un programa para despacho económico de unidades termo-hidráulicas y de ser posible aplicarlo al sistema interconectado.

## CAPITULO I

### GENERALIDADES

El sistema eléctrico ecuatoriano constituye en la actualidad un sistema interconectado, haciendo que los modelos matemáticos sean una herramienta indispensable en el despacho económico de operación.

El objetivo del despacho económico de un sistema constituido por unidades hidráulicas y térmicas puede resumirse en los siguientes puntos:

- a. Atender la demanda al menor costo posible. Esto es, minimizar los gastos de combustible, debido a que este es el componente básico del costo variable de operación.
- b. Maximizar la eficiencia de las centrales hidráulicas, controlando el vertimiento, de manera que se pueda satisfacer la demanda en el período actual y mantener un almacenamiento de agua en los reservorios del sistema, para satisfacer la deman-

da en los períodos futuros.

El desarrollo de fuentes de energía para ejecutar trabajos útiles es la clave del progreso industrial y esencial para el mejoramiento continuo del nivel de vida de un país.

De allí que el nivel de desarrollo de un país puede ser medido - a partir de su desarrollo eléctrico, y es por esta razón que en el Ecuador no fue sino hasta que empezó la explotación petrolera que se incrementó notablemente la generación eléctrica y se crearon organismos y programas con la finalidad de electrificar al país.

La política a nivel mundial es la de producir energía eléctrica utilizando al máximo los recursos renovables debido a dos hechos fundamentales, el primero que se refiere al incremento del costo del petróleo en el mercado mundial, que trae como consecuencia altos costos de generación de energía térmica y por otro lado la segunda circunstancia es la del cercano agotamiento del petróleo por ser la fuente de energía de mayor uso en el mundo actual.

Lo anterior exige un conocimiento cabal de los recursos hidroeléctricos que tenemos en nuestro país, ya que con el aumento de divisas fue factible; entonces, pensar en obras de grandes

envergaduras y fuerte inversión, con ganancias (resultados) a largo plazo, como son las Centrales Hidráulicas.

Es por tanto, en este decenio de 1.980 - 1.990, que en nuestro país, la mayoría de estas obras entrarían en operación exigiendo en consecuencia, un método de planificación de su funcionamiento que optimice la programación económica de estas Centrales Hidrotérmicas.

### 1.1. UNIDADES CONSTITUTIVAS DE UN SISTEMA DE POTENCIA

Un sistema de potencia, es un elemento que convierte y transporta energía y se compone de tres partes principales: las Centrales generadoras, las líneas de transmisión y las redes de distribución.

Las Centrales Eléctricas son instalaciones energéticas que sirven para transformar la energía natural en energía eléctrica. El tipo de central eléctrica se determina ante todo por la especie de energía natural. Estas centrales están constituidas por las máquinas motrices (turbinas), generadores, sistema de control, comando y protección, que todos en conjunto sirven para producir energía eléctrica.

Las líneas de transmisión constituyen los eslabones de conexión entre las centrales generadoras y las redes de distri-



bución y conducen a otros sistemas por medio de interconexiones.

Las redes de distribución conectan las cargas aisladas que pueden ser residencial, industrial, comercial de una zona determinada con las líneas de transmisión.

Ahora no siempre es necesario ni conveniente, el que cada región haya de poseer su propia central de energía eléctrica. Más bien lo razonable es construir centrales en aquellos lugares - que reúnan óptimas condiciones para ello.

La energía eléctrica en lo esencial se genera en centrales térmicas y en hidráulicas; así se atribuye especial valor tratándose de una central térmica, a que existan las más favorables condiciones posibles para transporte de combustible y grandes disponibilidades de agua para la condensación del vapor.

De igual manera, si se dispone de una central hidráulica, ésta debe establecerse imprescindiblemente allí donde el aprovechamiento de las fuerzas hidráulicas sea más ventajoso.

En todo caso se construyen centrales que trabajen con el máximo de economía, uniendo éstas entre sí y hacer el tendido de estas líneas de tal modo que el suministro interurbano o regional no requiera centrales especiales.

### 1.1.1. Generalidades de una central térmica

Estas centrales utilizan la energía térmica que se libera al quemar combustible como carbón, petróleo, gas y otros para producir energía eléctrica. El calor engendrado por la combustión se transfiere al medio operador sea vapor, aire caliente o gas refrigerado, cuando la combustión no se ejerce directamente sobre el mismo medio de trabajo, como ocurre en el proceso abierto de las turbinas de gas.

El costo de instalación de estas centrales no se da de un modo general, sino que ha de calcularse en las distintas circunstancias que se presenten; lo que si requieren es de alto costo de operación y mantenimiento.

Ahora dentro de las centrales térmicas las más importantes son sin duda alguna, las centrales a vapor que utilizan como medio de trabajo, circulación de agua o de vapor de agua.

Los elementos que intervienen en una central a vapor son: caldera, turbina, generador, condensador, pre-calentador, y bombas de alimentación.

En la figura N° 1.1, se dan los elementos característi

cos de esta instalación y corresponde a la llamada Central de Condensación.

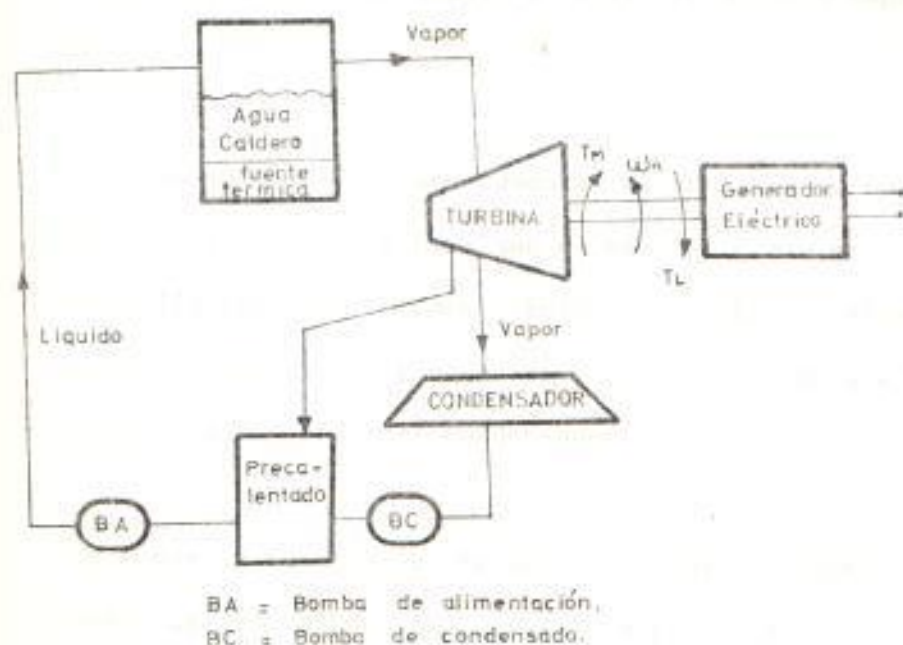


FIGURA N°1.1. INSTALACION DE UNA CENTRAL TERMICA DE CONDENSACION

En este tipo de centrales se producen varias conversiones de energía, las cuales se producen en los diferentes elementos:

La caldera es un recipiente herméticamente cerrado, en el cual el agua se transforma en vapor debido al calor cedido por la fuente térmica o combustible, este vapor es producido a altas presiones y alta temperatura.

En la turbina a vapor, la energía potencial del vapor se transforma en energía mecánica, que impulsa a un generador, aquí esta energía mecánica se transforma en energía eléctrica; estos generadores son de alta velocidad y las tensiones de éstos son generalmente de 13.8 KV, 20 KV y llegan hasta 25 KV en aquellas centrales de gran capacidad.

El condensador sirve para aumentar el rendimiento en el ciclo de la central y hace que el vapor regrese en forma de líquido a la caldera. Entre las bombas de alimentación tenemos la de condensado y de circulación que son sistemas auxiliares del condensador.

Los tipos de turbina que se usan en estas centrales dependen de la dirección de la corriente de vapor con respecto al eje de la turbina; distinguiremos turbinas axiales y radiales.

#### 1.1.2. Generalidades de una central hidráulica

Una central hidráulica o hidroeléctrica es una instalación donde se utiliza la energía hidráulica disponible en los saltos de agua para generar energía eléctrica - por medio de uno o más grupos turbina-generador. Una

Instalación de esta índole es mucho más cara en sí que una Central Térmica, porque requiere de grandes gastos básicos en las obras hidrotécnicas, pero pequeños gastos de explotación; de aquí que sólo se explotan esas fuerzas hidráulicas en aquellos lugares de situación muy favorable, donde pueda contarse con moderados gastos de instalación.

El aprovechamiento de los saltos de agua tiene lugar, no por la velocidad de ésta, sino por la presión que puede obtenerse conduciéndola a un punto elevado en relación con la altura de la toma de agua, y desde donde desciende para obtener en su caída el trabajo aprovechable.

Este aprovechamiento puede obtenerse, según las circunstancias del terreno:

- a. Por instalaciones en el propio cauce del río.
- b. Por instalación en un canal especial
- c. Por canales y tuberías.

A continuación se expondrán los elementos de que consta un aprovechamiento hidráulico, cuya disposición es la siguiente: presa, embalse, canal de derivación, chimenea, tubería de presión, tubería de aspiración, casa de

máquinas (turbinas - generador) y tubería de desagüe; cuyo esquema se observa claramente en la figura N° 1.2.

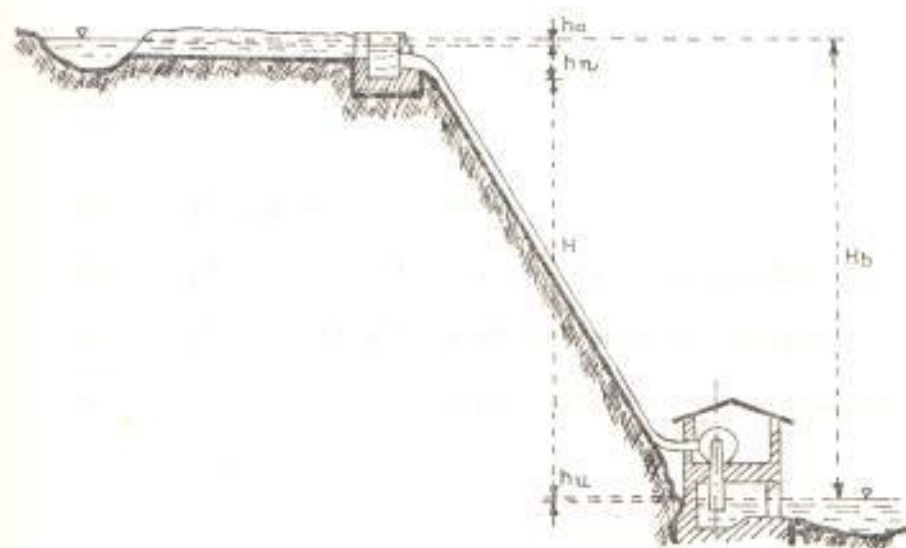


FIGURA N° 1.2. PERFIL LONGITUDINAL DE UN SALTO CON TUBERÍA FORZADA

La manera de utilizar mejor la potencia teórica del Salto de agua, es aprovechando la altura del recurso, para así evitar toda pérdida inútil de energía.

Para determinar la altura neta del salto de agua, hay que considerar la cota máxima y la cota mínima del recurso ,

además las pérdidas de altura que se tiene en los diferentes elementos que conforman la obra hidráulica.

Por tanto la altura neta  $H_n$

$$H_n = H_b - (h_o + h_u + h_w)$$

en donde:

$H_b$  : altura bruta o total

$H_o$  : pérdida de altura en el canal de conducción.

$H_u$  : pérdida de altura en el canal de desagüe.

$H_w$  : pérdida de altura por rozamiento del agua en la tubería.

La altura bruta  $H_b$  debe medirse por medio de una nivelación, obteniéndolo como diferencia de cotas entre el nivel de agua embalsada por la presa y el nivel del río en el extremo de la concesión.

Simultáneamente con esta nivelación debe emprenderse la determinación del caudal disponible por segundo.

Luego la potencia teórica del recurso viene dada por:

$$P_t = Q \cdot H_b \cdot 9,81 \text{ (Kw)}$$

Donde:

Q : caudal en  $m^3/S$ .

Hb : altura bruta en metros

9,81: factor de conversión

Para determinar la potencia neta, utilizamos la altura neta:

$$P_n = 9,81 \cdot H_n \cdot Q$$

Luego, si disponemos de un caudal de agua Q ( $m^3/seg$ ) y la altura aprovechable del salto es Hn (metros), si designamos por N el rendimiento de la máquina hidráulica, la potencia obtenida es:

$$P = Q \cdot H_n \cdot N \text{ (Kw)}$$

Para cálculos de tanteo se parte a menudo de  $N = 0,75$ , con lo cual si deseamos obtener P en CV, se expresa Q en (Kg/seg), Hn en metros, y se divide el resultado por 75, esto nos da:

$$P = 10 Q \cdot H_n \text{ (CV)}$$



Con esta sencilla relación se puede evaluar, aproximadamente, la potencia de cualquier salto. Empleando máquinas modernas de perfecta construcción como las turbinas Francis, Pelton o Kaplan se obtienen mejores rendimientos, alcanzando hasta el 85 % y en algunos casos el 90% y más, con lo cual la potencia aprovechable será mayor que la indicada por la fórmula abreviada. Ahora como las turbinas tienen un rendimiento variable en función del caudal, ya que la altura neta del salto permanece constante, se pueden emplear de distintas clases según las exigencias del caso.

Para saltos de altura grande (aproximadamente de 100 a 2000 m), se usan las turbinas Pelton, ya que presentan un buen rendimiento, 30 - 100 % de carga, es decir un rango amplio de la variación de carga.

En casos de altura media (de unos 60 a 600 m), se emplean turbinas Francis, tienen un buen rendimiento de carga entre el 60 - 100 %. Cuando la carga es menor del 60 % el rendimiento cae rápidamente.

Para caídas pequeñas, entre 2 y 80 m., la turbina de hélice o Kaplan se ha acreditado como la mejor, presentan un buen rendimiento y es conveniente que trabajen con

el 100 % de carga. Cuando la carga disminuye su rendimiento cae bruscamente.

A continuación se hablará sobre las características que presentan las centrales térmicas e hidráulicas.

## 3.2. CLASIFICACION DE LAS CENTRALES HIDRAULICAS Y TERMICAS

### 3.2.1. Centrales Hidráulicas

En las instalaciones de fuerza hidráulica, el aprovechamiento de la energía hidráulica puede obtenerse de acuerdo a la circunstancia del terreno del recurso, de allí que se clasifican estas centrales hidráulicas en:

- Caudal libre,
- Embalse ; y,
- Embalse con bombeo,

#### a. Central de caudal:

La central de caudal, es aquella que utiliza el agua que se encuentra disponible en el recurso; el caudal de agua disponible oscila con las estaciones del año. Además hay que contar con años de escasos y años de abundancia de agua. Sus turbinas se dimensionan relativamente al caudal, partiendo de consideraciones económicas.

micas. En general estas instalaciones resultan sencillas y se presentan no sólo en los ríos, sino también en canales de navegación, instalándose la central hidráulica junto a las esclusas.

La manera más sencilla de establecer una central de caudal consiste en remansar, en un sitio adecuado, un río de bastante caudal y de poca caída. En la figura N<sup>o</sup> 1.3., podemos ver la representación esquemática de una central de esta clase. La central se observa que está construída transversalmente, formando presa, sobre el mismo río. A estas centrales también se las conoce con el nombre de Central de Agua Fluyente.

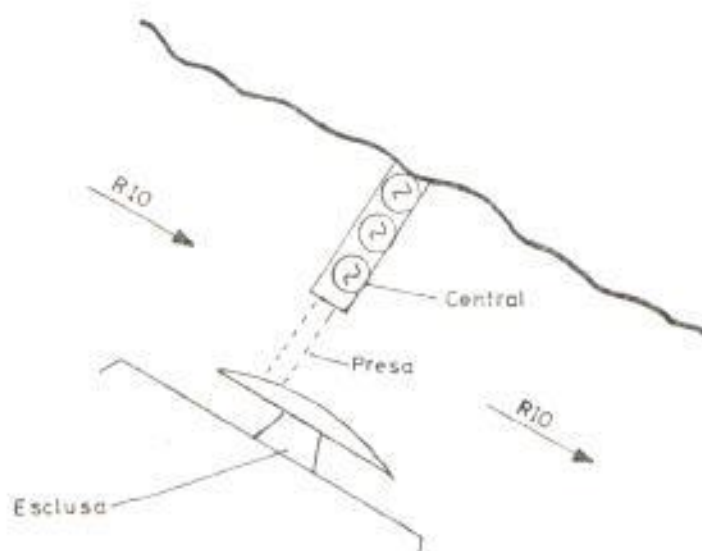


FIGURA N<sup>o</sup> 1.3. REPRESENTACION ESQUEMATICA DE UNA CENTRAL DE CAUDAL LIBRE.

## b. Central de caída:

Estas centrales utilizan las presas para retener una cantidad apreciable de agua y formar el embalse. La presa es un muro de construcción que se erige en el lugar más adecuado del río, donde el agua se encauza lateralmente por un canal construido con la mínima pendiente posible. En el extremo de este canal - está la central, la cual aprovecha el desnivel existente entre los canales superior y de desagüe en la forma más aprovechable. La figura N°1.4., representa esquemáticamente este tipo de central.

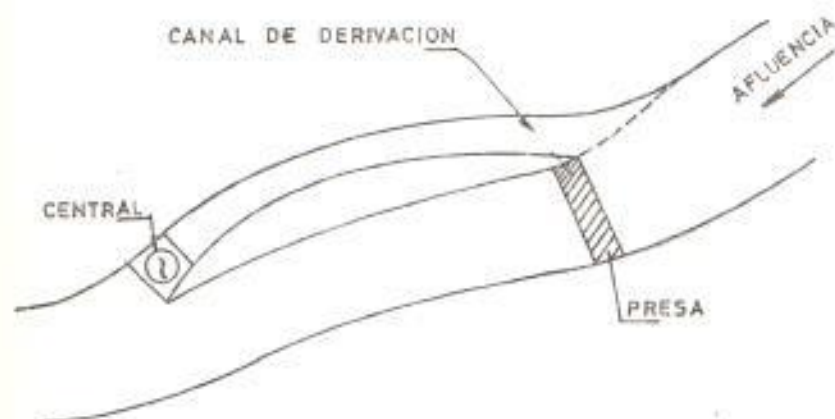


FIGURA N° 1.4. REPRESENTACION ESQUEMATICA DE UNA CENTRAL EMBALSE

Para aprovechar la fuerza hidráulica de un río de montaña, no siempre es conveniente ni posible construir la

central en el río ni habilitar un canal. En este caso por lo común se lleva a través del monte una galería - que termina en una Cámara de carga. Desde aquí el agua se conduce a la central por tuberías. Una representación esquemática se muestra en la figura N° 1.5.

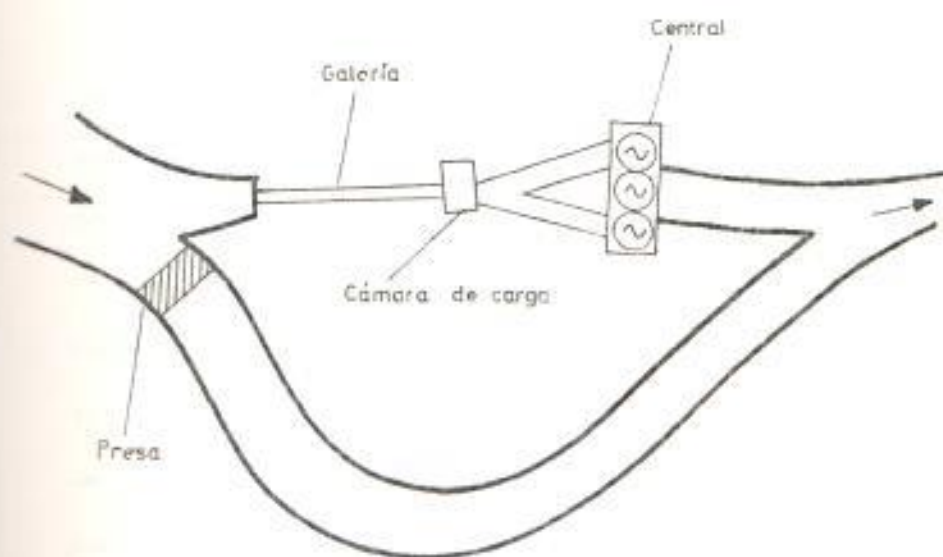


Fig. 1.5. REPRESENTACION ESQUEMATICA CON CAMARA DE CARGA

c. Central de embalse y bombeo:

También se la conoce con el nombre de Central de Acumulación. Como es natural, los embalses no pueden tener una cabida excepcional que permite almacenar la mayor parte del agua que circula por el río, ya

que la capacidad viene limitada económicamente y depende de una serie de factores. Al contrario que en una Central de Caudal Libre, aquí el agua circulante no se utiliza de una manera inmediata, antes bien, en tiempos de poca carga se almacenará en el lago de acumulación. Este tipo de central requiere de dos embalses, uno superior y otro inferior. Para acumular energía elevando el agua desde un embalse a otro de mayor altura se necesita de turbina y una bomba. La disposición de las maquinarias puede ser de dos tipos: Generador, turbina y bomba o turbina, generador y bomba.

Como podemos ver, la máquina síncrona funciona como motor y como generador. Así, en tiempos de gran demanda de energía, podremos tomar más agua de la que corresponde a su circulación normal. Según la magnitud de la cuenca se distingue entre embalses de regulación - anual, semanal, mensual y diaria.

Como estas instalaciones ofrecen gran libertad sobre el gasto de agua, se prestan muy bien para cubrir las puntas de consumo, es decir se aprovecha el agua que se tiene en el embalse superior en las horas de mayor demanda y se dirige hacia el embalse inferior; en este caso la máquina trabaja como generador. Mientras que

en horas de menor demanda, se envía agua del embalse inferior al embalse superior; y se requiere de un bombeo; en este caso la máquina trabaja como motor. Esto se lo hace desde el punto de vista económico.

La figura N° 1.6. , representa esquemáticamente una central de acumulación.

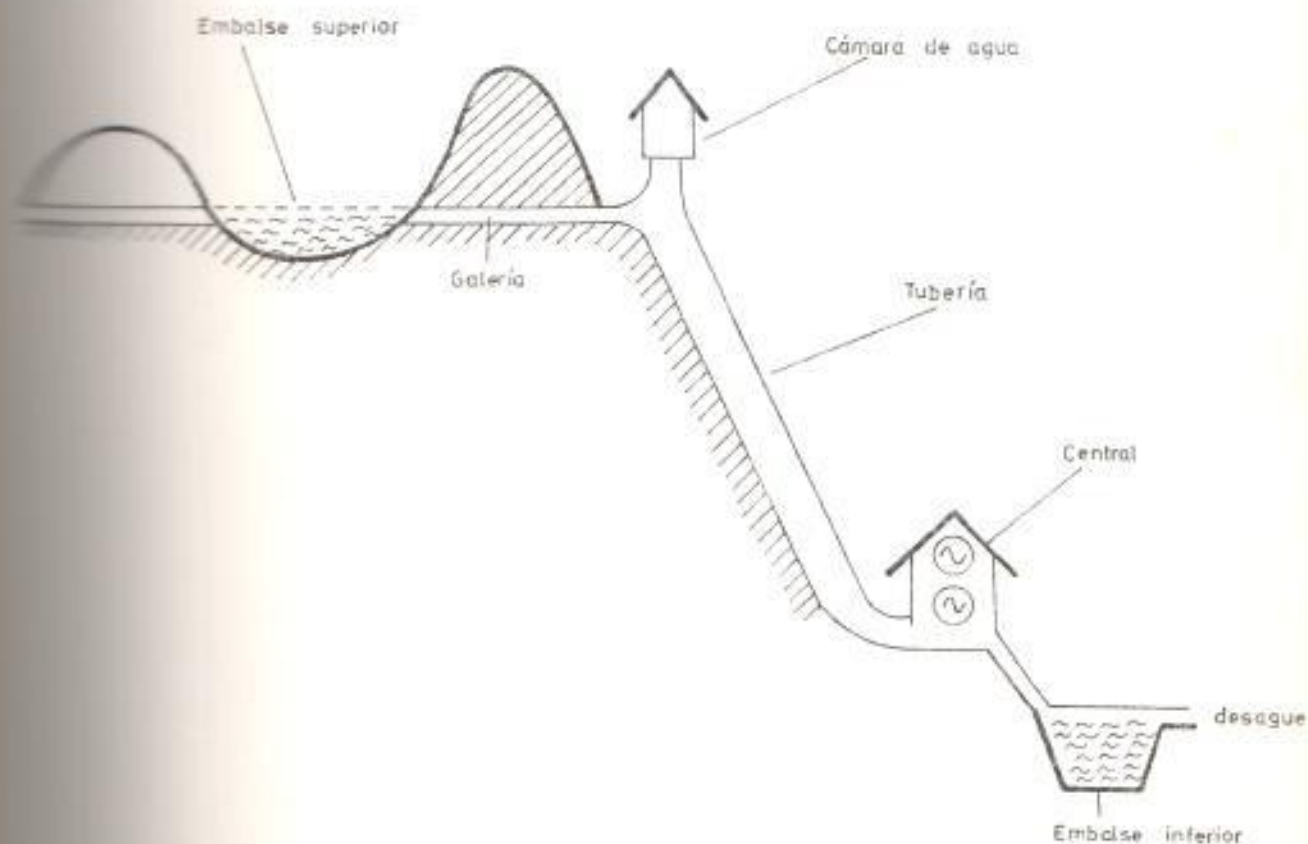


Fig. 1.6.

CENTRAL DE ACUMULACION

### 1.2.2. Centrales térmicas

Basándose en la clase de combustible y en el punto donde tiene lugar la combustión, las centrales térmicas se clasifican en tres grupos: centrales de vapor, centrales de motores de combustión interna y centrales de turbinas de gas. Cada grupo requiere para su buen funcionamiento un equipo apropiado.

#### a. Centrales térmicas de vapor:

Estas centrales emplean turbinas o máquinas de pistón, o ambas cosas a la vez, no solamente con máquinas motrices, sino también para mover los equipos auxiliares. El medio de trabajo es el vapor, el cual es conducido por medio de canalizaciones, y se produce en la caldera quemando el combustible. en los hogares, que son parte integrante de la propia caldera. Las máquinas motrices de estas centrales de vapor pueden trabajar sin condensador o con condensador.

En este tipo de centrales con condensador como se observa en la figura N° 1.7., las máquinas motrices descargan el vapor en condensadores, en el interior de los cuales la presión es inferior a la atmosférica y en donde el vapor es transformado en agua. En estas centrales el rendimiento total, o la relación en



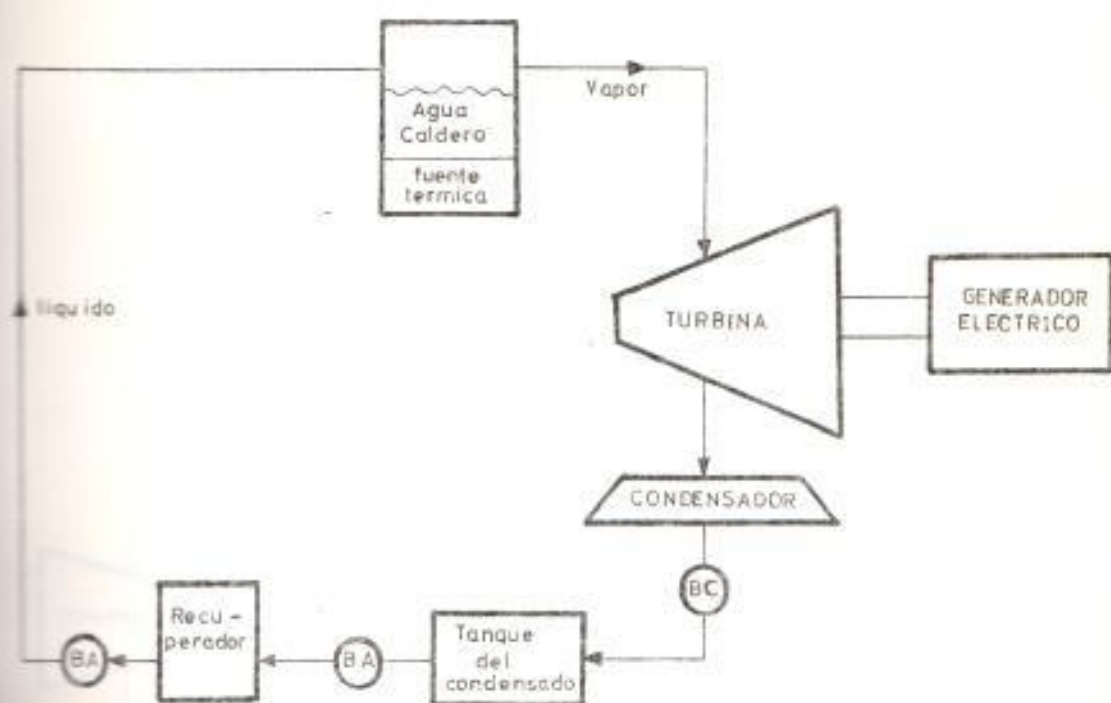


FIGURA N° 1.7. CENTRAL TÉRMICA DE VAPOR

entre la energía útil y la contenida en el combustible utilizado, se halla comprendido entre 7 y 36 por ciento.

b. Central térmica a gas:

Esta central a gas, no es otra cosa que las turbinas a gas, y utiliza directamente la energía liberada o producida en la combustión, es decir que los gases productos de la combustión se expanden en sus turbinas en forma similar como en la central a vapor. La figura N°

1.8., representa esquemáticamente una central a gas.

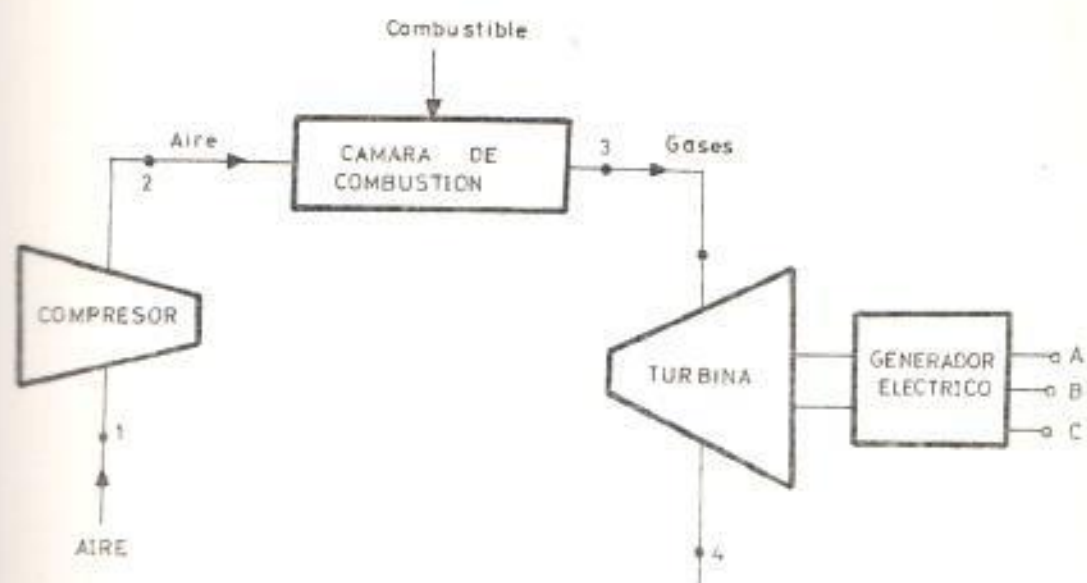


FIGURA N° 1.8. CENTRAL TERMICA A GAS

El mecanismo de estas centrales y de acuerdo a lo que se observa en el esquema, la fuente térmica que es el combustible ingresa a la Cámara de Combustión, en el compresor ingresa el aire a presión atmosférica y se comprime el aire hasta una presión adecuada o conveniente de acuerdo a la unidad; luego ese aire comprimido ingresa a la cámara de combustión; en ella

se suministra el combustible en forma continua a través de una bomba y con el aire comprimido que ingresa se obtiene a la salida los gases productos de la combustión y éstos ingresan en la turbina, se expanden y producen trabajo, una vez expandidos los gases son expulsados hacia la atmósfera.

Estas centrales son más económicas en la instalación que las de vapor. El rendimiento de la turbina a gas está dado por:

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{W}{Q_1}$$

$Q_1$  : calor total que se tiene en la combustión

$Q_2$  : calor que va hacia la atmósfera

$W$  : parte de calor que se transforma en trabajo.

c. Central de motores de combustión interna:

Utilizan el motor de combustión interna. Cuando el combustible se quema en un extremo de cada uno de los cilindros de un motor de combustión interna; se dice que éste es de simple efecto.

La figura N<sup>o</sup> 1.9., representa esquemáticamente una central a diesel.

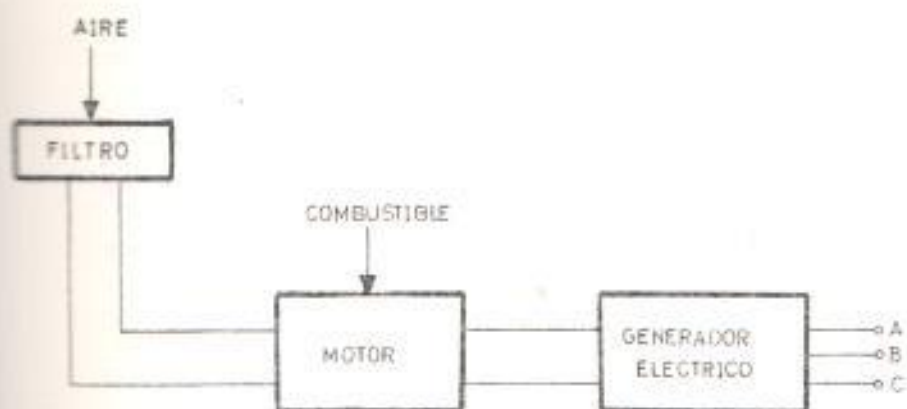


FIGURA Nº 1.9. CENTRAL A DIESEL

De la figura se observa que al motor de combustión interna ingresa el combustible y el aire. Haciendo un esquema general de lo que es un motor de combustión interna se muestra en la figura Nº 1.10.

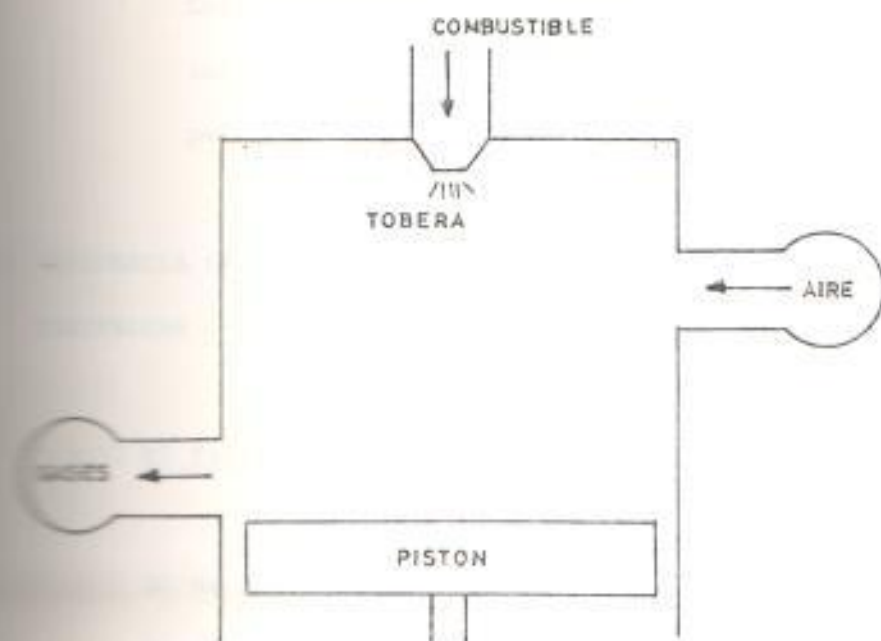


FIGURA Nº 1.10. MOTOR DE COMBUSTION INTERNA

Si el proceso se realiza en los dos extremos de cada uno de los conductos, el motor es de doble efecto. Una clasificación involucra el número de emboladas requeridas para completar un ciclo en cada extremo del conducto. Según esto un motor puede ser de 2 y 4 tiempos.

Los de 4 tiempos: aspiración, combustión, compresión y escape.

Los motores de combustión interna actuales y que se utilizan para la producción de energía interna son de dos tiempos. Primer tiempo: Aspiración y compresión; y Segundo tiempo: Combustión y escape.

Los combustibles corrientemente empleados en los motores de combustión interna son gases y destilados de petróleo de diversas densidades.

## 2.2. INFLUENCIA DE LA VARIACION DE CONSUMO SOBRE LAS CENTRALES HIDRO-ELECTRICAS

### 2.2.1. El factor de carga

Si se analiza el consumo de energía eléctrica de una región dada, encontraremos que no es constante sino que

sufre fuertes oscilaciones. Si registramos durante un día el consumo de kilovatios en función del tiempo, obtendremos un diagrama de potencia semejante al de la figura N° 1.11.

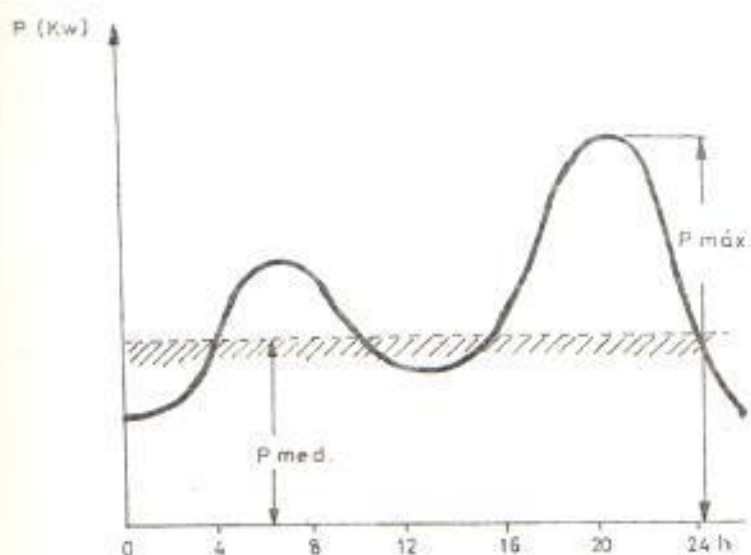


FIGURA N° 1.11. CONSUMO DE CARGA DURANTE EL TIEMPO  $T_0$

Del gráfico, la máxima punta de potencia  $P_{m\acute{a}x}$  es muy superior a la carga media  $P_{media}$  de la central.

La cantidad total de energía o trabajo eléctrico en kilovatios - hora suministrados en el tiempo  $T_0$  es  $A(kWh)$ , igual a la medida de la superficie limitada por la curva

de potencia.

La potencia media suministrada  $P_{med.}$ , es por consiguiente:

$$P_{med} = \frac{A}{T_o}$$

Es decir, igual al número total de kilovatios hora suministrados, divididos por el tiempo en horas. Una medida para la clase de carga la constituye el llamado factor de carga  $m$ , el cual se deduce de la relación.

$$m = \frac{A}{P_{m\acute{a}x} \cdot T_o} \quad \text{pero:} \quad A = P_{med} \cdot T_o$$

$$m = \frac{P_{med} \cdot T_o}{P_{m\acute{a}x} \cdot T_o} = \frac{P_{med}}{P_{m\acute{a}x}} = \frac{T_m}{T_o}$$

En cuyas fórmulas:

$A$  : representa la energía total en el tiempo considerado  $T_o$ .

$P_{m\acute{a}x}$  : carga máxima en ese mismo tiempo  $T_o$ .

$T_m$  : las horas equivalentes de utilización de dicha carga máxima durante el período.

### 3.3.2. Factor de utilización

Otro factor que se considera también en las centrales es el factor de utilización  $N$ , el cual se deduce de la relación.

$$N = \frac{A}{P_e \cdot T_o} = \frac{P_{med} \cdot T_o}{P_e \cdot T_o} = \frac{P_{med}}{P_e} = \frac{T_n}{T_o}$$

Siendo  $P_e$  la potencia instalada de una central, es decir la limitada por el órgano de la instalación de potencia más débil y por consiguiente, la más viable, siendo  $T_n$  las horas de aprovechamiento.

El factor de utilización, se refiere así a la potencia nominal instalada  $P_{ins}$  de las  $z$  máquinas existentes, y entonces se escribe:

$$N = \frac{A}{\sum P_n \cdot z \cdot T_o} = \frac{A}{P_{ins} \cdot T_o}$$

No basta construir una central para la carga máxima  $P_{máx}$  que



pueda presentarse en el año, sino que debe tenerse en cuenta que, por revisión o reparación, tal vez haya que prescindir de algún grupo de máquinas, lo cual exige disponer de una reserva.

### 3.3.3. Factor de reserva

A la relación entre la potencia instalada y la carga máxima prevista se le llama factor de reserva previsto  $r$  expresado por:

$$r = \frac{P \text{ instalada}}{P \text{ max. prevista}}$$

y el factor de reserva efectivo es la relación entre la potencia disponible y la carga máxima viable.

$$re = \frac{\text{potencia disponible}}{\text{carga máxima viable}}$$

en donde la potencia disponible se obtiene de la potencia instalada disminuyéndola en la potencia de los órganos en reparación y descanso, en tanto en cuanto rebajen la potencia instalada, así como deduciendo la disminución de potencia por condiciones defectuosas de funcionamiento.

No es necesario que toda central posea su propia reserva, pues

si varias de ellas están unidas por las líneas será posible que una funcione completamente sin reserva, siempre que en caso de averías en sus máquinas la falta de potencia que se origine sea compensada por otra central. De este modo se procede en las centrales hidráulicas, así como en las de vapor de costo elevado, o sea en las de cualquier clase, con fuertes gastos de implantación. Por lo general las centrales antiguas, que no trabajan tan económicamente como las modernas, suelen utilizarse para este servicio de reserva.

Partiendo del factor de carga  $m$  y del factor de reserva previsto  $r$  tenemos:

$$N = \frac{m}{r}$$

Se debe notar que el factor de carga  $m$  suele referirse a la potencia conectada  $P_{con}$ , es decir la suma de las potencias nominales de los aparatos de consumo eléctrico conectados por los abonados es sensacionalmente superior a la potencia instalada de la central, pues estos aparatos como lámparas, motores, etc., establecidos, no están nunca conectados simultáneamente. En las puntas, apenas un 20 o un 30 % de la potencia de consumo instalada participa en la toma de corriente.

Este hecho se refleja en el factor de consumo o de diver-

sidad

$$V_i = \frac{P_{\text{máx}}}{P_{\text{con}}}$$

La figura N° 1.12., representa las magnitudes de  $P_{\text{med}}$ ,  $P_{\text{máx}}$  y  $P_{\text{inst.}}$ , comparadas con la magnitud de la potencia conectada  $P_{\text{con.}}$ .

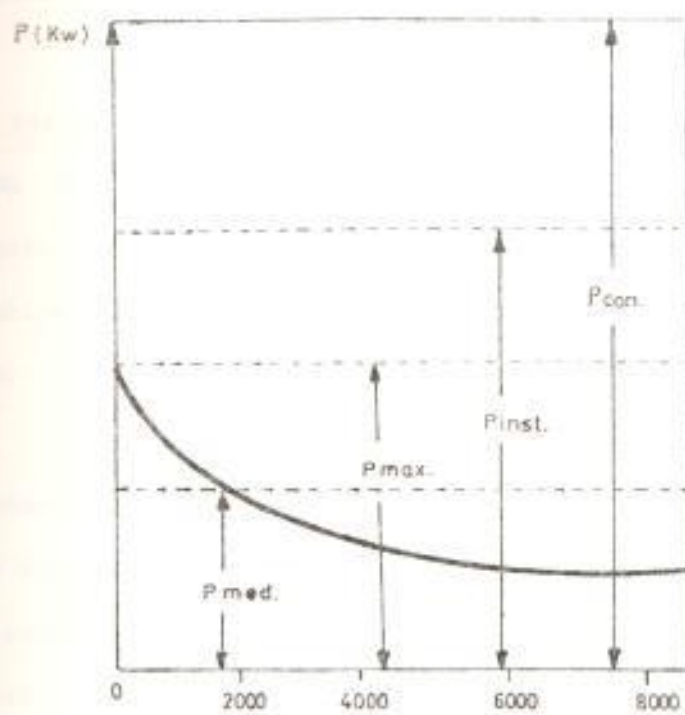


FIGURA N° 1.12. MAGNITUDES DE  $P_{\text{med}}$ ,  $P_{\text{máx}}$  Y  $P_{\text{inst.}}$ .

### 3.2. Influencia del tiempo de utilización sobre el precio del KWH

Para determinar la influencia del tiempo de utilización de una central sobre el precio del KWH hay que proceder a hacer un pequeño cálculo.

El precio de la corriente en líneas de salida de la central está determinado por el gasto necesario para su producción. Ese costo se compone de una parte fija, independiente de la carga de la central, y una parte variable que depende de esa carga.

En los costos fijos se incluyen ante todo los gastos por rédito de capital, por vigilancia de la central, y por amortización de edificios y máquinas. En los costos variables intervienen en primera línea los gastos de combustible.

Supongamos que  $i$  sucres representa los gastos de instalación por kilovatio de potencia instalada. Si la central se ha construido para la potencia en punta  $P_{\text{máx}}$  (en este caso prescindimos de la reserva), el costo de la central será  $P_{\text{máx}} i$  sucres. A este importe se le atribuyen los coeficientes de interés y amortización; y, además se debe tomar en cuenta los gastos de reparaciones y de servicio.

Los gastos de esta clase que corresponden a un año se suponen proporcionales al capital de instalación, designando el factor de proporcionalidad por  $p$ , por lo tanto los gastos fijos anuales serán:

$$G_f = P_{\text{máx}} \cdot i \cdot p.$$

Para producir 1 KWH se requiere un gasto  $c$  sucos de combustible. Si la duración de aprovechamiento de la central durante el año es de  $h$  horas, los gastos variables anuales estarán representados por:

$$G_v = c \cdot h \cdot P_{\text{máx}}.$$

Así pues, el total de gastos durante un año será:

$$G = G_f + G_v = P_{\text{máx}} i \cdot p + c \cdot h \cdot P_{\text{máx}}$$

Si los gastos se refieren a 1 KW de potencia instalada, resulta el gasto anual.

$$\frac{G}{P_{\text{máx}}} = ip + c \cdot h.$$

Como al año se producen  $h P_{\text{máx}}$  KWH, el gasto de producción por KWH suministrado es:

$$g = \frac{i_p}{h P_{\text{máx}}} = \frac{i_p}{h} + c$$

Esta fórmula demuestra que el gasto por KWH es tanto más bajo cuanto mayor es el tiempo de utilización  $h$  de la central.

Consideremos ahora una zona de suministro, cuya punta en kilovatios sea  $P_{\text{máx}}$  y el tiempo de utilización  $h$  horas, para lo cual queremos construir una central. Podemos elegir entre construir una en la cual el costo de energía sea el menor posible, pero con elevado gasto de instalación, o una de barato establecimiento, pero donde los gastos por energía serán en general, elevados. Para obtener cifras redondas, se analiza una central térmica con las fórmulas anteriores y después una central hidráulica. Para ver bajo que circunstancias será preferible una u otra clase de central. Para ello en las figuras N<sup>o</sup> 1.11. y N<sup>o</sup> 1.12. ., se representa una comparación de los gastos anuales por kilovatios de potencia instalada y el precio por kilovatio - hora producido en función de la duración de la carga, para una central térmica e hidráulica.

Luego para determinar cual de las dos centrales es más ventajosa el tiempo de utilización  $h$  o que suele llamarse tiempo límite económico de ambas centrales.

Para esto consideramos que el factor  $p$  es más bajo en caso de central hidráulica que en el de la térmica de vapor, por que la vida de aquella es muy superior a la de ésta; no son de tomar en consideración los gastos variables, supuesto que la fuerza del agua es gratuita. Para encontrar el valor límite  $h_0$ , al llegar al cual ambas centrales se igualan desde el punto económico, haremos:

$$g_1 = g_2 \text{ y tendremos:}$$

con la central I:

$$\frac{i_1 p_1}{h_0} + c_1 = g_1$$

y con la central II:

$$\frac{i_2 p_2}{h} + c_2 = g_2$$

$$\frac{i_1 p_1}{h_0} + c_1 = \frac{i_2 p_2}{h_0} + c_2$$

de donde, mediante una transformación obtenemos el tiempo límite.

$$h_0 = \frac{i_1 p_1 - i_2 p_2}{c_2 - c_1}$$

Si el aprovechamiento anual de la zona de suministros es mayor, entonces la figura nos dice que la central hidráulica es la preferible, mientras que si es menor, la preferible es la de vapor.



## CAPITULO II

### CARACTERÍSTICAS Y REPARTICION DE CARGA DE LAS CENTRALES ELECTRICAS

#### 2.1. CURVAS ENTRADA - SALIDA DE LAS CENTRALES ELECTRICAS

Para determinar la distribución económica de la carga entre las diversas centrales formadas por una caldera, una turbina y un generador, el costo de operación de la central debe expresarse en términos de la salida de potencia y es así que las curvas de entrada - salida establecen las relaciones entre la energía de entrada impulsada al sistema y la energía neta de salida del generador eléctrico.

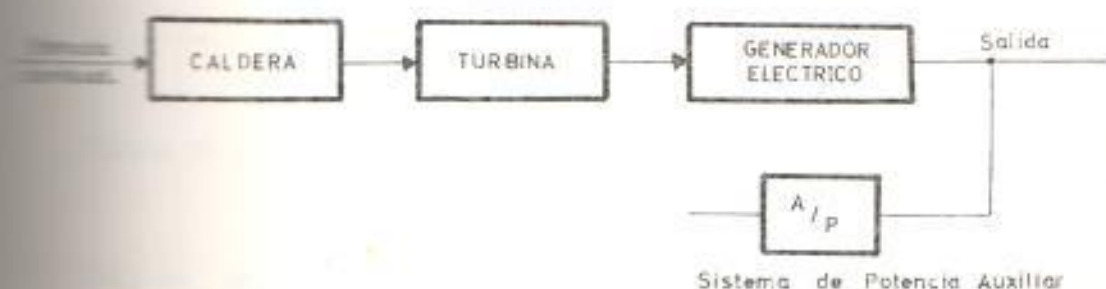


FIGURA Nº 2.1. DIAGRAMA DE UNA CENTRAL ELECTRICA

La entrada en la unidad térmica generalmente es medida en BTU/hora; si la entrada se representa en costo se usa (suavios/hora), mientras que la entrada en la unidad hidráulica es medida en  $m^3/\text{seg}$ . La potencia para ambos tipos de unidades es medida en kilovatios o megavatios.

Una curva entrada - salida representa el costo de generación de una cierta potencia por hora, como se observa en la figura Nº 2.2.

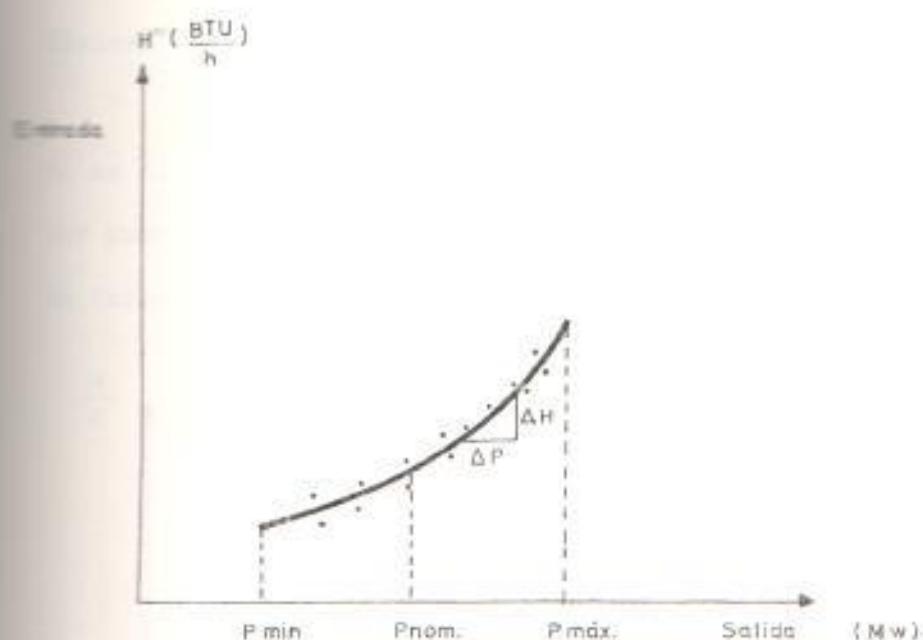


FIGURA Nº 2.2.- COSTO DE GENERACION DE UNA CIERTA POTENCIA POR HORA

Existen varios métodos para establecer estas curvas de entrada - salida, siendo ellos los siguientes: pruebas de ope

ración, determinación de los registros de operación y uso de datos de garantía del fabricante ajustado a las condiciones de operación actual. Siendo el método más practicable el de los registros de operación.

Estas curvas dependerán del tipo de aproximación que se haga (puede ser una recta, una parábola, etc.), y para aquellos puntos de potencia mayores al valor nominal, la curva sube más porque la eficiencia se reduce. Las unidades tienen valores límites que son  $P_{\min}$  y  $P_{\max}$ ; fuera de estos límites se producen efectos térmicos.

Si se divide la entrada para la correspondiente salida, punto - por punto ( $H/P$ ) se obtiene otra curva denominada la razón neta de calor, como se observa en la figura N° 2.3.

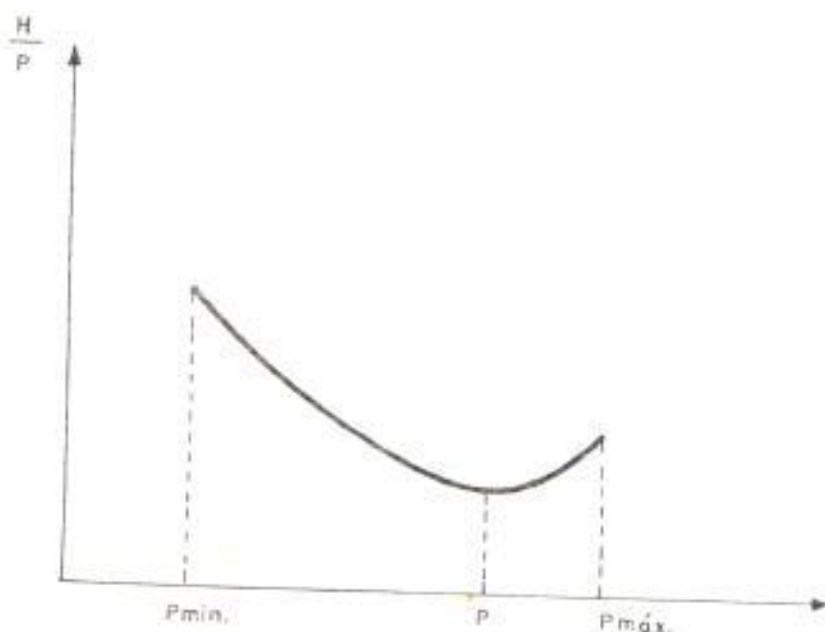


FIGURA N° 2.3. RAZON NETA DE CALOR

Esta curva representa la cantidad de combustible por unidad de potencia para generar una determinada potencia. El punto mínimo de la curva es el más eficiente ya que la unidad está diseñada para valores nominales.

También podemos determinar otra característica tomando los incrementos de potencia y se determina a su vez los incrementos en costos, haciendo cada vez a estos más pequeños.

$$\frac{\partial H}{\partial P} = \frac{\partial H}{\partial P}$$

graficando  $\frac{dH}{dp}$  Vs. P se obtiene la característica de calor incremental y con  $\frac{dF}{dP}$  Vs. P, obtenemos la característica de costo incremental cuyas unidades serían  $\frac{\text{M sucres}}{\text{Kw-h}}$  o  $\frac{\text{M sucres}}{\text{Kw} \cdot \text{h}}$ .

Esta característica de calor o costo incremental (ver figura Nº 2.4.), es la que más se utiliza en el despacho económico. En otras palabras la derivada de la curva entrada - salida corresponde a la característica de costo incremental.

graficando para una unidad térmica, diferentes tipos de

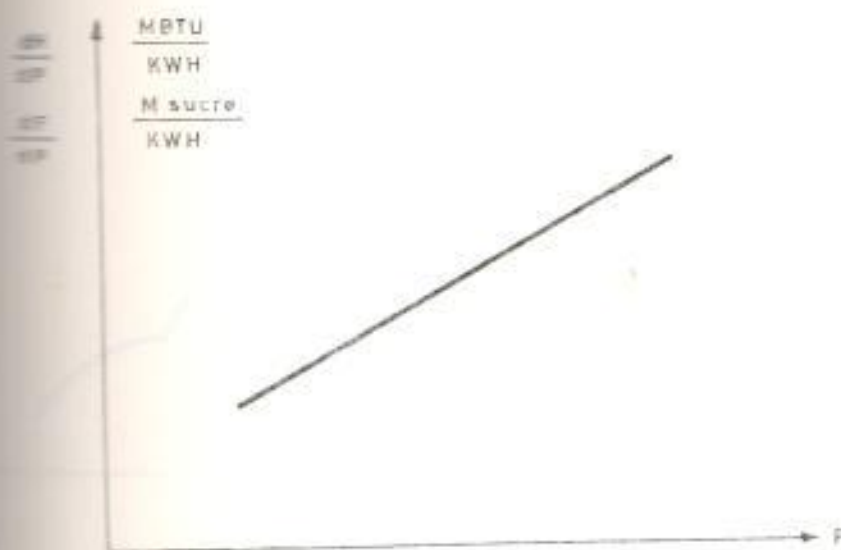


FIGURA Nº 2.4. CARACTERISTICAS DE COSTO INCREMENTAL

curvas entrada - salida se obtiene distintas curvas de costos incrementales como se puede observar en la figura Nº 2.5.

Para las unidades hidráulicas las curvas entrada - salida son similares a las térmicas lo Único que cambia es la entrada ya que en ésta influye el problema de la altura neta, es decir, si se tiene mayor altura neta se necesita menos caudal para generar determinada potencia y por lo tanto también va a depender del tipo de turbina a utilizar. Ver figura Nº 2.6.

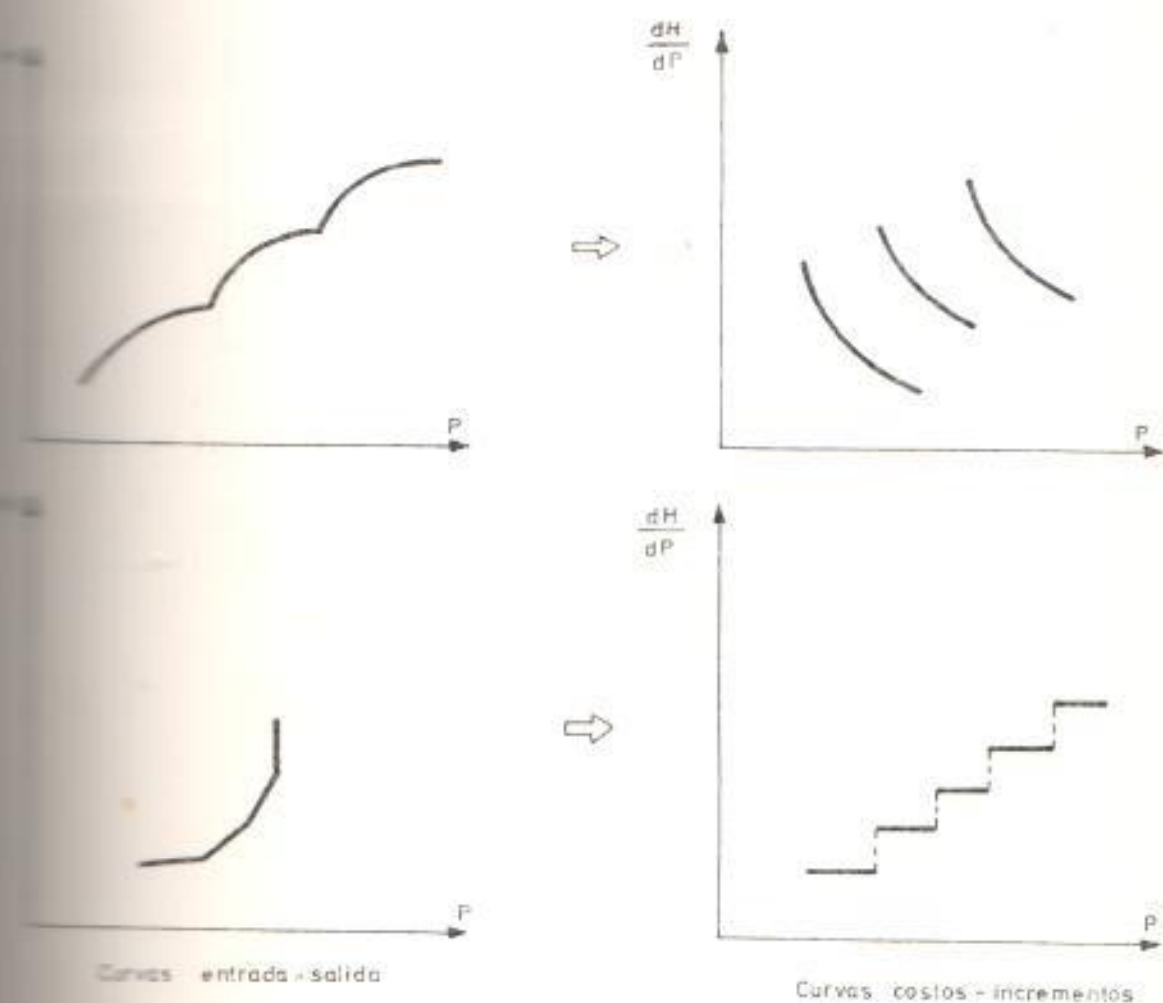


FIGURA Nº 2.5. CARACTERISTICA DE UNA UNIDAD TERMICA

altura neta = cabeza neta

Al igual que en las unidades térmicas también se obtiene la característica de costo incremental en las unidades hidráulicas, utilizando diferentes tipos de turbinas. Ver figura - (2.7.).

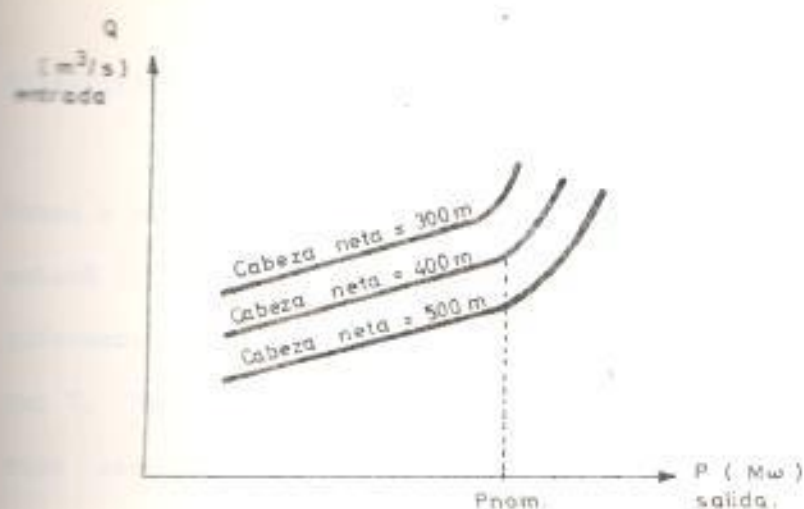


FIGURA Nº 2.6. CURVA ENTRADA - SALIDA DE UNA UNIDAD HIDRAULICA

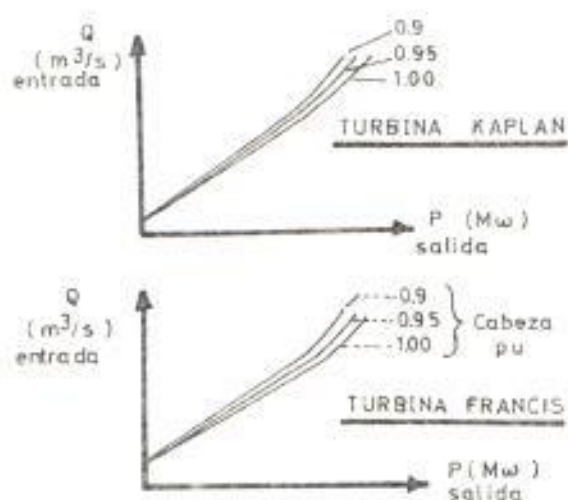


FIGURA Nº 2.7.a. CURVA ENTRADA - SALIDA - UNIDADES HIDRO

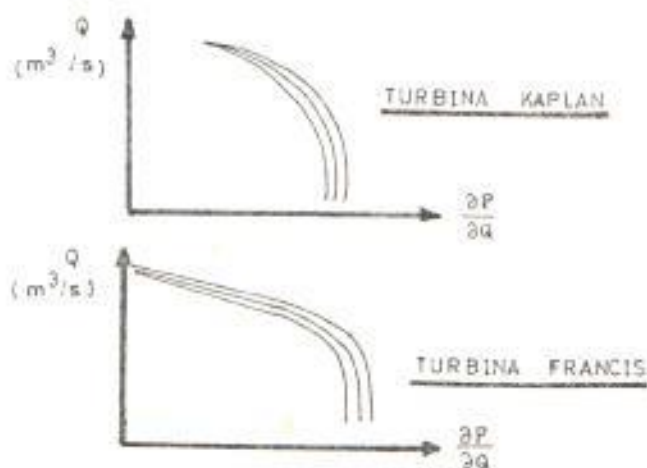


FIGURA Nº 2.7.b. CURVAS INCREMENTABLES - UNIDADES HIDRO

## 2.2. REPARTICION GENERAL DE CARGA

Vamos a partir del diagrama de carga diario, el mismo que estará formado por  $n$  valores  $P_1, \dots, P_n$  de potencia que consideramos constante durante el intervalo de tiempo elemental  $T$ . Para satisfacer dicho diagrama se dispone de varios recursos que se pueden clasificar como sigue:

Centrales hidroeléctricas de Pasada, que no influyen en las centrales a reservorio, y vamos a suponer que la programación diaria que cubrirán dichas centrales  $P_{f1}, \dots, P_{fn}$ , es conocido.

Centrales hidroeléctricas regulables, esto es con reservorios, es precisamente su diagrama de producción  $P_{m1}, \dots, P_{mn}$  que se tendrá que determinar.

Centrales térmicas convencionales con su diagrama de funcionamiento  $P_{t1}, \dots, P_{tn}$  que también se tendrá que determinar.

Sin embargo, una vez encontrados los diagramas de producción de las centrales hidráulicas, es fácil deducir la energía a producir se por las centrales térmicas ( $E_t$ ) en la jornada de estudio como



La diferencia entre la energía demandada y la energía producible por los otros recursos hidráulicos.

Una situación ideal de la repartición de los recursos energéticos durante un día se representa en la figura Nº 2.8.

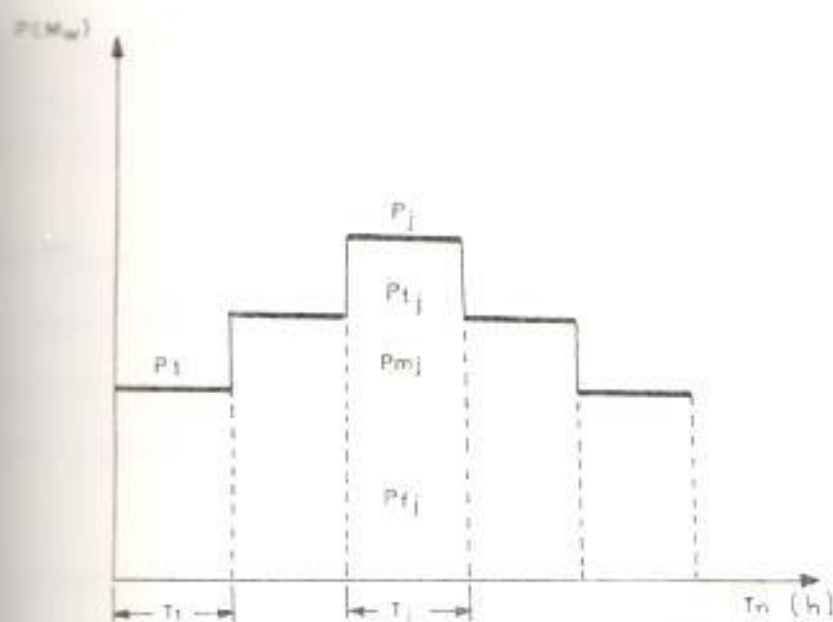


FIGURA Nº 2.8. REPARTICION DE RECURSOS ENERGETICOS

Seguendo la simbología ya utilizada se puede describir para cada intervalo de tiempo elemental  $T$  la siguiente relación:

Donde:

$P_j$  es la carga demandada.

$$P_j = P_{fj} + P_{mj} + P_{Tj}$$

$$J = 1, 2, \dots, n$$

La cual expresa la exigencia de estar frente a la carga requerida instante por instante, generando lo necesario justo para satisfacerla.

Si la carga demandada  $P_j$  se le sustrae la demanda base  $P_{fj}$ , se obtiene la carga residual  $r_j$ .

$$r_j = P_{mj} + P_{tj} \quad J = 1, \dots, n \quad (n = \text{horas})$$

Esta carga residual como podemos ver debe ser cubierta por las centrales térmicas convencionales y las centrales hidráulicas regulables. Por lo tanto son estos dos tipos de centrales los que debemos programar.

El criterio seguido para satisfacer la demanda y repartir las cargas entre la central termoeléctrica y las de reservorio trata de cumplir con la condición de que el diagrama térmico sea lo más nivelado y eso se puede expresar como:

$$P_{tj} = \frac{E_t}{nT} = \text{constante} \quad j = 1, \dots, n$$

Por lo tanto, las partes variables del diagrama residual deberán ser cubiertas por las centrales hidroeléctricas regulables.

galables, y cada central hidroeléctrica presentará un diagrama semejante en su forma al diagrama residual.

Así, si tenemos  $m$  centrales y llamando  $P_{ij}$  a la potencia generada por la central  $i$ -ésima durante el intervalo de tiempo  $j$ -ésimo,  $E_i$  es la energía que la central  $i$  debe producir en el día, y el  $E_t$  es la energía global que se debe producir con las centrales hidroeléctricas regulables en el día, o sea:

$$E_t = \sum_{i=1}^m E_i$$

Donde:

$E_i$  : energía de la central  $i$

$E_t$  : energía global

Obtendremos que para cada intervalo:

$$\frac{E_i}{E_h} (E_h) = r_j - \frac{E_t}{nT}$$

$i = 1, \dots, m$

$r_j$  : carga residual

$$\frac{E_{ij}}{E_h} = \left( \frac{E_i}{E_h} \right) \left( r_j - \frac{E_t}{nT} \right)$$

$j = 1, \dots, n$

De esta última ecuación se puede concluir que la cuota de participación de cada central hidroeléctrica regulable para la cobertura del diagrama de carga esté determinado por el reparto uniforme entre la energía que se puede producir con dicha central y la energía global que se puede producir con todas las centrales del mismo tipo.

Esta relación resolvería en el modo más completo y al mismo tiempo simple, el problema de la repartición de la producción hidroeléctrica regulable entre las diversas centrales.

Sin embargo, se puede observar que dicha relación no considera las condiciones impuestas por la potencia disponible en las diversas centrales.

Si consideramos  $P_i$  como la potencia disponible en la Central  $i$ -ésima, debe necesariamente ser:

$$P_{ij} \leq P_i$$

$$i = 1, \dots, m$$

$$j = 1, \dots, n$$

Además, de acuerdo a las consideraciones que hemos estado -

observando, en caso de tener un intervalo  $j$  en el que no se cumple la última ecuación, no podemos poner simplemente - que  $P_{ij} = P_i$  sino que, con el fin de producir en cada caso la energía asignada, se debe hacer redistribuciones en la energía de los otros intervalos de tiempo.

El criterio para las redistribuciones debe ser especificado en modo unívoco, ya sea para operar con una política uniforme para todas las centrales regulables o ya sea para considerar condiciones de otro tipo como por ejemplo aquellas impuestas por la capacidad del reservorio (evitar secamientos o derrames).

Entonces el método de programación debe repartir la potencia de producción entre las diversas centrales hidráulicas regulables - teniendo en cuenta todas las condiciones existentes para cada central, de modo que el diagrama resultante de la diferencia entre las cargas  $r_j$  y las de dichas centrales sea lo más nivelado posible. Por lo tanto la relación base de tal criterio es la siguiente:

$$\text{minimizar } \rightarrow \sum_{j=1}^n \left( r_j - \sum_{i=1}^m P_{ij} \right)^2$$

o sea la condición que produce un diagrama que deberá ser cubierta por centrales térmicas lo más nivelado posible.

## 2.2. REPARTICION DE CARGA DE ACUERDO A LAS CARACTERISTICAS PROPIAS DE LAS DIVERSAS CENTRALES

El método para programar las centrales tiende a utilizar como ya dijimos los varios tipos de centrales según la especialización de las funciones que las respectivas características térmicas permiten.

Estas características en la medida que interesan, pueden ser reunidas así:

### 2.2.1. Centrales hidroeléctricas

- La potencia eléctrica generada depende de la altura neta del Salto.
- Relativa rapidez y facilidad en las maniobras de arranque y regulación no excesivamente rápida de la presa de carga.

### 2.2.2. Centrales térmicas

- Consumos horarios crecientes con una curva parabólica al crecer la potencia eléctrica generada.
- Complejidad de la maniobra de arranque, modulabilidad lenta y no continua de la potencia que entrega.

- Imposibilidad por construcción de entregar potencia más bajo de un cierto mínimo técnico.
- Capacidad de variar rápidamente más allá de la potencia requerida (a causa de la pequeña inercia del fluido del motor).
- Costos no despreciables en el arranque debido esencialmente al calor que se debe almacenar antes de andar a régimen y que se disipa a partir del momento en que se ha parado.

Basándonos en las consideraciones precedentes, se puede ya intuir que el tipo de ejercicio diario debe tratar de combinar óptimamente los dos tipos de centrales.

Para ello, como ya se explicó, tendremos que operar en modo tal que las centrales hidroeléctricas sigan lo más cerca posible las variaciones del diagrama de las cargas, de tal forma que se obtenga que la diferencia entre este último y la producción de las plantas hidroeléctricas resulten lo más nivelado posible en el curso de las 24 horas.

De este modo, al utilizar mejor según las características

propias de funcionamiento los dos diversos tipos de centrales, se obtendrá también el mínimo costo de la energía térmica que debe producirse y el mínimo número de grupos termoeléctricos para tener en servicio con el fin de realizar la producción de energía prevista como es obvio.

#### LA REPARTICION DE LA POTENCIA HORARIA ENTRE LAS CENTRALES HIDROELECTRICAS REGULABLES

Para traducir cuantitativamente el criterio del manejo de las centrales hidroeléctricas regulables arriba bosquejado introducimos algunas definiciones relativas a tales centrales.

$m$  : número de centrales

$P_{ij}$  : potencia producida por la central  $i$ -ésima durante el  $J$ -ésimo intervalo de tiempo ( $i=1, \dots, m, j=1, \dots, n$ ) desconocida.

$E_i$  : energía a producirse por la central  $i$ -ésima durante  $nT$ , conocida.

$P_i, P_i'$ : potencia mínima y eficiente de la central  $i$ ; conocida,  $P_i$  podría resultar negativa si existen en la central grupos de bombas.

$V_i, V_i'$ : capacidad mínima y máxima del reservorio  $i$ , alimentando la central  $i$  conocida.

$V_{i0}$  : valor inicial del embalse del reservorio  $i$ , conocido.



$f_{ij}$  (MWh) : aportes al reservorio  $i$  durante el intervalo  $j$ , conocido si la central  $i$  no depende de otra.

$v_{ij}$  :  $v_{i0} + \sum_{h=1}^j f_{ih} - T \sum_{h=1}^j P_{ih}$  (MWh) contenido del reservorio  $i$  al término del intervalo de tiempo  $j$ , desconocido.

Los límites para evitar derrames o secamientos, respectivamente son:  $d_{ij}$ ,  $D_{ij}$ .

$d_{ij} = v_{i0} + \sum_{h=1}^j f_{ih} - V_i$  conocido  $i$  son conocidos los  $f_{ih}$

$D_{ij} = d_{ij} + V_i - v_i$  conocido  $i$  son conocidos los  $f_{ih}$

Las condiciones a las cuales está sometida la incógnita  $P_{ij}$  resultan del hecho de que a cada central se le asigna la producción  $E_i$ , que a cada  $j$  (intervalo de tiempo) la potencia generada debe estar comprendida entre el mínimo y el máximo asignado,

$$E_i = T \sum_{j=1}^n P_{ij} \quad i = 1, \dots, m$$

$$P_{ij} \leq P_i \quad i = 1, \dots, m$$

$$j = 1, \dots, n$$

$$d_{ij} \leq T \sum_{h=1}^j P_{ih} \leq D_{ij} \quad i = 1, \dots, m$$

$$j = 1, \dots, n$$

$$S. I = \sum_{j=1}^n \left( r_j - \sum_{i=1}^m P_{ij} \right)^2 = \min$$

Las ecuaciones 1, 2 y 3, corresponden respectivamente a las condiciones sobre la energía, sobre los límites de potencia y sobre los límites de embalse, la 4, se asume para expresar el criterio requerido que sea "lo menos variable posible" el diagrama  $\left( r_j - \sum_{i=1}^m P_{ij} \right)^2$ , que debe ser cubierto con las centrales termoeléctricas.

#### REPARTICION DE LA POTENCIA HORARIA ENTRE LAS CENTRALES TERMOELECTRICAS

Resolviendo la repartición de la potencia horaria entre las centrales hidroeléctricas regulables se obtiene un diagrama horario de la demanda residual, al cual deberá satisfacerse sólo con las unidades termoeléctricas.

Tales diagramas residuales, que en el límite deben ser sólo una línea horizontal, totalmente nivelada, debe ser cubierta por las unidades termoeléctricas de la manera más económica posible.

Esto se obtiene operando en modo tal que todas las unidades termoeléctricas que participen en la producción, hora por hora, funcionan a iguales "costos incrementales".

Para comprender tal afirmación es necesario referirse a la curva de consumo específico de una unidad térmica genérica.

Esta al generar, tiene un comportamiento del tipo representado en la figura Nº 2.8.g

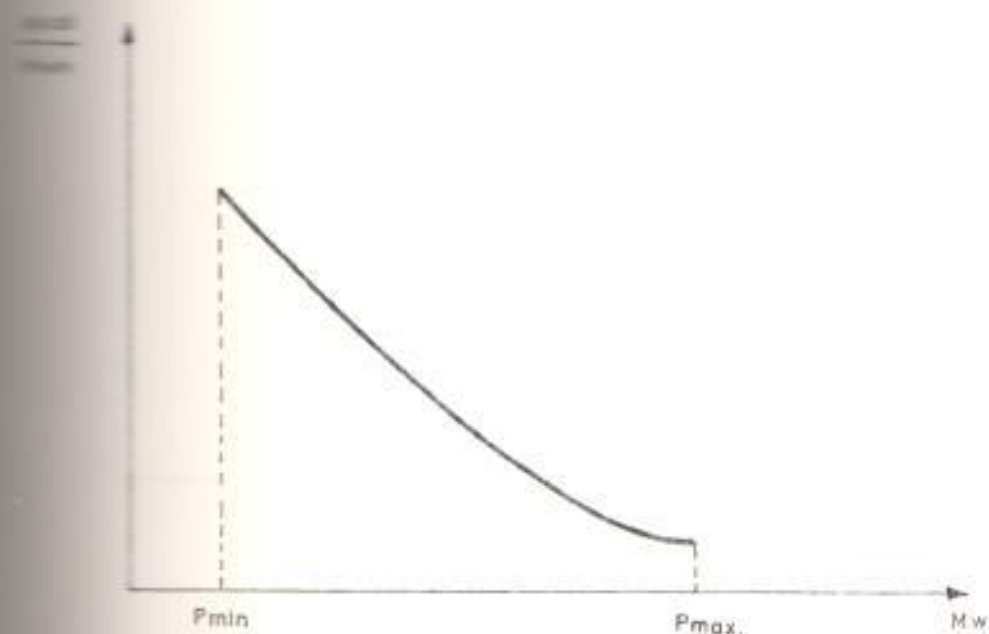


FIGURA Nº 2.8.a CURVA DE CONSUMO ESPECIFICO DE UNA UNIDAD TERMICA  
GENERICA.

A partir de la figura Nº 2.8., multiplicando cada valor de la abscisa por el correspondiente valor en la ordenada, se obtiene la correspondiente curva de los consumos por hora que tiene un

comportamiento del tipo de la figura N° 2.9.

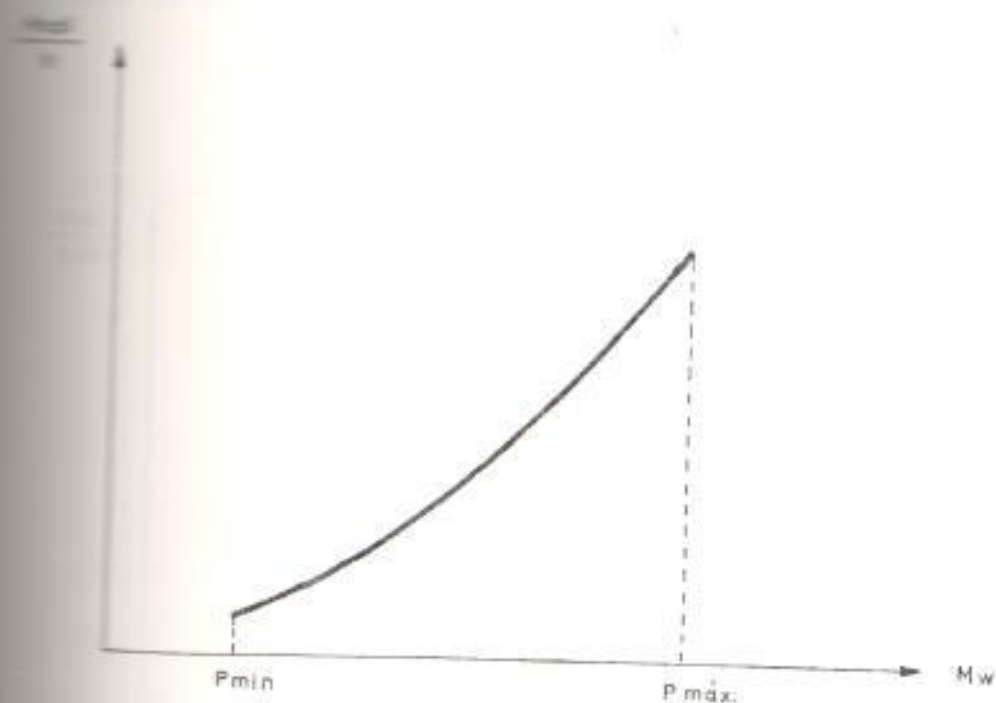


FIGURA N° 2.9. CURVA DE LOS CONSUMOS POR HORA PARA UNA UNIDAD TERMICA GENERICA.

Con una buena aproximación, se puede decir que tal curva es una parábola.

Recordando que la parábola tiene una pendiente linealmente cre

eficiente (o decreciente) y que tal pendiente en cada punto de la curva es medida de los valores de la tangente trigonométrica - relativa se puede trazar un comportamiento de la tangente para la curva de la figura N° 2.9., que por cuanto se ha dicho así miré el aspecto de la figura N° 2.10.

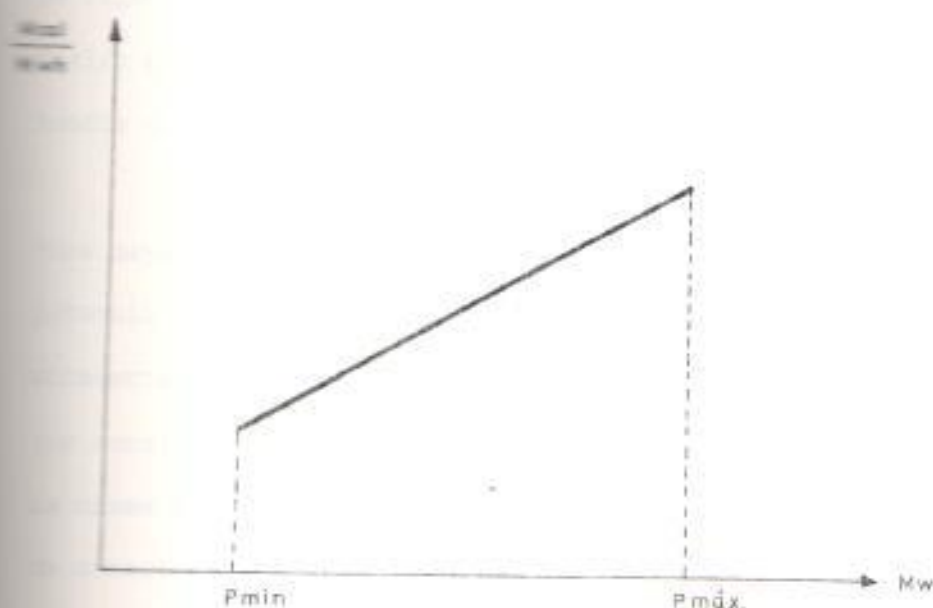


FIGURA N° 2.10. CONSUMO INCREMENTAL DEL GRUPO TÉRMICO

La recta representa en cada punto el comportamiento del "consumo incremental" del grupo.

Como es fácil notar en la abscisa y en la ordenada de la figura - N° 2.10., aparecen las mismas unidades que se presentaban en

Las coordenadas de la figura N<sup>o</sup> 2.8.

El significado de las dos figuras es obviamente diferente.

La figura N<sup>o</sup> 2.8., representa el consumo de Mcal por cada Mwh - producida en la correspondiente potencia en la abscisa.

La figura N<sup>o</sup> 2.10., representa el consumo que se debe agregar en Mcal/h por cada MW requerido en más o menos, respecto a la po - tencia de funcionamiento.

Para mayor comprensión de como la situación de repartición de la potencia a iguales consumos incrementales es la situación económicamente óptima, se puede referir a un simple ejemplo didáctico que considera la presencia en la red de dos unidades que tienen la misma potencia nominal, el mismo mínimo técnico y la parábola de consumos horarios diferentes pero en una cantidad constante - en la abscisa. Por cuanto se ha dicho las rectas que representan el comportamiento de la pendiente ( o bien el valor de la tangen - te trigonométrica en cada punto) de las dos parábolas serán - iguales y coincidentes. Ver la figura N<sup>o</sup> 2.11.

En tal caso, dada P, la potencia requerida y que tienen que producir las dos unidades, la repartición a iguales consumos - marginales prevee que cada unidad participe con una potencia pa - recida a la mitad de aquella global requerida.

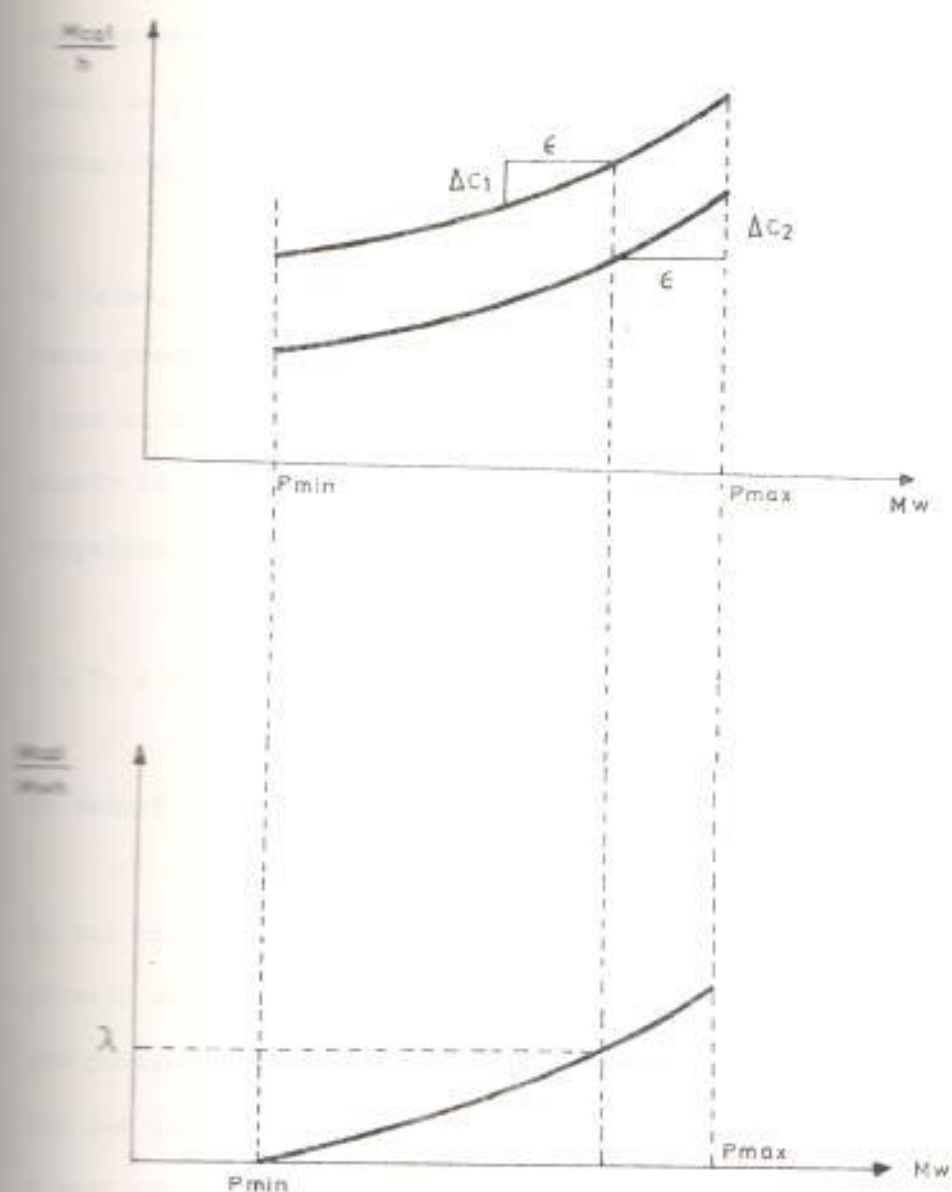


FIGURA N<sup>o</sup> 2.11.- CURVA DE CONSUMOS Y CONSUMOS INCREMENTALES DE UN EJEMPLO DIDACTICO.

En particular, como se ve en la figura N<sup>o</sup> 2.11., se tendrá  $P_1 = P_2 = P/2.$ , que corresponde a funcionar a un igual costo incremental  $\lambda$ , también si el rendimiento de la unidad 2 es

constantemente superior al rendimiento de la unidad 1. En este punto se puede fácilmente ver que aquella configuración es la situación óptima económica.

De hecho, si por ejemplo (como parecería intuitivo) se quisiera hacer producir una mayor potencia  $P_2 + E$  a la unidad 2, que tiene el mejor rendimiento, de una cantidad parecida deberá disminuir la potencia entregada por la unidad 1 a fin de que sea respetada la relación.

$$P = P_1 + P_2$$

Se deberá tener entonces  $(P_1 - E) + (P_2 + E) = P$  con  $E > 0$ .

En tal caso, sin embargo, recordando que la parábola que por hipótesis describe el consumo horario de la unidad térmica tiene una pendiente linealmente creciente y que en particular, para las dos unidades que estamos considerando, las dos parábolas tienen punto por punto la misma pendiente, el aumento de costo  $\Delta C_2$  para producir  $E$  (MW) en más con la unidad 2 es superior al respectivo  $\Delta C_1$  que se obtiene produciendo al mismo tiempo  $E$  (MW) menos con la unidad 1.

De hecho para cada trazo de parábola del tipo de aquella en la Figura Nº 2.11., se tiene siempre que desplazándose un  $\Delta x$  posi



Como en + o en - alrededor de un punto de referencia en la abscisa  $x^*$  los correspondientes  $\Delta Y$  satisfacen la siguiente relación:

$$\Delta y'' > \Delta y'$$

Donde:

$$\Delta y'' = f(x^* + \Delta x)$$

$$\Delta y' = f(x^* - \Delta x)$$

Como se puede ver claramente en la figura Nº 2.12.

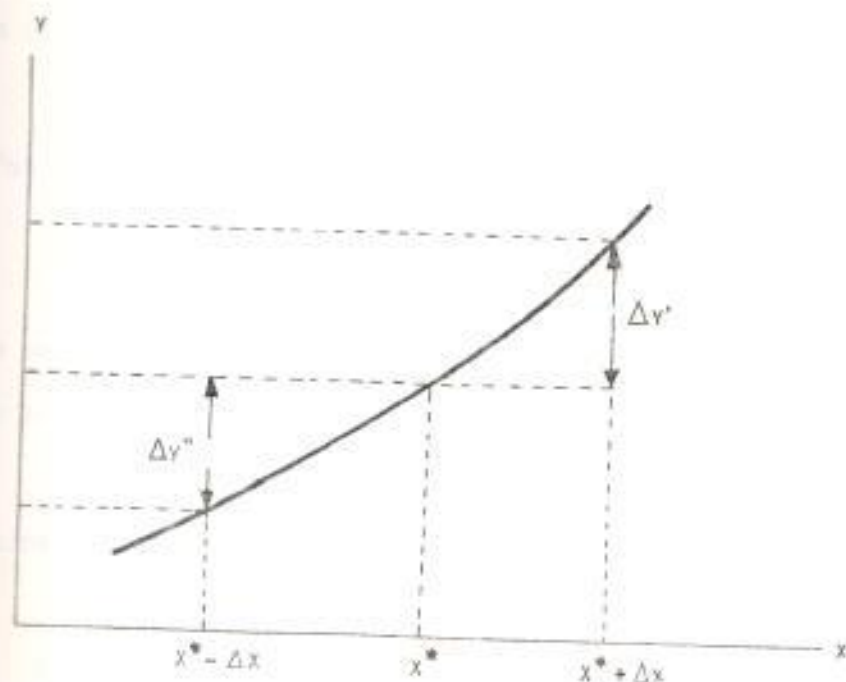


FIGURA Nº 2.12. VARIACION DE LOS CONSUMOS ENTRE LAS UNIDADES QUE ESTAMOS CONSIDERANDO.

Con un razonamiento análogo se demuestra que el modo más económico de operar un grupo que debe producir en la jornada una energía dada  $E$  es de asignarle un diagrama de producción constante a potencia  $E/24$  h, como ya se ha dicho.

Todo cuanto se ha expuesto en esta sección, se describe matemáticamente del siguiente modo:

Sean  $N$  unidades termoeléctricas, cada una que tenga un diagrama de consumo horario del tipo parabólico. Sea  $P$  la potencia requerida y que deben generar el conjunto de las  $N$  unidades.

Sean:  $X_{mi}$ ,  $i = 1, \dots, N$  la potencia de las mínimas técnicas; y,  $X_{Mi}$ ,  $i = 1, \dots, N$  la potencia máxima, puesto que:

$$\sum_{i=1}^N X_{mi} \leq P \leq \sum_{i=1}^N X_{Mi}$$

Se desea repartir tal potencia  $P$  entre todas las  $N$  unidades en modo que sea mínimo el consumo global.

Se tendrá entonces:

$$P = \sum_{i=1}^N X_i$$

Luego, para minimizar existen varios métodos: entre ellos el de multiplicadores de Lagrange, programación dinámica, etc. Esto significa que todas las  $N$  unidades deben funcionar a iguales costos incrementales.

## C A P I T U L O III

### MÉTODOS APLICADOS A LA COORDINACIÓN HIDROTERMICA

#### 1. INTRODUCCION

La necesidad de obtener mayor confiabilidad y economía en la producción de energía eléctrica en grandes sistemas, es un problema fundamental del despacho económico de carga, para lo cual se han desarrollado varios métodos para resolver en forma óptima estos problemas de la coordinación hidrotérmica. La disponibilidad de rápidos conmutadores tanto analógicos como digitales y la amplia aplicación del Software en el área de la programación matemática permiten resolver problemas de optimización en gran escala, antes considerados impracticables. Las ventajas particulares de las computadoras son, que ellas pueden controlar continuamente las condiciones de carga del sistema, determinar la distribución más económica de generación entre las unidades y enviar control a los impulsos de carga de las unidades a los valores deseados. Un control del computador convenientemente aplicado puede alcanzar una disposición casi

exacta de carga para las unidades con el mínimo costo de combustible.

En un computador digital pueden resolverse problemas de despacho económico de carga en pequeños intervalos de tiempo y simultáneamente llevar a cabo otras funciones del control del sistema.

En la continuación se presenta la formulación del problema de despacho económico de un sistema hidrotérmico como un problema de optimización. Luego serán descritos brevemente algunos métodos disponibles para resolver el problema.

### 2.1. Objetivo de la coordinación hidrotérmica

La operación de unidades hidro en un sistema donde tanto la generación hidro y térmica son usadas, presentan una expansión del problema de despacho económico de carga.

Una operación eficiente de los sistemas hidro es importante no solamente por razones económicas, sino para prevenir los rechazos de carga.

Hay muchas situaciones conectadas con las operaciones hidro, tales como flujos no controlados y descargas requeridas de agua para irrigación o control de inundaciones, las cua

les alejan del sistema operador algunas de las alternativas que pueda tener aun cuando podría ser usada totalmente el agua como es deseada para beneficiar la producción de potencia.

Sin embargo, si un valor puede ser asignado sobre el agua usualmente en sures por  $m^3$ , las unidades hidro pueden ser operadas incrementalmente juntas con unidades térmicas para la operación económica total del sistema.

Por supuesto, el valor sobre el agua varía de tiempo en tiempo, siendo bajo durante períodos de gran caudal, durante e inmediatamente después de tormentas (lluvias), y aumentando durante períodos cuando hay escases de agua, ya que cada  $m^3$  de agua a través de una planta hidro desarrollará una cantidad definida de energía, dependiendo de la altura o caída de la planta, ya que el agua es equivalente al combustible tal como gas o aceite para propósito de producción de potencia.

La coordinación hidrotérmica es un procedimiento desarrollado para obtener el costo mínimo de generación en la operación de un sistema ingrado por generación hidro y térmica.

Básicamente, en un programa de generación hidrotérmica,

las curvas de entrada y salida para cada unidad hidro son desarrolladas mostrando los  $m^3$  por hora trazados contra la carga de megavatios.

De las curvas de entrada y salida, las curvas de proporción de agua incrementales demuestran el incremento de proporción de agua en  $m^3$  por megavatios hora, graficado en contra de la carga en megavatios.

Un precio arbitrario es dado al agua por cada planta en sures por  $m^3$ . Si se desea usar más agua, el precio es reducido, y si menos agua es usada, el precio del agua es incrementado.

Para una selección apropiada de los precios del agua, se usará una cantidad exactamente deseada durante cualquier período de tiempo requerido.

Las plantas hidro entonces seguirán la carga incremental requerida del sistema y ayudarán para llevar a cabo el resultado deseado de minimizar el costo total de combustible.

El valor del agua en los programas de coordinación hidrotérmica es usualmente denotada por la letra  $\gamma$  para distinguirlo de las unidades térmicas y del costo incremental,

el cual es designado por la letra  $\lambda$ .

La integración apropiada de la generación hidro y térmica para minimizar el costo total es algo complejo y puede ser solamente resuelto de manera óptima por medio de un computador digital.

Aún con un computador, el número de cálculos usados para determinar la operación más económica puede ser tan grande que un tiempo considerable del computador es requerido para obtener una solución correcta al problema.

#### MÉTODOS DE LOS MULTIPLICADORES DE LAGRANGE

Es una técnica matemática que se emplea en los problemas de optimización y consiste en maximizar y minimizar una función de varias variables, denominada función objetiva, la cual está sujeta a ciertas condiciones restrictivas que se deben cumplir o respetar; las mismas que pueden ser también otras funciones; formando de esta manera una función auxiliar la cual debe cumplir con la condición de que la derivada parcial de la función auxiliar con respecto a cada una de las variables debe ser igual a cero, que son condiciones necesarias para minimizar una función que es el objetivo principal de los problemas de optimización.



Expresando ésto matemáticamente tenemos:

Sea:

$F(x,y,z)$  la función objetivo:

sujeto a una condición restrictiva  $\vartheta(x,y,z) = 0$

Se forma la función auxiliar

$$G(x,y,z) = F(x,y,z) + \lambda \vartheta(x,y,z)$$

Sujeto a las condiciones:

$$\frac{\partial G}{\partial x} = 0 ; \quad \frac{\partial G}{\partial y} = 0 ; \quad \frac{\partial G}{\partial z} = 0$$

que son condiciones necesarias para máximos o mínimos relativos; donde el parámetro que es independiente de  $x,y,z$ , se llama multiplicador de lagrange.

Este método se puede generalizar si se quiere hallar el máximo o el mínimo relativo de una función  $F(x_1, x_2, \dots, x_n)$  sujeta a las condiciones restrictivas.

$$g_1(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0$$

$$g_2(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0$$

$$g(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0$$

Se forma la función auxiliar

$$G(x_1, x_2, \dots, x_n) = F + \lambda_1 \phi_1 + \lambda_2 \phi_2 + \dots + \lambda_k \phi_k$$

sujeta a las condiciones necesarias

$$\frac{\partial G}{\partial x_1} = 0 ; \frac{\partial G}{\partial x_2} = 0 ; \frac{\partial G}{\partial x_n} = 0$$

Donde:

$\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k$ , que son independientes de  $x_1, x_2, x_k$ , son los multiplicadores de Lagrange.

A la función auxiliar, también se la puede expresar de la siguiente manera:

$$G(x_1, x_2, \lambda) = F(x_1, x_2) + \lambda \phi(x_1, x_2)$$

que se conoce con el nombre de "Ecuación de Lagrange" y consiste de tres variables  $x_1, x_2$ , y  $\lambda$ . Cuando se resuelve para los valores óptimos de  $x_1$ , y  $x_2$ , automáticamente se calcula el valor de  $\lambda$ .

Y para cumplir con las condiciones establecidas sólo se requiere que la derivada parcial de L con respecto a cada una de las variables desconocidas  $x_1, x_2, \lambda$ , sea igual a cero.

Esto es:

$$\frac{\partial L}{\partial x_1} = 0 \quad ; \quad \frac{\partial L}{\partial x_2} = 0 \quad \frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0$$

Por lo general, las restricciones no son de igualdad solamente, sino también de desigualdad, esto es:

$$g(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq 0$$

La solución óptima en tales problemas no requiere necesariamente que todas las restricciones de desigualdad sean "alcanzadas", es decir que la optimización restringida ocurre en los límites de la región factible.

### 3.2.1. Condiciones de Kuhn - Tucker

La regla fundamental que indica cuando el óptimo ha sido alcanzado se indica por medio de las condiciones de Kuhn - Tucker.

Se desea minimizar  $F(x)$

$$\begin{aligned} \text{sujeto a } W_i(x) &= 0 & i = 1, 2, \dots, N_W \\ g_i(x) &\leq 0 & i = 1, 2, \dots, N_g \end{aligned}$$

La ecuación de Lagrange

$$L(x, \lambda, u) = F(x) + \sum_{i=1}^{N_W} \lambda_i W_i(x) + \sum_{i=1}^{N_g} u_i g_i(x)$$

Las condiciones para un óptimo son:

$$1. \quad \frac{\partial L}{\partial x_i} = 0 \quad i = 1, \dots, N$$

$$2. \quad \frac{\partial L}{\partial \lambda_i} = 0 \quad W_i(x) = 0 \quad i = 1, \dots, N_W$$

$$3. \quad \frac{\partial L}{\partial u_i} = 0 \quad g_i(x) \leq 0 \quad i = 1, \dots, N_g$$

$$\begin{aligned} 4. \quad u_i g_i(x) &= 0 \\ &] \quad i = 1, \dots, N_g \\ u_i &\geq 0 \end{aligned}$$

Las tres primeras condiciones son las mismas que en el caso anterior; la cuarta sirve para determinar

si la restricción de desigualdad  $g_i$  está siendo alcanzada o no, es decir para saber si:

$$g_i = 0$$

$$g_i < 0$$

Al tener  $u_i g_i = 0$  tenemos dos casos:

$$a. u_i = 0 \rightarrow g_i < 0$$

$$b. u_i > 0 \rightarrow g_i = 0$$

✓ Aplicando este método en un problema de despacho económico de un sistema de potencia que consiste en determinar el costo mínimo de generación, dadas las cargas y la red de transmisión, y sujeto a restricciones de calidad y seguridad y a los límites de generación se pueden resumir en una función costo que relaciona la entrada en sures y la salida en Mw.

$$f(P_i) = a + bP_i + cP_i^2$$

Si la función objetivo es:

$$F(P_1, P_2) = f_1(P_1) + f_2(P_2)$$

Donde:

$f_1(P_1)$  y  $f_2(P_2)$  son las funciones de costos de cada una de las unidades en función de  $P_1$  y  $P_2$ .

Con la restricción:

$$W_1(P_1, P_2) = P_r - P_1 - P_2 = 0$$

y además:

$$P_1^- \leq P_1 \leq P_1^+ \quad \left\{ \begin{array}{l} g_1(P_1) = P_1 - P_1^+ \leq 0 \\ g_2(P_2) = P_1^- - P_1 \leq 0 \end{array} \right.$$

$$P_2^- \leq P_2 \leq P_2^+ \quad \left\{ \begin{array}{l} g_3(P_2) = P_2 - P_2^+ \leq 0 \\ g_4(P_2) = P_2^- - P_2 \leq 0 \end{array} \right.$$

La ecuación de Lagrange es:

$$L = F(P_1, P_2) + \lambda_w W_1(P_1, P_2) + u_1 g_1(P_1) + u_2 g_2(P_1) + \\ u_3 g_3(P_2) + u_4 g_4(P_2)$$

$$L = f_1(P_1) + f_2(P_2) + \lambda(P_r - P_1 - P_2) +$$

$$u_1 (P - P_1^+) + u_2 ((P_1^- - P_1) + u_3 (P_2 - P_2^+) +$$

$$(P_2^- - P_2))$$

Las condiciones para un óptimo son:

Condición 1:

$$\frac{\partial L}{\partial P_1} = f_1'(P_1) - \lambda + u_1 - u_2 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial P_2} = f_2'(P_2) - \lambda + u_3 - u_4 = 0$$

Condición 2:

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = P_r - P_1 - P_2 = 0$$

Condición 3:

$$P_1 - P_1^+ \leq 0$$

$$P_1^- - P_1 \leq 0$$

$$P_2 - P_2^+ \leq 0$$

$$P_2^- - P_2 \leq 0$$

Condición 4:

$$u_1 (P_1 - P_1^+) = 0 \quad u_1 \geq 0$$

$$u_2 (P_1^- - P_1) = 0 \quad u_2 \geq 0$$

$$u_3 (P_2 - P_2^+) = 0 \quad u_3 \geq 0$$

$$u_4 (P_2^- - P_2) = 0 \quad u_4 \geq 0$$

En este ejemplo pueden ocurrir los siguientes casos:

Primer caso:

Si la solución óptima ocurre cuando  $P_1$  y  $P_2$  no están en sus valores máximos ni mínimos, esto es cuando:

$$u_1 = u_2 = u_3 = u_4 = 0 \quad (\text{condición 4}).$$



Luego la condición 1:

$$\begin{aligned} f'_1(P_1) - \lambda &= 0 \\ &+ \quad f'_1(P_1) = f'_2(P_2) = \lambda \\ f'_2(P_2) - \lambda &= 0 \end{aligned}$$

El costo incremental asociado con cada variable es igual a  $\lambda$  y en este punto la función  $F(P_1, P_2)$  será un mínimo.

Segundo caso:

Cuando la solución óptima es:

$$P_1 = P_1^+ \quad P_1 - P_1^+ = 0 \quad + \quad u_1 \geq 0$$

y  $P_2$ , no está en sus valores extremos, luego  $u_2, u_3, u_4 = 0$ .

Entonces:

$$f'_1(P_1) - \lambda + u_1 = 0 \quad + \quad f'_1(P_1^+) \leq \lambda$$

$$f'_2(P_2) - \lambda = 0 \quad + \quad f'_2(P_2) = \lambda$$

El costo incremental de la variable que está en su límite máximo es siempre menor o igual que  $\lambda$ . Mientras que - las variables que no están en sus límites son iguales a  $\lambda$ .

Tercer caso:

Cuando  $P_1 = P_1^- \rightarrow (P_1^- - P_1^-) = 0$   $u_2 \geq 0$  y  $P_2$  no está en sus límites, luego  $u_1, u_3, u_4$ , son iguales a cero entonces:

$$f_1'(P_1^-) - \lambda - u_2 = 0 \quad f_1'(P_1^-) \geq \lambda$$

$$f_2'(P_2) - \lambda = 0 \quad f_2'(P_2) = \lambda$$

El costo incremental de la variable que está en un límite mínimo es mayor o igual a  $\lambda$ .

Cuarto caso:

Si la solución óptima requiere que  $P_1$  y  $P_2$  estén en sus límites y la restricción de igualdad debe cumplirse, entonces  $\lambda$  y los  $u$  que no son ceros, son indeterminados.

Es decir cuando:

$$P_1 = P_1^+ \text{ y } P_2 = P_2^+ \text{ luego } u_1 \geq 0, u_3 \geq 0 \text{ y } u_2 = u_4 = 0$$

Luego la condición 1ª, nos queda:

$$f_1'(P_1^+) = \lambda - u_1$$

$$f_2'(P_2^+) = \lambda - u_3$$

Los valores de  $\lambda$ ,  $u_1$  y  $u_3$ , son indeterminados.

Una vez que se han analizado las situaciones que pueden presentarse en un problema de despacho económico - por multiplicadores de Lagrange, posteriormente se tratará sobre la aplicación de este método en un problema de coordinación hidrotérmica.

## EL ESTADO DE LA PROGRAMACION DINAMICA

### 2.1.1. Objetivo de la Programación Dinámica

Es una técnica matemática que nos proporciona un procedimiento sistemático para determinar la combinación de de ci sio ne s que maximice o minimice la efectividad global de una sucesión de decisiones interrelacionadas (etapas). No existe un planteamiento matemático estandar del proble ma de la programación dinámica.

Más bien la programación dinámica es un tipo general de enfoque para resolver problemas de optimización y las ecuaciones particulares usadas deben desarrollarse para que se ajusten a cada situación individual.

Este método consiste de múltiples etapas, es decir se

escoge un período y se lo divide en etapas, por lo tanto tendremos punto de partida y llegada fijos y se tendrá también un número considerable de opciones para elegir (estados), por lo tanto se requiere de un cierto grado de ingenio y de visión de la estructura general de los problemas de programación dinámica, a fin de reconocer cuando un problema se puede resolver mediante los procedimientos de esta programación y como se haría.

### 3.1.2 Características de los problemas de programación dinámica

Con un ejemplo prototipo se ilustra la característica y se introduce la terminología de la programación dinámica.

Supongamos que deseamos encontrar la distancia más corta para llegar del punto A al punto J. En la siguiente figura se muestran las rutas posibles, en donde cada estado se representa por un bloque. Por lo tanto se requerirá de cuatro etapas para ir desde el estado A (partida) hasta el estado J (llegada).

Ver gráfico en la siguiente página.-

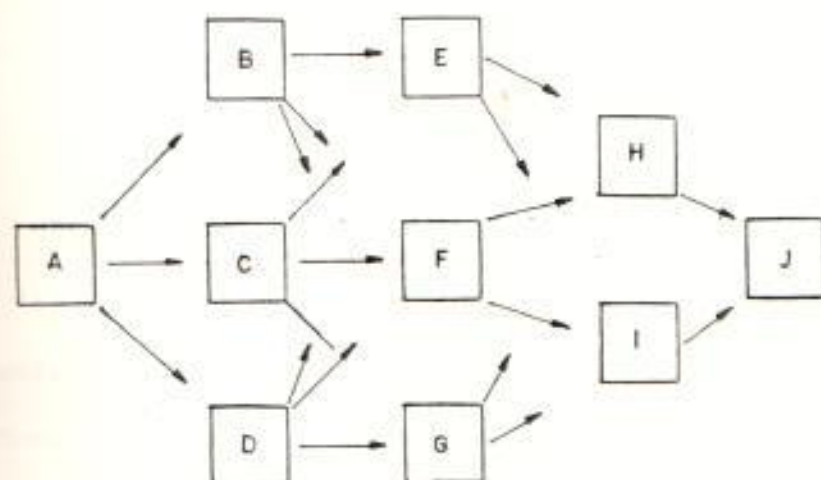


FIGURA N° 3.1.

## SISTEMA DE CAMINOS PARA EL PROBLEMA

La distancia mínima para ir del estado  $i$  al  $j$ , la cual se denotará por  $d_{ij}$  se encontrará de la siguiente manera:

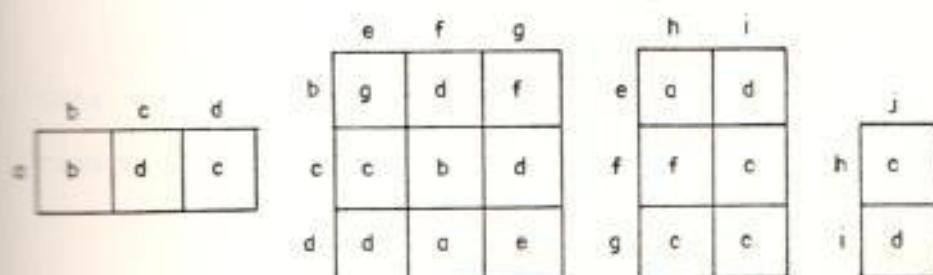


FIGURA N° 3.2. DISTANCIA MINIMA PARA EL MEJOR CAMINO

Los puntos A, B, ..., J, se llaman estados, y al final de cada etapa se tiene una serie de estados. Por ejemplo:

estados  $X_n$                       donde n representa la etapa

$X_3$  - H,I estados al final de la etapa 3.

Un enfoque posible para resolver este problema es por tanteos, sin embargo el número de rutas posibles es grande (18) y tener que calcular la distancia mínima total para cada etapa no es una tarea atrayente.

Considerando el ejemplo anterior, los elementos básicos que caracterizan a los problemas de programación dinámica son los siguientes:

- El problema puede dividirse en etapas, con una decisión de la política requerida en cada etapa.
- Cada etapa tiene un cierto número de estados asociados a ella.
- El efecto de la decisión de una política en cada etapa

pa es transformar el estado actual en un estado asociado con la etapa siguiente.

- Dado el estado actual, una política óptima para las etapas restantes es independiente de la política adoptada en las etapas previas.
- El procedimiento de resolución empieza por hallar la política para cada estado de la última etapa.
- Se dispone de una relación recursiva que identifique la política óptima para cada estado en la etapa  $n$ , dada la política óptima para cada estado en la etapa  $(n + 1)$ .

Por lo tanto hallar la política óptima cuando se parte del estado  $s$  en la etapa  $n$  requiere que se encuentre el valor minimizador de  $x_n$ .

Esta política consistiría en usar este valor de  $x_n$  y, a continuación, seguir la política óptima cuando se parte del estado  $x_n$  en la etapa  $(n + 1)$ .

La forma precisa de la relación recursiva difiere algo entre los problemas de programación dinámica y siempre será de la forma:

$$f_n^*(s) = \max_{x_n} / \min_{x_n} \{ f_n(s, x_n) \}$$

donde:

- $S$  → estado actual en la etapa  $n$
- $x_n$  → estado inmediato en la etapa  $n(n=1,2,\dots,N)$
- $f_n(s, x_n)$  valor maximizador/minimizador de la función objetivo  
 $v_0 = C_{sxn} + f_{n+1}^*(x_n)$
- $f_n^*(s)$  valor máximo/mínimo de  $f_n(s, x_n)$
- $x_n^*$  - valor que minimiza o maximiza a  $f_n(s, x_n)$

Por lo tanto:

$$f_n^*(s) = f_n(s, x_n^*)$$

Usando esta relación recursiva, el procedimiento de resolución se mueve hacia atrás, etapa por etapa hallando en cada ocasión la política óptima para cada estado - de esta etapa hasta que se encuentra la política óptima - cuando se parte de la etapa inicial.

Los términos especiales de etapa - estado, política, son parte de la terminología general de la programación dinámica, con una interpretación análoga en otros contextos.



Para todos los problemas de programación dinámica se obtendría una tabla como la que sigue, para cada etapa ( $n=N, N-1, \dots, 1$ ).

$S \setminus X_n$	$f_n^*(S)$	$X_n^*$

### 3.3.3. Solución al problema de despacho hidrotérmico por programación dinámica

La programación dinámica puede ser aplicada a la solución del problema de despacho hidrotérmico. Los sistemas de varios centros de generación hidroeléctricos interconectados presentan dificultades en el cálculo, lo cual hace difícil usar este tipo de sistema para ilustrar las ventajas de la aplicación de la programación dinámica a este problema.

En su lugar se ilustrará la aplicación con un sistema más sencillo que consiste de una sola generación hidro interconectada con un sistema térmico.

El gráfico muestra una planta térmica equivalente  $P_s$ , y una planta hidro con reservorio  $P_h$ , sirviendo a una serie de cargas simples  $P_l$ . Los intervalos de tiempo están deno-  
tados por "j", donde j va desde 1 hasta T máximo.

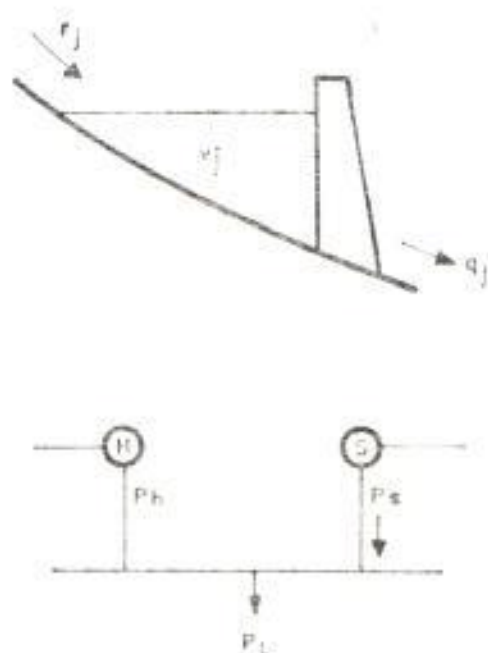


Fig. 3.3. SISTEMA DE GENERACION HIDROTERMICA.

donde:

- $r_j$  = flujo neto de agua durante el período j
- $v_j$  = volumen almacenado al terminar el período j
- $q_j$  = flujo que sale durante el período j
- $P_{hj}$  = potencia de salida durante la hora j
- $P_{sj}$  = salida o rendimiento de la planta térmica
- $P_{lj}$  = nivel de la carga
- $F_j$  = costo de combustible en el período j.

Sean  $V_0$  y  $V_{T \text{ máx}}$  los volúmenes almacenados inicial y final en un período de carga.

La planta térmica es asumida en línea para un período integro.

Su característica entrada/salida es:

$$F_j = a + b P_{sj} + c P_{sj}^2 \quad \text{M/HR}$$

y la característica de la proporción de agua que usa la planta hidroeléctrica es:

$$q_j = d + g P_{hj} + h P_{hj}^2 \quad \text{Para } P_{hj} > 0$$

y

$$q_j = 0 \quad \text{para } P_{hj} = 0$$

Los coeficientes de  $a$  hasta  $h$  son constantes. Las unidades de flujo de agua son  $m^3/\text{hora}$ . Y el cambio de volumen almacenado es:

$$V_j = V_{j-1} + n_j (r_j - q_j)$$

Donde:

$J$  = es cada uno de los intervalos

$n_j$  = horas continuas

Si  $V_i$  y  $V_k$ , denotan dos estados de volumen diferente; y

$$V_i = V_{j-1}$$

$$V_k = V_j$$

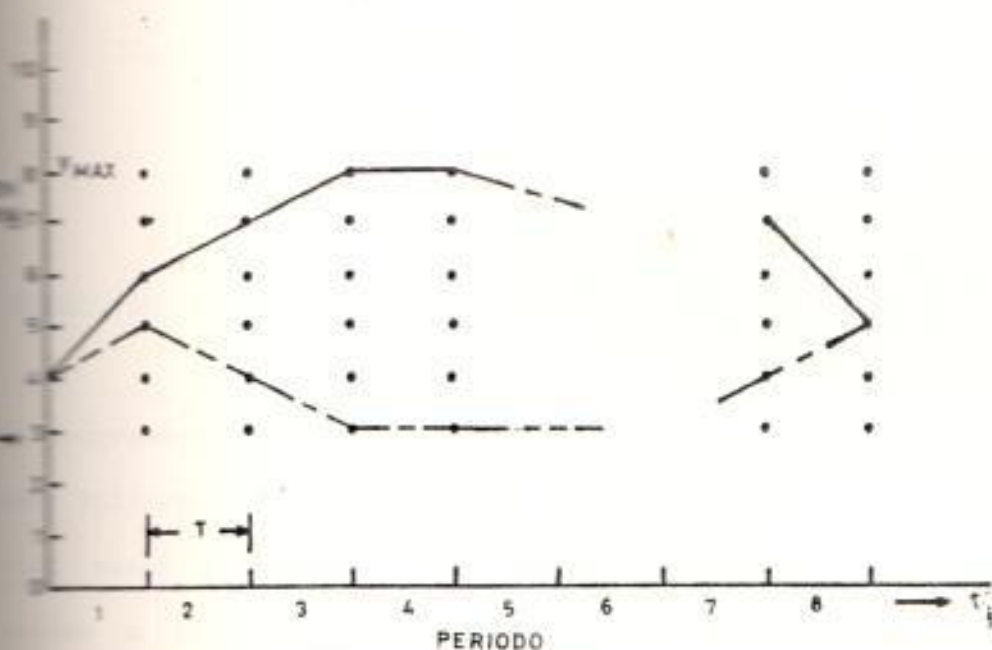
Entonces, la razón de flujo de agua a través de la unidad - hidro durante el intervalo es:

$$q_j = (V_i - V_k) / n_j + r_j$$

Donde:

$q_j$  no puede ser negativo y es limitado a algun flujo máximo;  $q_{\text{máx}}$ , los cuales corresponden a la máxima potencia de salida de la unidad hidro antes de ser posible el derramamiento.

El algoritmo de la programación dinámica es completamente simple.



Nº 3.4.- ESTADO DE VOLUMENES EN LA PROGRAMACION DINAMICA

{i} : estados del volumen al empezar el período j.

{k} : estados al final de j

TCK(j): el costo total desde el inicio del período -  
de programación al final del período j para  
el reservorio almacenado del estado  $V_k$ .

PC(i,j-1;

$K, j$ ) : costo de producción del sistema térmico en  
un período j que va desde un volumen inicial  
de  $V_i$  hacia el final del período volumen  $V_k$ .

El algoritmo de la programación dinámica hace entonces que,

$$TC_k(0) = 0$$

y

$$TC_k(j) = \min_{\{i\}} \{TC_i(j-1) + PC(i, j-1; k, j)\}$$

## OBJETIVO DE PROGRAMACION LINEAL

La programación lineal es tal vez la técnica de programación más aplicada en los problemas de optimización, y en la práctica estos problemas están siempre sujetos a ciertas restricciones o limitaciones, para lo cual se necesita construir un modelo matemático mediante el cual se exprese a las restricciones como un sistema de desigualdades lineales y se optimice la función objetivo lineal.

### 2.1.1. Objetivo de la programación lineal

El propósito de la P.L., consiste en encontrar el valor óptimo de una función objetivo lineal que generalmente representa costos o utilidades y que satisface las restricciones lineales dadas. Esto es encontrar el grupo óptimo de  $X^1$ s los cuales minimicen la siguiente función objetivo.

$$Z = C_1 X_1 + C_2 X_2 + C_3 X_3 + \dots + C_n X_n$$

sujeto a las restricciones lineales:

$$a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + \dots + a_{1n} x_n \leq b_1$$

$$a_{21} x_1 + a_{22} x_2 + \dots + a_{2n} x_n \leq b_2$$

Además las variables tienen sus límites máximos y mínimos especificados.

$$x_i^{\min} \leq x_i \leq x_i^{\max} \quad i = 1, \dots, n$$

## 2.2 Características y estructura de la programación lineal

El tipo de problema de programación lineal debe reunir las siguientes características:

- Que el modelo sea determinístico (parámetros constantes).
- Que las variables sean no negativas
- El único objetivo sea maximizar o minimizar.
- Las variables sean divisibles, es decir que puedan adqui-

rir valores fraccionarios.

La estructura general del problema de la programación lineal, está centrado sobre desigualdades de la forma:

$$\begin{array}{rll} \text{Función objetiva:} & \begin{array}{l} \text{Maximizar} \\ \circ \\ \text{Minimizar} \end{array} & Z = \sum_{i=1}^n C_i X_i \end{array}$$

Sujeto a:

$$\text{Restricciones} \left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^n A_{ki} X_i \leq B_k, \quad k = 1, \dots, f \\ \sum_{i=1}^n A_{ki} X_i \geq B_k, \quad k = f + 1, \dots, g \\ \sum_{i=1}^n A_{ki} X_i = B_k, \quad k = g + 1, \dots, m \end{array} \right.$$

Condiciones de no negatividad:

$$X_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Donde:



$X_i$  son variables no negativas, es decir son las incógnitas del problema.

$C_i$  coeficientes de costos

$A_{ki}$  coeficientes estructurales

$B_k$  estipulaciones, y deben ser  $\geq 0$ .

En este tipo de problema se tiene un número infinito de soluciones y una solución factible es un conjunto de valores no negativos de  $X_1, X_2, \dots, X_n$  que satisfaga las restricciones, aunque no necesariamente optimice la función objetivo. Un problema de maximización se puede transformar en uno de minimización multiplicando la función objetivo por  $-1$

$$\text{Máx (Z)} = \text{mín (-Z)}$$

Hay una variedad de soluciones a los problemas de P.L. muchas de estas soluciones parten de un problema particular ; pero los más empleados son los métodos Simplex y límite superior dual.

#### METODO SIMPLEX:

Este método consiste en transformar el sistema de igualdades y desigualdades de las restricciones en un sistema de igualdades de la forma:

$$\sum_{i=1}^n A_{ki} X_i = B_k \quad k = 1, 2, \dots, m$$

Para hacer esta transformación, es necesario agregar ciertas variables al sistema de desigualdades, llamadas variables de holgura y van a depender del tipo de desigualdad, como se explica a continuación:

TIPO DE DESIGUALDAD	ACCION
$\leq$	+ variable de holgura
$\geq$	- variable de holgura

La estructura del problema de programación lineal en notación matricial es la siguiente:

$$\text{Optimícese : } Z = C^T X$$

$$\text{con la condición: } AX = B$$

$$\text{Con : } X \geq 0$$

Donde:

X es el vector columna de incógnitas, incluyendo las variables de holgura y artificiales.

$C^T$  = vector renglón de los costos correspondientes

A = es la matriz coeficiente de las ecuaciones de restricciones.

B = es el vector columna de los lados derechos de las ecuaciones de restricciones.

Por otra parte para iniciar el método se da valores de  $X_j=0$   $i = 1,2,\dots,n$ , como primera solución factible, para continuar de allí a otras soluciones factibles hasta encontrar la óptima.

Después se procede a añadir variables llamadas artificiales para evitar incongruencias en el sistema de ecuaciones, y se agregan tantas variables artificiales como sean necesarias para tener un conjunto de  $m$  vectores columnas unitarias linealmente independientes en la matriz de coeficientes del sistema de  $m$  ecuaciones. Estas variables sólo se agregan (de ser necesario) en las desigualdades del tipo  $\geq$  o en las igualdades del sistema.

Ahora como estas variables independientes se añaden al sistema exclusivamente para poder dar una primera solución factible sencilla, es necesario asegurar que valgan cero en la solución óptima, y esto se logra asignándoles coeficientes de costos  $C_j$ , los cuales tienen los siguientes valores:

$$C_j = \begin{cases} 0 & \text{si corresponde a una variable de holgura,} \\ >>0 & \text{si corresponde a una variable artificial y se} \\ & \text{está minimizando,} \\ <<0 & \text{si corresponde a una variable artificial y se} \\ & \text{está maximizando la función objetivo.} \end{cases}$$

De allí para sistematizar el análisis anterior, conviene - escribir los datos en una tabla, la cual es encabezada por - los coeficientes respectivos de la función objetivo  $X_1, X_2, \dots, X_n$

BASE	C. DE LA BASE	Soluc.	C1	C2	...	Ci	...	Cn	...	Cj
		Basica	X1	X2	...	Xi	...	Xn	...	Xj
Z1	C1	B1	A11	A12	...	A1i	...	A1n	...	A1j
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
Zk	Ck	Bk	Ak1	Ak2	...	Aki	...	Akn	...	Akj
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
Zm	Cm	Bm	Am1	Am2	...	Ami	...	Amn	...	Amj
VALOR DE Z	Zo	Z1C1	Z2C2	...	ZiCi	...	ZnCn	...	ZjCj	

Figura 3.5.

TABLA PARA APLICAR EL METODO SIMPLEX COMPUTACIONAL.

## CAPITULO IV

### FORMULACION MATEMATICA DEL PROBLEMA

Un problema importante en la operación de un sistema hidrotérmico de potencia es la utilización del agua de la generación hidroeléctrica, ya que tiene como efecto una reducción de la generación térmica y por ende del costo de producción.

Este capítulo presenta un método para planificar el despacho económico óptimo a corto plazo, considerando los efectos de pérdidas de transmisión.

La técnica usada es una extensión de la formulación del método de Lagrange ya tratado en el capítulo anterior.

#### 4.1. ECUACIONES DE COORDINACION

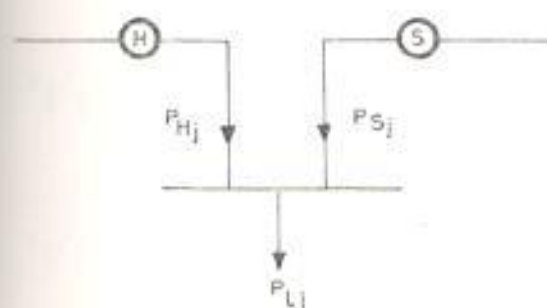
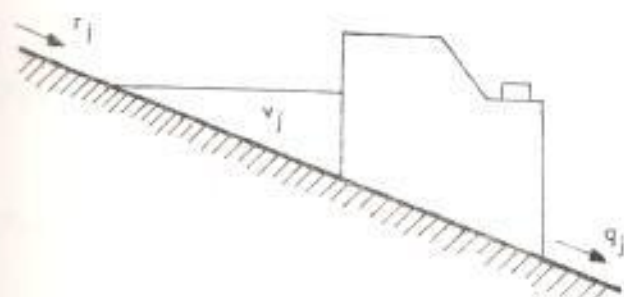
En estos sistemas hidrotérmicos, la planificación de la operación económica es desarrollada para minimizar los costos de producción de la generación térmica, admitiendo las diver

as restricciones hidráulicas que puedan existir en el sistema; a su vez implica la determinación de las características entrada - salida de las unidades que intervienen en el sistema, es decir de sus rendimientos.

Se ha dicho además que la función de costo de generación de cada unidad térmica o hidráulica se define como una ecuación cuadrática, la misma que puede determinarse experimentalmente, manteniendo la generación de la unidad a un valor fijo determinado y midiendo el consumo por hora correspondiente a esa generación.

Para ilustrar este problema, se va a utilizar la siguiente figura:

$i$ : intervalo  
 $r_j$ : flujo de agua durante el intervalo  $j$ .  
 $V_j$ : volumen.



$P_{Hj}$ : potencia de salida de la unidad hidro.  
 $P_{Sj}$ : potencia de salida de la unidad térmica.  
 $P_{Lj}$ : demanda de carga.

FIGURA Nº 4.1. SISTEMA HIDROTERMICO

El problema consiste en minimizar la función costo total  $F_T$

$$\text{Min } F_T = \sum_{j=1}^{T_{\text{máx}}} n_j F_j$$

Sujeto a :

$$Q_t = \sum_{j=1}^{T_{\text{máx}}} n_j q_j \text{ descarga total de agua}$$

$$P_{Lj} - P_{Hj} - P_{Sj} = 0 \text{ balance de la carga para } j = 1, \dots, T_{\text{máx}}$$

Las funciones costos de las diferentes unidades se definen de la forma:

$$F(P_S) = a P_S^2 + b P_S + c$$

$$e(P_H) = d P_H^2 + e P_H + f$$

Otras restricciones pueden ser impuestas como:

$$V_{\frac{1}{j}} = 0 = V_S \text{ volúmen de partida}$$

$$V_{\frac{1}{j}} = T_{\text{máx}} = V_E \text{ volúmen final.}$$

$q_{\min} \leq q_j \leq q_{\max}$  límites de flujo para  $j = 1 \dots T_{\max}$ .

$Q_j = q_j$  descarga fija para una hora particular.

De modo que:

$$q = q(P_h)$$

Entonces el Lagrange de la función costo va a ser igual:

$$L = \sum_{j=1}^{T_{\max}} n_j F(P_{sj}) + \lambda_j (P_{lj} - P_{hj} - P_{ej}) + \gamma \left( \sum_{j=1}^{T_{\max}} n_j q_j(P_{hj}) - Q_T \right)$$

## 2. CONSIDERACIONES DEL METODO SIN PERDIDAS EN LINEAS DE TRANSMISION PARA UNA HORA ESPECIFICA K

$$\frac{\partial L}{\partial P_{sk}} = 0 \quad n_j \frac{\partial P_{sk}}{\partial P_{sk}} - \lambda_k = 0 \quad a)$$

y

$$\frac{\partial L}{\partial P_{hk}} = 0 \quad \gamma n_j \frac{\partial q_k}{\partial P_{hk}} - \lambda_k = 0 \quad b)$$



Estas ecuaciones reciben el nombre de Ecuaciones de Coordinación.

En donde:

$\frac{\partial F_s}{\partial P_s}$  = costo incremental de la planta térmica en MW - hr.

$\frac{\partial q_k}{\partial P_{hk}}$  = razón incremental de agua de la planta hidro en  $m^3 \cdot \text{seg./MW}$

$n_j$  : número de horas de cada intervalo

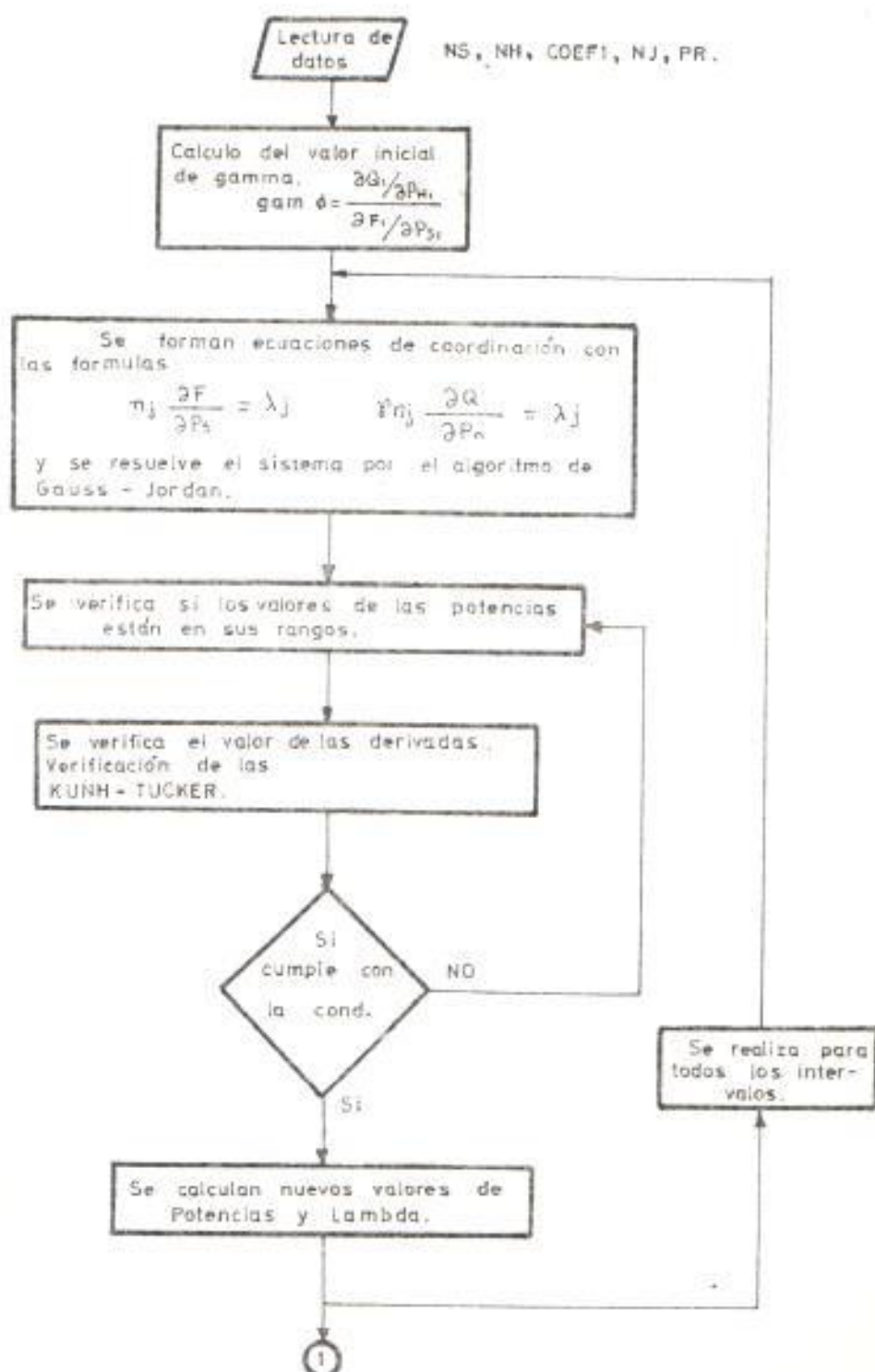
$\lambda$  : costo incremental de potencia recibida en S./MW hr.

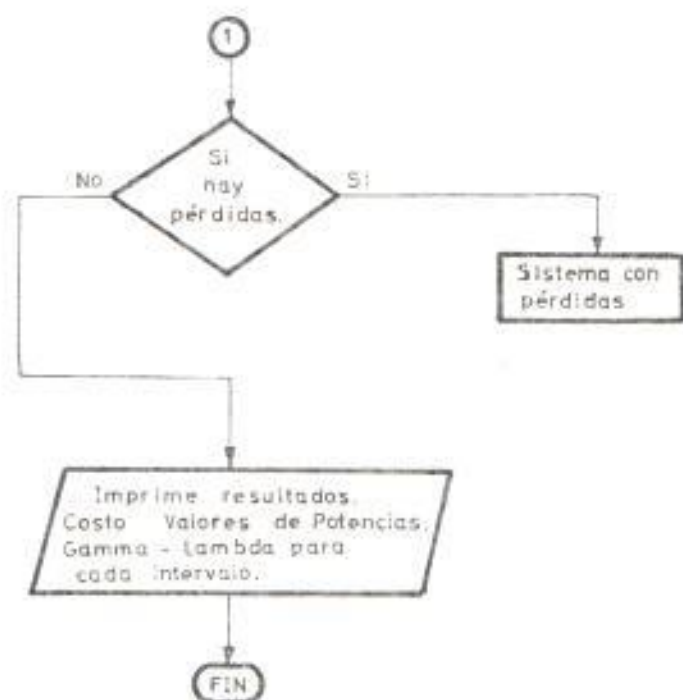
$\gamma_j$  : constante que convierte la razón incremental de agua en costo incremental - equivalente de la planta.

Este sistema es resuelto usando el Diagrama de Flujo que podemos observar en la siguiente página.

FIGURA N° 4.2 .-

## DIAGRAMA DE FLUJOS

PROCESO SIN PERDIDAS



## 4.2. PERDIDAS DE TRANSMISION

Para considerar las pérdidas de transmisión en el problema de despacho económico, es preciso que expresemos la pérdida total de energía por transmisión de un sistema en función de las potencias de las unidades que intervienen. Para poder ver con más claridad los principios que intervienen en la fórmula de pérdidas, se procede a determinar dicha expresión.

### 4.3.1. Determinación de la fórmula de pérdidas

Las pérdidas de transmisión son parte del costo de abastecimiento o requerimiento de un sistema eléctrico de potencia y para aquellos sistemas más compactos, dichas pérdidas deben ser consideradas para lograr un despacho económico verdadero.

Para evaluar las pérdidas en una línea de transmisión en el problema del despacho económico, existen dos métodos generales que son los siguientes: El primer método involucra el uso de los factores de penalización en las pérdidas de transmisión y el otro involucra el uso de los factores de pérdidas de transmisión (coeficientes B) en la solución de las ecuaciones de coordinación. Este último método

do es el más aplicable y fue introducido por Kron en 1.950.

Estudios completos de los "coeficientes B" de pérdidas se sale del objeto de esta tesis, sin embargo, se pueden obtener ecuaciones sencillas basadas en diversas suposiciones, para sistemas con cualquier número de cargas y de generadores.

La ecuación para la fórmula de pérdidas tiene la forma:

$$P_{Loss} = P^T [B] P + P^T B_0 + B_{00}$$

Donde:

P = vector de todas potencias generadores en Mw.

$$P = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ P_N \end{bmatrix} \quad (NX1)$$

(B) = matriz cuadrada de las dimensiones de P.

$$(B) = \begin{pmatrix} B_{11} & B_{12} \dots \dots \dots B_{1N} \\ B_{21} & B_{22} \dots \dots \dots B_{2N} \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ B_{N1} & \dots & & B_{NN} \end{pmatrix} \quad (NXN)$$

$B_0$  = vector de la misma dimensión de P

$$B_0 = \begin{pmatrix} B_{01} \\ B_{02} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ B_{0N} \end{pmatrix} \quad (NX1)$$

$B_{00}$  = una constante

Ahora la expresión de la fórmula de pérdidas puede ser escrita como:

$$P_{\text{Loss}} = \sum_m \sum_n P_m B_{mn} P_n + \sum_m B_{m0} P_m + B_{00}$$

Donde:

$B_{mn}$  coeficientes de pérdidas

$P_m, P_n$  potencias de las unidades

Una forma general de la ecuación de pérdidas - para un número cualquiera de generadores es:

$$P_{\text{Loss}} = \sum_m \sum_n P_m B_{mn} P_n$$

#### 4.3.2. Consideración del método con pérdidas en línea de transmisión

El método desarrollado para expresar las pérdidas por transmisión, en función de las potencias de las unidades, hace posible que tengamos en cuenta las pérdidas por transmisión al hacer el despacho económico del sistema hidrotérmico para obtener la máxima economía. El método matemático es similar cuando no se considera las pérdidas, con la excepción de que ahora se incluyen las pérdidas como una ligadura adicional.

$$P_{Loss} = \sum_m \sum_n F_m B_{mn} P_n$$

Y el Lagrange

$$L = \sum_{j=i}^{T_{m\acute{a}x}} \{ n_j F(P_{sj}) + \lambda_j (P_{Lj} + P_{Lossj} - P_{sj} - P_{Hj}) \} +$$

$$Y \left( \sum_{j=i} n_j q_j (P_{Hj}) - Q_T \right)$$

resultando:

$$n_j \frac{\partial F(P_{sk})}{\partial P_{sk}} + \lambda_k \frac{\partial P_{lossk}}{\partial P_{sk}} = \lambda_k$$



$$\gamma_{nj} \frac{\partial q(P_{hk})}{P_{hk}} + \lambda_k \frac{\partial P_{lossk}}{P_{hk}} = \lambda_k$$

Si rearrreglamos la ecuación:

$$\frac{\partial F(P_{sk})}{\partial P_{sk}} = \lambda_k \left( 1 - \frac{\partial P_{lossk}}{\partial P_{sk}} \right)$$

$$\lambda_k = \frac{\partial F(P_{sk})}{\partial P_{sk}} \left( \frac{1}{1 - \frac{\partial P_{loss}}{\partial P_{sk}}} \right)$$

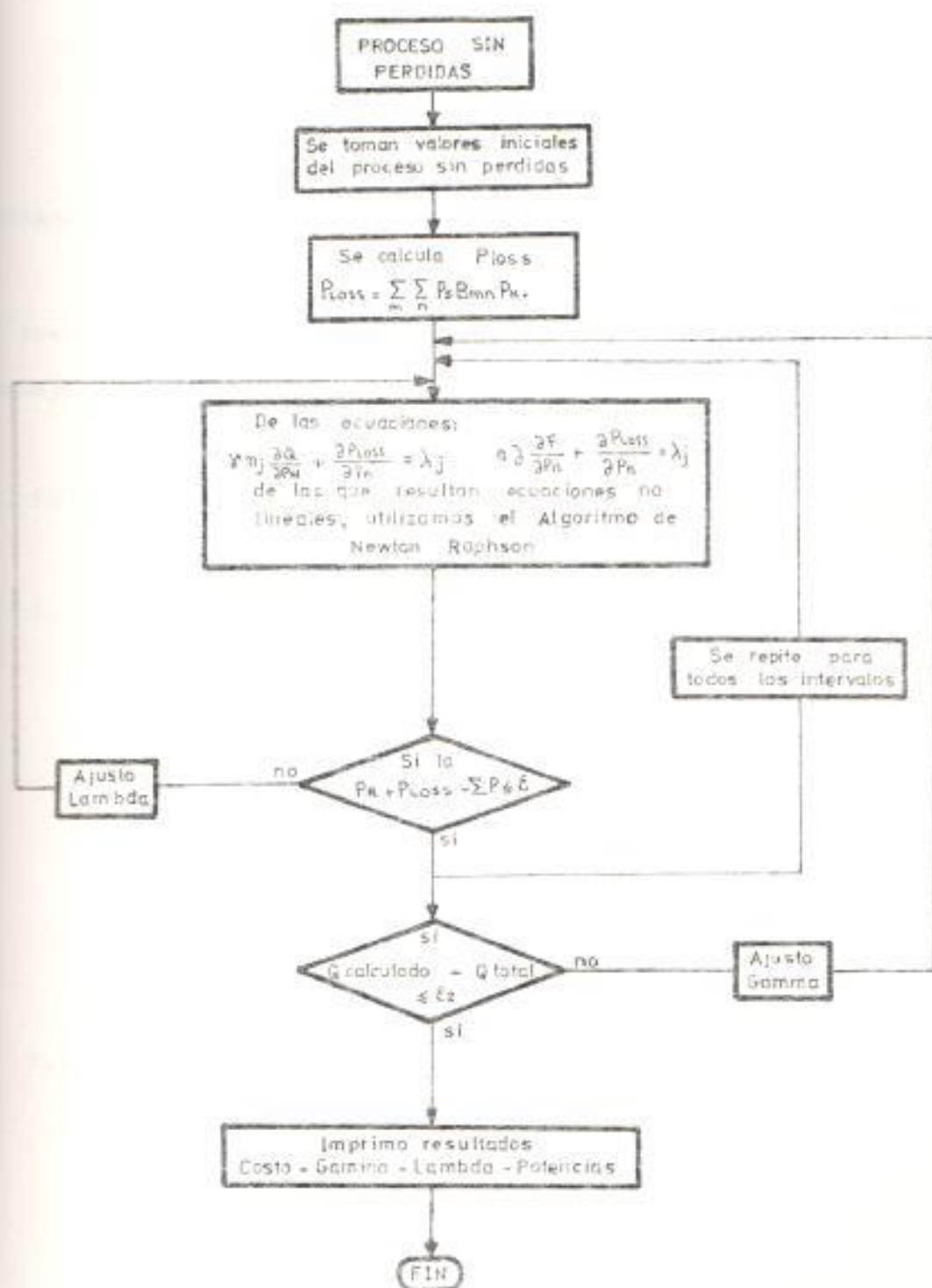
Donde:

$$\frac{\partial P_{loss}}{\partial P_{sk}} \rightarrow \text{es llamada pérdida incremental}$$

y

$$P_{fi} = \left( \frac{1}{1 - \frac{\partial P_{loss}}{\partial P_{sk}}} \right) \text{ es llamado Factor de penalización}$$

FIGURA Nº 4.3

PROCESO CON PERDIDAS

## CAPITULO V

### PROGRAMA DE COMPUTACION

El presente capítulo describirá los programas escritos en lenguaje Fortran que son:

#### 5.1. PROGRAMA DESOPT

##### 5.1.1. Objetivo

Este programa recibe datos de funcionamiento de plantas eléctricas tanto térmicas como hidroeléctricas, con o sin pérdidas, dando la potencia que debe generar cada planta para satisfacer una potencia requerida.

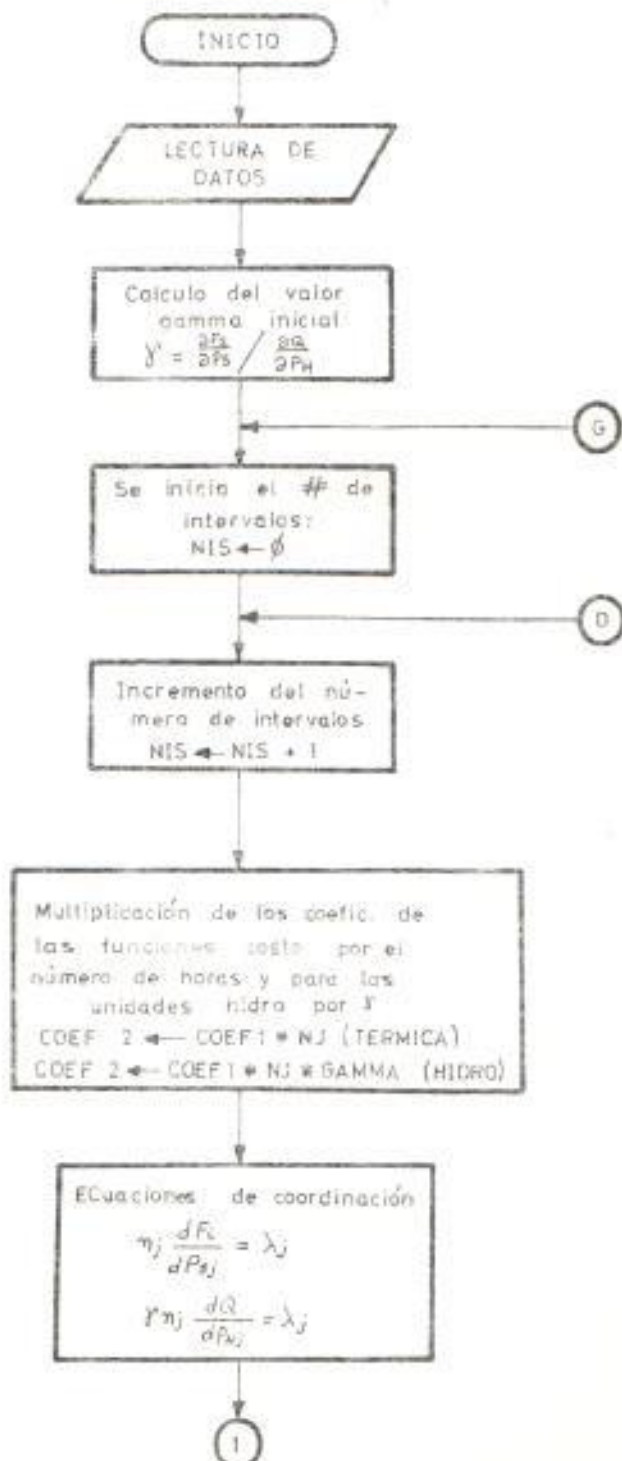
##### 5.1.2. Generalidades

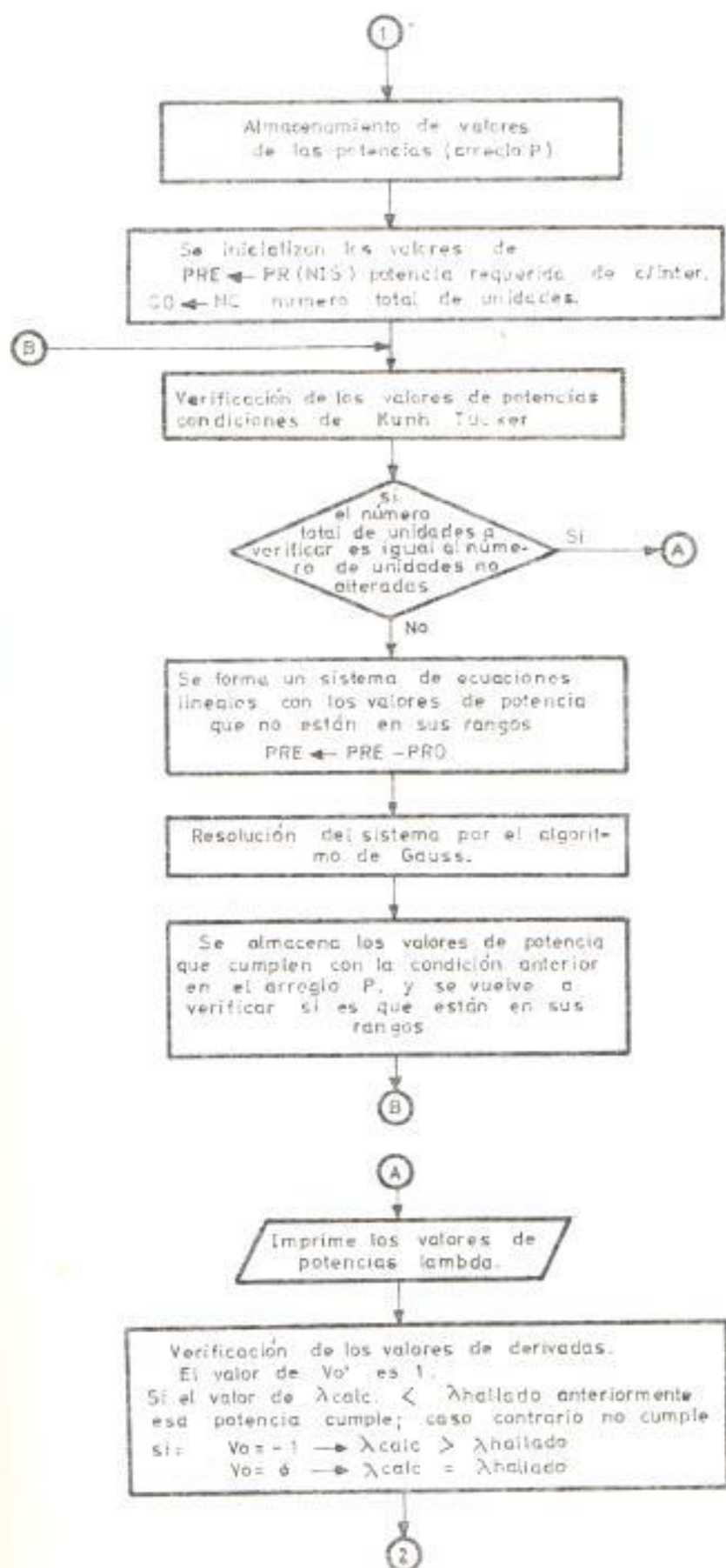
El programa es escrito en lenguaje Fortran grabado en la librería del USER U 30069 del sistema S/4341 con el nombre de DESOPT, conteniendo el programa principal,

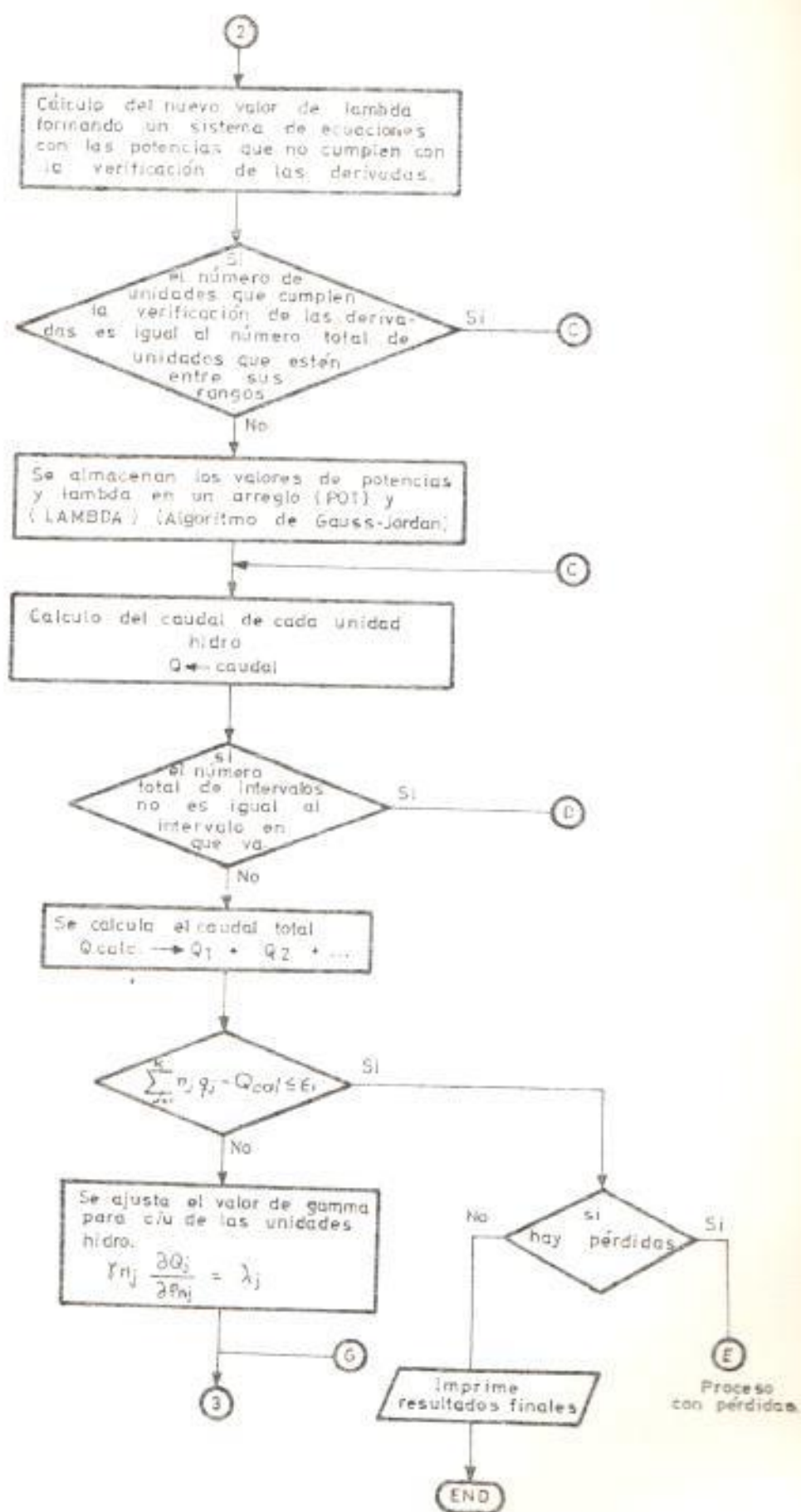
los archivos de datos y la subrutina Gauss que se detallan a continuación, con sus respectivos Diagramas de Flujos.

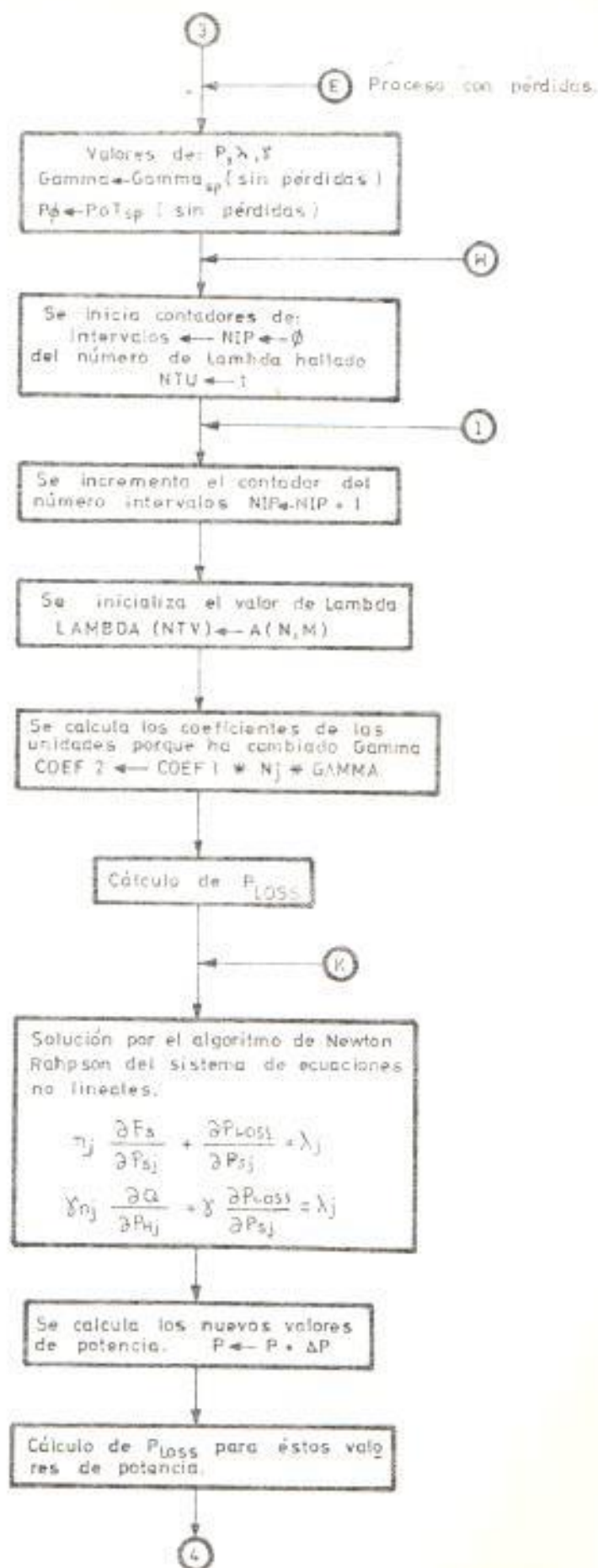
FIGURA No. 5.1.

PROGRAMA PRINCIPAL









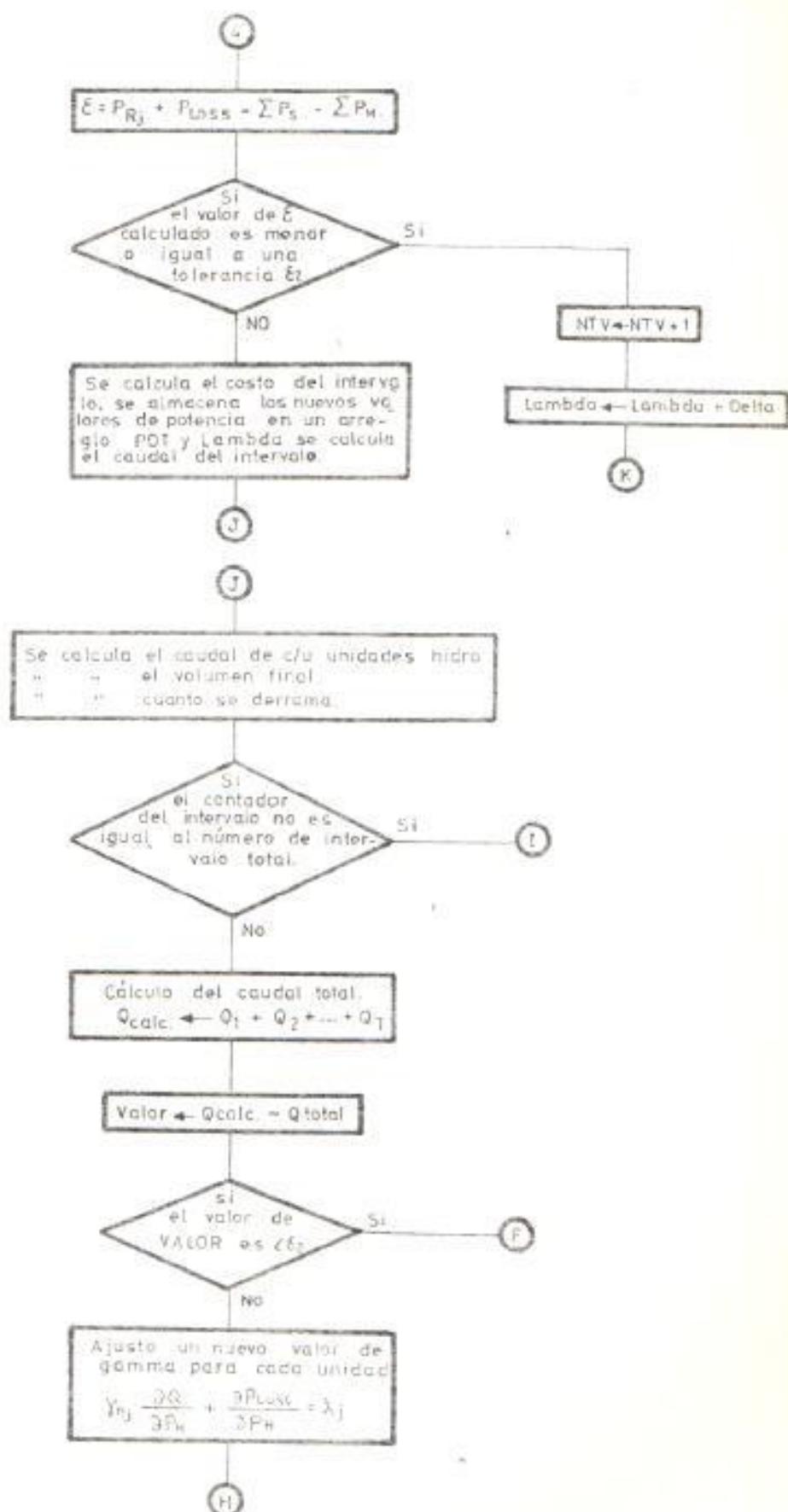
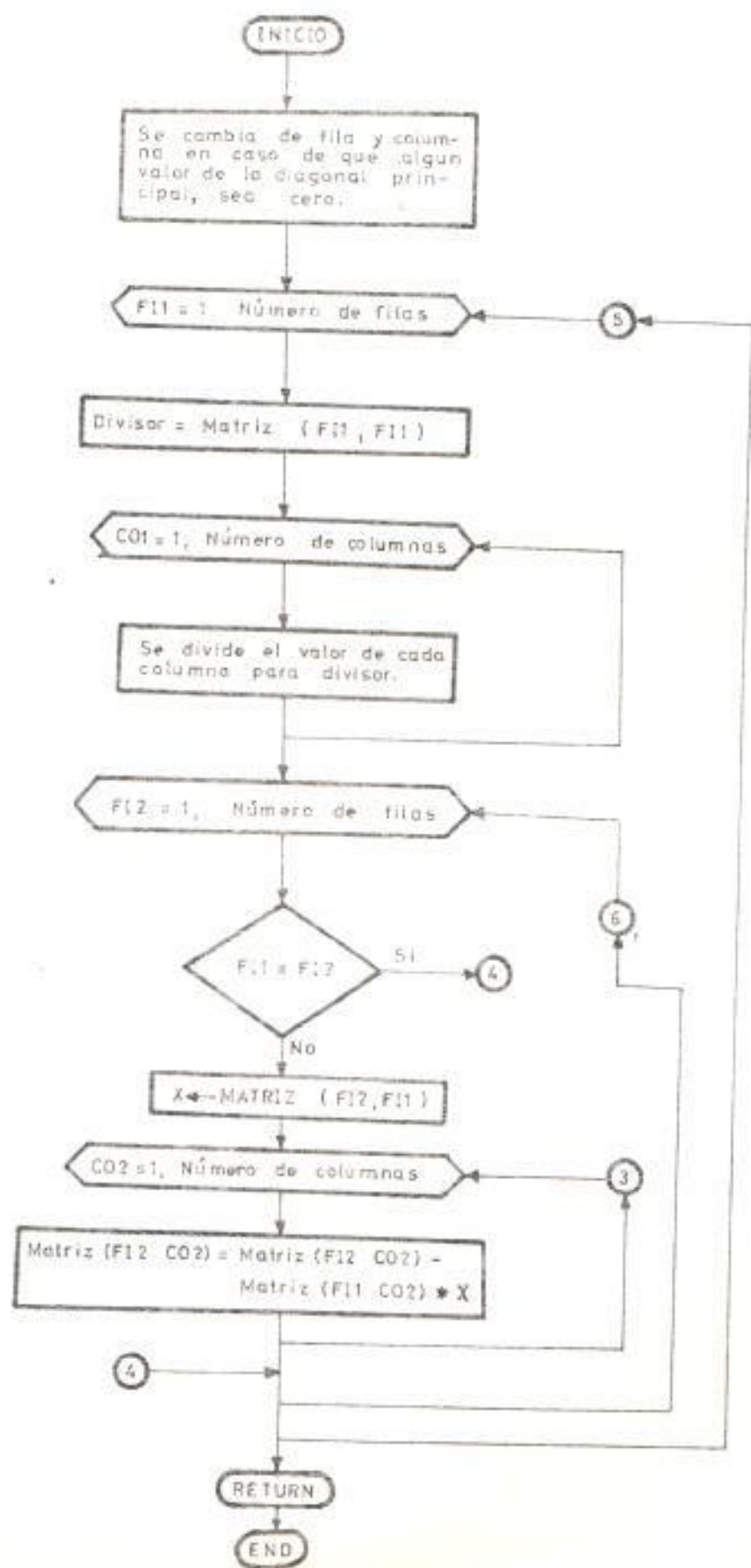




FIGURA N<sup>o</sup> 5.2. DIAGRAMA DE FLUJO DE LA SUBROUTINA GAUSS

## SUBROUTINA GAUSS



## 5.2. DESCRIPCIÓN DE LOS ALGORITMOS Y VARIABLES UTILIZABLES

### 5.2.1. Algoritmo de Gauss - Jordan

El algoritmo de Gauss - Jordan consiste en lo siguiente:

Para poder resolver un sistema de ecuaciones por este método debe haber un número de ecuaciones igual al número de incógnitas; se colocan las ecuaciones en forma matricial, quiere decir, que los coeficientes de las incógnitas se colocarán en una matriz cuadrada a la cual se le añadirá una última columna, que será los términos independientes de las ecuaciones lineales a resolver.

A continuación se procede a dejar en la diagonal principal de la matriz de coeficientes solo 1, pero tenga en cuenta que si altera una fila de la matriz de coeficientes, con el hecho de lograr que un número se haga 1, la fila correspondiente a la columna de los términos independientes también se alterará; de la misma manera se cambiará el resto de números que no pertenecan a la diagonal principal por 0.

Todos los cambios a la matriz de coeficientes -

se lograrán recordando las operaciones con matrices (cambios de fila, cambios de columnas, suma, resta, etc.).

Finalmente quedará una matriz identidad en vez de la matriz de coeficientes y en la columna que se adicionó, quedarán los valores de las incógnitas.

### 5.2.2. Algoritmo de Newton - Rapson

El Algoritmo de Newton - Raphson consiste en lo siguiente:

Primeramente este algoritmo se utiliza para resolver ecuaciones no lineales por un método iterativo.

Se toman las ecuaciones y se las deriva cada una de ellas con respecto a cada una de sus incógnitas, y a cada una de esas derivadas se las evalúa en valores iniciales que pueden ser tomados de procesos anteriores, en nuestro caso será el proceso sin pérdidas, por lo tanto si hay un número  $N$  de incógnitas y un número  $N$  de ecuaciones, habrá un número  $N^2$  de valores.

Todos estos valores son almacenados en forma ordenada en una matriz que llamaremos matriz de los coeficientes.

O sea que serán almacenados en la primera fila:

Los que sean valores provenientes de la primera ecuación derivada con respecto a cada una de las incógnitas.

En la segunda fila:

Los que sean valores provenientes a la segunda ecuación derivada con respecto a cada una de las incógnitas.

Y así sucesivamente hasta que lleguen a la última ecuación.

Además de ello se adicionará una columna en la cual estarán los valores de las ecuaciones no derivadas evaluadas en los mismos valores iniciales con los que se evaluó las derivadas.

Una vez que se tenga esta matriz compuesta por la matriz de los coeficientes y la columna que se adicionó, se procede a resolver el sistema por el algoritmo de Gauss - Jordán; lo que nos dará como resultado no será los valores de las potencias, sino unos incrementos que corresponderán a cada una de las incógnitas.

O sea que los valores resultantes serían los valores iniciales que se tomaron adicionándoles el incremento.

### 5.2.3. VARIABLES UTILIZADAS EN EL PROGRAMA PRINCIPAL

Las variables usadas en el programa principal DESOPT, son las siguientes:

COEF 1	Arreglo de dos dimensiones en la cual se almacenan los valores leídos de los coeficientes de las funciones <u>cos</u> to de las unidades térmicas e hidroeléctricas.
COEF 2	Arreglo de dos dimensiones en la cual se almacenan los valores multiplicados de los coeficientes de funciones costo de las unidades térmicas e <u>hi</u> droeléctricas.
CO	Arreglo en una dimensión en la cual se guardan los valores de costo del combustible de cada unidad térmica.
MAXS	Arreglo en una dimensión en la cual se almacenan los valores máximos que pueden tomar los valores de potencia de las unidades.
MINS	Arreglo en una dimensión en la cual

- se almacenan los valores mínimos que pueden tomar los valores de potencia de las unidades.
- PR Arreglo en una dimensión en la cual se almacena los valores de la potencia requerida en cada intervalo.
- PLB Arreglo en dos dimensiones en la cual se guardan los coeficientes de la función de pérdidas.
- NH,NS Variables que contienen el número de unidades hidroeléctricas y el número de unidades térmicas, respectivamente.
- NC Variable entera que contiene el número total de unidades.
- LAMBDA Arreglo en una dimensión que contiene el valor consecutivo de Lambda obtenido de cálculos sucesivos.
- NUM 1, NUM 2
- TIT, GUARDA
- COMP, HOL Arreglos en dos dimensiones que se utilizarán para la salida por formato.
- GAMO Variable que almacena el valor inicial de gamma.
- GAMSP Arreglo en tres dimensiones que almacena el valor de Gamma para cada unidad hidroeléctrica en cada intervalo del proceso

	sin pérdidas.
GAMMA	Arreglo en tres dimensiones que almacena el valor de Gamma para cada unidad hidroeléctrica en cada intervalo del proceso con pérdidas.
E1,E2	Errores que se utilizan en el programa.
NIV	Variable entera que almacena el número de intervalos.
POTS	Arreglo en dos dimensiones que almacena los valores de las potencias en cada intervalo de proceso sin pérdidas.
NJ,P	Arreglos en una dimensión que almacena los valores del número de horas de <u>ca</u> da intervalo y las potencias en un <u>in</u> tervalo.
POT	Arreglo en dos dimensiones que almacena los valores de las potencias de <u>to</u> dos los intervalos.
COSTO	Arreglo en una dimensión que almacena el costo de cada intervalo.
WO,RJ	Variable que almacena el dato del volu <u>m</u> en inicial y del caudal de entrada de cada intervalo.
QTOTAL	Variable que almacena el valor del cau <u>d</u> al total.
QCALCU	Variable que almacena el valor del cau <u>d</u> al calculado.

WMAX	Arreglo en una dimensión en la cual se almacenan los valores máximos que pueden tomar el volumen del líquido en cada intervalo.
WMIN	Arreglo en una dimensión en la cual se almacenan los valores mínimos que pueden tomar el volumen del líquido en cada intervalo.

### 5.3. LECTURA DE DATOS

La lectura de datos es realizada desde el disco por medio de un formato que ha de explicarse detalladamente en el Manual del Usuario.

Primero lee el número de unidades térmicas e hidroeléctricas, luego los coeficientes de las unidades y al mismo tiempo se va creando unos archivos para que la salida sea flameante, a continuación se lee el costo del combustible, el número de intervalos y a su vez se lee las horas de duración y la potencia requerida en cada intervalo.

A continuación se lee una variable lógica que indica si es que hay pérdidas o no las hay. En el caso de que la variable lógica leída sea verdadera, se lee los coeficientes de la función de pérdidas y en caso contrario, no los lee.



Luego lee las tolerancias  $E_1$  y  $E_2$ , los valores máximos y mínimos a los cuales pueden llegar los valores de las potencias en las unidades térmicas e hidroeléctricas.

Después lee el valor de Gamma (GAMO), el valor del volumen inicial que debe haber en el embalse, el caudal de entrada, además de los valores máximos y mínimos de los volúmenes.

DATA: DEL PROBLEMA

#### 5.3.1. Ajuste de Lambda

Proceso sin pérdidas:

En este proceso el ajuste de LAMBDA no se necesita, pues es obtenido de la resolución del sistema de ecuaciones por el algoritmo de Gauss - Jordán y depende del valor de potencias de las unidades que se obtengan de las resoluciones anteriores.

Proceso con pérdidas:

En este proceso el ajuste de Lambda se realiza por medio del incremento del valor inicial de Lambda con un pequeño valor al cual llamaremos Delta, obtenido de la resolución de las ecuaciones no lineales por el algoritmo de Newton - Raphson.

$$\text{LAMBDA} = \text{LAMBDA (anterior)} + \text{Delta (incremento)}$$

### 5.3.2. Ajuste de Gamma

Proceso sin pérdidas:

En este proceso el valor de Gamma es diferente para cada unidad hidroeléctrica y en cada intervalo.

O sea que el valor de Gamma es igual al valor de Lambda del intervalo dividido para el producto del número de horas que debe durar el intervalo y el valor de la derivada de la función Q de la unidad hidroeléctrica correspondiente al valor de gamma a calcular con respecto a la variable de la unidad.

$$GAMMA = \frac{LAMBDA}{NJ * (DQ/DPH)}$$

Proceso con pérdidas:

En este proceso el valor de Gamma se lo calcula de la siguiente manera:

El valor de Gamma de una unidad hidroeléctrica, es igual al valor de Lambda del intervalo menos la derivada de la función pérdidas con respecto a la variable de la unidad hidroeléctrica correspondiente evaluada en los valores de potencias encontrados, dividido para el producto en tre el número de horas que debe durar todo el intervalo.

y la primera derivada de la función Q de la unidad hidroeléctrica correspondiente.

$$\text{GAMMA} = \frac{\text{LAMBDA} - (\text{DPLOSS}/\text{DPH})}{\text{NJ} * (\text{DQ}/\text{DPH})}$$

#### 5.4. EJEMPLO DE APLICACION DEL PROGRAMA A UN SISTEMA DE POTENCIA.

En vista que no se logró obtener la suficiente información de datos de nuestro sistema interconectado y para efecto de poder probar la utilidad del programa, se procede a escoger algunos sistemas típicos de prueba del libro "POWER GENERATION OPERACION AND CONTROL" de ALLEN WOOD. Estos sistemas han sido escogidos en razón de que presentan todas las características necesarias para poder aplicar las diferentes operaciones - que posee el programa.

##### EJEMPLO 5.2.A

##### SISTEMA TERMICO CONSIDERANDO LAS PERDIDAS

Se tiene el siguiente sistema formado por seis barras y será usado para demostrar algunos aspectos del despacho económico de carga.

Los valores de impedancias y otros datos ya han sido determinados previamente.

La generación es totalmente térmica y van a alimentar una carga de 300 Mw.

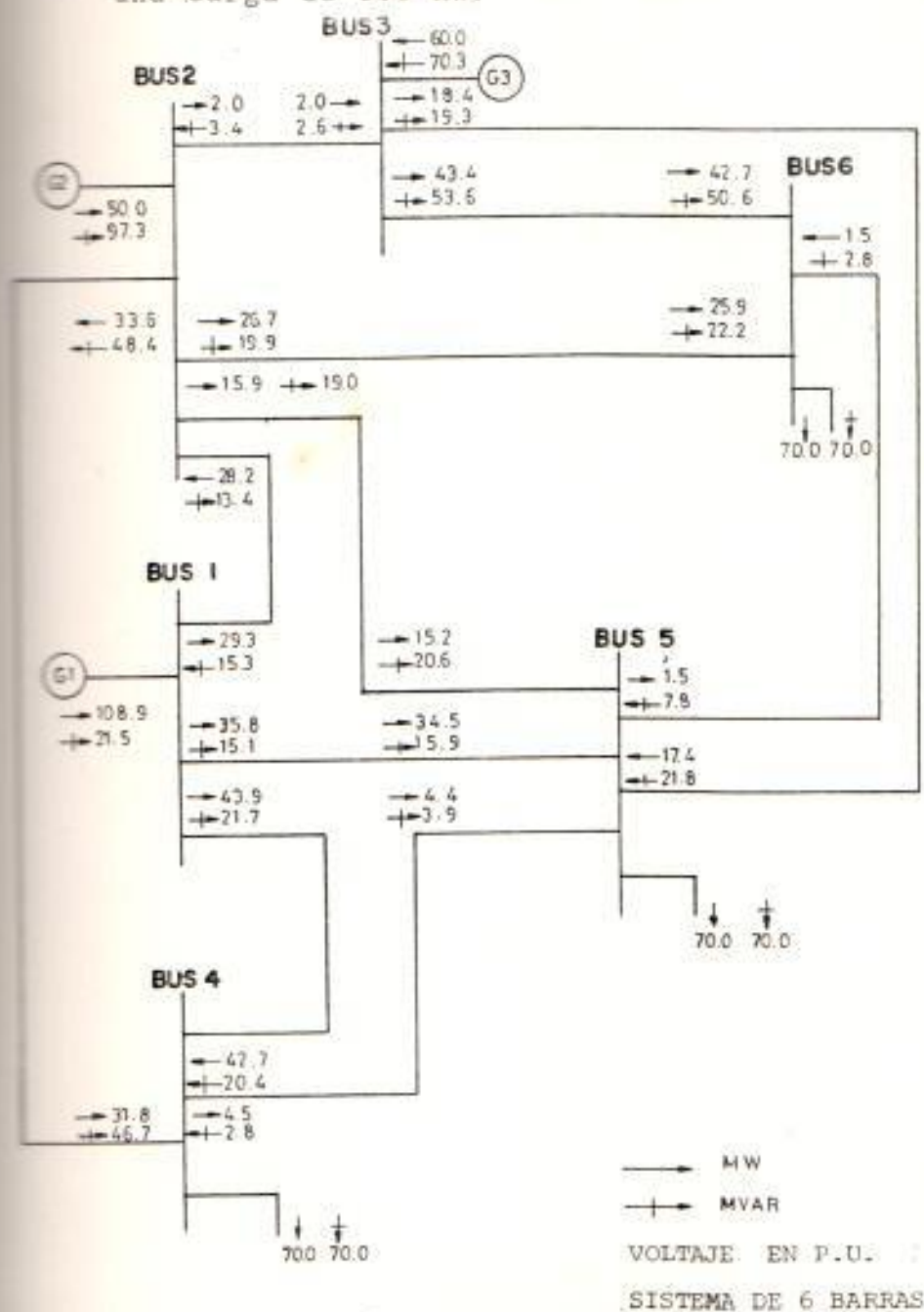


FIGURA N° 5.3. ... SISTEMA TERMICO DE GENERACION

La matriz "B" de la fórmula de pérdidas está dada:

$$P_{\text{Loss}} = (P_1, P_2, P_3) \begin{bmatrix} 0,0736 & 0,0106 & -0,00577 \\ 0,0106 & 0,0597 & 0,0103 \\ -0,00577 & 0,0103 & 0,0340 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{bmatrix}$$

Todos los valores de  $P_i$  deben estar en p.u., cuya base es 100 MVA.

Las funciones costos para las tres unidades son:

$$F_1(P_1) = 177,6 + 3,724 P_1 + 0,00444 P_1^2 \quad \$/\text{HR}$$

$$F_2(P_2) = 200 + 10,333 P_2 + 0,00889 P_2^2 \quad \$/\text{HR}$$

$$F_3(P_3) = 240 + 10,833 P_3 + 0,00741 P_3^2 \quad \$/\text{HR}$$

Los límites de potencia de cada unidad :

$$50 \text{ MW} \leq P_1 \leq 200 \text{ MW}$$

$$37.5 \text{ MW} \leq P_2 \leq 150 \text{ MW}$$

$$45 \text{ MW} \leq P_3 \leq 180 \text{ MW}$$

y :

$$P_R \text{ (carga total a suministro)} = 300 \text{ MW}; 250 \text{ MW}, 200 \text{ MW}$$

Usando el programa de despacho económico, vamos a obtener los siguientes resultados: los valores de  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$ ,  $P_L$ ,  $\lambda$ , costo para cada uno de los casos.

\*\*\* LA POTENCIA TERMICA 1

COEFICIENTES DE LA CURVA ENTRADA/SALIDA

A 1 = 177.60001  
 B 1 = 9.72400  
 C 1 = 0.00444

COSTO DEL COMBUSTIBLE ....

COSTO = 1.00000 \$/MW

LOS VALORES MAXIMOS Y MINIMOS DE POTENCIA SON ....

VALOR MAXIMO = 200.00000 MW  
 VALOR MINIMO = 50.00000 MW

\*\*\* LA POTENCIA TERMICA 2

COEFICIENTES DE LA CURVA ENTRADA/SALIDA

A 2 = 200.00000  
 B 2 = 10.33300  
 C 2 = 0.00889

COSTO DEL COMBUSTIBLE ....

COSTO = 1.00000 \$/MW

LOS VALORES MAXIMOS Y MINIMOS DE POTENCIA SON ....

VALOR MAXIMO = 150.00000 MW  
 VALOR MINIMO = 37.50000 MW

\*\*\* LA POTENCIA TERMICA . 3

COEFICIENTES DE LA CURVA ENTRADA/SALIDA

A 3 = 240.00000  
B 3 = 10.83300  
C 3 = 0.00741

COSTO DEL COMBUSTIBLE ....

COSTO = 1.00000 \$/MW

LOS VALORES MAXIMOS Y MINIMOS DE POTENCIA SON .....

VALOR MAXIMO = 180.00000 MW  
VALOR MINIMO = 45.00000 MW



MATRIZ DE COEFICIENTES DE LA ECUACION DE PERDIDA

	PS1	PS2	PS3
	0.000736	0.000106	-0.000058
	0.000106	0.000597	0.000103
	-0.000058	0.000103	0.000340

RESULTADOS OBTENIDOS EN UN SISTEMA CON PERDIDAS

TABLA DE RESULTADOS (VALORES DE POTENCIA EN MW )

INTERVALO	PR	PL	PS 1	PS 2	PS 3
1	300.00	23.03	133.14	75.22	114.67
2	250.00	16.12	114.28	62.06	89.78
3	200.00	10.59	95.72	49.11	65.76

## TABLA DE RESULTADOS (VALORES DE COSTO , LAMBDA Y GAMMA)

INTERVALO		COSTO (SUCRES)	LAMBDA (\$/MW-H)
1	\$	4158.19	13.59
2	\$	3494.65	12.96
3	\$	2862.37	12.35

COSTO TOTAL DEL PROCESO = \$ 10515.21

EJEMPLO B:

SISTEMA HIDROTERMICO SIN CONSIDERAR LAS PERDIDAS DE TRANSMISION:

Una carga va a ser suministrada por una unidad hidro y una unidad térmica, cuyas características de entrada - salida son:

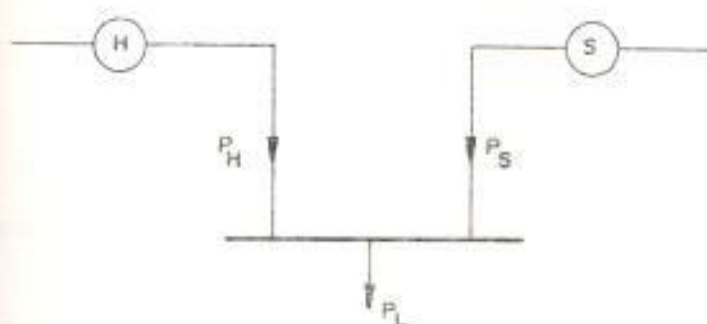


FIGURA No. 5.4.- SISTEMA DE GENERACION HIDROTERMICO

UNIDAD TERMICA;

$$E = 500 + 8 P_s + 0,0016 P_s^2$$

Costo de combustible = 1,15 S/. / MBTU

$$150 \text{ Mw} \leq P_s \leq 1000 \text{ Mw}$$

UNIDAD HIDRO:

$$Q = 330 + 4,97 P_h \text{ m}^3/\text{HR}$$

$$0 \leq P_h \leq 1000 \text{ Mw}$$

El reservorio debe cumplir las siguientes restricciones:

1. 100.000 m<sup>3</sup> al empezar
2. Debe haber 60.000 m<sup>3</sup> al final de cada intervalo
3. El volumen del reservorio está limitado.

$$120.000 \text{ m}^3 \leq V \leq 60.000 \text{ m}^3$$

4. El flujo de agua al reservorio es de 2.000 m<sup>3</sup>/HR.

La carga a ser suministrada está conectada a la planta -  
térmica y tiene los siguientes intervalos:

			P <sub>R</sub>
1º día	12 de la noche	- 12 del día	1.200 Mw
	12 del día	- 12 de la noche	1.500 Mw
2º día	12 de la noche	- 12 del día	1.100 Mw
	12 del día	- 12 de la noche	1.800 Mw

cada intervalo es de 12 horas.

Aplicando el programa, vamos a obtener los siguientes valores  
de: P<sub>H</sub>, P<sub>S</sub>, λ, δ, caudal, costo, derrame, volumen final.

## \*\*\* LA POTENCIA TERMICA

1

## COEFICIENTES DE LA CURVA ENTRADA/SALIDA

A 1 = 499.99976  
 B 1 = 9.00000  
 C 1 = 0.00160

## COSTO DEL COMBUSTIBLE ....

COSTO = 1.15000 \$/MW

## LOS VALORES MAXIMOS Y MINIMOS DE POTENCIA SON ....

VALOR MAXIMO = 1000.00000 MW  
 VALOR MINIMO = 150.00000 MW

## \*\*\* LA POTENCIA HIDROELECTRICA 1

## COEFICIENTES DE LA CURVA ENTRADA/SALIDA

G 1 = 330.00000  
 H 1 = 4.97000  
 I 1 = 0.00000

## VALOR INICIAL DE GAMMA ....

GAMMA = 2.16579 \$/M3

## LOS VALORES MAXIMOS Y MINIMOS DE POTENCIA SON ....

VALOR MAXIMO = 1000.00000 MW  
 VALOR MINIMO = 0.00000 MW

## MATRIZ DE COEFICIENTES DE LA ECUACION DE PERDIDA

PS1	PH1
0.000000	0.000000
0.000000	0.000000

## RESULTADOS OBTENIDOS EN UN SISTEMA CON PERDIDAS

TABLA DE RESULTADOS (VALORES DE POTENCIA EN MW )

INTERVALO	PR	PL	PS 1	PH 1
1	1200.00	0.00	496.00	704.00
2	1500.00	0.00	500.00	1000.00
3	1100.00	0.00	384.00	704.00
4	1800.00	0.00	800.00	992.00
5	950.00	0.00	352.00	592.00
6	1300.00	0.00	480.00	816.00

## TABLA DE RESULTADOS (VALORES DE COSTO, LAMBDA Y GAMMA)

INTERVALO		COSTO (SUCRES)	LAMBDA (\$/MW-H)	GAMMA 1 (\$/M3)
1	\$	16772.59	32.29	2.1658
2	\$	16904.98	33.12	2.2213
3	\$	13137.34	32.29	2.1658
4	\$	27337.79	36.43	2.4434
5	\$	12124.14	32.29	2.1658
6	\$	16224.79	32.29	2.1658

COSTO TOTAL DEL PROCESO = \$ 102521.56



TABLA DE RESULTADOS (VALORES DE CAUDAL)

INTERVALO	CAUDAL 1 (M3/H)
1	3828.89
2	5300.01
3	3828.89
4	5260.25
5	3272.24
6	4385.52

## TABLA DE RESULTADOS (VALORES DE VOLUMEN FINAL)

INTERVALO	VOL. FIN 1 (M3)
1	84513.31
2	84613.25
3	79126.56
4	69345.81
5	65529.09
6	58372.52

## TABLA DE RESULTADOS (VALORES DE DERRAME)

INTERVALO	DERRAME 1 (M3)
1	0.00
2	0.00
3	0.00
4	0.00
5	0.00
6	-1627.48

## CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Si tomamos en cuenta que las empresas eléctricas se interesan siempre en mejorar la operación de los equipos de transmisión existentes, el despacho económico con sus respectivas opciones ha sido visto que es una herramienta muy poderosa para conseguir tales objetivos.

En opinión del autor, la presente tesis tiene por objetivo desarrollar un programa de despacho económico de un sistema hidrotérmico, el cual minimiza tanto los costos de generación como también las pérdidas del sistema.

En el presente trabajo la técnica de los multiplicadores de lenguaje consiste en minimizar la función objetivo, la cual corresponde a las funciones de costo de generación de las unidades térmicas y hidro y que están definidas como ecuaciones cuadráticas, con la condición de que el coeficiente del término cuadrático de la unidad hidro es del orden de  $10^{-6}$  a menor.

Este programa se ha implementado de tal manera que tiene una capacidad hasta de 20 unidades de generación entre térmicas e hidro.

El modelo matemático desarrollado, constituye una contribución a la solución de los problemas relacionados con el planeamiento operativo. La metodología empleada hace factible computacionalmente su aplicación en sistemas hidrotérmicos encontrados normalmente en la práctica.

El modelo permite obtener un plan de operación para un horizonte de tiempo determinado, el mismo que puede dividirse en cualquier número de períodos de una duración acorde a los fines requeridos, esto significa que puede ser utilizado tanto para mediano como para corto plazo con períodos mensuales, semanales, diarios, etc.

Lo ideal de esta tesis hubiese sido aplicar este programa al sistema nacional interconectado, pero no fue posible ya que en la actualidad el Departamento de Despacho, recibe el Plan Anual de Operación en períodos mensuales, lo cual crea serias dificultades para la aplicación del mismo; por ejemplo, el control del nivel de los reservorios y la producción de las centrales térmicas sólo puede realizarse al final de cada mes, lo cual causa desviaciones notables al plan establecido.

Como en los centros de despacho están implementados los despachos de potencia activa, este trabajo monográfico va a contribuir a la solución como parte de una estrategia de control en tiempo real.

La velocidad de ejecución de un despacho de potencia activo en un -

tiempo muy corto, permite ser implementado en tiempo real, debido a la forma de los contornos de la función costo, los cuales no presentan valler o puntas pronunciadas.

Por los motivos ya expuestos anteriormente, se aplicó este programa a ejemplos típicos tomados del libro "OPERATION ECONOMIC Y CONTROL" de Allen Wood y se obtuvo resultados satisfactorios que estaban en acorde con los obtenidos en el libro.

Es decir que las centrales hidroeléctricas generan toda su influencia, respetando las restricciones de generación máxima y mínima, así como también las limitaciones de los embalses y posibles vertimientos en cada uno de los reservorios. La estimación del porcentaje de pérdidas obtenido con el modelo matemático está de acuerdo al obtenido con la información del libro.

Como comentario final, cabe indicar la múltiple utilidad que tiene un despacho económico. Para lo cual recomiendo que este programa sea implementado de tal manera que se desarrolle un despacho económico de la potencia reactiva, siendo este un campo nuevo de investigación.

Este despacho de potencia reactiva traerá algunos beneficios como ahorros en los costos debido a la reducción en las pérdidas del sistema, reducción en la carga de las líneas de transmisión.

## B I B L I O G R A F I A

1. H. TAVARES, S. SOARES.- "MODELLING AND OPTIMIZATION OF HYDROTHERMAL GENERATION SCHEDULING". IEEE TRANSACTIONS ON POWER APPARATUS AND SYSTEMS. Vol. Pas-103, August, 1984, p.p. 2126 - 2130.
2. ROBERT MILLER.- POWER SYSTEMS OPERATION. Pág. 45-50.
3. BERNHOLTZ - GRAHAM.- HYDROTHERMAL ECONOMIC SCHEDULING Junio, 1.963. Pag. 249 - 251.
4. G. ZOPPETTI.- "Centrales Hidroeléctricas".-
5. V. RIZHKIN.- "Centrales Termoeléctricas".- Págs. 27.
6. GILBERTO ENRIQUEZ HARPER.- "ANALISIS MODERNO DE SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA".- Limusa, 1.981.-
7. JOHN J. SHAW - MEMBER.- "OPTIMAL SCHEDULING OF LARGE HYDROTHERMAL POWER SYSTEMS" IEEE TRANSACTIONS ON POWER Apparatus and Systems, Vol. Pas - 104. Pág.286-290, Febrero, 1.985.-
8. L.K. KIRCHMAYER.- "Economic Operations of a combined - Steam and Hidroelectric Power Systems".Pág.68-72.-
9. ALLEN WOOD.- "Power Generations - Operations and Control". Capítulo 7: pág. 17 - 25.-