

# ESCUELA SUPERIOR POLITECNICA DEL LITORAL



Instituto de Ciencias Matemáticas  
Ingeniería en Estadística Informática

“Análisis de la extracción de la tendencia de una  
serie de tiempo mediante del uso del filtro de  
Hodrick-Prescott con una aplicación al  
IPCO”

**TESIS DE GRADO**

Previo a la obtención del Título de  
**Ingeniero en Estadística Informática**

Presentada por:  
Antonio Duverli Ramírez Andrade

Guayaquil - Ecuador

**Año 2007**

**ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL**



**Instituto de Ciencias Matemáticas**

**Ingeniería en Estadística Informática**

**“Análisis de la extracción de la tendencia de una serie de tiempo  
mediante del uso del filtro de Hodrick-Prescott con una aplicación al  
IPCO”**

**TESIS DE GRADO**

**Previo a la obtención del título de:**

**INGENIERO EN ESTADÍSTICA INFORMÁTICA**

**Presentada por:**

**Antonio Duverli Ramírez Andrade**

**GUAYAQUIL – ECUADOR**

**AÑO**

**2007**

## AGRADECIMIENTO

Ante todo a Dios por haberme brindado la vida  
A mi familia por ser mi estímulo para luchar día a día;  
especialmente a mis padres, por el apoyo incondicional que me  
proporcionaron durante toda mi trayectoria estudiantil,  
sus sabios consejos y muestras de amor en todo momento.

A mis abuelitos que aunque no estén conmigo  
siempre me guiaron con su infinito amor,  
A mis mejores amigos, quienes siempre me ofrecieron su mano  
en momentos difíciles como muestra de aprecio y cariño  
y por supuesto al Matemático Jhon Ramírez  
por su excelente dirección.

## DEDICATORIA

A mis padres, José Antonio y Letty

A mis abuelitos José Gregorio,

Amada y Luzmila

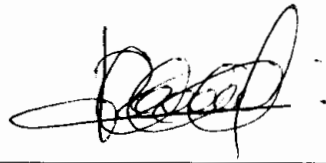
A mis mejores amigos

TRIBUNAL DE GRADUACIÓN



---

**Ing. Luis Rodríguez**  
**PRESIDENTE DEL TRIBUNAL**



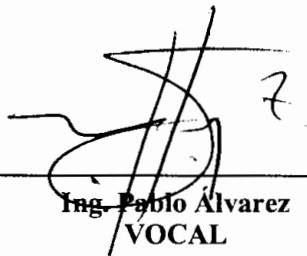
---

**Mat. Jhon Ramírez**  
**DIRECTOR DE TESIS**



---

**Msc. Soraya Solis**  
**VOCAL**



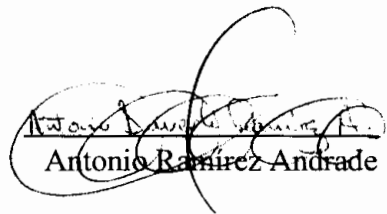
---

**Ing. Pablo Álvarez**  
**VOCAL**

## DECLARACIÓN EXPRESA

**“La responsabilidad del contenido de esta tesis de Grado, me corresponden exclusivamente; y el patrimonio intelectual de la misma a la ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL”**

**(Reglamento de Graduación de la ESPOL)**

  
Antonio Ramirez Andrade

## RESUMEN

La finalidad de esta tesis es extraer la tendencia del índice de precios de los materiales, equipos y maquinarias de la construcción, IPCO, mediante el uso del filtro de Hodrick Prescott; los datos fueron obtenidos de la página Web del Instituto Nacional de Estadística y Censo, considerando a la serie de datos desde Abril de 1983 hasta Mayo del 2007.

Este trabajo está formado por 5 capítulos, en el primero se describe la metodología que se utiliza en el cálculo del índices IPCO, cuya responsabilidad es asignada al INEC, el cual emite mensualmente un boletín con dicha información, y algunas definiciones involucradas en el proceso.

En el capítulo 2 se destaca una pequeña introducción del filtro Hodrick-Prescott como técnica para la extracción de la tendencia de una variable; en el capítulo 3 se presenta el desarrollo matemático del filtro H-P, su evolución y algunas demostraciones relacionadas. El capítulo 4 muestra el análisis correspondiente para determinar el mejor parámetro de suavidad que se ajusta a la periodicidad del índice de estudio y de otras variables de importancia económica para el Ecuador, como las exportaciones de flores, cacao y banano en miles de dólares. Por último, en el capítulo 5 se presentan algunas conclusiones y recomendaciones basadas en los resultados obtenidos a lo largo del desarrollo de este trabajo.

## ÍNDICE GENERAL

	Pág.
<b>Resumen</b>	I
<b>Índice General</b>	II
<b>Simbología</b>	III
<b>Índice de Gráficos</b>	IV
<b>Índice de Anexos</b>	V
<b>Introducción</b>	1
<b>1. Metodología del cálculo del Índice de materiales, equipo y maquinaria de la construcción</b>	<b>2</b>
<b>1.1 Conformación y determinación de la canasta y clasificación de los materiales, equipo y maquinaria de la construcción</b>	<b>2</b>
1.1.1 Conformación y determinación de la canasta	2
1.1.2 Clasificación de los materiales Equipos y Maquinaria de la Construcción	3
<b>1.2 Investigación de precios</b>	<b>4</b>
<b>1.3 Cálculo de precios</b>	<b>5</b>
<b>1.4 Cálculo de los índices de precios</b>	<b>5</b>
1.4.1 Cálculo de relativos de precios	5
1.4.2 Cálculo de los índices simples	5
1.4.3 Cálculo del índice ponderado	6



1.5 Otros índices de precios	7
1.5.1 Cálculo del índice de componentes no principales (CNP)	7
1.5.2 Cálculo de índices nacionalizados	8
1.5.3 Índices de grupos de materiales	9
1.5.4 Índices de tipos de obra	9
1.5.5 Índice General de “Materiales, Equipo, y Maquinaria de la construcción” (IPCO)	10
<b>2. Técnica para la extracción de la tendencia de una variable (H-P)</b>	<b>11</b>
2.1 Introducción	11
2.2 Características Generales que deben cumplir cualquier técnica utilizada para la extracción de la tendencia	14
<b>3. Deducción matemática del Filtro de Hodrick-Prescott</b>	<b>16</b>
3.1 Desarrollo del filtro Hodrick-Prescott	16
<b>4. Análisis para extraer la tendencia del IPCO empleando el filtro de Hodrick- Prescott</b>	<b>27</b>
4.1 INTRODUCCIÓN	27
4.2 Análisis de la tendencia del IPCO	28
4.2.1 Análisis de la serie histórica del IPCO desde 1983	28

4.2.1.1	Análisis de la tendencia empleando $\lambda$ de 14400	29
4.2.1.2	Análisis de la tendencia empleando $\lambda$ de 1600	30
4.2.1.3	Análisis de la tendencia empleando $\lambda$ de 10	31
4.2.2	Análisis de la tendencia del IPCO desde 1996	32
4.2.2.1	Análisis de la tendencia empleando $\lambda$ de 14400	32
4.2.2.2	Análisis de la tendencia empleando $\lambda$ de 1600	33
4.2.2.3	Análisis de la tendencia empleando $\lambda$ de 10	34
4.2.3	Análisis de la tendencia del IPCO desde el año 2000	35
4.2.3.1	Análisis de la tendencia empleando $\lambda$ de 14400	35
4.2.3.2	Análisis de la tendencia empleando $\lambda$ de 1600	36
4.2.3.3	Análisis de la tendencia empleando $\lambda$ de 10	37
4.2.4	Análisis del IPCO con las tres tendencias generadas	39
4.3	Análisis de la tendencia del IPC	40
4.3.1	Análisis de la serie histórica del IPC desde 1990	41
4.3.1.1	Análisis de la tendencia empleando $\lambda$ de 14400	41
4.3.1.2	Análisis de la tendencia empleando $\lambda$ de 1600	42
4.3.1.3	Análisis de la tendencia empleando $\lambda$ de 10	43
4.3.1.4	Análisis del IPC con las tres tendencias generadas	44
4.4	Análisis de la tendencia de las exportaciones de tres productos principales del Ecuador.	45
4.4.1	Análisis de la tendencia de las exportaciones del cacao.	46
4.4.1.1	Análisis de la tendencia empleando $\lambda$ de 14400	46

4.4.1.2	Análisis de la tendencia empleando $\lambda$ de 1600	47
4.4.1.3	Análisis de la tendencia empleando $\lambda$ de 10	48
4.4.1.4	Análisis de las exportaciones del cacao con las tres tendencias generadas	49
4.4.2	Análisis de la tendencia de las exportaciones de las flores	50
4.4.2.1	Análisis de la tendencia empleando $\lambda$ de 14400	50
4.4.2.2	Análisis de la tendencia empleando $\lambda$ de 1600	51
4.4.2.3	Análisis de la tendencia empleando $\lambda$ de 10	52
4.4.2.4	Análisis de las exportaciones de las flores con las tres tendencia generadas	53
4.4.3	Análisis de la tendencia de las exportaciones de banano	54
4.4.3.1	Análisis de la tendencia empleando $\lambda$ de 14400	54
4.4.3.2	Análisis de la tendencia empleando $\lambda$ de 1600	55
4.4.3.3	Análisis de la tendencia empleando $\lambda$ de 10	56
4.4.3.4	Análisis de las exportaciones del banano con las tres tendencias generadas	57

## **5. Conclusiones y recomendaciones**

### **Anexos**

### **Bibliografías**

## SIMBOLOGÍA

$y_t$	Serie de tiempo
$\tau_t$	Componente de tendencia de una serie de tiempo
$C_t$	Componente irregular de una serie de tiempo
$\sum$	Sumatoria de un número de valores que toma la variable aleatoria
$\Delta$	Operador de retardo de una serie de tiempo
$C$	Vector de componentes irregulares de una serie de tiempo
$C'$	Vector transpuesto
$Y$	Vector de componentes de la serie original
$\tau$	Vector de tendencia de la serie original
$\lambda$	Parámetro de suavidad que opera con el filtro Hodrick-Prescott
$A \in M_{(T-2) \times T}$	Matriz de coeficientes del sistema de las diferencias de los retardos de la serie original
$F$	Representa el primer término de la función a minimizar
$S$	Representa el segundo término de la función a minimizar
$\frac{d(F + \lambda S)}{d\tau}$	Derivada parcial de la función a minimizar con respecto a $\tau$
<i>i.i.d.</i>	independiente e idénticamente distribuida
$\det(A_{n \times n})$	Determinante de una matriz de orden $n \times n$

## ÍNDICE DE GRÁFICOS

	Pág.
<b>Gráfico 1</b>	Serie histórica de la evolución del IPCO desde 1983. 28
<b>Gráfico 2</b>	Serie histórica de la evolución del IPCO desde 1983 con su respectiva tendencia empleando $\lambda$ de 14400. 29
<b>Gráfico 3</b>	Serie histórica del IPCO desde 1983 con su respectiva tendencia empleando $\lambda$ de 1600. 30
<b>Gráfico 4</b>	Serie histórica del IPCO desde 1983 con su respectiva tendencia empleando $\lambda$ de 10. 31
<b>Gráfico 5</b>	Serie histórica del IPCO desde 1996 con su respectiva tendencia empleando $\lambda$ de 1400. 32
<b>Gráfico 6</b>	Serie histórica del IPCO desde 1996 con su respectiva tendencia empleando $\lambda$ de 1600. 33
<b>Gráfico 7</b>	Serie histórica del IPCO desde 1996 con su respectiva tendencia empleando $\lambda$ de 10. 34
<b>Gráfico 8</b>	Serie histórica del IPCO desde 2000 con su respectiva tendencia empleando $\lambda$ de 14400. 35
<b>Gráfico 9</b>	Serie histórica del IPCO desde 2000 con su respectiva tendencia empleando $\lambda$ de 1600. 36
<b>Gráfico 10</b>	Serie histórica del IPCO desde 2000 con su respectiva tendencia empleando $\lambda$ de 10. 37
<b>Gráfico 11</b>	Serie histórica del IPCO desde 1996 con sus respectivas tendencias empleando los tres parámetros de suavidad. 39
<b>Gráfico 12</b>	Serie histórica del IPC desde 1990 con su respectiva tendencia empleando $\lambda$ de 14400. 41

Gráfico 13	Serie histórica del IPC desde 1990 con su respectiva tendencia empleando $\lambda$ de 1600.	42
Gráfico 14	Serie histórica del IPC desde 1990 con su respectiva tendencia empleando $\lambda$ de 10.	43
Gráfico 15	Serie histórica del IPC con sus respectivas tendencias empleando los tres parámetros de suavidad.	44
Gráfico 16	Serie histórica de las exportaciones del Cacao en el Ecuador con su respectiva tendencia empleando $\lambda$ de 14400.	46
Gráfico 17	Serie histórica de las exportaciones del Cacao en el Ecuador con su respectiva tendencia empleando $\lambda$ de 1600.	47
Gráfico 18	Serie histórica de las exportaciones del Cacao en el Ecuador con su respectiva tendencia empleando $\lambda$ de 10.	48
Gráfico 19	Serie histórica de las exportaciones del Cacao en el Ecuador empleando los tres parámetros de suavidad.	49
Gráfico 20	Serie histórica de las exportaciones de las Flores en el Ecuador con su respectiva tendencia empleando $\lambda$ de 14400.	50
Gráfico 21	Serie histórica de las exportaciones de las Flores en el Ecuador con su respectiva tendencia empleando $\lambda$ de 1600.	51
Gráfico 22	Serie histórica de las exportaciones de las Flores en el Ecuador con su respectiva tendencia empleando $\lambda$ de 10.	52
Gráfico 23	Serie histórica de las exportaciones de las Flores en el Ecuador empleando los tres parámetros de suavidad.	53
Gráfico 24	Serie histórica de las exportaciones del Banano y Plátano en el Ecuador con su respectiva tendencia empleando $\lambda$ de 14400.	54
Gráfico 25	Serie histórica de las exportaciones del Banano y Plátano en el Ecuador con su respectiva tendencia empleando de 1600.	55
Gráfico 26	Serie histórica de las exportaciones del Banano y Plátano en el Ecuador con su respectiva tendencia empleando $\lambda$ de 10.	56
Gráfico 27	Serie histórica de las exportaciones del Banano y Plátano en el Ecuador empleando los tres parámetros de suavidad.	57

## ÍNDICE DE ANEXOS

- Anexo 1: Serie histórica del Índice IPCO desde 1983.
- Anexo 2: Derivación de matrices y vectores.
- Anexo 3: Solución del problema de minimización.
- Anexo 4: Demostración de que la matriz asociada al filtro H-P es definida positiva.
- Anexo 5: Alcance y limitaciones del filtro Hodrick-Prescott.
- Anexo 6: Proyecciones de la tendencia del IPCO Junio 2007- Mayo 2009.
- Anexo 7: Gráfico de las proyecciones de la tendencia del IPCO Junio 2007- Mayo 2009.

## **Introducción**

El objetivo fundamental del siguiente trabajo es extraer la tendencia de un conjunto de datos correspondientes al índice de precio de los materiales, equipo y maquinaria de la construcción durante los años 1983 al 2005, el mismo que se construye con la información proporcionada por el establecimiento productor o importador de materiales, equipo o maquinaria de la construcción específicos que se incorporan o intervienen en la construcción de obras públicas nacionales.

La importancia de este índice radica en que es utilizado en las fórmulas polinómicas para el reajuste de precios en los contratos de la obra pública, según lo determina la Ley de Contratación Pública, debido a que el proceso inflacionario tiene repercusiones en los presupuestos elaborados por las empresas constructoras para la ejecución de la obra pública, lo que lleva inclusive a la paralización de la misma, provocando así un deterioro en este importante sector de la economía nacional. Como medida para solucionar esta situación, se expide, en primera instancia, la Ley de Reajuste de Precios y posteriormente la Ley de Contratación Pública, mediante la cual se dispone que todos los contratos de ejecución de obra, adquisición de bienes o de prestación de servicios, cuya forma de pago corresponda al sistema de precios unitarios, se sujetarán al sistema de reajuste de precios.



## **CAPÍTULO I**

### **Metodología del cálculo del Índice de materiales, equipo y maquinaria de la construcción**

El Instituto Nacional de Estadística y Censo por la promulgación de la Ley 2000-4 de transformación Económica del Ecuador, Disposición General Séptima, emitida en el Registro Oficial N034 Suplemento del 13 de Marzo del 2000, por la cual somete al esquema de dolarización a los contratos de obra pública vigentes en la parte del contrato no ejecutada y los contratos celebrados a partir de vigencia de esta Ley, publica los índices de precios de materiales, equipos y maquinarias de la construcción en función de la nueva base Abril /12 2000 = 100,00 para ser aplicados en las fórmulas polinómicas de los contratos de obra pública.

## **1.1. Conformación y determinación de la canasta y clasificación de los materiales, equipo y maquinaria de la construcción**

**1.1.1. Conformación y determinación de la canasta.-** Los índices que se publican están conformados por distintas canastas, (específicos), seleccionados en base a su importancia dentro del sector de la construcción, los mismos que se determinan por incidencias de los valores de los materiales individuales respecto al valor total en el mercado del material respectivo y/o su participación en los distintos materiales tipos de obra. El conjunto de los ítems seleccionados conforma “Las Canastas de los distintos Materiales”, cuyo tamaño y estructura varía ocasionalmente, según las necesidades detectadas y cambios ocurridos en el mercado.

**1.1.2. Clasificación de los materiales Equipos y Maquinaria de la Construcción.-** Para identificar cada uno de los ítems que conforman las Canastas se ha elaborado una clasificación bajo los siguientes criterios:

- a) Naturaleza y denominaciones (especificaciones técnicas, normas, unidades de comercialización, el sistema internacional de medidas, etc.), similitud y función del material.
- b) Posibilidad de elaboración de índices en los diferentes niveles de agrupación.
- c) Comparabilidad internacional con fines estadísticos.

A cada denominación del material le corresponde una especificación y un código de identificación a nivel de división, grupo, subgrupo, genérico, y específico.

**Específico.-** Es el ítem cuya denominación permite diferenciar uno de otro, de acuerdo a las características primarias como dimensiones, forma, volumen, peso, color, etc., Ej. Ladrillo de arcilla (38 x 19 x 99) cm.; Tubo de hormigón Simple Diámetro 20 cm. L1.00 m, etc.

**Genérico.-** Es el conjunto de ítems cuyo nivel de especificación permite se agrupen específicos de características similares, según normas de producción o fabricación. Ej. Ladrillos de distintas dimensiones se consideran en el genérico "Ladrillos de Arcilla" tubos de varios diámetros se agrupan en el genérico "Tubos de Hormigón Simple".

**Subgrupo.-** Define y agrupa a ítems o específicos o Genéricos de componentes similares o de una misma naturaleza por la función o uso preponderante dentro del contexto de la construcción. Ej. El subgrupo "Tubos uPVC de Presión" agrupa a tubos de uPVC de presión roscable, unión espiga-campana y unión especial.

**Grupo.-** Define y clasifica a subgrupos de materiales por naturaleza, similitud, grados adicionales de transformación, llegando en varios casos a descripciones generalizadas de los materiales básicos que dan origen a los productos. Ej. El grupo "Tubos de uPVC" incluye a

los subgrupos y genéricos constituidos por los tubos de uPVC de presión, desagüe, e instalaciones eléctricas.

**División.-** Define a grupos de materiales por su naturaleza, similitud y grados adicionales de transformación.

## **1.2. Investigación de precios**

De conformidad con la correspondiente reglamentación interna del INEC, se investigan precios a nivel de Productor y/o Importador de materiales, equipo, maquinaria de la construcción. Los precios son proporcionados mensualmente por auto-empadronamiento en el formulario IPCO-002 o en listas de precios y corresponden al mes calendario. Adicionalmente se investigan otras características como la denominación del específico, la unidad de comercialización, país de origen, políticas de descuentos, IVA, desaparición temporal o definitiva de algún ítem (con el fin de determinar reemplazos o nuevas incorporaciones en la canasta).

## **1.3. Cálculo de precios**

Dependiendo de la vigencia de los precios dentro del período de referencia, se procede al cálculo considerando los descuentos y el IVA según los datos proporcionados por los establecimientos informantes. En caso de existir dos o más precios para el período de referencia, se calculará un precio promedio, ponderado por los días de vigencia de cada uno de ellos, la fórmula utilizada es:

$$P_p = \frac{(P_1 * V_1) + (P_2 * V_2) + \dots + (P_n * V_n)}{\sum_{i=1}^n V_i}$$

Donde:

$P_p$  :Precio promedio ponderado (1.1)

$P_{(1,2,\dots,n)}$  :Precios informados en período de referencia

$V_{(1,2,\dots,n)}$  :Días vigencia de cada precio informado

#### 1.4. Cálculo de los índices de precios

Para el cálculo de los índices se toman en cuenta los precios vigentes en los períodos de referencia, de cada uno de de los ítems que intervienen en una canasta previamente seleccionada.

**1.4.1. Cálculo de relativos de precios.-** Para un específico o ítems  $i$ , de un informante  $j$ , la relación  $(P_{ij}/P_{oij})$ , arroja el relativo.

**1.4.2. Cálculo de los índices simples.-** Se elaboran cuando no es posible obtener ponderadores para los ítems y se calculan mediante el promedio geométrico de relativos de precios, cuya fórmula es:

$$I_{st} = \sqrt[N]{\prod_{j=1}^m \prod_{i=1}^n \frac{P_{tij}}{P_{oij}}}$$

Donde :

$I$  :Índice simple para el período t (1.2)

$N$  : Número de relativos

$P_{tij}$  : Precio en el período corriente del ítem  $i$ , del informante  $j$

$P_{oij}$  : Precio en el período base del ítem  $j$ , del informante  $j$ .

**1.4.3. Cálculo del índice ponderado.-** Se lo obtiene a través de la sumatoria de las ponderaciones individuales multiplicadas por los respectivos relativos de precios, mediante la fórmula:

$$I_{pt} = \sum_{j=a}^m \sum_{i=1}^n W_{ij} \frac{P_{tij}}{P_{oij}} * 100$$

Donde:

$W_{ij}$  = Ponderación del ítem i, del informante j (1.3)

$I_{pt}$  = Índice ponderado en el período t.

$P_{tij}$  = Precio del período corriente del ítem i, del informante j.

$P_{oij}$  = Precio del período base del ítem i, del informante j.

**Determinación de los ponderadores.-** Con los valores de venta de los

ítems ( $V_{ij}$ ) se determinan las ponderaciones; la fórmula es:  $V_{ij} = Q_{rij} * P_{oij}$ ;

donde el valor de cada ítem se compone de la cantidad ( $Q_{rij}$ )

correspondiente a las ventas efectuadas en un año determinado r considerado año base para Q de un artículo i del informante j en el mes

considerado base para P. La ponderación ( $W_{ij}$ ) de cada ítem es el

cuociente de los valores de venta del ítem por informante, dividido para la sumatoria de estos valores, cuya fórmula es:

$$W_{ij} = \frac{V_{ij}}{\sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n V_{ij}}$$

Donde:

$W_{ij}$  : Ponderación del ítem i, del informante j.

$V_{ij}$  : Valor del ítem i, del informante j en un año base.

(1.4)

## 1.5. Otros índices de precios

### 1.5.1. Cálculo del índice de componentes no principales (CNP).-

En base a los estudios de los tipos de obras representativos (presupuestos, análisis de costos unitarios, especificaciones técnicas, etc.), proporcionados por las diferentes instituciones públicas contratantes, se determinaron los materiales o componentes principales y no principales, con éstos últimos se conforma las canastas de los componentes no principales (CNP) por tipología de obra con sus respectivas ponderaciones. La fórmula de cálculo para obtener este índice es la misma que se utiliza para los índices ponderados, bajo las siguientes consideraciones: en lugar de precios se utilizan los índices nacionales y/o provinciales de los materiales seleccionados en la canasta; la fórmula utilizada es:

$$I_{cnp(t)} = \sum_{i=1}^n W_i \frac{I_{ti}}{I_{oi}}$$

Donde:

$I_{cnp(t)}$ : Índice de componentes no principales en el período t. (1.5)

$W_i$  : Ponderación de ítem i dentro del tipo de obra

$I_{ti}$  : Índice del período corriente del ítem i

$I_{oi}$  : Índice del período base del ítem i

**1.5.2. Cálculo de índices nacionalizados.-** En los casos que no se disponen de datos para el cálculo de series cronológicas de precios, se procede a obtener índices con la cotización mensual media del dólar, de acuerdo a las leyes vigentes para importaciones, que sirven de base para establecer el costo del dólar de importación (CDI). Luego de convertir el valor de un dólar FOB en CIF, mediante coeficientes obtenidos de datos del Banco Central del Ecuador, al dólar CIF se le agregan otros costos como tasas ( portuarias,

cambiarias, inspección, tramitación, etc.), gastos de transporte, seguro, etc. Y los derechos arancelarios (basados en decretos ejecutivos, regulaciones de Junta Monetaria), depósito previos, comisiones bancarias; por último a este nuevo valor se le incluye el impuesto al valor agregado (IVA) y se obtiene el costo del dólar de importación (CDI).

Con el CDI y el índice de un ítem seleccionado de una publicación extranjera especializada (como el Producer Price Indexes), se procede al cálculo para nacionalizar el material o equipo, utilizando la siguiente fórmula:

$$I_{nac(t)} = \frac{CDI_t * Iext_{(t)}}{CDI_0 * Iext_{(0)}} * 100$$

Donde

$I_{nac(t)}$  : Índice nacionalizado en el período t

$CDI_t$  : Costo del dólar de importación en el período corriente (1.6)

$CDI_0$  : Costo del dólar de importación en el período base

$Iext_{(t)}$  : Índice de ítem de una publicación extranjera, en período corriente o último disponible

$Iext_{(0)}$  : Índice de un ítem de una publicación extranjera, en el período base

**1.5.3. Índices de grupos de materiales.**- Se calculan en base a los índices de precios de materiales y equipo considerados afines por la naturaleza de sus componentes. Las series de indicadores por grupos de materiales son: Equipos y Maquinarias, Materiales eléctricos, Equipo para instalaciones eléctricas, Productos de Hormigón Simple y Armado y Productos Metálicos; la fórmula que se aplica para el cálculo es:



$$I_{gma(t)} = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n \frac{I_{ti}}{I_{oi}}}$$

Donde:

$I_{gma(t)}$  : Índice por grupos de materiales en el período t (1.7)

$I_{ti}$  : Índice en el período corriente del ítem i

$I_{oi}$  : Índice en el período base del ítem i

$n$  : Número de índices del índice del grupo de materiales

**1.5.4. Índices de tipos de obra.-** Se calculan en base a los índices de materiales, equipo y maquinaria de la construcción. Cada uno de los materiales considerados principales, o no, participa con la ponderación establecida en base a su importancia con relación al presupuesto total del proyecto. Los tipos de obra considerados son: vivienda unifamiliar y multifamiliar, obras de riesgo, pequeñas centrales hidroeléctricas, alcantarillado sanitario urbano y rural, sistema de agua potable plantas de tratamiento urbano y rural, hospitales construcciones escolares.; la fórmula del cálculo es:

$$I_{tob(t)} = \sum_{i=1}^{I_{ti}} W_i \frac{I_{ti}}{I_{oi}} * 100$$

Donde:

$I_{tob(t)}$  : Índice por tipos de obra en el período t. (1.8)

$I_{ti}$  : Índice en el período corriente del ítem i.

$I_{oi}$  : Índice en el período base del ítem i.

$W_i$  : Ponderaciones de cada ítem i, dentro del tipo de obra.

**1.5.5. Índice General de “Materiales, Equipo, y Maquinaria de la construcción” (IPCO).**\_ El índice general se calcula con los índices a nivel nacional de los materiales y equipos que se incorporan a la obra. Para los materiales que se tienen índices provinciales se calcula un índice nacional para cada uno de estos. Cada material o equipo tiene su ponderación y el índice general se obtiene mediante la sumatoria de las ponderaciones individuales multiplicadas por los respectivos relativos de índices; la fórmula utilizada es:

$$I_{G(t)} = \sum_{i=1}^n W_i \frac{I_{it}}{I_{oi}} * 100$$

*Donde:*

$I_{G(t)}$ : Índice general en el período t.

$W_i$  :Ponderación de cada índice i.

$I_{it}$  :Índice en el período corriente del ítem i.

$I_{oi}$  :Índice en el período base del ítem i.

n :Número de índices del índice general.

(1.9)

## CAPÍTULO II

### Filtro de Hodrick-Prescott

#### Una técnica para la extracción de la tendencia de una variable

##### 2.1. Introducción

El objetivo primordial de este trabajo es presentar una metodología alternativa para la extracción de la tendencia de una serie de tiempo. Dicha metodología se fundamenta en el denominado "Filtro de Hodrick-Prescott", el cual permite obtener una mejor estimación del componente de tendencia que puede ser útil en diversas investigaciones, además de facilitar una mejor aproximación del componente cíclico, aspecto de gran utilidad en ciertos estudios de los ciclos de las series de tiempo.

Este método ha cobrado mucha popularidad entre los modelos de series temporales en los últimos años, ya que permite obtener una representación no lineal suavizada de un conjunto de datos también conocido como una serie de tiempo. El disponer de esta técnica de extracción de tendencia abre nuevas posibilidades especialmente en el estudio de muchos índices económicos de un país; en particular como se demostrará en el último capítulo de esta tesis, mediante la aplicación de dicha técnica, la misma que se empleará para obtener la tendencia del índice de precios de los materiales, equipos y maquinarias de la construcción, IPCO, el mismo que facilitará a las empresas constructoras la elaboración de sus presupuestos.

En años recientes el estudio acerca de los diferentes conjuntos de datos que se obtienen en una determinada etapa del tiempo, (series de tiempo), han cobrado importancia a nivel mundial debido a que **entre** otras cosas, se dispone de novedosas técnicas para la **identificación** de su línea de tendencia, entre las que se encuentra el **filtro de Hodrick-Prescott**, que aunque no se lo debe aplicar de forma **mecánica**, generalmente brinda una estimación de la tendencia de **una serie** muy cercana a la esperada, el cual se propone en este estudio y se realizará un análisis detallado.

**Cuando se realiza un análisis de series de tiempo es preferible trabajar únicamente con el componente de tendencia eliminando de la misma el efecto de los componentes: estacional, irregular e inclusive cíclico, por lo tanto uno de los primeros aspectos que se deben tomar en cuenta es emplear el método de descomposición para series temporales. (Extracción de señales).**

Por tal razón, los expertos en el campo que se está explorando, a través de los años, se han encontrado con el problema de cómo estimar solamente el componente tendencial de un conjunto de datos, ya que si bien existen software de computación especializados en la descomposición de las series (como el X12-ARIMA)<sup>1</sup>, los mismos que solamente permiten obtener estimaciones de la tendencia-ciclo, la estacionalidad y el componente irregular pero no permiten separar la tendencia y el ciclo; sin embargo hoy en día existen otros métodos, como el propuesto anteriormente, filtro de Hodrick-Prescott, por medio del cual se puede extraer exclusivamente la tendencia, componente que interesa identificar.

En efecto, se consideró fundamental examinar el filtro H-P debido a que en muchos estudios realizados en países desarrollados<sup>2</sup> han empleado este método para la extracción del componente de tendencia que es muy útil en diversas investigaciones, generando resultados satisfactorios, los mismos que han permitido que esta técnica pueda ser aplicada en estudios futuros, donde sea necesario extraer los componentes tanto de tendencia como el ciclo por separado, además es importante ampliar constantemente la gama de técnicas estadísticas disponibles para un análisis de series de tiempo y finalmente se encontrarán los parámetros de suavidad que se necesitan al utilizar el filtro Hodrick-Prescott para calcular la tendencia de las variables económicas con periodicidad mensual del Ecuador.

---

1 Método alternativo de desestacionalización basado en promedios móviles que incorpora algunas mejoras respecto al programa X12 ARIMA, como por ejemplo entre sus innovaciones se encuentran procedimientos basados en modelos como Seats, el cual supone un modelo ARIMA para cada uno de los componentes de la serie de tiempo de interés.

2 Estados Unidos, España, Reino Unido, Suiza y Chile

El Filtro de Hodrick-Prescott es muy conocido entre los modelos de series temporales y su nombre hace referencia a dos investigadores del Banco de la Reserva Federal de Minneápolis, quienes le dieron origen a inicios de la década de los ochenta<sup>3</sup>.

Como se mencionó anteriormente existen numerosas técnicas para separar los componentes de una serie de tiempo: tendencia, ciclo, estacionalidad e irregularidad; sin embargo hay que tener presente que son conceptos teóricos que no pueden observarse directamente, por tal razón cualquier metodología empleada brindará una estimación de estos parámetros que nunca podrán ser contrastados.

En este sentido es necesario tener presente que una técnica puede generar buenos resultados, pero estos nunca serán iguales a los obtenidos por otra metodología; de ahí la importancia de elegir el mejor método para una serie en particular. Por otro lado la ventaja del filtro H-P es que no se necesita de una teoría complementaria que sea económica, climática, fisiológica para su uso, pues independientemente de ellas este filtro funcionará.

---

<sup>3</sup> Estudio realizado por Evelin Muñoz S. y Ana Cecilia Kikut V. investigadores del Dep. de Investigaciones económicas del Banco Central de Costa Rica.

## **2.2. Características Generales que deben cumplir cualquier técnica utilizada para la extracción de la tendencia**

Según Kydland<sup>4</sup> y Prescott<sup>5</sup>, cualquier técnica para obtener el componente de tendencia debe presentar las siguientes características:

- 1) El componente de tendencia de la serie de interés es la evolución a largo plazo de la serie temporal.
- 2) La tendencia de una serie dada, debe ser un operador lineal de esa serie, y ese operador propuesto debe ser el mismo que se utilice para toda la serie.
- 3) El tamaño de la muestra no debe alterar significativamente el valor de la tendencia de la serie, excepto posiblemente cerca del final del período muestral, debido a que se conocería con mayor precisión su trayectoria en el tiempo.

---

4 Finn E. Kydland (1943) Economista noruego, obtiene el Premio Nobel de Economía en el año 2004, compartido con Edward C. Prescott por sus contribuciones a la dinámica macroeconómica: estudió en la Norwegian School of Economics and Business Administration donde se graduó en 1968, y obtuvo el doctorado en la Carnegie Mellon en 1973.

5 Edward C. Prescott (1940) Economista estadounidense graduado en Matemáticas en 1962 en el Swarthmore College, obteniendo posteriormente un master en investigación operativa en 1963 por la Case-Western Reserve University, y doctorándose en Económicas en 1967 en la Carnegie-Mellon University.

- 4) El modelo debería estar bien definido, es decir sus parámetros de suavidad deben ser óptimos sin producir ningún tipo de inconformidad para su uso y su implementación en un programa de computación debe ser sencillo.

Estos criterios los cumple el método propuesto por Hodrick-Prescott, que es una de las técnicas más ampliamente utilizada en las investigaciones modernas especialmente en el análisis de series de tiempo con la finalidad de calcular la tendencia de dichas series brindando resultados más consistentes que los que se obtienen con las predicciones de otros métodos.

A continuación se presenta el desarrollo matemático del filtro de Hodrick-Prescott para la extracción de la tendencia de una serie, indicando su evolución y justificando las demostraciones indispensables para la comprensión de su ejecución.



## CAPÍTULO III

### Deducción matemática del Filtro de Hodrick-Prescott

#### 3.1 Desarrollo del filtro Hodrick-Prescott

El filtro propuesto por Hodrick-Prescott es una herramienta matemática el cual tiene su origen en el método conocido como "Whittaker-Henderson de tipo A<sup>6</sup>", método usado primero por actuarios para suavizar las tablas de mortalidad, aunque también ha sido de utilidad en astronomía y balística.

Los autores del filtro parten de la definición de ciclo económico, es decir las fluctuaciones recurrentes en la actividad real respecto a una tendencia. Las fluctuaciones son por definición desviaciones respecto a la tendencia la cual es posible estimar mediante un proceso computacional que ajuste una curva suave a los datos.

---

<sup>6</sup> Metodología complementaria generalmente a métodos empleados en la ciencia actuarial como: Greville y Reed - Merrell, para suavizar las probabilidades de muerte de un colectivo con la finalidad de construir su tabla de mortalidad completa.

Sea  $y_t$  una serie de tiempo para  $t=1,2,\dots,T$ . Si  $\tau_t$  es la tendencia de esta serie, entonces la medida de las fluctuaciones cíclicas o también conocido como el componente irregular, que no es más que las diferencias entre la serie original y su respectiva tendencia, están dadas por:

$$C_t = y_t - \tau_t \quad (3.1)$$

Por lo tanto Hodrick-Prescott proponen que el componente de tendencia de una serie es determinado al minimizar la siguiente función:

$$\sum_{t=1}^T (y_t - \tau_t)^2 + \lambda \sum_{t=2}^{T-1} [(\tau_{t+1} - \tau_t) - (\tau_t - \tau_{t-1})]^2 \quad (3.2)$$

Efectuando cálculos matemáticos a (3.2) se obtiene otra manera resumida de expresarla, cuyo resultado se aprecia en (3.3) con la particularidad de que la sumatoria de la segunda diferencia del componente de tendencia empieza en  $t=3$  con la finalidad de evitar tener tiempos negativos como consecuencia de la pérdida de las primeras observaciones al diferenciar la serie original.

$$\sum_{t=1}^T (C_t)^2 + \lambda \sum_{t=2}^{T-1} [(\Delta \tau_{t+1}) - (\Delta \tau_t)]^2$$

$$\sum_{t=1}^T (C_t)^2 + \lambda \sum_{t=2}^{T-1} [\Delta^2 \tau_t]^2$$

Por lo tanto el problema se reduce a:

$$\text{Min} \sum_{t=1}^T C_t^2 + \lambda \sum_{t=3}^T (\Delta^2 \tau_t)^2 \quad (3.3)$$

Donde:

$$\Delta^2 = (1-L)^2, \text{ con } L \text{ operador de retardos}$$

Siendo el primer término de las funciones (3.2) y (3.3) la sumatoria de las desviaciones de la serie original respecto a la tendencia elevadas al cuadrado,  $c_t^2 = (y_t - \tau_t)^2$ , la misma proporciona una medida del grado de ajuste de las series<sup>7</sup> mientras que el segundo término posee un parámetro positivo,  $\lambda$ , que multiplica a la suma de cuadrados de las segundas diferencias de los componentes de tendencia y representa una medida del grado de suavidad. En general este modelo permite que el componente de tendencia de la serie original  $y_t$  cambie suavemente a lo largo del tiempo.

Para entender mejor el desarrollo matemático del filtro de H-P es necesario representar a la función (3.3) en forma matricial siendo la nueva función a minimizar (3.4).

$$\text{Min } C' C + \lambda (A\tau)' (A\tau) \quad (3.4)$$

---

<sup>7</sup> Nótese que,  $\sum (y_t - \tau_t) = 0$  siempre, es decir, que la tendencia calculada pasa por el centro de la serie original

Donde:

$$C = \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \\ \vdots \\ C_T \end{pmatrix} \quad A\tau = A \begin{pmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \vdots \\ \tau_T \end{pmatrix}$$

Dado que interesa expresar al primer término de la función (3.3), que como mencionamos corresponde a la sumatoria de las desviaciones de la serie original respecto a la tendencia al cuadrado, en forma matricial que a la vez no es más que el producto punto,  $C.C'$ , procedemos a multiplicar la matriz  $C$  con su respectiva matriz transpuesta  $C'$  siendo la primera el vector formado por los componentes irregulares de la serie original.

Ya que los componentes irregulares de un conjunto de datos dentro de un período determinado son obtenidos al restar a la serie original su respectiva tendencia, se calcula el vector del componente irregular,  $C$ , como se muestra a continuación:

$$Y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_T \end{pmatrix} \quad \tau = \begin{pmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \vdots \\ \tau_T \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} y_1 - \tau_1 \\ y_2 - \tau_2 \\ \vdots \\ y_T - \tau_T \end{pmatrix}$$

$$C = Y - \tau$$



Donde  $F$  representa al primer término y  $S$  el segundo; posteriormente para obtener el mínimo de la ecuación a minimizar primero hay que determinar los extremos relativos de  $F + \lambda S$ , derivando e igualando a cero<sup>8</sup>:

$$\frac{d(F + \lambda S)}{d\tau} = 0 \quad (3.6)$$

$$\frac{d(F + \lambda S)}{d\tau} = -y + \tau + \lambda A' A \tau \quad (3.7)$$

Inmediatamente después de igual la ecuación (3.7) a cero se despeja  $y$  con la finalidad de encontrar el extremo relativo de la función a minimizar resultado que se expresa en (3.8).

$$\begin{aligned} -y + \tau + \lambda A' A \tau &= 0 \\ y &= \tau + \lambda A' A \tau \\ y &= (I + \lambda A' A) \tau \end{aligned}$$

$$Y = (I + \lambda A' A) \tau \quad (3.8)$$

Aplicando la definición de matriz simétrica<sup>9</sup> a  $A' A$  en la ecuación (3.8) claramente puede probarse que es simétrica y por consiguiente la matriz  $(I + \lambda A' A)$  puede ser definida positiva<sup>10</sup> o negativa<sup>11</sup>, dicha demostración es detallada en el Anexo III.

<sup>8</sup> Solución del problema de minimización ( ver Anexo II )

<sup>9</sup>  $(A' A)' = A'(A')' = A' A$ ; Se dice que una matriz es simétrica cuando dicha matriz es igual a su transpuesta.

<sup>10</sup> Si  $A \in M_{n \times n}$  simétrica se dice que esta definida positiva si  $x' A x > 0; \forall x \in R^n$  no nulo.

Efectivamente como se explica en el Anexo III, la matriz esta definida positivamente lo cual me garantiza que la condición de segundo orden<sup>12</sup> de (3.5) se satisface en algún caso, lo cual permite que la ecuación que se obtuvo en (3.8) se la pueda expresar de la siguiente manera:

$$\tau = (I + \lambda A' A)^{-1} Y \quad (3.9)$$

La ecuación (3.9) define el filtro descriptivo que asocia la tendencia  $\tau$ , a la serie de tiempo  $y_t$ , dependiendo del valor que toma el parámetro de suavidad  $\lambda$ .

Posteriormente con ayuda del resultado obtenido de (3.9), se puede calcular el componente cíclico  $C_t$  partiendo de (3.1) planteada al inicio del desarrollo matemático del filtro y de manera similar se aproxima una expresión para el componente irregular de la serie, como se representa en la ecuación (3.10).

$$\begin{aligned} C &= Y - \tau \\ &= Y - (I + \lambda A' A)^{-1} Y \\ &= [I - (I + \lambda A' A)^{-1}] Y \\ C &= [I - (I + \lambda A' A)^{-1}] y \end{aligned} \quad (3.10)$$

<sup>11</sup> Si  $A \in M_{n \times n}$  simétrica se dice que esta definida negativa si  $x' Ax < 0; \forall x \in R^n$  no nulo.

<sup>12</sup> El extremo relativo que se obtiene de la minimización sea un mínimo

Es importante mencionar que la serie  $y_t$  se expresa generalmente en logaritmos para que el componente  $C_t$  quede expresado directamente en términos de desviaciones porcentuales de la serie respecto a la tendencia, que se consideran como una estimación del ciclo de la serie.

La cantidad  $\lambda$  es el parámetro de suavidad que controla la aceleración en el componente de tendencia, es decir las variaciones en la tasa de crecimiento<sup>13</sup> del componente de tendencia lo que indica que  $\lambda$  debe ser positivo para que la segunda derivada sea positiva y así se garantice que se obtuvo un mínimo.

La función (3.2) puede interpretarse como buscar el mínimo de  $F + \lambda S$ , donde  $F$  representa el grado de ajuste y  $S$  el grado de suavidad de  $\tau_t$ . Por lo tanto el parámetro  $\lambda$  representa la importancia que se atribuye a  $F$  con relación a  $S$ , es decir que mientras más pequeño sea  $\lambda$  la tendencia será más suave.

En particular, si  $\lambda = 0$  la tendencia  $\tau$  será igual a la serie original y por ende el componente cíclico será igual a cero  $C_t = 0$ ; por el contrario si  $\lambda$  tiende a infinito los valores de la tendencia son representados por la línea recta de los mínimos cuadrados ordinarios y la ciclicidad de la serie  $C_t$  es máxima.

---

<sup>13</sup> Sea  $f(x)$  una función discreta la tasa de crecimiento esta dada:  $\Delta y = y_t - y_{t-1}$



Una forma de realizar la escogencia de  $\lambda$  es la siguiente propuesta por Hodrick-Prescott:

Sea  $C_t$  y  $(\Delta^2\tau_t)$  *i.i.d.* normalmente con medias iguales a cero y varianzas  $\theta_1$  y  $\theta_2$ , respectivamente.

La distribución de  $C_t$  y  $(\Delta^2\tau_t)$  estadísticamente se representa de la siguiente manera:

$$C_t \sim N(0, \theta_1)$$

$$\Delta^2\tau_t \sim N(0, \theta_2)$$

La función (3.2) estima la esperanza condicional de  $\tau_t$  dado  $y_t$  donde  $\lambda$  es la relación entre la varianza de  $C_t$  y la varianza de  $\Delta^2\tau_t$ .

Es decir:

$$\lambda = \frac{(\theta_1)^2}{(\theta_2)^2}$$

Cuando  $\tau_t$  es lineal,  $\theta_2$  es cero y  $\lambda$  es infinito (no hay varianza); lo que implica que  $\theta_2$  es otra medida de suavidad en  $\tau_t$ .

Un ajuste perfecto se obtiene cuando  $\theta_1$  es cero, lo cual corresponde a  $C_t$  cero para todo  $t$ . Por lo tanto  $\lambda$  es en este caso, es una medida bien definida del ajuste relativo a la suavidad y una medida intuitiva cuando se asume la normalidad.

Pero  $C_t^2$  y  $\Delta^2\tau_t$ , no se distribuyen normalmente.

La hipótesis de trabajo de Hodrick-Prescott es que  $\tau_t$  varía suavemente sobre el tiempo.

Los creadores del filtro H-P están a favor de un valor de  $\lambda$  bastante alto aún cuando advierten que puede no ser adecuado para todas las variables. De tal manera que el valor que se escoja dependerá de la periodicidad de los datos; es decir que se usa un  $\lambda = 1600$  para datos trimestrales ya que se argumenta que un 5% de la desviación de la tendencia por trimestre es moderadamente grande como un cambio de un 1/8 del 1% en la tasa de crecimiento en un trimestre.

$$\lambda = \frac{(\theta_1)^2}{(\theta_2)^2} = \frac{(5)^2}{\left(\frac{1}{8}\right)^2} = 1600$$

Además,  $\lambda = 1600$  produce ciclos relativamente regulares. Un aspecto importante es que el grado de suavidad depende del nivel de variabilidad de la serie original.

De los párrafos anteriores se deduce que la elección de  $\lambda$  es un tanto arbitraria, sin embargo, una serie de autores reconocidos recomiendan trabajar con  $\lambda = 1600$  para datos de frecuencia trimestral.

Como se sugiere utilizar  $\lambda = 1600$  con datos trimestrales, con observaciones anuales debería emplearse un  $\lambda$  menor que 1600, equivalente a un  $\lambda = 10$  ya que las segundas diferencias de una serie anual son mayores a las de una serie trimestral y no es necesario resaltarlas tanto. En el caso de una serie mensual se recomienda usar un  $\lambda$  mayor o igual a 1600 por un razonamiento similar al anterior, generalmente un  $\lambda = 14400$ .

Es importante señalar que al emplear el filtro H-P para extraer la tendencia de una serie con periodicidad trimestral, el uso de  $\lambda$  igual a 1600 es generalizado; pero para series con periodicidad diferente a la trimestral no existe un parámetro de suavidad específico. Por ejemplo para series con periodicidad anual algunos autores recomiendan un valor de 100 e incluso de 400 depende del objetivo del estudio; mientras que para series con periodicidad mensual en algunos estudios han utilizado un valor superior a 14400 sin especificar dichos valores ni los criterios de selección.

Por tales razones, para escoger el  $\lambda$  apropiado es importante tomar en cuenta las características económicas de la variable de interés. De forma complementaria, se puede aplicar el filtro con diferentes valores del parámetro hasta determinar el que minimiza la función (3.2).

Otra alternativa que si el investigador desea efectuar, sería un análisis de sensibilidad ante diversos valores de  $\lambda$ , lo que incluye entre otras cosas, gráficos de la serie original y la tendencia; y el cálculo de indicadores de la bondad del ajuste, como por ejemplo el  $R^2$  ajustado.

## **CAPÍTULO IV**

### **Análisis para extraer la tendencia del IPCO empleando El filtro de Hodrick- Prescott**

#### **4.1 Introducción**

Como interesa analizar el IPCO, el mismo que presenta una periodicidad mensual, es recomendable utilizar  $\lambda$  de 14400 dado que los creadores del filtro H-P recomiendan este parámetro de suavidad para la naturaleza que presentan dichos datos. Considerando que uno de los objetivos de este trabajo es verificar si los valores de los  $\lambda$  propuestos por Hodrick-Prescott son aplicables a la economía ecuatoriana, se procederá a comprobar con distintos valores de  $\lambda$  en algunas variables de nuestra economía para verificar si los aportes de H-P se pueden generalizar por lo menos para la economía del Ecuador.

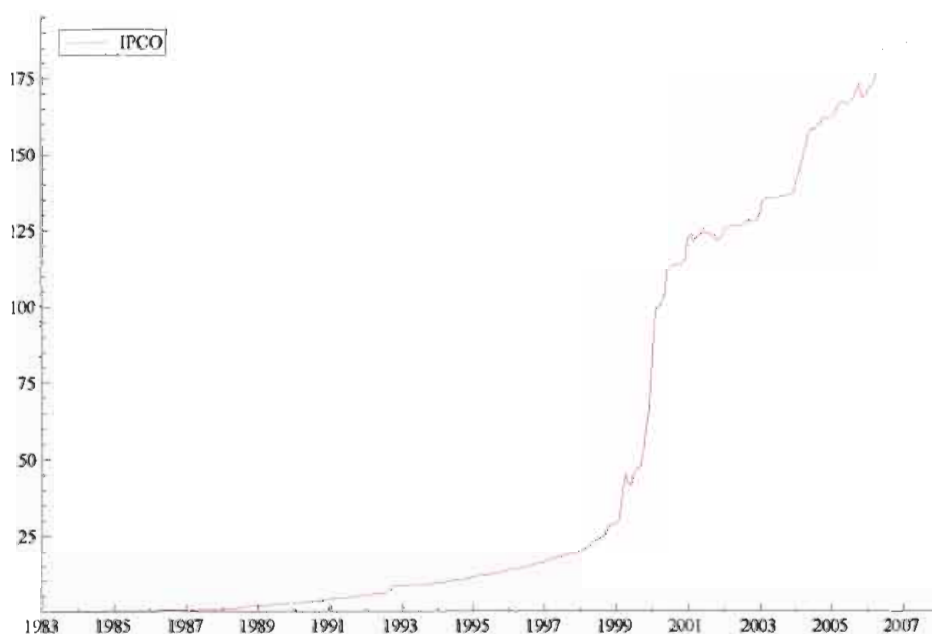
Con la finalidad de analizar la trayectoria de la serie a lo largo del tiempo y los cambios que ha sufrido debido a muchos factores, siendo uno de ellos el más importante el cambio monetario en el sistema financiero del Ecuador, la dolarización, vamos a considerar tres períodos: el primero desde 1983 hasta 2008, el segundo desde 1990 hasta 2008, y el tercero que va desde el año 2000 hasta 2008, considerando los tres parámetros de suavidad que aconsejan los creadores del filtro de Hodrick-Prescott y de esta manera determinar el  $\lambda$  que funciona perfectamente con el filtro H-P para la economía ecuatoriana, aporte fundamental de este trabajo.

## 4.2. Análisis de la tendencia del IPCO

### 4.2.1. Análisis de la serie histórica del IPCO desde 1983

Gráfico 1

Gráfico Histórico de la evolución del índice IPCO  
desde Abril de 1983 hasta Mayo del 2007

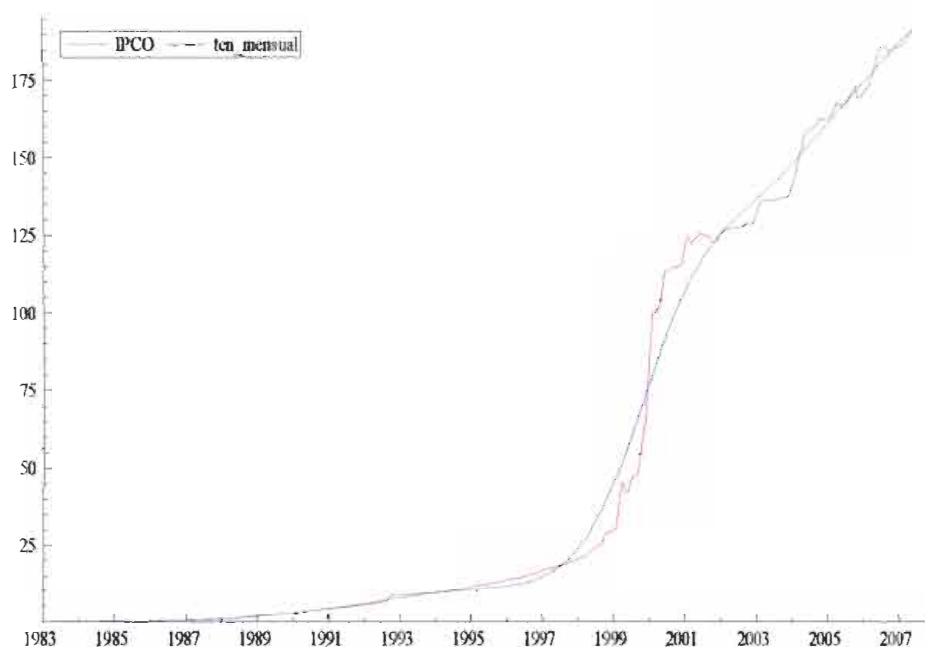


Una representación gráfica del comportamiento evolutivo de este índice es mostrada en el gráfico 1, de donde se puede deducir que el índice inflacionario en la fase correspondiente desde el año 1983 hasta el año 1998 crece lentamente mientras que desde el año 1998 al 2000 aumenta bruscamente, sin embargo se puede apreciar que a partir del 2002 comienza a desacelerar sin perder su tendencia creciente.

Posteriormente se procederá a graficar la serie de tiempo con sus respectivas tendencias empleando los parámetros de  $\lambda$  igual a 14400, 1600 y 10.

#### 4.2.1.1. Análisis de la tendencia empleando $\lambda$ de 14400

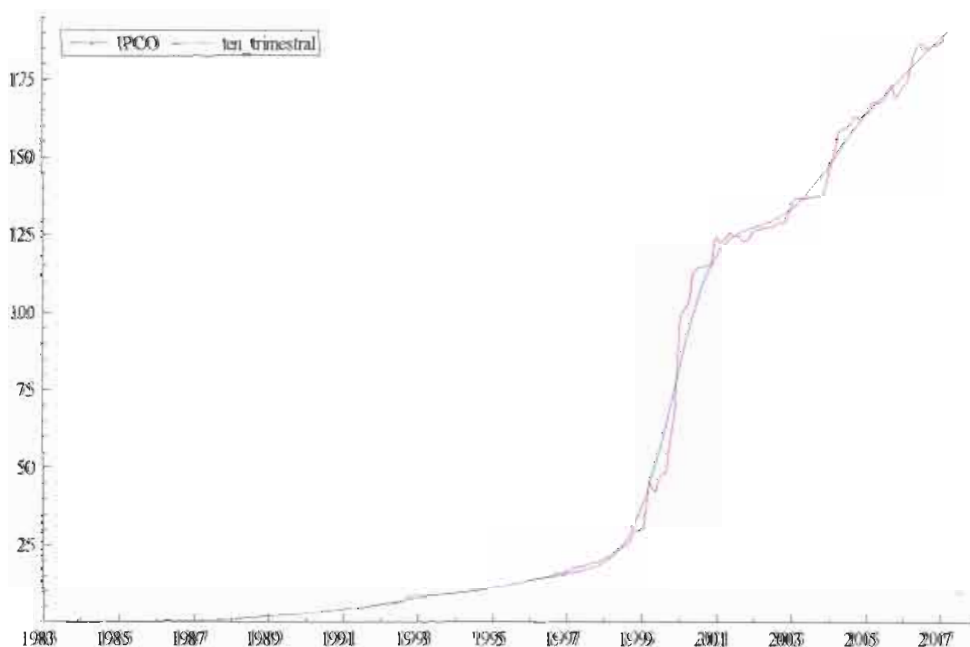
**Gráfico 2**  
**Gráfico Histórico del índice IPCO con su respectiva**  
**tendencia empleando un  $\lambda$  de 14400**



Uno de los aspectos más relevante del gráfico 2 correspondiente a la etapa desde el año 1983 al 2008 es que el crecimiento inflacionario es abismal, aunque desde 1983 hasta 1998 no presenta mayor variación es decir que a pesar de que la inflación aumenta en ese período de tiempo los precios en la economía ecuatoriana en el área de la construcción no sufren mayor cambio que evidencie un gran desequilibrio, afectando a los habitantes y obras públicas planificadas por el gobierno. Vale recalcar que la tendencia que se obtiene con  $\lambda$  de 14400 representa de una manera adecuada la variación a largo plazo de la serie.

#### 4.2.1.2. Análisis de la tendencia empleando $\lambda$ de 1600

**Gráfico 3**  
**Gráfico Histórico del índice IPCO con su respectiva**  
**tendencia empleando un  $\lambda$  de 1600**



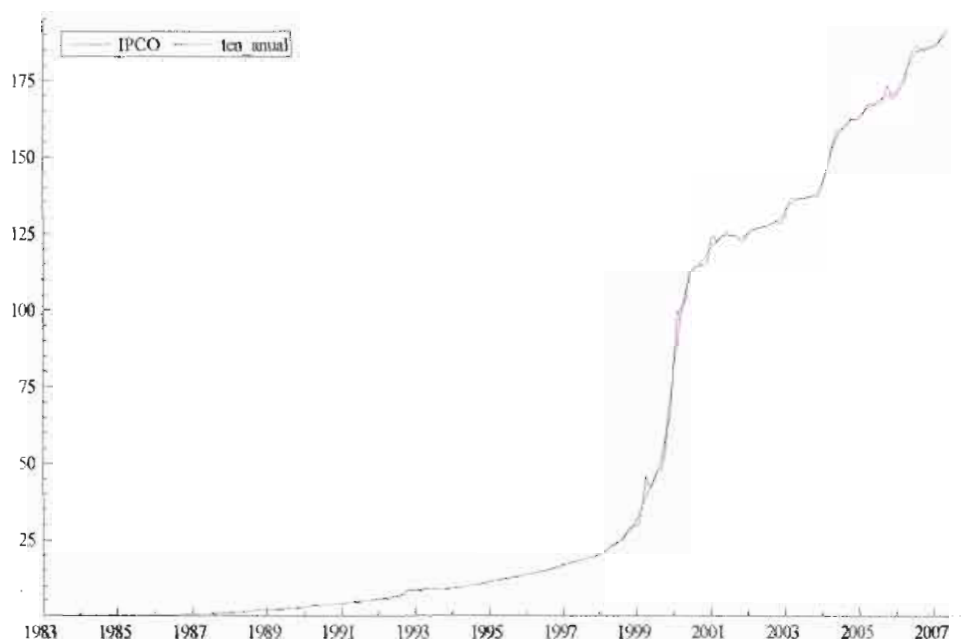


Cabe resaltar que la tendencia resultante en el gráfico 3 es generada por un  $\lambda$  de 1600 y a pesar de tratarse de una serie con periodicidad mensual la línea de tendencia refleja mejor el movimiento de la serie, manteniendo su suavidad y eliminando los cambios bruscos debido a los efectos de los componentes estacional e irregular.

#### 4.2.1.3. Análisis de la tendencia empleando $\lambda$ de 10

Gráfico 4

Gráfico Histórico del índice IPCO con su respectiva  
tendencia empleando un  $\lambda$  de 10



Una revisión del gráfico 4 muestra que prácticamente la tendencia producida por  $\lambda$  igual a 10 reproduce las variaciones irregulares de la serie original, que es precisamente lo que se desea evitar, siendo el  $\lambda$  que se emplea para series con periodicidad anual poco apropiado para esta sucesión.

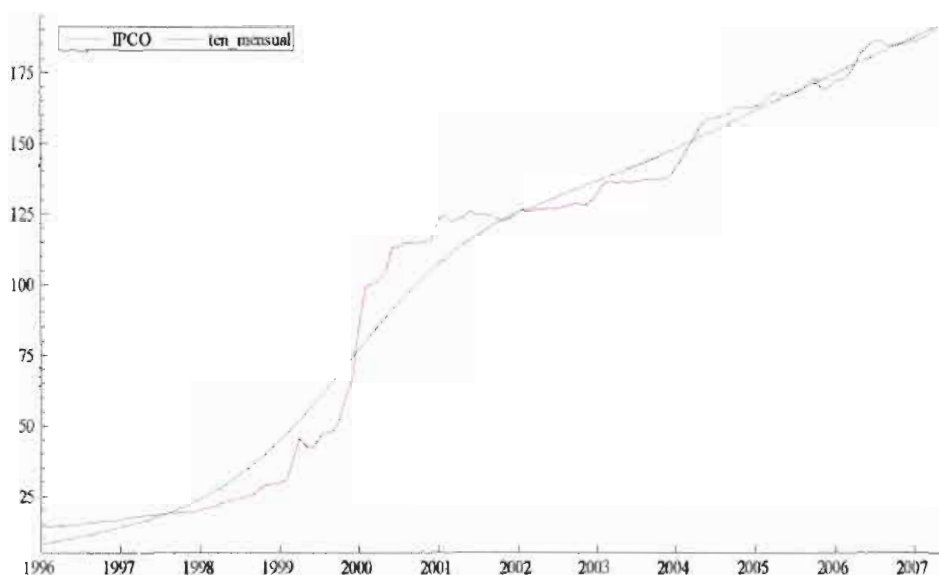
Como se pudo determinar en el gráfico 2 correspondientes a la primera etapa, desde el año 1983 hasta el año 2008, la tendencia de la serie histórica desde el año 1983 hasta 1998 crece lentamente y no presenta una variación significativa comparada con la variación que se produce a partir del año 1998.

#### 4.2.2. Análisis de la tendencia del IPCO desde 1996

Por consecuencia, para un posterior análisis se va a excluir el período que implica el año 1983 hasta 1996. Es decir se va a analizar el período en que se rastrea el inicio de la crisis económica a inicios del 99 que determinaría la dolarización en el Ecuador.

##### 4.2.2.1. Análisis de la tendencia empleando $\lambda$ de 14400

**Gráfico 5**  
Gráfico Histórico del índice IPCO con su respectiva  
tendencia empleando un  $\lambda$  de 14400

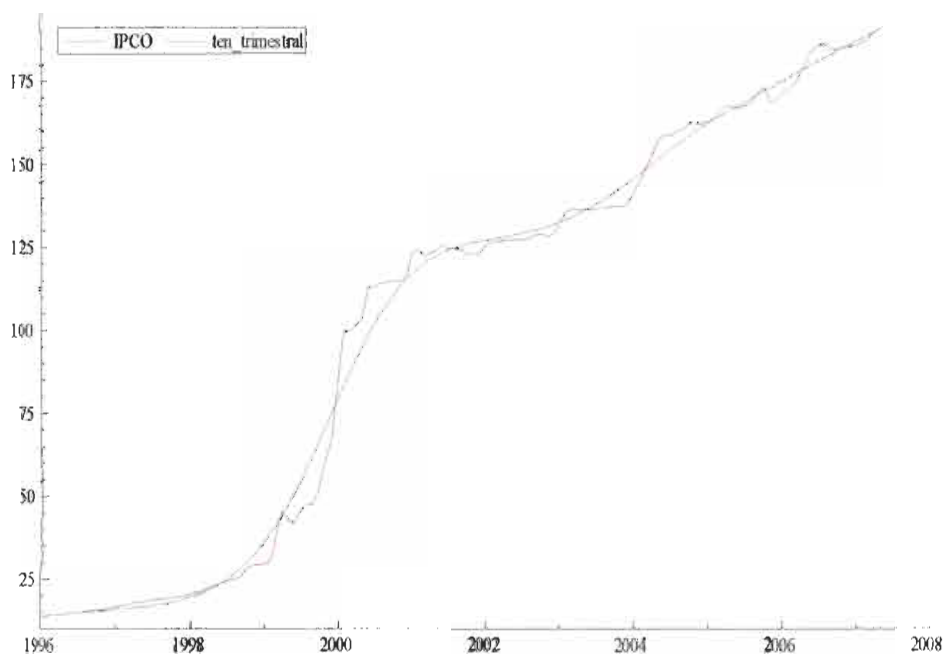


En el gráfico 5 se aprecia una inestabilidad debido a que el nivel de los precios se mantiene en constante crecimiento hasta el mes de Abril del año 2000 donde el gobierno decide adoptar a la dolarización como sistema monetario financiero, dicha medida permite estabilizar la inflación recién a inicios del año 2002 a partir del cual se observa una desaceleración del crecimiento del índice inflacionario aunque conserva una tendencia creciente.

Nótese que el parámetro de suavidad que emplea la tendencia en el gráfico 5 es de 14400 el mismo que permite representar la serie a largo plazo, aunque como se mencionó anteriormente este parámetro no produce la tendencia que realmente se desea.

#### 4.2.2.2. Análisis de la tendencia empleando $\lambda$ de 1600

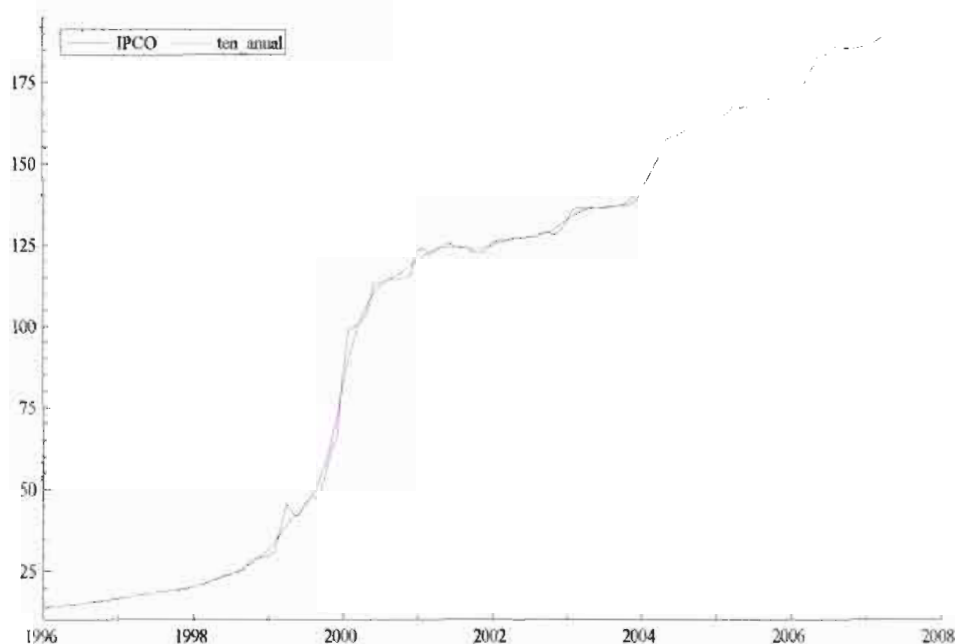
**Gráfico 6**  
**Gráfico Histórico del índice IPCO con su respectiva**  
**tendencia empleando un  $\lambda$  de 1600**



En el gráfico 6 se utiliza un  $\lambda$  de 1600 el cual genera una tendencia bastante cercana a la serie original, es decir que la tendencia de esta serie representa mejor a la variación de la serie de datos en el tiempo que una tendencia producida por un  $\lambda$  de periodicidad mensual, lo cual afianza la deducción encontrada en el gráfico 3 referente al parámetro de suavidad apropiado para encontrar la tendencia del índice IPCO con periodicidad mensual en nuestra economía.

#### 4.2.2.3. Análisis de la tendencia empleando $\lambda$ de 10

**Gráfico 7**  
**Gráfico Histórico del índice IPCO con su respectiva**  
**tendencia empleando un  $\lambda$  de 10**



De la misma manera que en el gráfico 4 se emplea un parámetro de suavidad igual a 10 donde las fluctuaciones de la tendencia son frecuentes lo que permite que se confunda con la serie original evidenciando que no es un  $\lambda$  adecuado para calcular la línea de

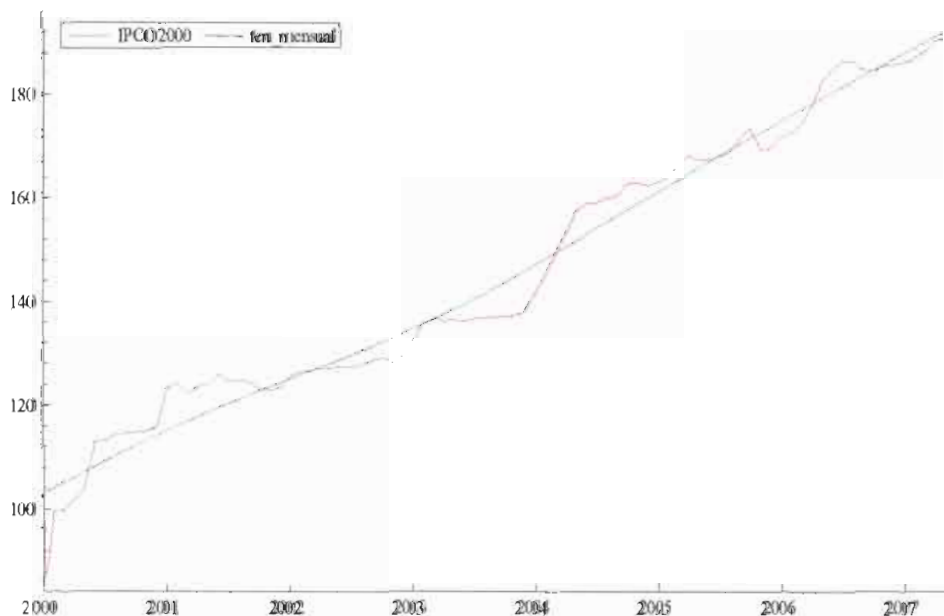
tendencia del IPCO usando el filtro de H-P por lo menos en la economía ecuatoriana.

### 4.2.3. Análisis de la tendencia del IPCO desde el año 2000

Continuando con el análisis de la tercera fase de la serie IPCO, correspondiente desde el año 2000 hasta el año 2008, y aprovechando los parámetros de suavidad utilizados en el análisis previo de este trabajo se observan los siguientes aspectos:

#### 4.2.3.1. Análisis de la tendencia empleando $\lambda$ de 14400

**Gráfico 8**  
Gráfico Histórico del índice IPCO con su respectiva  
tendencia empleando un  $\lambda$  de 14400

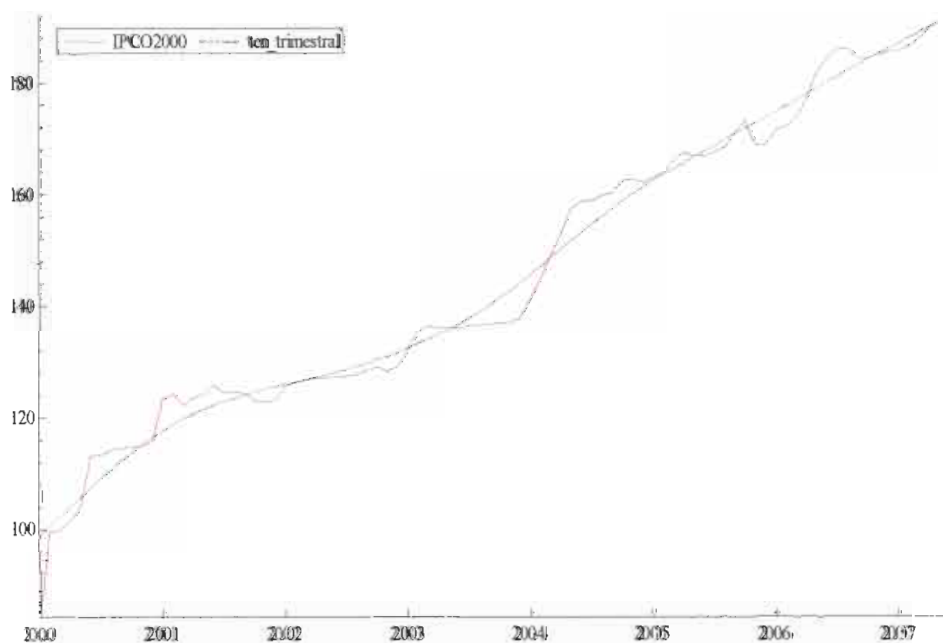


El efecto más relevante del gráfico 8 sería el crecimiento exagerado del índice inflacionario lo cual demuestra que la dolarización aún no estabiliza la economía ecuatoriana en el sector de la construcción a diferencia de otros índices de interés para la economía ecuatoriana, como el IPC (índice de precios al consumidor) que se analizará posteriormente.

De igual manera se puede apreciar a la línea de tendencia en forma rectilínea lo que la constituye en una tendencia poco adecuada para la serie de datos.

#### 4.2.3.2. Análisis de la tendencia empleando $\lambda$ de 1600

**Gráfico 9**  
**Gráfico Histórico del índice IPCO con su respectiva**  
**tendencia empleando un  $\lambda$  de 1600**

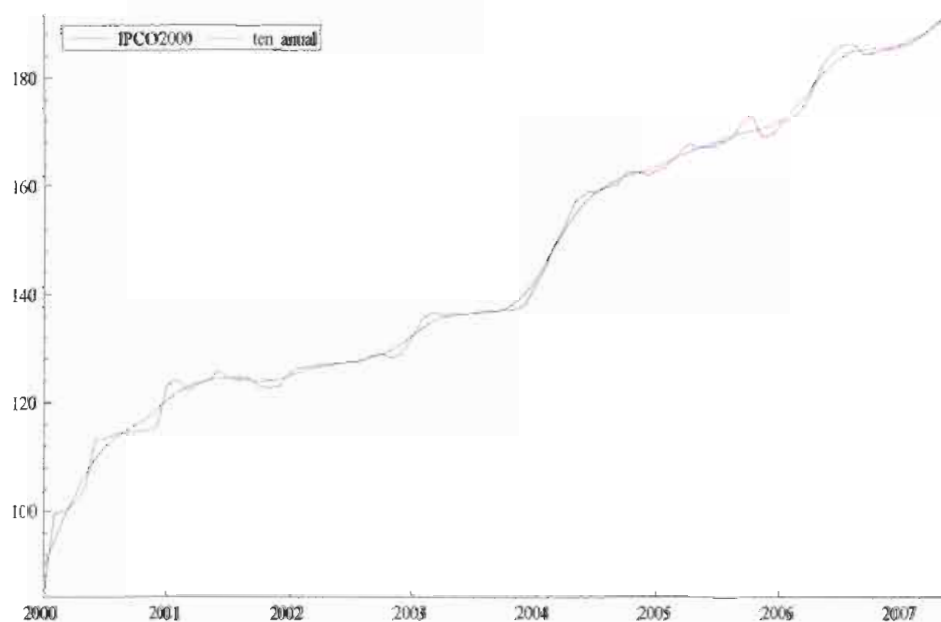


Para la construcción del gráfico 9 el parámetro de suavidad empleado es  $\lambda$  de 1600, el mismo que genera una tendencia que representa la variación de la serie original a largo plazo que sin ser rectilínea al igual que la tendencia producida en el gráfico 8 tampoco reproduce las variaciones irregulares.

Nuevamente el parámetro que H-P aconseja para series con periodicidad trimestral es apropiado para extraer la tendencia del índice de estudio en nuestra economía.

#### 4.2.3.3. Análisis de la tendencia empleando $\lambda$ de 10

**Gráfico 10**  
**Gráfico Histórico del índice IPCO con su respectiva**  
**tendencia empleando un  $\lambda$  de 10**



En el gráfico 10 al igual que en todas las representaciones gráficas que se utiliza el parámetro  $\lambda$  igual a 10, la línea de tendencia resultante se confunde con la serie original reproduciendo los movimientos irregulares de ésta, convirtiéndola en una tendencia inapropiada para el conjunto de datos.

Por lo tanto, la línea de tendencia debe reflejar un movimiento a largo plazo de la serie histórica que represente su evolución; como se puede apreciar en las gráficas donde se emplean el parámetro de suavidad de 14400 las tendencias generadas no simbolizan los cambios de las series respectivas en el tiempo.

Por otro lado, con  $\lambda$  igual a 10, la línea de tendencia está incluyendo los movimientos irregulares de la serie. Por esta razón se aconseja  $\lambda$  de 1600 que a diferencia de los otros  $\lambda$ , se obtiene una tendencia suave y no muy alejada de la serie original; es decir que el  $\lambda$  que se utiliza en datos con periodicidad trimestral para la econometría de EE.UU. sirve para el cálculo de la tendencia del índice IPCO en la economía ecuatoriana con periodicidad mensual.

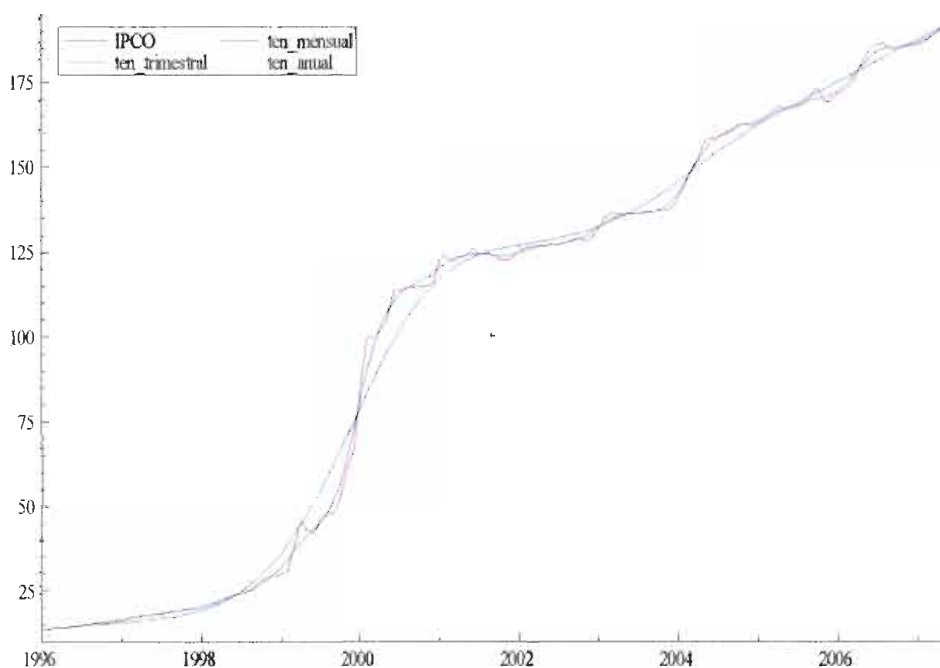
Por tal razón hay que tener cuidado al emplear el filtro de H-P para calcular la tendencias de los índices, debido a que el parámetro de suavidad que emplea depende de la economía a la cual se está analizando y no generalizar las recomendaciones emitidas por los econométristas estadounidenses (entre ellos Hodrick- Prescott) de emplear  $\lambda$  de, 14400 para las series con periodicidad mensual, ese parámetro sólo funciona para la economía de EE.UU.



Para culminar con el análisis del índice de precios de materiales, equipo y maquinaria de la construcción se resume en un solo gráfico su evolución desde 1996 hasta Mayo de 2007, último mes de la muestra con la que se cuenta en la actualidad, en conjunto con sus tres tendencias generadas en el análisis previo.

#### 4.2.4. Análisis del IPCO con las tres tendencias generadas

**Gráfico 11**  
**Gráfico Histórico del índice IPCO con sus respectivas**  
**tendencias empleando los tres**  
**parámetros de suavidad**



En el gráfico 11 se observa a la serie histórica del índice IPCO desde 1996 con sus tres tendencias generadas con los parámetros de suavidad recomendados 14400, 1600 y 10 respectivamente, donde gráficamente se demuestra que la tendencia con  $\lambda$  de 1600 es la que mejor representa la evolución de la serie en el tiempo.

### **4.3. Análisis de la tendencia del IPC**

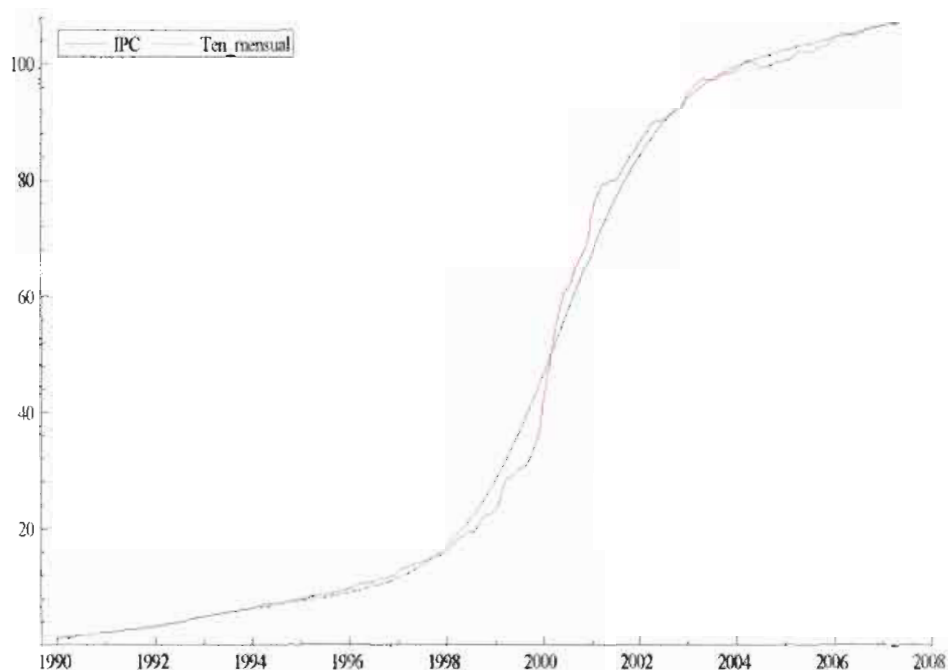
Posteriormente del análisis del índice IPCO a través del filtro de HP, se calculará la tendencia del índice de precios al consumidor (IPC) empleando el filtro mencionado para determinar si efectivamente el parámetro de suavidad que funciona adecuadamente en índices con periodicidad mensual dentro de la economía ecuatoriana, es igual a 1600, parámetro recomendado para series con periodicidad semestral en la economía de los EE.UU.

Es importante mencionar que el IPC es un indicador económico que mide la evolución del Nivel de precios, correspondiente al conjunto de artículos, bienes y servicios, de consumo adquiridos por los hogares del área urbana del país.

### 4.3.1. Análisis de la serie histórica del IPC desde 1990

#### 4.3.1.1. Análisis de la tendencia empleando $\lambda$ de 14400

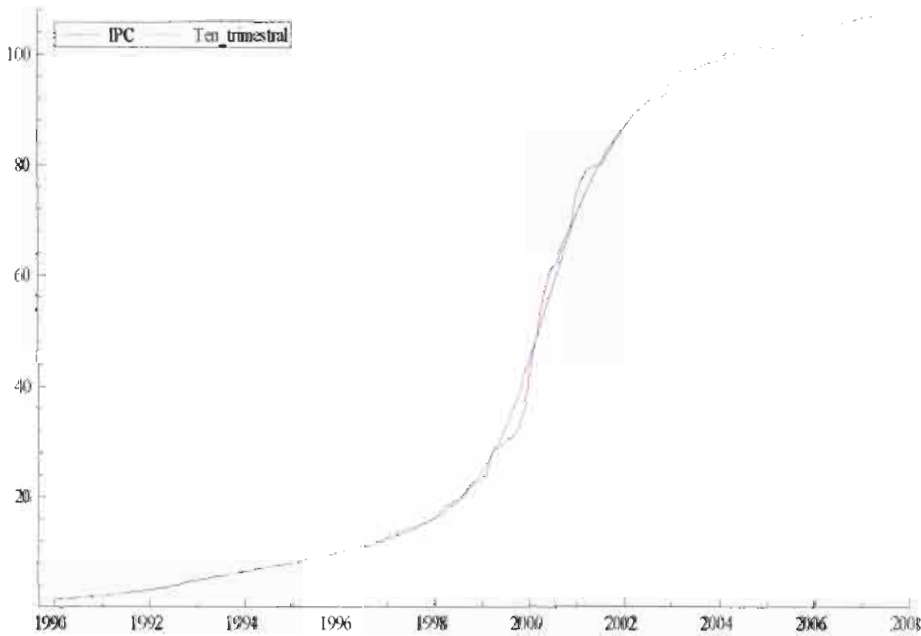
**Gráfico12**  
**Gráfico Histórico del índice IPC con su respectiva**  
**tendencia empleando un  $\lambda$  de 14400**



La tendencia obtenida en el gráfico 12 emplea un  $\lambda$  de 14400, siendo una muy buena representación de la evolución de la serie a largo plazo, dado que no produce fluctuaciones frecuentes ni cambios bruscos que le permitan confundirse con la serie original.

#### 4.3.1.2. Análisis de la tendencia empleando $\lambda$ de 1600

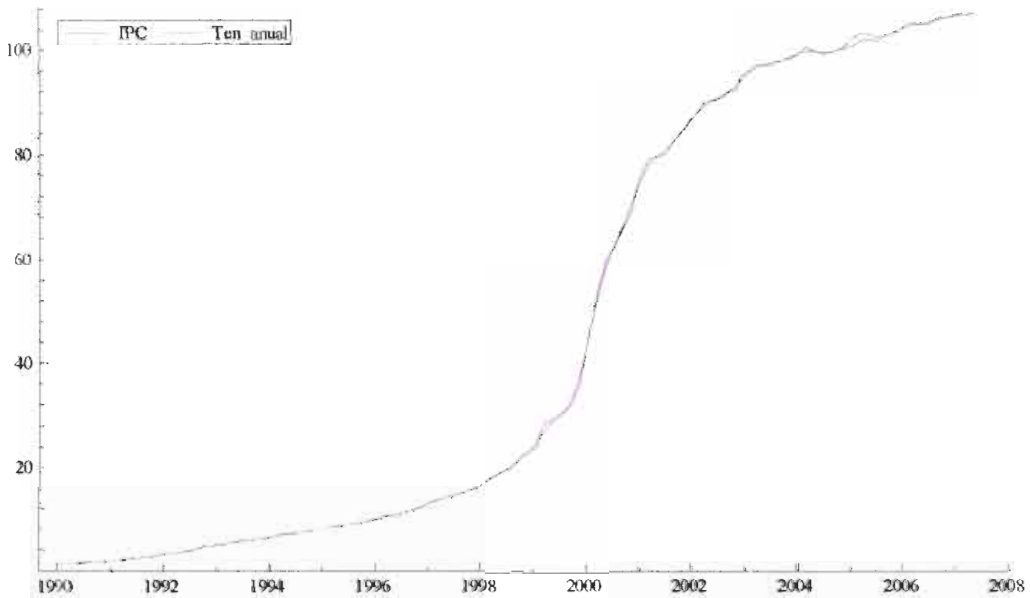
**Gráfico 13**  
**Gráfico Histórico del índice IPC con su respectiva**  
**tendencia empleando un  $\lambda$  de 1600**



Por otro lado el gráfico 13 nos muestra que la **tendencia** producida con un  $\lambda$  de 1600 representa mejor el cambio de la **serie en el tiempo** que la tendencia obtenida con  $\lambda$  de 14400, lo cual **evidencia** que el parámetro de suavidad para series con periodicidad trimestral en la economía estadounidense funciona perfectamente en índices económicos ecuatorianos con periodicidad mensual.

### 4.3.1.3. Análisis de la tendencia empleando $\lambda$ de 10

**Gráfico 14**  
**Gráfico Histórico del índice IPC con su respectiva**  
**tendencia empleando un  $\lambda$  de 10**

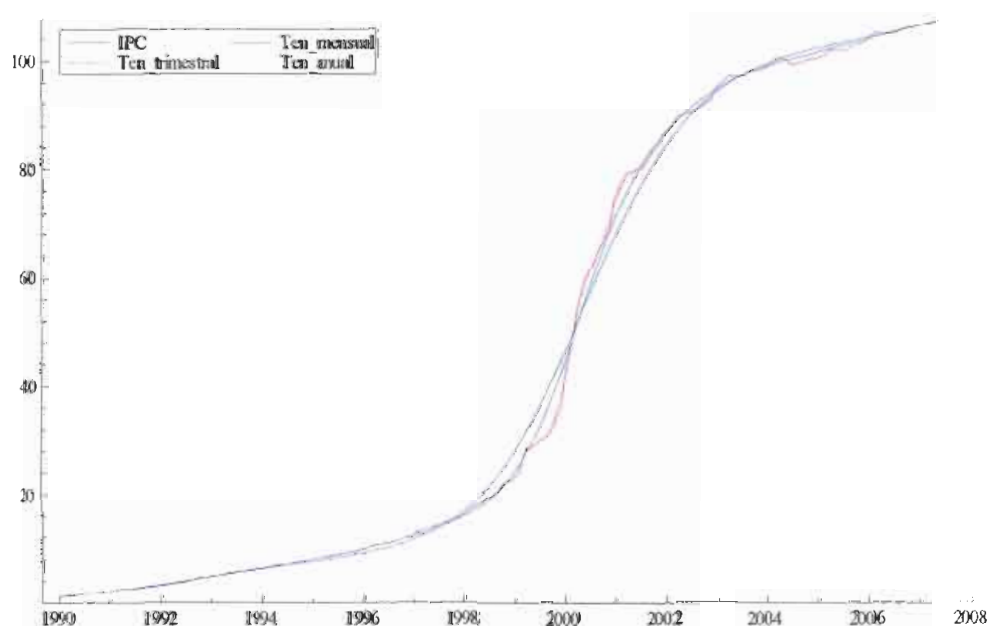


En el gráfico 14 se aprecia la tendencia generada con el parámetro de suavidad recomendable para series con periodicidad anual en la economía de EE.UU., la misma que presenta fluctuaciones frecuentes lo cual le permite confundirse con los datos originales, aspecto que no caracteriza una línea de tendencia, por lo tanto  $\lambda$  igual a 10 tampoco funciona como un adecuado parámetro de suavidad en el índice de precios al consumidor.

#### 4.3.1.4 Análisis del IPC con las tres tendencias generadas

De igual forma como se realizó al finalizar el análisis del IPCO, se graficará el índice de precios al consumidor, con sus tres tendencias generadas anteriormente.

**Gráfico 15**  
**Gráfico Histórico del índice IPC con sus respectivas**  
**tendencias empleando los tres**  
**parámetros de suavidad**



Para culminar con el análisis de la tendencia correspondiente al índice IPC, en el gráfico 15 apreciamos la serie histórica del índice IPC con sus tres tendencias producidas con los parámetros de suavidad recomendados por los creadores del filtro 14400, 1600 y 10 respectivamente, las mismas que con características especiales e individuales se aproximan a la serie de datos mostrando la evolución que el IPC ha sufrido en el tiempo.

#### **4.4 Análisis de la tendencia de las exportaciones de tres productos principales del Ecuador.**

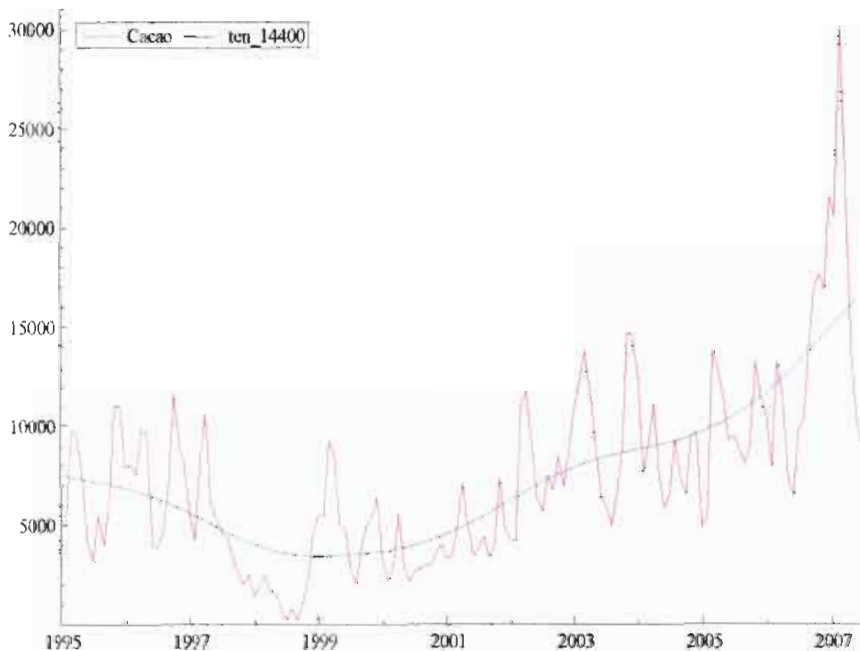
Luego de haber analizado las tendencias encontradas de los índices IPCO e IPC por los tres parámetros de suavidad que se mencionan a lo largo del desarrollo de este trabajo de investigación, se procederá al análisis de las tendencias correspondientes a tres variables de gran importancia en el campo de exportación en nuestro país; con la finalidad de evidenciar que el parámetro de suavidad apropiado para la economía ecuatoriana tanto para índices y variables con periodicidad mensual es  $\lambda$  igual a 1600.

Vale recalcar que el Ecuador es uno de los países productores y exportadores de cacao, flores y banano con mayor importancia a nivel mundial.

#### 4.4.1. Análisis de la tendencia de las exportaciones del cacao.

##### 4.4.1.1. Análisis de la tendencia empleando $\lambda$ de 14400

**Gráfico 16**  
**Gráfico Histórico de las exportaciones del cacao en el Ecuador**  
**con su respectiva tendencia**  
**empleando  $\lambda$  de 14400**



La tendencia calculada en el gráfico 16 emplea un  $\lambda$  de 14400, siendo aparentemente una muy buena representación de la variación de la serie a largo plazo careciendo de fluctuaciones frecuentes y de cambios bruscos que le permitan confundirse con la serie original.

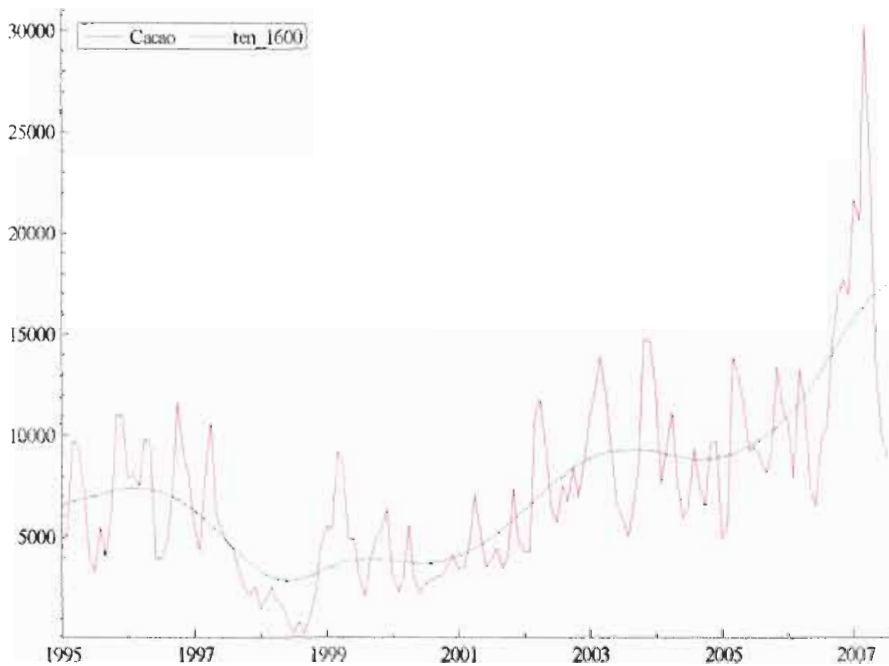
Otro aspecto importante, aunque no involucra el desarrollo de este trabajo, es que a mediados del 2006 el Ecuador ha incrementado considerablemente el nivel de exportación del cacao con relación a los años anteriores, efecto que se le atribuye en una alta proporción a



la medida monetaria establecida, la dolarización, permitiéndole tener al país una buena participación en mercados extranjeros.

#### 4.4.1.2. Análisis de la tendencia empleando $\lambda$ de 1600

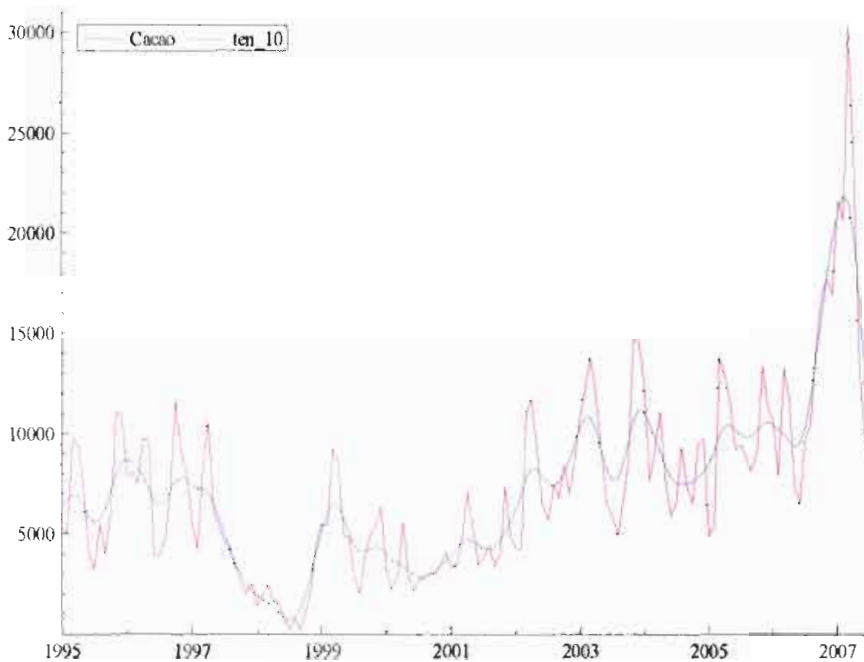
**Gráfico 17**  
**Gráfico Histórico de las exportaciones del cacao**  
**en el Ecuador con su respectiva tendencia**  
**empleando  $\lambda$  de 1600**



Como se mencionó al analizar el gráfico 16, la tendencia generada es buena, **pero al examinar el gráfico 17 la tendencia producida por un  $\lambda$  de 1600 representa mucho mejor el cambio de la serie en el tiempo que la tendencia producida por  $\lambda$  de 14000, lo cual evidencia una vez más que el parámetro de suavidad para series con periodicidad mensual en la economía ecuatoriana es el parámetro empleado en la economía estadounidense con periodicidad trimestral.**

#### 4.4.1.3. Análisis de la tendencia empleando $\lambda$ de 10

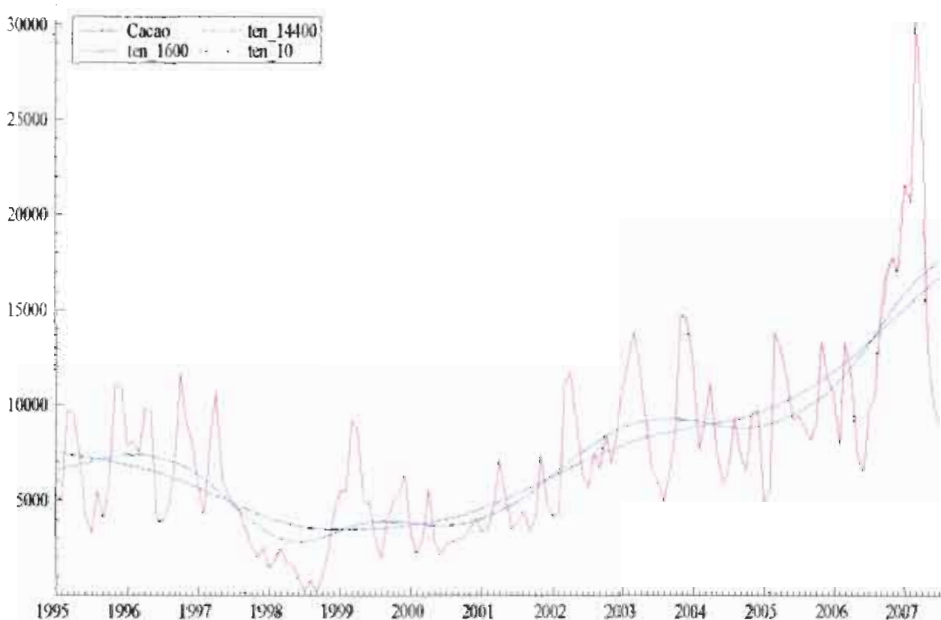
**Gráfico 18**  
**Gráfico Histórico de las exportaciones del cacao**  
**en el Ecuador con su respectiva tendencia**  
**empleando  $\lambda$  de 10**



En el gráfico 18 se aprecia la tendencia generada con el parámetro de suavidad recomendable para series con periodicidad anual en la economía de Estados Unidos, la misma que presenta fluctuaciones frecuentes confundiendo con los datos originales, lo cual le impide caracterizar la línea de tendencia, por lo tanto  $\lambda$  igual a 10 tampoco funciona como un adecuado parámetro de suavidad en la variable exportaciones de cacao.

#### 4.4.1.4. Análisis de las exportaciones del cacao con las tres tendencias generadas

**Gráfico 19**  
**Gráfico Histórico de las exportaciones del cacao**  
**con sus respectivas tendencias empleando**  
**los tres parámetros de suavidad**



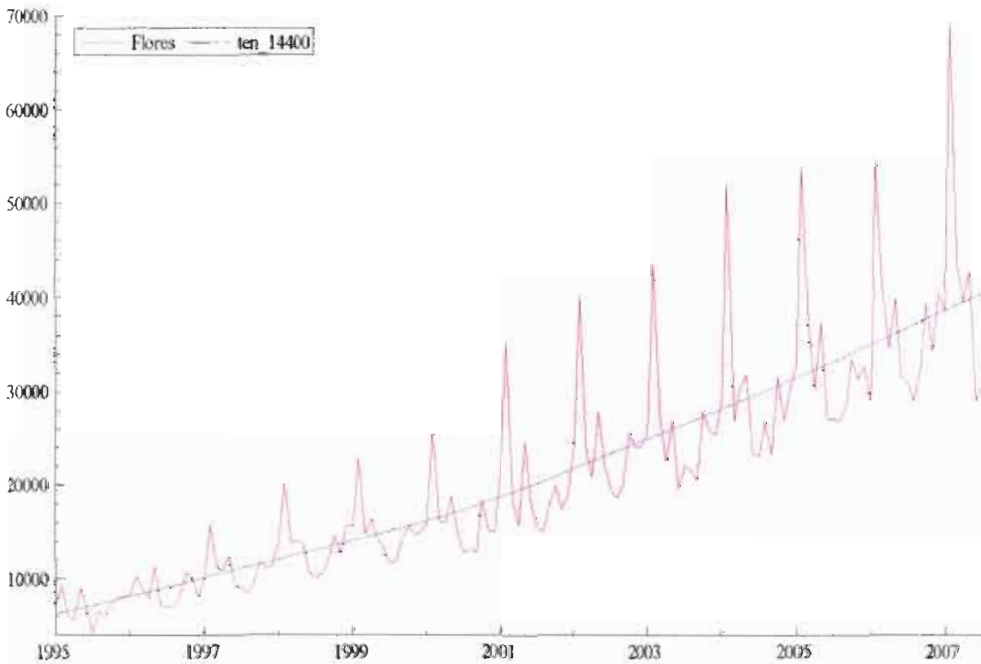
El gráfico 19 corresponde a la serie histórica de la exportación del cacao en el Ecuador desde 1995 hasta el mes de Julio del presente con las tres tendencias producidas por los **parámetros de suavidad** recomendados 14400, 1600 y 10 respectivamente, **las mismas** que con características especiales e individuales se aproximan a la serie de datos mostrando su evolución en el tiempo.

## 4.4.2. Análisis de la tendencia de las exportaciones de las flores

### 4.4.2.1. Análisis de la tendencia empleando $\lambda$ de 14400

**Gráfico 20**

**Gráfico Histórico de las exportaciones de las flores  
en el Ecuador con su respectiva tendencia  
empleando  $\lambda$  de 14400**



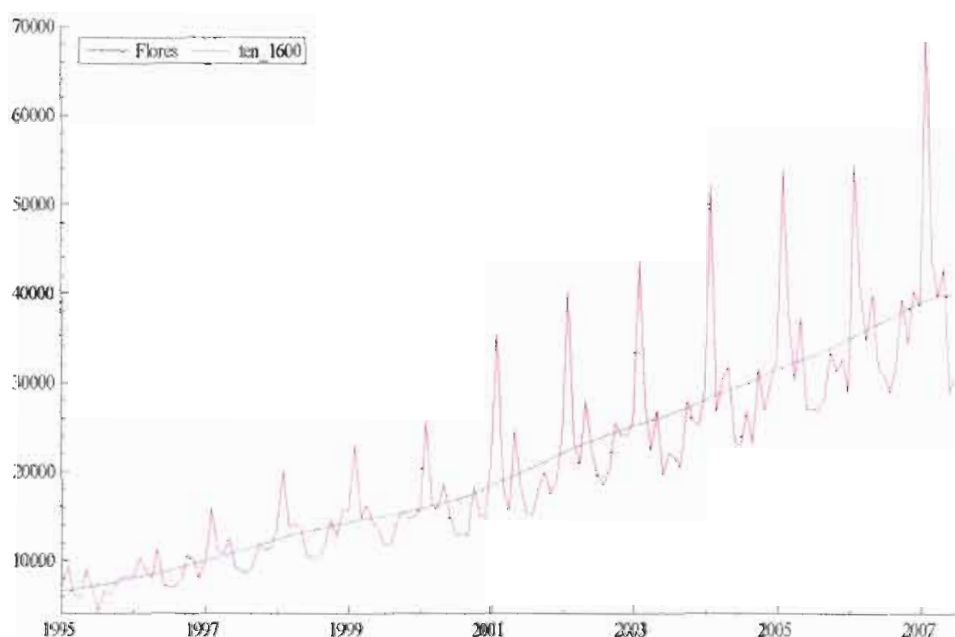
El efecto más relevante del gráfico 20 sería el crecimiento cíclico de las exportaciones de las flores en el Ecuador en toda su historia lo cual demuestra que producimos un producto de calidad que crece continuamente en mercados extranjeros.

Simultáneamente se puede apreciar la línea de tendencia en forma rectilínea lo que la constituye en una tendencia poco apropiada para la serie de datos por lo tanto de 14400 no es un parámetro apropiado

para el cálculo de tendencia de una variable con periodicidad mensual en la econometría ecuatoriana.

#### 4.4.2.2. Análisis de la tendencia empleando $\lambda$ de 1600

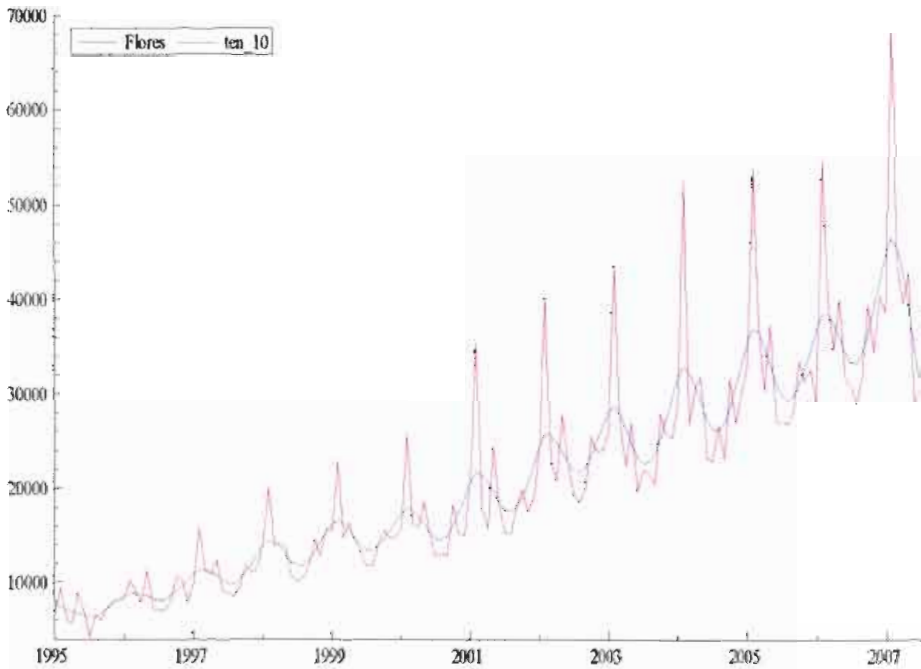
**Gráfico 21**  
**Gráfico Histórico de las exportaciones de las flores**  
**en el Ecuador con su respectiva tendencia**  
**empleando  $\lambda$  de 1600**



Aunque en el gráfico 21 se aprecia la línea de tendencia producida por  $\lambda$  de 1600, parámetro que en algunos análisis anteriores ha demostrado que es el adecuado para producir la tendencia de índices y variables mensuales en la economía ecuatoriana, como consecuencia la tendencia tiene una forma bastante parecida a la generada con  $\lambda$  de 14400, por lo tanto se puede decir que la tendencia representada en el gráfico adjunto es la apropiada.

#### 4.4.2.3. Análisis de la tendencia empleando $\lambda$ de 10

**Gráfico 22**  
**Gráfico Histórico de las exportaciones de las flores**  
**en el Ecuador con su respectiva tendencia**  
**empleando  $\lambda$  de 10**



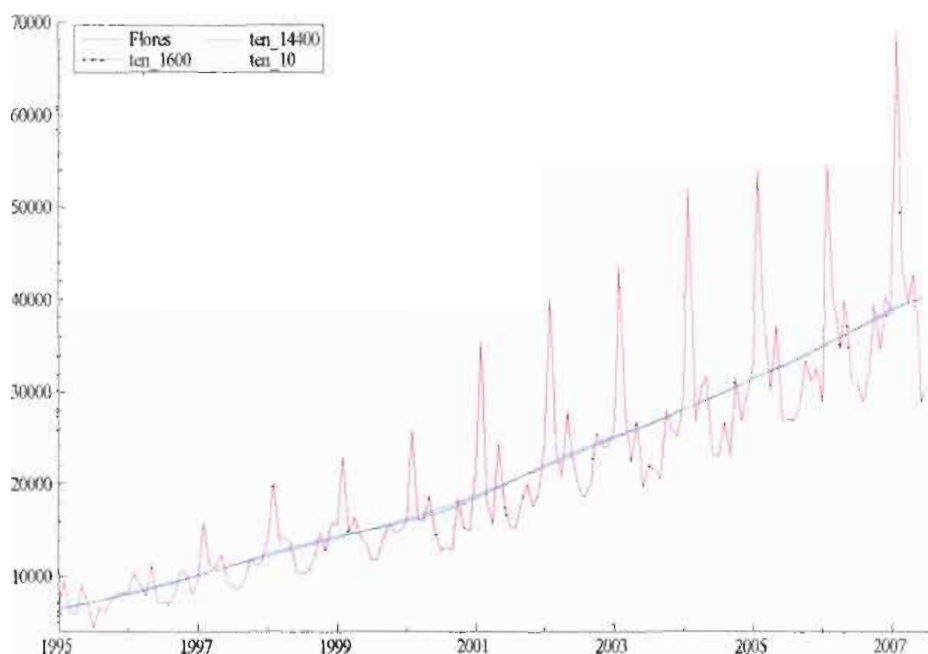
En el gráfico 22 se puede observar que aunque la tendencia producida por  $\lambda$  igual a 10 no reproduce exactamente las variaciones irregulares de la serie original, tampoco representa los cambios de la serie en el tiempo, lo cual desecha la idea de que este es el parámetro de suavidad apropiado para esta variable con periodicidad mensual.

Es importante anotar, que en los últimos años la exportación de flores en nuestro país ha aumentado considerablemente en comparación a inicios de los años en que comenzó con esta actividad.

#### 4.4.2.4. Análisis de las exportaciones de las flores con las tres tendencias generadas

Gráfico 23

Gráfico Histórico de las exportaciones de las flores en el Ecuador con sus respectivas tendencias empleando los tres parámetros de suavidad



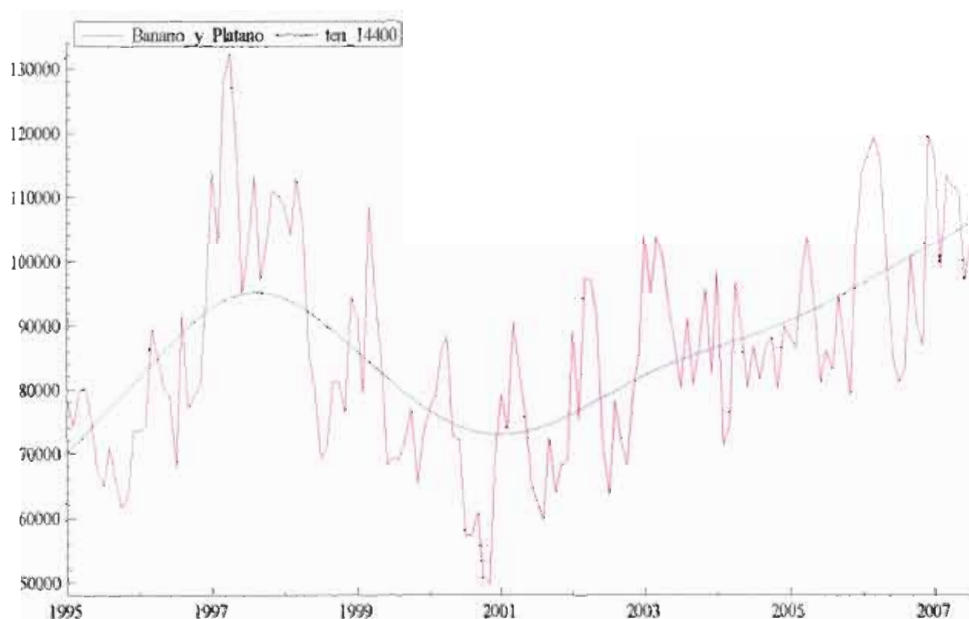
De igual manera en el gráfico 23 se aprecia la serie histórica de la exportación de flores en el Ecuador desde 1995 hasta el mes de Julio del 2007 y las tendencias producidas por los parámetros de suavidad recomendados 14400, 1600 y 10 respectivamente, un aspecto a recalcar es que se justifica el análisis realizado en el gráfico 21 debido a que prácticamente la tendencia generada por  $\lambda$  1600 es la misma que produce el  $\lambda$  de 14400.

### 4.4.3. Análisis de la tendencia de las exportaciones de banano

#### 4.4.3.1. Análisis de la tendencia empleando un $\lambda$ de 14400

Gráfico 24

Gráfico Histórico de las exportaciones del banano y plátano  
en el Ecuador con su respectiva tendencia  
empleando  $\lambda$  de 14400



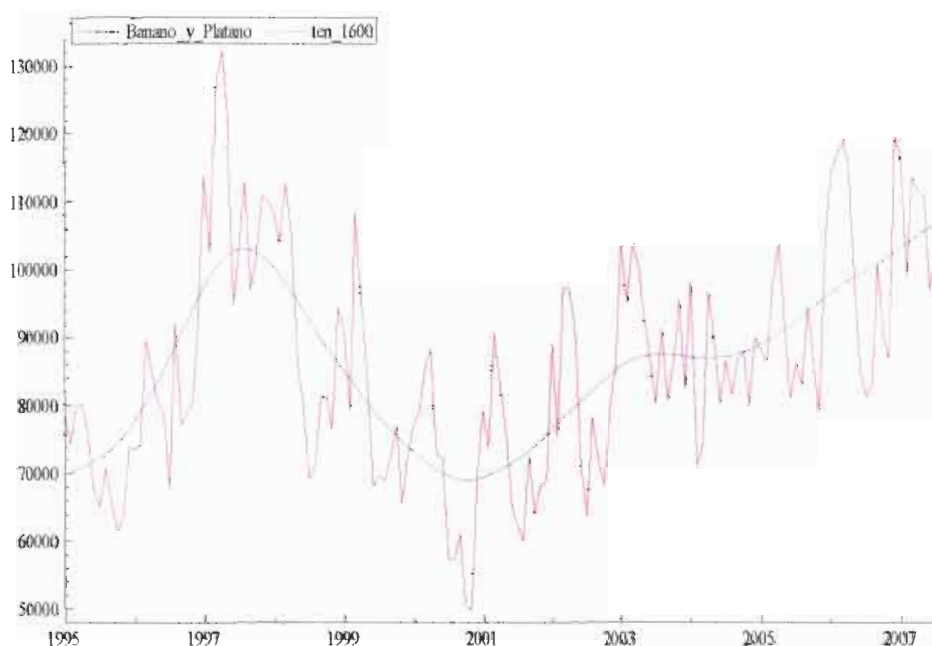
La tendencia obtenida en el gráfico 24 emplea un  $\lambda$  de 14400, la misma que tiene una buena representación de la evolución de la serie de datos a lo largo del tiempo, debido a que no produce fluctuaciones frecuentes ni cambios bruscos que le permita confundirse con la serie original. A diferencia de las otras dos variables de importancia que se están analizando, la comercialización del banano en mercados extranjeros ha sufrido bruscos cambios, siendo así a inicios del año 1997 la fecha en la cual Ecuador exporta la mayor cantidad de este producto en toda la historia y por lo contrario a finales del 2000 sufre



un declive notable por efectos de la inestabilidad económica que atravesaba nuestro país.

#### 4.4.3.2. Análisis de la tendencia empleando un $\lambda$ de 1600

**Gráfico 25**  
**Gráfico histórico de las exportaciones del banano y plátano**  
**en el Ecuador con su respectiva tendencia**  
**empleando  $\lambda$  de 1600**

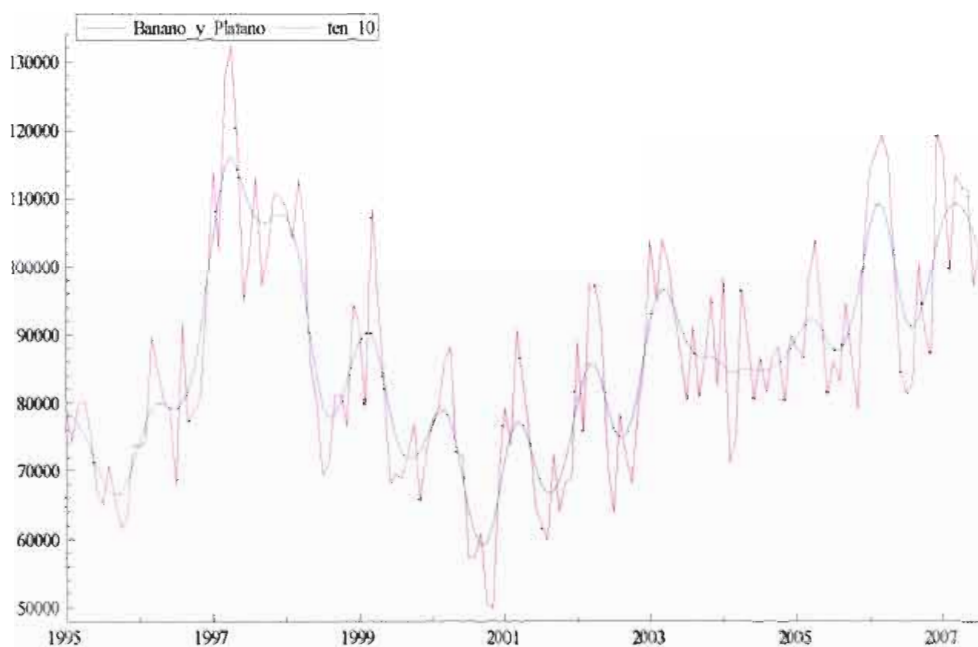


La crisis económica que sufre el Ecuador a finales del viejo milenio fue el antecedente para cambiar el sistema financiero del país, medida que paulatinamente mejora la exportación del banano en el Ecuador. Por otra parte en el gráfico 25 se observa la tendencia generada por  $\lambda$  de 1600, representando a la evolución de la serie mucho mejor que la tendencia producida por el parámetro de suavidad de 14400.

#### 4.4.3.3. Análisis de la tendencia empleando un $\lambda$ de 10

Gráfico 26

Gráfico histórico de las exportaciones del banano y plátano en el Ecuador con su respectiva tendencia empleando  $\lambda$  de 10

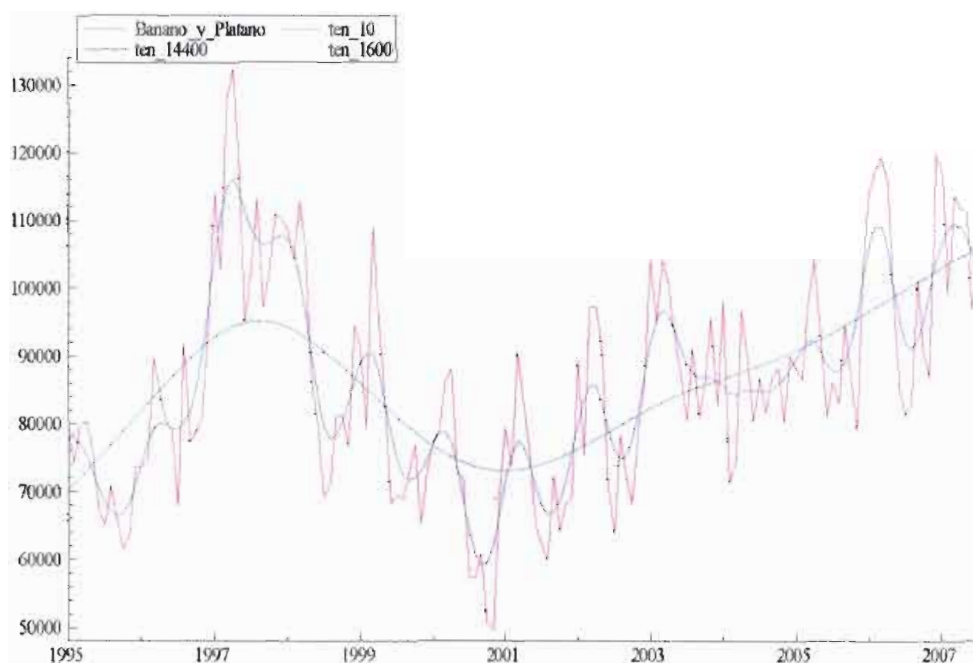


Al igual que en gráficos anteriores donde se han empleado un  $\lambda$  igual a 10, se puede apreciar en el gráfico 26 la línea de tendencia resultante se confunde con la serie original reproduciendo los movimientos irregulares de ésta convirtiéndola en una tendencia inadecuada para el conjunto de datos.

#### 4.4.3.4. Análisis de las exportaciones del banano con las tres tendencias generadas

Gráfico 27

Gráfico histórico de las exportaciones del banano y plátano en el Ecuador con sus respectivas tendencias empleando los tres parámetros de suavidad



Para finalizar con el análisis de tendencia que es el objetivo fundamental de esta tesis, se observa en el gráfico 27 la serie histórica de la exportación de banano en conjunto con sus tres tendencias concebidas con los parámetros de suavidad recomendados 14400, 1600 y 10 respectivamente, donde gráficamente se demuestra que la tendencia con  $\lambda$  de 1600 es la que mejor representa la evolución de la serie en el tiempo para esta variable con ciclo mensual.

En síntesis la línea de tendencia debe reflejar un movimiento a largo plazo de la serie de datos, la cual represente su evolución; y como se puede apreciar en las graficas donde se utiliza  $\lambda$  de 14400 las tendencias generadas no simbolizan los cambios de las series respectivas en el tiempo.

Por otro lado, con  $\lambda$  igual a 10 la tendencia se confunde con la serie original, es decir que no se eliminan del todo los movimientos irregulares de la serie, razón por la cual se aconseja  $\lambda$  de 1600, ya que dicho cuantificador genera una tendencia suave y no muy alejada de la serie original. Por lo tanto, luego de realizar un análisis minucioso de diferentes series de datos, se demuestra que el parámetro de suavidad que se utiliza en la econometría con periodicidad trimestral en Estados Unidos, sirve para calcular la tendencia de índice y variables con periodicidad mensual en la economía ecuatoriana, en especial el índice IPCO.

## CAPÍTULO V

### Conclusiones y recomendaciones

#### 5.1 Conclusiones

1. El parámetro  $\lambda$  que se asocia arbitrariamente al filtro siempre debe ser positivo.
2. La matriz asociada a la tendencia de la función a minimizar,  $(I + \lambda A' A)$  esta definida positivamente.
3. Mientras menor sea el parámetro de suavidad que penaliza la función de suavidad, es decir  $\lambda \sim 0$ , la tendencia coincide con la serie original.
4. El componente de tendencia obtenido mediante el filtro H-P empleando un  $\lambda$  de 1600 es bastante suave debido a que elimina en gran parte a los componentes estacional e irregular.
5. El componente de tendencia obtenido mediante el filtro H-P empleando un  $\lambda$  de 10 fluctúa constantemente confundándose con la serie original.

6. A pesar de que el componente de tendencia que se obtiene con un parámetro de suavidad igual a 14400 elimina en gran medida los componentes estacional e irregular, no mejora a la tendencia que se estima con  $\lambda$  de 1600.
7. Por lo contrario mientras mayor sea el parámetro de suavidad  $\lambda \sim \infty$ , la tendencia se aproxima a una línea recta.
8. En las series de tiempo económicas del Ecuador, el valor óptimo de  $\lambda$  es 1600, el mismo que elimina las componentes que hacen fluctuar irregularmente a la serie, como son los componentes estacional e irregular, sin que la tendencia deje de reproducir el movimiento a largo plazo de la serie.
9. El Índice IPCO siempre presenta una tendencia creciente, lo que significa que los precios de los materiales, equipos y maquinarias de construcción aumentan constantemente en el tiempo a pesar de la dolarización.
10. El IPCO, antes de la convertibilidad de la economía del Ecuador, crecía constantemente; solamente presentó incrementos negativos en dos ocasiones: de Marzo a Abril de 1988 de 1.20 a 1.19 y en el mes de Septiembre a Octubre del 93 de 9.08 a 9.07; es decir que en el primer caso hubo una variación del -0.83% y en el segundo varió en -0.11%.

11. El IPCO crece a tasas superiores al 15% mensual a partir del mes de Marzo del 99 junto a la crisis económica que atravesábamos los ecuatorianos, hasta inicios del 2001.
  
12. El cambio del sistema monetario del Ecuador, la dolarización, aún no estabiliza del todo los precios en el sector de la construcción; a penas se evidencia una leve mejoría en el IPCO recién a partir del 2002.
  
13. El índice IPCO desde Abril del 2000 hasta Abril del 2001 ha variado con un incremento positivo de 101.57 a 123, es decir la tasa anual incrementada fue 21.1% con respecto al año anterior.
  
14. El índice IPCO desde Abril del 2001 hasta Abril del 2002 ha variado con un incremento positivo de 123.60 a 127.07, produciendo una variación en ese año del 2.81%.
  
15. El índice IPCO desde Abril del 2002 hasta Abril del 2003 ha variado con un incremento positivo de 127.07 a 136.29, lo mismo que decir una tasa anual incrementada en 7.26% al año anterior.
  
16. El índice IPCO desde Abril del 2003 hasta Abril del 2004 ha variado positivamente de 136.29 a 152.82 generando un incremento del 12.13% anual.

17. El índice IPCO desde Abril del 2004 hasta Abril del 2005 ha variado de 152.82 a 167.95 produciendo un aumento del 9.9% anual.
  
18. El índice IPCO desde Abril del 2005 hasta Abril del 2006 ha variado de forma positiva de 167.95 a 177.51 es decir subió un 5.7% del año anterior.
  
19. El índice IPCO desde Abril del 2006 hasta Abril del 2007 ha variado con un incremento positivo de 177.51 a 190.12 representando un aumento con respecto al año anterior de 7.1%.
  
20. El índice IPCO posterior a la dolarización se comporta de forma irregular porque presenta variaciones positivas y negativas consecutivamente.



## 5.2. Recomendaciones

1. El investigador antes de extraer el componente de tendencia de una serie de tiempo debe analizar la naturaleza de los datos porque existe un conjunto de técnicas, las cuales se ajustan mejor a ciertas variables económicas que a otras.
2. Un aspecto muy importante que debe considerar el usuario antes de usar el filtro sería que comprenda a grandes rasgos en qué consiste el mecanismo con el que opera el filtro, para evitar su aplicación a ciegas.
3. Para decidir cuál es la técnica de extracción de señales que brinda una mejor estimación de la tendencia, debe considerarse aspectos como:
  - 1) bondad del ajuste medida por el  $R^2$  ajustado;
  - 2) variabilidad de la serie medida por la desviación estándar en porcentajes;
  - 3) Análisis gráfico de la serie original y la tendencia.

4. Así mismo, es recomendable utilizar los criterios anteriores para realizar un análisis de sensibilidad para diferentes valores de  $\lambda$ ; un aspecto importante es que conforme  $\lambda$  aumenta, se incrementa la volatilidad de la serie.

**ANEXOS**

## ANEXO I

### Serie histórica del índice de los materiales, equipos, maquinarias de la construcción

Años	ENE	FEB	MAR	ABR	MAY	JUN	JUL	AGO	SEP	OCT	NOV	DIC
1983				0,22	0,22	0,22	0,23	0,24	0,24	0,25	0,25	0,26
1984	0,27	0,28	0,3	0,3	0,31	0,32	0,33	0,34	0,36	0,38	0,38	0,38
1985	0,39	0,4	0,41	0,42	0,42	0,43	0,43	0,43	0,44	0,44	0,44	0,44
1986	0,47	0,5	0,51	0,54	0,54	0,55	0,55	0,59	0,63	0,64	0,65	0,65
1987	0,66	0,66	0,67	0,69	0,71	0,74	0,77	0,79	0,8	0,86	0,96	0,97
1988	1,01	1,14	1,2	1,19	1,21	1,23	1,32	1,46	1,74	1,87	1,92	1,97
1989	2,08	2,12	2,16	2,18	2,26	2,34	2,39	2,53	2,58	2,65	2,73	2,8
1990	2,92	2,96	3,1	3,22	3,27	3,32	3,48	3,61	3,7	3,77	3,88	3,98
1991	4,05	4,23	4,35	4,41	4,52	4,61	4,7	4,83	4,95	5,05	5,1	5,32
1992	5,51	5,6	5,68	5,79	5,9	6,09	6,22	6,43	7,26	8,54	8,59	8,66
1993	8,69	8,69	8,67	8,7	8,78	8,89	8,99	9,08	9,08	9,07	9,17	9,22
1994	9,38	9,54	9,6	9,71	9,89	10,01	10,16	10,33	10,47	10,59	10,84	11,22
1995	11,43	11,69	11,83	11,98	12,08	12,23	12,46	12,66	12,79	12,95	13,19	13,45
1996	13,75	14,01	14,11	14,28	14,45	14,62	14,87	15,16	15,59	15,84	15,97	16,2
1997	16,57	17,11	17,3	17,71	17,97	18,13	18,52	18,81	19,01	19,29	19,46	19,88
1998	20,37	20,88	21,17	22,18	23,09	23,7	24,23	24,74	25,23	27,9	29,14	29,21
1999	29,61	30,7	37,87	45,6	42,76	41,91	46,17	47,65	47,73	52,66	61,09	66,58
2000	84,59	99,5	99,89	*101,57	104,03	113,17	113,28	114,3	114,53	114,8	114,94	115,76
2001	123,37	124,27	122,17	123,6	124,17	125,97	124,64	124,8	124,5	123,04	122,89	123,27
2002	125,64	126,46	126,71	127,07	127,18	127,38	127,43	127,71	128,65	129,12	128,3	129,21
2003	132,14	135,67	136,71	136,29	136,43	136,28	136,6	136,95	137	137,16	137,28	138
2004	141,53	144,85	149,13	152,82	157,37	158,8	158,89	159,83	160,29	162,58	162,73	162,21
2005	163,07	163,93	166,19	167,95	167,24	167,26	167,85	168,73	171,34	173,35	169,16	169,49
2006	171,82	172,52	174,2	177,51	182,34	184,65	186,25	186,25	184,58	184,69	185,35	185,68
2007	185,98	186,83	188,19	190,12	191,23							

## ANEXO II

### Derivación de matrices y vectores

Sea  $v_{nx1}$  un vector cualquiera y  $a_{nx1}$  otro vector ambos de dimensión  $nx1$  de tal manera que  $f$  sea una combinación lineal del vector  $v_{nx1}$  con la transpuesta del vector  $a_{nx1}$ ; expresado de la siguiente manera  $f = a'v = a_1v_1 + a_2v_2 + \dots + a_nv_n$  entonces:

$$\frac{df}{dv} = \begin{pmatrix} \frac{df}{dv_1} \\ \frac{df}{dv_2} \\ \vdots \\ \frac{df}{dv_n} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix} = a \quad (6.1)$$

La operación que representa la ecuación (6.1) se conoce como derivación de la forma lineal de un vector.

Por otro lado sea  $v_{nx1}$  un vector de dimensión  $nx1$  y  $A_{n \times n}$  una matriz de tamaño  $n \times n$  podemos expresar a  $f$  como:

$$f = v'_{1 \times n} A_{n \times n} v_{nx1} \quad (6.2)$$

Luego para encontrar la derivada de  $f$  con respecto a  $v$  transformamos a la ecuación (6.2) en:

$$f = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} v_i v_j \quad (6.3)$$

Por lo tanto:

$$\frac{df}{dv} = \begin{pmatrix} \frac{df}{dv_1} \\ \frac{df}{dv_2} \\ \vdots \\ \frac{df}{dv_n} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{j=1}^n a_{1j} v_j + \sum_{i=1}^n a_{i1} v_i \\ \sum_{j=1}^n a_{2j} v_j + \sum_{i=1}^n a_{i2} v_i \\ \vdots \\ \sum_{j=1}^n a_{nj} v_j + \sum_{i=1}^n a_{in} v_i \end{pmatrix} \quad (6.4)$$

De la ecuación (6.4) podemos concluir:

$$\begin{aligned} \frac{df}{dv} &= Av + A'v \\ &= (A + A')v \\ &= 2Av \end{aligned} \quad (6.5)$$

El resultado final de la ecuación (6.5) se deduce dado que  $A$  es matriz simétrica. Por lo tanto la derivada de la forma cuadrática de un vector siempre que  $A$  es simétrica es:

$$\frac{dv' Av}{dv} = 2Av \quad (6.6)$$

## ANEXO III

### Solución del problema de minimización

El objetivo fundamental de solucionar el siguiente problema de minimización

$$C' C + \lambda (A\tau)'(A\tau)$$

Se alcanza cuando obtenemos:

$$y = (I + \lambda A' A)\tau = K\tau$$

Nótese que  $K$  es simétrica y más aún es definida positiva entonces  $K^{-1}$  también es definida positiva.

Por otro lado al derivar la función a minimizar debemos considerar que dicha función está conformada por matrices y vectores lo cual complica un poco la operación, debido a que la derivación de matrices y vectores es un poco diferente a la derivación parcial de varias variables.

$$\begin{aligned}
F + \lambda S &= (y_i - \tau_i)'(y_i - \tau_i) + \lambda (A\tau_i)' A\tau_i \\
&= (y_i' - \tau_i')(y_i - \tau_i) + \lambda (\tau_i' A') A\tau_i \\
&= y_i' y_i - y_i' \tau_i - \tau_i' y_i + \tau_i' \tau_i + \lambda \tau_i' A' A\tau_i
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{d(F + \lambda S)}{d\tau} &= -y_i - y_i + 2\tau_i + \lambda (2A' A\tau_i) \\
&= -2y_i + 2\tau_i + \lambda (2A' A\tau_i)
\end{aligned}$$

Luego, sólo hay que igualar a cero la última expresión obtenida y despejar  $\tau_i$  para encontrar la tendencia de una serie de datos y es lo que queríamos demostrar.

$$-2y_i + 2\tau_i + \lambda (2A' A\tau_i) = 0 \tag{6.7}$$

$$2\tau_i + 2\lambda A' A\tau_i = 2y_i$$

$$2(I + \lambda A' A)\tau_i = 2y_i$$

$$\tau_i = (I + \lambda A' A)^{-1} y_i$$



## ANEXO IV

### Demostración de que la matriz asociada al filtro H-P es definida positiva

**Definición:** Sea una matriz  $A_{n \times n}$  se dice que dicha matriz está definida positiva si  $\forall v \in \mathbb{R}^n, v \neq 0v: v'Av > 0$ .

*Ej:* Sea  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$  y  $v = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}; v = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$  Por lo tanto para probar que  $A$  está definida positiva aplico la definición antes mencionada

$$\begin{aligned} (x \ y) \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} &= 2x^2 + 2xy + y^2 \\ &= x^2 + x^2 + 2xy + y^2 \\ &= x^2 + (x+y)^2 > 0 \end{aligned}$$

$\therefore A$  es definida positiva

Pero cuando queremos demostrar que una matriz de tamaño superior es definida positiva dicho procedimiento no resulta tan fácil como el ejemplo anterior por lo que será necesario aplicar dos teoremas que van a facilitar la tarea.

**Teorema 1:** Sea  $A \in M_{n \times n}$  simétrica se dice que  $A$  es una matriz definida positiva si y sólo si todos los valores propios de  $A$  son mayores que cero.

**Teorema 2:** Sea  $A \in M_{n \times n}$  simétrica se dice que dicha matriz es definida positiva si y sólo si para cualquier submatriz  $A_k$  el  $\det(A_k) > 0; k = 1, 2, 3, \dots, n$ . donde  $\det(A_k)$  se conoce como los determinantes encajonados de  $A$ .

Como interesa demostrar que  $(I + \lambda A' A)$  esta definida positiva primero que nada hay que probar que  $\lambda A' A$  es definida positiva para lo cual se usará el teorema 2, es decir se procederá a calcular los  $\det(A_k); k = 1, 2, 3, \dots, n$  para comprobarlo y así tener la certeza que el extremo relativo que se obtuvo es una mínimo.

Como se conocen las matrices  $A$  y  $A'$

$$A = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & T-2 & T-1 & T \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{matrix} & \begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & -2 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

$$A' = \begin{bmatrix}
 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & & T-1 & T-2 \\
 \left[ \begin{array}{cccccccccc}
 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\
 -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\
 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\
 & & & \ddots & & & & & & \\
 & & & & \ddots & & & & & \\
 & & & & & \ddots & & & & \\
 & & & & & & \ddots & & & \\
 & & & & & & & \ddots & & \\
 & & & & & & & & \ddots & \\
 & & & & & & & & & \ddots \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -2 & 1 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & -2 & 1 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & -2 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 1
 \end{array} \right]
 \end{bmatrix}$$

Se procede a multiplicar las matrices  $A'A$  con la finalidad de obtener una matriz simétrica de orden  $T \times T$

$$A'A = \begin{bmatrix}
 \left[ \begin{array}{cccccccccc}
 1 & -2 & 1 & 0 & \dots & & & & & \dots & 0 \\
 -2 & 5 & -4 & 1 & 0 & \dots & & & & \dots & 0 \\
 1 & -4 & 6 & -4 & 1 & 0 & \dots & & & \dots & 0 \\
 0 & 1 & -4 & 6 & -4 & 1 & 0 & \dots & & \dots & \vdots \\
 \vdots & \ddots & & & & & \ddots & & & & \\
 & & & & & & & \ddots & & & \\
 & & & & & & & & \ddots & & \\
 & & & & & & & & & \ddots & \\
 0 & & & & & & & 0 & 1 & -4 & 6 & -4 & 1 & 0 \\
 \vdots & & & & & & & \dots & 0 & 1 & -4 & 6 & -4 & 1 \\
 0 & & & & & & & \dots & 0 & 1 & -4 & 5 & -2 \\
 0 \dots & & & & & & & \dots & 0 & 1 & -2 & 1
 \end{array} \right]
 \end{bmatrix}$$

Posteriormente si a la matriz  $A'A$  se le multiplica el parámetro positivo  $\lambda$  obtenemos la matriz  $\lambda A'A$  la cual será analizada por medio del teorema 2 mencionado con la finalidad de conocer si esta definida positiva:

$$\lambda A'A = \begin{bmatrix} \lambda & -2\lambda & \lambda & 0 \dots & & & & & & & \dots & 0 \\ -2\lambda & 5\lambda & -4\lambda & \lambda & 0 \dots & & & & & & \dots & 0 \\ \lambda & -4\lambda & 6\lambda - 4\lambda & \lambda & 0 \dots & & & & & & \dots & 0 \\ 0 & \lambda & -4\lambda & 6\lambda - 4\lambda & \lambda & 0 \dots & & & & & \dots & \vdots \\ \vdots & \ddots & & & & \ddots & & & & & & \\ & & & & & & \ddots & & & & & \\ 0 & & & & & & & 0 & \lambda & -4\lambda & 6\lambda - 4\lambda & \lambda & 0 \\ \vdots & & & & & & & \dots & 0 & \lambda & -4\lambda & 6\lambda - 4\lambda & \lambda \\ 0 & & & & & & & \dots & 0 & \lambda & -4\lambda & 5\lambda - 2\lambda & \\ 0 \dots & & & & & & & & \dots & 0 & \lambda & -2\lambda & \lambda \end{bmatrix}$$

Por lo que comenzamos a encontrar los determinantes encajonados:

$$A_1 = (a_{11}) = \lambda$$

$$\det(A_1) = \lambda$$

Como  $\lambda$  debe ser positivo para que el extremo relativo que resulta de la minimización sea un mínimo se concluye que el  $\det(A_1)$  es mayor a cero.

Ahora encontramos el segundo determinante encajonado:

$$A_2 = \begin{bmatrix} \lambda & -2\lambda \\ -2\lambda & 5\lambda \end{bmatrix}$$
$$\det(A_2) = 5\lambda^2 - 4\lambda^2$$
$$= \lambda^2(5 - 4)$$
$$= \lambda^2$$

Como  $\lambda$  debe ser positivo entonces  $\lambda^2 > 0$

Continuando con la demostración se procederá determinar el tercer determinante encajonado de  $\lambda A' A$ :

$$A_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} \lambda & -2\lambda & \lambda \\ -2\lambda & 5\lambda & -4\lambda \\ \lambda & -4\lambda & 6\lambda \end{bmatrix}$$
$$\det(A_{3 \times 3}) = \begin{bmatrix} \lambda & -2\lambda & \lambda \\ -2\lambda & 5\lambda & -4\lambda \\ \lambda & -4\lambda & 6\lambda \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} \lambda & -2\lambda & \lambda \\ 0 & \lambda & -2\lambda \\ 0 & -2\lambda & 5\lambda \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} \lambda & 0 & \lambda \\ 0 & \lambda & -2\lambda \\ 0 & 0 & 5\lambda \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} \lambda & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & \lambda \end{bmatrix}$$
$$= \lambda^3$$

De igual forma el  $\det(A_{33}) = \lambda^3$  como consecuencia de que un determinante de una matriz diagonal es igual al producto de los elementos de su diagonal y efectivamente por el razonamiento anterior también es positivo.

Al calcular el determinante de  $A_{4 \times 4}$

$$A_{4 \times 4} = \begin{bmatrix} \lambda & -2\lambda & \lambda & 0 \\ -2\lambda & 5\lambda & -4\lambda & \lambda \\ \lambda & -4\lambda & 6\lambda & -4\lambda \\ 0 & \lambda & -4\lambda & 6 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \det(A_{4 \times 4}) &= \begin{bmatrix} \lambda & -2\lambda & \lambda & 0 \\ 0 & \lambda & -2\lambda & \lambda \\ 0 & -2\lambda & 5\lambda & -4\lambda \\ 0 & \lambda & -4\lambda & 6\lambda \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \lambda & 0 & -3\lambda & 2\lambda \\ 0 & \lambda & -2\lambda & \lambda \\ 0 & 0 & \lambda & -2\lambda \\ 0 & 0 & -2\lambda & 5\lambda \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \lambda & 0 & 0 & \lambda \\ 0 & \lambda & 0 & -3\lambda \\ 0 & 0 & \lambda & -2\lambda \\ 0 & 0 & 0 & \lambda \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda \end{bmatrix} \\ &= \lambda^4 \end{aligned}$$

Obtenemos que el  $\det(A_{4 \times 4}) = \lambda^4$  y este valor es positivo

Por último se procederá a calcular el determinante de  $A_{5 \times 5}$  para comprobar si también es positivo:

$$A_{5 \times 5} = \begin{bmatrix} \lambda & -2\lambda & \lambda & 0 & 0 \\ -2\lambda & 5\lambda & -4\lambda & \lambda & 0 \\ \lambda & -4\lambda & 6\lambda & -4\lambda & \lambda \\ 0 & \lambda & -4\lambda & 6\lambda & -4\lambda \\ 0 & 0 & \lambda & -4\lambda & 6\lambda \end{bmatrix}$$

$$\det(A_{5 \times 5}) = \begin{bmatrix} \lambda & -2\lambda & \lambda & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & -2\lambda & \lambda & 0 \\ 0 & -2\lambda & 5\lambda & -4\lambda & \lambda \\ 0 & \lambda & -4\lambda & 6\lambda & -4\lambda \\ 0 & 0 & \lambda & -4\lambda & 6\lambda \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \lambda & 0 & -3\lambda & 2\lambda & 0 \\ 0 & \lambda & -2\lambda & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & -2\lambda & \lambda \\ 0 & 0 & -2\lambda & 5\lambda & -4\lambda \\ 0 & 0 & \lambda & -4\lambda & 6\lambda \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \lambda & 0 & 0 & -4\lambda & 3\lambda \\ 0 & \lambda & 0 & -3\lambda & 2\lambda \\ 0 & 0 & \lambda & -2\lambda & \lambda \\ 0 & 0 & 0 & \lambda & -2\lambda \\ 0 & 0 & 0 & -2\lambda & 5\lambda \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \lambda & 0 & 0 & 0 & -5\lambda \\ 0 & \lambda & 0 & 0 & -4\lambda \\ 0 & 0 & \lambda & 0 & -3\lambda \\ 0 & 0 & 0 & \lambda & -2\lambda \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda \end{bmatrix}$$

$$= \lambda^5$$

Efectivamente el  $\det(A_{5 \times 5}) = \lambda^5$  y dicho valor es positivo.

Por lo tanto, como los determinantes de todas las submatrices de  $A_k$  son mayores a cero se concluye que el  $\det(A_{n \times n}) = \lambda^n$ , valor siempre positivo; lo cual indica que la matriz  $\lambda A'A$  es definida positiva.

Como inicialmente nos interesa probar que  $(I + \lambda A'A)$  es definida positiva; una vez verificado que  $\lambda A'A$  es definida positiva y de conocer que la matriz identidad  $I$ , también lo es a menos que todos sus elementos sean cero, el fruto de la suma de dos matrices definidas positivas conserva esa misma característica.



## **ANEXO V**

### **Alcances y limitaciones del filtro Hodrick-Prescott**

#### **Alcances<sup>1</sup>**

1. Uno de los aspectos más importante que se destaca en este trabajo de investigación acerca del uso del filtro de H-P, radica en que brinda una herramienta alternativa y complementaria para el análisis de Series económicas, con lo cual se amplía el conjunto de técnicas disponibles.
2. La definición de tendencia que utiliza el filtro H-P, se sustenta en los criterios de simplicidad, flexibilidad y facilidad de reproducción.
3. El filtro H-P es considerado tradicional como método para ajustar una curva suave a través de un conjunto de puntos, (serie de tiempo).
4. Muchos autores opinan que no importa el método que se emplee para extraer la tendencia de una serie de tiempo, lo importante es que genere una tendencia suave.

---

<sup>1</sup> Investigación realizada por el Dep. de investigaciones económicas del Banco Central de Costa Rica

5. La tendencia de una serie de tiempo producida por el filtro H-P tiene una mejor estimación al final del período muestral, razón por la cual es fundamental disponer de la mayor cantidad de datos posibles para su análisis.
  
6. El filtro H-P, además de calcular la tendencia de una serie estima las fluctuaciones cíclicas de la misma, elemento necesario en algunas situaciones para la toma de decisiones.
  
7. El filtro H-P es fácil de aplicar debido a que se encuentra incorporado en algunos softwares como: Giwewin2, Demetra; facilitando al investigador su uso, dado que para extraer la tendencia de una serie sólo es necesario ingresar el  $\lambda$  que se requiere dependiendo de la naturaleza de los datos (periodicidad).

## Limitaciones

1. El aspecto más discutido acerca de la aplicación del filtro H-P corresponde a la selección un poco arbitraria del parámetro de suavidad  $\lambda$ .
2. El filtro de Hodrick-Prescott al igual que cualquier otra técnica para la extracción de la tendencia de una serie, no puede ser aplicada de forma mecánica. Dado que se corre el riesgo de encontrar movimientos cíclicos espúreos, que son difíciles de detectar pues no se tiene el dato real del componente que se está estimando.
3. Es de suma importancia que el investigador antes de aplicar el filtro H-P, debe verificar si el proceso es estacionario, pues en caso de serlo, éste no tendría tendencia y como consecuencia el filtro extraería una falsa tendencia.
4. La aplicación del filtro se puede convertir en un procedimiento estadístico, dejando de lado la significancia económica. Este inconveniente se puede presentar al aplicar cualquier otra técnica estadística.
5. No es posible utilizar el filtro para efectos de pronóstico de la tendencia, si bien se puede realizar por otros métodos. Sin embargo, el contar con la tendencia y las desviaciones cíclicas puede brindar una idea del comportamiento de una serie en el futuro cercano.

## ANEXO VI

### Proyecciones de la tendencia del IPCO Junio 2007- Mayo 2009

Fecha	Proyecciones
Jun-07	193,6948493
Jul-07	195,9926289
Ago-07	198,627578
Sep-07	201,5520893
Oct-07	204,7280153
Nov-07	208,125634
Dic-07	211,7211406
Ene-08	215,4953281
Feb-08	219,4328706
Mar-08	223,5216041
Abr-08	227,751899
May-08	232,1161948
Jun-08	236,6086357
Jul-08	241,2247668
Ago-08	245,9612871
Sep-08	250,8158502
Oct-08	255,7869022
Nov-08	260,8735482
Dic-08	266,075444
Ene-09	271,3927065
Feb-09	276,8258413
Mar-09	282,375682
Abr-09	288,0433418
May-09	293,8301726

## ANEXO VII

Gráfico de las Proyecciones de la tendencia del IPCO  
Junio 2007- Mayo 2009



## Bibliografía

1. INEC (2007), **Serie histórica del índice de precios de los materiales, equipos y maquinarias para la construcción.** Nivel nacional.
2. Aguayo Escandón José (2007), Tesis de Grado: **Análisis multivariado de las ventas de una empresa de alimentos marzo 1994-Septiembre 2006**, Escuela Superior Politécnica del Litoral, Guayaquil-Ecuador.
3. Ojeda Noles Katuska (2005), Tesis de Grado: **Análisis estadístico de las causas de mortalidad más frecuentes en la Provincia de El Oro: Años 2000-2004**, Escuela Superior Politécnica del Litoral, Guayaquil-Ecuador.
4. Estévez Carolina y Gaudencio Zurita (2002), **La graduación en la ESPOL desde su fundación hasta Febrero 2002**, Escuela Superior Politécnica del Litoral, Guayaquil- Ecuador.
5. Torregrosa J.R. y Jordán Lluch Cristina (1987), **Teoría y problemas de álgebra lineal y sus aplicaciones**, Editorial McGraw\_Hill, segunda edición en español.

6. Demetra Versión 2.0, desarrollado para Eurostat por Jens Dosse y Servais Hoffmann.
7. GiveWin 2.30,
8. Muñoz Evelyn y Kikut Ana (1994), **El filtro de H-P: una técnica para la extracción de tendencia de una serie**, Departamento de investigaciones económicas del Banco Central de Costa Rica.
9. Pizarro Melania (2000), **El filtro Baxter-King, metodología y aplicaciones**, Departamento de investigaciones económicas del banco Central de Costa Rica.
10. Pavel Alejandro y Fernández Annia (2004), **Tendencia y ciclos en el Producto Interno Bruto de Cuba: Estimación con un modelo estructural univariante de series temporales**, Facultad de economía de la Universidad de la Habana.
11. J. Japan Statist. Soc. (2005), **Estimating the smoothing parameter in the so-called Hodrick-Prescott filter**, Vol. 35.

