



**ESCUELA SUPERIOR  
POLITECNICA DEL LITORAL  
FACULTAD DE INGENIERIA ELECTRICA**

“Análisis Dinámico de la Sincronización de  
un Generador Síncrono”

# **TESIS DE GRADO**

**Previa a la obtención del Título de  
INGENIERO EN ELECTRICIDAD  
Especialización POTENCIA**

**Presentada por:  
Miguel Vacas Quincha**

*Guayaquil - Ecuador*

**1989**

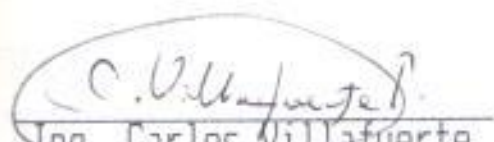
## DECLARACION EXPRESA

*"La responsabilidad por los hechos, ideas y doctrinas expuestos en esta tesis, me corresponden exclusivamente; y, el patrimonio intelectual de la misma, a la Escuela Superior Politécnica del Litoral".*

(Reglamento de exámenes y Títulos Profesionales de la  
ESPOL).

---

Miguel Humberto Vacas Quincha



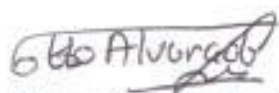
Ing. Carlos Villafuerte  
Subdecano de la Facultad de  
Ingeniería Eléctrica



Ing. Jorge Chiriboga V.  
Director de Tesis



Ing. Juan Gallo G.  
Miembro del Tribunal



Ing. Otto Alvarado M.  
Miembro del Tribunal

## RESUMEN

Esta tesis describe cuatro modelos matemáticos para la simulación de máquinas sincronas. Empleando el cuarto modelo, se estudia en detalle el comportamiento de la máquina durante la operación de sincronización utilizando el Programa de Modelaje de Sistemas Continuos (CSMP).

El efecto de los varios equipos auxiliares en los lazos de control de la máquina sincrónica tales como:

- El sistema de excitación
- El sistema gobernador de velocidades para turbina hidráulica y de vapor.
- El sistema de suministro hidráulico y vapor.

Además de los parámetros de la máquina y condiciones de incrementos de carga son estudiados en la operación de la sincronización.

Los comentarios son hechos de acuerdo a las variaciones de potencia activa, reactiva, deslizamiento, torque mecánico y voltaje.

## INDICE GENERAL

	Pag.
RESUMEN .....	VI
INDICE GENERAL .....	VII
INDICE DE FIGURAS .....	XVIII
INDICE DE TABLAS .....	XXX
INTRODUCCION .....	32
I. SINCRONIZACION DE MAQUINAS EN SISTEMAS DE POTENCIA.	36
1.1 Interrelaciones entre elementos dinámicos de sistemas de potencia .....	36
II. LAZOS DE CONTROL - SISTEMAS DE EXCITACION Y PRIMOMOTOR.	
2.1 El Sistema de Excitación .....	41
2.1.1 Representación de los sistemas de excitación .....	47
2.1.1.a Excitatrices .....	47
2.1.1.b Reguladores de Voltaje ...	56
2.1.1.c Estabilizadores .....	57
2.1.2 Modelaje - Diagrama de Bloques ....	59
2.1.2.a Excitatriz y Regulador de acción continua .....	60
2.1.2.b Sistemas Rectificador Rota-	

	Pag.
tivo .....	63
2.1.2.c Sistema Estático con suministro de voltaje y corriente terminal.	69
2.1.2.d Sistemas de acción no-continua .	70
2.2 Respuestas Dinámicas y Estáticas del Sistema de Excitación .....	73
- El Sistema por unidad .....	73
2.3 Consideraciones del sistema de control de excitación con respecto al lugar geométrico de las raíces .....	93
2.3.1 El efecto de la no - compensación ....	97
2.3.2 El efecto de la compensación .....	102
2.3.3 El efecto del generador cargado .....	111
2.4 El control carga - frecuencia automático ...	117
2.4.1 El control carga frecuencia primario .	116
2.4.2 El control carga frecuencia secundario	118
2.5 El control carga - frecuencia primario .....	125
2.5.1 El regulador isócrono .....	125
2.5.2 El regulador con caída de velocidad ..	127
2.5.3 El regulador con compensación de caída transitoria .....	130
2.5.3.a Respuesta de la válvula piloto y servopiloto .....	130
2.5.3.b Respuesta de la válvula	

	Pag.
distribuidora y puerta del servomotor .....	133
2.5.3.c Efecto de recuperación - caída transiente .....	135
2.5.4 Diagrama de bloques del regulador ....	136
2.6 La máquina matriz y los sistemas de suministro de energía .....	138
2.6.1 El sistema de suministro hidráulico y la máquina matriz .....	138
2.6.1.a La aceleración del agua .....	140
El golpe de ariete .....	140
El flujo de agua .....	144
2.6.1.b La aceleración de la máquina .	146
El par de impulsión - par resistente .....	146
La ecuación de oscilación ....	146
La aceleración de la máquina .	152
2.6.1.c Expresión general de la aceleración del agua y aceleración de la máquina ....	154
2.6.1.d Diagrama de bloques: suministro hidráulico - máquina matriz ..	156
2.6.1.e Diagrama de bloques general: Sistema gobernador de velocidad - turbina - suministro	

	Pag.
hidráulico .....	160
2.6.2 El sistema de suministro a vapor y la máquina motriz .....	162
2.6.2.a El flujo de vapor y el torque impulsor .....	169
2.6.2.b Diagrama de bloques general: Sistema gobernador de velocidad - turbina - suministro de vapor	177
2.6.2.c El efecto de la caldera .....	178
2.6.3 Respuestas dinámicas y estáticas del control carga - frecuencia .....	184
2.6.3.a Criterio para centrales hidráulicas .....	199
2.6.3.b Criterio para centrales a vapor	201
 III DINAMICA DE LA MAQUINA SINCRONA	 218
3.1 La máquina síncrona	218
3.1.1 Ecuaciones de enlaces de flujo .....	224
3.1.2 Ecuaciones de voltaje .....	232
3.2 La Transformación de Park .....	235
3.2.1 Ecuaciones de las corrientes en la forma de Park .....	235
3.2.2 Ecuaciones de los enlaces de flujo en la forma de Park .....	240
3.2.3 Ecuaciones de voltaje en la forma de	



	Pag.
4.1.2.a Componente reactiva sincrona	317
4.1.2.b Componente reactiva asincrona	318
4.1.3 Ecuación de áreas iguales - curvas características .....	318
4.1.3.a Ecuación de áreas iguales. Valores de deslizamiento pequeño .....	318
4.1.3.b Ecuación de áreas iguales. Valores de deslizamiento grande .....	325
4.2 Proceso de Sincronización de Generadores	331
4.2.1 Variación de Torques, deslizamiento, ángulo de carga en función del tiempo	331
4.2.1.a Generador Isócrono .....	335
4.2.1.b Generador con caída de Velocidad .....	336
4.2.2 Efectos de la excitación y Torque en la sincronización .....	336
4.2.2.a Análisis de Torque .....	336
4.2.2.b Análisis de Excitación .....	338
4.2.2.c Análisis en Conjunto .....	338
4.3 Sincronización con condiciones iniciales .	343
4.3.1 Condiciones iniciales de deslizamiento	343
4.3.2 Condiciones iniciales de torque ....	344

	Pag.
V FORMACION DEL SISTEMA - MODELAJE	346
5.1 Los modelos de las Máquinas Síncronas: Su clasificación y diferencias .....	350
5.1.1 Modelo I.-	
Enlaces de flujo de campo constante	
Corrientes de devanados amortiguadores	
( $i_{kd}$ , $i_{kq}$ ) despreciados. Despreciando	
la saliencia transiente .....	350
5.1.1.a Diagrama fasorial .....	351
5.1.1.b Circuitos equivalentes .....	357
5.1.1.c Discusión del modelo .....	360
5.1.2 Modelo II.-	
Despreciando todas las corrientes amor-	
tiguadoras y sus efectos .....	362
5.1.2.a Diagrama fasorial .....	362
5.1.2.b Circuitos equivalentes .....	366
5.1.2.c Discusión del modelo .....	371
5.1.3 Modelo III.-	
Corriente de devanado amortiguador en	
eje directo despreciado ( $i_{kd}$ ) Represen-	
tación del devanado amortiguador en eje	
en cuadratura .....	371
5.1.3.a Diagrama fasorial .....	372
5.1.3.b Circuitos equivalentes .....	381
5.1.3.c Discusión del modelo .....	388

	Pag.
5.1.4 Modelo IV.	
Consideración de los devanados amortiguadores .....	391
5.1.4.a Diagrama fasorial .....	391
5.1.4.b Circuito equivalente .....	405
5.1.4.c Discusión del modelo .....	414
5.2 Selección del modelo adecuado .....	415
5.2.1 Modelo escogido (modelo IV) .....	415
5.2.2 Ecuaciones .....	415
5.2.2.a Ecuaciones de voltaje .....	416
5.2.2.b Ecuaciones de enlaces de flujo	417
5.2.2.c Matriz impedancia - Análisis de sus elementos .....	418
5.2.2.d Torque eléctrico y Torque mecánico .....	425
5.2.3 Ecuaciones simplificadas - impedancias operacionales .....	427
5.2.3.a Ecuaciones simplificadas .....	427
5.2.3.b Las impedancias operacionales $X_d(d/dt)$ , $X_q(d/dt)$ , $G(d/dt)$ ..	428
5.3 Modelo de carga: La Barra Infinita .....	431

## VI EL FENOMENO DE LA SINCRONIZACION.

6.1 Análisis y formulación del fenómeno de sincronización .....	437
--	-----

	Pag.
6.1.1 Análisis del problema y su método de solución .....	437
6.1.2 Ecuaciones para la simulación - determinación de las variables .....	446
6.1.3 Condiciones iniciles presentes - constantes de la máquina .....	453
6.2 Método para resolver - Soluciones .....	465
6.2.1 Simulación analógica-digital del problema .....	465
6.2.1.a La Máquina Síncrona .....	465
6.2.1.b La carga eléctrica .....	468
6.2.1.c El sistema de excitación y el control carga-frecuencia .....	476
6.2.1.d El modelo del generador combinado con el sistema de excitación, controles carga - frecuencia y la carga eléctrica .....	478
6.3 Perturbaciones del Generador Síncrono .....	484
6.3.1 Oscilaciones forzadas .....	484
6.3.2 Oscilaciones libres .....	485
6.4 Analogía con el sistema mecánico .....	485
6.4.1 Ecuación Análoga torque mecánico - eléctrico .....	486
6.4.2 Análisis cuantitativo y cualitativo de la variación de las constantes de amor-	

	Pag.
tiguamiento y elasticidad (C y K) ....	492
6.4.2.a Coeficientes de torque de amortiguamiento y elasticidad (C y K) .....	492
Criterio de oscilaciones forza- das .....	492
Criterio de oscilaciones libres	494
Las constantes elásticas (K) y de amortiguamiento (C) .....	495
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES .....	502
APENDICE A	
EL SISTEMA POR UNIDAD .....	506
A-1 Normalizando las ecuaciones de enlace de flujo .....	508
A-2 Normalizando las ecuaciones de voltaje .....	518
A-3 Normalizando las ecuaciones de Potencia y torque .....	520
A-4 Normalizando la ecuación de oscilación .....	522
A-5 Síntesis de las cantidades base de una máquina síncrona .....	523
APENDICE B	
DATOS Y RESULTADOS DE LA SIMULACION.	
B-1.- Nomenclatura de la máquina síncrona empleada	530
B-2.- Datos de la Simulación .....	534

	Pag.
2-3.- Resultados de la Simulación .....	545
BIBLIOGRAFIA .....	558

## INTRODUCCION

Un generador sincrónico conectado a un sistema de potencia puede perder sincronismo debido a:

- 1.- Falla en los equipos de regulación de velocidad y/o voltaje en el Generador Eléctrico.
- 2.- Despeje de una falla con insuficiente rapidez.
- 3.- Repentino y gran cambio de carga.

En tales eventos la práctica convencional es desconectar la máquina del sistema, para luego reestablecer la energía; al llevar a cabo este último paso es usualmente una tarea difícil, complicada por muchos factores, entre los que se incluye la no familiarización del personal de operación y la presión del tiempo. Sin embargo, se puede optar por dos condiciones:

- 1.- Que la máquina permanezca conectada al sistema operando como un generador asincrónico, bajo ciertas condiciones dependientes de factores tales como: las pulsaciones de la potencia eléctrica, torque mecánico, respuesta del control carga frecuencia primario y sistema de excitación.

- 2.- Que la máquina en estado de reestablecimiento del

sistema, incremente la carga en pasos dependientes de los tiempos, de la estabilidad de la máquina y de sus lazos de control.

Para cualquiera de las condiciones, es necesario simular la máquina sincrónica en modelo que incluya los lazos de control.

En el capítulo # II se estudia y simula los lazos de control: Sistema de Excitación, Controles Carga Frecuencia para el caso de Centrales Hidráulicas y de Vapor. Los Sistemas de Excitación se estudian en referencia al reporte presentado por el Comité de Generación de Potencia del Instituto de Ingenieros Eléctricos y Electrónicos (IEEE). Respecto al Control de Carga - Frecuencia Automático, cuatro modelos básicos son presentados por esta tesis, los cuales son:

- 1.- Sistema Gobernador de Velocidad para Hidroturbinas.
- 2.- Sistema de Suministro Hidráulico.
- 3.- Sistema Gobernador de Velocidad para turbinas a Vapor.
- 4.- Sistema de Suministro a Vapor.

Para todos los lazos de control, una descripción física



se hizo para cada equipo, junto con una o más representaciones matemáticas en forma de diagrama de bloques.

En capítulos # III, IV, V, se estudia y modela la máquina sincrónica junto con la carga eléctrica para la simulación por medio del Programa de Modelaje de Sistemas Continuos (PMS) (24). La respuesta de la máquina ante variaciones de velocidad, como el caso de incrementos de carga en la sincronización, es función de la componente sincrónica y asincrónica de la máquina. La componente asincrónica depende tanto del deslizamiento como de los parámetros de la máquina, estos son: Las constantes de tiempo y reactancias de los devanados a considerar, es por esto, que el modelo de máquina escogido para la simulación hace referencia a estos parámetros. Para constatar el efecto de los parámetros de la máquina en el comportamiento de esta, se realizan estudios teórico-práctico de pérdida de campo, rechazo y subida abrupta de carga en capítulo # III.

Al modelar la máquina en capítulo # V se escogió uno de los modelos, el cual consta de cinco circuitos eléctricos: dos de la representación de los devanados de los generadores (eje directo y eje en cuadratura), dos de representación del circuito equivalente de armadura y uno para el devanado de campo. Las ecuaciones que se desarrollan son cinco para los cinco circuitos y una

esta ecuación de movimiento relacionando al torque electromagnético, torque de carga e inercia. De la matriz de impedancia determinada por los 5 circuitos se definen los fenómenos: Voltajes Transformadores y Generadores y su comportamiento según el estado estable o transiente de la máquina.

En el capítulo # VI las ecuaciones de la máquina síncrona son ligeramente modificadas a fin de simularlas en el Programa de Modelaje de Sistemas Continuos (CSMP) (24). De igual manera en este capítulo se define los valores de carga a ser simulados. Una vez realizados todos los diagramas de simulación, esto es, máquina eléctrica, bloques de control y carga eléctrica se estudia el acoplamiento entre ellos desde el punto de vista de compatibilidad de los valores por unidad, tanto en magnitud, como en tiempo. El apéndice A define el sistema por unidad utilizado, el cual es el sistema por unidad de Base L<sub>44</sub> nacional y en el apéndice B constan los resultados de las diferentes corridas.

## CAPITULO I

## DINAMICA DE MAQUINAS EN SISTEMAS DE POTENCIA

## 1.1. INTERRELACIONES ENTRE ELEMENTOS DINAMICOS DE SISTEMAS DE POTENCIA. -

Para estudiar la dinámica de sistemas de potencia, es necesario simular los cinco modelos básicos ilustrados en la figura # 1.1. El modelo del generador, el modelo de excitación, el modelo del sistema del gobernador de velocidad, mas el efecto de la turbina y suministro hidráulico o de vapor, el modelo de sistema de transmisión y el modelo de la carga.

El sistema de transmisión es representado junto con la carga como una suma de resistencias en serie  $R_L$ , siendo la resistencia combinada de las líneas, transformador y carga. Además de lo anterior, también se representa una reactancia  $X_L$  la cual incluye la reactancia de pérdida del transformador, la de las líneas y de la carga.

Debido a que estamos interesados en el comportamiento del generador con sus componentes auxiliares, nuestra

mayor parte del estudio se centra en el análisis de los tres primeros modelos.

En todo sistema de potencia, los ingenieros están interesados en el problema de mantener el sistema en un estado de operación normal, por medio del control continuo automático de anillo cerrado. Como la demanda varía el estado del sistema cambia. El sistema de control automático detecta estos cambios, e inicia en tiempo real un juego de acciones las cuales eliminan rápida y efectivamente como sea posible las variaciones de estado.

La Figura # 1.2 describe los dos anillos de control internos, con los cuales los más grandes generadores son equipados.

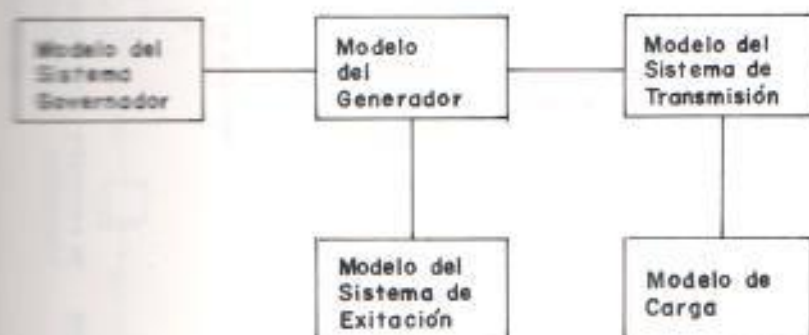


FIGURA # 1.1 Modelos de simulación para estudio dinámico de un sistema de potencia.

El anillo regulador de voltaje automático controla la magnitud del voltaje terminal;  $e_t$ . El voltaje

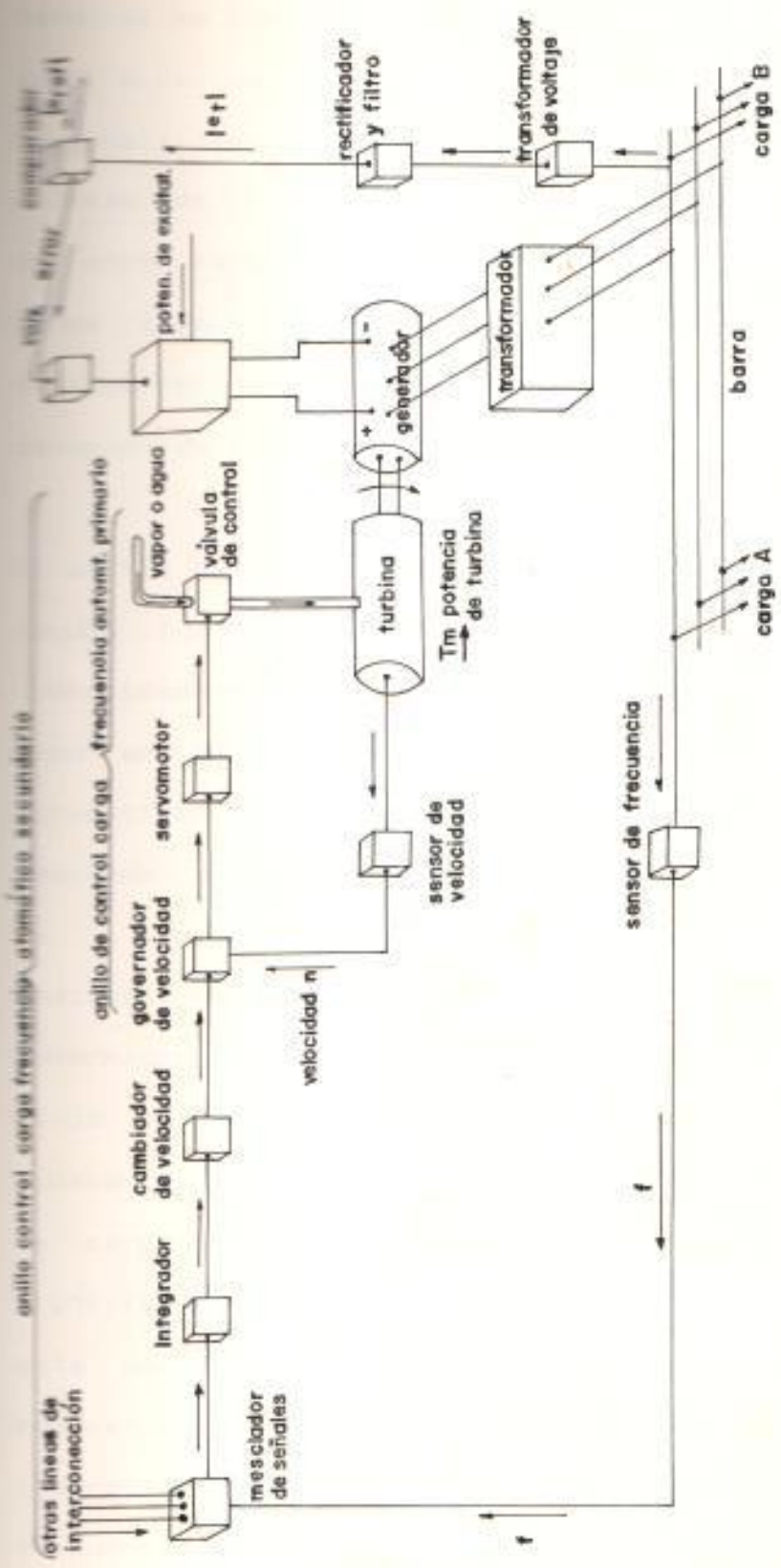


Figura 1.2  
Los anillos de control carga - frecuencia automático  
y regulador de voltaje de un generador síncrono

terminal es continuamente sensado y rectificado, este voltaje d.c., es proporcional a la magnitud del voltaje terminal:  $|e_e|$ , la cual es comparada con el voltaje de referencia d.c.:  $|e_{ref}|$ . El voltaje de error resultante, después de la amplificación, sirve como la entrada a la excitatriz, la cual finalmente entrega el voltaje de campo  $e_{fd}$  al devanado de campo del generador.

El anillo de control de carga - frecuencia automático regula los megavatios de salida y la frecuencia (velocidad) del generador. Este anillo no es único como en el caso de anillo regulador de voltaje automático. Un anillo primario de acción rápida responde a una señal de frecuencia, la cual, como se menciona en el capítulo II es una medida indirecta del balance de megavatios. Por medio del gobernador de velocidad y las válvulas de control, el flujo de vapor o agua es regulado con el intento de igualar los megavatios de salida ante fluctuaciones de carga relativamente rápidas. Cambios rápidos significa que se lleva a cabo en unos segundos. De esta manera, se tiende a mantener un balance de megavatios; este anillo primario desarrolla indirectamente un curso de velocidad o control de frecuencia.

El anillo secundario más lento mantiene el ajuste fino de la frecuencia y también "restablece" acciones con el fin de mantener apropiado intercambio de potencia con otros generadores. Debido a que este anillo es no sensitivo a cambios rápidos de carga y frecuencia, esta tesis sólo analiza el anillo de control carga - frecuencia primario.

El diagrama de la figura # 1.3 incluye los bloques funcionales para el variador de velocidad del gobernador y para el control de generación automática, igualmente describe los anillos primario y secundario del control carga frecuencia.

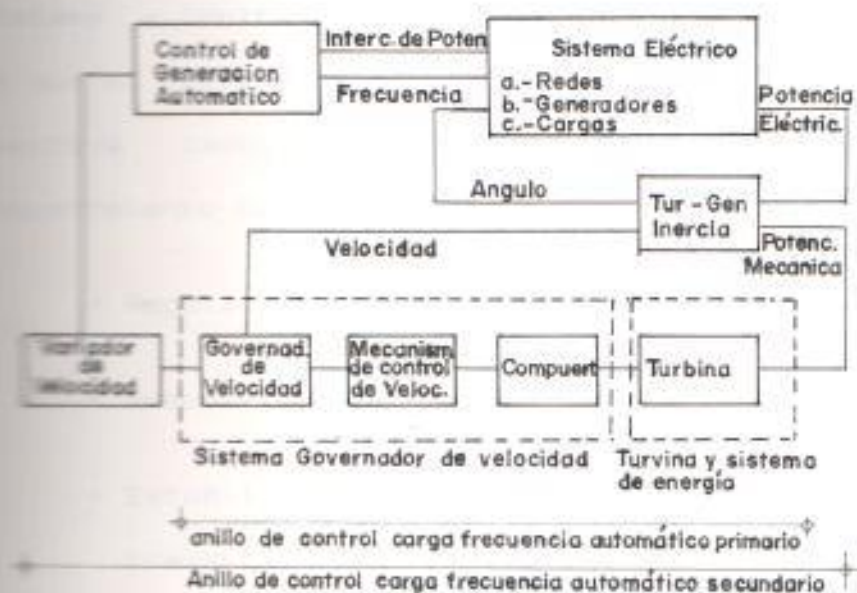


Figura 1.3

EL ANILLO DE CONTROL CARGA - FRECUENCIA PRIMARIO Y SECUNDARIO

## CAPITULO II

## UNIDADES DE CONTROL - SISTEMAS DE EXCITACION Y PRIMOMOTOR

## 2.1 SISTEMA DE EXCITACION

Considerando la configuración física de las componentes usadas en un sistema de excitación como el arreglo dado en figura # 2.1,  $(e_g)$  es el voltaje terminal del generador aplicado a la entrada del filtro el cual debido a que su constante de tiempo es muy pequeña puede ser considerada cero.

El regulador de voltaje es la inteligencia del sistema y controla la salida de la excitatriz a fin de que el voltaje generador, y la demanda de potencia reactiva cambien en la manera deseada. Los requerimientos de un buen regulador de voltaje son:

- Regulación
- Respuesta en circuito abierto
- Estabilidad en estado permanente y respuestas transitorias.

En el lenguaje del sistema de excitación los sistemas



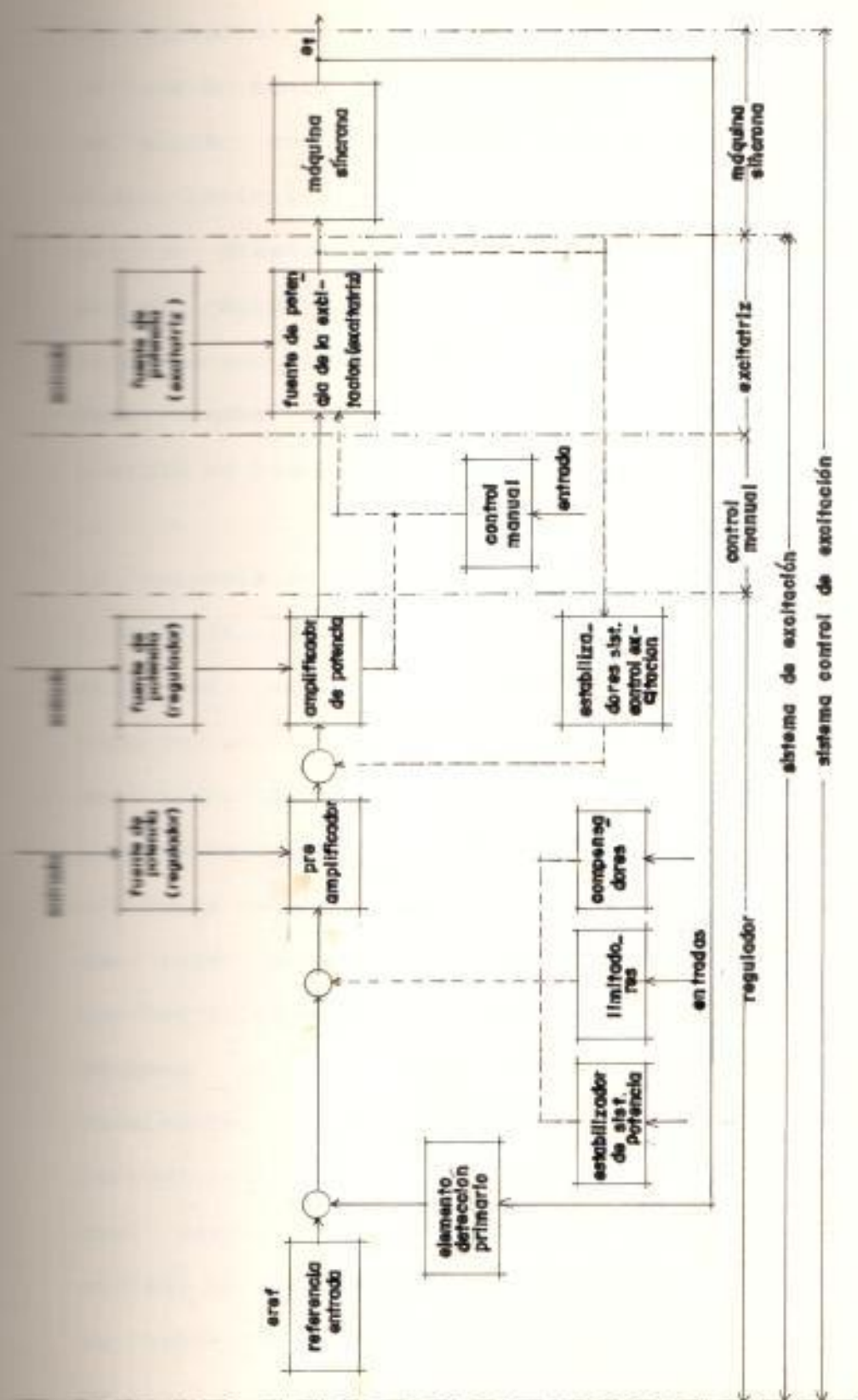


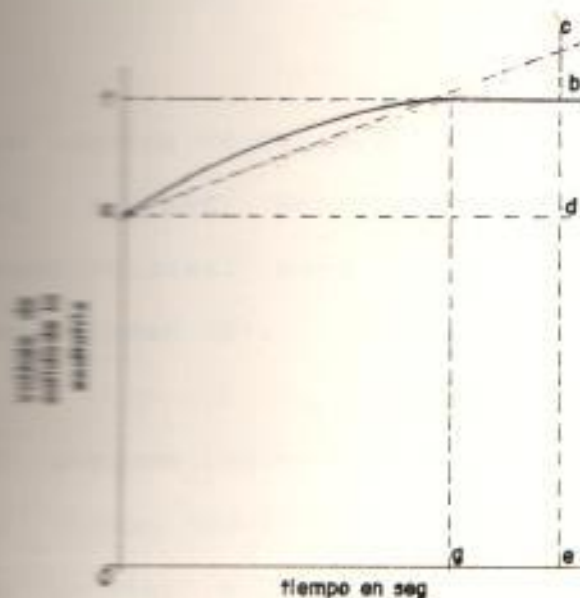
Figura 2.1

Sistema de control de excitación

de regulación se clasifican en sistemas de regulación de acción continua y los de acción no continua. Los de acción continua inicia la corrección ante un cambio infinitesimal en la variable a ser controlada, son de diseño electrónico de alta ganancia y de acción rápida, en cambio que los de acción no continua son electromecánicos, tienen zonas muertas y considerados como lentos debido a la fricción e inercia de las partes en movimiento.

La respuesta de voltaje es gobernada por el generador y la excitatriz, debido a la alta inductancia de sus devanados, en el caso de la excitatriz D.C., como también en el caso del devanado de campo del generador, para el cual existe la dificultad de cambios rápidos en la corriente de campo. Este efecto introduce considerable atraso o en que en el diagrama del lugar geométrico de las raíces se traduce como que los polos de éstos, estén cerca del origen. El esquema de la señal estabilizante de voltaje usualmente relaciona ya sea una realimentación derivativa o una compensación de atraso-adelanto, la cual desplaza al lugar geométrico de las raíces del sistema de excitación a un lugar más estable, donde su respuesta dinámica sea más amortiguada dependiendo de las constantes del estabilizador (2).

Para mejorar la estabilidad dinámica del sistema de potencia se ha ampliado el uso de otras señales de entrada tales como velocidad, frecuencia y potencia de aceleración. Existe en la práctica dos criterios en uso que relaciona la capacidad de una excitatriz a forzar cambios en el flujo principal del generador. El primero de estos criterios es la relación de respuesta de la excitatriz. Considérese el esquema de la figura # 2.2 que muestra una curva del voltaje de salida de la excitatriz como función del tiempo, esta curva se obtiene de la prueba de vacío con el voltaje terminal de la excitatriz inicialmente igual al voltaje nominal del campo principal del generador. El voltaje en el control de campo de la excitatriz es súbitamente elevado al voltaje del regulador máximo  $V_{RMAX}$ ; el voltaje de la excitatriz o del campo del generador en circuito abierto es impulsado en su razón máxima a su voltaje de techo a lo largo de la línea (ab) para un tiempo de 0.5 segundos. El tiempo  $\Delta t = 0.5$  seg, se escoge debido a que está alrededor del intervalo de tiempo del regulador mas antiguo (electromecánico), dado según el lapso que existe entre el reconocimiento de un cambio en el voltaje de salida y el correspondiente corte en los elementos de reóstato de campo de la excitatriz. Según la fig. # 2.2 el área (adb) en voltio-segundo se determina y la pendiente es construida en tal forma que el área



ac = Voltaje de campo nominal de la máquina síncrona

ae = 0.5 segundos

af = 95 % del voltaje de techo de la excitatriz menos el voltaje de campo nominal de la máquina síncrona

ag = Tiempo de respuesta de voltaje

a = Tiempo de inicio del disturbio

$$\text{Relación Respuesta} = \frac{ae - ag}{(ac) (ae)}$$

Figura 2.2

Respuesta de voltaje del sistema de excitación

(acc) es igual a (adb). Entonces la relación de respuesta de la excitatriz se define como:

$$\text{RELACION DE RESPUESTA} = \frac{ce - ao}{(ao)(oe)} = \frac{cd}{0.5 (ao)} \quad (2.1)$$

Los valores de éstas, que están entre los estándares 0.5 y las muy altas 2.0 - 3.5 o aún más especificadas, para algunas máquinas por razones de estabilidad (2).

El segundo índice de comportamiento está relacionado al tiempo (duración) bajo las condiciones de prueba de la fig. # 2.2 para una excitatriz que eleva el voltaje hasta el 95% del voltaje de techo. Una excitatriz que llega al 95% del voltaje de techo en 0.1 seg. o menos, se define como una excitatriz de alta respuesta inicial, ésta se aplica para el caso de excitatrices de estado sólido.

Es razonable que una excitatriz con un alto voltaje de techo llegue a un nivel de voltaje más rápido que una excitatriz con un voltaje de techo más bajo, debido a que ella se satura en un valor más alto. Hablando en términos generales de estabilidad, una excitatriz de alta respuesta inicial tiene una alta influencia en la primera oscilación.

### 2.1.1 Representación de los Sistemas de Excitación.

Para la comprensión de la operación de la máquina síncrona en estado permanente y transitorio, es necesario entender la operación de las excitatrices y reguladores de voltaje, la elaboración de sus modelos matemáticos y la influencia que tienen sobre la carga, es por esto que en las siguientes secciones se presenta un análisis breve de estos dispositivos, basándonos en los reportes presentados por el comité de generación de Potencia del Instituto de Ingenieros Eléctricos y Electrónicos. (13) (15).

#### 2.1.1.a Excitatrices.

##### EXCITATRICES D.C.

Existe tres tipos de excitatrices generalmente utilizadas:

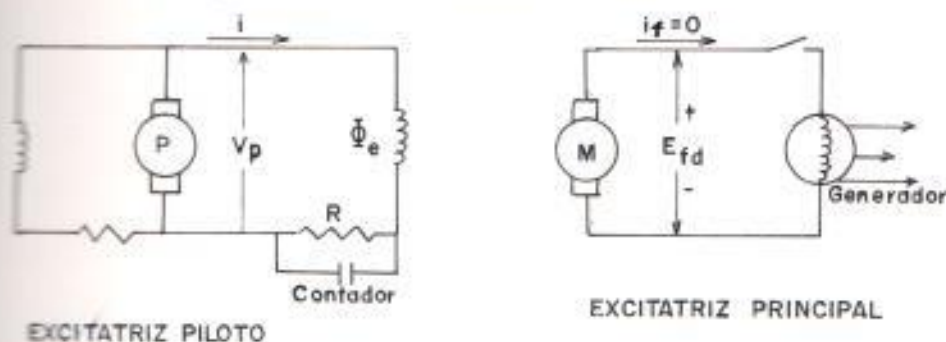


Fig. # 2.3 Excitatriz excitada separadamente.

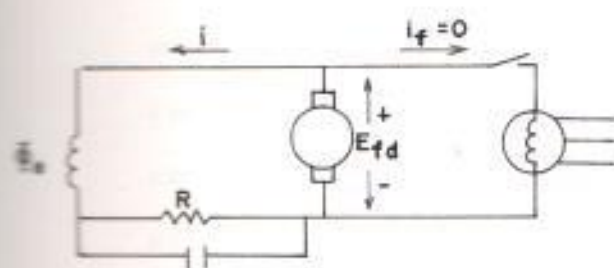


Fig # 2.4 Excitatriz auto excitada

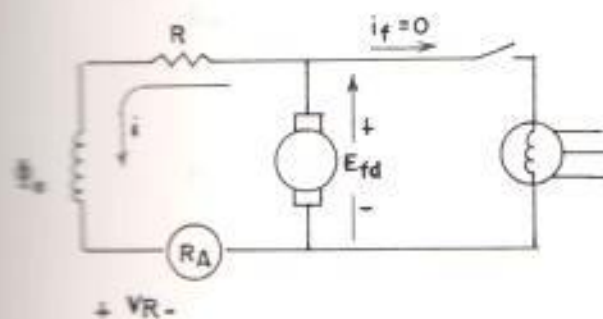


Fig. # 2.5 Excitatriz autoexcitada con un amplificador rotacional.

- Excitatriz excitada separadamente fig. # 2.3.
- Excitatriz autoexcitada fig. # 2.4.
- Excitatriz autoexcitada con un amplificador rotacional fig. # 2.5.

Ellas son descritas a continuación:

Considerando el caso de la excitatriz excitada separadamente (fig. # 2.3), la caída de voltaje alrededor de las conexiones terminales de la excitatriz piloto es:

$$\frac{d\bar{\phi}_e}{dt} + R i = V_p \quad (2.2)$$

Donde:

$\bar{\phi}_e$  = enlace de flujo del campo de la excitatriz principal (Wb vueltas)

$R$  = resistencia de campo de la excitatriz principal ( $\Omega$ ).

$i$  = corriente (A).

$V_p$  = voltaje de la excitatriz piloto

$\phi_e$  = flujo en el campo.

Si  $\frac{d\bar{\phi}_e}{dt} = N \frac{d\phi_e}{dt}$ , esto es: los enlaces de

flujo del campo en términos de flujo y si además, el voltaje de la excitatriz piloto es tratado como constante, obtenemos una ecuación en función de  $i$



y  $\phi_m$ , ya que estos son dependientes de la saturación, la ecuación resultante es no-lineal:

$$N \frac{d\phi_m}{dt} + R i = V_a \quad (2.3)$$

La curva de magnetización está dada en términos de  $E_{ra}$  vs.  $i$ , fig. # 2.6.  $E_{ra}$  que es dado en términos del flujo del campo, luego:

$$E_{ra} = K \phi_m = \text{Voltaje de campo de entrada al generador} \quad (2.4)$$

Donde  $K$  es una constante y  $\phi_m$  es el flujo principal del entrehierro, y si además, sabemos que el flujo de campo es la suma del flujo principal mas el de dispersión, esto es:

$$\phi_m = \phi_a + \phi_d \quad (2.5)$$

Donde  $\phi_d$  = flujo de dispersión.

Se puede considerar que el flujo de dispersión  $\phi_d$  es proporcional al flujo principal  $\phi_a$ , luego:

$$\phi_d = c \phi_a \quad (2.6)$$

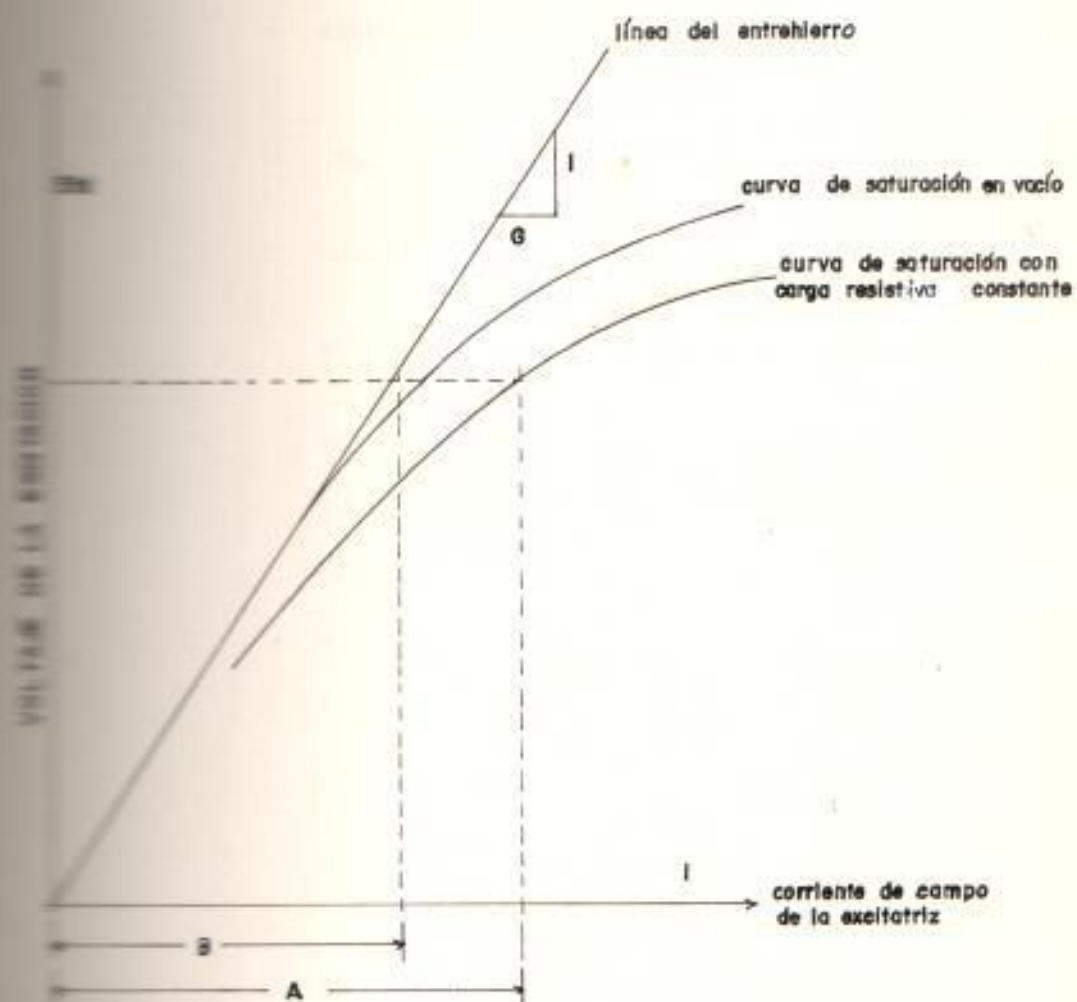


Figura 2.6

Curva de saturación de la excitatriz demostrando el procedimiento para calcular la función de saturación  $S_e$

Donde  $c$  es otra constante, según esta última expresión, la ecuación (2.5) se convierte en:

$$\theta_w = (1+c) \theta_m = \sigma \theta_m \quad (2.7)$$

donde:

$\sigma = (1 + c) =$  coeficiente de dispersión

Si la ecuación (2.7) la introducimos en (2.4), luego la derivamos y la multiplicamos por  $N$ , obtenemos:

$$\frac{d\theta_w}{dt} = \frac{dE_{rd}}{dt} \frac{\sigma}{k}$$

$$N \frac{d\theta_w}{dt} = \frac{N\sigma}{k} \frac{dE_{rd}}{dt}$$

Si reemplazamos  $N\sigma/k$  por  $\tau_w$  la ecuación (2.3) se convierte en:

$$\tau_w \frac{dE_{rd}}{dt} + R i = V_p \quad (2.8)$$

La ecuación (2.8) es todavía no-lineal debido a la relación de  $E_{rd}$  vs.  $i$ .

De una manera similar se puede obtener la ecuación que define a la excitatriz

autoexcitada

$$N \frac{d\theta_w}{dt} + R i = E_{rd}$$

Considerando los flujos, la ecuación resultante no lineal es la misma que (2.8)

$$\tau_w \frac{dE_{rd}}{dt} + R i = E_{rd} \quad (2.9)$$

Donde  $\tau_w$  obtiene el mismo valor que en el caso anterior. Para el caso de la excitatriz autoexcitada con amplificador rotacional, se tiene:

$$\tau_w \frac{dE_{rd}}{dt} + R i = E_{rd} + V_R \quad (2.10)$$

donde:

$V_R$  = voltaje del regulador

#### LA FUNCION SATURACION

La función de saturación de la excitatriz es definida como  $S_e$  y representa el requerimiento incremental de la excitación de la excitatriz debido a la saturación, está dado por :

$$S_e = \frac{A - B}{B} \quad (2.11)$$

A y B es definido como la excitación de la excitatriz (i) para producir un voltaje de salida ( $E_{rd}$ ) en la curva de saturación de carga a resistencia constante (punto A) y en la línea del entrehierro (punto B). Fig. # 2.6.

La función  $S_e$ , es no-lineal y puede ser aproximada a una función lineal conveniente a través del rango de operación (Apéndice B referencia 2). Si la línea del entrehierro tiene pendiente  $1/G$ , la corriente saturada total está dada por:

$$i = G E_{rd} (1 + S_e) = G E_{rd} + G E_{rd} S_e \quad (2.12)$$

Sustituyendo (2.12) en (2.10) para el caso de una excitatriz autoexcitada con amplificador rotacional se obtiene:

$$E_{rd} = (V_R - E_{rd} S_e) / (k_w + \tau_w s) \quad (2.13)$$

donde  $K_w = RG - 1$

$s$  = la transformada de Laplace

El diagrama de bloques representativo de la ecuación (2.13) es dado en la figura # 2.7.

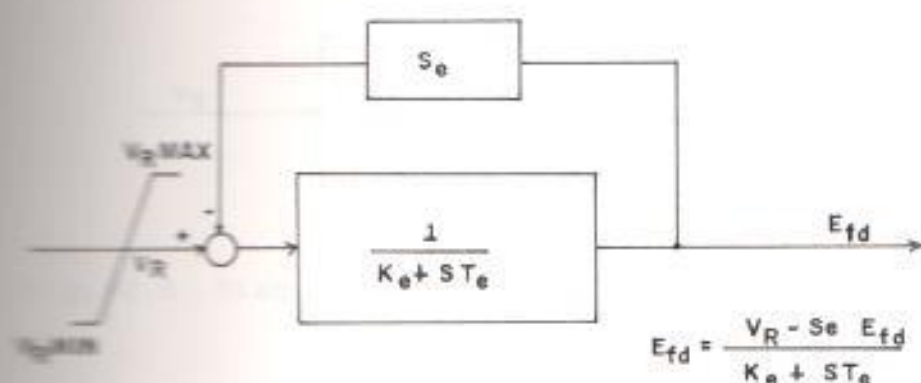


Figura # 2.7 Diagrama de bloques de una excitatriz autoexcitada con amplificador rotacional con su función saturación.

### EXCITATRIZ A.C.

Las excitatrices modernas son de estado sólido, estas pueden llegar a un voltaje de techo sin ningún retardo apreciable. En sistemas de este tipo, el retardo de tiempo se debe a los amplificadores y otros circuitos. El voltaje del campo depende solamente de

este tipo de retardo. La representación matemática de estas excitatrices es la misma que una excitatriz D.C. con  $S_e=0$ , ganancia  $K_e$  y retardo  $T_e$ .

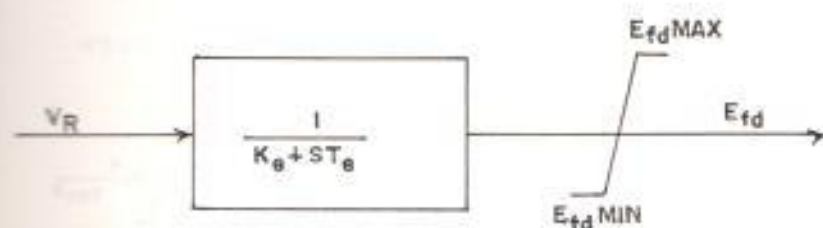


Fig.#2.8 Diagrama de bloques de excitatriz A.C.

### 2.1.1.b Reguladores de Voltaje

Como en el caso de las excitatrices, los modernos reguladores de voltaje se fabrican de varias formas, estos incluyen amplificadores magnéticos, rectificadores controlados y máquinas rotativas. Además, los reguladores de voltaje deben desempeñar otras funciones relacionadas con el control de excitación, por ejemplo: límites de máxima-mínima tensión. Para fines de simulación, cada uno de estos equipos se representa por un amplificador con una ganancia  $K_e$  y constante de

tiempo  $\tau_w$  y límites de salida máximos y mínimos del regulador ( $V_{RMAX}$ ,  $V_{RMIN}$ ) con parámetros seleccionados, para obtener las mejores características de un aparato específico.

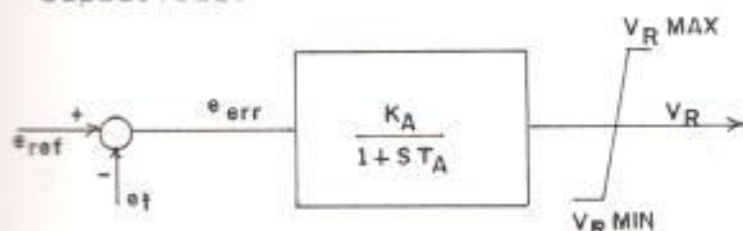


Fig. # 2.9 Diagrama de bloques de un regulador.

### 2.1.1.c Estabilizadores.

Adelantando el criterio  $\alpha$  que se concluye en la sección (2.3.1), el efecto de la compensación en el sistema de excitación (2), hace que en este suceda lo siguiente:

La respuesta en el sistema de excitación es gobernada por los polos de la excitatriz y del generador, los cuales son muy cercanos al origen en el lugar geométrico de las raíces,



cualquier variación ocasiona que el sistema se traslade al modo inestable. Esto es mejorado por:

a) Moviendo el polo de la excitatriz hacia la izquierda del plano (s), lo cual requiere que su ganancia tenga un valor muy grande.

b) Moviendo el polo del generador a la izquierda, para lo cual necesitaríamos modificar el diseño del generador.

c) Añadiendo alguna clase de compensación, que dirija al gráfico a una forma más favorable de estabilidad. De las tres posibilidades la (c), es la de interés práctico.

La compensación es derivativa o de atraso-adelanto. El diagrama de bloques del estabilizador es dado en la figura # 2.10 donde  $K_e$  y  $T_e$  son las ganancias y constantes de tiempo del estabilizador.



Fig.#2.10 Diagrama de bloques de un estabilizador

### 2.1.2 Modelaje - DIAGRAMA DE BLOQUES

El grupo de trabajo de Generación de potencia de la IEEE reunido en 1960 y cuyo informe final lo presentaron en 1967 (13), estandarizó la representación de los sistemas de excitación en cuatro tipos diferentes e identificó sistemas comerciales específicos para cada tipo.

Este comité de IEEE emitió un segundo reporte en 1981 (15), el cual es una extensión del trabajo presentado en 1967, éste define a los modelos hasta la fecha de su edición.

Los tipos de Sistemas de excitación que estandarizó el comité de Generación de Potencia de la IEEE son:

Sistema tipo # 1: Excitatriz y regulador de acción continua.

Sistema tipo #1a: Sistema rectificador controlado con suministro de voltaje terminal.

Sistema tipo # 2: Sistema rectificador rotativo.

Sistema tipo # 3: Sistema con suministro de voltaje y corriente terminal.

Sistema tipo # 4: Sistemas de acción no-continua.

A continuación se da un breve resumen de cada tipo.

#### 2.1.2.a Excitatriz y Regulador de Acción Continua

Define a los sistemas de excitación del tipo D.C., los cuales utilizan un generador de corriente directa con un conmutador como la fuente de excitación.

Según el informe de 1981 (15) el modelo

sistema tipo # 1, consiste en los tipos DC1 y DC2.; siendo el DC1 la excitatriz con conmutador cuyo campo es controlado con regulador de voltaje de acción continua, como son: los reguladores amplificadores rotacionales y amplificadores magnéticos, ejemplos de este tipo son: el General Electric con regulador de amplidina, el Westinghouse con regulador Mag-A-Stat. El tipo DC2 es usado para representar las excitatrices con conmutador, cuyo campo es controlado con regulador de acción continua, en él que su suministro es obtenido a través del propio generador o de barras auxiliares.

Ejemplo del modelo tipo # 1, así como su diagrama de bloques, son dados en las figuras # 2.11 y 2.12.

#### SISTEMA RECTIFICADOR CONTROLADO CON SUMINISTRO DE VOLTAJE TERMINAL.

Es un caso especial del tipo # 1.

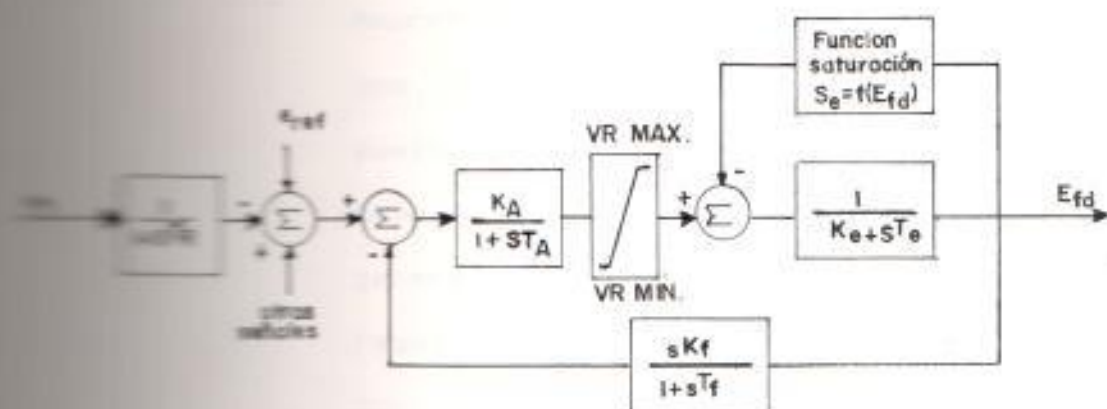


Figura 2.11

Representación del sistema de excitación tipo 1 - Diagrama de bloques

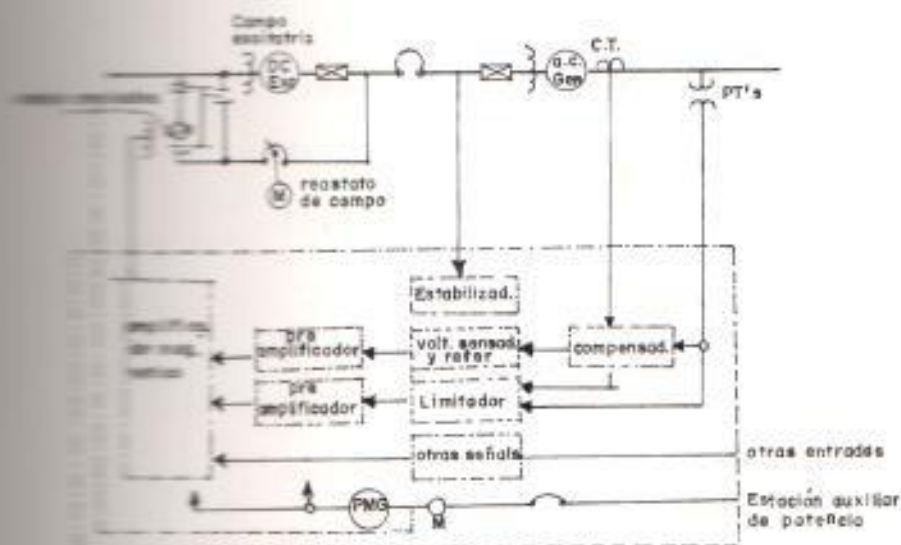


Figura 2.12

Sistema de control de excitación con excitatriz generador conmutador d.c. tipo 1

Representa todos los sistemas en los que la potencia de la excitación es suministrada a través de un transformador, desde los terminales del generador (o barras auxiliares) y es regulada por un rectificador controlado. Un sistema de este tipo responde rápidamente; además, su voltaje de techo es proporcional al voltaje terminal. Según el reporte de 1981 (15), el tipo al que se hace referencia se define como ST1.

Ejemplo del modelo tipo 1, así como su diagrama de bloques son dados en las figuras # 2.13 y 2.14.

El sistema de excitación empleado en la central Paute es de este tipo y su representación equivalente es dada en la figura # 2.15.

#### 2.1.2.b Sistema Rectificador Rotativo.-

Estos sistemas de excitación usan un alternador de corriente alterna y

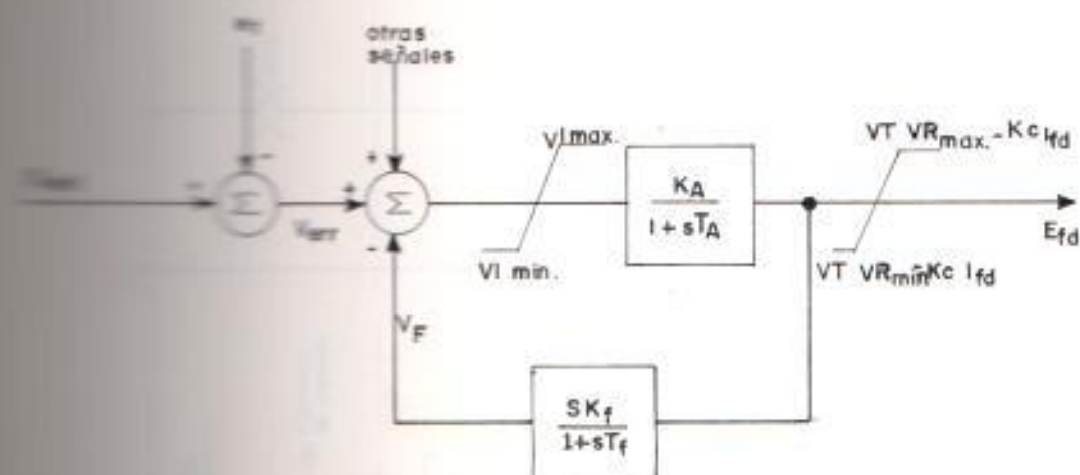


Figura 2.13

Representación del sistema de tipo 1s diagrama de bloques

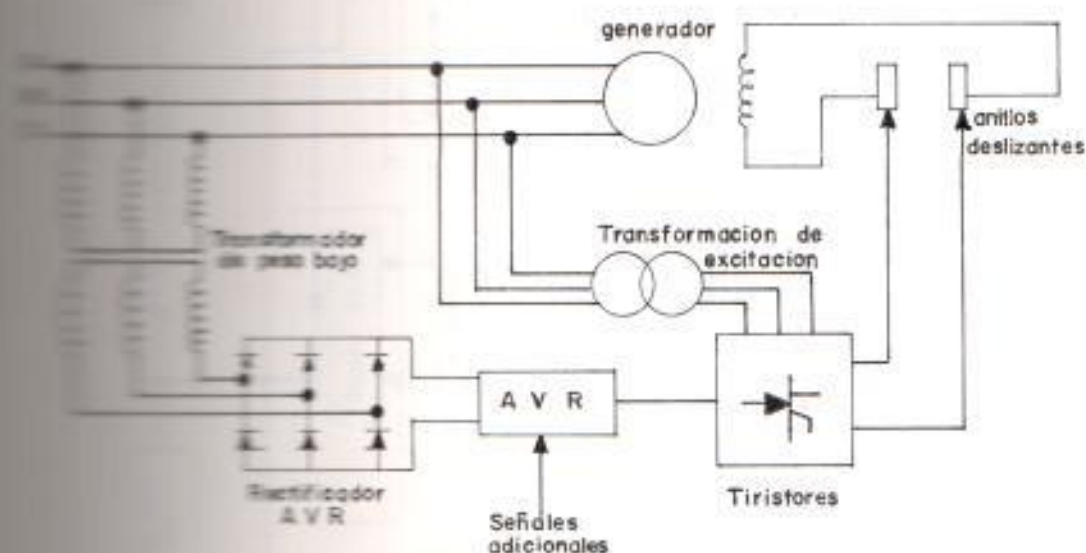


Figura 2.14

Excitatriz de tiristores, alimentación desde los terminales del generador

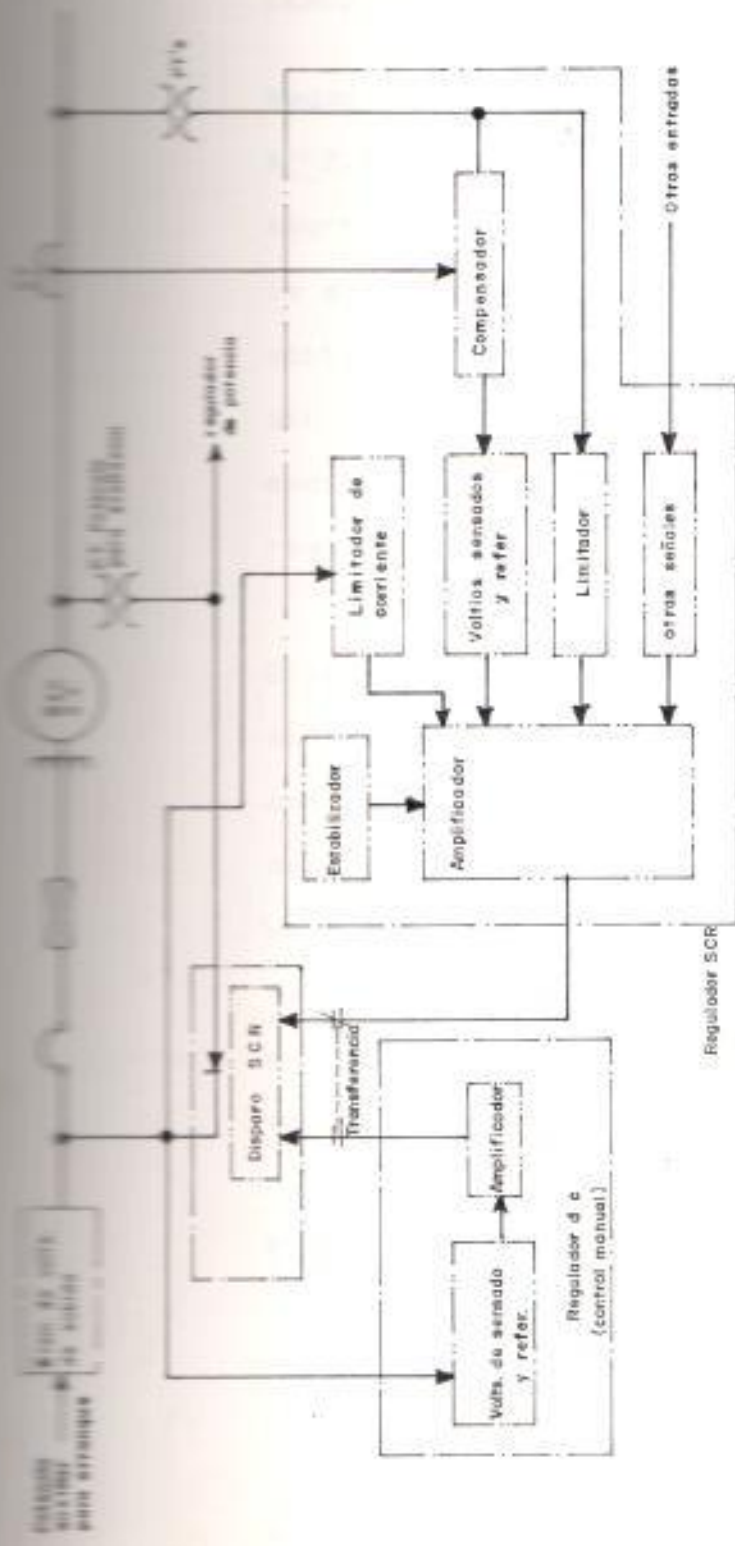


Figura 2.15

Sistema de control de excitación con excitatriz rectificadora con fuente de potencia (Transformadores de voltaje)



rectificadores rotativos para producir la corriente D.C, necesaria para el campo del generador.

Según el diagrama de bloques de la fig. # 2.17, éste incorpora anillos de amortiguamiento que se originan desde la salida del regulador y no, desde el voltaje de excitación, ya que al ser sin escobillas, el voltaje de excitación no es disponible para realimentar.

Existen dos constantes de tiempo que aparecen en el anillo de amortiguamiento  $\tau_{e1}$  y  $\tau_{e2}$ , uno de los cuales se aproxima al retardo de tiempo de la excitatriz y es considerada de mayor amortiguamiento, y el segundo que es de menor amortiguamiento para amortiguar altas frecuencias.

El reporte de IEEE de 1981 (15) denomina a los de este tipo como A.C.

El circuito representativo como el diagrama de bloques son dados en las figuras # 2.16, #2.17 y # 2.18.

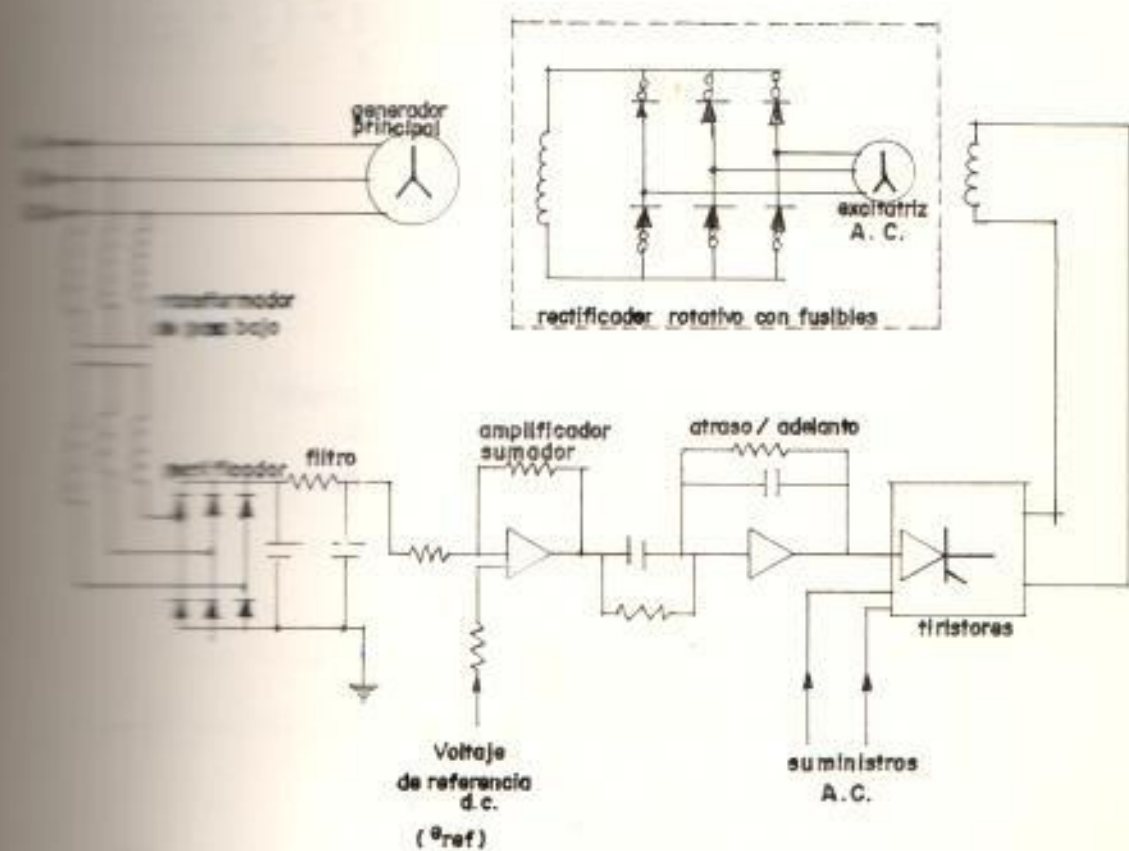


Figura 2.16

Excitatriz A.C. con rectificadores rotativos

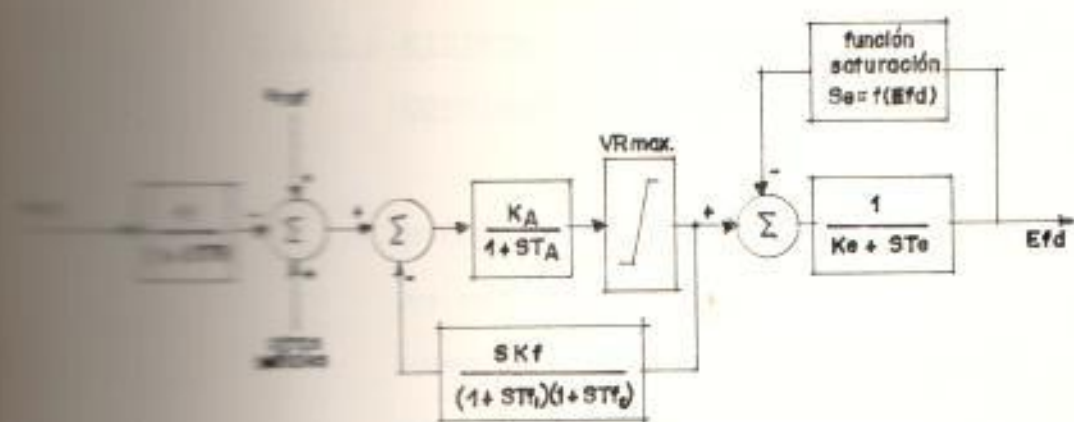


Figura 2.17  
Representación del sistema de  
excitación tipo 2  
Diagrama de bloques

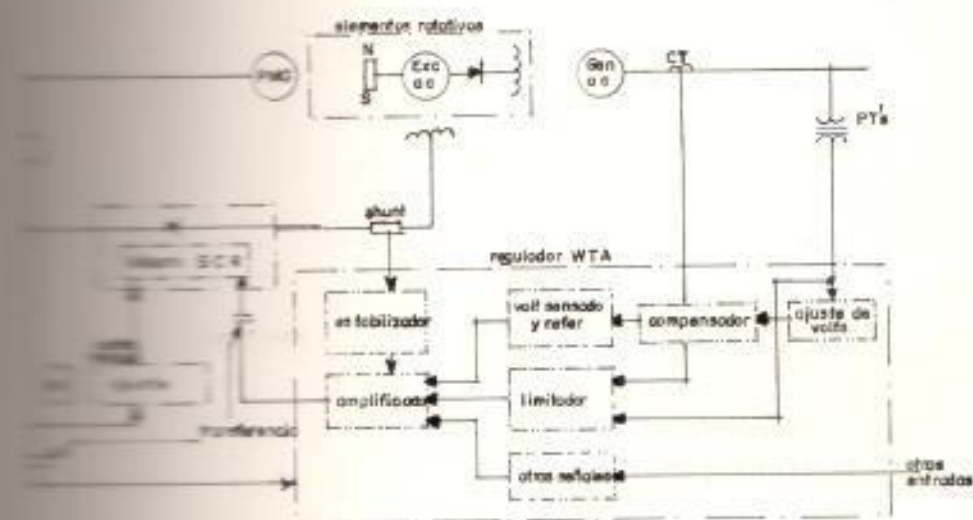


Figura 2.18  
Sistema de control de excitación con excitatriz  
rectificador alternador empleando rectificadores rotativos

### 2.1.2.c SISTEMA CON SUMINISTRO DE VOLTAJE Y CORRIENTE TERMINAL

Algunos sistemas usan una combinación de inteligencia de corriente y voltaje, como una señal de realimentación, para ser comparada con la señal de referencia, como en la figura # 2.18.

Aquí el regulador y la entrada filtrada son similares al tipo # 1.

Sin embargo, la señal denotada por  $V_B$  incorpora información alimentada directamente desde  $e_t$  con información añadida de  $I_t$ ,  $I_{fd}$ . De esta manera,  $V_c$  representa la autoexcitación, desde los terminales del generador, las constantes  $K_p$  y  $K_s$  son factores proporcionales indicando la proporción del voltaje Thevenin ( $V_{th}$ ) debido a la información de corriente potencial.

El multiplicador responde a las variaciones de autoexcitación ante cambios en la relación angular de la corriente de campo  $I_{fd}$  y el voltaje de

autoexcitación.

Según el reporte de IEEE de 1981 (15) a este modelo pertenecen los sistemas ST2 y ST3.

El circuito representativo así como su diagrama de bloques son dados en las figuras # 2.19 y # 2.20.

#### 2.1.2.d SISTEMAS DE ACCIÓN NO CONTINUA.

Los sistemas anteriores son similares en el sentido que todos ellos son de acción continua con alta ganancia y de acción rápida. Sin embargo, algunos sistemas son de diseño antiguo y de acción no continua, esto es, ellos tienen zonas muertas, en las cuales el sistema opera esencialmente en anillo abierto y caracterizados como lentos, debido a la fricción e inercia de las partes en movimiento.

Estos sistemas responden básicamente a

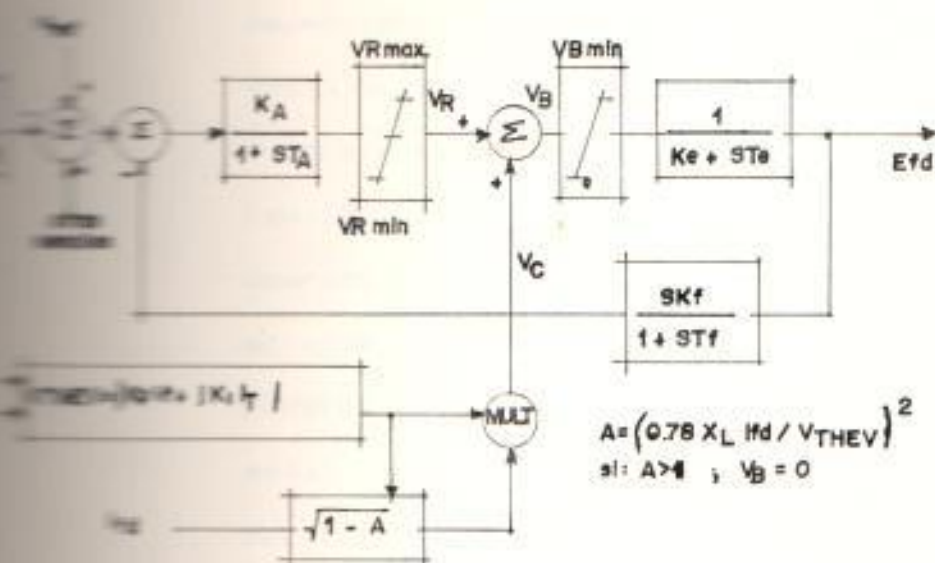


Figura 2.19  
 Representación del sistema de excitación  
 tipo 3  
 Diagrama de bloques

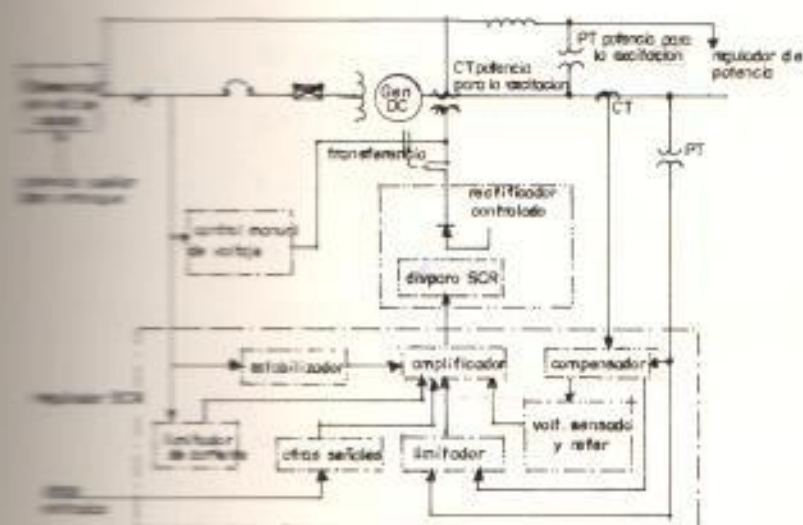


Figura 2.20  
 Sistema de control de excitación  
 con excitatriz rectificador compuesto

dos velocidades diferentes, dependiendo de la magnitud del error de voltaje, esto es:

- Para errores pequeños, el ajuste se realiza por medio de un reóstato operado por un motor. Para grandes errores, los resistores son rápidamente puestos en corto o insertados y una señal forzante se aplica a la excitatriz.

Dependiendo de la magnitud del error de voltaje  $\Delta e_e$ , los diferentes modos del regulador, se especifican así:

Si el error de voltaje es mayor que la calibración establecida del contacto de rapidez de elevación - descenso,  $K_V$  (por lo general escogido como un 5%),  $VR_{MAX}$  ó  $VR_{MIN}$  es aplicada a la excitatriz dependiendo del signo del error.

- Para un error de voltaje menor que  $K_V$  la entrada de la excitatriz depende de la calibración del reóstato  $VR_{RH}$ , la calibración del reóstato se desplazara

dependiendo de la señal de error.

La constante de tiempo representa el ajuste lento, que ocurre en el campo de la excitatriz y está dado por  $T_{WH}$ .

Según el reporte de 1981 (15) a este tipo pertenecen los modelos definidos como ST3.

Ejemplo de éstos son los sistemas BJ30 Westinghouse y el GFA4 General Electric.

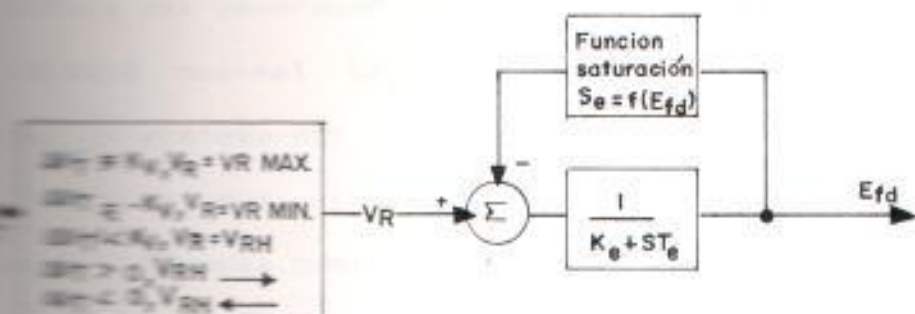
Un diagrama de bloques, junto con un esquema, son dados en las figuras # 2.21 y # 2.22.

## 2.2 RESPUESTAS DINAMICAS Y ESTATICAS DEL SISTEMA DE EXCITACION

### 2.2.1 El Sistema Por Unidad.

Antes de obtener las respuestas dinámicas y estáticas del sistema de excitación se deben definir el sistema por unidad a utilizar.





Nota:

$K_d$ : Limitado entre VRMIN. y VR MAX.

$T_e$ : constante de tiempo del viaje del reostato

Figura 2.21

Representación del sistema de excitación tipo 4 regulador de acción no continua diagrama de bloques

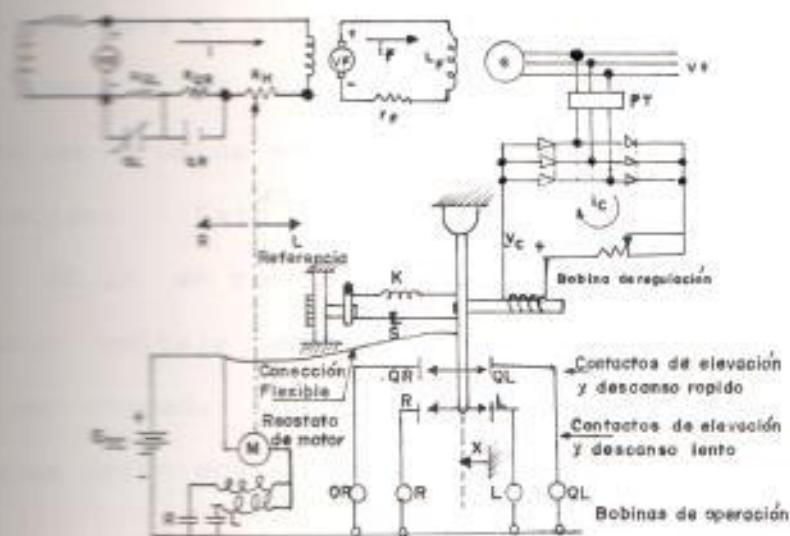


Figura 2.22

Regulador de acción no continua para un sistema excitado separadamente

El voltaje del generador de 1 p.u. es definido como el voltaje nominal del generador y consiste en utilizar un sistema por unidad para la excitatriz; no hay elección muy clara, cual base de voltaje utilizar. Algunas posibilidades son:

1- Voltaje nominal de la excitatriz (A)

2- Voltaje de campo a carga nominal (B)

3- Voltaje del entrehierro nominal, esto es, el voltaje de la excitatriz requerido para producir voltaje nominal del generador, en la línea del entrehierro (C).

La base para el sistema por unidad a utilizar en esta tesis, es la número tres y es la más generalmente usada en los modelos de los sistemas de excitación. Esto significa que 1.0 del voltaje de campo ( $E_{fd}$ ) en por unidad, es el necesario para producir voltaje terminal nominal del entrehierro en por unidad. Algunos valores típicos de otros voltajes definidos son dados en la figura # 2.23.

Después de haber definido al sistema por unidad a utilizar en esta tesis, se procede a representar y obtener las respuestas dinámicas y estáticas de los modelos de sistemas de excitación.

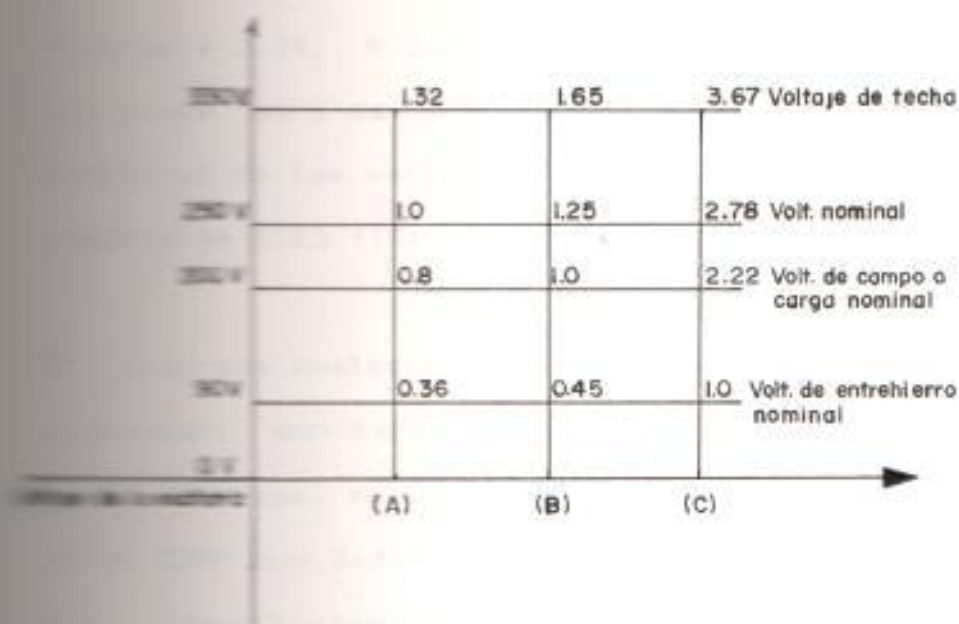


Figura 2.23

#### FACTORES POR UNIDAD PARA UNA EXCITATRIZ DE 250 VOLTIOS

En esta tesis se representa 3 tipos de sistemas de excitación, estos son dados por referencia # 7 como la excitatriz d.c., excitatriz A.C. y excitatriz de tiristores. Estos 3 tipos de sistemas de excitación pertenecen a los modelos # 1 (en el caso de la excitatriz D.C.) y modelo # 2 (excitatriz A.C. y de tiristores) del reporte presentado por IEEE en 1967 (3). La compatibilidad en forma respecto al mencionado reporte son dadas por figuras # 2.11, # 2.16 y # 2.18.

Los diagramas de bloques de las funciones de

preferencias con sus valores típicos son dados en figuras # 2.24, # 2.25, # 2.26. La nomenclatura utilizada para estos son dadas en tabla # 2.1 y la relación de las variables y constantes respecto al reporte de IEEE (13) es tabulado en la tabla # 2.2.

El diagrama analógico de los sistemas de excitación a estudiar, son dadas en figuras # 2.27, # 2.28, # 2.29, de igual manera los datos para la simulación en el DSP son dadas en las tablas # 2.3, # 2.4, # 2.5, respectivamente a las figuras anteriormente citadas.



Figura 2.24  
Excitatriz D.C. Diagrama de bloques

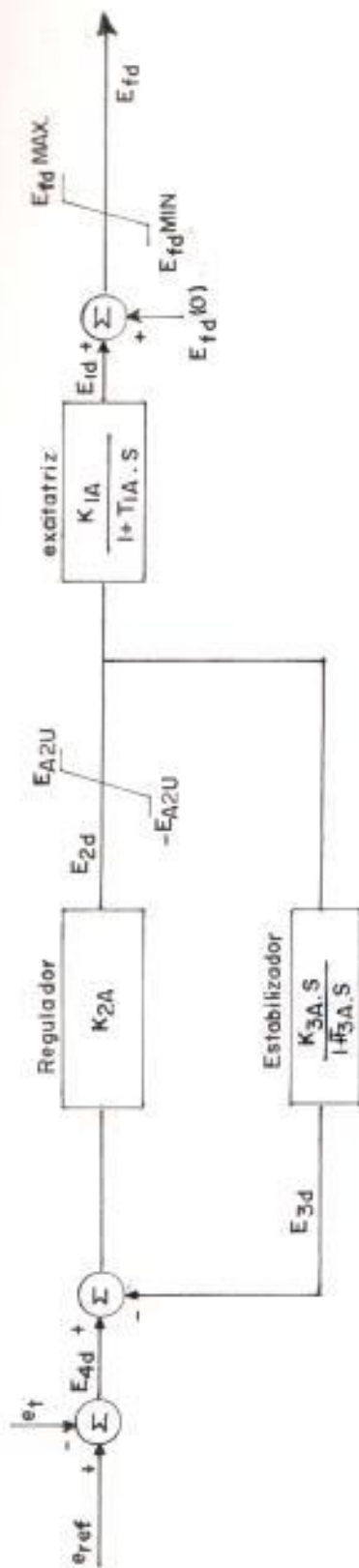


Figura 2.25  
Excitatriz A.C. Diagrama de bloques



$T_{1A}$	$T_{2A}$	$T_{3A}$	$K_{1A}$	$K_{2A}$	$K_{3A}$	$E_{fd} \text{ MAX}$	$E_{fd} \text{ MIN}$	$E_{A2U}$
2.0 seg.	0.1 seg.	0.5 seg.	80	1.0	0.1	4.0	0.0	100.0

Figura 2.26

Excitatriz de tiristores . Diagrama de bloques



Figura 2.27

## Excitatriz D.C. Diagrama analógico

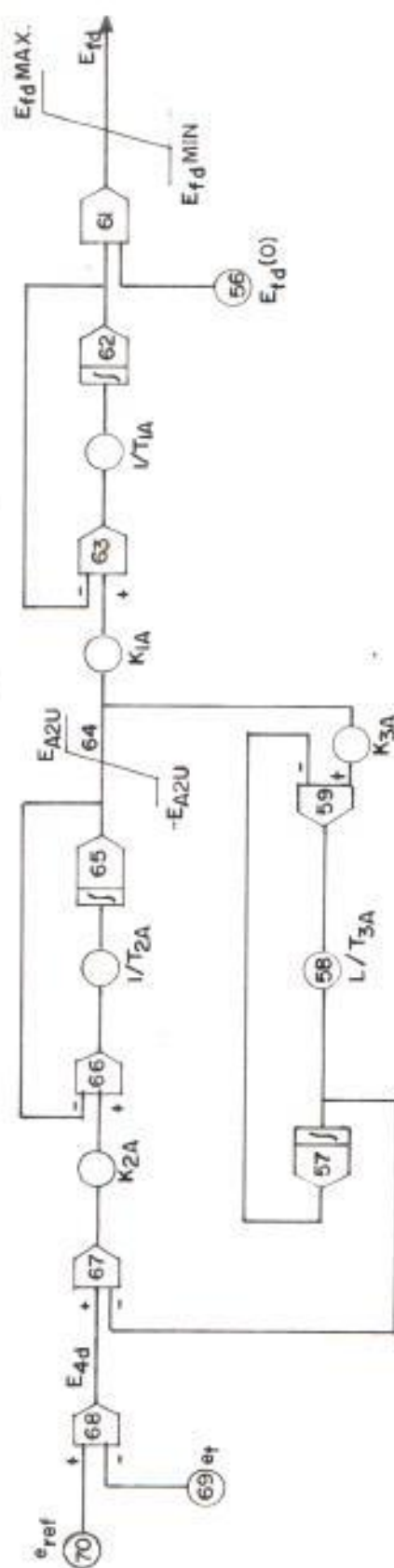


Figura 2.28

## Excitatriz A.C. Diagrama analógico

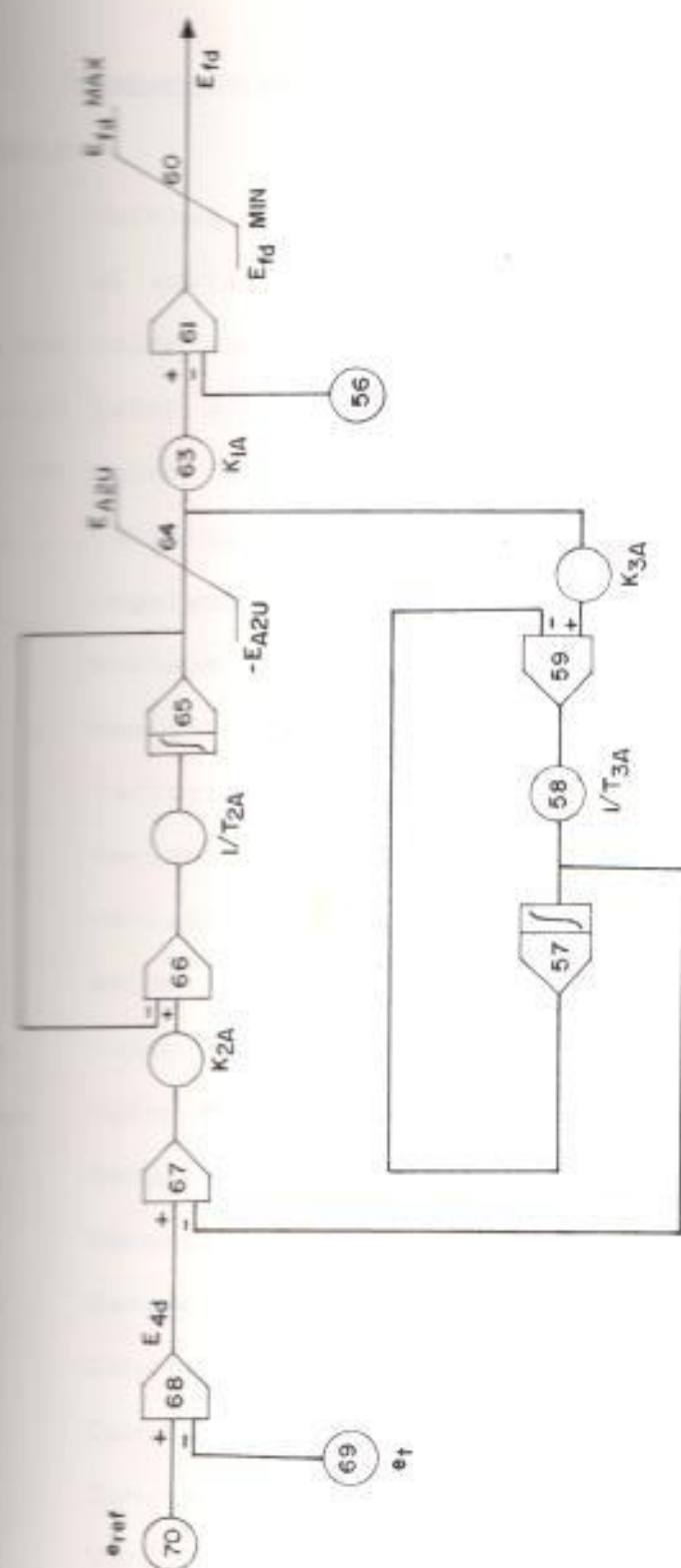


Figura 2.29

Excitatriz de tiristores - Diagrama analógico



TABLA # 2.1

## NOMENCLATURA DEL SISTEMA DE EXCITACION

SIMBOLO	DEFINICION
$E_{fd}$	Voltaje de salida de la excitatriz basada en el voltaje del entrehierro nominal.
$E_{fd\max}$	Valor máximo de $E_{fd}$ .
$E_{fd\min}$	Valor mínimo de $E_{fd}$ .
$E_{fd\text{ est}}$	Valor de estado estable de $E_{fd}$ .
$K_r$	Calibración del voltaje de referencia del regulador.
$V_g$	Voltaje del generador basado en el voltaje nominal del generador.
$\Delta E_{fd}$	Variación de $E_{fd}$ .
$\Delta V_r$	Variación de la salida del regulador.
$\Delta V_e$	Variación de la salida del circuito de estabilización
$E_{zd\max}$	Valor máximo de $E_{zd}$
$E_{zd\min}$	Valor mínimo de $E_{zd}$ .
$G_e$	Ganancia de la excitatriz.
$G_r$	Ganancia del regulador.
$G_e G_r$	Ganancia del circuito de estabilización
$T_e$	Constante de tiempo de la excitatriz.
$T_r$	Constante de tiempo del regulador.
$T_e T_r$	Constante del circuito de estabilización.
$\Delta V_t$	Variación del voltaje terminal del generador ( $=E_{fd} - E_t$ ).

TABLE 3.3

COMPARISON OF THE FUNCTIONS OF SIGNALS IN IEC

IEC	TIPO 1	FUNCTIONS I.E.	IEC TIPO 2	FUNCTIONS I.E.	IEC TIPO 3	FUNCTIONS I.E.
	T <sub>R</sub>	0.0	T <sub>R</sub>	0.0	T <sub>R</sub>	0.0
	K <sub>A</sub>	K <sub>2A</sub>	K <sub>A</sub>	K <sub>2A</sub>	K <sub>A</sub>	K <sub>2A</sub>
	T <sub>A</sub>	T <sub>2A</sub>	T <sub>A</sub>	T <sub>2A</sub>	T <sub>A</sub>	T <sub>2A</sub>
	VR MAX	E <sub>A2U</sub>	VR MAX	E <sub>A2U</sub>	VR MAX	E <sub>A2U</sub>
	VR MIN	-E <sub>A2U</sub>	VR MIN	-E <sub>A2U</sub>	VR MIN	-E <sub>A2U</sub>
	K <sub>e</sub>	I.O	K <sub>e</sub>	I.O	K <sub>e</sub>	I.O
	T <sub>e</sub>	T <sub>1A</sub>	T <sub>e</sub>	T <sub>1A</sub>	T <sub>e</sub>	T <sub>1A</sub>
	LO	K <sub>1A</sub>	I.O	K <sub>1A</sub>	I.O	K <sub>1A</sub>
	Ninguno	E <sub>FD</sub> MAX	Ninguno	E <sub>FD</sub> MAX	Ninguno	E <sub>FD</sub> MAX
	Ninguno	E <sub>FD</sub> MIN	Ninguno	E <sub>FD</sub> MIN	Ninguno	E <sub>FD</sub> MIN
	Función de saturación	Ninguna	Función de saturación	Ninguna	Función de saturación	Ninguna
	K <sub>F</sub>	K <sub>3A</sub>	K <sub>F</sub>	K <sub>3A</sub>	K <sub>F</sub>	K <sub>3A</sub>
	T <sub>F</sub>	T <sub>3A</sub>	T <sub>F1</sub>	T <sub>3A</sub>	T <sub>F1</sub>	T <sub>3A</sub>
			T <sub>F2</sub>	0.0	T <sub>F2</sub>	0.0

## DATOS DE SIMULACION

TABLA 2.3

## SISTEMA DE EXCITACION

## EXCITATRIZ D.C.

PROGRAMA: CSF

ARCHIVO DE DATOS: REG 1 DAT.

BLOQUE	TIPO	ENT. 1	ENT. 2	ENT. 3
70	K	0	0	0
69	K	0	0	0
68	+	70	-69	0
67	+	68	-58	0
66	W	67	65	0
65	I	0	66	0
64	L	65	0	0
63	W	64	62	0
62	I	0	63	0
61	+	62	56	0
60	L	61	0	0
59	W	60	57	0
58	B	59	0	0
57	I	58	0	0
56	K	0	0	0

BLOQUE	PAR. 1	PAR. 2	PAR. 3
70	1.0000	0.0000	.0000
69	0.9900	0.0000	.0000
68	1.0000	-1.0000	.0000

BLOQUE	PAR. 1	PAR. 2	PAR. 3
65	0,0000	10,0000	,0000
64	100,0000	-100,0000	,0000
63	80,0000	-1,0000	,0000
62	0,0000	0,5000	,0000
61	4,0000	0,0000	,0000
59	0,1000	-1,0000	,0000
58	2,0000	0,0000	,0000
56	0,0000	0,0000	,0000

TABLA # 2.4  
SISTEMA DE EXCITACION  
EXCITATRIZ A.C.

PROGRAMA CSMP

ARCHIVO DE DATOS: REG. 2 DAT.

BLOQUE	TIPO	ENT. 1	ENT. 2	ENT. 3
70	K	0	0	0
69	K	0	0	0
68	+	70	-69	0
67	+	68	-58	0
66	W	67	65	0
65	I	0	66	0
64	L	65	0	0
63	W	64	62	0
62	I	0	63	0
61	+	62	56	0

BLOQUE	TIPO	ENT. 1	ENT. 2	ENT. 3
60	L	61	0	0
61	W	64	57	0
62	G	59	0	0
63	I	58	0	0
64	K	0	0	0

BLOQUE	PAR. 1	PAR. 2	PAR. 3
70	1.0000	0.0000	.0000
71	0.9900	0.0000	.0000
72	1.0000	-1.0000	.0000
73	0.0000	10.0000	.0000
74	100.0000	-100.0000	.0000
75	80.0000	-1.0000	.0000
76	0.0000	0.5000	.0000
77	4.0000	0.0000	.0000
78	0.1000	-1.0000	.0000
79	2.0000	0.0000	.0000
80	0.0000	0.0000	.0000

TABLA # 2.5

## SISTEMA DE EXCITACION

## EXCITATRIZ DE TIRISTORES

PROGRAMA COM

ARCHIVO DE DATOS: REG. 3 DAT.

BLOQUE	TIPO	ENT. 1	ENT. 2	ENT. 3
1	K	0	0	0
2	K	0	0	0
3	+	70	-69	0
4	+	68	-58	0
5	W	67	65	0
6	I	0	66	0
7	L	65	0	0
8	G	64	0	0
9	+	63	56	0
10	L	61	0	0
11	W	64	57	0
12	G	59	0	0
13	I	58	0	0
14	K	0	0	0
BLOQUE	PAR. 1	PAR. 2	PAR. 3	
15	1.0000	0.0000	.0000	

INDICE	PAR. 1	PAR. 2	PAR. 3
1	0.9900	0.0000	.0000
2	1.0000	-1.0000	.0000
3	0.0000	10.0000	.0000
4	100.0000	-100.0000	.0000
5	80.0000	0.0000	.0000
6	4.0000	0.0000	.0000
7	0.1000	-1.0000	.0000
8	2.0000	0.0000	.0000
9	0.0000	0.0000	.0000

A fin de evaluar la estabilidad de las funciones de transferencias de sistema de excitación, se considera nulo la acción del limitador del regulador, escogiendo para ello a  $E_{AZU}$  un valor de 800, y además el valor del limitador en  $E_{RDMAX}$  es escogido en 4.0, el cual se encuentra alrededor del valor de voltaje de techo.

Según lo anterior la función de transferencia para el caso de la excitatriz D.C. resulta ser:

$$\frac{E_{SA}}{E_{EA}} = \frac{800 (1 + 0.55s)}{s^3 + 12.5 s^2 + 106s + 10} \quad (2.14)$$

Aplicando el criterio de ROUTH-HURWITZ (20) a la ecuación característica  $s^3 + 12.5 s^2 + 106s + 10$ , se

concluye que el sistema es estable.

$s^3$		1	106
$s^2$		12.5	10
$s^1$		105.2	
$s^0$		10	

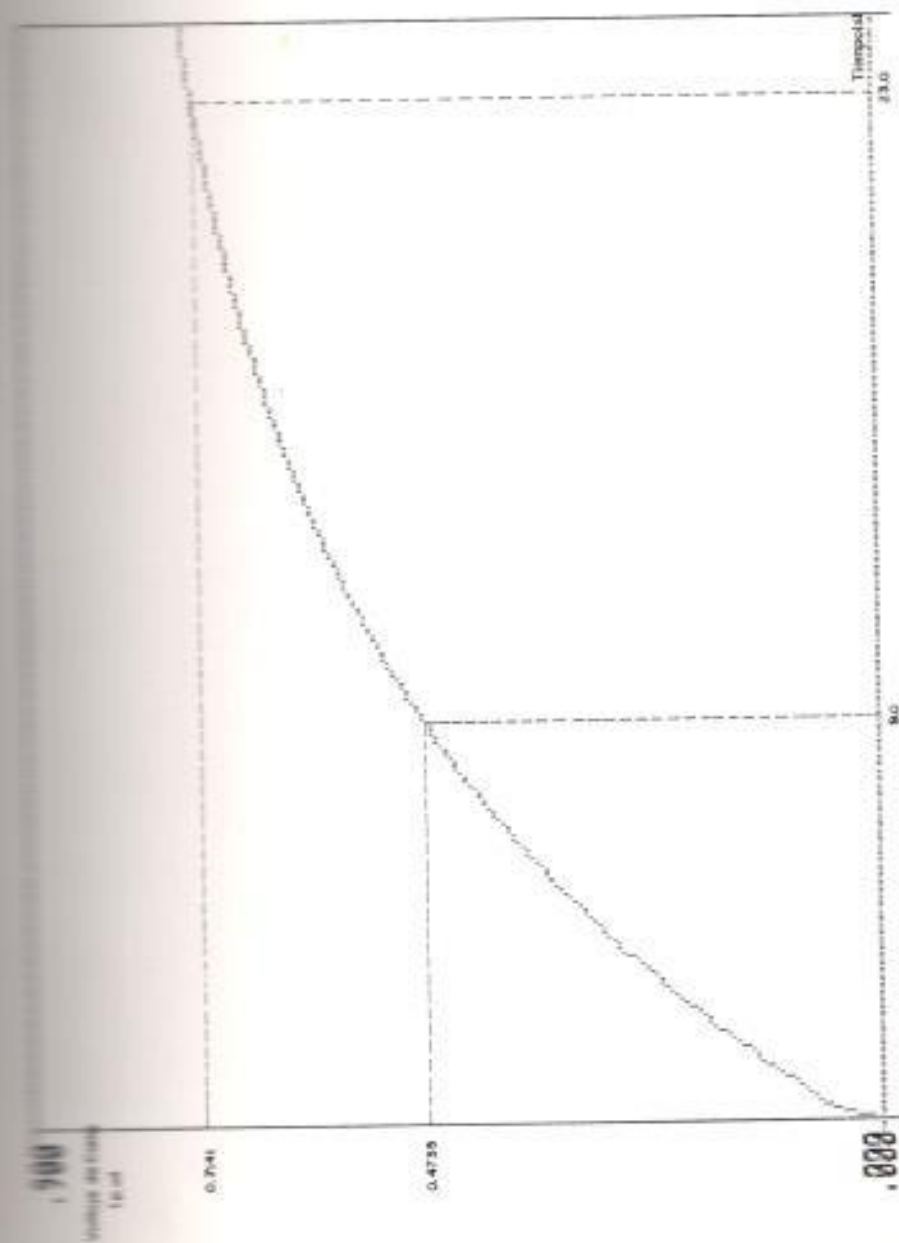
Para los tres tipos de sistemas de excitación, la respuesta de la excitatriz  $E_{ED}$  se obtiene para un cambio de función escalón aplicada a  $t=0$  para  $E_{ED}$  de valor 0.01. Esto es conseguido a partir de que  $E_{LW} = 1.00$  y  $E_t=0.99$ . Las respuestas de los sistemas de excitación ante esta variación, aplicando al CSMP (24), son dadas en figuras # 2.30, # 2.31, y # 2.32. La tabla # 2.6 tabula las especificaciones de las respuestas en el tiempo de los sistemas de excitación simulados, estos son:

- El tiempo de subida (el intervalo desde el 10% al 90% de la respuesta final)
- La constante de tiempo (el intervalo desde el 0 al 63% de la respuesta final)
- El tiempo de estabilización ( $\pm 2\%$  alrededor del valor final).

Los resultados en esta tesis por la simulación de los sistemas de excitación, según el CSMP, al



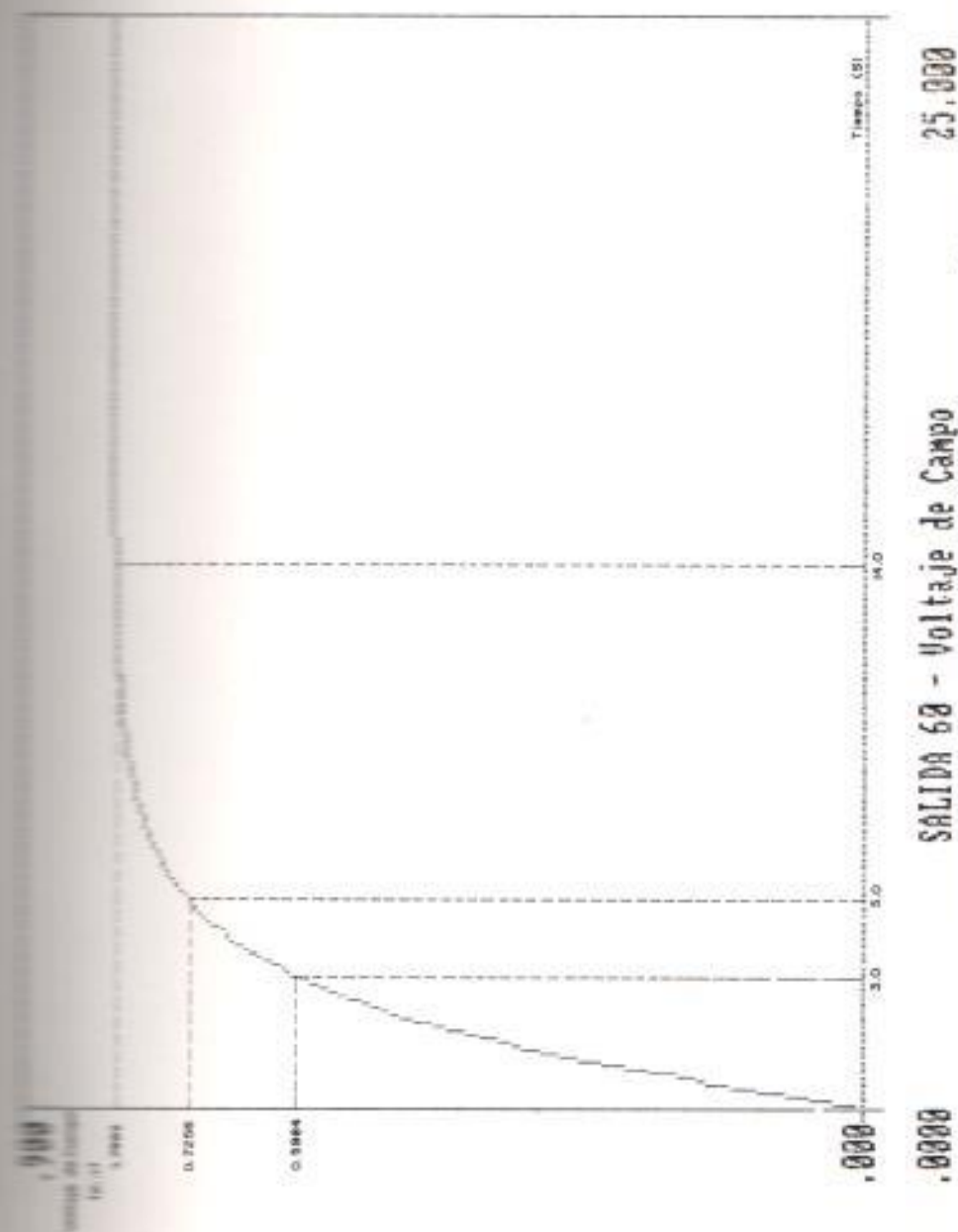
Figura 8.40  
Resposta do sistema de feedback em corrente - V.A.



SALIDA 60 - Voltaje de Campo

25.000

Figura 8.9  
 Respuesta del sistema de potencia a un paso de A.C.



10000  
 5000  
 0



SALIDA 60 - Voltaje de Campo

0.000

25.000

compararlos con los datos por la referencia (7), pero que la semejanza entre ellos prevea que el controlador CSMP es seguro y adecuado para la simulación de los demás sistemas de control a tratar en el campo de esta tesis.

TABLA 2.6

Características de las respuesta de tiempo de los sistemas de excitación para los casos de excitatriz: EL AC y tiristores.

DEFINICIÓN	SIMBOLO	TIPOS DE EXCITATRIZ (segundos)		
		D.C.	A.C.	TIRISTORES
TIEMPO DE SUBIDA	$T_{su}$	23	4.7	0.7
TIEMPO DE ESTABILIZACIÓN	$T_{est}$	23	13.5	2.9
TIEMPO DE ESTABLECIMIENTO	$T_{const}$	9	2.3	0.25

#### CONSIDERACIONES DEL SISTEMA DE CONTROL DE EXCITACION CON RESPECTO AL LUGAR GEOMETRICO DE LAS RAICES.

El propósito de esta sección es relacionar el efecto de la compensación, según el lugar geométrico de las raíces del sistema de control de excitación, con los

caracteres de los diagramas de bloques dados anteriormente, respecto a la respuesta en el tiempo.

La teoría del lugar geométrico de las raíces establece que la distancia (20) perpendicular de un polo desde el eje  $\sigma$  y el eje  $j\omega$  tiene implicaciones físicas importantes, fig. # 2.33. Si la distancia del polo desde el eje  $\sigma$  es cero, la respuesta en el tiempo de la función es no oscilatoria, mientras más grande es la distancia del polo hacia el eje  $\sigma$ , más grande es la frecuencia de oscilación de la función de respuesta en el tiempo. Si el polo está sobre el eje  $j\omega$ , la respuesta en el tiempo de la función no oscila, mientras más grande es la distancia de polo hacia el eje  $j\omega$  en el plano izquierdo, más rápido decrece la respuesta en el tiempo de la función; y si el polo está sobre el eje  $j\omega$  en el lado derecho del plano, más rápido crece la respuesta en el tiempo de la función. Esta última función nos dice que todos los polos deben estar a la izquierda del eje  $j\omega$  o sobre él, para que la función sea estable.

Continuación se analiza el caso de la excitatriz  $\delta(t)$  con y sin señal estabilizadora definiendo para cada caso sus conclusiones. En cualquiera de ellos (con o sin señal estabilizadora), no se considera el

efecto de los limitadores y de la función de transferencia del transductor o filtro, desde el voltaje terminal ( $e_e$ ).

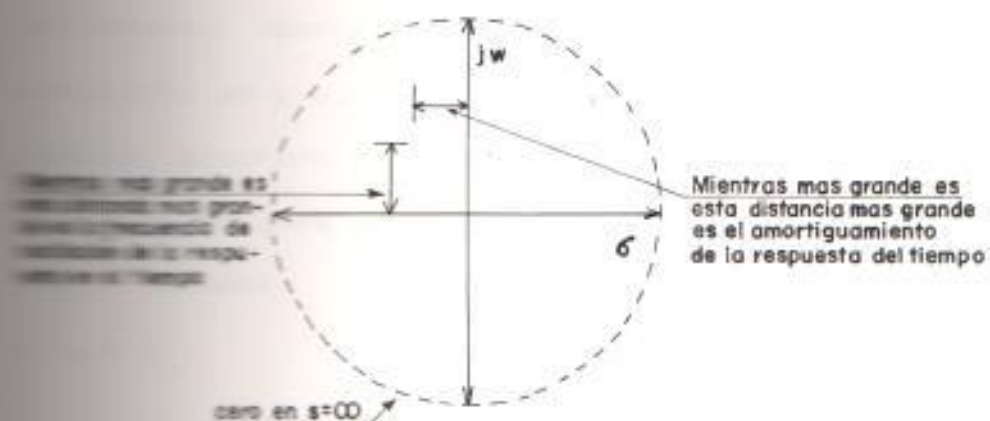


Fig. # 2.33 Definiciones del lugar geométrico de las raíces.

El diagrama de bloques que define al generador en circuito abierto, está dado por (2):

$$\frac{E}{s} = \frac{K_0}{(1 + T'_{do}s)} \quad (2.16)$$

Donde  $T'_{do}$  es la constante de tiempo transiente de circuito abierto que para el caso de esta tesis es usado para el generador a simular en capítulo # 6, de tabla # 6.5, su valor es:

$$T'_{do} = 5.886 \text{ seg} \approx 6 \text{ seg.}$$

El valor de  $K_g$  que es definido como la ganancia del generador es escogido como 1, debido a que, si se relaciona al sistema p.u. # 3 con voltaje del armadura nominal como base, el voltaje de la excitatriz en p.u., la corriente de campo en p.u. y el voltaje sincrónico interno en p.u., son todos iguales bajo condiciones de estado estable; así para  $E_{fd}=1$  p.u. tenemos  $e_t = 1.0$  p.u. con ganancia igual  $K_g = 1$ .

Con el diagrama de bloques que define al sistema de control de excitación sin carga para el caso de la excitatriz D.C. viene dado por la figura # 2.34.

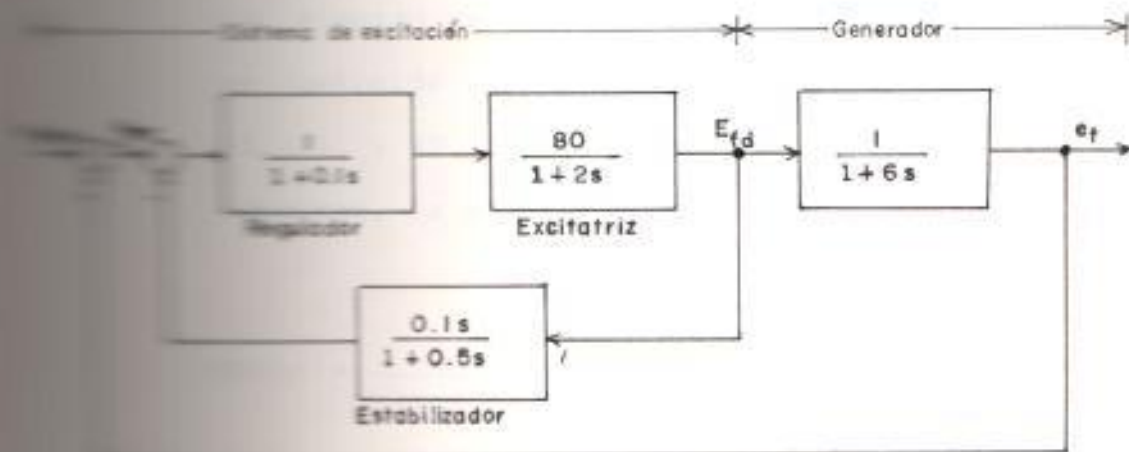


Fig. # 2.34 SISTEMA DE CONTROL DE EXCITACION SIN CARGA EXCITATRIZ D.C.

### 2.3.3 El Efecto de la No Compensación

Para este caso, en la figura # 2.34 se anula la realimentación dada por el estabilizador. Se designa la ganancia del lazo directo y función de transferencia como  $KB(s)$  y la función de transferencia de realimentación, como  $H$ ; según esto, las anteriormente mencionadas funciones de transferencia se reducen a:

$$G(s) = \frac{80.K}{(1+0.1s)(1+2s)(1+6s)} \quad (2.17)$$

$$H(s) = 1 \quad (2.18)$$

La función de transferencia de anillo abierto es definida como  $KGH(s)$ , de las ecuaciones (2.17) y (2.18) se tiene, luego de reordenar términos, la siguiente expresión:

$$G(s) = \frac{66.67K}{(s+10)(s+0.5)(s+0.17)} \quad (2.19)$$

Reg.                  Excit.                  Gener.

Según la expresión (2.19), se procede a graficar el lugar geométrico de las raíces (20) como en la figura # 2.35.



1.- El centro de gravedad:

$$CG = (\Sigma P - \Sigma Z) / (NoP - NoZ)$$

$$CG = - 3.56$$

2.- Los ángulos de las asíntotas:

$$\theta_a = \frac{(2q + 1)}{NoP - NoZ} * 180 \quad ; \quad q=0,1,2$$

$$\theta_a = 60 \quad q=0$$

$$\theta_a = 180 \quad q=1$$

$$\theta_a = 300 \quad q=2$$

3.- El punto de salida entre los polos  $(s+0.5)$   
y  $(s+0.17)$  de la ecuación característica:

$1 + KGH(s)$  Se estima calculando  $dK/ds=0$

Según esto:

$$\frac{dK}{ds} = - (3 s^2 + 21.34 s + 6.785) = 0$$

Las raíces de esta expresión son:

$$s_1 = -6.78$$

$$s_2 = -0.334$$

Entre los polos  $s=-0.5$  y  $-0.17$ ,  $s_2$  es el punto

de salida. El valor de K para  $s_2 = -0.334$  es  $K = 0.05891$ .

4.- El valor de K para el cual el lugar geométrico cruza el eje imaginario, se obtiene a partir del criterio de estabilidad de ROUTH - HURWITZ.

La ecuación característica es dada por :

$$c(s) = 1 + \frac{66.67K}{(s+10)(s+0.5)(s+0.17)} \quad (2.20)$$

$$c(s) = 0$$

$$c(s) = s^3 + 10.67 s^2 + 6.785 s + 0.85 + 66.67K$$

aplicando el criterio se obtiene:

$s^3$	1	6.785
$s^2$	10.67	$0.85 + 66.67K$
$s^1$	$b_1$	
$s^0$	$0.85 + 66.67K$	

Donde

$$b_1 = \frac{72.396 - (0.85 + 66.67K)}{10.67}$$

El valor de K que hace igual a cero el término  $\Delta$ , es  $K=1.073$ .

Los puntos de cruce sobre el eje imaginario son hallados, resolviendo la ecuación auxiliar obtenida de la fila  $s^2$ , esto es:

$$10.67 s^2 + 72.387 = 0$$

$$s_{1,2} = \pm j 2.605.$$

Según los cuatro pasos anteriores el lugar geométrico de las raíces sin considerar el estabilizador es representado por la figura # 2.35. Según ésta, se puede ver que este sistema es estable; solamente en rangos limitados del valor K, esto es:  $1.073 > K > 0$ , el sistema se hace inestable para valores de  $K > 1.073$ . Un sistema tal como éste, recibe el nombre de condicionalmente estable (20), es aconsejable evitar este tipo de estabilidad; pues, si la ganancia adquiere valores mayores del crítico, el sistema se hace inestable. De igual manera se puede observar en la figura # 2.35, que la respuesta es gobernada en su mayor parte por los polos del generador y de la excitatriz, ya que estos se encuentran muy cercanos al origen.

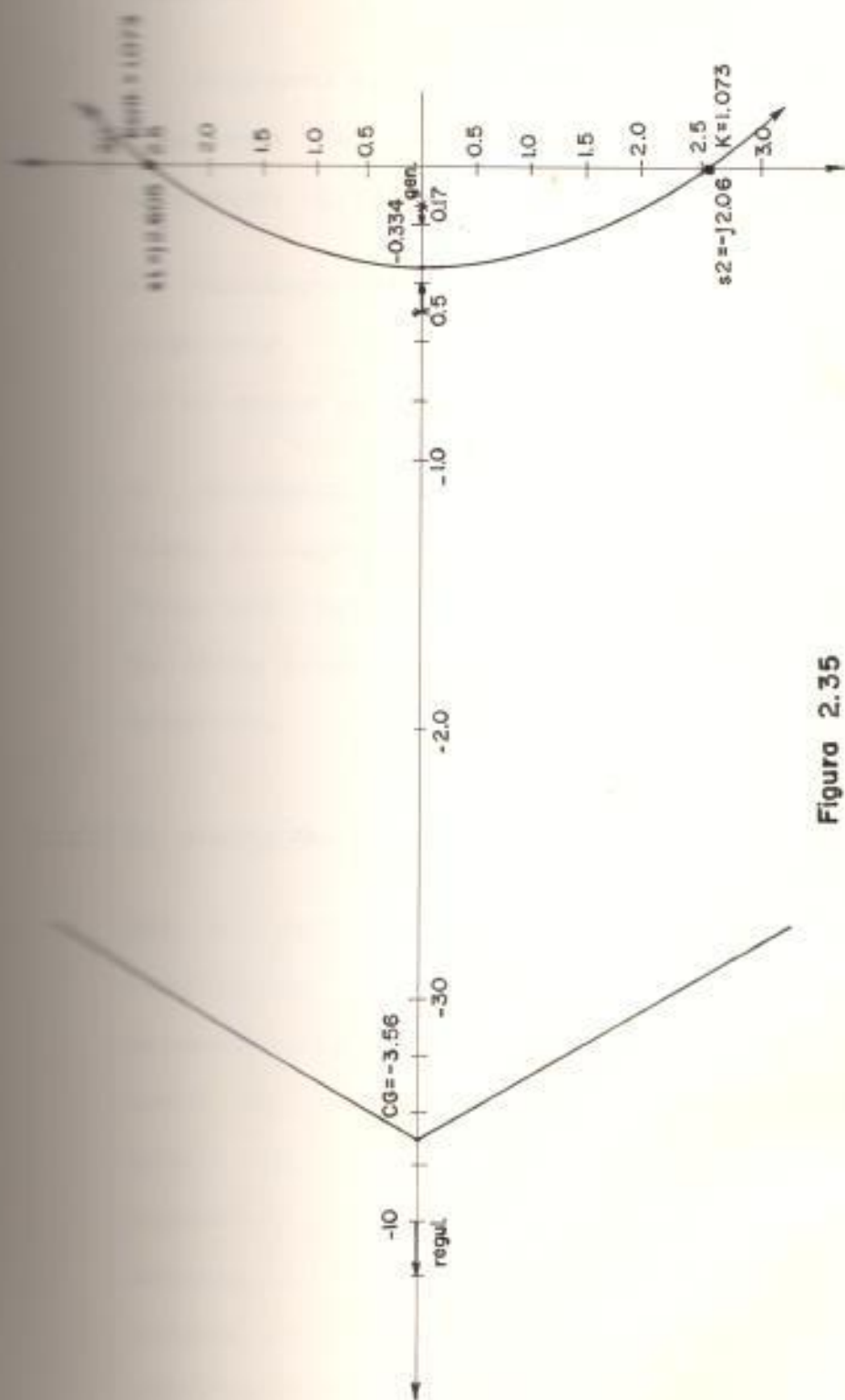


Figura 2.35

El efecto de la no compensación sistema de control de excitación sin carga

La estabilidad puede ser mejorada de tres maneras:

a) Moviendo el polo de la excitatriz hacia la izquierda del plano  $s$ , haciendo que  $R$  en la expresión (2.13) adquiriera un valor muy grande.

b) Moviendo el polo del generador hacia la izquierda, lo cual sería necesario hacerlo en la etapa de diseño y no después de ésta.

c) Añadiendo alguna clase de compensación que lleve al lugar geométrico de las raíces, a una forma más favorable, en la vecindad del eje  $j\omega$ . De estas tres, la opción c es la de mas interés práctico.

### 2.3.2 El efecto de la compensación.

Con el fin de simplificar el diagrama de bloques de figura 2.34, añadida la señal estabilizadora, ésta es reducida llevando el punto de la señal de realimentación hacia la señal de voltaje terminal ( $e_t$ ) como se muestra en la figura 2.36, luego las dos señales de realimentación son cambiadas para obtener la figura 2.37, las ganancias de los lazos son:

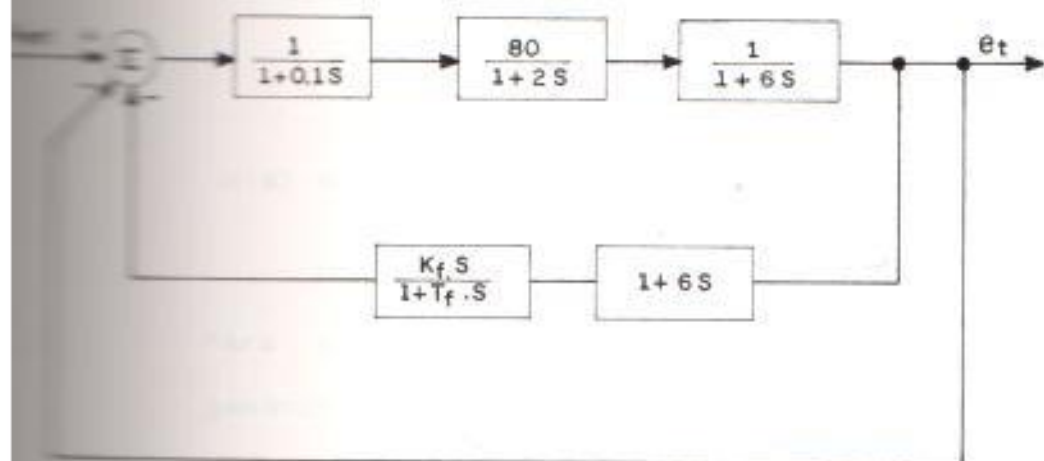


Figura 2.36

Sistema de control de excitación.-desplazamiento  
de la señal ( $e_t$ )

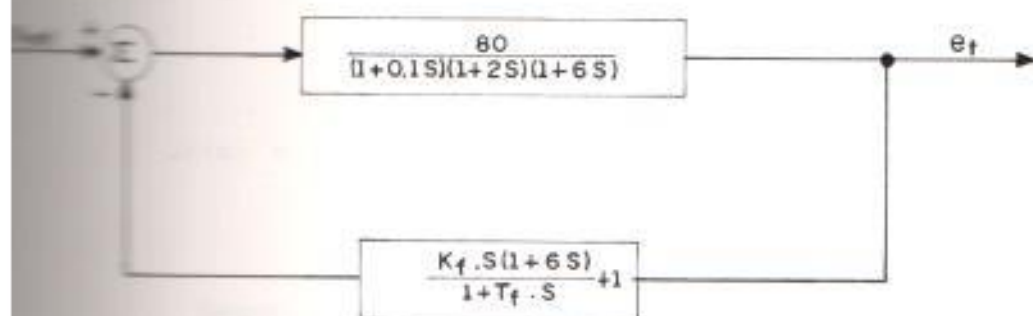


Figura 2.37

Sistema de control de excitación simplificado

$$KB(s) = \frac{66.67K}{(s+10)(s+0.5)(s+0.17)} \quad (2.21)$$

$$H(s) = \frac{K_r s(1+6s) + (1+\tau_r s)}{(1+\tau_r s)} \quad (2.22)$$

Para el caso de esta tesis los valores de la ganancia y constante de tiempo de la función estatilizante son:

$K_r = 0.1$  y  $\tau_r = 0.5$ , los mismos que al ser reemplazados en la expresión (2.22) obtenemos para  $H(s)$  la expresión:

$$H(s) = 1.2 \left[ \frac{s^2 + s + 1.66}{s + 2} \right] \quad (2.23)$$

$$H(s) = 1.2 \left[ \frac{(s+1+j2.37)(s+1-j2.37)}{(s+2)} \right] \quad (2.24)$$

Según las expresiones (2.21) y (2.23) se obtiene la función de transferencia de anillo abierto:

$$KBH(s) = \frac{80 K (s^2 + s + 1.66)}{(s+10)(s+0.17)(s+2)(s+0.5)} \quad (2.25)$$

Para lo cual se comienza por graficar el lugar geométrico de las raíces:

Dado los polos y ceros de la expresión (2.25) se dibujan éstos, figura 2.38.

1.- El centro de gravedad:

$$CG = \frac{\sum P - \sum Z}{No.P - No.Z}$$

donde:

$\sum P$  = Sumatoria de polos

$\sum Z$  = Sumatoria de ceros

No.P = Número de polos

No.Z = Número de ceros

$$CG = -5.335$$

2.- Los Ángulos de las asíntotas:

$$\theta_a = \frac{2q + 1}{No.P - No.Z} \cdot 180^\circ$$

donde:

$$q = 0, 1, 2, \dots (No.P - No.Z - 1)$$

q = Un número entero.

$$\theta_a = 90 \qquad q=0$$

$$\theta_a = 270 \qquad q=1$$



3.- Los puntos de salida se obtienen a partir de la ecuación característica haciendo  $dK(s)/ds=0$

$$q(s) = 1 + KGH(s)$$

$$1 + 80K \left[ \frac{(s^2 + s + 1.66)}{(s+10)(s+0.5)(s+0.17)(s+2)} \right] \quad (2.26)$$

Luego de reordenar términos y derivar obtenemos:

$$-160s^3 - 15.27s^4 + 31.98s^3 + 76.802s^2 + 89.975s + 22.2372 = 0$$

donde sus raíces son:

$$(s+0.3287)(s+1.2605)(s+0.1+j2.1)(s+0.1-j2.1)=0$$

Los puntos de salida junto con sus ganancias son:

$$s = -6.0455 \quad K = 0.2025$$

$$s = -0.3287 \quad K = 3.81609 \times 10^{-3}$$

4.- Los ángulos de entrada de los lugares de las raíces de los ceros complejos son, determinados a partir del criterio de ángulos

$$\sum \theta_z - \sum \theta_p = \pm 180^\circ$$

donde:

$\Sigma \theta_z$  = Sumatoria de los ángulos de los ceros.

$\Sigma \theta_p$  = Sumatoria de los ángulos de los polos.

$$\theta_{z1} = 90 - \left[ \text{tg}^{-1} \frac{2.37}{9} + \text{tg}^{-1} 2.37 + 180 - \text{tg}^{-1} \frac{2.37}{0.5} + 180 - \text{tg}^{-1} \frac{2.37}{0.83} \right]$$

$$\theta_{z1} = \Sigma \theta_p - \theta_{z2} \pm 180^\circ$$

$$\theta_{z1} = 293.087 - 90 + 180$$

$$\theta_{z1} = 383.087$$

$$\theta_{z1} = 23^\circ$$

5.- Los polos dominantes son  $s = -0.5$  y  $s = -0.17$ , si despreciamos a los polos  $s = -10$  y  $s = -2$ , la ecuación característica aproximada es:

$$s^2(k+1) + s(k+0.67) + (0.085+1.66k) = 0$$

A continuación se define algunos valores de  $K$  para las respectivas raíces en las que ella produce.

Raíz $s_1$	Raíz $s_2$
$-0.35 + j0.325$	$-0.35 - j0.325$
$-0.362 + j0.464$	$-0.362 - j0.464$

	Raiz $s_1$	Raiz $s_2$
100	$-0.485+j1.13$	$-0.485-j1.13$
110	$-0.489+j1.149$	$-0.489-j1.149$
120	$-0.494+j1.149$	$-0.494-j1.149$
130	$-0.498+j1.181$	$-0.498-j1.181$
140	$-0.499+j1.186$	$-0.499-j1.186$
150	$-0.5+j1.187$	$-0.5-j1.187$
160	$-0.5+j1.1874$	$-0.5-j1.1874$

6.- De la ecuación característica (2.26) obtenemos que:

$$s^4 + 12.67s^3 + (28.125+80K)s^2 + (14.42+80K)s + (1.7+132.8K)$$

Aplicando el criterio de ROUTH-HURWITZ tenemos:

$s^4$	1	$28.125+80K$	$1.7+132.8K$
$s^3$	12.67	$14.42+80K$	
$s^2$	$b_1$	$1.7+132.8K$	
$s^1$	$c_1$		
$s^0$	$1.7+132.8K$		

donde:

$$b_1 = \frac{(12.67)(28.125+80K) - (14.42+80K)}{12.67}$$

$$c_1 = \frac{b_1(14.42+80K) - (12.67)(1.7+132.8K)}{b_1}$$

Para cualquier valor de  $K \geq 0$ ,  $b_1$  y  $c_1$  son positivos, por lo tanto el sistema es estable.

El lugar geométrico de las raíces que definen al sistema sistema de control de excitación con estabilizador, es dado en la figura # 2.38.

Como se puede apreciar, en la figura # 2.38, la estabilidad condicional presentada, al no considerar la compensación, figura #2.35, desaparece. El sistema de figura # 2.36 es estable para cualquier valor de  $K$ . La adición de una red compensadora ha hecho que los lugares de las raíces se curven hacia la izquierda y que los polos de la función terminen en los ceros, que se encuentran en la región de estabilidad.

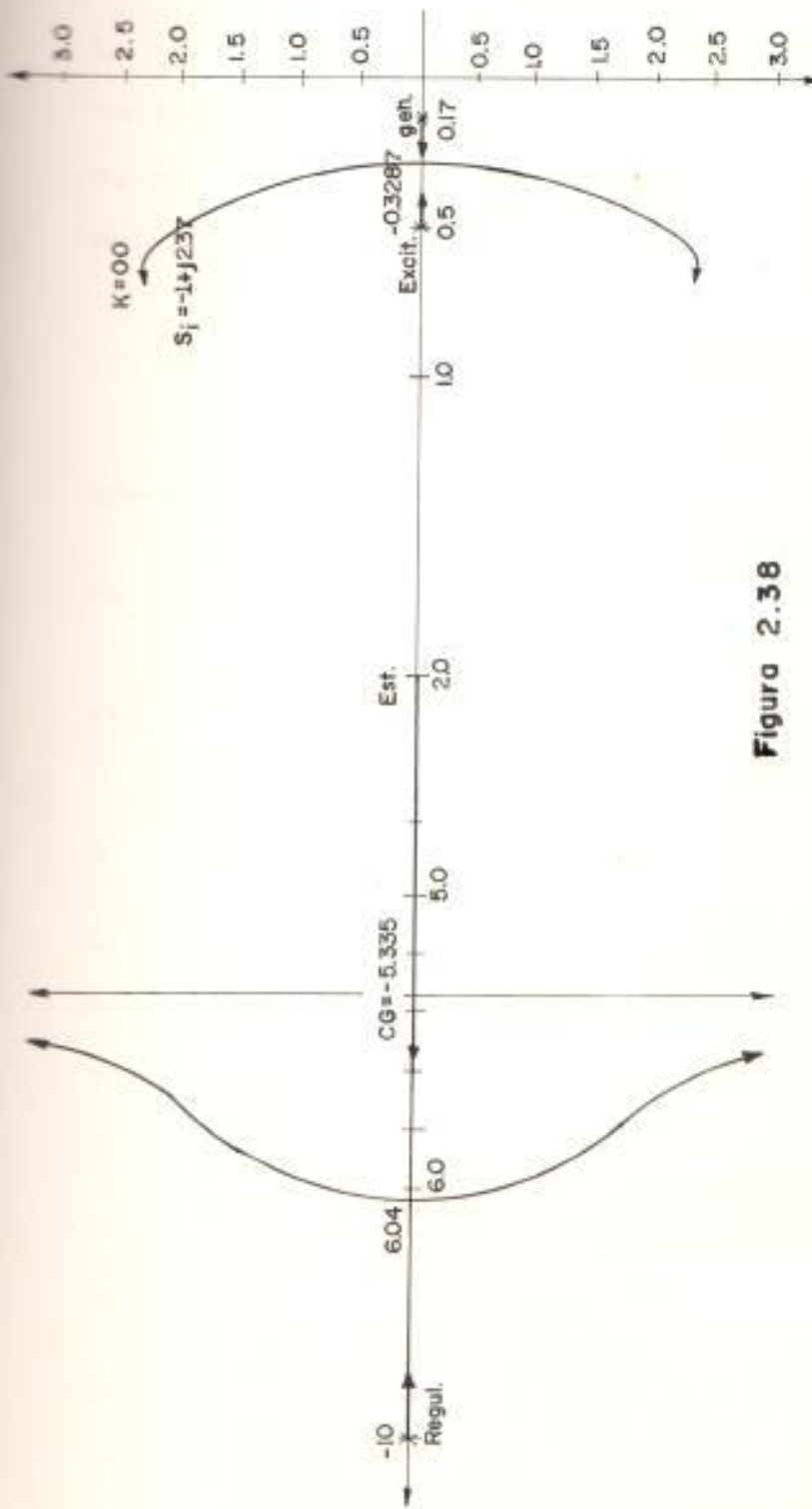


Figura 2.38

El efecto de la compensación, sistema de control de excitación sin carga

### 2.1.3 El efecto del generador cargado

La función de transferencia que relaciona el voltaje, de campo  $E_{fd}$  con el voltaje terminal  $e_t$  en circuito abierto esta dado por la función del generador:

$$\frac{e_t}{E_{fd}} = \frac{K_o}{1 + T'_{do}s}$$

donde:

$K_o$  = Constante de proporcionalidad de los voltajes.

$T'_{do}$  = Constante de tiempo transiente de circuito abierto.

$s$  = Transformada de Laplace.

$k_o$  para este sistema en por unidad es igual a 1 en circuito abierto, esto es debido a que  $k_o$  en valores reales viene dado por:

$$k_o = \frac{\omega L_{afd}}{r_{fd}}$$

donde:

$\omega = 2\pi f$

$L_{afd}$  = Inductancia mutua entre la armadura y el campo.

$r_{fd}$  = resistencia de campo.

Puesto que el voltaje base de la excitatriz difiere del voltaje base del campo de la máquina sincrónica, se requiere de un cambio de base entre las dos cantidades. La relación entre los dos sistemas por unidad viene dado por:

$$\bar{E}_{fd} = \frac{\bar{x}_{afd}}{\bar{r}_{fd}} \bar{e}_{fd}$$

donde:

$\bar{E}_{fd}$  = Voltaje en por unidad de la excitatriz.

$\bar{e}_{fd}$  = Voltaje en por unidad del campo del generador.

$\bar{x}_{afd}$  = reactancia mutua de la armadura y el campo en por unidad.

$\bar{r}_{fd}$  = Resistencia del campo en por unidad.

El análisis de esta última ecuación es dado en el capítulo #6. Según lo anterior, el valor de  $K_e$  en p.u es igual a 1 en circuito abierto.

Al añadir carga al generador no cambia la configuración básica del sistema de control de excitación, sin embargo, afecta los valores de

ganancia  $K_G$  y la constante de tiempo  $T'_{do}$ .

La constante de tiempo del eje directo, bajo carga puede ser demostrada (11) y ser igual a:

$$T_d(\text{carga}) = \frac{X'_d + X_{ext}}{X_d + X_{ext}} T'_{do} \quad (2.27)$$

Donde:

$T_d(\text{carga})$  = constante de tiempo del eje directo bajo carga.

$X'_d$  = reactancia transiente de cortocircuito del eje directo.

$X_d$  = reactancia del eje directo.

$X_{ext}$  = Reactancia externa del generador.

A continuación se analiza cualitativamente, a través del lugar geométrico de las raíces, la estabilidad de la señal de voltaje terminal ante el cambio en el voltaje de referencia para dos casos:

a.- Para la constante de tiempo  $T_d$  a plena carga, que para el caso del generador a simular en esta tesis, capítulo # 6, se obtiene con  $X_{ext} = 0.1990$ , que según ecuación 2.27 resulta:



$$T_d \text{ carga} = 1.364 \text{ seg}$$

b.- Para la constante de tiempo  $T'_{da}$  transiente  $T'_{da}$  de cortocircuito del eje d, para nuestro caso:

$$T'_{da} = 0.8347 \text{ seg}$$

El lugar geométrico para el caso (a) es dado en la figura # 2.39 y para (b) en figura # 2.40.

En los dos casos el polo del generador se desplaza más hacia la izquierda pasando por el polo de la excitatriz, determinando, de esta manera, el lugar geométrico de las raíces; ser más estable, que en el caso del generador en vacío.

De los dos casos el de mayor estabilidad es dado para:

$$T_d \text{ carga} = 1.364 \text{ seg}$$

Al considerar la constante de tiempo del eje directo en circuito abierto  $T'_{da}$  en el lugar geométrico, se proporciona un resultado más conservativo (pesimista), ya que, con una inductancia de carga conectada al estator, la inductancia efectiva vista por la corriente de

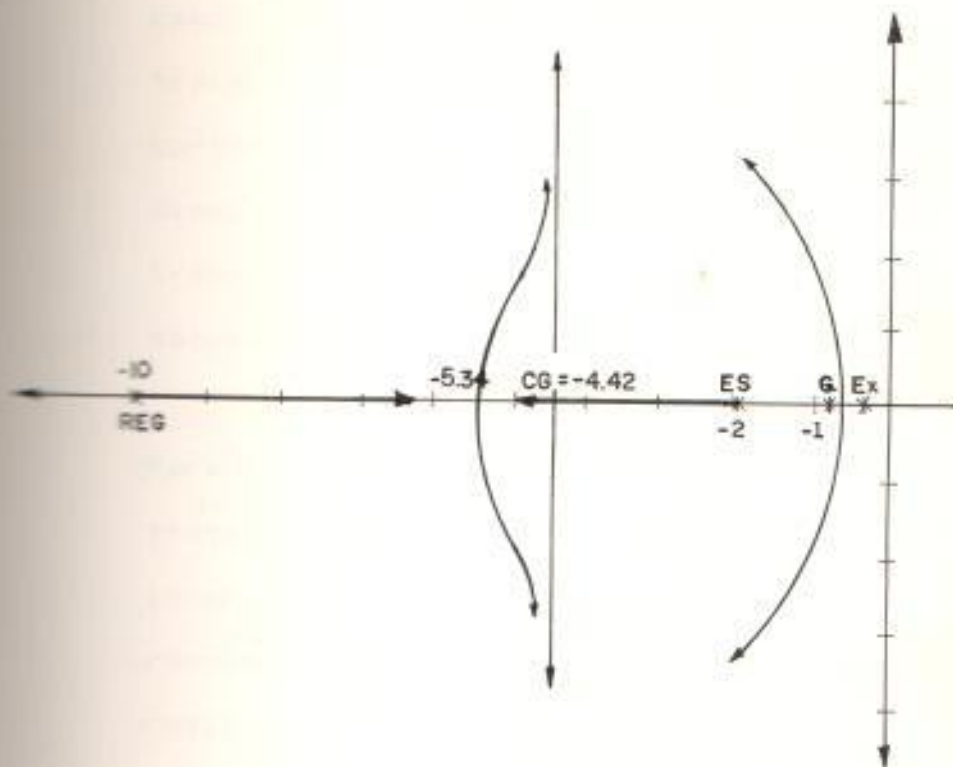


Figura 2.39

El efecto del generador cargado, caso de constante de tiempo de eje d a plena carga  $T_d = 1.364$  seg.

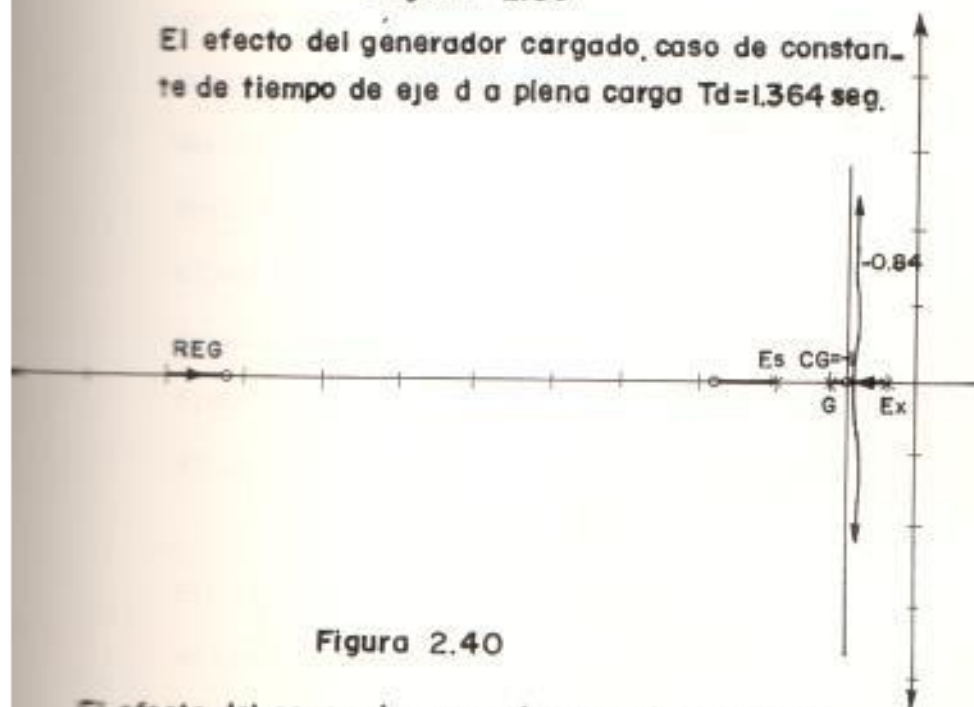


Figura 2.40

El efecto del generador cargado, caso de constante de tiempo transiente de corto-circuito del eje d  $T_d = 0.8347$

campo es más pequeña. Por lo tanto, los transitorios debido a incrementos de carga y cortocircuitos, determinan que la ganancia  $K_e$  disminuya, debido también a que el generador trabaja en altos niveles magnéticos de saturación.

Para el caso de cortocircuito trifásico, si se trata de un generador excitado independientemente (la estabilidad de la respuesta es mejor en el caso autoexcitado) sin regulador de voltaje, la corriente de excitación que ha aumentado de valor en los primeros instantes del cortocircuito decae hasta su valor inicial y se mantiene el flujo en el valor original, pero debido a la reacción de la armadura se produce una baja en la fuerza electromotriz del campo, haciendo que la máquina tienda a salir de sincronismo, sobre todo si el cortocircuito se mantiene, porque el flujo va perdiéndose rápidamente.

En cambio con el regulador de voltaje, éste alimentaría a la baja de la fuerza electromotriz incrementando la corriente de campo (hasta llegar al valor del limitador), esto implica lo anteriormente dicho, que el

generador se fuerza a trabajar, en altos niveles magnéticos de saturación, para suministrar el flujo que se va perdiendo.

Como conclusión, la señal de voltaje es más estable, en condiciones de corto circuito, so pena de la saturación magnética del generador sincrónico.

#### 4 EL CONTROL CARGA - FRECUENCIA AUTOMÁTICO

Dos de los objetivos más importantes que deben conocerse en operación normal en un sistema de potencia son:

- El mantenimiento del balance de la potencia real.
- El control de frecuencia.

El problema de mantener la frecuencia constante, en 60 Hz está enlazado con el problema del balance de potencia real.

El término de control carga-frecuencia automático describe estas tareas juntas, es decir, regula los megavativos de salida y la frecuencia del generador. Este anillo no es único, como en el caso del anillo del sistema de excitación, sino que se divide en dos,

según figura # 1.2.

#### 2.4.1 El control Carga - Frecuencia Primario

La existencia de un anillo primario, que responde rápidamente ante señales de frecuencia, realizando una medición indirecta del balance de megavatios, por medio del generador de velocidad y las válvulas de control, el flujo de vapor o agua, es regulado con el intento de igualar los megavatios de salida ante fluctuaciones de carga relativamente rápidas figura # 2.41.

Rápido, significa que se lleva a cabo en unos segundos.

De esta manera, tiende a mantener el balance de megavatios, e indirectamente desarrolla un curso de velocidad o control de frecuencia.

#### 2.4.2 El Control Carga - Frecuencia Secundario

Un lento anillo secundario mantiene el ajuste fino de la frecuencia, y también, establece acciones que mantienen apropiados intercambio de megavatios con otros miembros del sistema. Este anillo es insensitivo a rápidos cambios de

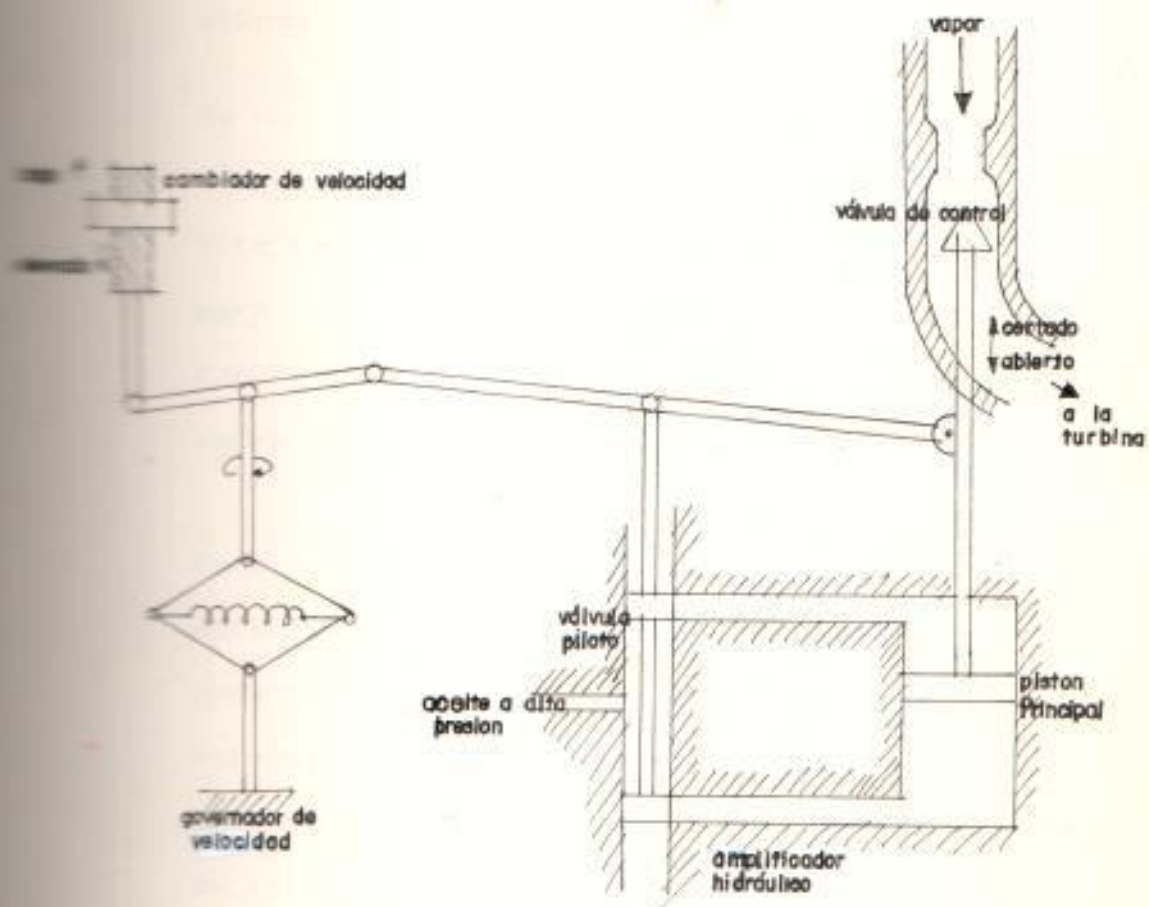


Figura 2.41

Diagrama funcional simplificado del anillo  
primario del control carga frecuencia automático

carga y frecuencia, pero enfoca cambios, los cuales toman lugar en períodos de minutos.

Una vez definidos los anillos primarios y secundarios, se considera las relaciones entre ellos:

Se ha mencionado que el anillo primario indirectamente desarrolla un curso de velocidad y lo hace a través del gobernador de velocidad, para un valor de frecuencia constante del cambiador de velocidad (anillo secundario) curva A en la figura # 2.42.

Este curso de velocidad es definido como el estatismo o regulación del sistema del gobernador, dado por la curva velocidad-potencia. Así por ejemplo, para el caso del estudio en esta tesis, el regulador con caída de velocidad, proporciona una característica de la caída dada en la figura # 2.42, para varios valores del cambiador de velocidad (curva A, B, C, D).

El estatismo,  $\sigma$  para turbinas hidráulicas, como también para turbina de vapor, está definido en porcentajes, por unidad o en Hz/Mw.

Porcentaje de la Velocidad Nominal

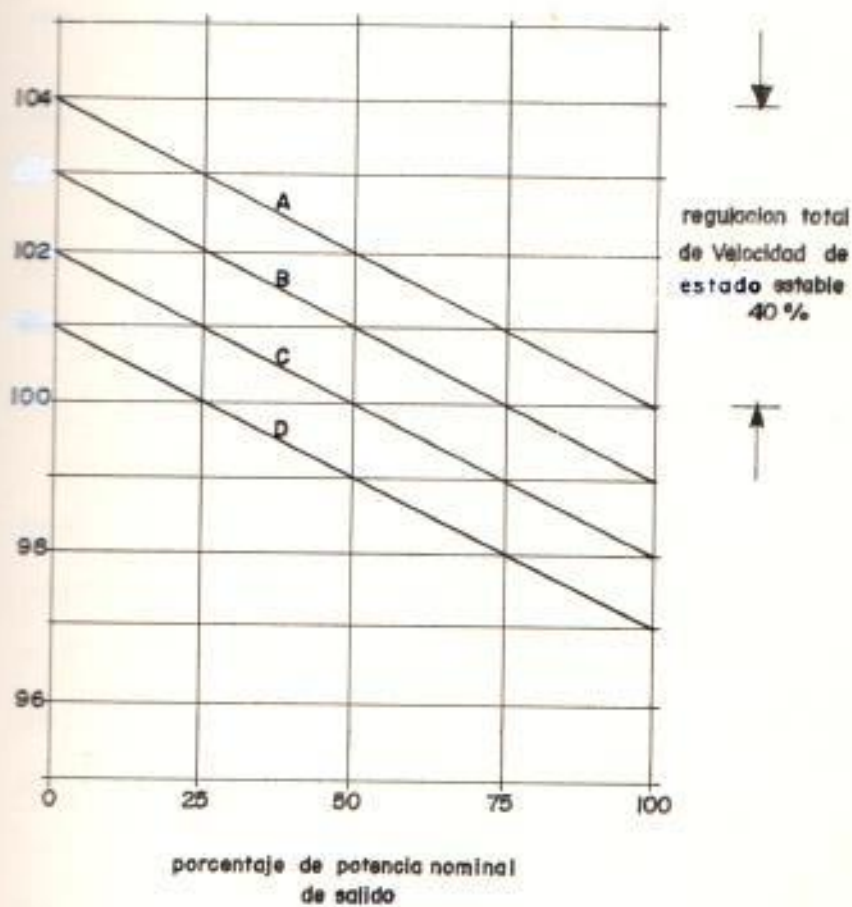


Figura 2.42

Curva Potencia-Velocidad demuestran como un cambiador de velocidad desfilaza la característica de caída



En porcentaje es dado por:

$$\sigma = \frac{N_o - N}{N_r} \times 100 \quad (2.28)$$

donde:

$N_o$  = Velocidad en estado de equilibrio en vacío  
(válvulas cerradas).

$N$  = Velocidad en estado de equilibrio en plena  
carga (válvulas totalmente abiertas).

$N_r$  = Velocidad nominal.

Una regulación de 3% o 4% significa que, un cambio de frecuencia  $\Delta f$  de 3% o 4% causa 100% o 1 p.u de variación, en la potencia o salida de la válvula de control, para un valor constante del cambiador de velocidad.

Se desarrolla información interesante acerca del comportamiento de los anillos primarios y secundarios, según los tres siguientes casos:

CASO A.- Si el generador es sincronizado a una red de gran tamaño, barra infinita, la frecuencia de la red será independiente de cualquier cambio en la potencia de salida del generador,

se dice entonces que:

Para un generador operando a una velocidad forzada constante, tenemos una proporcionalidad directa entre la potencia de la turbina y la calibración de la potencia de referencia.

CASO B.- Considerar el caso de la red finita, es decir, de frecuencia variable, siendo este el caso de esta tesis.

Para una calibración constante del cambiador de velocidad, el incremento en la salida de la potencia de la turbina, es directamente proporcional a la caída de frecuencia, así por ejemplo; para el caso de la simulación en esta tesis se utiliza un generador de 160 Mw. si se tiene un parámetro de regulación 4%, esto significa que, si la potencia de la turbina se incrementara en 1 p.u. o 160 Mw. se tiene una caída de frecuencia de 0.04 p.u o 2.4 Hz.

CASO C.- La figura # 2.42 demuestra como un gobernador varia la velocidad del eje con carga. Para una calibración dada del cambiador de velocidad curva A, tenemos 100% de velocidad en plena carga, como la turbina está sin carga, la velocidad del eje se eleva hasta alcanzar 104% de velocidad sin carga. Pero realmente se desea mantener la velocidad del eje constante en todas las cargas, así que, la señal del cambiador de velocidad debe ser modificada.

Si no se tiene una carga de 100% en 100% de velocidad y la carga decae a 75% (en figura # 2.42), la velocidad se eleva al 101%. Se reduce el porcentaje de velocidad nominal al 100% modificando la señal del cambiador de velocidad, permitiendo a la válvula de control cerrar un poco más.

La figura # 2.42, demuestra características de ajuste de cambiador de velocidad para mantener

el 100% de velocidad en cargas de 25, 50, 75, y 100%.

Debido a que el cambiador de velocidad sirve para el ajuste de compensación del estatismo y además, que la respuesta del anillo secundario es del orden de los minutos, solo se simula el efecto del anillo primario en el control de carga - frecuencia automático.

## 2.5 EL CONTROL CARGA - FRECUENCIA PRIMARIO

Antes de describir las características dinámicas de la turbina hidráulica, se describe el Control Carga - Frecuencia Primario, denominado también como regulador, o sistema regulador de velocidad, éste es un sensor electro y/o mecánico de velocidad, conectado mecánicamente al control de la potencia de entrada de la turbina.

Para los tres tipos de regulador a estudiar se utiliza como base de este estudio el regulador oleo - mecánico.

### 2.5.1 El Regulador Isócrono

El mecanismo simple de regulación demostrado en

la figura # 2.43 define al Regulador Isócrono.

Variaciones en la velocidad, captados por el cuerpo centrífugo, causan un desplazamiento de la válvula piloto, el cual, hace al aceite fluir a través del servomotor principal, que con una velocidad de variación, abre o cierra las válvulas o paletas de la turbina; esto es:

$$\Delta x = K_1 \Delta f$$

$$\frac{d(\Delta Y)}{dt} = K_2 \Delta x$$

$$\Delta Y = \int K_1 K_2 \Delta f dt$$

Un diagrama de bloques es ilustrado en la figura # 2.44.

Por causa de la acción integradora del servomotor principal, es evidente que  $\Delta Y$  alcanza un nuevo estado de equilibrio solamente cuando  $\Delta f$  llegue a cero.

Los Reguladores Isócronos no son usados en sistemas de múltiples máquinas, por causa de la necesidad de la división adecuada de carga entre máquinas. La división propia es asegurada

preveyendo una regulación con caída de velocidad.

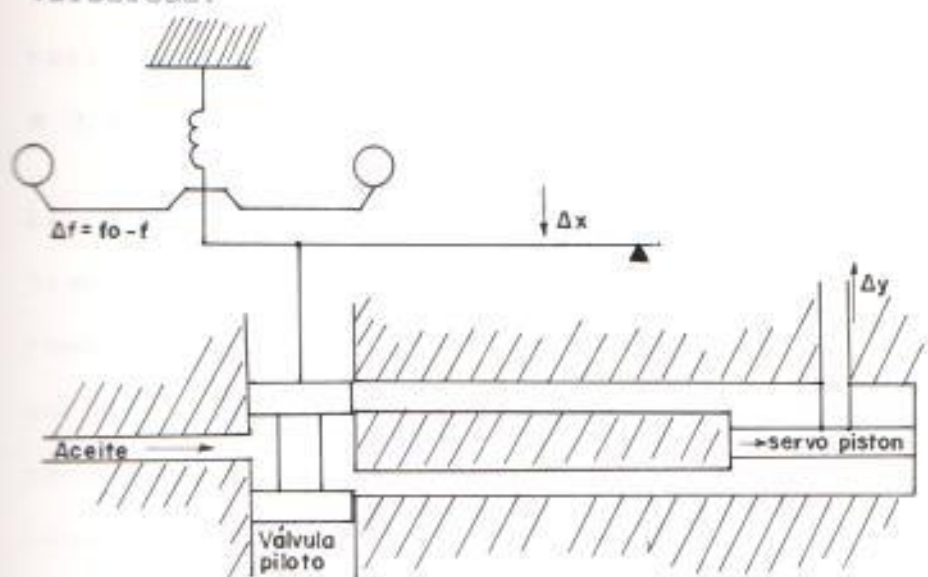


Figura 2.43

#### EL REGULADOR ISOCRONO

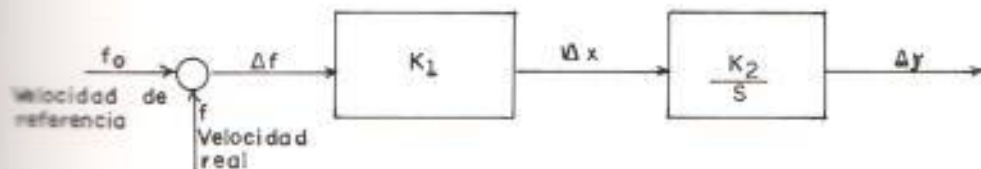


Figura 2.44

#### DIAGRAMA DE BLOQUES DEL REGULADOR ISOCRONO

### 2.5.2 El Regulador con caída de Velocidad

La figura # 2.45 muestra el esquema de un regulador con caída de velocidad. La característica de caída es debido a la conexión entre la válvula piloto y el servopistón.

Con referencia al diagrama de bloques del regulador isocrono en figura # 2.44, el efecto

de la conexión de realimentación en la figura # 2.45 es representado por una ganancia de realimentación  $K_B$ , como lo demuestra la figura # 2.46.

La figura # 2.47 muestra la respuesta, en el tiempo, de las válvulas controladas por el regulador de velocidad, a una variación en escalón en el cambio de frecuencia.  $T_B$  que es conocido como la constante de tiempo del regulador de velocidad, generalmente del orden de una fracción de segundos (0.5 seg.).

En la función de transferencia

$$\frac{\Delta \text{ válvula (p.u)}}{\Delta \text{ frecuencia (p.u)}} = \frac{\Delta Y}{\Delta f} = \frac{1}{R(1 + sT_B)}$$

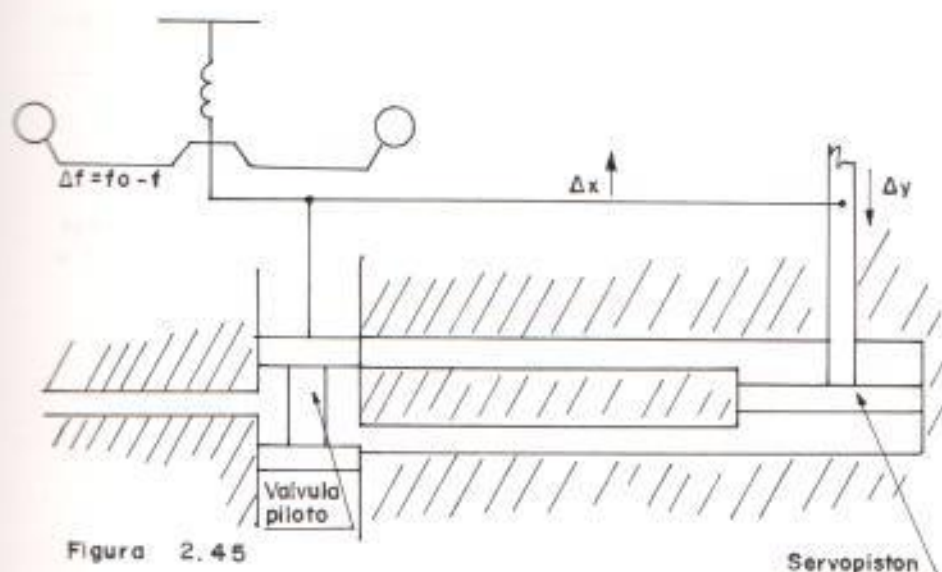


Figura 2.45

Servopiston

EL REGULADOR CON CAIDA DE VELOCIDAD

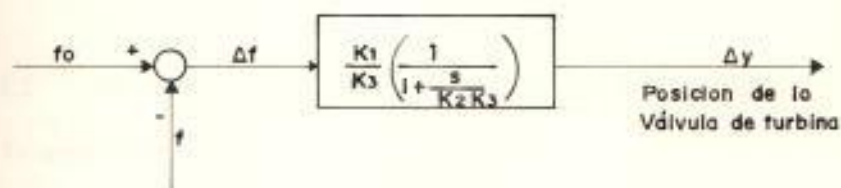
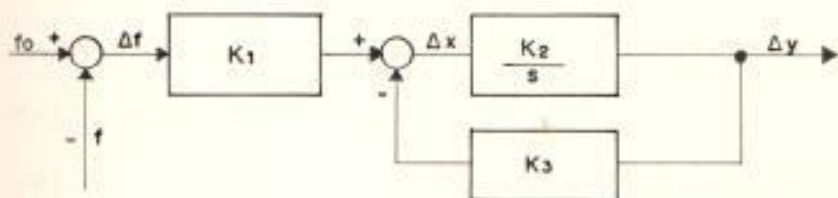


Figura 2.46

DIAGRAMA DE BLOQUES DEL REGULADOR CON CAIDA DE VELOCIDAD

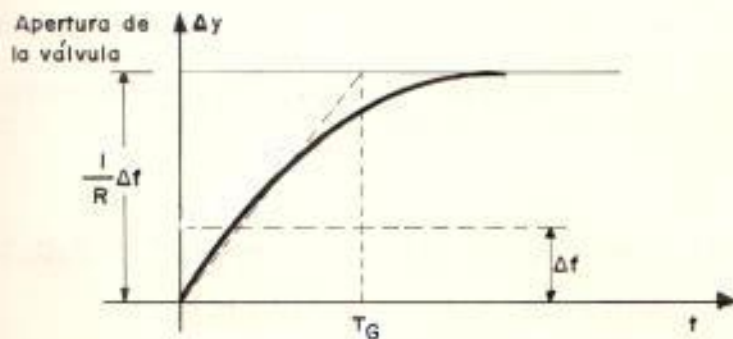
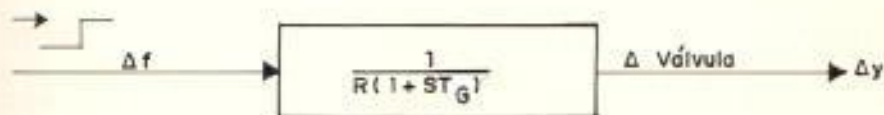


Figura 2.47

RESPUESTA DEL SERVOPISTON



Se puede observar que el valor en estado de equilibrio del cambio de frecuencia  $\Delta f$ , exigido para producir una variación de 1 por unidad en la posición de la válvula  $\Delta Y$ , es R. Este parámetro conocido como regulación de velocidad o estatismo  $v$ , ya se lo definió en la sección 2.4. En la terminología de control, el regulador es caracterizado como un control proporcional con una ganancia proporcional  $1/R$ .

### 2.5.3 El Regulador con Compensación de Caída Transitoria

Debido a que el regulador que se simula en esta tesis es del tipo óleo-mecánico con compensación de caída transitoria figura # 2.48, a continuación se detalla los elementos que lo constituyen, definiendo una función de transferencia, para cada uno de ellos, con las constantes de tiempo y ganancia usadas generalmente en un estudio de estabilidad.

#### 2.5.3.a Respuesta de la válvula Piloto y Servo-Piloto

Un desbalance entre la velocidad real y

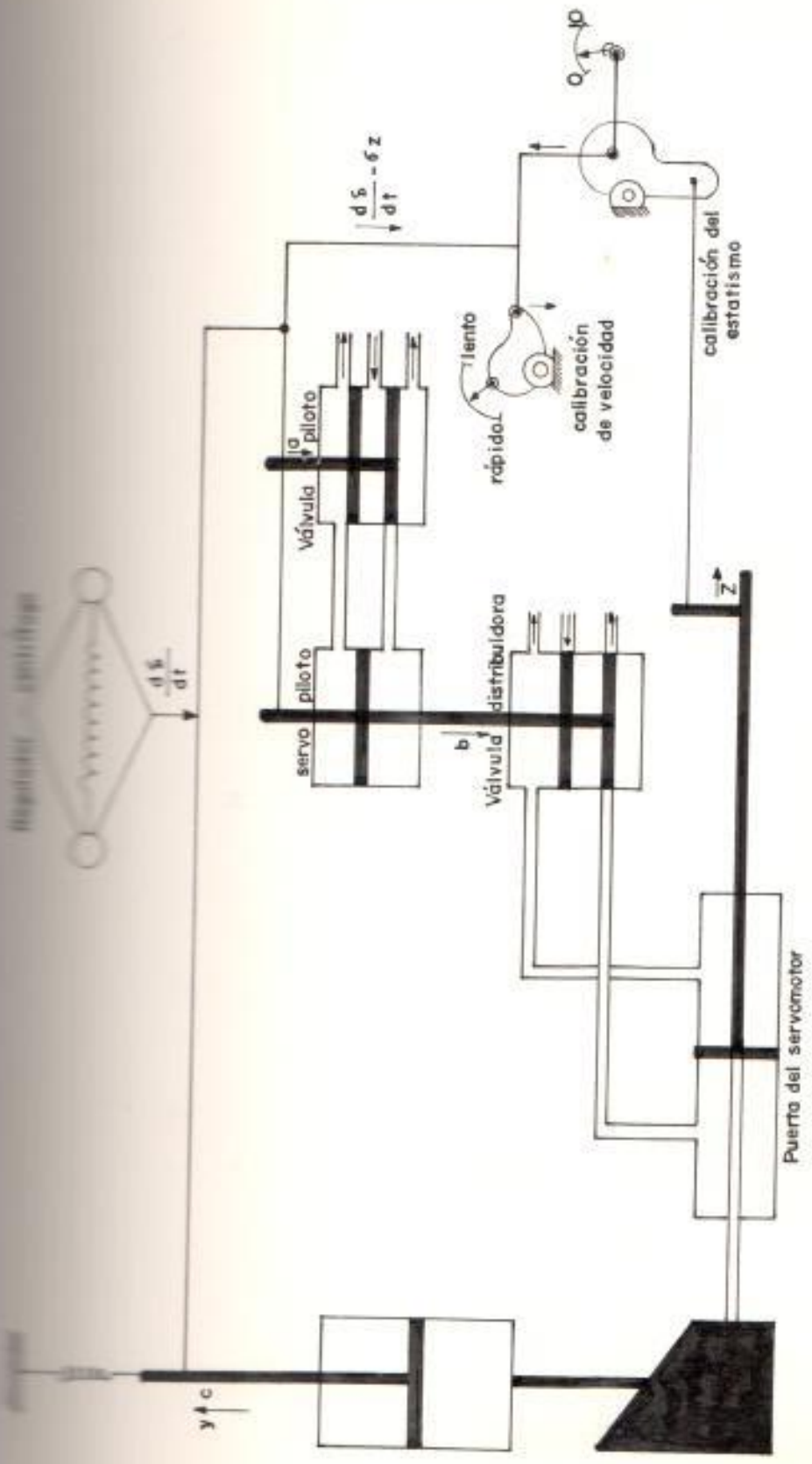
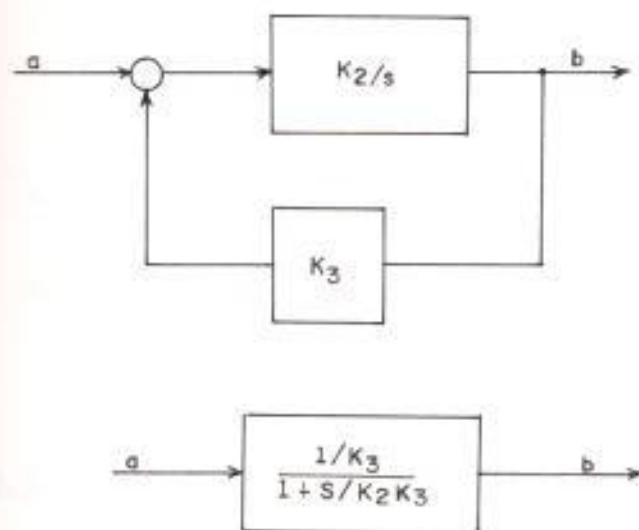


Figura 2.48  
Regulador con caída de velocidad y compensación transitoria

la velocidad de referencia, aparece como un cambio en la entrada (a) a la valvula piloto, la cual, causa una fase de variación al desplazamiento del (b) servopiloto, de igual forma que en el caso del regulador con caída de velocidad. Recordando la función de transferencia del regulador con caída de velocidad, tenemos para este caso:

$$\frac{b}{a} = \frac{1/K_3}{1+S/K_2 K_3}$$



RESPUESTA DE LA VALVULA PILOTO Y SERVOPILOTO

donde:

$K_2$  = Representa el valor proporcional al área del pistón del servopiloto, el cual a su vez es proporcional al área de los ductos.

$K_3$  = Representa el efecto de realimentación de palancas entre válvulas piloto y servopiloto.

$$\text{Si } K^* = 1/K_2 \quad \text{y} \quad T_p = 1/K_2 K_3$$

Tenemos:

$$\frac{b}{a} = \frac{K^*}{1 + s T_p} \quad (2.29)$$

donde:

$T_p$  = Constante de tiempo de la válvula piloto.

### 2.5.3.b Respuesta de la Válvula Distribuidora y puerta del Servomotor

Entre el desplazamiento de la válvula distribuidora (b) y el pistón del servomotor (z) se tiene un efecto integrador, esto es:

$$\frac{z}{b} = \frac{K_A}{s} \quad (2.30)$$

donde  $K_A$ : constante proporcional al área del pistón del servomotor o al área de los ductos que comunican la válvula distribuidora con la puerta del servomotor.

de (2.29) y (2.30) se obtiene:

$$\frac{z}{a} = \frac{1}{t_d \cdot s (1 + ST_p)} \quad (2.31)$$

donde:

$$T_d = \frac{1}{K_A K^*}$$

$T_d$  = Tiempo de respuesta del regulador dado por el efecto de realimentación de las palancas y por el área de los ductos que comunican a la válvula distribuidora con servomotor.

$T_d$  viene dado por:  $T_d = \beta T_e$

donde  $T_c$  es el tiempo requerido para el viaje completo del pistón del servomotor movilizándose éste a su máxima velocidad (5 a 10 seg).  $\beta$  es la desviación de velocidad en por unidad requerido para saturar la válvula piloto.

### 2.5.3.c Efecto de Recuperación - Caída Transiente

Cuando la posición del servomotor está cambiando, una señal de caída transiente (c) es desarrollada oponiéndose a rápidos cambios en la posición de la puerta.

Una vez que el servomotor se ha puesto en movimiento, el punto (c) comienza a moverse bajo el efecto de recuperación del resorte.

En tal caso, la velocidad de (c) es la resultante de la velocidad del servomotor y de la velocidad de recuperación del resorte.

$$\frac{dy}{dt} = \tau \left[ \frac{dz}{dt} \right] - \frac{y}{T_r}$$

donde:

$y$  = desplazamiento del amortiguador.

$z$  = desplazamiento del servomotor.

$\tau$  = coeficiente de caída transiente de  
velocidad.

$T_r$  = constante de tiempo del  
amortiguador.

Aplicando la transformada de Laplace  
obtenemos:

$$s y = \tau s z - y/T_r$$

$$\frac{y}{z} = \frac{\tau T_r s}{1 + s T_r} \quad (2.32)$$

#### 2.5.4 Diagrama del Bloque del Regulador

La señal ( $a$ ) que es la señal de entrada de la válvula piloto (figura # 2.48), es la suma de las señales de velocidades de referencia y del eje, de la señal de caída permanente, y de la señal de caída transitoria, esto es:

$$a = \frac{d\delta_r}{dt} - \frac{d\delta}{dt} - \tau z - \frac{\tau T_r s}{1 + s T_r} z$$

$$a = \frac{d\delta_r}{dt} - \frac{d\delta}{dt} - \sigma Z - \frac{\tau T_r s}{1 + s T_r} Z \quad (2.33)$$

donde:

$\frac{d\delta_r}{dt}$  = velocidad de referencia del rotor en por unidad.

$\frac{d\delta}{dt}$  = velocidad del rotor en por unidad.

$a$  = Señal de entrada a la válvula piloto.

Algunas veces la calibración del estatismo o caída de velocidad permanente es obtenida a través de la señal de la salida de potencia generada, más bien que la de la posición de la puerta del servomotor.

Según las ecuaciones (2.31) y (2.33) se obtiene el siguiente diagrama de bloques dado en la figura # (2.49).

$$Z = \frac{1}{T_a s (1 + s T_p)} a \quad (2.31)$$

$$a = \frac{d\delta_r}{dt} - \frac{d\delta}{dt} - \left[ \sigma + \frac{\tau T_r s}{1 + s T_r} \right] Z \quad (2.33)$$



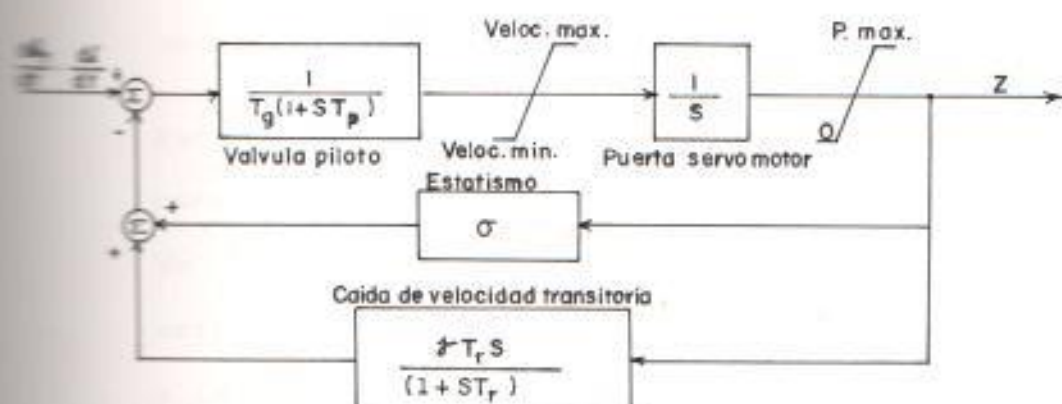


Figura 2.49

## DIAGRAMA DE BLOQUES DEL REGULADOR

## 2.6 LA MÁQUINA MOTRIZ Y LOS SISTEMAS DE SUMINISTRO DE ENERGÍA

## 2.6.1 El Sistema de Suministro Hidráulico y la Máquina Motriz

En esta tesis la dinámica de la central hidroeléctrica se relaciona de acuerdo a las siguientes señales:

- La aceleración del agua
- La aceleración de la máquina
- La respuesta del gobernador

El origen de las dos primeras señales es el estudio en esta sección, y mientras que la señal de la respuesta del gobernador fue revisada en sección 2.5.

Cada una de estas señales conforman una ecuación diferencial, que según la transformada

de Laplace da su función de transferencia.

Estas ecuaciones emplean datos de la característica de la planta y especificaciones de los gobernadores y está en función de: la velocidad de rotación, la presión en la turbina y la apertura de los inyectores.

Antes de estudiar las ecuaciones de la aceleración del agua y de la máquina, es necesario considerar ciertas asunciones.

El desarrollo de las turbinas hidráulicas es dominado por:

- 1.- Los efectos de la energía y compresibilidad del agua.
- 2.- Elasticidad de las paredes del conducto de agua y túnel de presión que alimentan a la turbina.

Según lo anterior se distinguen dos tipos de análisis: el análisis elástico y el inelástico; además, se considera en ellos si el fluido, es incompresible o no.

El análisis elástico se lo usa para turbinas largas, su estudio es complejo y no se lo analiza en esta tesis; este estudio está relacionado con incrementos de presión,

volúmenes de agua, expansión de las paredes del tubo y se lo realiza para una porción del conducto e incluye las variaciones de las masas de agua dentro de éste, durante un incremento de tiempo (ref # 8 ).

El análisis inelástico se usa en esta tesis y se lo explica en mas detalle en la sección siguiente.

#### 2.6.1.a La Aceleración del Agua

##### EL GOLPE DE ARIETE

Antes de llegar a la ecuación de aceleración del agua es necesario considerar el aumento de presión en la tubería de agua por efecto del Golpe de Ariete.

Como se había mencionado anteriormente el estudio se basa en dos teorías:

La de columna rígida o inelástica y la de columna elástica, siendo esta última más compleja pero más exacta.

La teoría rígida se utiliza en esta tesis y es la más empleada como

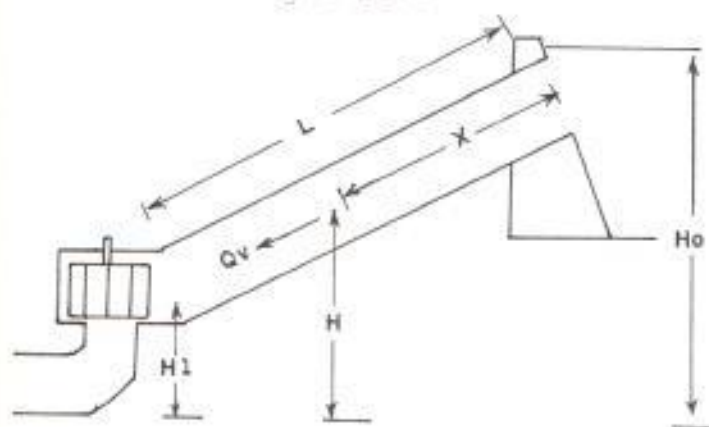
primeras aproximaciones.

El desarrollo del análisis inelástico es el siguiente :

La ecuación de movimiento es:

$$\frac{dH}{dx} + \frac{1}{g} \frac{dv}{dt} = 0$$

$$dH = - \frac{1}{g} \left[ \frac{dv}{dt} \right] dx$$



donde:

$H$  = El cabesal de la central  
hidráulica.

$g$  = El valor de la gravedad  $9.8m/seg^2$

$v$  = La velocidad del agua en la turbina  
de presión.

$x$  = el desplazamiento.

$L$  = La longitud de la turbina de  
presión.

$Q$  = El caudal del agua.

En esta teoría se considera que  $H$  permanece constante en el tiempo; varía solamente en el espacio, mientras que la velocidad varía en función del tiempo, pero permanece constante en el espacio, esto es:

$$\int_{H_0}^H dH = - \frac{1}{g} \left[ \frac{dv}{dt} \right] L$$

Luego el aumento de presión está dado por:

$$H - H_0 = - \frac{L}{g} \left[ \frac{dv}{dt} \right]$$

Convirtiendo a valores en por unidad obtenemos:

$$h = \frac{H - H_0}{H_0} = - \frac{L v_0}{g H_0} \frac{d(v/v_0)}{dt}$$

Sabemos que  $Q = A v$  luego

$$\frac{Q}{Q_0} = \frac{v}{v_0}$$

donde:

$Q_0$  = El valor base del caudal.

$v_0$  = El valor base de velocidad.

La expresión para  $h$  resulta:

$$h = - \frac{L v_0}{g H_0} \frac{d \left[ \frac{Q - Q_0}{Q_0} \right]}{dt}$$

$$h = - \frac{L v_0}{g H_0} \frac{dq}{dt}$$

donde:

$$L v_0 = L v_0 \text{ tubería} + \left[ \frac{L v_0}{2} \right] \text{ caracol} + L v_0 \text{ desfoque} \quad \text{m}^2/\text{seg}$$

$$\text{si } T_w = L v_0 / g H_0 \quad \text{seg}$$

donde:

$T_w$  = El tiempo de arranque del agua.

Luego la expresión de  $H$  (el cabezal de la turbina) resulta:

$$h = - T_w \frac{dq}{dt} \quad (2.34)$$

El tiempo de arranque del agua  $T_w$  es definido como el tiempo requerido para acelerar el agua en la tubería hasta la velocidad  $v_0$  bajo la acción del cabezal  $H_0$ .

## EL FLUJO DE AGUA

El flujo que tiene acceso a una turbina hidráulica es función del área de paso y de la velocidad de ingreso del agua (teorema de Torricelli).

Según esto, se establece que el caudal es función de la presión, velocidad y de la apertura de los inyectores.

(referencia # 8 y # 3), luego:

$$dq = \frac{dq}{dh} dh + \frac{dq}{d^2\delta} d^2\delta + \frac{dq}{dz} dz$$

Para cambios pequeños y reemplazando  $dq/dh$ ,  $dq/d^2\delta$ ,  $dq/dz$  por  $a_{11}$ ,  $a_{12}$ ,  $a_{13}$  respectivamente resulta:

$$q = a_{11} h + a_{12} \frac{d\delta}{dt} + a_{13} z \quad (2.35)$$

Derivando con respecto al tiempo

$$\frac{dq}{dt} = a_{11} \frac{dh}{dt} + a_{12} \frac{d^2\delta}{dt^2} + a_{13} \frac{dz}{dt}$$

donde:

$a_{11} = dq/dh =$  La variación del

caudal en por unidad con respecto a la variación del cabezal en por unidad.

$a_{12} = dq/d^2\delta =$  La variación del caudal en por unidad respecto a la variación de la velocidad en por unidad.

$a_{13} = dq/dz =$  La variación del caudal en por unidad respecto a la variación del desplazamiento del servomotor en por unidad.

Reemplazando (2.34) en (2.35) obtenemos:

$$-\frac{h}{T_w} = a_{11} \frac{dh}{dt} + a_{12} \frac{d^2\delta}{dt} + a_{13} \frac{dz}{dt}$$

Utilizando la transformada de Laplace tenemos:

$$T_w a_{11} s h + h + a_{12} T_w s^2(\delta) + T_w a_{13} s z = 0 \quad (2.36)$$



### 2.6.1.b La Aceleración de la Máquina

#### EL PAR DE IMPULSION - PAR RESISTENTE

#### LA ECUACION DE OSCILACION

El par de impulsión, esto es el torque mecánico  $T_m$ , depende de la alimentación de la turbina y de su velocidad de rotación. El generador da origen a un contra par, que es el torque electromagnético  $T_e$  que compensa al par de impulsión de la turbina y que depende de la carga de la red y de la velocidad de rotación del grupo.

Si se produce un desequilibrio entre el momento impulsor y el existente, entonces la diferencia de los pares acelerará o frenará las masas inertes del grupo.

La ecuación de oscilación describe el movimiento del rotor de la máquina relacionando el torque de aceleración, el cual lo definimos como  $T_a$ , con la resultante de los pares

electromagnéticos y mecánicos en el rotor.

$$T_a = T_m - T_w$$

La ecuación de movimiento de un cuerpo girando es esta dado por la ecuación de torque de aceleración:

$$T_a = \frac{WR^2}{32.2} \alpha \text{ lb-pie} \quad (2.37)$$

donde:

$T_a$  = Torque de aceleración en Libras-pie.

$WR^2$  = Momento de inercia en libras-pie<sup>2</sup>

$\alpha$  = Aceleración angular mecánica en radianes/seg<sup>2</sup>.

La aceleración eléctrica se determina a partir de la mecánica dividiendo esta última por el par de polos

$$\alpha = \frac{2}{p} * \text{aceleración eléctrica} \quad (2.38)$$

Como se menciona al comienzo del capítulo # 3, la velocidad instantánea del rotor puede ser representada en dos formas diferentes,  $d\theta/dt$  con

respecto al eje A y  $d\delta/dt$  con respecto al eje de la barra de referencia, (fig # 3.3).

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega_m + \frac{d\delta}{dt} \quad (2.39)$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{d^2\delta}{dt^2} \quad (2.40)$$

de (2.38) tenemos que :

$$\alpha = - \frac{2}{p} \frac{d^2\delta}{dt^2} \quad (2.41)$$

Es más conveniente usar la barra de referencia para medir la velocidad del rotor y la posición del rotor, las razones de estos se dan en el capítulo # 3.

Además si  $p = \frac{f}{120/n}$  = número de polos

donde:

$n$  = revolución por minuto (r.p.m.)

Según las dos últimas expresiones la ecuación (2.37) resulta:

$$T_a = \frac{W R^2}{32.2} \frac{\text{r.p.m.}}{60 f} \frac{d^2 \delta}{dt^2} \quad (2.42)$$

Definimos al torque base como el torque necesario para producir Kw o KVA base a la velocidad nominal esto es:

$$\frac{S}{W_{eb}} = T_{base} = \frac{KW_{base} \text{ ó } KVA_{base}}{W \times 10^{-3}}$$

donde:

S = Potencia de la máquina

$W_{eb}$  = La velocidad base de la máquina.

W = Velocidad de la máquina en radianes por segundo (rad/seg).

Transformando la velocidad de la máquina a revoluciones por minuto obtenemos:

$$T_{base} = \frac{KW_{base} \text{ ó } KVA_{base}}{n \times 2\pi/60 \times 10^{-3}} \times \frac{0.783 \text{ lb-pie/seg}}{1 \text{ watt}}$$

$$T_{base} = \frac{KW_{base} \text{ ó } KVA_{base}}{1.42 \times n \times 10^{-4}} \text{ lb-pie} \quad (2.43)$$

El torque por unidad está dado por la división de la expresión (2.42) a

(2.43) para obtener :

$\bar{T}_a$  = Torque de aceleración en por  
unidad.

$$\bar{T}_a = \frac{T_a}{T_{base}} = \frac{1.42 \times WR^2 \times n^2 \times 10^{-4}}{32.2 \times 60 \times KVA_{base} \times f} \frac{d^2 \delta}{dt^2} \frac{\pi}{\pi}$$

$$\bar{T}_a = \frac{0.231 \times WR^2 \times n^2 \times 10^{-4}}{\pi f \times KVA_{base}} \frac{d^2 \delta}{dt^2}$$

$$\bar{T}_a = \frac{2.31 \times 10^{-4} WR^2 n^2}{MVA_{base}} \frac{1}{\pi f} \frac{d^2 \delta}{dt^2}$$

La cantidad  $\frac{2.31 \times 10^{-4} WR^2 n^2}{MVA_{base}}$  es

conocida como la constante de inercia de

la máquina  $H'$  y dada en  $\frac{Mw \text{ seg}}{MVA}$  o en  $\frac{seg}{MVA}$

El torque por unidad adquiere la forma.

$$T_a = H' \left[ \frac{1}{\pi f} \frac{d^2 \delta}{dt^2} \right] \quad (2.44)$$

donde

$H'$  = segundos

$t$  = segundos

$f$  = Hz

$\delta$  = radianes eléctricos

$$\bar{T}_a = \bar{T}_m - \bar{T}_e \quad (2.45)$$

donde

$\bar{T}_a$  = Torque de aceleración en por unidad.

$\bar{T}_e$  = Torque electromagnético en por unidad.

$\bar{T}_m$  = Torque mecánico en por unidad.

Y

$$\bar{T}_m = T_m/T_{eb}$$

$$\bar{T}_e = T_e/T_{eb}$$

$$T_{eb} = S/We_b$$

donde:

$T_{eb}$  = Torque eléctrico base.

La ecuación normalizada para el torque de aceleración está dado en apéndice A, ecuación (A-24), esta es:

$$\bar{T}_a = M_o d^2\delta/dt^2$$

$$\bar{T}_m - \bar{T}_e = M_o d^2\delta/dt^2 \quad (2.46)$$

donde:

$M_o$  = Constante de inercia de la máquina

### LA ACELERACION DE LA MAQUINA

Al igual que el caudal es una función de la presión, velocidad y de la apertura de los inyectores, se tiene una expresión similar para el torque mecánico.

$$d\bar{T}_m = \frac{d\bar{T}_m}{dh} dh + \frac{d\bar{T}_m}{d^2\delta} d^2\delta + \frac{d\bar{T}_m}{dz} dz$$

Para cambios pequeños y reemplazando  $d\bar{T}_m/dh$ ,  $d\bar{T}_m/d^2\delta$ ,  $d\bar{T}_m/dz$  por  $a_{z1}$ ,  $a_{z2}$ ,  $a_{z3}$  respectivamente obtenemos:

$$\bar{T}_m = a_{z1}h + a_{z2} \frac{d\delta}{dt} + a_{z3}z \quad (2.47)$$

donde:

$a_{z1} = d\bar{T}_m/dh =$  La variación del torque mecánico en por unidad respecto a la variación del cabezal.

$a_{z2} = d\bar{T}_m/d^2\delta =$  La variación del torque mecánico en por unidad respecto a la variación de la velocidad en por unidad, en por unidad.

$a_{23} = d \bar{T}_m / dz =$  La variación del Torque mecánico en por unidad respecto a la variación del desplazamiento del servomotor en por unidad.

Si (2.46) es incluida en (2.47) obtenemos:

$$M_0 \frac{d^2 \delta}{dt^2} = a_{21} h + a_{22} \frac{d \delta}{dt} + a_{23} z - T_w \quad (2.48)$$

Si introducimos el término  $(\alpha_e)$  como:

$$\alpha_e = \frac{d T_m}{d^2 \delta} = a_{22}$$

Llamado coeficiente de autoregulación, que para el caso de tubería tipo impulso es igual a la unidad.

Esta característica de autoregulación se presenta únicamente en las turbomáquinas.

Para las turbinas de reacción se debe tomar en cuenta el intervalo en el cual  $\alpha_e$  fluctúa, que según Ref. # 3 es  $0.9 \leq \alpha_e \leq 1.1$



Si se reemplaza el término  $\alpha_c$  en la expresión (2.48) se tiene:

$$M_o \frac{d^2 \delta}{dt^2} - a_{21}h - a_{23}z - \alpha_c \frac{d\delta}{dt} + T_w = 0$$

Que es la ecuación de la aceleración de la unidad, turbina más generador.

### 2.6.1.c Expresión General de la Aceleración del Agua y Aceleración de la Máquina

Recordando la expresión (2.36) y (2.48) tenemos:

$$T_w + M_o \frac{d^2 \delta}{dt^2} = a_{21}h + a_{22} \frac{d\delta}{dt} + a_{23}z \quad (2.48)$$

$$T_w a_{11}h + h + a_{12}T_w s(s\delta) + T_w a_{13}z = 0 \quad (2.36)$$

Si la expresión (2.36) la transformamos a la forma de Laplace y despejamos  $h$  e introducimos en la expresión (2.48) resulta:

$$+ M_o s(s\delta) = - \frac{(a_{12}T_w s(s\delta) + T_w a_{13}z)}{(1 + a_{11} T_w s)} a_{21} + a_{23}z + a_{22} s\delta$$

Ordenando la última expresión, esta es,

si se establece en función de la velocidad y del desplazamiento del servomotor resulta:

$$\begin{aligned} \bar{T}_m = s(s\delta) \left[ 1 + a_{11} T_w s \right] &= s\delta [a_{22} + a_{11} a_{22} T_w s - a_{12} a_{21} T_w s] \\ &+ a_{23} s \left[ 1 + T_w s \left[ a_{11} - \frac{a_{12} a_{21}}{a_{23}} \right] \right] \quad (2.49) \end{aligned}$$

De la ecuación (2.46) esta es:

$$\bar{T}_m = \bar{T}_w + M_w \frac{d^2 \delta}{dt^2}$$

La expresión del torque mecánico resulta, después de aplicar la transformada de Laplace:

$$\begin{aligned} \bar{T}_m &= \frac{a_{23} \left[ 1 + \left[ a_{11} - \frac{a_{12} a_{21}}{a_{23}} \right] T_w s \right] T_w s}{(1 + a_{11} T_w s)} s + \\ &\frac{[a_{22} a_{11} - a_{12} a_{21}] T_w s + a_{22}}{(1 + a_{11} T_w s)} s \delta \quad (2.50) \end{aligned}$$

Como un corolario de la expresión # (2.50) al sustituir en ella los datos, dados en tabla # 2.7, para una turbina ideal y en condiciones de plena carga

resulta:

$$\bar{T}_m = \frac{(1 - T_w s)}{(1 + 0.5 T_w s)} z + a_{22} s \delta$$

Ya que  $a_{22} = \alpha_e$  (Coeficiente de autoregulación)

Luego:

$$\bar{T}_m = \frac{(1 - T_w s)}{(1 + 0.5 T_w s)} z + \alpha_e s \delta \quad (2.51)$$

#### 2.6.1.d Diagrama de Bloques: Suministro Hidráulico y Máquina Motriz

Las ecuaciones que simplifican el estudio del suministro hidráulico y máquina motriz son dadas por # (2.46) y (2.50).

$$\bar{T}_m = \bar{T}_w + M_G \frac{d^2 \delta}{dt^2} \quad (2.46)$$

$$\bar{T}_m = \frac{a_{22} \left[ 1 + \left[ a_{11} - \frac{a_{12} a_{21}}{a_{22}} \right] T_w s \right]}{(1 + a_{11} T_w s)} z + \quad (2.50)$$

$$\frac{((a_{22} a_{11} - a_{12} a_{21}) T_w s + a_{22})}{(1 + a_{11} T_w s)} s \delta$$

Aplicando, la transformada de Laplace a expresión (2.46) e introduciendo en (2.50), luego de reordenar términos comunes logramos:

$$\left[ \mathcal{L}_s s - \frac{[(a_{22} a_{11} - a_{12} a_{21}) T_w s + a_{22}]}{(1 + a_{11} T_w s)} \right] s \delta =$$

$$\left[ \frac{a_{22} \left[ 1 + \left[ a_{11} - \frac{a_{12} a_{21}}{a_{22}} \right] T_w s \right]}{(1 + a_{11} T_w s)} \right] Z - T_w \quad (2.52)$$

TABLA 2.7

COEFICIENTE DE UNA TURBINA EN CONDICIONES DE  
PLENA CARGA

COEFICIENTES	TURBINA NO IDEAL	TURBINA IDEAL SIN PERDIDA
$a_{12} = dq/dh$	0.58	0.5Z <sub>o</sub> *
$a_{13} = dq/d^2 \delta$	0.00	0.00
$a_{14} = dq/dz$	1.10	1.00
$a_{21} = dT_w/dh$	1.40	1.5Z <sub>o</sub> *
$a_{22} = dT_w/d^2 \delta$	-1.00	-1.00
$a_{23} = dT_w/dz$	1.50	1.00

Donde  $a_{11}$ ,  $a_{12}$ ,  $a_{13}$ ,  $a_{21}$ ,  $a_{22}$ ,  $a_{23}$  ya

fueron definidos anteriormente.

Datos de acuerdo a referencia (3) (16)  
(22)

\*  $Z_0$  para condiciones de plena carga=1

El diagrama de bloques representativo de la expresión (2.52) es dado en figura # 2.50.

Para estudio de simulación de esta tesis, se utilizan los datos referentes a la Tabla # 2.7, los cuales son para el caso de una turbina ideal y a condiciones de plena carga, con estos datos, la expresión # 2.52 se resume a:

$$(M_{\theta} s - a_c) s \delta = \left[ \frac{1 - T_w s}{1 + 0.5T_w s} \right] Z - \bar{T}_w \quad (2.53)$$

donde  $a_{22} = a_c$

El diagrama de bloques representativo de la expresión (2.53) es dado en figura # 2.51.

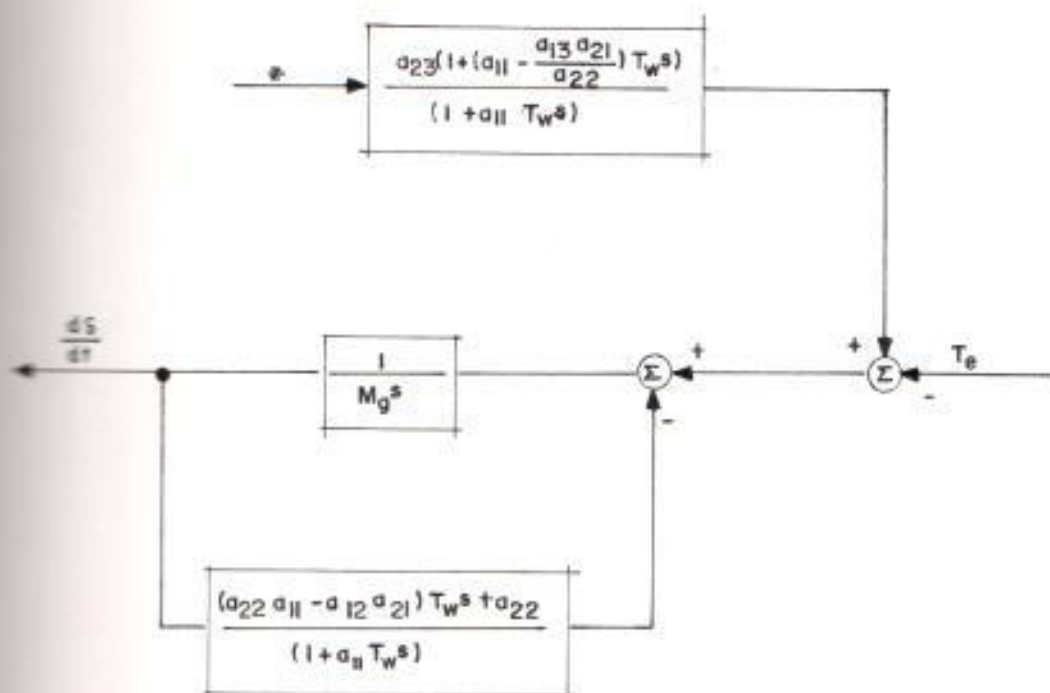


Figura 2.50

Diagrama de bloques turbina hidráulica - no ideal

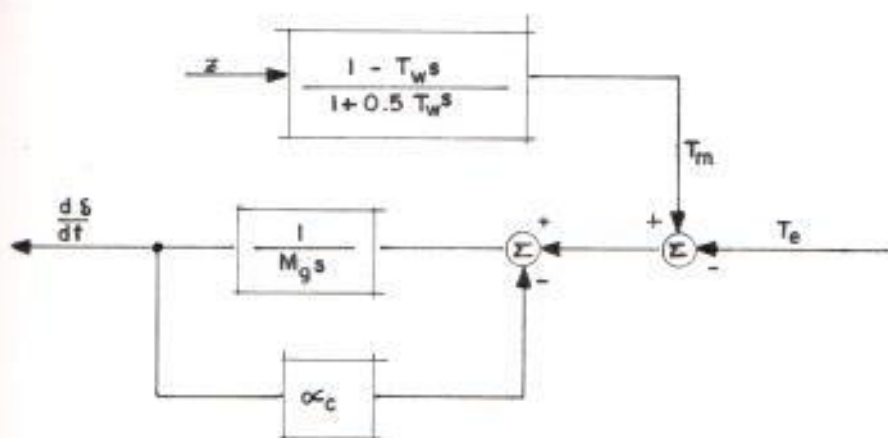


Figura 2.51

Diagrama de bloques turbina hidráulica - ideal

### 2.6.1.e Diagrama de Bloques General

#### SISTEMA GOBERNADOR DE VELOCIDAD - TURBINA - SUMINISTRO HIDRAULICO

Puesto que se desarrolla el diagrama de bloques del regulador, en sección 2.5.4 y el diagrama de bloques del Suministro hidráulico - Máquina motriz, en sección 2.6.1.d, se obtiene el diagrama de bloques general a partir de éstos, el cual es dado en la figura # 2.52, este modelo se lo utiliza en conjunto con el sistema de excitación, generador y carga eléctrica en el capítulo # 6.

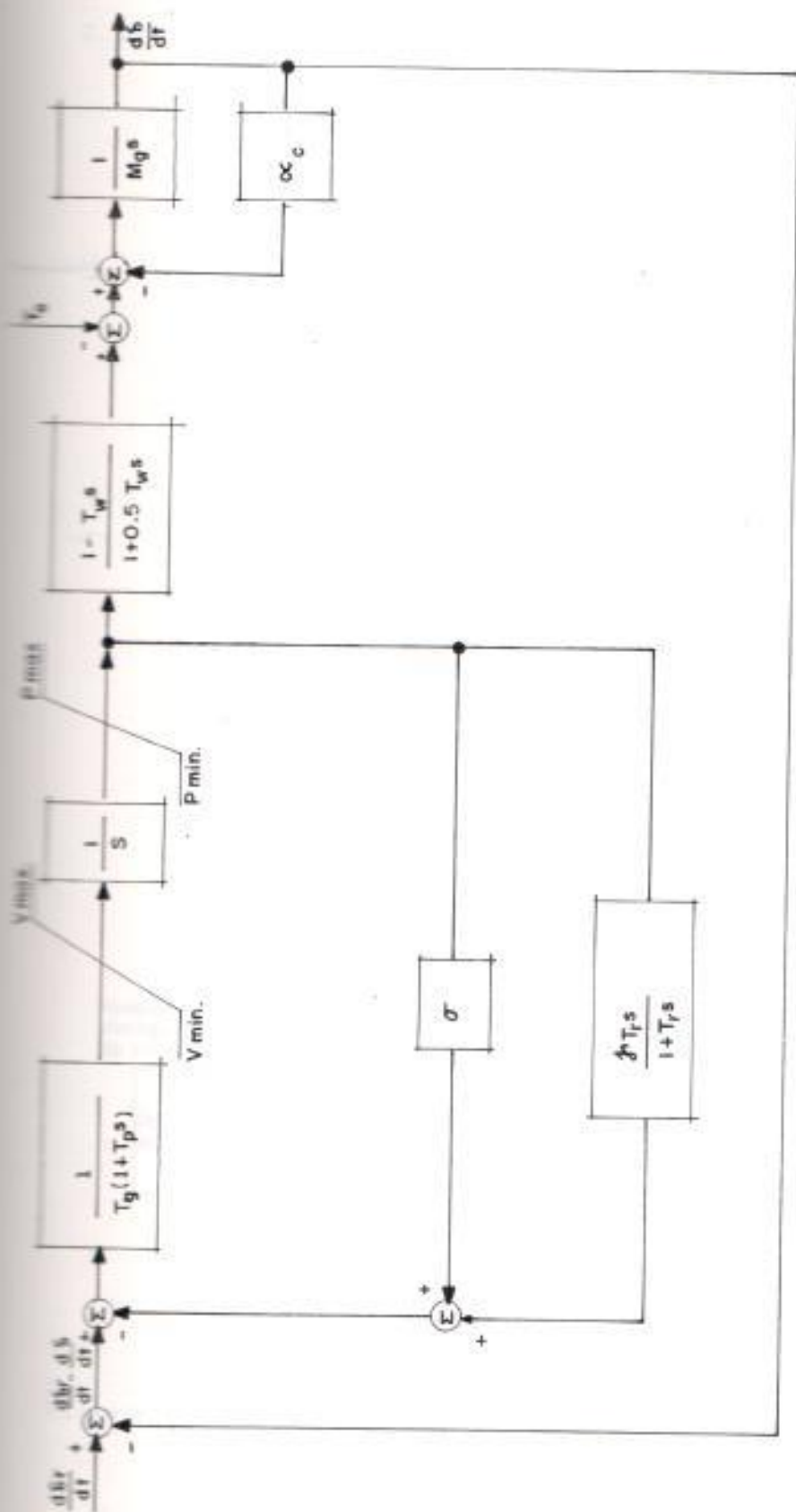


Figura 2.52

Diagrama de bloques: Sistema gobernador de velocidad\_turbina, Suministro hidráulico



## 2.5.2 El Sistema de Suministro a Vapor y La Máquina Motriz.

Antes de analizar el sistema de las turbinas a vapor se desarrolla las analogías de sus sistemas gobernador de velocidad con respecto al del sistema de la turbina hidráulica.

Un sistema de gobernación de velocidad típico mecánico-hidráulico para una turbina vapor consiste de un gobernador de velocidad, un relay de velocidad, un servomotor hidráulico y las válvulas controladas por el gobernador las cuales están funcionalmente relacionadas como se demuestran en figura # 2.53 (16).

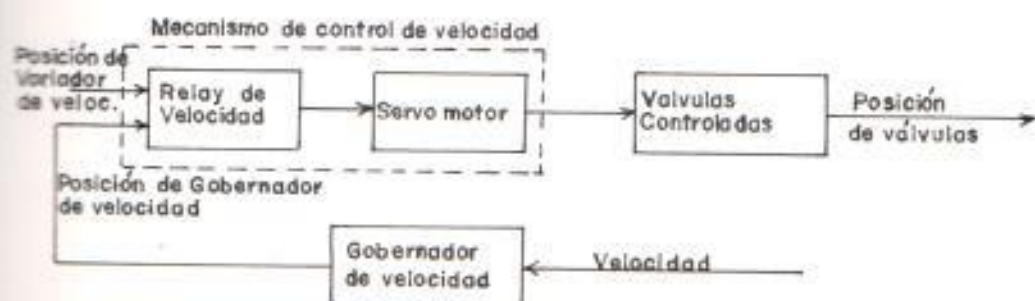


Figura #2.53 Sistema gobernador de velocidad Mecánico Hidráulico. Para turbina a vapor: Diagrama de bloques funcional.

El diagrama de bloques de figura #2.54a demuestra un modelo matemático no lineal aproximado. El gobernador de velocidad produce una posición la cual es una indicación lineal instantánea de la velocidad, y es representada por una ganancia  $C_g$ .

$$\epsilon = C_g \frac{d\delta}{dt} \quad (2.54)$$

donde:

$\epsilon$  = Desplazamiento del gobernador de velocidad.

$C_g$  = Constante de gobernador de velocidad.

$\frac{d\delta}{dt}$  = Velocidad del rotor.

La señal de referencia  $\left[ \frac{d\delta}{dt} \right]$  es determinada por el control de carga - frecuencia secundario y es asumida constante sobre el intervalo de este estudio.

El relav de velocidad es representado como un integrador con constante de tiempo  $T_i$  y realimentación directa. Una función no lineal para compensar la no linealidad de la válvula es ilustrada entre el relav de

velocidad  $v$  el servomotor.

A fin de obtener las grandes fuerzas necesarias para controlar la posición de las válvulas de vapor un segundo estado de amplificación es usado, este es el servomotor el cual está representado por un integrador con constante de tiempo  $T_2$  y realimentación directa.

El limitador de velocidad del servomotor, limite grandes variaciones de velocidad que ocurren instantáneamente. Los límites de posición son también indicados y estos corresponden a calibraciones, ya sea para una apertura total de las válvulas o para limitar carga.

En estudio de sistemas de potencia, las no linealidades del mecanismo de control de velocidad son normalmente despreciadas excepto los límites de velocidad y los límites en la posición de la válvula. Una representación matemática, aproximada, es dada en figura 2.54b.

A fin de realizar el análisis de esta tesis fácil y aplicable a cualquier unidad sin

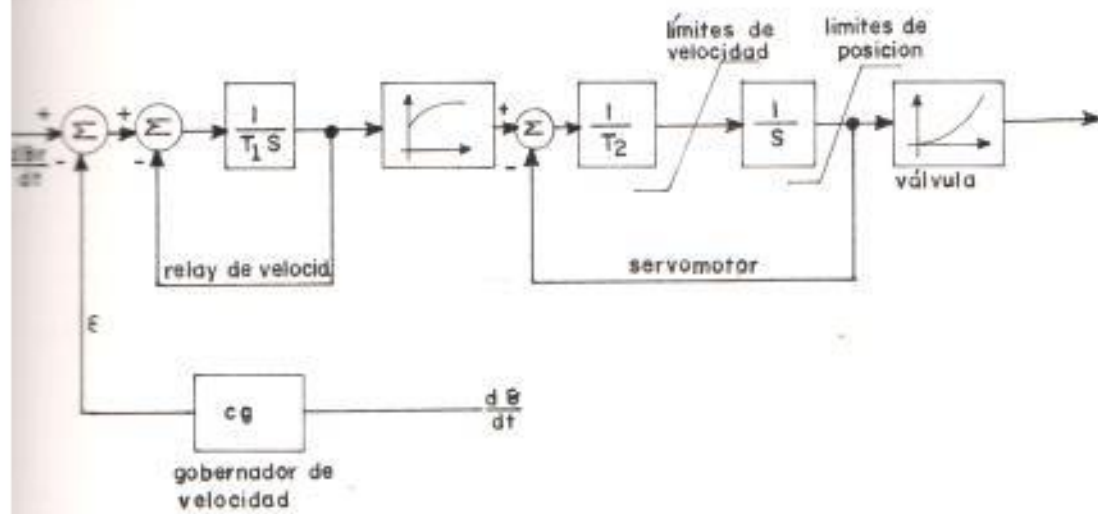


Figura 2.54 (a)

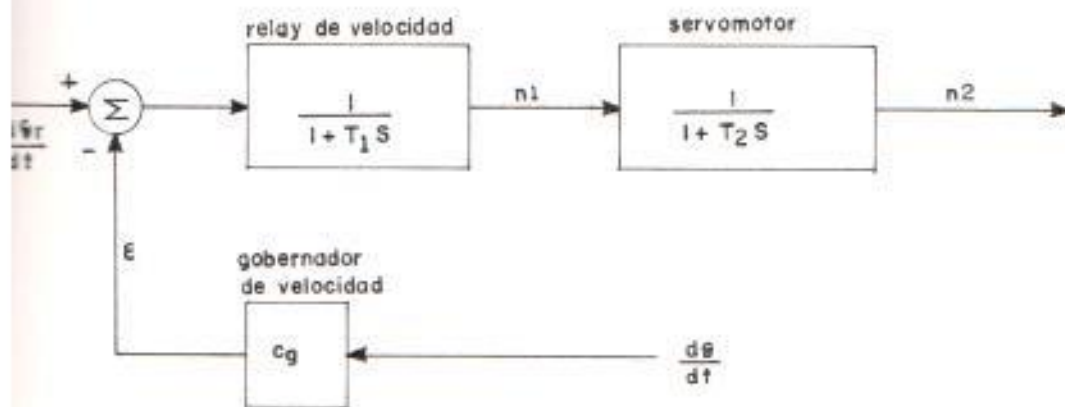


Figura 2.54 (b)

Sistema gobernador de velocidad mecánico-hidráulica para turbina de vapor

Figura 2.54 (a) modelo matemático no lineal

Figura 2.54 (b) modelo matemático aproximado

conocer todos los detalles del diseño del sistema de control, tanto para turbinas a vapor como hidráulicas. Las variables de estos son colocadas en forma no dimensional referido a una base cuyo valor sea alguna magnitud característica de ella misma.

Las cantidades bases para la que los cambios en variables son referidos son ya sea para sus valores nominales o la magnitud de esas cantidades entre la condición de vacío y plena carga (10).

Así por ejemplo, la forma no dimensional de las variables son dados para el caso del relay de velocidad, y del servomotor. Si  $Y_1$  y  $Y_2$  se definen como las salidas del relay de velocidad y del servomotor respectivamente, entonces para una variación de ellas tendremos

$$\Delta Y_1, \Delta Y_2;$$

refiriendo éstos últimos a las salidas nominales  $Y_1^*$ ,  $Y_2^*$ , esto es el desplazamiento entre vacío y plena carga, obtenemos:

$$n_1 = \frac{\Delta Y_1}{Y_1^*} = \text{El cambio relativo de la posición del relay de velocidad (sin dimensiones)}$$

$$n_z = \frac{\Delta Y_z}{Y_z^*} = \text{El cambio relativo de la posición del servomotor (sin dimensiones).}$$

donde:

$\Delta Y_1$  = cambio en la posición del relay de velocidad.

$\Delta Y_z$  = cambio en la posición del servomotor.

$Y_1^*$  = El desplazamiento nominal del relay de velocidad.

$Y_z^*$  = El desplazamiento nominal del servomotor.

Según lo anterior la función de transferencia del servomotor está dado por (10).

$$n_z = \frac{1}{1 + T_z s} n_1 \quad (2.55)$$

donde:

$T_z$  = Constante de tiempo del servomotor.

$n_z$  y  $n_1$  fueron definidos anteriormente.

De igual manera la función de transferencia del relay de velocidad es:

$$\frac{n_1}{x} = \frac{1}{1 + T_1 s} \quad (2.56)$$

donde:

$n_1$  : fue definido antes, y

$x$  : El golpe producido por el gobernador de velocidad ante un cambio relativo de velocidad.

$T_1$  : Constante de tiempo del relay de velocidad.

Antes de analizar el efecto del flujo de vapor sobre el torque impulsor, se define la regulación de velocidad de estado estable total de una turbina a vapor como:

$$r_o = \frac{N_o - N}{N_r} \quad (2.57)$$

donde:

$N_o$  = velocidad (r.p.m.) a salida de potencia cero.

$N$  = velocidad (r.p.m.) a salida de potencia nominal.

$N_r$  = velocidad nominal (r.p.m.).

$r_o$  = regulación de velocidad de estado estable.

Con el variador de velocidad mantenido constante.

La regulación de velocidad incremental  $r'$  es definido como:

$$r' = \frac{N_0 - N'}{N_r} \quad (2.58)$$

donde  $N_0$  y  $N_r$  fueron definidos anteriormente, y  $N'$  es una velocidad imaginaria de plena carga (r.p.m.).  $N'$  es una velocidad ficticia la cual sería necesaria para hacer mover a la turbina a su salida nominal si la pendiente de la potencia se incrementara (en el punto particular donde la regulación incremental es medida), desde sin carga a plena carga) con el variador de velocidad mantenido constante figura # 2.55

#### 2.6.2.a El Flujo de Vapor y el Torque Impulsor

El arreglo de la válvula de vapor y el de la turbina sobre el que el torque impulsor es producido, se muestra en figura # 2.56



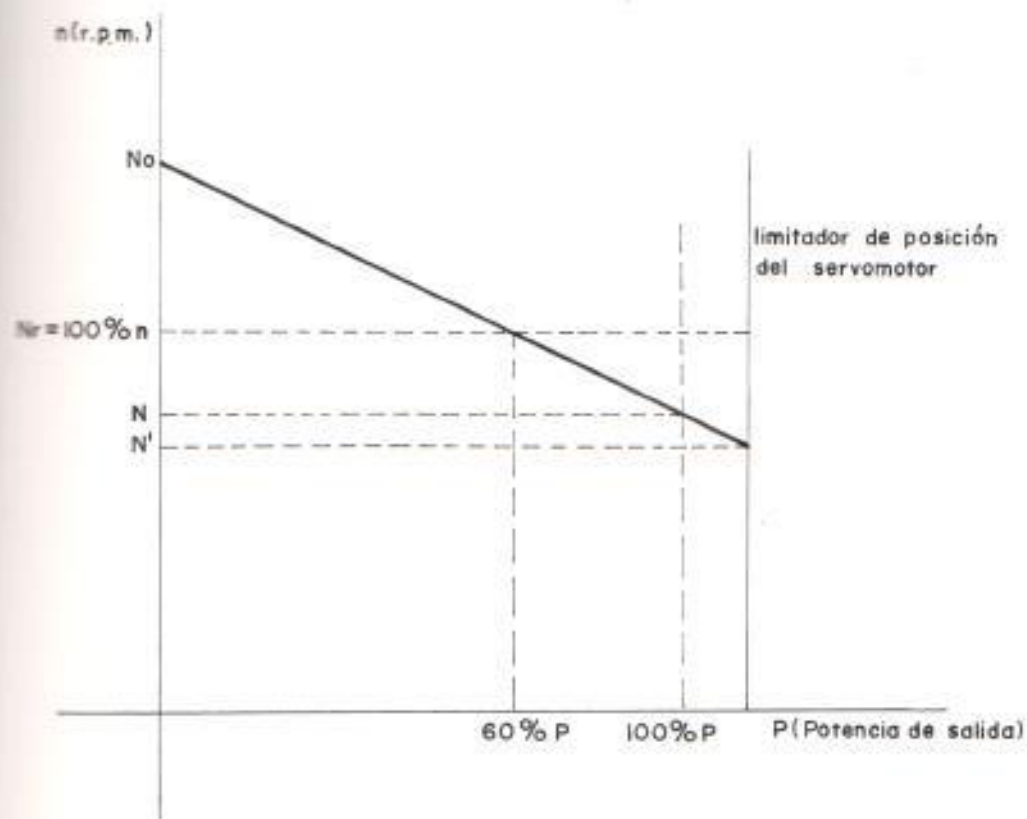


Figura 2.55

Regulación de estado estable e incremental para una posición dada del variador de velocidad

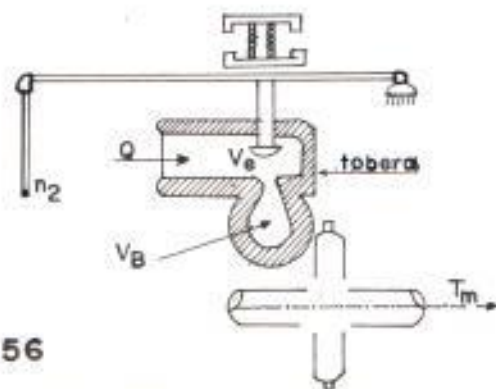


Figura 2.56

Posición del servomotor - torque

donde:

$V_B$  = Volúmen de la taza.

$Q$  = Flujo de vapor.

$n_2$  = Cambio en la posición del servomotor.

$T_m$  = Torque mecánico.

$V_c$  = Válvula de control.

La función de transferencia relacionando un cambio en la posición del servomotor ( $n_2$ ) con el torque mecánico ( $t_m$ ); incluye la respuesta de la válvula de control, el volúmen de vapor entre la válvula de control y la tobera, y la transformación de energía mecánica, esto es el torque mecánico sobre el eje de la turbina.

Los cambios en torque se refieren al torque de plena carga  $T^*$  como:

$$\frac{\Delta T}{T^*} = T_m \quad (2.59)$$

La función de transferencia viene dada por:

$$\frac{T_m}{N_2} = \frac{K_3}{1 + T_3 s} \quad (2.60)$$

donde:

$K_3$  es la ganancia de este anillo

$T_3$  es la constante de tiempo del  
volumen de vapor

$K_3$  y  $T_3$  son discutidos a continuación.

$K_3$  viene dado por :

$$K_3 = \frac{\sigma_w}{\sigma'} \quad (2.61)$$

donde:

$\sigma_w$  y  $\sigma'$  fueron definidos anteriormente.

La ganancia  $K_3$  sería la unidad, si la regulación incremental en este punto fuera del 5%. La regulación  $\sigma'$  varía entre 2 a 12% (10), usualmente se escoge 8%, por lo tanto,  $K_3$  debe ser

corregida de acuerdo al valor de  $\sigma'$ .

Ya que  $\sigma_a$  y  $\sigma'$  tienen las mismas unidades, ellas pueden ser expresadas en por unidad o en porcentaje, la ganancia  $K_s$  sería la misma.

Para una unidad normal con recalentador, el valor típico de  $K_s$  se encuentra entre 0.6 a 0.8; para el estudio de esta tesis se escoge 0.6 con una regulación de estado estable de  $\sigma_a=5\%$ , resultando una regulación incremental de  $\sigma'=8.33\%$ ; según ecuación (2.61). El limitante al escoger  $K_s = 0.6$ , se estudia en la próxima sección, la cual analiza la estabilidad de la central a vapor y se basa en que,  $K_s$  junto con  $c_a$  son parámetros, los cuales pueden relativamente cambiar a fin de obtener el margen de fase deseado con el fin de mejorar la estabilidad del sistema de control de velocidad.

La constante de tiempo  $T_a$  representa el tiempo que lleva en llenar el volumen

de la taza ( $V_B$ ), figura 2.56, con vapor de condiciones iniciales nominales a la razón de flujo de plena carga.

$T_x$  está definido como:

$$T_x = \frac{V_B}{Q^*V} \quad (2.62)$$

donde:

$V_B$  : Volúmen de la taza (pie cúbico)

$Q^*$ : Flujo de vapor a plena carga en válvulas de control.

$V$  : Volumen específico del vapor en la taza (pie<sup>3</sup>/lb).

Los valores promedios para  $T_x$  son:

$T_x$  : 0.05 - 0.4 dependiendo de la localización de las válvulas de control.

En una turbina con recalentador, hay un recalentador de un volúmen substancial interpuesto entre la turbina de alta presión y la turbina de baja presión. Figura # 2.57

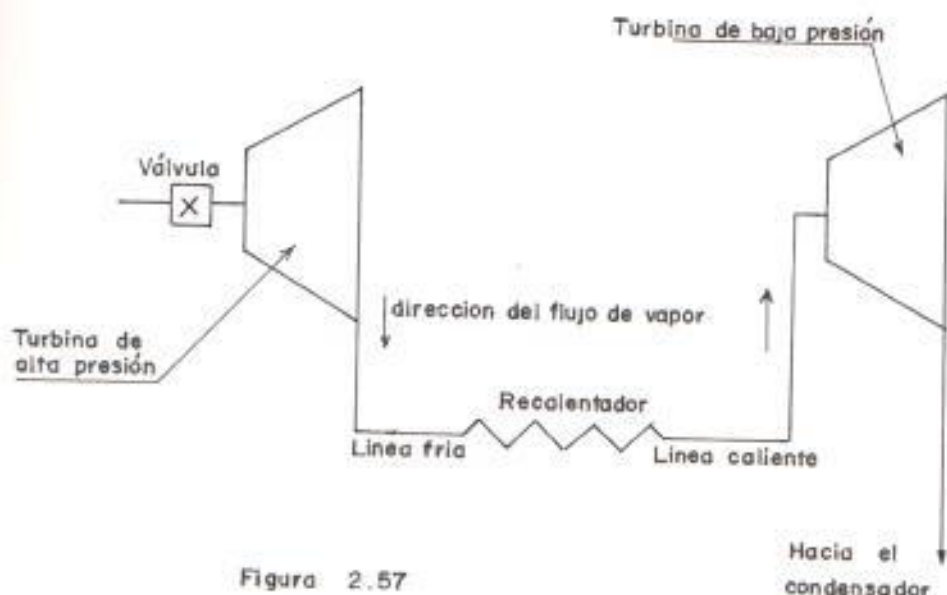


Figura 2.57

#### TURBINA CON RECALENTADOR

Su localización con respecto a los estados de la turbina, tiene influencia sobre la respuesta de la unidad cuando un cambio en el flujo de vapor ocurre. La función de transferencia correspondiente para una turbina con recalentador es por lo tanto escrita como:

$$\frac{T_m}{N_w} = \frac{K_S (1 + f T_r s)}{(1 + T_x s) (1 + T_r s)} \quad (2.63)$$

donde:

$f$  es la fracción en por unidad de la potencia total desarrollada en las sección de alta presión de la unidad

(0.2 - 0.3).

$T_r$  es la constante de tiempo del recalentador.

La constante de tiempo  $T_r$  del recalentador es definida en analogía a la constante  $T_s$  como:

$$T_r = \frac{V_r}{Q_r^* v_r} \quad (2.64)$$

donde:

$V_r$  es el volumen en el recalentador en la línea fría y caliente del recalentador (pie cúbico).

$Q_r^*$  es el flujo de vapor del recalentador a plena carga (lb/seg).

$v_r$  es el volumen específico promedio del vapor en el recalentador (pie/lb).

A fin de calcular  $T_r$  es necesario considerar razonables promedios de las condiciones que cambian en el

recalentador particularmente la temperatura.

Los valores promedios de  $T_r$  son de 3 - 11 segundos.

### 2.6.2.b Diagrama de Bloques General.

#### SISTEMA GOBERNADOR DE VELOCIDAD - TURBINA - SUMINISTRO DE VAPOR.

El diagrama de bloques de la central a vapor en estudio está definido por las siguientes expresiones enunciadas en secciones anteriores.

- Ganancia del gobernador de velocidad ( $C_g$ ).

$$\epsilon = C_g \frac{d\delta}{dt} \quad (2.54)$$

- Relay de velocidad.

$$\frac{n_1}{X} = \frac{1}{1 + T_1 s} \quad (2.56)$$

- Servomotor

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{1}{1 + T_2 s} \quad (2.55)$$



- Torque mecánico o impulsor.

$$\frac{T_m}{n_g} = \frac{K_D (1 + fT_p s)}{(1 + T_D s) (1 + T_p s)} \quad (2.63)$$

- Ecuación de Oscilación

$$T_m - T_w = M_w \frac{d^2 \delta}{dt^2} \quad (2.46)$$

Las tres primeras expresiones definen al sistema gobernador de velocidad, cuyo diagrama de bloques está dado en figura # 2.54, la cuarta expresión es debido al efecto del suministro de vapor y la quinta ecuación es la misma ecuación de oscilación dada para el caso de la turbina hidráulica.

El diagrama de bloques general es dado en figura # 2.58

### 2.6.2.c El Efecto de la Caldera.

La dinámica de la caldera es un asunto muy complejo, el cual exige la consideración de muchos efectos

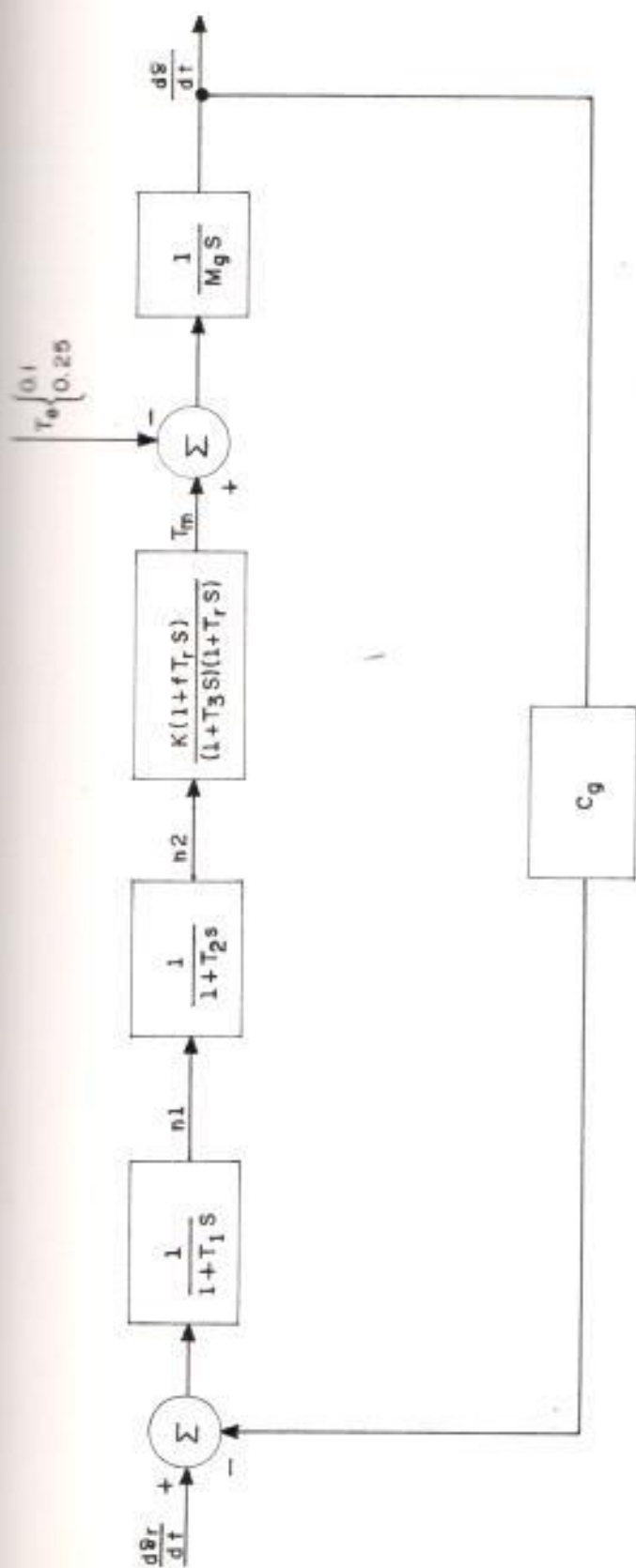


Figura 2.58

Sistema gobernador de velocidad turbina suministro a vapor

termodinámicos simultáneos. El interés de esta sección es estudiar el proceso de la caldera en una forma bastante simplificada estudiando a ella en analogía a un circuito eléctrico figuras (2.59) y (2.60) y considerando si éste influye o no en el estudio de estabilidad.

La presión en la caldera, es afectada por variaciones en la masa de vapor, dentro de su volumen de almacenamiento.

Estas alteraciones en la masa almacenada, resultan en desequilibrio transitorio, entre los flujos de vapor que entran en la turbina y la generación de vapor en la caldera.

La presión en la válvula de control, difiere de la presión de la caldera por la caída de presión en los recalentadores: ésta caída de presión, es aproximadamente proporcional al cuadrado del flujo de vapor.

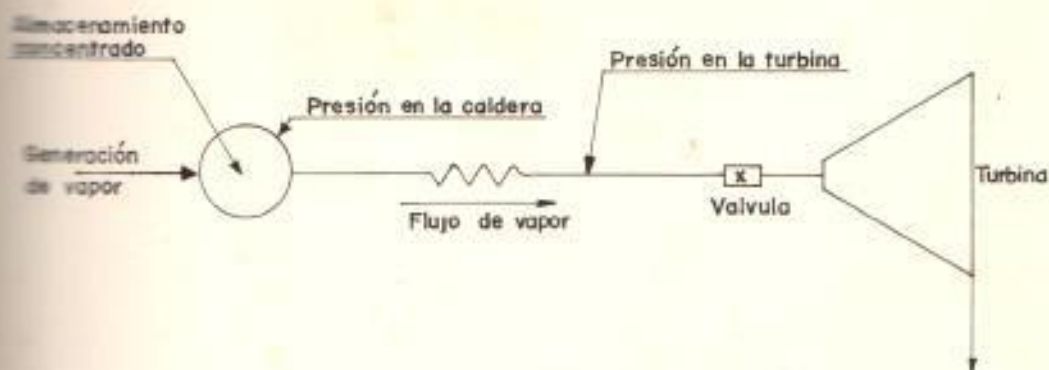


Figura 2.59

Esquema del sistema de turbina-caldera

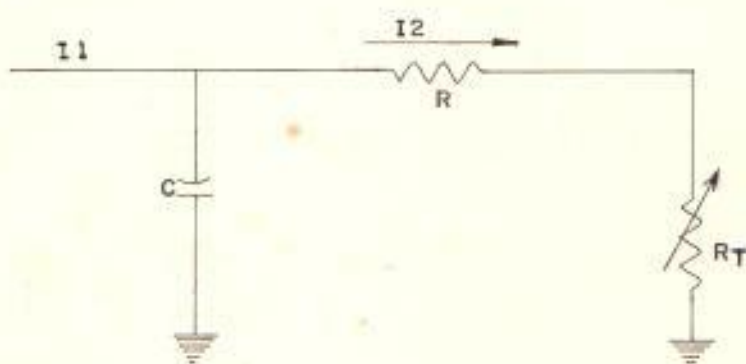


Figura 2.60

Simulación eléctrica del fenómeno del flujo  
de la presión de la caldera

Un circuito eléctrico equivalente, que se comporta en forma análoga a los fenómenos de presión de la caldera, para pequeñas variaciones de carga, es ilustrada en figura (2.60), donde ( $I_1$ ) es análoga a la generación de vapor, ( $I_2$ ) al flujo de vapor para la turbina, ( $R$ ) la resistencia ofrecida al paso del flujo por los recalentadores y ( $R_v$ ) la resistencia ofrecida por la turbina, a una abertura dada, de la válvula de control.

La tensión a través del capacitor, es análoga a la presión de la caldera y, la tensión a través de  $R_v$  es análoga a la presión en la válvula de control. En la representación equivalente ilustrada anteriormente, una variación en la válvula de la turbina, es representada por una variación en  $R_v$ . Para los primeros segundos, que siguen a una variación en  $R_v$  o en la válvula de la turbina, la tensión a través del capacitor (presión de la caldera), no se altera; mientras la presión en la válvula de control, sufre una

disminución, debido a la caída de presión en los recalentadores y turbinas.

Los controles de la caldera son diseñados para regular la presión en la válvula, pero la respuesta controlada de la caldera, no es suficientemente rápida para compensar las variaciones de presión, debido a los movimientos de las válvulas controladas por el gobernador. Se puede asumir, que hay una presión en algún lugar en el generador de vapor, el cual permanece constante para el intervalo de tiempo de nuestro estudio de estabilidad y que un cambio de presión dependiente del cuadrado del flujo de vapor, ocurre en los tubos de la caldera, desde ese punto de presión constante dado como referencia, que para nuestro caso, dicha referencia, es la presión nominal.

### 2.6.3 Respuestas Dinámicas y Estáticas del Control Carga-Frecuencia.

Una vez obtenidos, los diagramas de bloques generales para una central hidroeléctrica, figura # 2.52 y, una central a vapor figura # 2.58, se reemplaza los datos de las tablas # 2.8 y # 2.9 los cuales son generalmente usados en estudios de estabilidad, obteniendo los diagramas de bloques generales, figura # 2.61 y # 2.62.

El diagrama analógico y representativo de los anteriores diagramas de bloque son dados en la figura # 2.63 para una central hidráulica y # 2.64 para una central a vapor, junto con los datos para la simulación en el CSMP, tabulados en tabla 2.10 y 2.11 respectivamente.

Para los dos tipos de centrales, las respuestas de estas se obtienen para cambios de función escalon aplicada a  $t=0$  al torque eléctrico ( $T_e$ ), de valores 0.1 y 0.25 de magnitud. Las variables de salida obtenidas son el torque mecánico figuras # 2.65 y # 2.66 para Central Hidráulica y figuras # 2.67 y # 2.68 para una central a vapor, además del deslizamiento

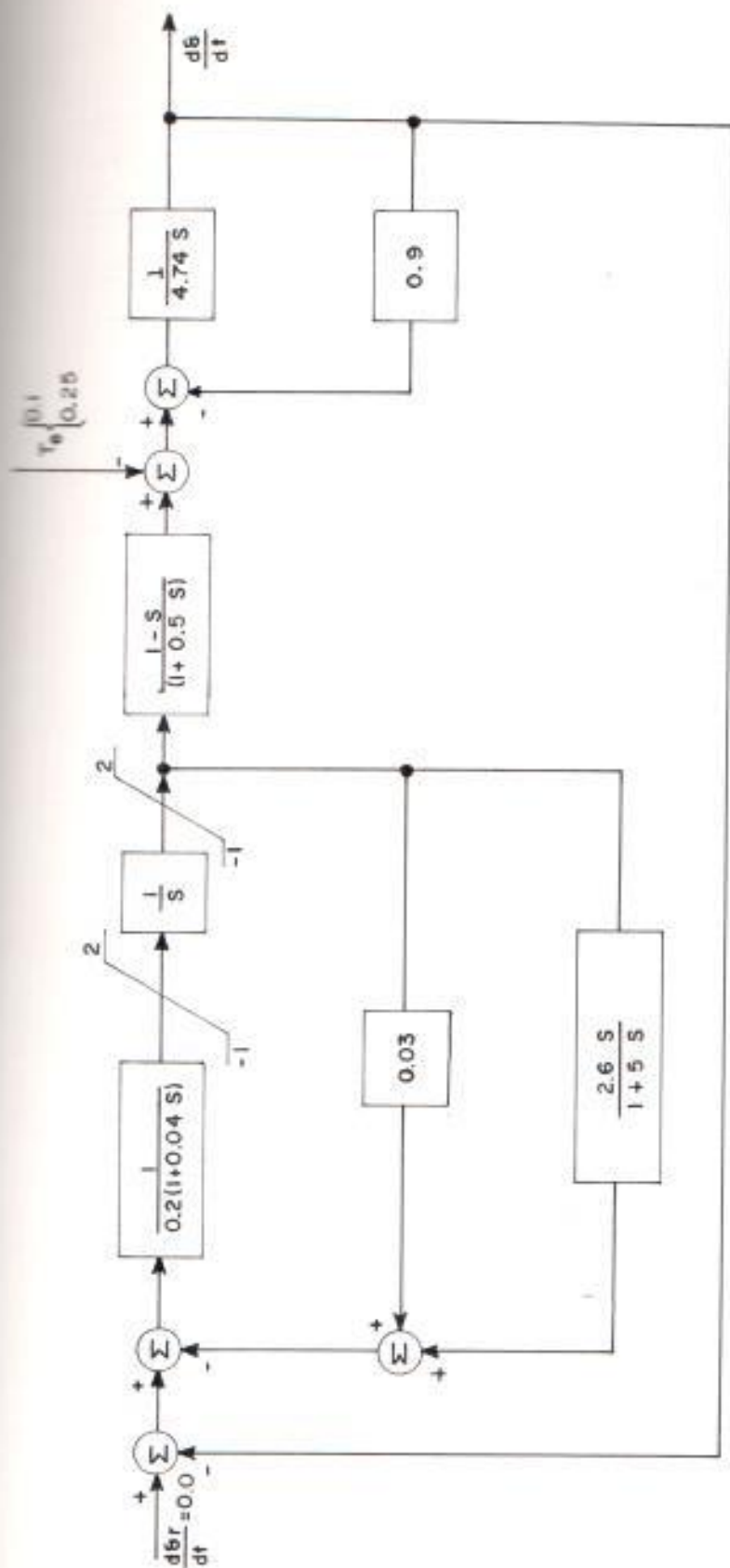


Figura 2.61

Diagrama de bloques central hidráulica \_ Datos característicos



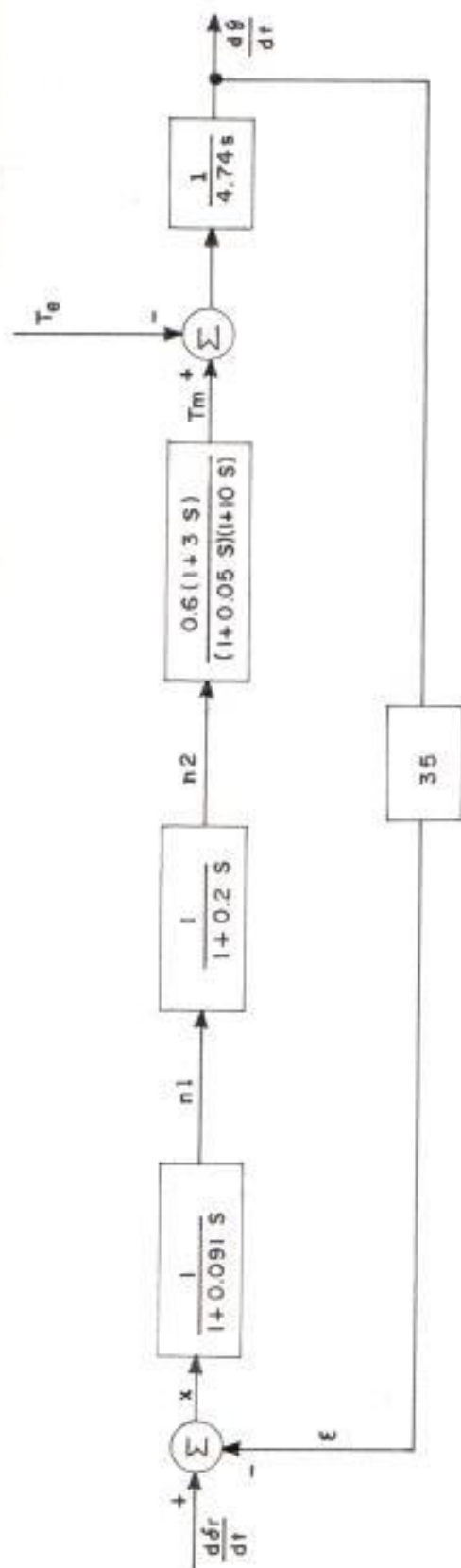


Figura 2.62

Diagrama de bloques central a vapor \_ Datos característicos

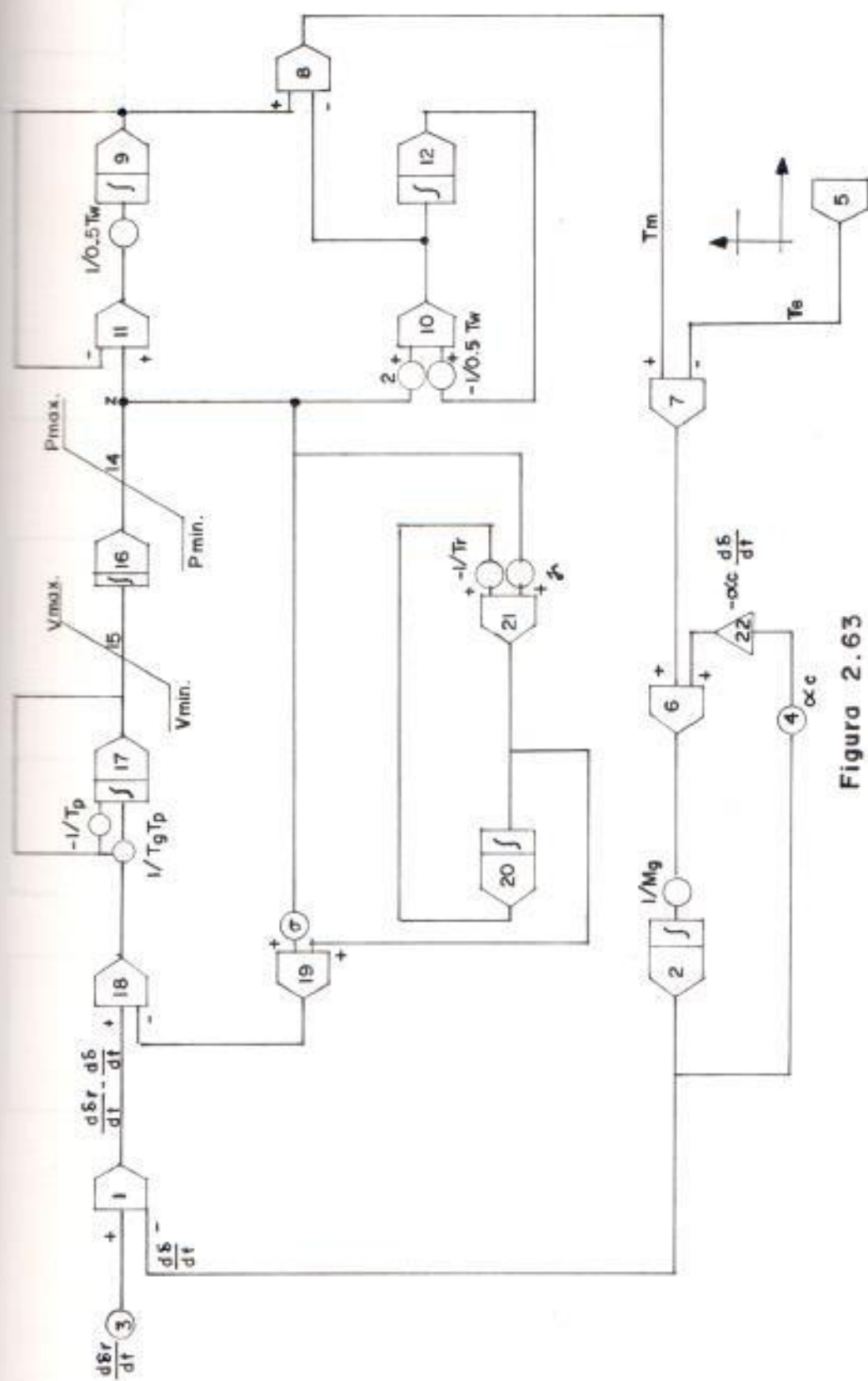


Figura 2.63

Diagrama analógico central hidráulica

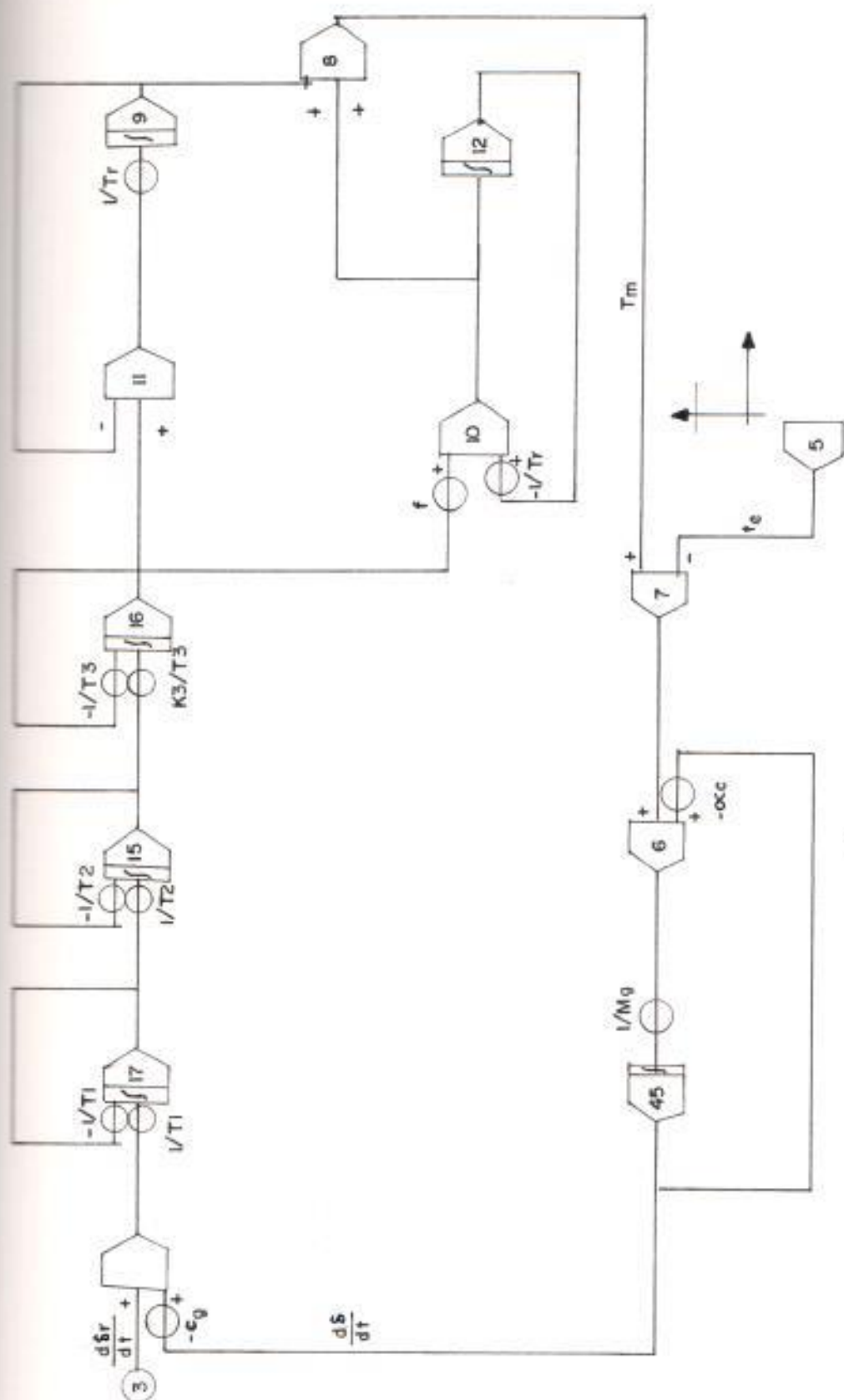


Figura 2.64  
Diagrama analógico central vapor

figuras # 2.69 y # 2.70 para central hidráulica y figuras # 2.71 y # 2.72 para Central a vapor.

Las especificaciones para respuesta de tiempo, para el caso de torque mecánico, son tabuladas en tabla # 2.12.

El análisis de las figuras # 2.65 y # 2.66 de simulación del torque mecánico de una central hidráulica, permite mencionar que, la inercia del agua que fluye a través de la tubería de presión, da origen a un curioso fenómeno.

Después de la abertura de los inyectores, el efecto inicial es una caída de presión en la turbina y una variación negativa en su potencia, pues la presión está siendo usada para acelerar la columna de agua. Como resultado, la variación inicial de la potencia de la turbina, es opuesta a la variación final.

La expresión que relaciona a este efecto, es la expresión # 2.53 y, la constante que origina este problema, es definida como, el tiempo de arranque del agua ( $T_w$ ), según lo anterior,

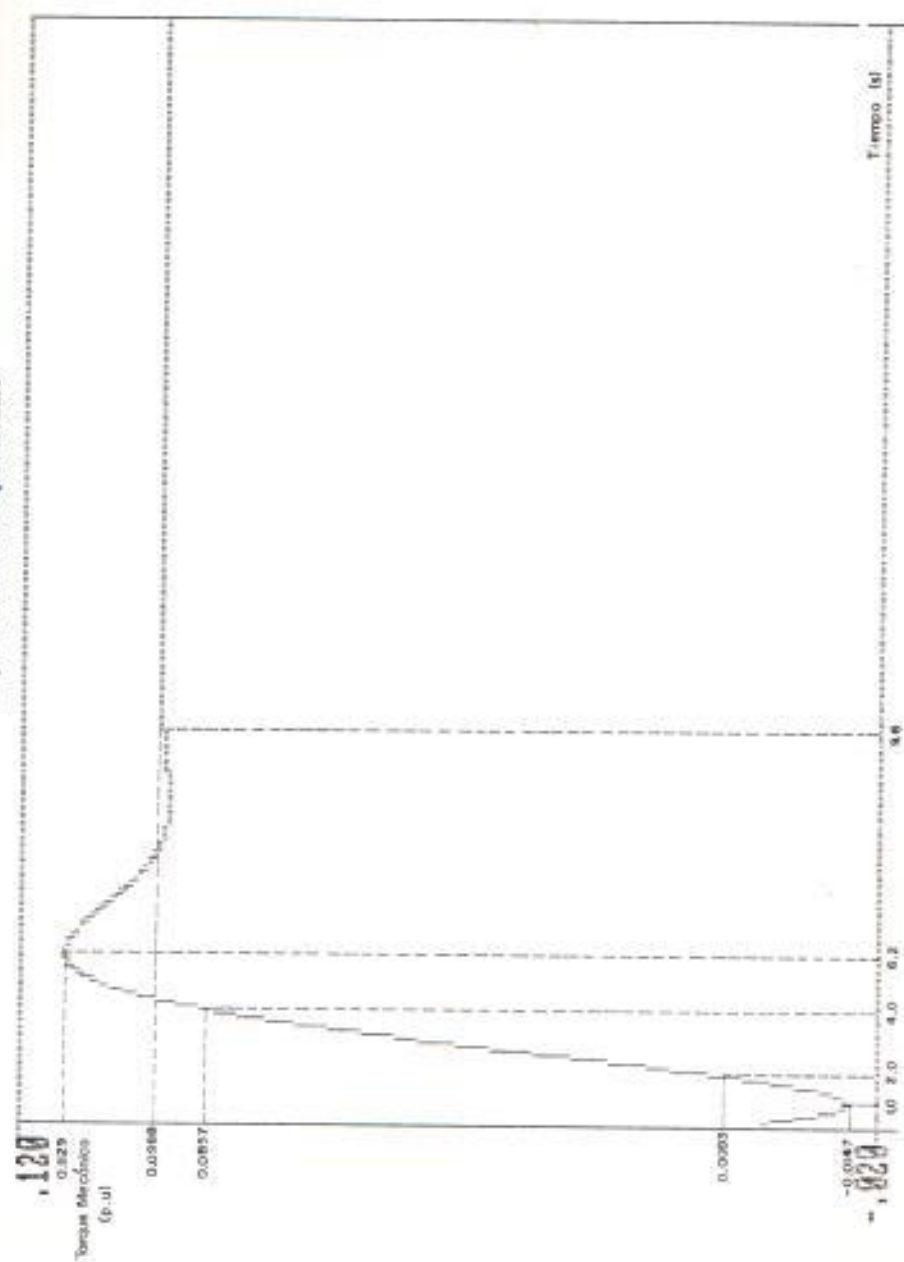
inestabilidad en una central hidroeléctrica. Este retardo de tiempo, no ocurre en el caso de una central a vapor, figuras # 2.67 o # 2.68.

En esta tesis, no se ha simulado el efecto de la chimenea, de presión puesto que, ante oscilaciones originadas por algún cambio, éstas son poco amortiguadas y lentas en el orden de algunos minutos; es por ésto que se la desprecia en el estudio de regulación de la velocidad.

De las figuras de respuesta en el tiempo de deslizamiento figura # 2.69 a # 2.72 para las centrales hidroeléctricas y a vapor, el valor final es aproximadamente el mismo para los dos tipos de suministro, debido a que dependen del estatismo ( $\sigma$ ) en una central hidroeléctrica y de los vapores  $c_0$  y  $K_3$  para una central a vapor, pero existe diferencias marcadas en el comportamiento transitorio como se observa en las figuras anteriormente mencionadas, como también en las especificaciones dadas en tabla # 2.12.

A continuación se define los criterios que, se deben tomar en cuenta, en todo estudio de

Figura 2.65  
 Respuesta de Central Hidráulica: Incremento de torque eléctrico  
 0.1 pu. de salida de torque mecánico

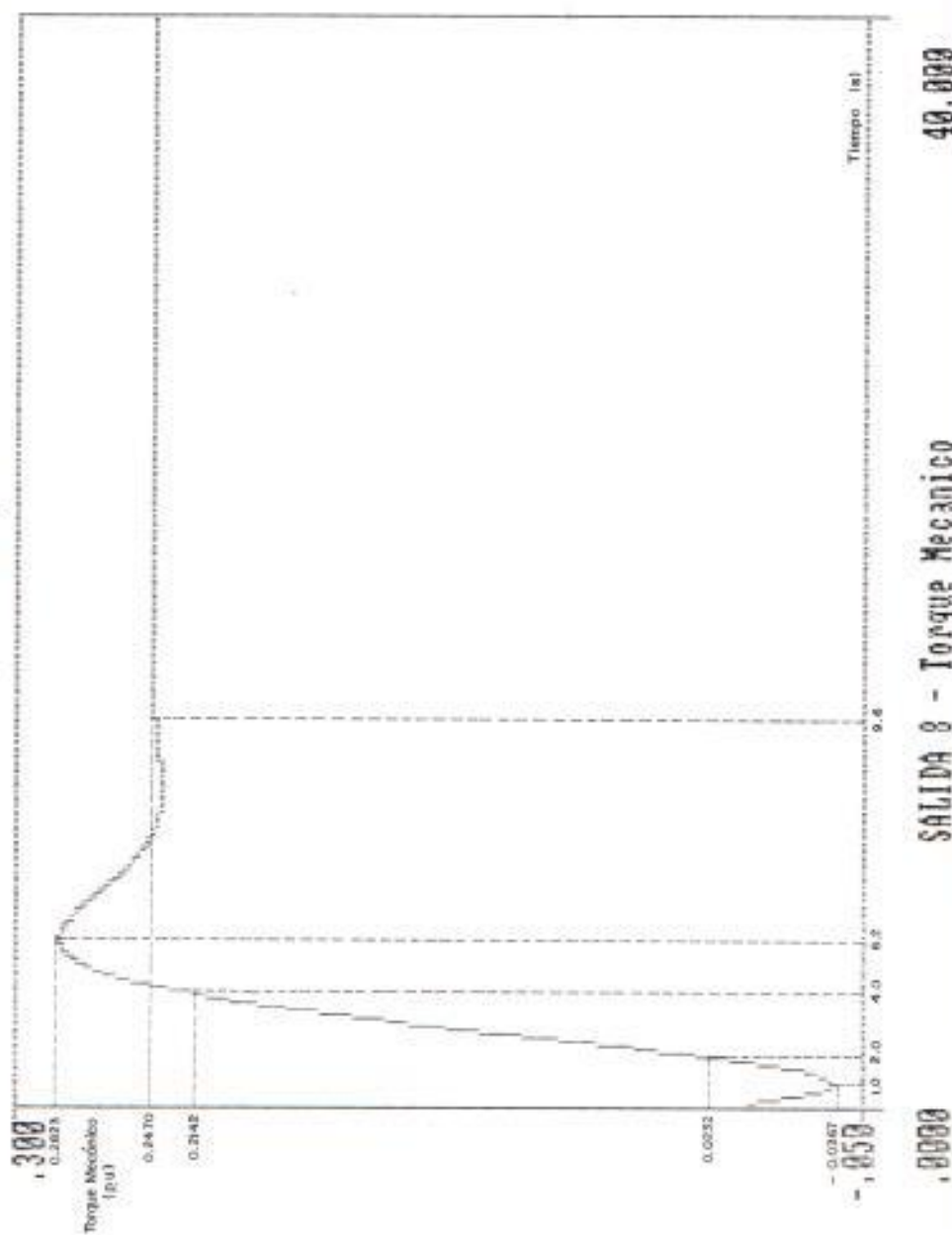


SALIDA 8 - Torque Mecanico

48.000

0.0000

Figura 2.66  
 Respuesta de central hidráulica: incremento de torque eléctrico de  
 0.25 p.u. salida de torque mecánico



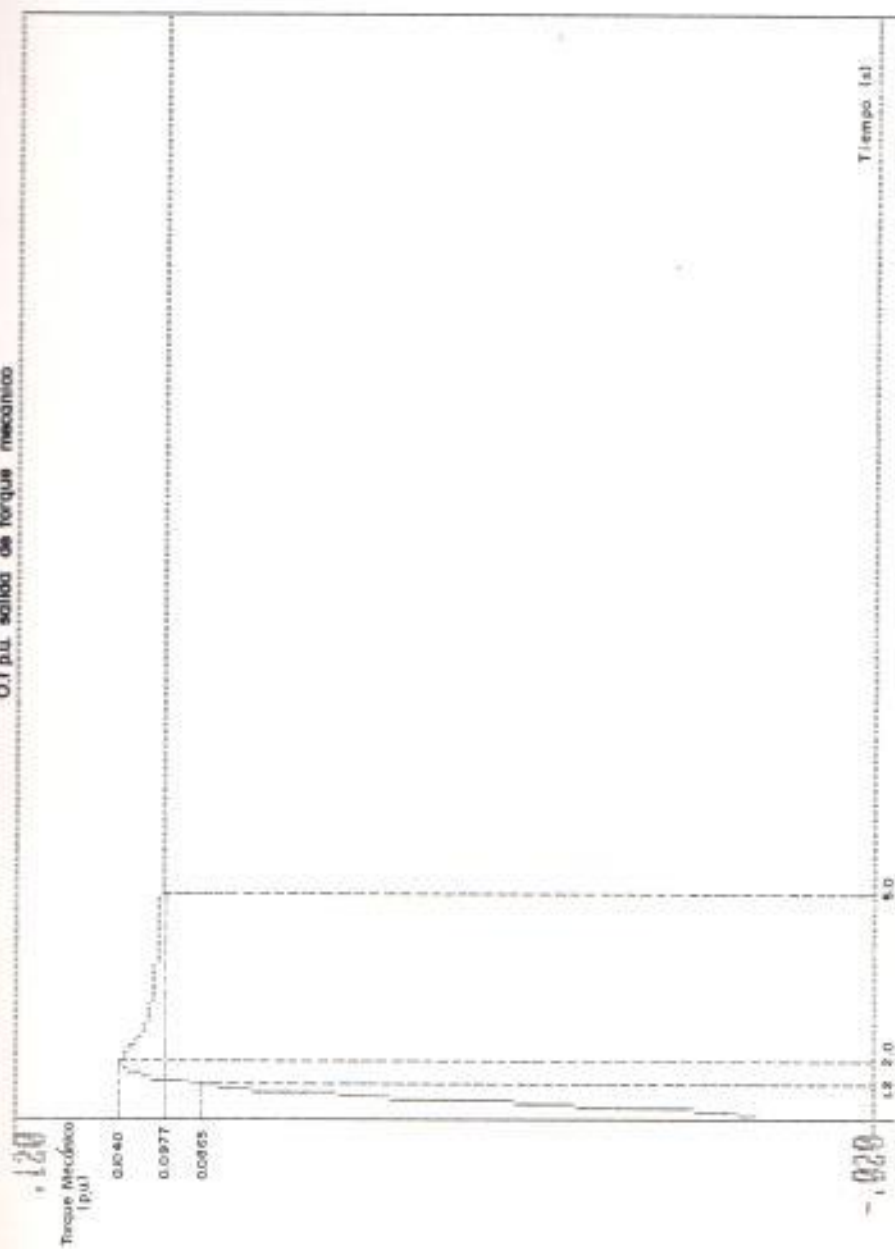
SALIDA 8 - Torque Mecánico

40.000

0.000

Figura 2.67

Respuesta de central a vapor : Incremento de carga eléctrica de  
0.1 p.u. salida de torque mecánico



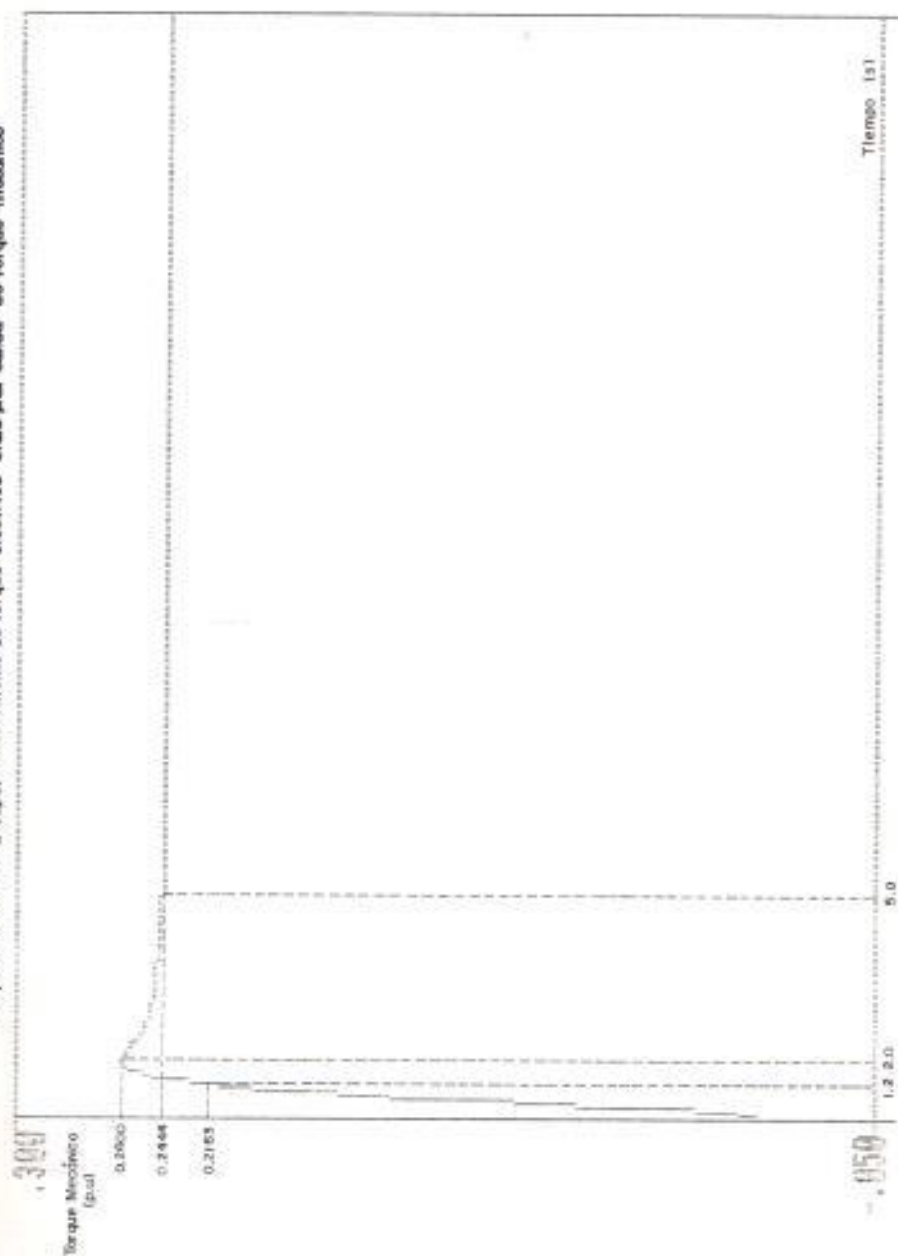
SALIDA 8 - Torque Mecanico

40.000

.0000



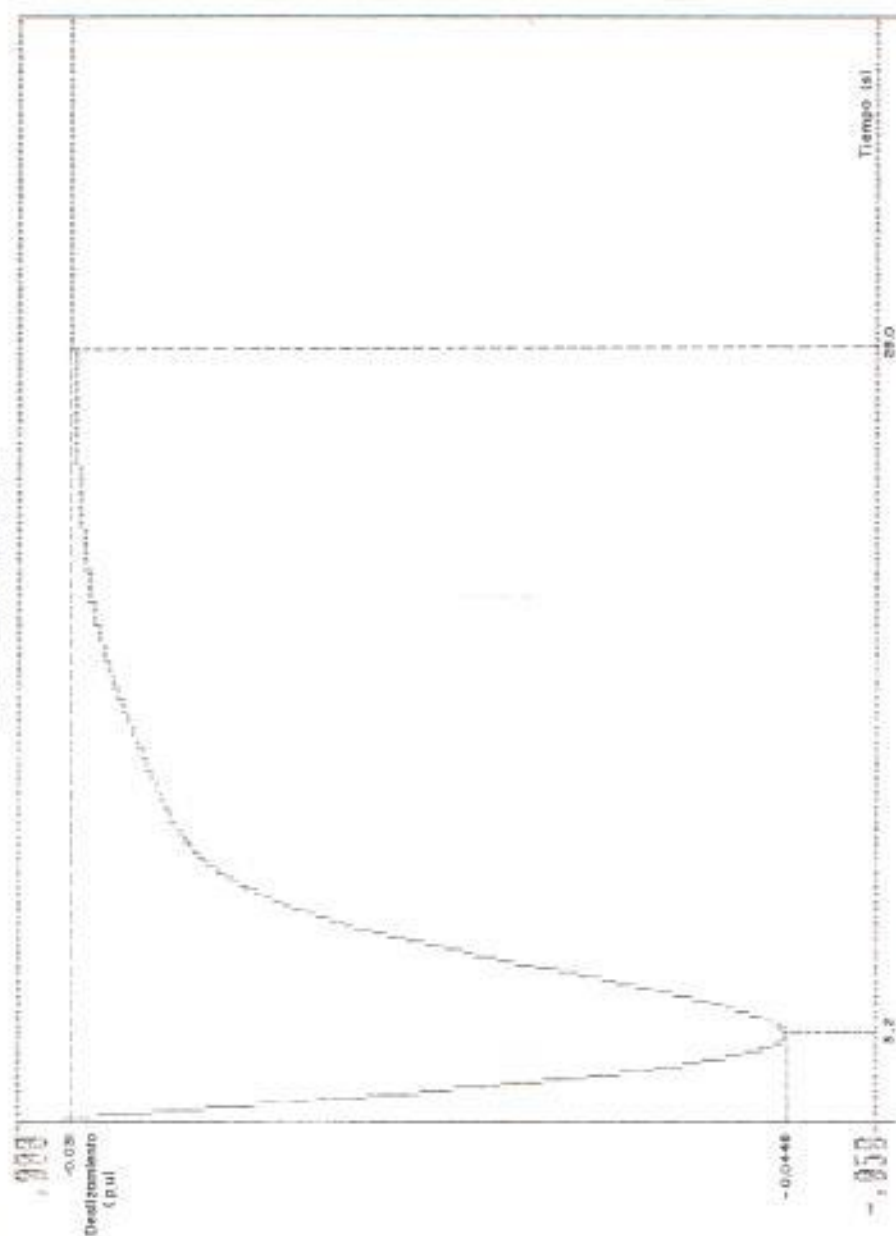
Figura 2.68  
 Respuesta Central a vapor : Incremento de torque eléctrico 0.25 p.u. salida de torque mecánico



SALIDA 4 - Torque Mecanico

40.000

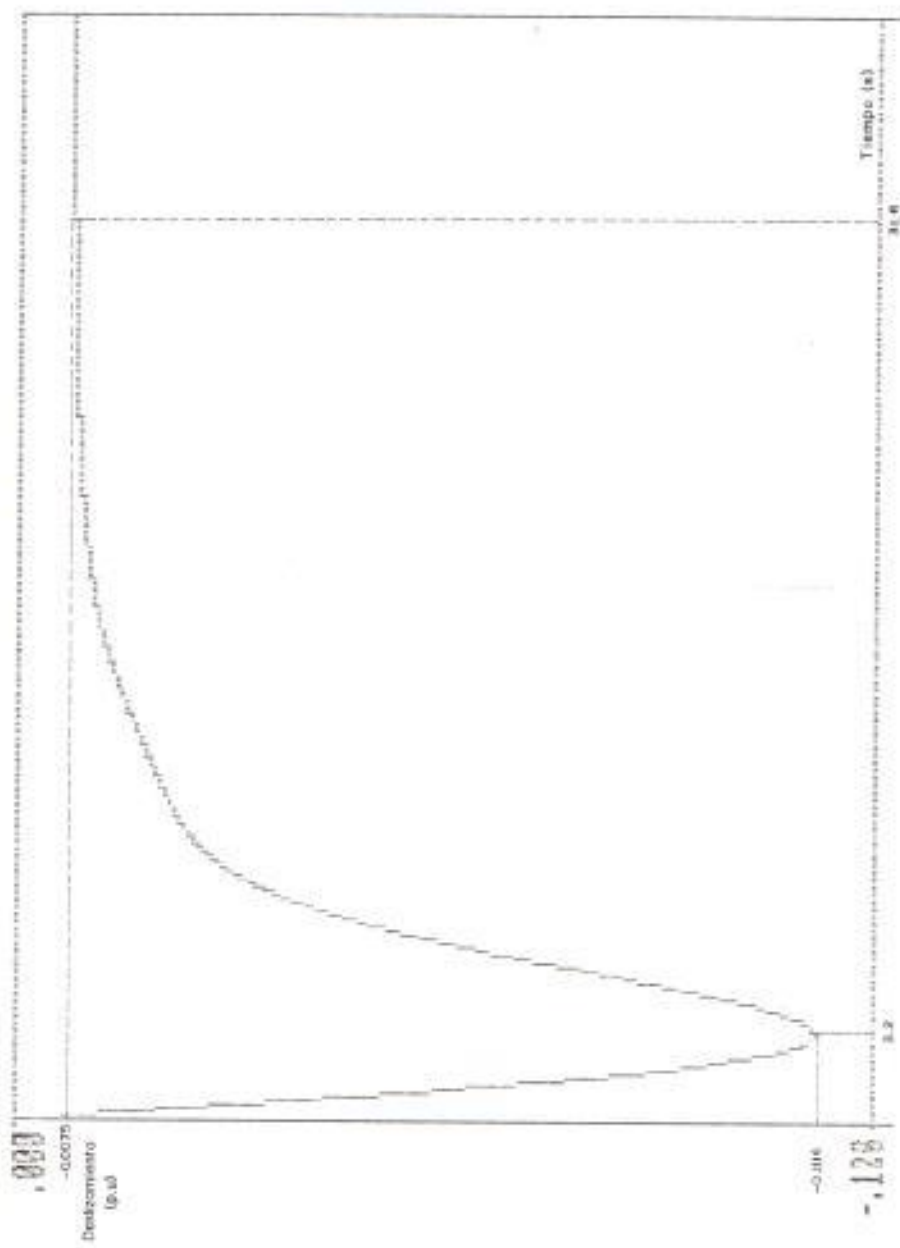
Figura 2.69  
 Respuesta de control hidráulico: Incremento de torque eléctrico  
 0.1 p.u. salida deslizamiento



SOLIDA 3 - Deslizamiento

40.000

Figura 2.70  
 Respuesta de central hidráulica : incremento de torque eléctrico  
 0.25 p.u., salida de deslizamiento

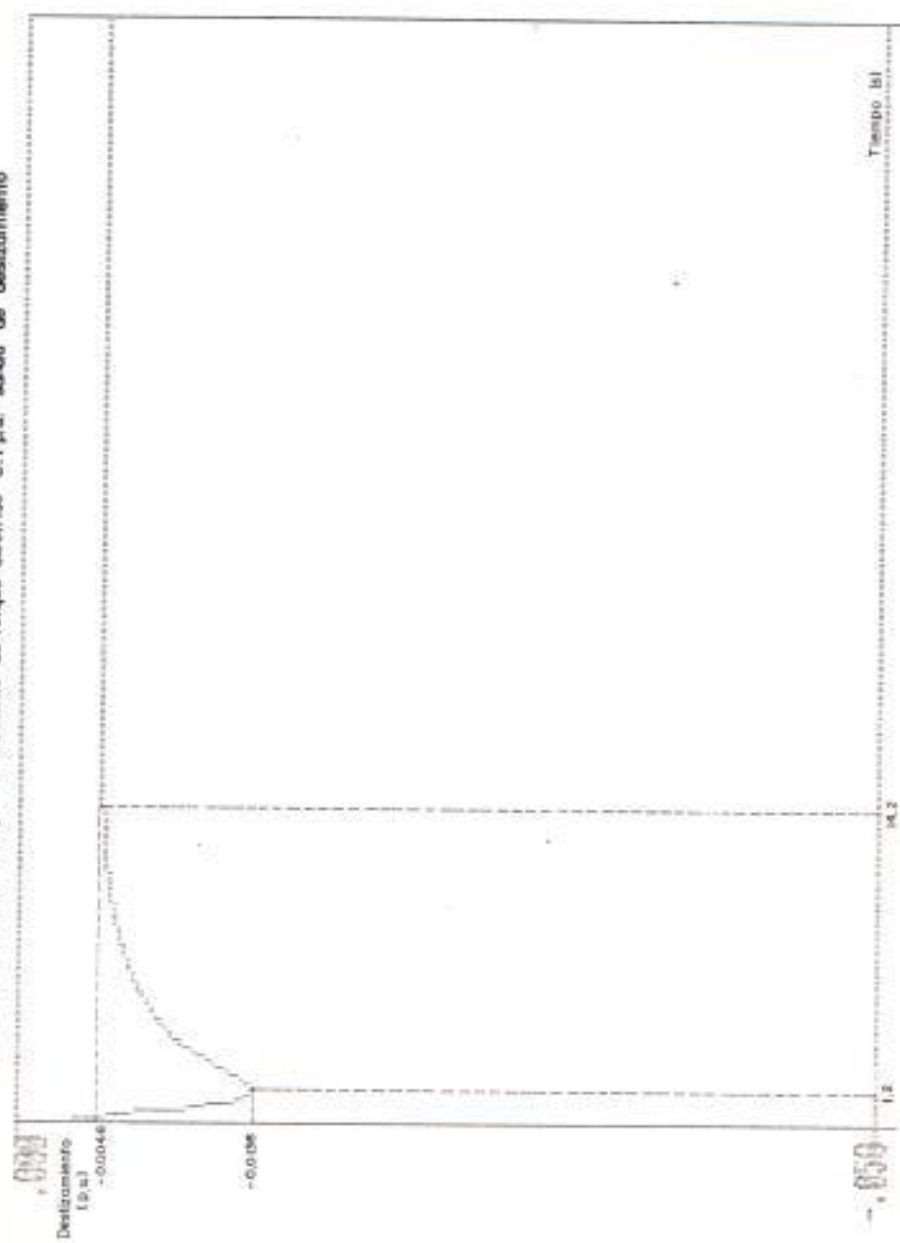


SALIDA 2 - Deslizamiento

40.000

.0000

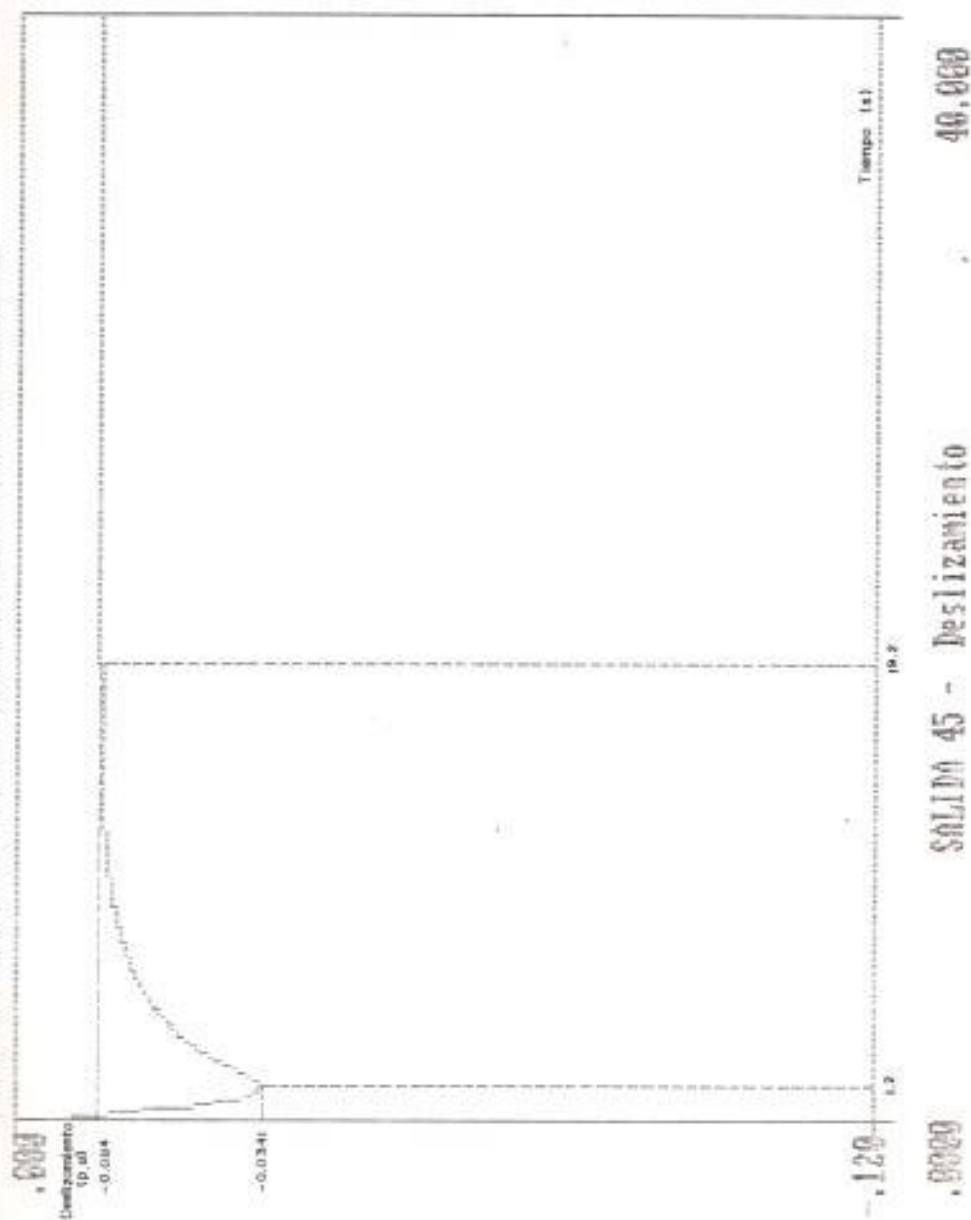
Figura 2.71  
 Respuesta de control a vapor: Incremento de torque eléctrico 0.1 p.u. salida de deslizamiento



SALIDA 45 - Deslizamiento

40.000

Figura 2.72  
 Respuesta de control a vapor: Incremento de torque eléctrico de 0.25 edición de deslizamiento



SALIDA 45 - Deslizamiento

inestabilidad para centrales hidroeléctricas y de vapor.

### 2.6.3.a Criterio para Centrales Hidráulicas.

El fenómeno de estabilidad depende fundamentalmente, de los parámetros  $\alpha_e$ ,  $r$ ,  $\sigma$ ,  $T_r$ ,  $T_w$ ,  $M_0$ , definidos al final de este capítulo. De estos parámetros sólo  $T_w$  y  $M_0$  consiguen ser manipulados, en la etapa de diseño de la planta.

A fin de que un sistema de potencia, pueda operar con máxima eficiencia y predicción es deseable que la calibración de caída de velocidad ( $r$ ), sea una variable controlada, particularmente, cuando se comparte cargas entre máquinas adyacentes.

La referencia (3) toma en cuenta los siguientes criterios:

- Las unidades con una razón de  $(M_0/T_w) \geq 8$ , presenta característica de de operación estable o buena

regulación, aisladas o interconectadas.

- Las unidades con una razón de  $(M_0/T_w) \leq 5$ , deben trabajar aisladas o interconectadas, pero con preocupaciones en la coordinación de otros gobernadores.

El valor de los otros parámetros es fijado, una vez que la planta se pone en marcha. En todo caso, se puede observar los siguientes intervalos de variación para tales parámetros, según referencias (3) (22).

$0 \leq \alpha_w \leq 5$       dependiente del tipo del turbo generador y del tipo de carga.

$$2 \left[ \frac{T_w}{M_0} \right] \leq \gamma \leq 2.5 \left[ \frac{T_w}{M_0} \right] \quad \delta \quad 0.2 \leq \gamma \leq 1.0$$

$$4 \quad T_w \leq T_r \leq 5.88 T_w \quad \delta \quad 2.5 \leq T_r \leq 25.0$$

$$0.03 \leq r \leq 0.06$$

$$0.2 \leq T_g \leq 0.4$$

$$0.03 \leq T_p \leq 0.05$$

### 2.6.3.b Criterio para Centrales a Vapor:

De figura # 2.62, la función de transferencia de anillo abierto, para nuestra central con recalentador considerando  $S = j\omega$ , está dada por:

$$\frac{e}{d\delta_r/dt} = \frac{35 \times 0.6 (1 + 0.3 \times 10 \times j\omega)}{4.74 j\omega (1+0.091j\omega) (1+0.2 j\omega) (1+0.05j\omega) (1+10j\omega)}$$

Las frecuencias de corte son:

$$W_1 = \frac{1}{T_1} = 11$$

$$W_{r1} = \frac{1}{T_r} = 0.1$$

$$W_2 = \frac{1}{T_2} = 5$$

$$W_{r2} = \frac{1}{fT_r} = 0.33$$

$$W_3 = \frac{1}{T_3} = 20$$

La ganancia del sistema expresada en decibeles es:

$$G \text{ (db)} = 20 \log_{10} \left[ \frac{C_g K_s}{M_a} \right]$$

$$G \text{ (db)} = 12.93$$

Una vez definidas las frecuencias de corte y las ganancias, se dibuja el diagrama de Bode de magnitud y



fase el cual es dado en figura # 2.73. El margen de fase obtenido de esta figura es de  $48^\circ$ . Para que un sistema sea estable, el margen de fase debe ser mayor o igual a  $45^\circ$ , según referencias (10) (20).

Recordando del valor de ganancia,  $G = 12.93$  db, el valor de  $K_{\Sigma} = 0.6$ , luego de la expresión (2.60) para una regulación de estado estable  $\sigma = 5\%$ , la  $\sigma$  regulación incremental es  $\sigma' = 8.33\%$ .

Puede ser aconsejable disminuir la ganancia  $G$ , con el fin de obtener un gran margen de fase, pero esto implica que  $C_g$  y/o  $K_{\Sigma}$  disminuya, aumentando la caída de velocidad o estatismo.

Otra forma de incrementar el margen de fase, es desplazar la frecuencia de corte  $\omega_{r\pm} = 1/fT_r$  hacia la derecha, para esto, es necesario disminuir  $f$  y/o  $T_r$  los cuales son características propias del calentador.

Los valores típicos, de las constantes

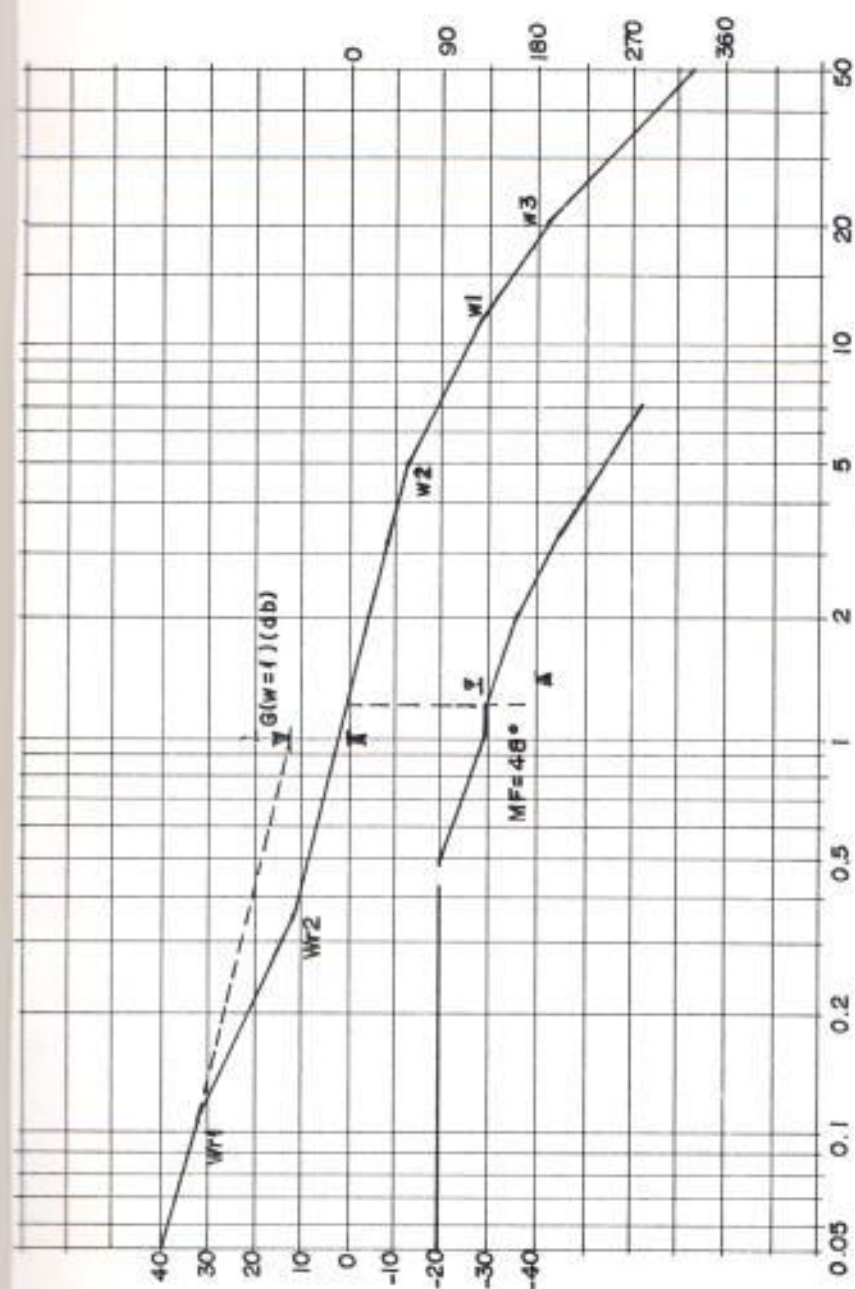


Figura 2.73  
Diagrama de bode para una unidad de vapor  
con calentador

para una central a vapor, obtenidos de referencia (10); son dados a continuación:

SIMBOLO	TURBINA	
	SIN RECALENTADOR	CON RECALENTADOR
$C_g$	20	20
$T_1$	0.08 - 0.14 seg	0.08 - 0.12 seg
$T_2$	0.15 - 0.25 seg	0.15 - 0.30 seg
$K_3$	0.625	0.6 - 0.8
$T_3$	0.05 - 0.3 seg	0.05 - 0.4 seg
$T_r$	—	3 - 11 seg.
$f$	—	0.2 - 0.3

TABLA # 2.8

PARAMETROS PARA EL SISTEMA GOBERNADOR DE VELOCIDAD -  
TURBINA - SUMINISTRO DE ENERGIA HIDRAULICA.

$$T_p = 0.04$$

$$T_d = 0.2$$

$$T_w = 1.0$$

$$\sigma = 0.03$$

$$\tau = 0.5274 \quad \text{ya que; } \tau = 2.5 T_w / M_d$$

$$T_r = 5.0000 \quad \text{ya que; } T_r = 5 T_w$$

$$\sigma_c = 0.9$$

$$M_o = 4.74 \quad = 2H$$

$$P_{max} = 2.000$$

$$P_{min} = -1.000$$

$$V_{max} = 2.000$$

$$V_{min} = -1.000$$

$\tau$  y  $T_r$  típicamente son:

$$2 \left[ \frac{T_w}{M_o} \right] \leq \tau \leq 2.5 \left[ \frac{T_w}{M_o} \right]$$

$$4 T_w \leq T_r \leq 5.88 T_w$$

Nota.-

1) Estos datos fueron obtenidos de referencias (3) (16) (22), excepto el valor de  $M_o$ , el cual es propio del generador eléctrico a simular en esta tesis y obtenido de referencia (3).

2) Las señales:

$\frac{d\delta_r}{dt}$ , la cual, es el deslizamiento de referencia, tiene un valor de:

$$\frac{d\delta_r}{dt} = 0.0000$$

$T_w$ , es el valor del escalón a

introducir y para los casos de esta simulación son:

$T_w = 0.1$  para el archivo de datos: GOB 53.DAT

$T_w = 0.25$  para el archivo de datos: GOB 52.DAT

TABLA # 2.9

PARAMETROS PARA LA SIMULACION DEL SISTEMA GOBERNADOR  
DE VELOCIDAD - TURBINA - SUMINISTRO DE ENERGIA A VAPOR

$C_0$	=	35
$T_1$	=	0.091
$T_2$	=	0.2
$T_3$	=	0.05
$K_3$	=	0.6
$T_r$	=	10
$f$	=	0.3
$\alpha_c$	=	0.9
$M_0$	=	4.74

Nota .-

- 1) Estos datos son obtenidos de la referencia (10), excepto el valor de  $M_0$ , el cual es propio del generador eléctrico a simular en esta tesis y

obtenido de referencia (3).

2) Las señales:

$\frac{d\delta r}{dt}$ , la cual, es el deslizamiento de

referencia, tiene un valor de:

$$\frac{d\delta r}{dt} = -0.0000$$

$T_{\delta}$ , es el valor del escalón a introducir y para los dos casos de nuestra simulación son:

$T_{\delta} = 0.1$  para el archivo de datos: GOB 16 DAT

$T_{\delta} = 0.25$  para el archivo de datos: GOB 17 DAT

## DATOS PARA SIMULACION

TABLA # 2.10

### CENTRAL HIDRAULICA

PROGRAMA: CSMP1

ARCHIVO DE DATOS: GOB 53 DAT

BLOQUE	TIPO	ENT. 1	ENT. 2	ENT. 3
1	+	3	-2	0
2	I	0	6	0

BLOQUE	TIPO	ENT. 1	ENT. 2	ENT. 3
2	K	0	0	0
4	G	2	0	0
5	I	0	0	0
6	+	22	7	0
7	+	-5	8	0
8	+	9	-10	0
9	I	0	11	0
10	W	14	12	0
11	+	14	-9	0
12	I	10	0	0
14	L	16	0	0
15	L	17	0	0
16	I	15	0	0
17	I	0	17	18
18	+	1	-19	0
19	W	14	21	0
20	I	21	0	0
21	W	20	14	0
22	-	4	0	0

BLOQUE	PAR. 1	PAR. 2	PAR. 3
2	0.0000	0.2110	.0000
3	0.0000	0.0000	.0000
4	0.9000	0.0000	.0000
5	0.1000	0.0000	.0000

BLOQUE	PAR. 1	PAR. 2	PAR. 3
9	0.0000	2.0000	.0000
10	2.0000	-2.0000	.0000
14	2.0000	-1.0000	.0000
15	2.0000	-1.0000	.0000
17	0.0000	-25.0000	125.0000
19	0.0300	1.0000	.0000
21	-0.2000	0.5274	.0000

## CENTRAL HIDRAULICA

PROGRAMA: CSMP 1

ARCHIVO DE DATOS: GOB 52 DAT

Cambio en  $T_w = 0.25$ 

BLOQUE	PAR. 1	PAR. 2	PAR. 3
5	0.2500	0.0000	0.0000

## CENTRAL A VAPOR

PROGRAMA: CSMP

ARCHIVO DE DATOS: GOB 17. DAT

Cambio en  $T_w = 0.25$ 

BLOQUE	PAR. 1	PAR. 2	PAR. 3
5	0.2500	0.0000	0.0000



TABLA # 2.11  
CENTRAL A VAPOR

PROGRAMA: CSMP

ARCHIVO DE DATOS: GOB 16. DAT

BLOQUE	TIPO	ENT. 1	ENT. 2	ENT. 3
1	W	3	45	0
3	K	0	0	0
17	I	0	17	1
15	I	0	15	17
16	I	0	16	15
11	+	-9	16	0
9	I	0	11	0
10	W	12	16	0
12	I	10	0	0
8	+	9	10	0
7	+	8	-5	0
5	I	0	0	0
6	W	7	45	0
45	I	0	6	0

BLOQUE	PAR. 1	PAR. 2	PAR. 3
1	1.0000	-35.0000	.0000
3	0.0000	0.0000	.0000
17	0.0000	-10.9890	10.9890
15	0.0000	-5.0000	5.0000
16	0.0000	-20.0000	12.0000

BLOQUE	PAR. 1	PAR. 2	PAR. 3
9	0.0000	0.1000	0.0000
10	-0.1000	0.3000	0.0000
5	0.1000	0.0000	0.0000
6	1.0000	-0.9000	0.0000
45	0.0000	21.0790E-02	0.0000

TABLA # 2.12

Especificaciones de las respuestas de tiempo de las Centrales Hidráulicas y de Vapor simuladas.

ESPECIFICACION	SIMBOLO	TIPO DE SUMINISTRO	
		HIDRAULICO	VAPOR
Tiempo de subida	$T_{\text{su}}$	2 s	0.9 s
Tiempo de estabilización	$T_{\text{est}}$	9.6 s	5 s
Constante de tiempo	$T_{\text{const}}$	3.3 s	0.85 s
Tiempo pico	$T_{\text{p}}$	6.2 s	2 s
Tiempo de retardo	$T_{\text{r}}$	1.7 s	0 s
Sobre impulso Máximo	S.P	15.98%	8.47%

Los datos dados en esta tabla son deducidos a partir de las gráficas (2.66) y (2.68) de Torque Mecánico para turbinas hidráulicas y de vapor respectivamente y de

Las definiciones dadas por referencia (20).

TABLA # 2.13

SIMBOLOS DE LOS MODELOS

Esta tabla contiene tres grupos de símbolos:

- 1) Los cuales se aplican a los sistemas hidráulicos
- 2) Los cuales se aplican a los sistemas de vapor
- 3) Los cuales se aplican a ambos sistemas; hidráulicos y de vapor.

SIMBOLOS DEL SISTEMA HIDRAULICO

$a_{11} = dq/dh$  = la variación del caudal en por unidad respecto a la variación del cabezal en por unidad.

$a_{12} = dq/d^2\delta$  = la variación del caudal en por unidad respecto a la variación de la velocidad en por unidad.

$a_{13} = dq/dz$  = la variación del caudal en por unidad respecto a la variación del desplazamiento del servomotor en por unidad.

$a_{21} = d T_m/dh$  = la variación del torque mecánico en por unidad respecto a la variación del cabezal en por unidad.

$k_{22} = d T_m / d^2 \delta =$  la variación del torque mecánico en por unidad respecto a la variación de la velocidad en por unidad.

$k_{23} = d T_m / dz =$  la variación del torque mecánico en por unidad respecto a la variación del desplazamiento del servomotor en por unidad.

$T_s =$  Constante de tiempo de la puerta del servomotor.

$T_v =$  Constante de tiempo de la válvula piloto.

$T_r =$  Constante de tiempo del amortiguador.

$T_w =$  Tiempo de arranque del agua.

$\tau =$  Coeficiente de caída transiente de velocidad.

$\epsilon =$  Coeficiente de caída permanente de velocidad.

$Q =$  Caudal instantáneo de la turbina de la turbina  $m^3/\text{seg}$ .

$Q_n =$  Caudal nominal de la turbina  $m^3/\text{seg}$ .

$\omega =$  Velocidad de rotación instantánea r.p.m.

$\omega_n =$  Velocidad de rotación nominal r.p.m.

$H =$  Presión instantánea en la tubería m.

$H_n =$  Presión nominal en la tubería m.

$Z =$  Apertura instantánea de los inyectores  $m^2$ .

$Z_0$  = Apertura nominal de los inyectores  $m^2$ .

$$q = \text{Cambio relativo de caudal, } q = \frac{Q - Q_0}{Q_0}$$

$$h = \text{Cambio relativo de presión, } h = \frac{H - H_0}{H_0}$$

$$\frac{d\delta}{dt} = \text{Cambio relativo de velocidad, } \frac{d\delta}{dt} = \frac{W - W_0}{W_0}$$

$$z = \text{Cambio relativo de apertura, } z = \frac{Z - Z_0}{Z_0}$$

de los inyectores.

$$g = \text{Valor de la aceleración de la gravedad, } g = 9.81 \text{ m/seg}^2$$

$M_0$  = Tiempo de arranque de la unidad,  $M_0 = 2H'$  seg.

$$T_w = \text{Tiempo de arranque del agua } T_w = \frac{L v_0}{g H_0} \text{ seg.}$$

$L$  = Longitud  $m$

$v$  = Velocidad media del agua  $m/\text{seg.}$

#### SIMBOLO DEL SISTEMA A VAPOR

$C_0$  = Constante del gobernador de velocidad normalizada (sin dimensiones).

$f$  = Fracción de potencia en por unidad de la turbina presión (sin dimensiones).

- $G$  = Ganancia del sistema en decibeles,  $G(\text{db})=20 \log(G)$
- $K_s$  = Ganancia de las válvulas en el punto sin carga (sin dimensión).
- $N$  = Velocidad del eje de la turbina (r.p.m.)
- $N_0$  = Velocidad de la salida de potencia cero (r.p.m.)
- $N_n$  = Velocidad nominal del eje de la turbina (r.p.m.)
- $N^*$  = Velocidad imaginaria de plena carga (r.p.m.)
- $Q^*$  = Flujo de vapor a plena carga en válvulas de control (lbs/seg).
- $Q_r^*$  = Flujo de vapor a plena carga en el recalentador (lbs/seg).
- $t$  = Tiempo (segundos).
- $T_1$  = Constante de tiempo del relay de velocidades (seg).
- $T_2$  = Constante de tiempo del servomotor. (seg)
- $T_3$  = Constante de tiempo de llenado de vapor en la taza (seg).
- $T_0$  = Tiempo de arranque de la unidad =  $2H^*$  (seg).
- $T_r$  = Constante de tiempo del recalentador (seg).
- $v$  = Volumen específico del vapor en la taza. ( $\text{pie}^3/\text{lb}$ )

$v_w$  = Volumen específico promedio del vapor en el recalentador. ( $\text{pie}^3/\text{lb}$ )

$V_w$  = Volumen de la taza ( $\text{pie}^3$ )

$V_r$  = Volumen del recalentador ( $\text{pie}^3$ ).

$Y_1$  = Desviación en el relay de velocidad (pulg).

$\Delta Y_1$  = Un incremento en la desviación del relay de velocidad.

$Y_1^*$  = Desviación en el relay de velocidad desde sin carga a plena carga (pulg).

$Y_2$  = Desviación en el servomotor (pulg).

$\Delta Y_2$  = Un incremento en la desviación del servomotor (pulg).

$Y_2^*$  = Desviación en el servomotor desde sin carga a (pulg).

$r^*$  = Regulación de velocidad incremental (sin dimensiones).

$r_w$  = Regulación de velocidad de estado estable (sin dimensiones).

$x$  = Señal de error de velocidad (sin dimensiones)

$\epsilon$  = Cambio relativo en el desplazamiento del gobernador de velocidad (sin dimensiones).

$\omega_1$  = Frecuencia angular correspondiente a  $T_1$  (rad/seg)

$\omega_2$  = Frecuencia angular correspondiente a  $T_2$  (rad/seg)

$\omega_3$  = Frecuencia angular correspondiente a  $T_3$  (rad/seg)

$\omega_{r1}$  = Frecuencia angular correspondiente a  $T_r$  (rad/seg)

$\omega_{r2}$  = Frecuencia angular correspondiente a  $ft_r$  (rad/seg)

#### SIMBOLOS COMUNES

$\frac{d\delta_r}{dt}$  = Velocidad de referencia del rotor respecto a la velocidad síncrona (sin dimensiones).

$\frac{d\delta}{dt}$  = Velocidad real del rotor respecto a la velocidad síncrona (sin dimensiones).

$T_e$  = Torque eléctrico (sin dimensiones).

$T_m$  = Torque mecánico (sin dimensiones).

$T_{a0}$  = Tiempo de arranque de la máquina =  $2H'$  (seg).



## CAPITULO III

## DINAMICA DE LA MAQUINA SINCRONA

## 3.1 LA MAQUINA SINCRONA

En este capítulo, se define las ecuaciones para el estudio del comportamiento del generador sincrónico a través de las transformaciones de Park, tanto para enlaces de flujo como de voltajes.

Partiendo del modelo de máquina de tres devanados en el estator, uno en el campo y dos devanados amortiguadores Fig. # 3.1. Asumiendo condiciones trifásicas balanceadas y despreciando el efecto de saturación.

Antes de determinar las ecuaciones, se define los ángulos y sus referencias para su utilización en las transformaciones de Park.

En algún instante de tiempo se tiene: (Fig. #3.2):

Al eje  $A$ , definido como un eje de referencia estacionario.

Al eje de barra de referencia, definido como un eje que se mueve con la velocidad sincrónica  $\omega_s$  (rad/seg).

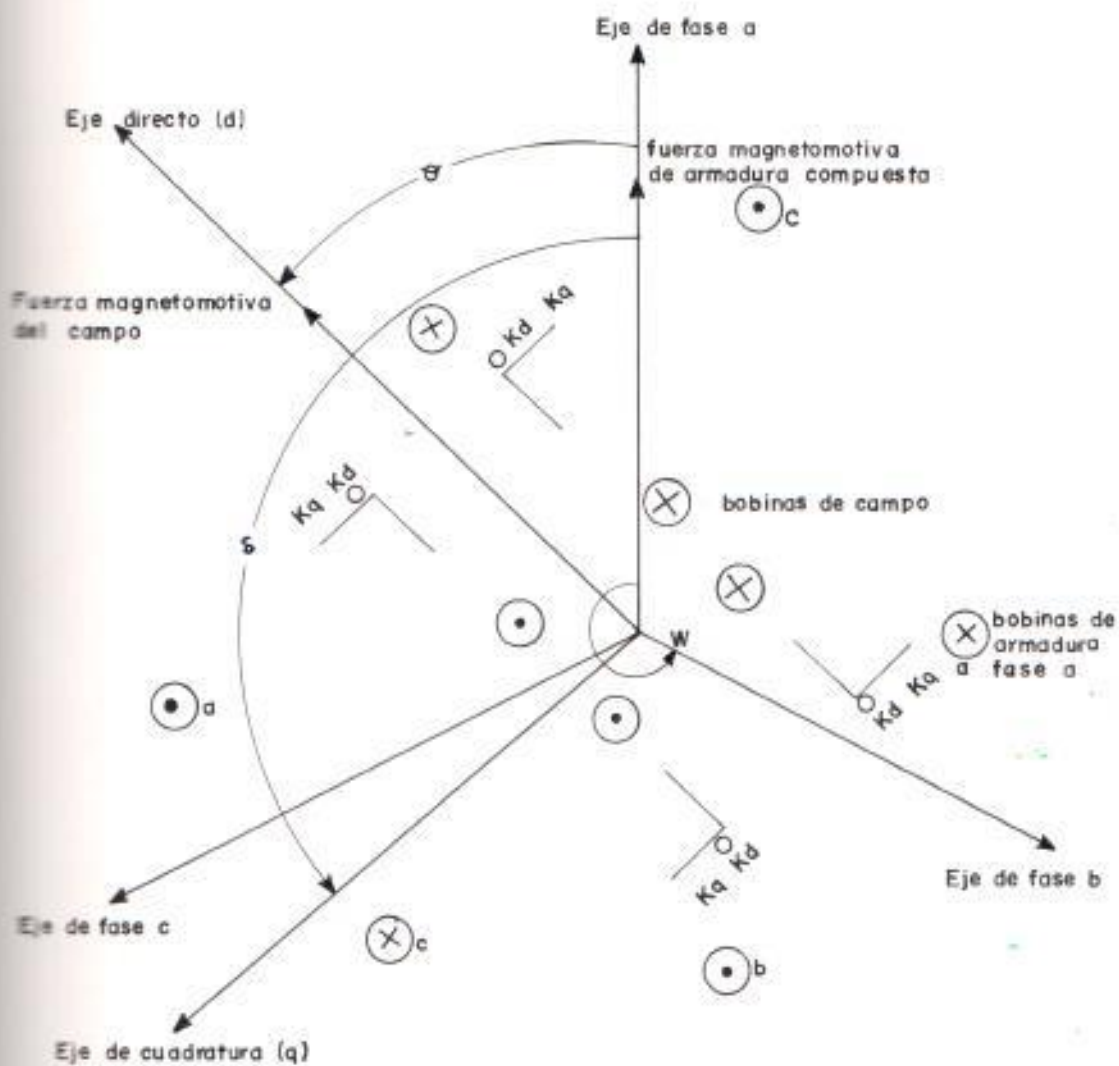


Figura 3.1

Circuito de la máquina síncrona.  $\delta = \vartheta + \pi/2 - \alpha$

$$\alpha = 0$$

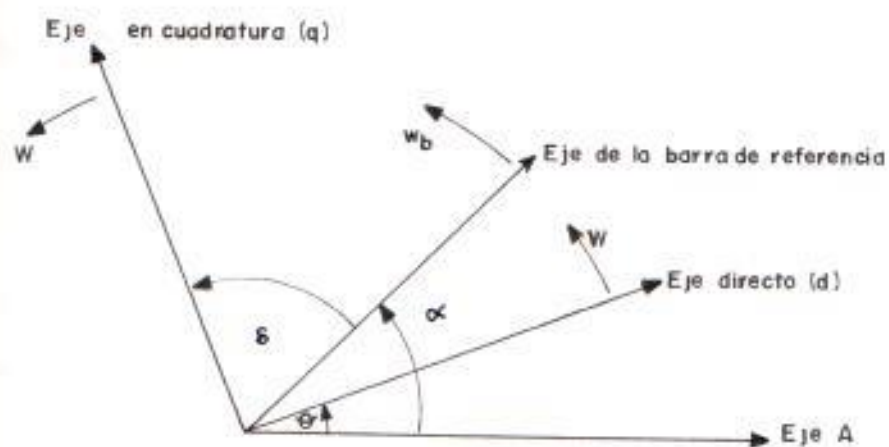


Figura 3.2

Los ángulos de la máquina síncrona en algún instante

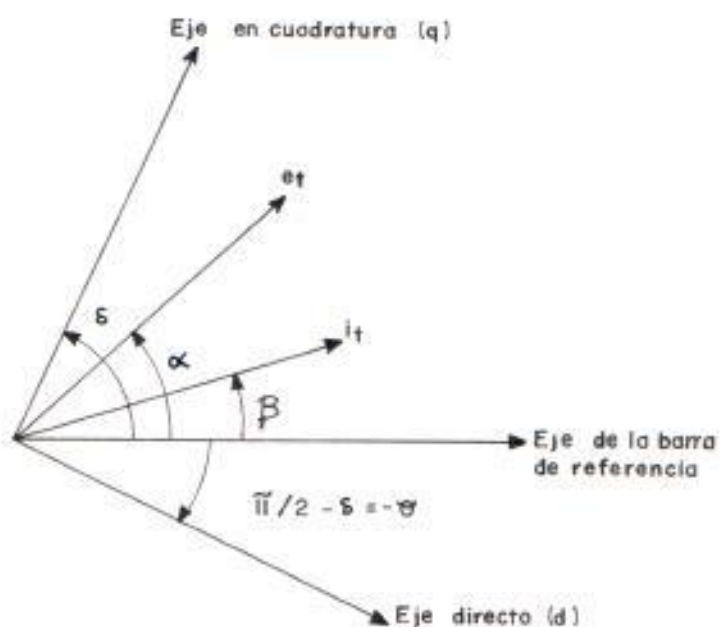


Figura 3.3

Diagrama fasorial. Eje de referencia = Eje de barra de referencia

Al ángulo  $\alpha$ , como el ángulo instantáneo del eje de barra de referencia con respecto al eje A.

$$\alpha = \omega_b t + \alpha_0$$

Al ángulo  $\theta$  como el ángulo instantáneo entre eje d y eje A

$$\theta = \omega_b t + \theta_0 \quad (3.1)$$

donde  $\alpha_0$ ,  $\theta_0$  son los valores iniciales de  $\alpha$  y  $\theta$ .

Al ángulo  $\delta$  como el ángulo entre eje q y eje de barra de referencia.

Las expresiones matemáticas que relacionan a los ángulos anteriormente mencionados, se dan a continuación:

De fig. # 3.2 se cumple que

$$\delta = \theta + \pi/2 - \alpha$$

$$\delta = (\omega_b t + \theta_0) + \pi/2 - (\omega_b t + \alpha_0)$$

$$\theta_0 = \delta + \alpha_0 - \pi/2$$

La última expresión en (3.1) resulta:

$$\theta = \omega_b t + \delta + \alpha_m - \pi/2 \quad (3.2)$$

derivando:

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega_b + \frac{d\delta}{dt} = W \quad (\text{rad/seg}) \quad (3.3)$$

donde:

$$W = \frac{d\theta}{dt} = \text{Velocidad del rotor instantáneo con respecto al eje de referencia A.}$$

$$\frac{d\delta}{dt} = \text{Velocidad del rotor instantáneo con respecto al eje de barra de referencia.}$$

$\omega_b$  = Velocidad base que es igual a la velocidad sincroña.

En estado estable  $d\delta/dt = 0$

Es más conveniente usar como eje de referencia al eje de barra de referencia, en donde  $\alpha_m=0$  (3.2) se reduce según fig. # 3.3:

$$\theta = \omega_b t + \delta - \pi/2 \quad (3.4)$$

Además, una medida de la estabilidad de la máquina es

la velocidad  $d\delta/dt$  y el ángulo  $\delta$  del rotor medido con respecto al eje de barra de referencia, por las siguientes razones:

1.- Imaginemos que nos colocamos sobre el eje de barra de referencia girando a  $W_b$  y observamos al eje q

a) En estado estable mantendrá una distancia constante.

b) Durante un disturbio, si la distancia entre el eje q y nosotros se incrementa sin límites, la máquina saldrá de sincronismo, pero si ella se amortigua la máquina regresa al sincronismo.

2.- En estado estable  $d\delta/dt=0$  la cual es una condición inicial de la máquina.

3.- Si  $d\delta/dt$  es dividida por  $W_b$  tenemos el deslizamiento en por unidad de (3.3).

$$\frac{1}{W_b} \cdot \frac{d\delta}{dt} = \frac{W - W_b}{W_b} = \frac{W}{W_b} - 1 = \bar{W} - 1$$

$$\frac{d\delta}{W_b dt} = \frac{d\bar{\delta}}{dt} = \bar{W} - 1 \quad (3.5)$$

donde

$\frac{d\delta}{dt}$  = velocidad del rotor respecto a la barra de referencia.

$\bar{\omega}$  = velocidad del rotor respecto al eje de referencia.

4.-  $\delta$  define el límite de estabilidad de estado estable en la curva  $\delta$  versus potencia.

### 3.1.1 Ecuaciones de enlaces de flujo

Antes de desarrollar las ecuaciones de enlaces de flujo, se define las inductancias de la máquina, para el desarrollo de éstas, se establece que:

- El signo positivo asumido en los enlaces de flujo en el estator es opuesta a la correspondiente corriente de fase.

- El eje A es igual al eje de la barra de referencia, ver fig. # 3.3.

Nombraremos a continuación las principales características de las inductancias de la máquina, para una sola fase, fase A.

- En la Armadura.

La autoinductancia de cada fase es positiva, siendo más grande cuando el eje d coincide con eje A y menor cuando eje q coincide con eje A.

$$l_{aa} = L_{aa0} + L_{aa2} \cos 2\theta \quad \text{H}$$

donde

$l_{aa}$  = autoinductancia del devanado de armadura fase A.

$L_{aa0}$  y  $L_{aa2} \cos 2\theta$  son los dos primeros términos de una serie de cosenos de armónicas impares y  $L_{aa0} > L_{aa2}$ .

$\theta$  es el ángulo definido anteriormente (figura 3.2).

Las inductancias mutuas entre fases son simétricas:

$$l_{ba} = l_{ab} = L_{ab0} + L_{ab2} \cos 2(\theta + \pi/6) \quad \text{H}$$

donde:

$l_{ab}$  = inductancia mutua del devanado de fase A y fase B.

$L_{ab0}$  y  $L_{ab2} \cos 2(\theta + \pi/6)$  son los dos primeros términos de una serie de cosenos de armónicas



impares y  $L_{a0} > L_{a2}$ .

La razón que las inductancias del estator varíen con la posición del rotor, está dado por el hecho de que cuando el rotor gira, éste no presenta en general una reluctancia constante para la trayectoria de flujo, debido a la variación del entrehierro para el caso del rotor de polos salientes.

- En el Rotor:

Despreciando los efectos en las ranuras del estator y de la saturación, todas las autoinductancias del rotor son constantes;

$$l_{fda} = L_{fda}$$

donde:

$L_{fda}$  = Autoinductancia del devanado de campo.

La inductancia mutua entre el devanado de campo y devanado amortiguador del eje d es constante.

$$l_{kfd} = l_{kfd} = L_{kfd}$$

donde:

$L_{kfd}$  = Inductancia mutua entre el devanado de campo y el amortiguador en el eje

directo.

Debido a la simetría del rotor, no hay inductancias mutuas entre devanados de eje d y eje q.

- Entre Armadura y Rotor:

La inductancia mutua entre estator y rotor varía sinusoidalmente con el ángulo  $\theta$  y son máximas cuando las dos bobinas están en línea:

-  $l_{afd}$  : inductancia mutua entre devanado de armadura y el campo.

$$l_{afd} = l_{fad} = L_{afd} \cos \theta$$

-  $l_{akd}$  : inductancia mutua entre devanado de armadura y el devanado amortiguador eje directo.

$$l_{akd} = l_{kad} = L_{akd} \cos \theta$$

-  $l_{akq}$  : inductancia mutua entre devanado de armadura y el devanado amortiguador eje en cuadratura.

$$l_{akq} = l_{kaq} = L_{akq} \cos (\theta + \pi/2)$$

$$\text{ó } l_{kaq} = -L_{akq} \text{ sen } \theta$$

La expresión de enlaces de flujo en términos de la posición del rotor  $\theta$  en forma matricial es:

$$\begin{bmatrix} \bar{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{21} & L_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

$$\begin{bmatrix} \bar{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \end{bmatrix}$$

donde:

$$\begin{bmatrix} 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{21} & L_{22} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \bar{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\phi}_a & \bar{\phi}_b & \bar{\phi}_c & \bar{\phi}_{ra} & \bar{\phi}_{rb} & \bar{\phi}_{rc} \end{bmatrix}^t \quad W_b \text{ vueltas}$$

$$\begin{bmatrix} i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_a & i_b & i_c & i_{ra} & i_{rb} & i_{rc} \end{bmatrix}^t \quad A$$

$[l]$  = matriz inductancia de la máquina síncrona.

$[\bar{\phi}]$  = matriz transpuesta de los enlaces de flujo en los devanados de la máquina síncrona.

$$\begin{bmatrix} L_{11} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -L_{e00} - L_{e02} \cos 2\phi & L_{e00} + L_{e02} \cos 2(\phi + \pi/6) & L_{e00} + L_{e02} \cos 2(\phi + 5\pi/6) \\ L_{e00} + L_{e02} \cos 2(\phi + \pi/6) & -L_{e00} - L_{e02} \cos 2(\phi - 2\pi/3) & L_{e00} + L_{e02} \cos 2(\phi - \pi/2) \\ L_{e00} + L_{e02} \cos 2(\phi + 5\pi/6) & L_{e00} + L_{e02} \cos 2(\phi - \pi/2) & -L_{e00} - L_{e02} \cos 2(\phi + 2\pi/3) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} L_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{e00} \cos \phi & L_{e00} \cos \phi & -L_{e00} \sin \phi \\ L_{e00} \cos(\phi - 2\pi/3) & L_{e00} \cos(\phi - 2\pi/3) & -L_{e00} \sin(\phi - 2\pi/3) \\ L_{e00} \cos(\phi + 2\pi/3) & L_{e00} \cos(\phi + 2\pi/3) & -L_{e00} \sin(\phi + 2\pi/3) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} L_{21} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -L_{e00} \cos \phi & -L_{e00} \cos(\phi - 2\pi/3) & -L_{e00} \cos(\phi + 2\pi/3) \\ -L_{e00} \cos \phi & -L_{e00} \cos(\phi - 2\pi/3) & -L_{e00} \cos(\phi + 2\pi/3) \\ L_{e00} \sin \phi & L_{e00} \sin(\phi - 2\pi/3) & L_{e00} \sin(\phi + 2\pi/3) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} L_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{e00} & L_{e00} & 0 \\ L_{e00} & L_{e00} & 0 \\ 0 & 0 & L_{e00} \end{bmatrix}$$

$[i]$  = matriz transpuesta de las corrientes en los devanados de la máquina síncrona.

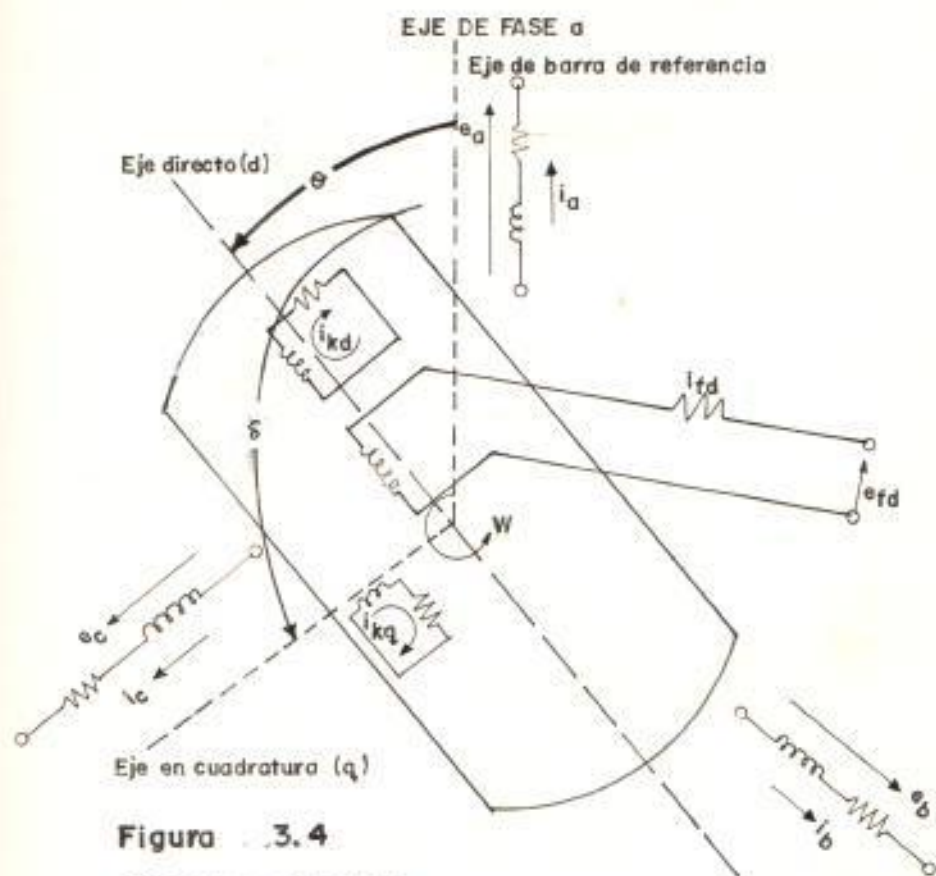
$t$  = transpuesta.

y donde los subíndices  $a, b, c, fd, kd, kq$  representan los devanados de : fase a, fase b, fase c, campo, amortiguador eje directo, amortiguador eje en cuadratura respectivamente.

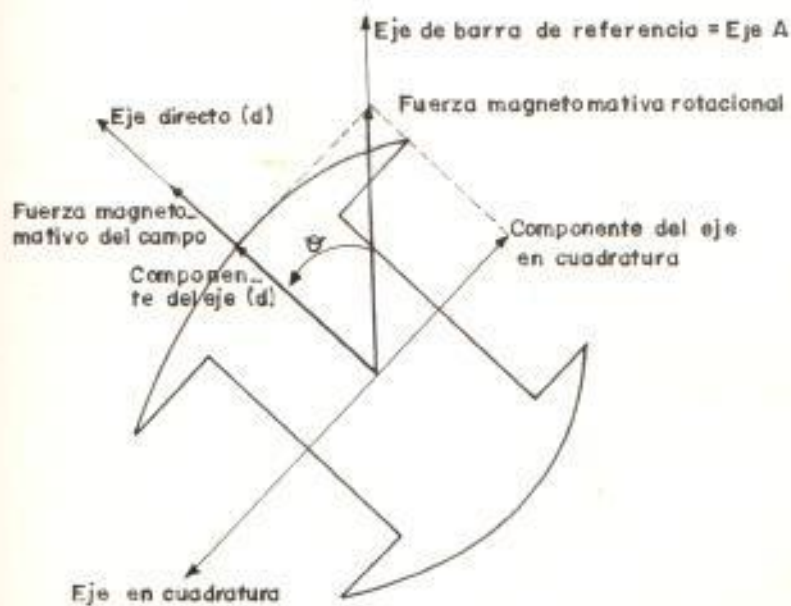
Dado los enlaces de flujo, figura # 3.1 y figura # 3.4 definimos el comportamiento del circuito magnético:

La corriente de campo crea la f.m.m. que produce el flujo en la dirección del eje directo. Si corrientes fluyen en devanados amortiguadores de eje d y eje q, estas f.m.m. del rotor, rotan a la misma velocidad que este.

Las corrientes de armadura trifásicas balanceadas producen una f.m.m. rotativa a la misma velocidad como el rotor en estado estable. Como resultado una diferencia angular constante es mantenida entre f.m.m. del estator y del rotor.



**Figura 3.4**  
Diagrama circuital



**Figura 3.5**  
Significado físico de la transformada de park

### 3.1.2 Ecuaciones de voltaje

La dirección de corriente asumida en sección anterior, proporciona el signo para las ecuaciones de voltaje.

- En el Estator:

$$e_a = \frac{d\tilde{\phi}_a}{dt} - r_a \cdot i_a \quad \text{V}$$

$$e_b = \frac{d\tilde{\phi}_b}{dt} - r_b \cdot i_b \quad \text{V}$$

$$e_c = \frac{d\tilde{\phi}_c}{dt} - r_c \cdot i_c \quad \text{V}$$

donde:

$e_a, e_b, e_c$  = voltajes en las fases a, b, c respectivamente.

$\tilde{\phi}_a, \tilde{\phi}_b, \tilde{\phi}_c$  = enlaces de flujo en las fases a, b, c.

$r_a, r_b, r_c$  = resistencias en las fases a, b, c.

$i_a, i_b, i_c$  = corrientes en las fases a, b, c.

- En el Campo.

$$E_{fd} = \frac{d\tilde{\phi}_{fd}}{dt} + r_{fd} \cdot i_{fd} \quad \text{V}$$

donde:

$e_{fd}$  = voltaje en el devanado de campo.

$\Phi_{fd}$  = enlace de flujo en el devanado de campo.

$r_{fd}$  = resistencia del campo.

$i_{fd}$  = corriente en el campo.

- Devanados amortiguadores eje directo y eje en cuadratura.

$$e_{kd} = 0 = \frac{d\Phi_{kd}}{dt} + r_{kfd} \cdot i_{kd} \quad \forall$$

donde:

$e_{kd}$  = voltaje en el devanado amortiguador eje directo.

$\Phi_{kd}$  = enlace de flujo en el devanado amortiguador eje directo.

$r_{kd}$  = resistencia del devanado amortiguador eje directo.

$i_{kd}$  = corriente del devanado amortiguador eje directo.

$$e_{kq} = 0 = \frac{d\Phi_{kq}}{dt} + r_{kqd} \cdot i_{kq} \quad \forall$$



donde:

$e_{kq}$  = voltaje en el devanado amortiguador eje en cuadratura.

$\bar{\lambda}_{kq}$  = enlace de flujo en el devanado amortiguador eje en cuadratura.

$r_{kq}$  = resistencia del devanado amortiguador eje en cuadratura.

$i_{kq}$  = corriente en el devanado amortiguador eje en cuadratura.

o en forma matricial

$$\begin{bmatrix} e \end{bmatrix} = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \bar{\lambda} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \end{bmatrix} \quad \vee \quad (3.7)$$

$$\begin{bmatrix} e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_a & e_b & e_c & e_{fd} & e_{kd} & e_{kq} \end{bmatrix}^t$$

$$\begin{bmatrix} \bar{\lambda} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\lambda}_a & \bar{\lambda}_b & \bar{\lambda}_c & \bar{\lambda}_{fd} & \bar{\lambda}_{kd} & \bar{\lambda}_{kq} \end{bmatrix}^t$$

$$\begin{bmatrix} i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_a & i_b & i_c & i_{fd} & i_{kd} & i_{kq} \end{bmatrix}^t$$

$$[r] = \begin{bmatrix} -r_a & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -r_a & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -r_a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r_{fd} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & r_{khd} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & r_{kka} \end{bmatrix} \quad (2)$$

y

$[e]$  = matriz transpuesta de los voltajes en los devanados de la máquina síncrona.

$[r]$  = matriz de las resistencias de los devanados de la máquina síncrona.

$[\xi], [i]$  = son matrices que fueron definidas anteriormente.

## 3.2 LA TRANSFORMACION DE PARK.

### 3.2.1 Ecuaciones de las corrientes en la forma de Park.

El efecto de estas transformaciones es remover todos los coeficientes de inductancias variantes en el tiempo de las ecuaciones de enlaces de flujo. Para esto una nueva

corriente  $i_d$  es definida.

(3-8)

$$i_e = k \left[ i_a \cos \theta + i_b \cos (\theta - 2\pi/3) + i_c \cos (\theta + 2\pi/3) \right] A$$

donde:

$i_d$  = corriente en el eje directo (d)

$k$  = constante de proporcionalidad.

El término entre paréntesis aparece en todas las ecuaciones de enlaces de flujo eje d, y relaciona a  $\theta$ .

La constante  $k$  es usada a fin de dar un valor de  $i_d$  consistente con respecto a los valores de  $i_a, i_b, i_c$ .

Si, para operación balanceada tenemos:

$$i_a = I_m \cos (\omega_b t + \beta) \quad A$$

$$i_b = I_m \cos (\omega_b t - 2\pi/3 + \beta) \quad A \quad (3.9)$$

$$i_c = I_m \cos (\omega_b t + 2\pi/3 + \beta) \quad A$$

donde:

$I_m$  = El valor máximo de la corriente.

$\beta$  = El ángulo entre el fasor de la corriente

en fase  $a$  y el eje de la barra de referencia (figura 3.3).

Sustituyendo las tres últimas expresiones en la expresión (3.8) resulta:

$$i_d = k \left[ \frac{3}{2} I_m \right] \cos (\omega t - \theta + \beta)$$

-  $i_d$  = corriente en el devanado en eje directo.

A fin de que  $i_d = I_m$  esto es que el valor pico de  $i_d$  sea igual a  $I_m$ . En operación balanceada  $k=2/3$ .

De igual manera para los enlaces de flujo en el eje en cuadratura se tiene:

$$i_q = -\frac{2}{3} (i_a \sin \theta + i_b \sin (\theta - 2\pi/3) + i_c \sin (\theta + 2\pi/3)) \quad (3.10)$$

donde:

$i_q$  = corriente en el devanado de eje en cuadratura ( $q$ ),  $k=2/3$ .

Una tercera definición se tiene para la corriente de fase secuencia cero.

$$i_0 = \frac{1}{3} (i_a + i_b + i_c)$$

donde

$i_0$  = corriente de secuencia cero.

Las corrientes del rotor permanecen las mismas durante la transformación.

La transformación de Park [T] tiene la forma siguiente:

$$[i_d, q, 0] = [T] [i] \quad (3.11)$$

donde:

$$[i_d, q, 0] = [i_d \ i_q \ i_0 \ i_{fd} \ i_{kd} \ i_{kq}]$$

$$[i] = [i_a \ i_b \ i_c \ i_{fd} \ i_{kd} \ i_{kq}]$$

$$\begin{bmatrix}
 \frac{2}{3} \cos \theta & \frac{2}{3} \cos (\theta - 2\pi/3) & \frac{2}{3} \cos (\theta + 2\pi/3) & 0 & 0 & 0 \\
 -\frac{2}{3} \sin \theta & -\frac{2}{3} \sin (\theta - 2\pi/3) & -\frac{2}{3} \sin (\theta + 2\pi/3) & 0 & 0 & 0 \\
 \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1
 \end{bmatrix}$$

Y

$[i_{d,q,0}]$  = matriz transpuesta de las corrientes expresadas en la forma de Park.

$[T]$  = matriz de la transformada de Park.

$[i]$  = es una matriz que fue definida anteriormente.

Los subíndices d, q, 0 representan los devanados de eje directo, eje en cuadratura y secuencia cero, expresados en la forma de Park.

$$i = [T]^{-1} [i_{d,q,0}] \quad (3.12)$$

$$[T]^{-1} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \cos (\theta - 2\pi/3) & -\sin (\theta - 2\pi/3) & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \cos (\theta + 2\pi/3) & -\sin (\theta + 2\pi/3) & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

donde

$[T]^{-1}$  = Matriz inversa de la transformada de Park

### 3.2.2 Ecuaciones de los enlaces de flujo de la forma de Park.

Multiplicando por la transformada de Park  $[T]$  la ecuación (3.6), tenemos:

$$[T] [\dot{\delta}] = [T] [i] [i]$$

$$[T] [\dot{\delta}] = \left( [T] [i] [T]^{-1} \right) [T] [i]$$

De igual manera que en (3.11) se obtiene que:

$$[\dot{\delta}_{d,q,o}] = [T] [\dot{\delta}] \quad (3.13)$$

o

$$[\dot{\delta}] = [T]^{-1} [\dot{\delta}_{d,q,o}]$$

y

$$[T] [i] [T]^{-1} = [L_{d,q,o}]$$

donde:

$[\dot{\delta}_{d,q,o}]$  = Matriz transpuesta de los enlaces de flujo expresados en la forma de Park.

$[L_{d,q,o}]$  = Matriz inductancia expresada en la forma de Park.

Además:

$$L_{\text{eje}} = \begin{bmatrix} -L_d & 0 & 0 & L_{\text{eod}} & L_{\text{eqd}} & 0 \\ 0 & -L_q & 0 & 0 & 0 & L_{\text{eqq}} \\ 0 & 0 & -L_d & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{3}{2} L_{\text{eod}} & 0 & 0 & L_{\text{eod}} & L_{\text{eqd}} & 0 \\ -\frac{3}{2} L_{\text{eqd}} & 0 & 0 & L_{\text{eqd}} & L_{\text{eqd}} & 0 \\ 0 & -\frac{3}{2} L_{\text{eqq}} & 0 & 0 & 0 & L_{\text{eqq}} \end{bmatrix}$$

(3.14)

donde:

$$L_d = L_{\text{eod}} + L_{\text{eqd}} + \frac{3}{2} L_{\text{eqz}} \quad \text{H.}$$

donde:

$L_d$  = Inductancia del devanado de eje directo (d).

$$L_q = L_{\text{eod}} + L_{\text{eqd}} - \frac{3}{2} L_{\text{eqz}} \quad \text{H.}$$

donde:

$L_q$  = Inductancia del devanado de eje en cuadratura (q).

$$L_o = L_{\text{eod}} - 2L_{\text{eqd}} \quad \text{H.}$$



donde:

$L_o$  = Inductancia de secuencia cero.

Luego tenemos:

$$[\xi_{d,q,e}] = [L_{d,q,e}] [i_{d,q,e}] \quad (3.15)$$

donde:

$[\xi_{d,q,e}]$ ,  $[L_{d,q,e}]$  y  $[i_{d,q,e}]$  ya fueron definidos anteriormente.

Según la expresión (3.13) se observa que la transformada [T], remueve los coeficientes variantes en el tiempo.

Magnéticamente la ecuación (3.13) y (3.15), significa que la f.m.m. del estator vista del rotor es dividida en dos componentes.

- La producida por  $\xi_d$  que se mueve con el rotor centrada en el eje d, y similarmente la producida por  $\xi_q$  centrada en eje q, Fig. # 3.5.
- Los enlaces de flujo, corrientes e inductancias no han sido transformados y se mantiene aún el significado físico natural.

Hay que tomar en cuenta que la reciprocidad del sistema físico, no es mantenida debido a la transformada de Park. Esto es, la inductancia mutua entre los circuitos del rotor (figura # 3.6) y estator no son recíprocos debido al factor  $2/3$ , (ecuación # 3.10).

El sistema por unidad empleado en esta tesis, convierte al sistema no-recíproco de ecuación (3.14) en un sistema recíproco, ver en apéndice A.

### 3.2.3 Ecuación de voltaje en la forma de Park.

Multiplicando la ecuación 3.7 por la transformada de Laplace se obtiene:

$$[T] [e] = [T] \frac{d}{dt} [\delta] + [T] [r] [i]$$

De las ecuaciones (3.12) y (3.13)

$$[\delta] = [T]^{-1} [\delta_{d,q,o}] \quad (3.13)$$

$$[i] = [T]^{-1} [i_{d,q,o}] \quad (3.12)$$

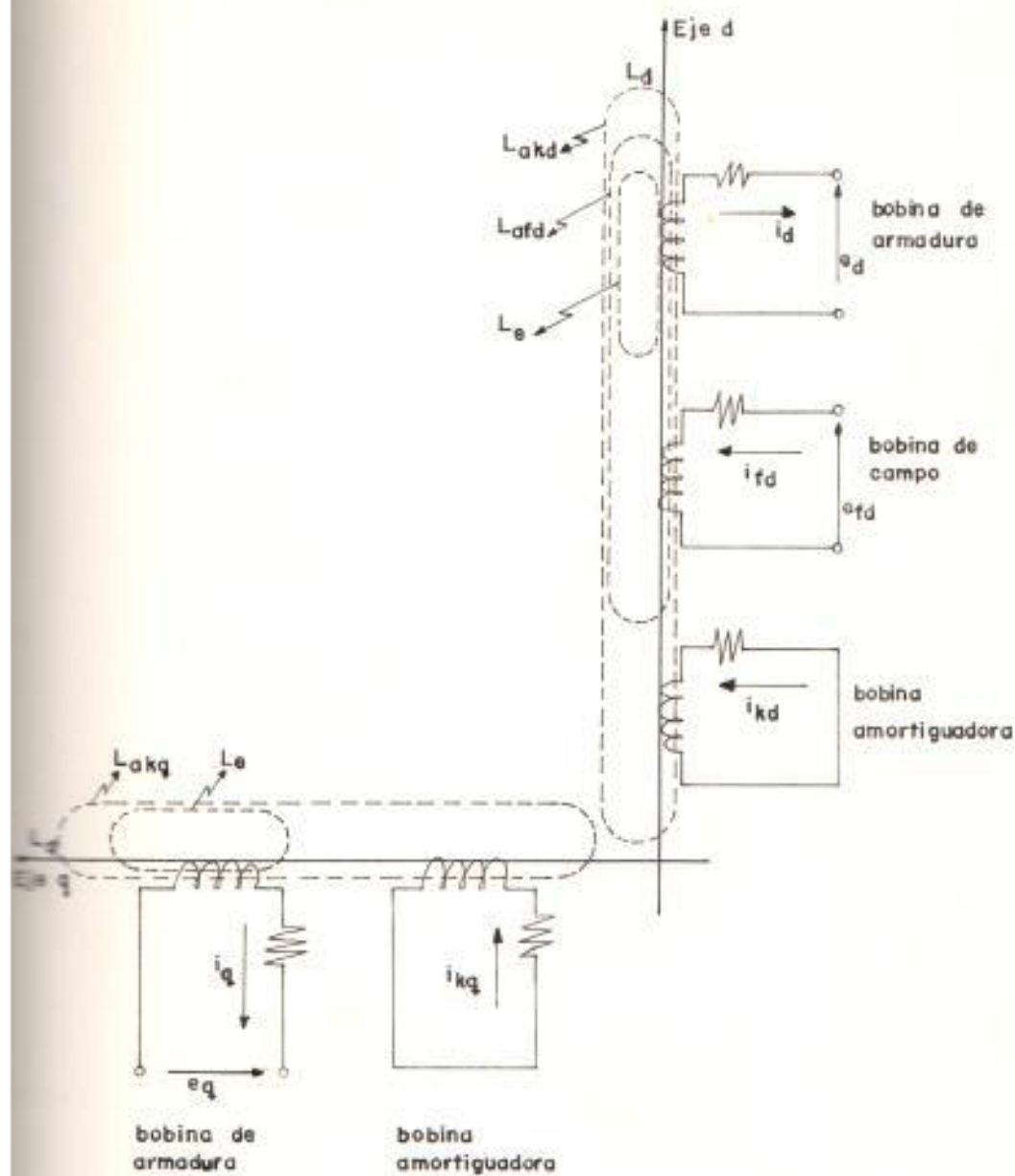


Figura 3.6

Bobinas e inductancias equivalentes. Eje directo y eje en cuadratura

Por similitud de las expresiones anteriores se obtiene la ecuación de voltaje en forma matricial.

$$[e_{d,q,0}] = [T] [e] = [e_d \ e_q \ e_0 \ e_{+d} \ e_{+q} \ e_{+0}]$$

$$[e] = [T]^{-1} [e_{d,q,0}] \quad (3.16)$$

donde:

$[e_{d,q,0}]$  = Matriz de voltaje en la forma de Park.

$[e]$  y  $[T]^{-1}$  son matrices que ya fueron definidas anteriormente.

y

$$e_d = \frac{2}{3} [e_a \cos \theta + e_b \cos(\theta - 2\pi/3) + e_c \cos(\theta + 2\pi/3)]$$

$e_d$  = Voltaje en el devanado de eje directo (d)

$$e_q = -\frac{2}{3} [e_a \sin \theta + e_b \sin(\theta - 2\pi/3) + e_c \sin(\theta + 2\pi/3)]$$

$e_q$  = Voltaje en el devanado del eje en cuadratura (q).

$$e_0 = \frac{1}{3} [e_a + e_b + e_c]$$

$e_0$  = Voltaje de secuencia cero.

Según las expresiones anteriores, la ecuación (3.7) transformada resulta:

$$[\ddot{\theta}_{d,q,e}] = [T] \frac{d}{dt} ([T]^{-1} [\dot{\theta}_{d,q,e}]) + [T] [r] [T]^{-1} [i_{d,q,e}]$$

$$[T] [r] [T]^{-1} = [r]$$

Ya que  $[r]$  es una matriz diagonal, luego:

$$[\ddot{\theta}_{d,q,e}] = [T] [T]^{-1} \frac{d}{dt} [\dot{\theta}_{d,q,e}] + [T] \frac{d}{dt} [T]^{-1} [\dot{\theta}_{d,q,e}] + [r] [i_{d,q,e}]$$

$$\frac{d}{dt} [T]^{-1} = [T]^{-1} \begin{bmatrix} \frac{d\theta}{dt} \\ \frac{d\theta}{dt} \\ \frac{d\theta}{dt} \\ \frac{d\theta}{dt} \\ \frac{d\theta}{dt} \\ \frac{d\theta}{dt} \end{bmatrix}$$

donde:

$$\begin{bmatrix} \frac{d\theta}{dt} \\ \frac{d\theta}{dt} \\ \frac{d\theta}{dt} \\ \frac{d\theta}{dt} \\ \frac{d\theta}{dt} \\ \frac{d\theta}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{d\theta}{dt} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{d\theta}{dt} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

donde

$$\begin{bmatrix} d\theta \\ dt \end{bmatrix} = \text{Matriz velocidad.}$$

La ecuación (3.7) finalmente es escrita en la forma de Park:

$$[e_{d,q,0}] = \frac{d}{dt} [\tilde{i}_{d,q,0}] + \begin{bmatrix} d\theta \\ dt \end{bmatrix} [\tilde{i}_{d,q,0}] + [r] [i_{d,q,0}] \quad \forall$$

$$e_d = \frac{d}{dt} \tilde{i}_d - \tilde{i}_q \frac{d\theta}{dt} - r_a i_d$$

$$e_q = \frac{d}{dt} \tilde{i}_q + \tilde{i}_d \frac{d\theta}{dt} - r_a i_q$$

$$e_0 = \frac{d\tilde{i}_0}{dt} - r_a i_0$$

$$e_{rd} = \frac{d}{dt} \tilde{i}_{rd} + r_{rd} i_{rd} \quad (3.17)$$

$$0 = \frac{d\tilde{i}_{kd}}{dt} + r_{kd} i_{kd}$$

$$0 = \frac{d\tilde{i}_{kq}}{dt} + r_{kq} i_{kq}$$

donde:

$r_a$  = Resistencia de armadura.

$r_{fd}$  = Resistencia de campo.

$r_{kkd}$  = Resistencia del devanado amortiguador en eje directo.

$r_{kka}$  = resistencia del devanado amortiguador en eje cuadratura.

y los demás términos fueron definidos anteriormente.

Con la ayuda de las ecuaciones (3.15) y (3.17) definimos a continuación las ecuaciones de Park en el sistema No-recíproco para nuestro estudio:

Relaciones de enlaces de flujo de ecuaciones (3.15)

EJE DIRECTO (d).

$$\psi_d = -L_{ad} i_a + L_{fd} i_{fd} + L_{kdd} i_{kd}$$

$$\psi_{kd} = -\frac{3}{2} L_{ad} i_a + L_{fd} i_{fd} + L_{kdd} i_{kd}$$

$$\bar{\delta}_{kd} = - \frac{3}{2} L_{kda} i_a + L_{kfd} i_{fd} + L_{kka} i_{ka} \quad (3.18)$$

EJE EN CUADRATURA (q).-

$$\bar{\delta}_q = - L_q i_a + L_{kq} i_{ka}$$

$$\bar{\delta}_{kq} = - \frac{3}{2} L_{kq} i_a + L_{kka} i_{ka}$$

Relaciones de voltaje de ecuaciones (3.17)

EJE DIRECTO (d).-

$$e_d = \frac{d}{dt} \bar{\delta}_d - \bar{\delta}_d \omega - r i_d$$

$$e_{fd} = \frac{d}{dt} \bar{\delta}_{fd} + r_{fd} i_{fd}$$

$$e_{kd} = 0 = \frac{d}{dt} \bar{\delta}_{kd} + r_{kd} i_{kd} \quad (3.19)$$

EJE EN CUADRATURA (q).-

$$e_q = \frac{d}{dt} \bar{\delta}_q + \bar{\delta}_q \omega - r i_q$$

$$e_{kq} = 0 = \frac{d}{dt} \bar{\delta}_{kq} + r_{kq} i_{kq}$$



donde  $W = W_b + \frac{d\delta}{dt} = \frac{d\theta}{dt}$  velocidad del rotor

$\theta$  = ángulo de rotor instantáneo entre eje d y eje de referencia.

De (3.18) y (3.19) nos referimos al Apéndice A donde estas ecuaciones son estandarizadas a fin de obtener el modelo matemático de la máquina en un Sistema por Unidad recíproco. De fórmulas (A-10) a (A-14) para enlaces de flujo y de (A-15) a (A-19) para voltaje de Apéndice A tenemos:

- Relaciones de enlaces de flujo:

EJE DIRECTO (d).-

$$\psi_d = - X_d i_d + X_{afd} i_{fd} + X_{akd} i_{kd}$$

$$\psi_{fd} = - X_{afd} i_d + X_{afd} i_{fd} + X_{rkd} i_{kd}$$

$$\psi_{kd} = - X_{akd} i_d + X_{rkd} i_{fd} + X_{knd} i_{kd} \quad (3.20)$$

EJE EN CUADRATURA (q).-

$$\psi_q = - X_q i_q + X_{akq} i_{kq}$$

$$\psi_{kq} = - X_{akq} i_q + X_{knd} i_{kq}$$

Ya que  $W \approx 1$  y  $W=1$  bajo velocidad nominal todas las inductancias pueden ser intercambiadas por reactancias en el sistema por unidad.

- Relaciones de voltajes:

EJE DIRECTO (d)

$$e_d = \frac{d\delta_d}{dt} - r i_d - \delta_d W = e \sin \delta$$

$$e_{fd} = \frac{d\delta_{fd}}{dt} + r_{fd} i_{fd}$$

$$0 = \frac{d\delta_{kd}}{dt} + r_{kd} i_{kd} \quad (3.21)$$

EJE EN CUADRATURA (q)

$$e_q = \frac{d\delta_q}{dt} - r i_q + \delta_q W = e \cos \delta$$

$$0 = \frac{d\delta_{kq}}{dt} + r_{kq} i_{kq}$$

$W$  = velocidad del rotor en p.u.

$$W = 1 + \frac{d\delta}{dt}$$

Todas las variables y parámetros, definidos en (3.20) y (3.21) están en por unidad.

### 3.3 POTENCIA ELECTRICA Y TORQUE ELECTRICO.

Bajo toda condición de operación, la suma de los torques instantáneos actuando sobre el sistema mecánico es cero. Consecuentemente, el movimiento relativo del rotor del generador es determinado por la ecuación:

$$M_G \frac{d^2\delta}{dt^2} = \bar{T}_m - \bar{T}_e \quad \text{en p.u.} \quad \text{de (A-24)}$$

$$M_G \frac{d^2\delta}{dt^2} = \frac{\bar{P}_m - \bar{P}_e}{W} \quad \text{en p.u.}$$

donde:

$\bar{P}_m$ : Potencia mecánica.

$\bar{P}_e$ : Potencia electromagnética.

Torque de aceleración = (Torque mecánico - Torque eléctrico) = 0 donde

$$\text{Torque de aceleración} = M_G \frac{d^2\delta}{dt^2} \quad \text{(A-24)}$$

Para el generador, el torque de entrada es el torque mecánico, esto es el torque de la turbina  $T_m$  definido en capítulo # 2.

El torque de oposición es eléctrico y su deducción parte de la definición de potencia eléctrica:

$$P = e_a i_a + e_b i_b + e_c i_c \quad \text{Watts} \quad (3.22)$$

donde:

$P$  = Potencia eléctrica.

Sustituyendo (3.12) y (3.16)

$$[i] = [T]^{-1} [i_{d,q,0}]$$

$$[e] = [T]^{-1} [e_{d,q,0}] \quad \text{respectivamente en (3.22)}$$

Resulta:

$$P = \frac{3}{2} (e_d i_d + e_q i_q + 2 e_0 i_0)$$

Ya que en esta tesis se asume condiciones trifásicas balanceadas; las componentes de voltaje y corriente de secuencia cero:

$$e_0 = i_0 = 0$$

$$P = \frac{3}{2} (e_d i_d + e_q i_q) \quad (3.23)$$

Sustituyendo las expresiones de  $e_d$  y  $e_q$  de (3.17) en (3.23) resulta:

$$\frac{3}{2} \left( e_d \frac{di_d}{dt} + i_d \frac{de_d}{dt} \right) + \frac{3}{2} \left( e_q \frac{di_q}{dt} + i_q \frac{de_q}{dt} \right) - \frac{3}{2} r (i_d^2 + i_q^2) \quad [W] \quad (3.24)$$

Según la expresión anterior la potencia de salida está dada por tres componentes:

- La primera componente:

$$-\frac{3}{2} \left( i_a \frac{d\bar{\delta}_a}{dt} + i_a \frac{d\bar{\delta}_a}{dt} \right)$$

La cual es la razón de disminución del flujo magnético de la armadura.

- La segunda componente:

$$\frac{3}{2} (i_a \bar{\delta}_a - i_a \bar{\delta}_a) \frac{d\theta}{dt}$$

La cual es la potencia electromagnética transferida a través del entrehierro.

- La tercera componente:

$$-\frac{3}{2} r (i_a^2 + i_a^2)$$

La cual es la pérdida de resistencia de la armadura.

Debido que estamos interesados en la potencia electromagnética transferida a través del entrehierro, la expresión para la potencia de salida es:

$$P_{\omega} = \frac{3}{2} (i_a \bar{\delta}_a - i_a \bar{\delta}_a) \frac{d\theta}{dt} \quad [W] \quad (3.25)$$

Si, sabemos que

$$\frac{P_e}{W} = T_e$$

donde  $W = \frac{d\theta}{dt}$  es la velocidad del rotor

$P_e$  = Potencia electromagnética:

$T_e$  = Torque electromagnético:

La expresión del torque electromagnético resulta ser:

$$T_e = \frac{3}{2} (i_a \delta_d - i_d \delta_a) \quad \text{W seg/rad} \quad (3.26)$$

La potencia de salida real del generador es mayor que la dada por la ecuación (3.25) debido a las pérdidas de armadura en estado estable.

#### 3.4 CIRCUITOS EQUIVALENTES - ECUACIONES.

De las ecuaciones de relaciones de flujo (3.20) y las definiciones de reactancia de pérdida dados en el Apéndice A, se tiene:

$$X_{fd} = X_{ffd} - X_{afd}$$

$$X_{kd} = X_{kfd} - X_{akd}$$

$$X_{kq} = X_{kkq} - X_{kqk}$$

$$X_1 = X_d - X_{ed}$$

$$X_1 = X_q - X_{eq}$$

Además

$$X_{efd} = X_{kqd} - X_{ed}$$

$$X_{eq} = X_{kqk}$$

Las ecuaciones de enlaces de flujo (3.20) en el sistema por unidad recíproco, según las fórmulas anteriores resulta:

EJE DIRECTO (d)

$$\bar{\psi}_d = -X_1 i_d + X_{ed} (i_{fd} + i_{1d} - i_d)$$

$$\bar{\psi}_{fd} = X_{fd} i_{fd} + X_{ed} (i_{fd} + i_{1d} - i_d)$$

$$\bar{\psi}_{1d} = X_{1d} i_{1d} + X_{ed} (i_{fd} + i_{1d} - i_d)$$

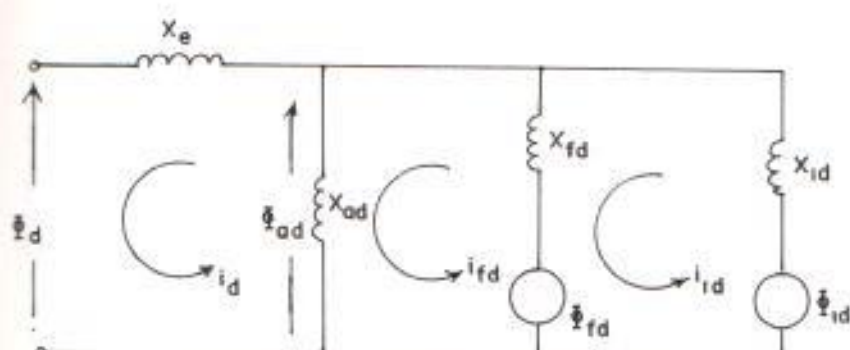
EJE EN CUADRATURA (q)

$$\bar{\psi}_q = -X_1 i_q + X_{eq} (i_{1q} - i_q) \quad (3.27)$$

$$\bar{\psi}_{1q} = X_{1q} i_{1q} + X_{eq} (i_{1q} - i_q)$$

De (3.27) se obtiene los siguientes circuitos equivalentes del modelo en estudio.

## EJE DIRECTO (d)



## EJE EN CUADRATURA (q)

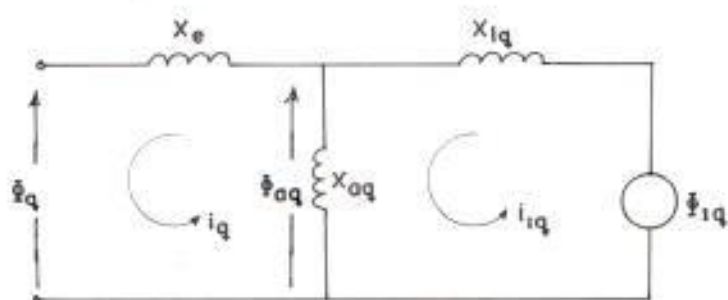


Figura # 3.7 Circuitos equivalentes de enlaces de flujo

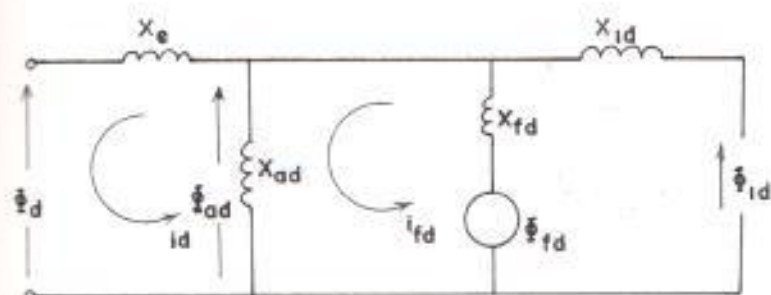
## 3.4.1 Estado estable.

En estado estable, las corrientes de los devanados amortiguadores en el eje directo ( $i_{1d}$ ) y en el eje en cuadratura ( $i_{1q}$ ) son cero, luego los circuitos equivalentes de figura (3.7)



resultan ser:

EJE DIRECTO (d)



EJE EN CUADRATURA (q)

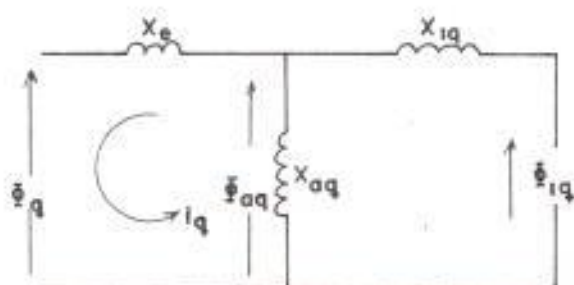


Figura 3.8 Circuitos equivalentes en estado Estable.

- De los circuitos equivalentes de figura 3.8 se define la reactancia de eje directo y eje en cuadratura en estado estable

$$- \frac{\bar{Q}_d}{i_d} = X_d = X_1 + X_{ad}$$

(3.28)

$$-\frac{\bar{x}_q}{l_q} = x_q = x_s + x_{mq}$$

donde:

$x_d$  = Reactancia del eje directo (d).

$x_q$  = Reactancia del eje en cuadratura (q).

$x_s$  = Reactancia de pérdida.

$x_{md}$  = Reactancia mutua de los devanados de eje directo.

$x_{mq}$  = Reactancia mutua de los devanados de eje en cuadratura.

### 3.4.2 Estado Transitorio

Frente a una perturbación el comportamiento del voltaje terminal se lo expresa:

$$e_t = e_t(t^-) + \Delta e_t$$

Donde  $e_t$  = valor de voltaje terminal después de que se produce la perturbación.

$e_t(t^-)$  = valor de voltaje terminal antes que se produzca la perturbación.

$\Delta e_t$  = magnitud del cambio en el valor del voltaje terminal debido a la

perturbación.

De igual manera, se considera para todas las variables que son función del tiempo, y se relacionan con el generador sincrónico, de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \bar{\delta}_d &= \bar{\delta}_{d0} + \Delta \bar{\delta}_d & i_d &= i_{d0} + \Delta i_d \\ \bar{\delta}_q &= \bar{\delta}_{q0} + \Delta \bar{\delta}_q & i_q &= i_{q0} + \Delta i_q \\ \bar{\delta}_{+d} &= \bar{\delta}_{+d0} + \Delta \bar{\delta}_{+d} & i_{+d} &= i_{+d0} + \Delta i_{+d} \\ \bar{\delta}_{1d} &= \bar{\delta}_{1d0} + \Delta \bar{\delta}_{1d} & i_{1d} &= i_{1d0} + \Delta i_{1d} \\ \bar{\delta}_{1q} &= \bar{\delta}_{1q0} + \Delta \bar{\delta}_{1q} & i_{1q} &= i_{1q0} + \Delta i_{1q} \end{aligned}$$

donde:

El subíndice (0) define a los valores iniciales antes de la perturbación.

El símbolo ( $\Delta$ ) define a los valores incrementales debido a la perturbación.

Sustituyendo las últimas expresiones en (3.27) obtendríamos 10 ecuaciones, 5 de las cuales relacionan a corrientes y enlaces antes de que se produzca la perturbación, las otras 5 se refieren a valores incrementales y tienen las siguientes formas:

## EJE DIRECTO (d)

$$\Delta \bar{\Phi}_e = -x_{1d} (\Delta i_d) + x_{ed} [(\Delta i_{fd}) + (\Delta i_{1d}) - (\Delta i_d)]$$

$$\Delta \bar{\Phi}_{fd} = x_{fd} (\Delta i_{fd}) + x_{ed} [(\Delta i_{fd}) + (\Delta i_{1d}) - (\Delta i_d)]$$

$$\Delta \bar{\Phi}_{1d} = x_{1d} (\Delta i_{1d}) + x_{ed} [(\Delta i_{fd}) + (\Delta i_{1d}) - (\Delta i_d)]$$

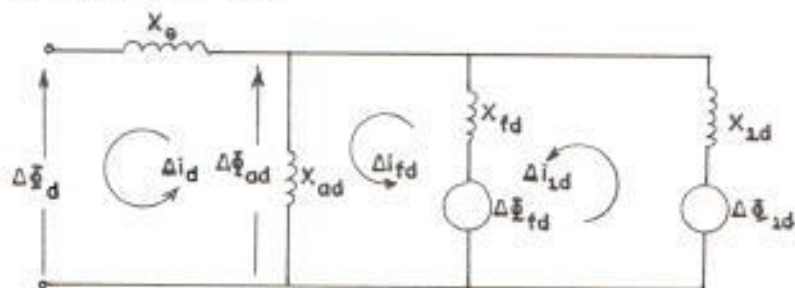
## EJE EN CUADRATURA (q)

$$\Delta \bar{\Phi}_e = -x_{eq} (\Delta i_q) + x_{eq} [(\Delta i_{1q}) - (\Delta i_q)]$$

$$\Delta \bar{\Phi}_{1q} = x_{1q} (\Delta i_{1q}) + x_{eq} [(\Delta i_{1q}) - (\Delta i_q)] \quad (3.29)$$

Los circuitos resultantes de la ecuación 3.29 son idénticos como los de figura # 3.7.

## EJE DIRECTO (d)



## EJE EN CUADRATURA (q)

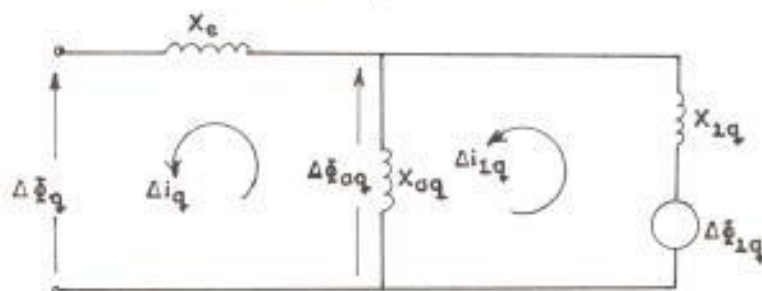


Fig. 3.9 Circuitos equivalentes de enlaces de flujo incrementales.

### 3.4.2.a Reactancias subtransitorias.

Recordando las ecuaciones de voltaje (3.19) para los devanados de campo y amortiguamiento, aplicando a estas los valores incrementados se tiene:

De ecuación (3.19)

$$\begin{aligned}
 e_{fd} &= \frac{d}{dt} \bar{\delta}_{fd} + r_{fd} i_{fd} & \Delta e_{fd} &= \frac{d}{dt} (\Delta \bar{\delta}_{fd}) + r_{fd} (\Delta i_{fd}) \\
 0 &= \frac{d}{dt} \bar{\delta}_{1d} + r_{1d} i_{1d} & 0 &= \frac{d}{dt} (\Delta \bar{\delta}_{1d}) + r_{1d} (\Delta i_{1d}) \\
 0 &= \frac{d}{dt} \bar{\delta}_{1q} + r_{1q} i_{1q} & 0 &= \frac{d}{dt} (\Delta \bar{\delta}_{1q}) + r_{1q} (\Delta i_{1q})
 \end{aligned}$$

(3.30)

Resolviendo la ecuaciones (3.30) para los incrementos de flujo, obtenemos:

$$\Delta \bar{\delta}_{fd} = \int (\Delta e_{fd} - \Delta i_{fd} r_{fd}) dt$$

$$\Delta \bar{\delta}_{1d} = \int (-\Delta i_{kd} r_{kd}) dt \quad (3.31)$$

$$\Delta \delta_{1q} = \int (-\Delta i_{kq} r_{kq}) dt$$

Un instante después de producida la falla es decir al tiempo  $(t=0+)$  el valor de cada uno de los integrales (3.31) por el teorema de enlaces de flujo constante es cero.

$$\Delta \delta_{rd} = \Delta \delta_{1d} = \Delta \delta_{1q} = 0 \quad \text{a } t=0+$$

Según lo anterior los circuitos equivalentes de figura 3.9 nos queda:

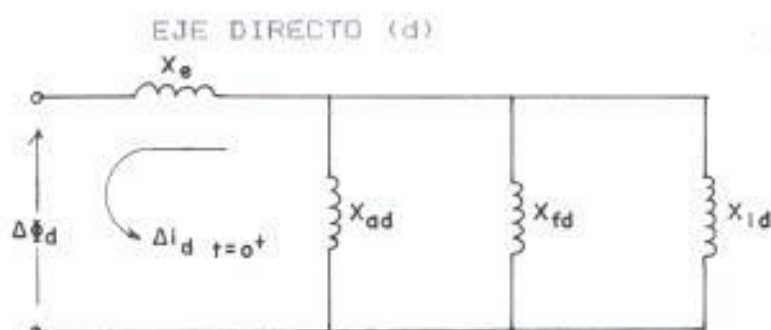


Fig. 3.10 Circuitos equivalentes de enlaces de flujo incrementales a  $t = 0+$  (Periodos Subtransiente.)

de Fig.# 3.10, tenemos:

$$-\left[ \frac{\Delta \delta_d}{\Delta i_d} \right]_{t=0+} = x''_d = x_1 + \frac{1}{1/x_{sd} + 1/x_{rd} + 1/x_{1d}}$$

$$-\left[ \frac{\Delta \delta_q}{\Delta i_q} \right]_{t=0+} = x''_q = x_1 + \frac{1}{1/x_{sq} + 1/x_{1q}}$$

donde:

$x''_d$  = Reactancia subtransiente del eje directo.

$x''_q$  = Reactancia subtransitoria del eje en cuadratura.

$x_{rd}$  = Reactancia del devanado de campo.

$x_{1d}$  = Reactancia del devanado amortiguador de eje directo.

$x_{1q}$  = Reactancia del devanado amortiguador de eje en cuadratura.

#### 3.4.2.b Reactancias transitorias.

El efecto de los devanado amortiguadores en el periodo transiente es nulo, pero no así el del devanado de

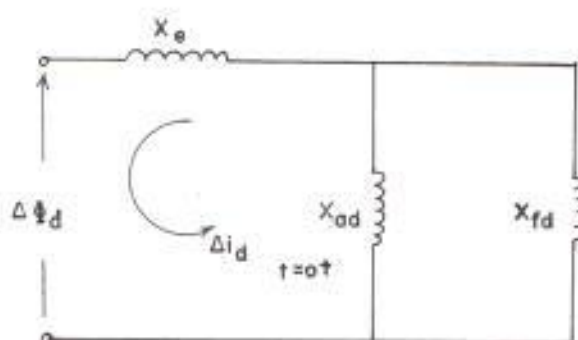
campo el cual a  $t = 0+$ , de ecuación (3.31) se tiene:

$$\Delta \bar{\delta}_{+d} = \int (\Delta e_{+d} - \Delta i_{+d} r_{+d}) dt \quad (3.33)$$

$$\Delta \bar{\delta}_{+d} = 0 \quad \text{a} \quad t = 0+$$

Los circuitos equivalentes resultantes son:

EJE DIRECTO (d)



EJE EN CUADRATURA (q)

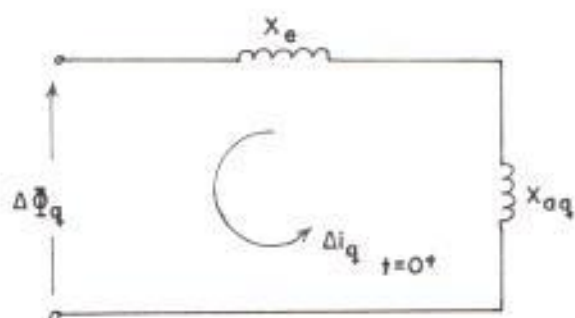


Fig. # 3.11 Circuitos equivalentes de enlace de flujo incrementales a  $t=0+$  (Periodo transiente).



De estos dos circuitos, se obtiene las definiciones siguientes:

$$- \left[ \frac{\Delta \delta_d}{\Delta i_d} \right] = x'_d \quad \text{Inductancia transiente eje directo (d)}$$

$$- \left[ \frac{\Delta \delta_q}{\Delta i_q} \right] = x'_q \quad \text{Inductancia transiente eje en cuadratura (q)}$$

Estos valores son conocidos como reactancias transitorias y de acuerdo a la forma de los circuitos sus valores en reactancias son:

$$x'_d = x_1 + \frac{1}{1/x_{ed} + 1/x_{fd}} \quad (3.34)$$

$$x'_q = x_q = x_1 + x_{eq}$$

Las figuras 3.12 y 3.13 muestran las trayectorias de flujo, así como los circuitos sobre los que ellos actúan.

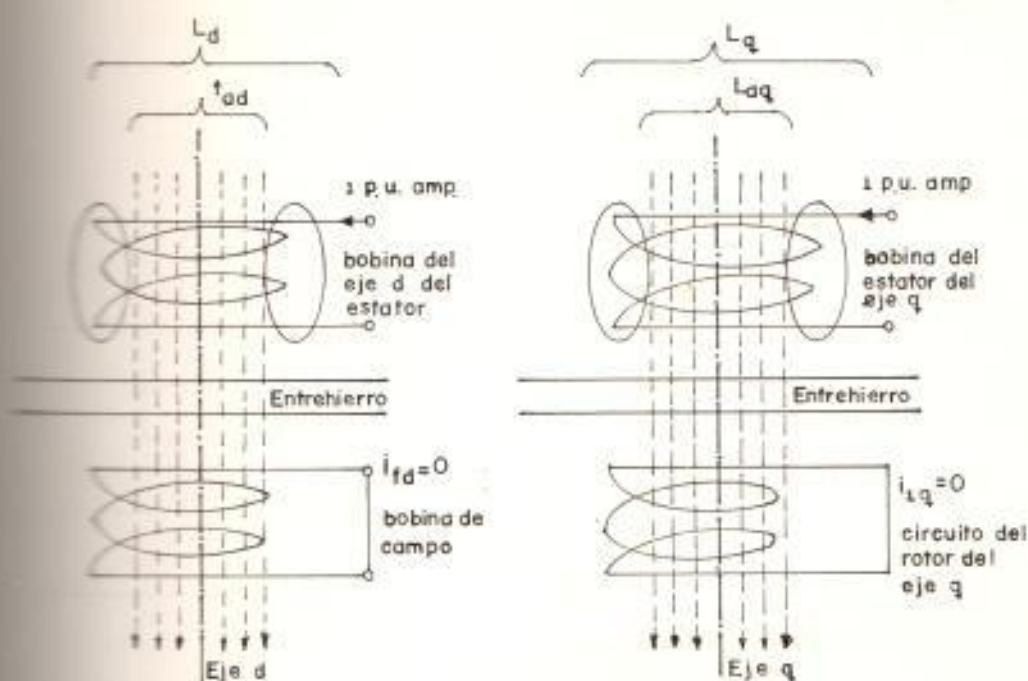


Figura 3.12 a

Trayectorias de flujo de estado estables (rotor redondo)

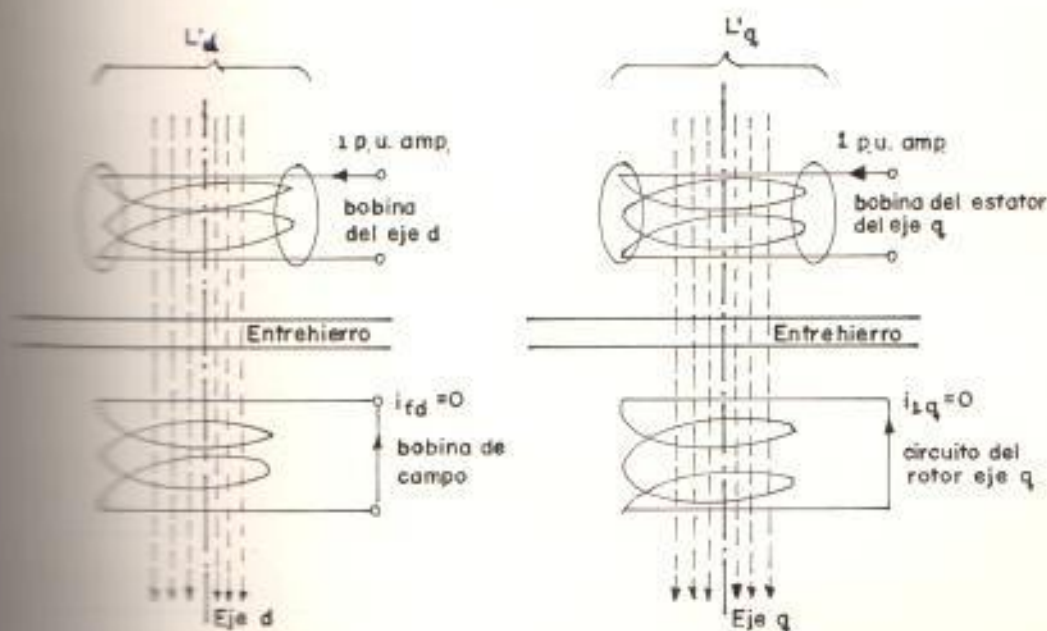


Figura 3.12 b

Trayectorias del flujo de estado transiente (rotor redondo)

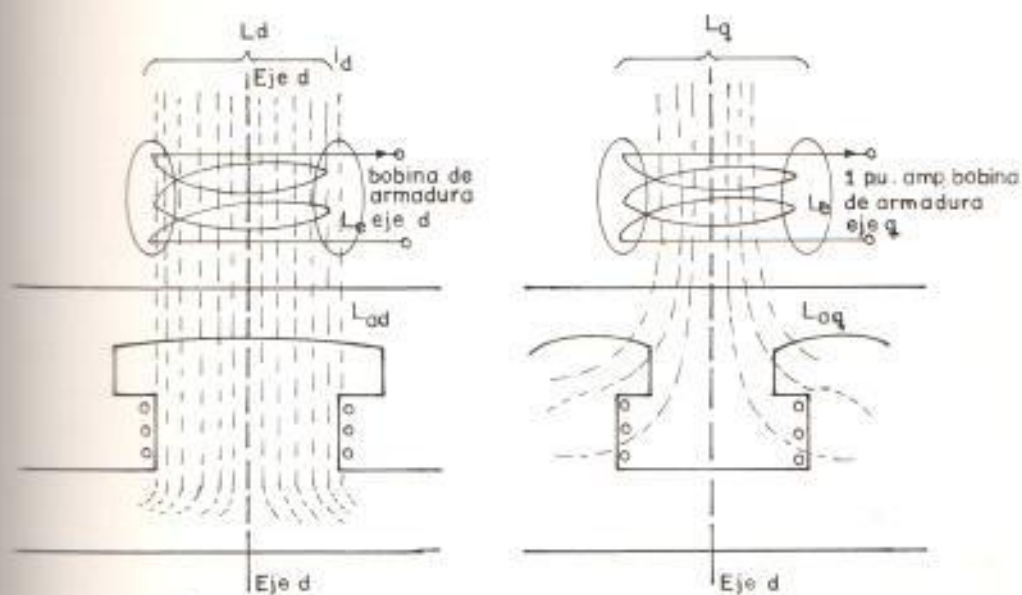


Figura 3.13a

Trayectoria de flujo de estado estable en eje D y eje Q

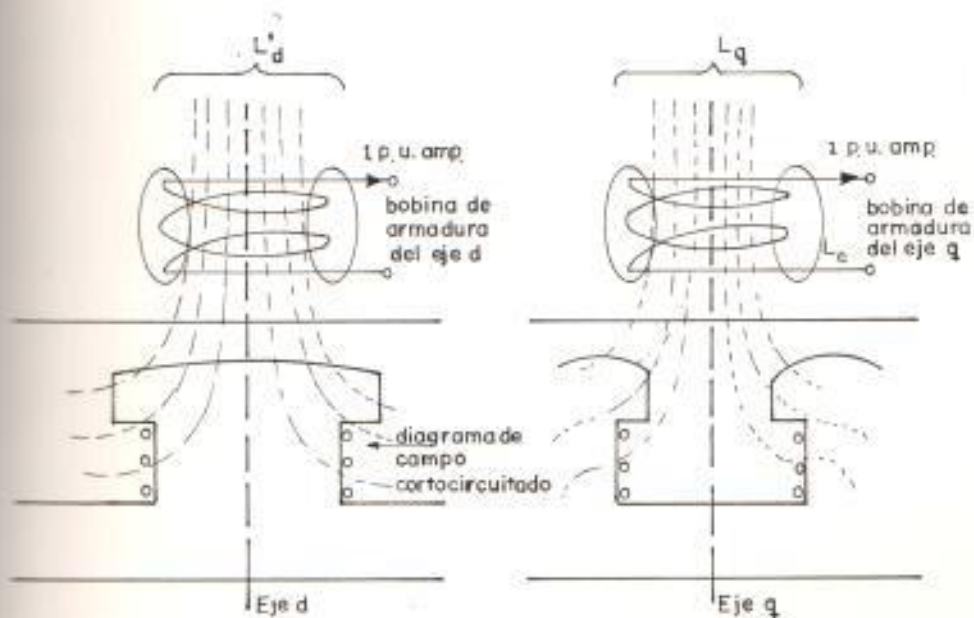


Figura 3.13 b

Trayectorias de flujo del estado transiente del eje d y eje q

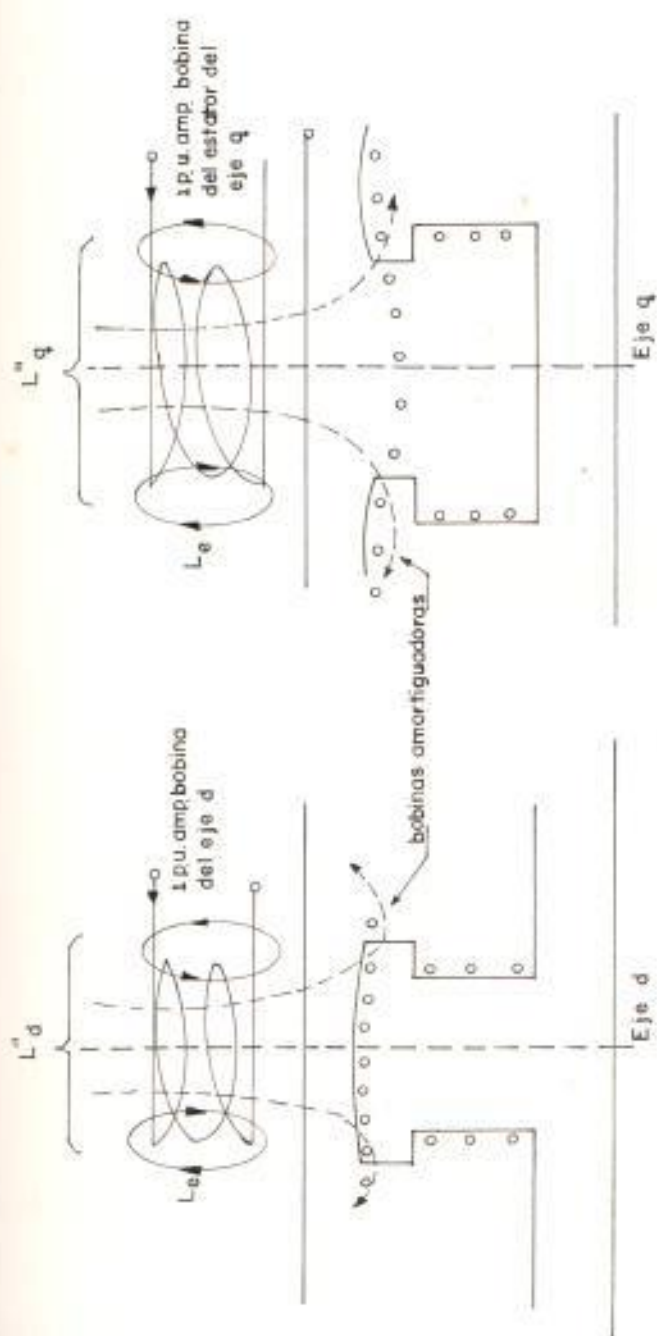


Figura 3.13 c

Trajectory del flujo en el estado subtransiente

### 3.5 ESTUDIO DE TRANSITORIOS.

#### 3.5.1 Análisis en estado estable.- Condiciones iniciales.

A continuación se define el método que se lleva a cabo en esta sección:

Primeramente se parte de ecuaciones de voltaje y corriente terminales relacionándolos con los ejes directo y en cuadratura. Luego se define un juego de variables nuevas a fin de obtener un diagrama fasorial en que se involucren las variables necesarias que satisfagan las condiciones iniciales del modelo en estudio.

El diagrama fasorial que se escoge es el de fig. # 3.3.

Los voltajes y corrientes terminales respecto al eje de barra de referencia son:

$$e_a = E_m \cos (\omega_b t + \tau) \quad v \quad i_a = I_m \cos (\omega_b t + \beta) \quad A$$

$$e_b = E_m \cos \left( \omega_b t + \frac{2\pi}{3} + \tau \right) \quad v \quad i_b = I_m \cos \left( \omega_b t - \frac{2\pi}{3} + \beta \right) \quad A$$

$$e_c = E_m \cos \left( \omega_b t + \frac{2\pi}{3} + \tau \right) \quad v \quad i_c = I_m \cos \left( \omega_b t + \frac{2\pi}{3} + \beta \right) \quad A$$

(3.35)

Note que el ángulo  $\gamma$  y  $\beta$  de voltaje y corriente terminal dependen del eje de barra de referencia escogido.

Para estado estable y operación balanceada, se satisface las siguientes condiciones.

$$\frac{d}{dt} \tilde{e}_d = \frac{d}{dt} \tilde{e}_q = \frac{d}{dt} \tilde{e}_{rd} = \frac{d}{dt} \tilde{e}_{rq} = \frac{d}{dt} \tilde{e}_{id} = 0$$

$$i_{1d} = i_{1q} = 0$$

$$\bar{W} = 1 \quad \frac{d\delta}{dt} = 0$$

de (3.20) y (3.21) se llega a:

$$\begin{aligned} \tilde{e}_d &= -x_d i_d + x_{afd} i_{fd} & e_d &= -\tilde{e}_q - r_{1d} i_d \\ \tilde{e}_q &= -x_q i_q & e_q &= \tilde{e}_d - r_{1q} i_q \\ \tilde{e}_{rd} &= -x_{afd} i_{fd} + x_{afd} i_{fd} & e_{rd} &= r_{fd} i_{fd} \\ \tilde{e}_{rq} &= -x_{afq} i_{fq} + x_{afq} i_{fq} & e_{rq} &= r_{fd} i_{fd} \end{aligned}$$

(3.36)

$$\tilde{e}_{id} = -x_{afd} i_{fd}$$

Recordando de ecuación (3.4);  $\theta = \omega_b t + \delta - \pi/2$ , aplicando la transformada de Laplace a voltajes y corrientes terminales anteriormente mencionados (3.35) y normalizándolos a valores

por unidad resulta:

$$e_d = e \cos (\delta - \gamma - \pi/2) \quad i_d = i \cos (\delta - \beta - \pi/2) \quad \text{p.u.}$$

$$e_q = - e \sin (\delta - \gamma - \pi/2) \quad i_q = - i \sin (\delta - \beta - \pi/2) \quad \text{p.u.}$$

Es de observar que si  $\gamma=0$ ; entonces:

$$e_d = e \sin \delta$$

$$e_q = e \cos \delta.$$

Si:  $e_d = e \cos (\bar{t} + \gamma)$  voltaje normalizado de  
(3.35);

Si al tiempo en por unidad lo definimos como:

$$\bar{t} = \omega_b t ,$$

donde:

$\bar{t}$  = tiempo en por unidad.

$\omega_b$  = velocidad sincrona (rad/seg).

$t$  = tiempo en segundos.

La expresión de voltaje para la fase a, utilizando la expresión (3.16), resulta:

$$e_a = e_d \cos (\bar{t} + \delta - \pi/2) + e_q \cos (\bar{t} + \delta) \quad \text{de}$$

Si reemplazamos, el voltaje en eje directo ( $e_d$ ) y el voltaje en el eje en cuadratura ( $e_q$ ), obtenidos en el juego de ecuaciones (3.36), el voltaje en la fase a resulta:

$$e_a = (-\tilde{\delta}_a - r_{ia}) \cos(\bar{t} + \delta - \pi/2) + (\tilde{\delta}_a - r_{ia}) \cos(\bar{t} + \delta)$$

$$e_a = (x_{qi} i_a - r_{ia}) \cos(\bar{t} + \delta - \pi/2) + (-x_{di} i_a + x_{afd} i_{fd} - r_{ia}) \cos(\bar{t} + \delta)$$

$$e_a = x_{qi} i_a \cos(\bar{t} + \delta - \pi/2) - r_{ia} \cos(\bar{t} + \delta - \pi/2) - r_{ia} \cos(\bar{t} + \delta) - x_{di} i_a \cos(\bar{t} + \delta) + x_{afd} i_{fd} \cos(\bar{t} + \delta) \quad (3.37)$$

Si se define a  $E_x$  como el voltaje proporcional a la corriente de campo en p.u. localizado sobre el eje en cuadratura, esto es:

$$E_x = x_{afd} i_{fd} \underline{\delta} = E_x \underline{\delta} \quad (3.38)$$

pero,

$$E_{fd} = r_{fd} i_{fd}$$

luego:

$$E_x = x_{afd} \frac{E_{fd}}{r_{fd}} \underline{\delta} = E_{fd} \underline{\delta} \quad (3.39)$$

donde:

$E_{fd}$  = Voltaje en el entrehierro.

El significado de  $E_x$  y  $E_{fd}$  es definido a partir del comportamiento de la máquina sincrónica en circuito abierto, esto es:

$$\tilde{\delta}_a = x_{afd} i_{fd}$$

$$\tilde{\delta}_{fd} = x_{afd} i_{fd}$$

$$e_a = -\tilde{\delta}_a = 0$$



$$\delta_a = 0 \qquad e_{fd} = r_{fd} i_{fd} \quad (3.40)$$

$$\delta_{1d} = x_{1fd} i_{fd} \qquad e_a = \delta_a$$

$$\delta_{1q} = 0$$

de (3.38)

$$e_a = \delta_a = x_{afd} i_{fd} = E_f = x_{afd} \frac{E_{fd}}{r_{fd}} = E_{fd}$$

$E_{fd}$  es llamada el voltaje en el entrehierro o voltaje sin carga proporcional al voltaje de campo  $e_{fd}$ .  $E_f$  es llamado voltaje del entrehierro proporcional a la corriente de campo  $i_{fd}$ .

Definiendo a  $e'_a$  voltaje proporcional al enlace de flujo de campo en p.u.

$$e'_a = \frac{x_{afd}}{x_{afd}} \delta_{fd} \quad (3.41)$$

Regresando a ecuación (3.37) reemplazando  $E_f$  en ella resulta:

$$e_t = -j x_q i_q - r i_d - r i_q - j x_d i_d + E_f$$

$$e_t = -j x_q (i_d + i_q) + j i_d (x_q - x_d) - r i_t + E_f$$

donde se define a  $E_a$  como un nuevo fasor:

$$E_a = E_f - j i_d (x_d - x_q) \quad (3.42)$$

$E_q$  fasor localizado sobre el eje q, luego:

$$e_t = E_q - I_t (r + j x_q) \quad (3.43)$$

De la expresión anterior (3.43) el circuito equivalente es dado en Fig. # 3.14a y su diagrama fasorial en Fig. # 3.14b.

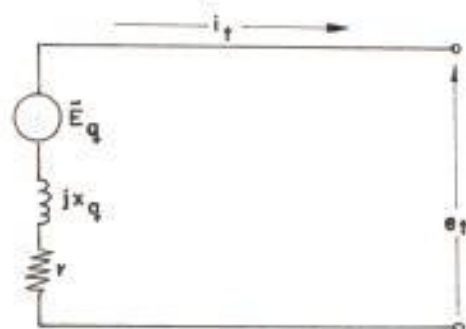


Fig. # 3.14a : Circuito equivalente ecuación (3.43).

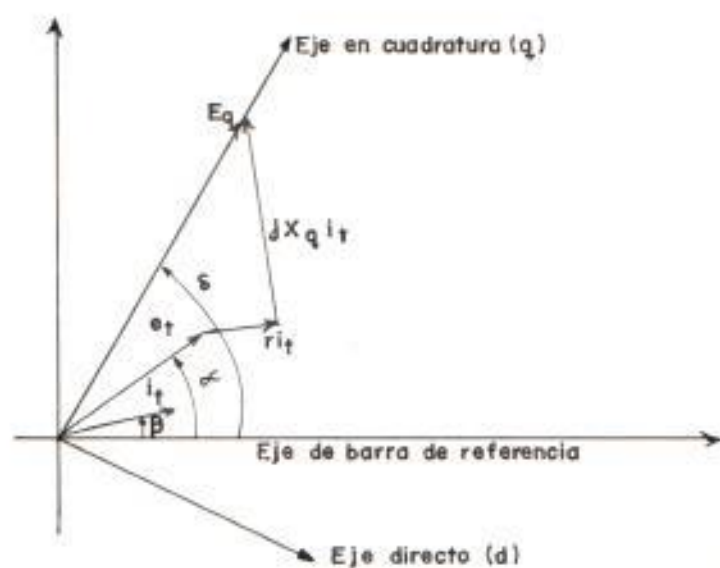


Fig. # 3.14b Diagrama fasorial ecuación (3.43).

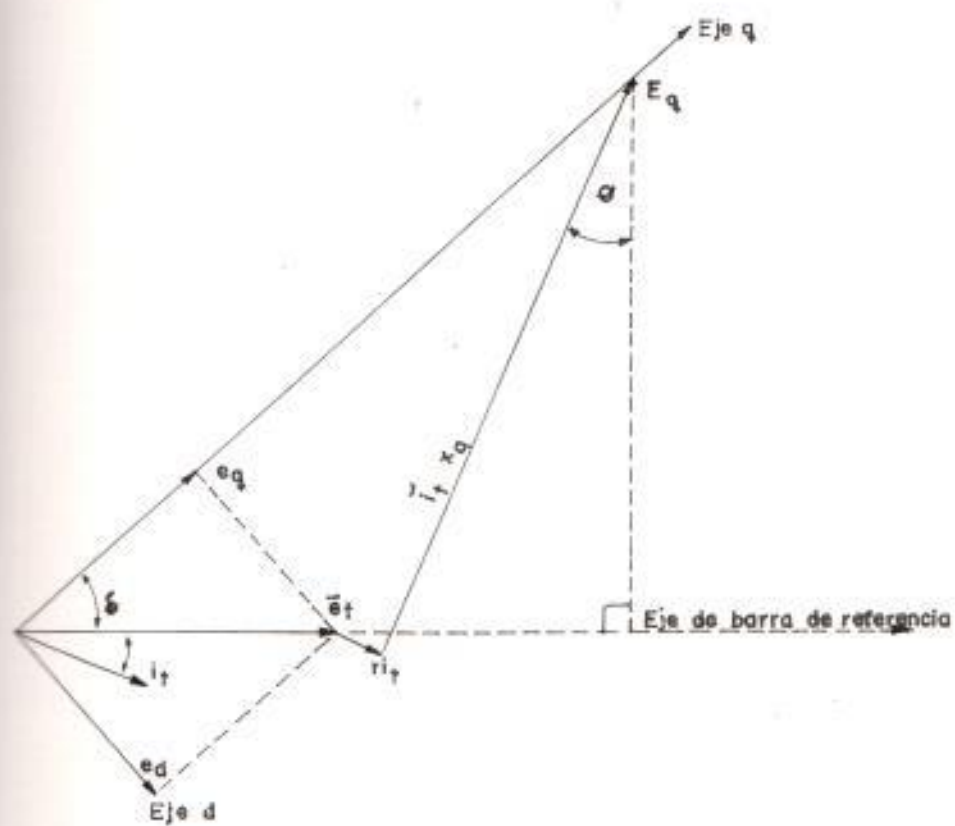


Fig.# 3.15 Diagrama fasorial Estado Estable -  
Condiciones Iniciales.

$E_d$  es llamado "Voltaje detras de la reactancia del eje en cuadratura  $x_d$ ".

En esta tesis para facilidad de trabajo se muestra al voltaje terminal  $e_t$  localizado sobre el eje de Barra de referencia esto es

$$e_t = e_t \angle 0^\circ ; \text{ luego } \gamma = 0^\circ.$$

Por lo tanto el diagrama fasorial de la figura (3.14b), con este cambio de referencia es el que se muestra en figura (3.15).

Si son dadas como condiciones iniciales las potencias de salida ( $P, Q$ ) y voltaje terminal  $e_t$ . Con estas tres cantidades, acompañadas con las constantes de la máquina se calcula todos los valores de estado estable de la máquina las cuáles serán las condiciones iniciales del modelo. (todos los parámetros están en por unidad).

$$\delta = \tan^{-1} \left[ \frac{i_t x_d \cos \theta - i_t r \sin \theta}{e_t + i_t r \cos \theta + i_t x_d \sin \theta} \right] \quad (CI-1)$$

donde:

$$\theta = \tan^{-1} \left[ \frac{Q}{P} \right]$$

donde:

P = Potencia real eléctrica.

Q = Potencia reactiva eléctrica.

$$i_e = P / (e_e \cos \theta)$$

$$e_d = e_e \sin \delta \quad (CI-2)$$

$$e_a = e_e \cos \delta \quad (CI-3)$$

$$i_d = i_e \sin (\delta + \theta) \quad (CI-4)$$

$$i_a = i_e \cos (\delta + \theta) \quad (CI-5)$$

$$\bar{e}_d = e_d + r i_d \quad (CI-6)$$

$$\bar{e}_a = - (e_a + r i_a) \quad (CI-7)$$

$$i_{fd} = \frac{1}{X_{ad}} (e_a + r i_a + X_d i_d) \quad (CI-8)$$

$$\bar{e}_{fd} = X_{ad} (i_{fd} - i_d) \quad (CI-9)$$

$$\bar{e}_{ka} = - X_{aq} i_a \quad (CI-10)$$

$$\bar{e}_{fd} = X_{fd} i_{fd} - X_{ad} i_d \quad (CI-11)$$

$$T_m = \bar{e}_d i_a - \bar{e}_a i_e \quad (CI-12)$$

$$E_{fd} = i_{fd} r_{fd} \quad (CI-13)$$

$$E_{fd} = i_{fd} X_{afd} \quad (CI-14)$$

Definiendo a:

$$e'_{fd} = \frac{X_{afd}}{X_{ffd}} \delta_{fd}$$

donde

$e'_{fd}$  = Voltaje proporcional a los enlaces de flujo de campo.

luego:

Si se aplica carga  $e'_{fd}$  se convierte en:

$$e'_{fd} = \frac{X_{afd}}{X_{ffd}} ( - X_{afda} i_a + X_{ffda} i_{fd} )$$

$$e'_{fd} = - \frac{X_{afd}^2}{X_{ffd}} i_a + E_1$$

$$e'_{fd} = \left[ - X_d + X_d - \frac{X_{afd}^2}{X_{ffd}} \right] i_a + E_1$$

Si

$$X'_d = X_d - \frac{X_{afd}^2}{X_{ffd}}$$

luego

$$e'_{fd} = - (X_d - X'_d) i_a + E_1$$

donde:

$e'_d$  Fasor localizado sobre eje q

$$e'_d = E_1 - j (x_d - x'_d) i_d \quad (3.44)$$

Con la ayuda de las ecuaciones (3.42) (3.43) (3.44) se tiene el diagrama fasorial completo para estado transiente el cual incluye su reactancia  $x'_d$  dado en figura # 3.16.

De este diagrama fasorial se observa además que:

$$e'_d = e_d + r i_d + j x'_d i_d \quad (3.45)$$

Si

$$e' = e_b + (r + j x'_d) i_t \quad (3.46)$$

donde

$e'$  = Fasor de voltaje detras de la reactancia transiente del eje directo ( $x'_d$ )

Luego la proyección de  $e'$  sobre el eje q proporciona  $e'_d$ .

El diagrama fasorial de fig. # 3.16, está dado bajo condiciones tales que  $\frac{d}{dt} [\delta_d] = \frac{d}{dt} [\delta_q] = 0$  esto es los voltajes de transformación son cero, los enlaces de flujo de campo son constantes y se desprecian los devanados





amortiguadores.

### 3.5.2 Análisis en estado transitorio.

Para el análisis en estado transitorio de la máquina síncrona se toma como base las fallas trifásicas, generador a velocidad síncrona y sin carga, además el teorema de enlaces de flujo constante para el desarrollo transiente de los enlaces de flujo, las ecuaciones que se utilizan en esta sección son las no normalizadas del sistema no-recíproco, ecuaciones # 3.18 y 3.19.

Debido a la complejidad de las ecuaciones es preferible resolverlas con términos omitidos, así analizando en general al cortocircuito trifásico aplicado a una máquina ideal con 4 enrollamientos fase a, fase b, fase c, el campo ( $f_d$ ), además de las posteriores omisiones, las conclusiones tienen la ventaja de poner en evidencia la consecuencia de dichas omisiones.

Las omisiones son tres y se las detalla a continuación:

1.- Resistencia de armadura y campo son cero.

$$r = r_{fd} = 0$$

Se debe preveer que con resistencias nulas las corrientes inducidas necesarias para mantener los enlaces de flujo constante, son permanentes ya que las constantes, de tiempo son infinitas  $L/r = \infty$ .

Este caso permanente corresponde al instante inicial transiente del caso real.

Las ecuaciones generales para este caso son; de (3.18) y (3.19):

$$e_d = \frac{d}{dt} \delta_d - W \delta_q$$

$$e_q = \frac{d}{dt} \delta_q + W \delta_d$$

$$e_{fd} = \frac{d}{dt} \delta_{fd}$$

(3.47)

$$\delta_d = -L_d i_d + L_{afd} i_{fd}$$

$$\delta_q = -L_q i_q$$

$$\delta_{fd} = -\frac{3}{2} L_{afd} i_d + L_{ffd} i_{fd}$$

Las condiciones iniciales son:

$$i_a = i_b = i_c = 0 \quad ; \quad i_{fd} = i_{fdo}$$

$$i_d = i_q = 0 \quad ; \quad i_{fd} = i_{fdo}$$

por lo tanto:

$$\delta_a = 0 \quad \frac{d}{dt} \delta_a = 0$$

$$\delta_d = L_{afd} i_{fdo} \quad \frac{d}{dt} \delta_d = 0$$

$$e_d = 0 = \frac{d}{dt} \delta_d - W \delta_d$$

$$e_q = W L_{afd} i_{fdo} = \frac{d}{dt} \delta_q + W \delta_q \quad (3.48)$$

Al aplicarse el cortocircuito en bornes se tiene:

$$e_d = e_q = 0$$

El voltaje en eje directo no varía. El voltaje en eje q pasa al valor cero, esto es como que un voltaje

$$\Delta E_q = -W L_{afd} i_{fdo}$$

se ha aplicado al estado inicial para dar su estado final cero, esto es:

$$e_a = e_{a0} + \Delta e_a$$

El subfijo (o) se define como el valor inicial, el símbolo  $\Delta$  se lo define como el valor incremental o transiente debido a la perturbación, igual que el subfijo t; luego, para el flujo en el campo se tiene:

$$\Delta \dot{\Phi}_{rat} = \dot{\Phi}_{rat} = - \frac{3}{2} L_{ad} i_{at} + L_{ad} i_{at} = 0$$

(3.49)

donde

$\dot{\Phi}_{rat}$  = Flujo de campo en estado transiente.

De (3.33), por teorema de enlaces de flujo  $\dot{\Phi}_{rat}=0$ . Es como si se tuviera un circuito de campo cerrado pero no excitado donde  $e_{rat}=0$ .

La corriente de campo necesaria para mantener los enlaces de flujo de campo en su valor inicial es.

$$i_{rat} = \frac{3}{2} \frac{L_{ad}}{L_{ad}} i_{at} \quad (3.50)$$

Los enlaces de flujo en eje d:

$$\dot{\Phi}_{dt} = - L_d i_{dt} + L_{ad} i_{rat}$$

Introduciendo la ecuación (3.50) en la ecuación anterior se tiene:

$$e_{dt} = - \left[ L_d - \frac{3}{2} \frac{x_{afd}}{x_{ffd}} \right] \dot{i}_{dt}$$

$$e_{dt} = - L'_d \dot{i}_{dt} \quad (3.51)$$

$$L'_d = L_d - \frac{3}{2} \frac{L^2_{afd}}{L_{ffd}}$$

donde:

$L'_d$  = Inductancia transiente ej eje directo.

Ya que:

$$i_d = i_{do} + i_{dt} = i_{dt}$$

$$i_{do} = i_{qo} = 0$$

$$i_n = i_{qo} + i_{dt} = i_{dt}$$

debido a esto no es necesario usar en adelante el subíndice t para estas corrientes.

Recordando de ecuación (3.48), se obtiene que:

$$e_{dt} = 0 = \frac{d}{dt} e_{dt} - W e_{dt} = -L'_d \frac{d}{dt} i_d + W L_n i_n$$

Luego:

$$i_n = \frac{L'_d}{W L_n} \frac{d}{dt} [i_d] \quad (3.52)$$

De ecuación 3.48 se tiene:

$$e_{qt} = -W L_{\text{ara}} i_{\text{ra}} = \frac{d}{dt} \delta_{qt} + W \delta_{at}$$

$$-W L_{\text{ara}} i_{\text{ra}} = -L_a \frac{d}{dt} i_a - W L'_{\text{a}} i_a$$

Introduciendo (3.52) y reordenando la última expresión resulta,

$$\frac{d^2 i_a}{dt^2} i_a + W^2 i_a = \frac{W^2 L_{\text{ara}} i_{\text{ra}}}{L'_{\text{a}}}$$

La solución de esta ecuación es:

$$i_a = \frac{L_{\text{ara}} i_{\text{ra}}}{L'_{\text{a}}} (1 - \cos Wt) \quad (3.53)$$

Reemplazando (3.51) en (3.50) resulta la expresión  $i_{\text{a}}$ :

$$i_a = \frac{L_{\text{ara}} i_{\text{ra}}}{L_a} \sin Wt \quad (3.54)$$

De igual manera (3.53) en (3.50):

$$i_{\text{ra}} = i_{\text{ra}} + i_{\text{rat}}$$

$$i_{\text{ra}} = i_{\text{ra}} + \frac{3}{2} \frac{L_{\text{ara}}^2 i_{\text{ra}}}{L'_{\text{a}} L_{\text{ara}}} (1 - \cos Wt) \quad (3.55)$$

Las formas de ondas de las ecuaciones (3.53),

(3.54) y (3.55) son dadas en fig. # 3.17.

Las corrientes de fase son deducidas a partir de la ecuación (3.12):

$$[i] = [T]^{-1} [i_d, q, 0]$$

así para fase A:

$$i_a = i_d \cos \theta - i_q \sin \theta$$

Introduciendo (3.53) y (3.54) en la última expresión y reordenando términos resulta.

$$i_a = \frac{L_{afd} i_{fdo}}{L'_d} \cos(\omega t + \theta_o) - \frac{L_{afd} i_{fdo}}{2} \left[ \frac{1}{L'_d} - \frac{1}{L_q} \right] \cos(2\omega t + \theta_o) - \frac{L_{afd} i_{fdo}}{2} \left[ \frac{1}{L'_d} + \frac{1}{L_q} \right] \cos \theta_o$$

Si el voltaje de campo es de valor:

$$\sqrt{2} E_{fdo} = \omega L_{afd} i_{fdo}$$

donde  $E_{fdo}$  = Voltaje rms de excitación.

y si además:

$$\omega L'_d = x'_d$$

donde:

$x'_d$  = Reactancia transiente del eje directo.

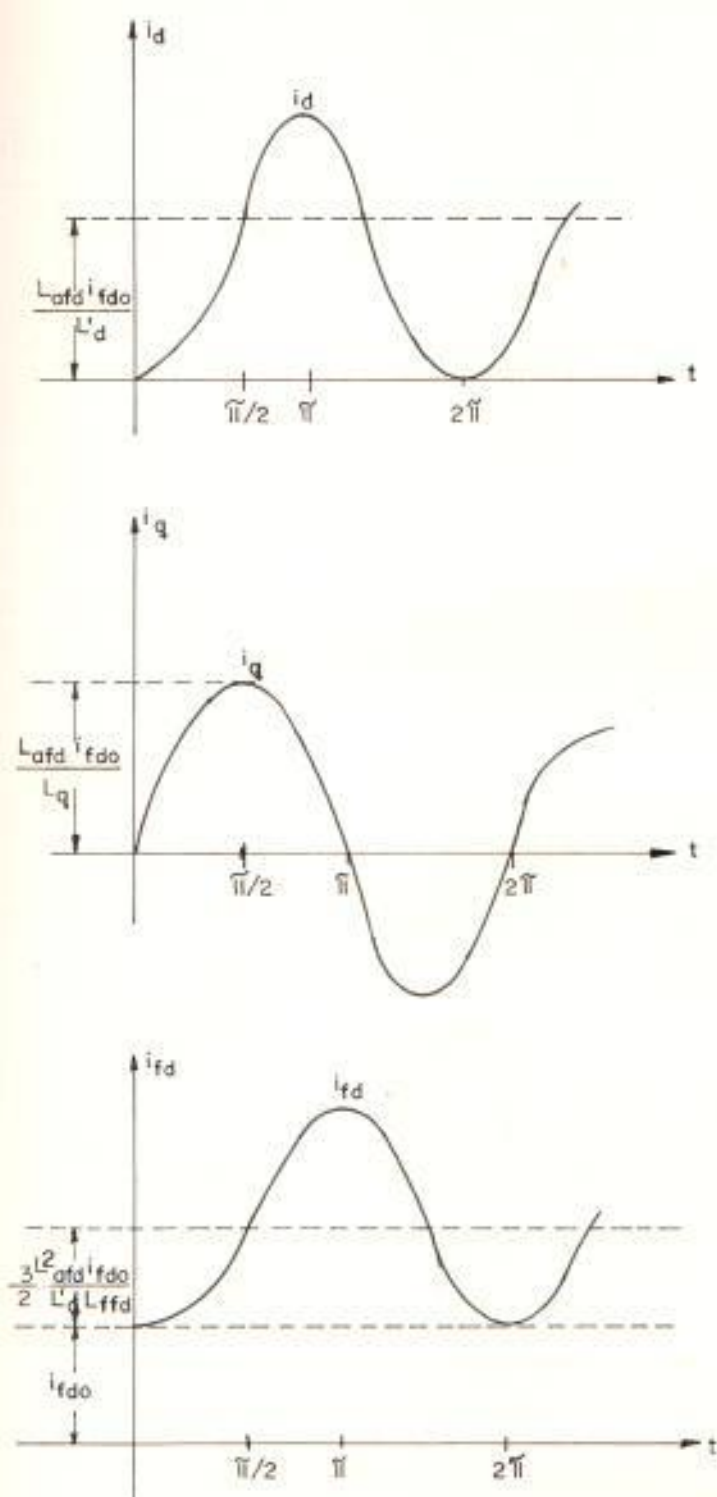


Figura 3.17

Formas de onda de  $i_d$ ,  $i_q$ ,  $i_{fd}$  - de expresiones (3.53)(3.54)(3.55)



Luego, la expresión de corriente de fase a resulta:

$$i_a = \frac{\sqrt{2} E_{rdo}}{x'_d} \cos (\omega t + \theta_o) - \frac{E_{rdo}}{\sqrt{2}} \left[ \frac{1}{x'_d} + \frac{1}{x_q} \right] \cos \theta_o$$

$$- \frac{E_{rdo}}{\sqrt{2}} \left[ \frac{1}{x'_d} - \frac{1}{x_q} \right] \cos (2 \omega t + \theta_o)$$

El primer término, de frecuencia fundamental es el más importante y se lo usa por ejemplo para ajustes de la mayoría de los relay en sistemas de potencia.

El segundo término es la componente de corriente continua que depende del ángulo  $\theta_o$  en que se aplique el corto circuito, es máximo para  $\theta_o=0^\circ$  cuando eje directo coincide con eje de fase A y nula si  $\theta_o=90^\circ$ . Se lo usa para determinar la capacidad de ruptura de los interruptores:

$$I = \sqrt{I_{ac}^2 + I_{dc}^2}$$

donde:

$I$  = Valor RMS de la onda asimétrica.

$I_{ac}$  = Valor RMS de la componente ac.

$I_{dc}$  = Componente dc.

El tercer término de doble frecuencia es muy pequeño y corresponde a la saliencia transiente.

2.- Una suposición adicional es que los voltajes de transformación son nulos  $\left[ \frac{d}{dt} (\delta_a) \right]$  además si  $r=r_{\text{red}}=0$  luego los voltajes en eje directo y eje en cuadratura ( $e_d$  y  $e_q$ ) se reducen a:

$$e_d = -W \delta_a$$

$$e_q = W \delta_a$$

Las expresiones (3.49) y (3.50) son válidas aún; luego:

$$i_{\text{red}} = \frac{3}{2} \frac{L_{\text{red}}}{L_{\text{red}}} i_d$$

$$\delta_{\text{dc}} = -L^{\prime}_d i_d$$

Por consiguiente  $e_{dt}$ ,  $e_{qt}$  con las simplificaciones adicionales resultan ser:

$$e_{dt} = 0 = -W \delta_a = W L_d i_d \quad ; \quad i_d = 0$$

$$e_{qt} = -W L_{\text{red}} i_{\text{red}} = W \delta_a = -W L^{\prime}_d i_d$$

$$i_d = \frac{L_{\text{red}} i_{\text{red}}}{L^{\prime}_d}$$

$$i_{rdt} = \frac{3}{2} \frac{L_{afd}^2 i_{rdo}}{L_{rd} L'_d}$$

El juego de ecuaciones que resuelven el caso # 2 son dados a continuación como:

$$i_d = \frac{L_{afd} i_{rdo}}{L'_d}$$

$$i_q = 0$$

$$i_{rd} = i_{rdo} + i_{rdt}$$

$$i_{rd} = i_{rdo} + \frac{3}{2} \frac{L_{afd}^2}{L_{rd} L'_d} i_{rdo} \quad (3.56)$$

Fig. # 3.18 resume las gráficas del sistema (3.56), donde se observa que  $i_d$ ,  $i_{rd}$  son constantes e  $i_q$  es nula.

La corriente de la fase a está dada por la transformación:

$$i_a = i_d \cos \theta - i_q \sin \theta \quad \text{donde} \quad \theta = \omega t + \theta_0$$

reemplazando  $i_d$ ,  $i_q$  en  $\theta$ :

$$i_a = \frac{L_{afd} i_{rdo}}{L'_d} \cos (\omega t + \theta_0)$$

$$i_a = \sqrt{2} \frac{E_{rdo}}{X'_d} \cos (\omega t + \theta_0)$$

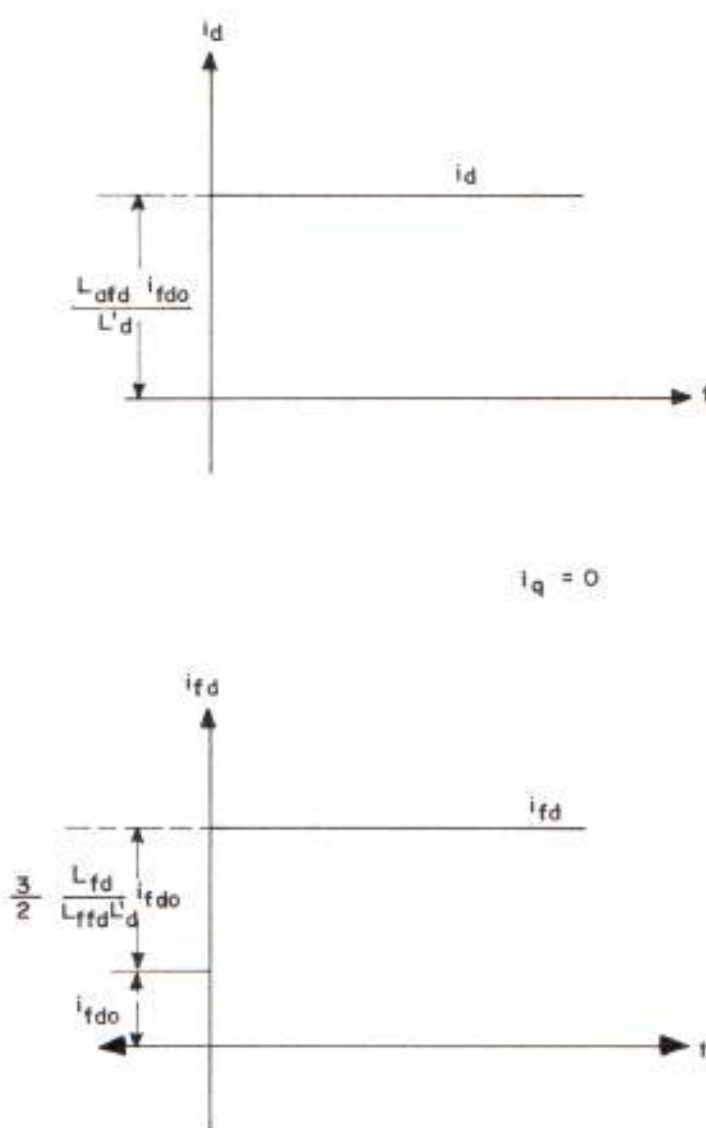


Figura 3.18

Formas de ondas de  $i_d, i_q, i_{fd}$  - de expresión (3.56)

Se observa que los componentes de doble frecuencia y de corriente continua desaparecen al desprestigiar los voltajes de transformación.

3.- Para este caso se considera las suposiciones establecidas en caso 2 esto es, los voltajes de transformación son ceros pero aproximando a los casos de la práctica en que la resistencia de armadura  $r$  es muy pequeña frente a las reactancias a frecuencia fundamental, mientras que la resistencia de campo  $r_{fd}$  es un valor mucho mayor y en muchos casos es el único factor que influye en el circuito de campo. Es decir  $r \approx 0$ ;  $r_{fd} \neq 0$ .

La ecuación de voltaje de campo en el estado transiente, según las anteriores asunciones resultan ser:

$$e_{fdt} = r_{fd} i_{fdt} + \frac{d}{dt} \lambda_{fdt} = 0$$

El valor de  $e_{fdt}$  es cero, recordaremos que este caso corresponde a  $e_{dt} = \omega L_{afd} (-i_{fd0})$ , como si el circuito de campo estuviera cerrado pero no excitado en la etapa transiente.

Si la ecuación (3.49), la cual es:

$$\dot{i}_{eat} = \frac{3}{2} L_{ea} i_a + L_{ea} \dot{i}_{eat}$$

La introducimos en eqn. de tiene:

$$r_{ea} i_{eat} - \frac{3}{2} L_{ea} \frac{d}{dt} i_a + L_{ea} \frac{d}{dt} i_{eat} = 0$$

Pero además:

$$\frac{d}{dt} i_a = - \frac{L_{ea} d}{L_a} \frac{d}{dt} i_{eat}$$

Reemplazando la última expresión y reordenando resulta:

$$\frac{L_{ea}}{r_{ea}} \frac{L'_{ea}}{L_a} \frac{d}{dt} i_{eat} + i_{eat} = 0$$

Donde

$$T'_{ea} = \frac{L_{ea}}{r_{ea}} \frac{L'_{ea}}{L_a} = T'_{eo} \frac{L'_{ea}}{L_a} = T'_{eo} \frac{x'_{ea}}{x_a} \quad (3.57)$$

$T'_{ea}$  = constante de tiempo transiente de cortocircuito de eje directo.

$T'_{eo}$  = constante de tiempo de circuito abierto en eje directo.

$$T_{do} = \left[ \frac{L_{fd}}{r_{fd}} \right]$$

La ecuación diferencial para  $i_{fdt}$  se escribe como:

$$T'_{fd} \frac{d}{dt} i_{fdt} + i_{fdt} = 0$$

(3.58)

La ecuación diferencial para  $i_d$ , se obtiene a partir de la ecuación  $e_{dt}$  dada en el caso # 2

$$e_{dt} = -W L_{afd} i_{fdo} = W \delta_d$$

$$-W L_{afd} i_{fdo} = -W i_d i_d + W L_{afd} i_{fdt}$$

Luego:

$$i_{fdt} = \frac{L_d}{L_{afd}} i_d - i_{fdo}$$

De las expresiones ultima y (3.58) se obtiene la expresión para  $i_d$ , la cual es:

$$T'_{fd} \frac{d}{dt} i_d + i_d = \frac{L_{afd} i_{fdo}}{L_d} \quad (3.59)$$

Para  $i_q$ , partimos de la ecuación  $e_{dt}$  donde  $i_q = 0$ .

$$e_{dt} = -W \delta_q = W L_{aq} i_q = 0$$

$$i_a = 0$$

Resolviendo las ecuaciones diferenciales (3.58) y (3.59) para las condiciones iniciales, correspondiente a  $t = 0+$  que son las de caso # 2 ecuaciones (3.56).

Resulta:

$$i_a = \frac{L_{afd} i_{fdo}}{L_d} + L_{afd} i_{fdo} \left[ \frac{1}{L_d} - \frac{1}{L_{fd}} \right] e^{-t/T'_{fd}} \quad (3.60)$$

$$i_{fd} = i_{fdo} + \frac{3}{2} \frac{L_{afd}^2 i_{fdo}}{L_{afd} L'_{fd}} e^{-t/T'_{fd}}$$

Cuyas gráficas están dadas en figura # 3.19.

Las componentes variables de las corrientes iniciales

$$\frac{L_{afd} i_{fdo}}{L'_{fd}} \text{ para } i_a \text{ y } \frac{3}{2} \frac{L_{afd}^2 i_{fdo}}{L_{afd} L'_{fd}} \text{ para } i_{fd} \text{ alcanzan}$$

el 36.8% de sus valores para el tiempo  $t = T'_{fd}$ .

La corriente de fase A, según transformación se obtiene:

$$\theta = \omega t + \theta_a$$

$$i_a = i_a \cos \theta \quad \text{ya que } i_a = 0$$



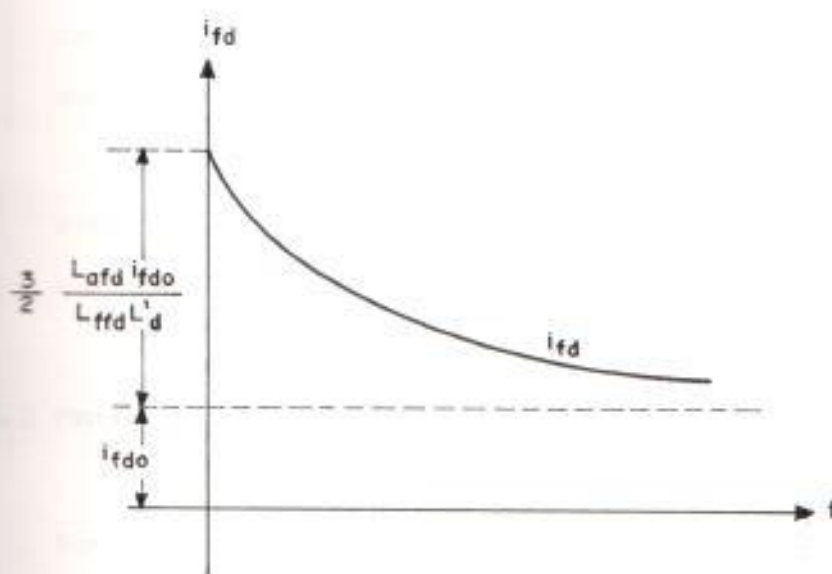
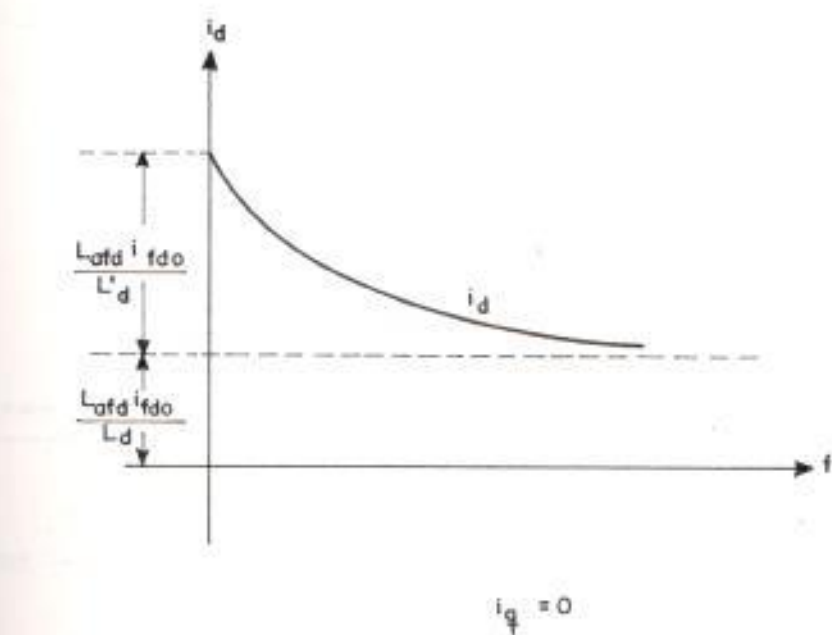


Figura 3.19

Formas de onda de  $i_d$ ,  $i_q$ ,  $i_{fd}$  de expresión (3.60)

$$i_a = \frac{L_{afd} i_{+do}}{L_d} \cos (Wt + \theta_o) +$$

$$L_{afd} i_{+do} \left[ \frac{1}{L'_d} - \frac{1}{L_d} \right] \cos (Wt + \theta_o) e^{-t/T'_d}$$

6

$$i_a = \frac{\sqrt{2} E_{+do}}{x_d} \cos (Wt + \theta_o) + e^{-t/T'_d} \sqrt{2} E_{+do} \left[ \frac{1}{x'_d} - \frac{1}{x_d} \right]$$

 $\cos (Wt + \theta_o)$ 

(3.61)

En la ecuación (3.61) se observa que la corriente es la suma de la componente de estado estable, definida por  $x_d$  y de la componente transiente que decrece exponencialmente. El valor inicial de la corriente depende solamente de  $x'_d$ .

### 3.5.3 Potencia en estado transiente.

Recordando la figura # 3.16 que es el diagrama fasorial en estado transiente despreciando los voltajes de transformación y se definió el fasor de voltaje  $e'_d$  de enlaces de flujo de campo constante, se tiene:

$$e'_{\alpha} = \frac{X_{\alpha} e_{\alpha}}{X_{\alpha} + r} \delta_{\alpha}$$

De ecuación (3.44):

$$e'_{\alpha} = E_{\alpha} - j (x_{\alpha} - x'_{\alpha}) i_{\alpha}$$

y ecuación (3.45):

$$e'_{\alpha} = e_{\alpha} + j x'_{\alpha} i_{\alpha} ; \quad r = 0$$

Con  $r = 0$  y  $r_{\alpha} = 0$ , el diagrama fasorial de figura # 3.16 se convierte en figura # 3.20, el cual es el diagrama de estado transiente según los tres casos de análisis anteriores.

La expresión de potencia en régimen transiente es dado por:

$$P = e_{\alpha} i_{\alpha} \sin \delta + e_{\alpha} i_{\alpha} \cos \delta \quad (3.62)$$

pero;

$$i_{\alpha} = \frac{e'_{\alpha} - e_{\alpha}}{x'_{\alpha}} = \frac{e'_{\alpha} - e_{\alpha} \cos \delta}{x'_{\alpha}}$$

$$i_{\alpha} = \frac{e_{\alpha}}{x_{\alpha}} = \frac{e_{\alpha} \sin \delta}{x_{\alpha}} \quad (3.62)$$

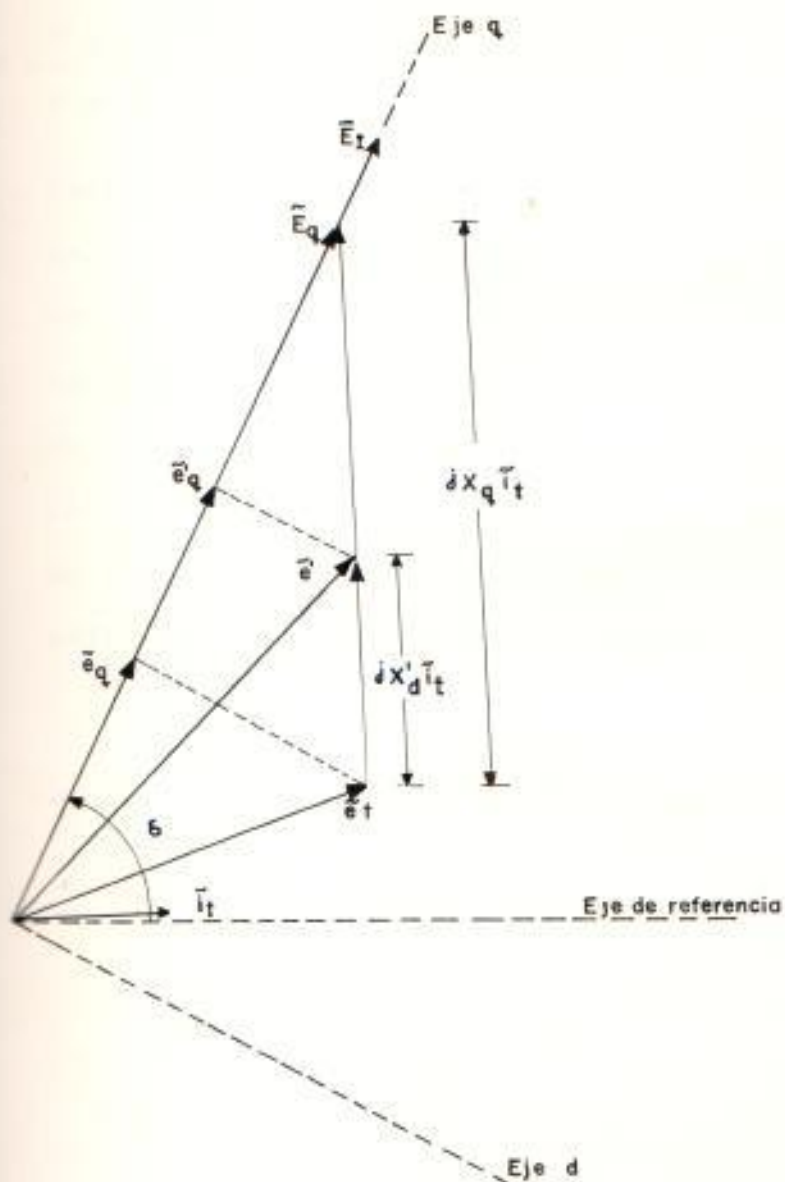


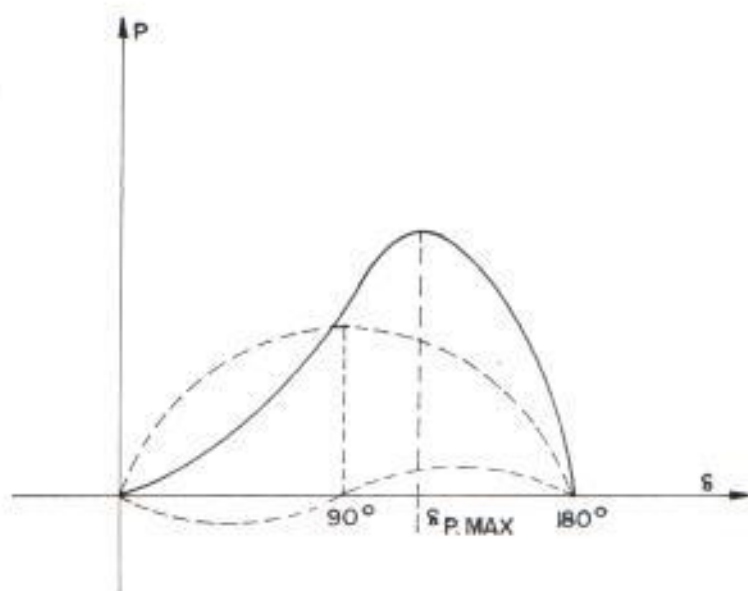
Figura 3.20

Diagrama fasorial - Estado transiente  $r = 0$

Reemplazando en (3.61) y reordenando resulta:

$$P = \frac{e^{\prime}_{a} e_{t}}{x^{\prime}_{d}} \sin \delta - e^{\prime}_{t} \frac{x_{a} - x^{\prime}_{d}}{2 x^{\prime}_{d} x_{a}} \sin 2\delta \quad (3.63)$$

Esto determina que la potencia máxima transiente ocurre para un ángulo  $\delta$  mayor que  $90^{\circ}$ , figura # 3.21. Ya que  $x^{\prime}_{d} := x_{a}$  tanto en las máquinas de polos salientes como como en la de rotor cilíndrico, ambos presentan las mismas curvas de Potencia Transiente versus  $\delta$  ángulo del rotor, se dice que la máquina de rotor sólido presenta saliencia transiente.



**Figura 3.21**  
**Potencia transiente**

### 3.6 PRUEBAS EN LABORATORIO CON MAQUINA SINCRONA ANTE PERTURBACIONES

Las pruebas se redujeron al tipo de excitación independiente, ya que no fue físicamente posible montar ni una excitatriz rotativa en el mismo eje del generador, ni tampoco un sistema de autoexcitación con realimentación desde los terminales. En el caso de las pruebas con excitación independiente, se utilizó la máquina universal de laboratorio de maquinaria como generador, cuya capacidad nominal es de 2 KVA y 220 voltios trifásicos, y como fuente de voltaje de excitación, un equipo de rectificación de alimentación externa al tablero de la máquina universal.

Como primomotor se utilizó el dinamómetro de 3 Kw y 110 voltios DC. en conexión paralelo.

Tanto el primomotor como la excitación no tienen acción reguladora.

La carga escogida es inductiva-resistiva en paralelo, tal que su amperaje sea menor que al del amperaje nominal, representando un gran esfuerzo, puesto que la carga es inductiva, los datos son:

Corriente inductiva = 1.38 amperios

Corriente Resistiva = 1.21 amperios

### 3.6.1 Subida abrupta de carga.

Ya que no se dispone de regulador de velocidad, ni el del voltaje, la carga resistivo-inductiva introducido hace que la velocidad disminuya lo mismo que el voltaje, si no se excita manualmente y se incrementa el torque mecánico, la máquina saldrá del sincronismo.

La corriente de armadura tiene un aumento brusco que induce en el campo una corriente de similares condiciones; es decir, sinusoidal y con un valor inicial muy alto para luego ir decayendo y estabilizarse normalmente, foto #1 y foto # 2.

Si se utiliza autoexcitación con regulador de voltaje, la máquina se estabilizará muy rápidamente en todo aspecto, esto es, al aumentar la corriente de armadura, e inducir la corriente en el campo, el regulador actuará colocando a la máquina en condiciones normales, (capítulo # 6). Las corrientes transitorias son de diferente magnitud dependiendo del valor

de voltaje en que es aplicada la carga. foto # 3.

### 3.6.2 Rechazo de carga

Para el caso de excitación independiente y sin regulador de voltaje se tiene condiciones contrarias que en el caso de subida abrupta de carga, esto es, aumenta el voltaje y la velocidad hasta con el peligro de embalsarse, si no hay un control del parmotor.

La corriente de armadura baja súbitamente y esto se refleja en la corriente de campo, y puesto que no se requiere sino ésta corriente para mantener el voltaje terminal, éste también sufre un descenso.

Según éstos estudios y una simulación con reguladores, se puede saber si la máquina responde rápidamente a las perturbaciones, esto es si su estabilidad es buena.

### 3.6.3 PERDIDA DE LA EXCITACION.

La pérdida súbita de la excitación hace que desaparezca el flujo magnetizante  $\Phi_{fd}$ , no



pudiéndose producir la fuerza electromotriz representado por el voltaje y la corriente. Pero al faltar la excitación repentinamente no es que desaparece el campo de igual manera, sino que de acuerdo a la constante de tiempo  $T'_{da}$ , el valor de la corriente de excitación decae y consecuentemente la de armadura, foto # 4 y foto # 5.

La pérdida de excitación cuando la máquina sincrónica funciona como alternador, ocasiona la salida de sincronismo debido a que se ha perdido la fuerza electromotriz que mantiene el equilibrio entre el par mecánico y el par eléctrico, ya que el voltaje terminal no se mantiene. Si no se repone la excitación, las condiciones del sincronismo caerán hasta un valor de cero de acuerdo a la constante de tiempo de la armadura.

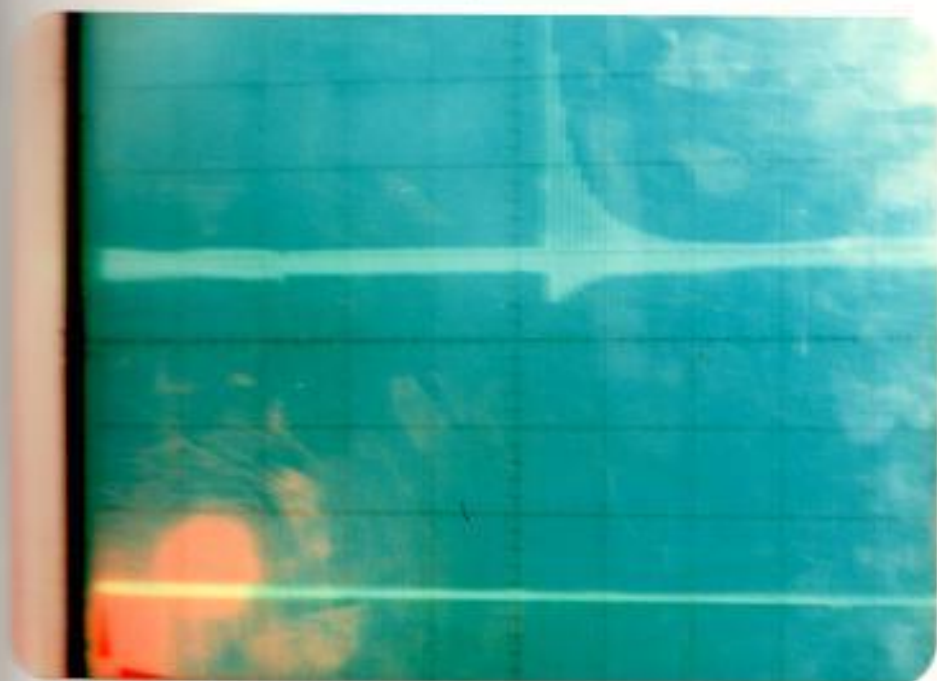


FOTO # 1 Descarga y carga abrupta  
 Corriente de campo  
 Ganancia = 2V/D Barrido = 0.2 seg.

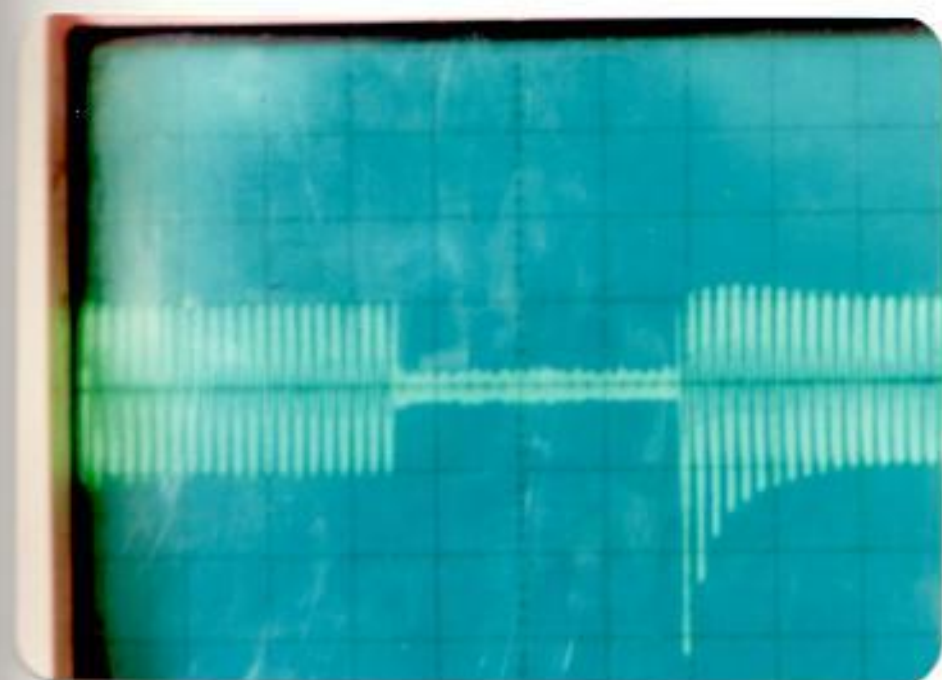


FOTO # 2 Descarga y carga abrupta  
 Corriente de armadura  
 Ganancia = 0.2 V/D Barrido = 0.2 seg.

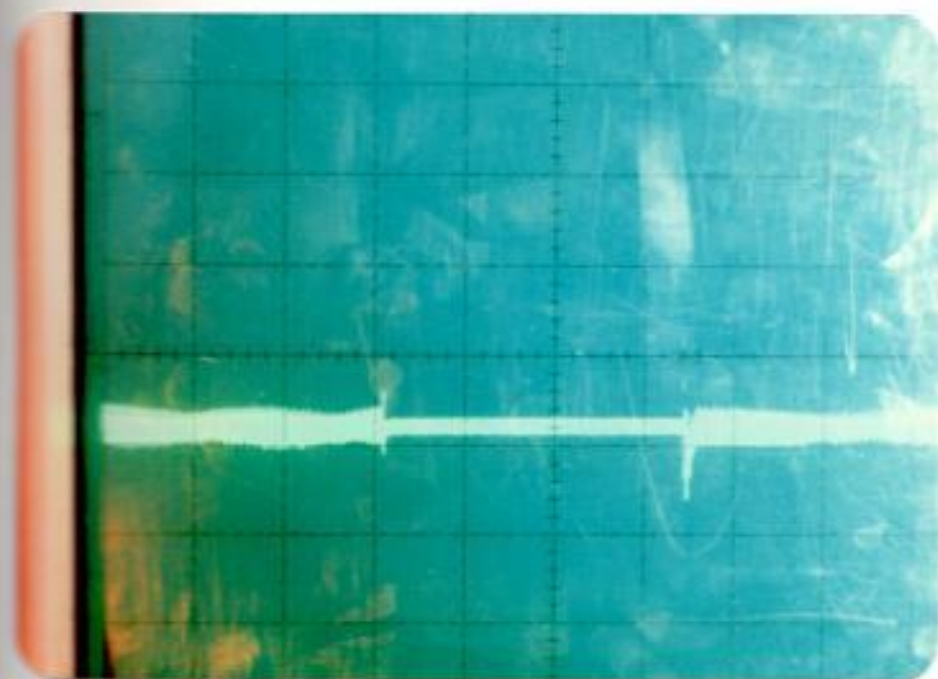


FOTO # 3 Descarga y carga abrupta  
 Corriente de campo  
 Ganancia = 2V/D      Barrido = 1 seg.

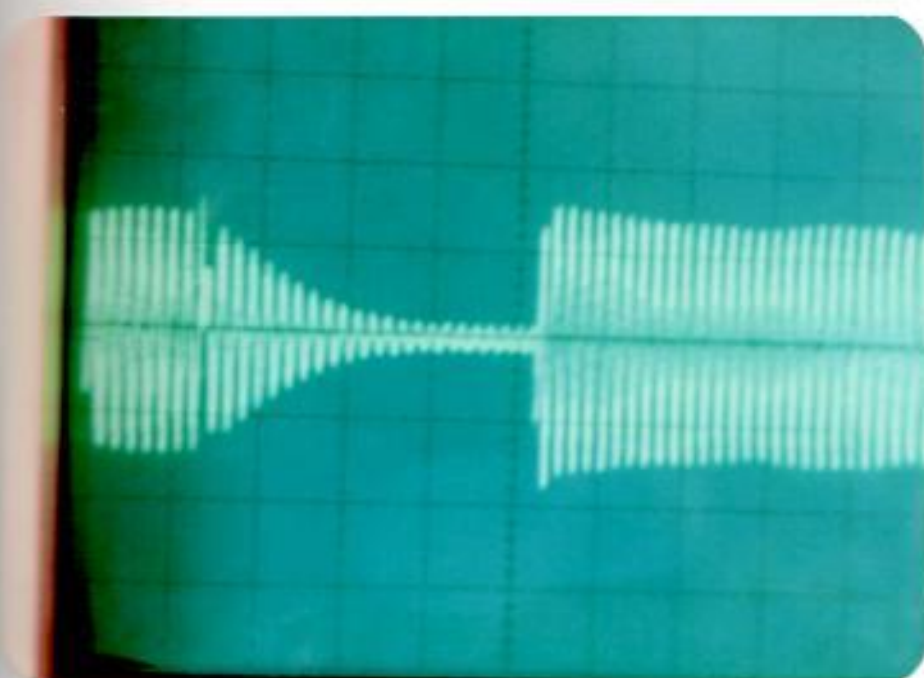


FOTO # 4 Pérdida de Excitación  
 Corriente de armadura  
 Ganancia = 0.2 V/D      Barrido = 0.1 seg.

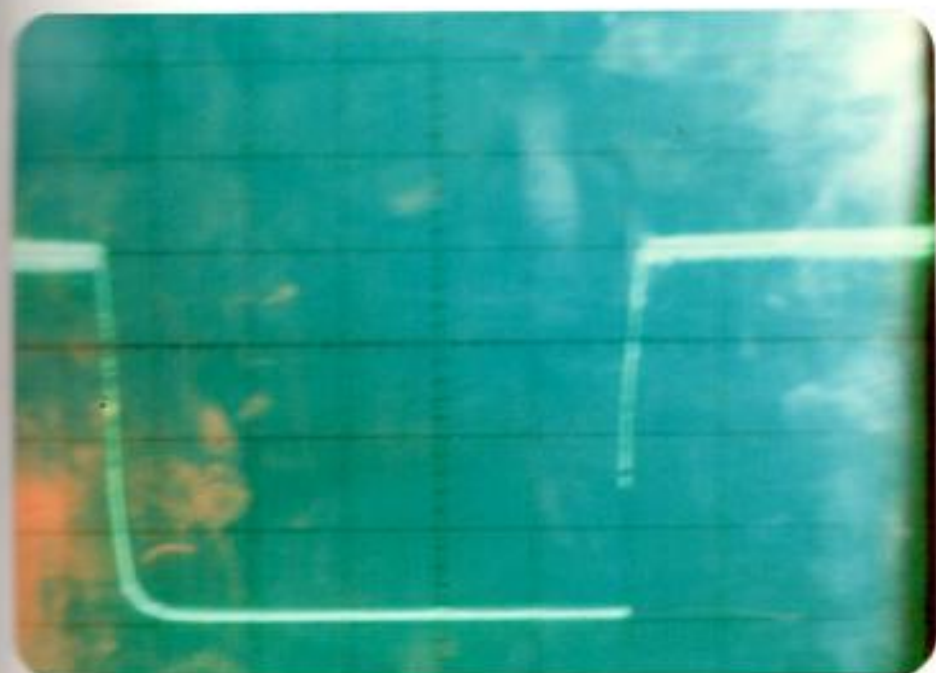


FOTO # 5 Pérdida de Excitación:  
Corriente de campo  
Ganancia = 2V/D      Barrido = 50 mseg.

## CAPITULO IV

## AUTOSINCRONIZACION - RESINCRONIZACION

## 4.1 ECUACIONES QUE RIGEN LA SINCRONIZACION: ESTUDIO Y ANALISIS

Cuando el cambio de velocidad es apreciable, la potencia y el Torque eléctrico desarrollado en una máquina síncrona operando, ya sea como un generador o motor, depende no solamente del ángulo de carga  $\delta$ , sino también de su razón de cambio, la cual se la define como el deslizamiento (s):

$$s = - \frac{d\delta}{dt}$$

$$s = \frac{N_s - N}{N_s} = 1 - \bar{w} \quad (4.1)$$

donde:

$N_s$  = velocidad síncrona

$N$  = velocidad real del rotor

$\bar{w}$  = velocidad angular del rotor en p.u.

Para el caso del generador; el deslizamiento (s) es positivo:

$$-\frac{d\delta}{dt} = 1 - \bar{w}$$

$$W = 1 + \frac{d\delta}{dt}$$

La expresión última es idéntica a la expresión (3.5) del capítulo # 3.

Las potencias activa, reactiva y el Torque, pueden cada una ser considerados como una aproximación que están constituidos de una componente sincrónica y asincrónica.

$$\begin{aligned} P &= P_s + P_{as} \\ Q &= Q_s + Q_{as} \\ T &= T_s + T_{as} \end{aligned} \tag{4.2}$$

donde:

$P$  = potencia activa

$Q$  = potencia reactiva

$T$  = torque eléctrico

Los subíndices (s) y (as), son indicativos de las componentes sincrónica y asincrónica respectivamente.

#### 4.1.1 Potencia Eléctrica - Torque Eléctrico.

La componente de potencia sincrónica  $P_s$  depende de las constantes aplicadas en la operación sincrónica, así como el voltaje aplicado, la

excitación y el ángulo de carga ( $\delta$ ).

La componente asíncrona depende de las constantes asíncronas, así como también de:

el voltaje aplicado, el ángulo de carga y el deslizamiento.

La componente de potencia síncrona es determinada de la misma manera tal como durante la operación síncrona, pero incluyendo una nueva variable que es el deslizamiento.

Además, el Torque y la potencia son iguales en por unidad para valores pequeños de deslizamiento o en estado estable, es decir:

$$P_s = \frac{\bar{T}_s}{W} = \bar{T}_s$$

donde:

$P_s$  = Componente de potencia síncrona activa.

$T_s$  = Componente de torque síncrono.

$W$  = Velocidad del rotor.

La componente de potencia asíncrona  $P_{as} = T_{as}$  es determinada asumiendo que es independiente de la excitación. Luego las dos componentes de

potencia y torque, esto es, la síncrona y la asíncrona, son añadidos juntos, después de que sus valores han sido obtenidos separadamente.

Este método no es estrictamente confiable, y el resultado obtenido es solamente una primera aproximación, tal cual se lo menciona en la referencia # 26 al explicar que algunos investigadores asumen a la máquina eléctricamente independiente en una síncrona y otra asíncrona. Ellos establecen que las componentes síncronas y asíncronas no pueden ser separadas, ya que, es necesario considerar los enlaces en el circuito de campo que se presentan en el tiempo de aplicación de la excitación. Según esto, el estudio realizado en la referencia # 25 es el adecuado para la descripción de este estudio, el cual se comenta un breve resumen en el que define las componentes de Potencia Asíncrona y Síncrona en conjunto. Como el interés de este estudio está en determinar los efectos de estas componentes, mas no la deducción de las fórmulas para detalles de la deducción, se recomienda ver la referencia (#25).

En esta misma referencia # 25 se observa que



utiliza las expresiones de las cantidades de los ejes directo y eje en cuadratura.

#### 4.1.1.1.a Componente Síncrona

Como la máquina se encuentra excitada en adición a los torques asíncronos, su eje está también sujeto a un torque síncrono producido por la componente de Potencia síncrona  $P_{ms}$ .

Es de observar entonces que la presencia de la excitación de campo produce pulsaciones adicionales en el sistema bajo operación asíncrona.

Esta componente definida por referencia # 30 como  $P_{ms}$  es la siguiente:

$$P_{ms} = \frac{e'_{fd} e_t}{x'_{fd}} \sin s\omega_m t \quad (4.3)$$

donde:

$e_t$  = Voltaje terminal.

$e'_{fd}$  = Voltaje proporcional a los enlaces de flujo de campo.

$x'_{fd}$  = Reactancia transiente del eje directo.

$\omega_s$  = Velocidad angular sincrona.

$s$  = Deslizamiento.

Según la anterior referencia el torque producido por ésta potencia cambia su dirección como en figura # 4.1 y hace que el deslizamiento pulse entre dos extremos; entre deslizamiento máximo ( $s_{max}$ ) y deslizamiento mínimo ( $s_{min}$ ), ver figura # 4.2.

#### 4.1.1.b Componente Asíncrona.

Existen dos componentes las cuales definen a la potencia asíncrona, donde: la primera componente es independiente del tiempo y la segunda la componente oscila a la frecuencia de  $(2s\omega_s)$ , esta última es suministrada por la saliencia transiente (referencia # 25).

#### 4.1.2 Potencia Reactiva

De una manera similar la potencia reactiva también consiste en una componente independiente del tiempo y dos componentes

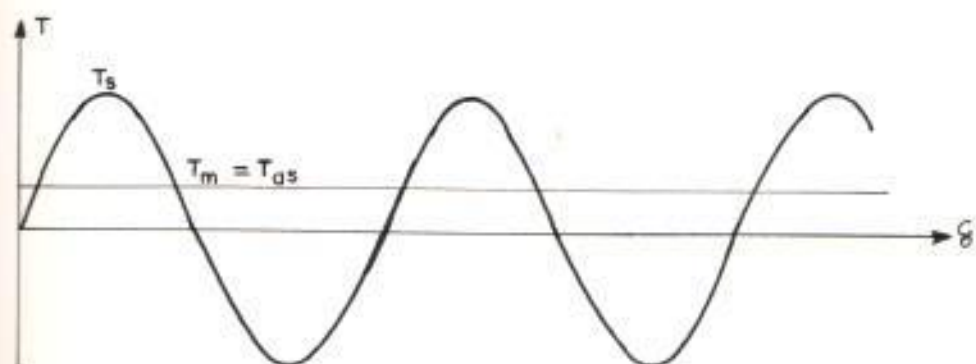


Figura 4.1  
Pulsación de torque síncrono  $T_s$

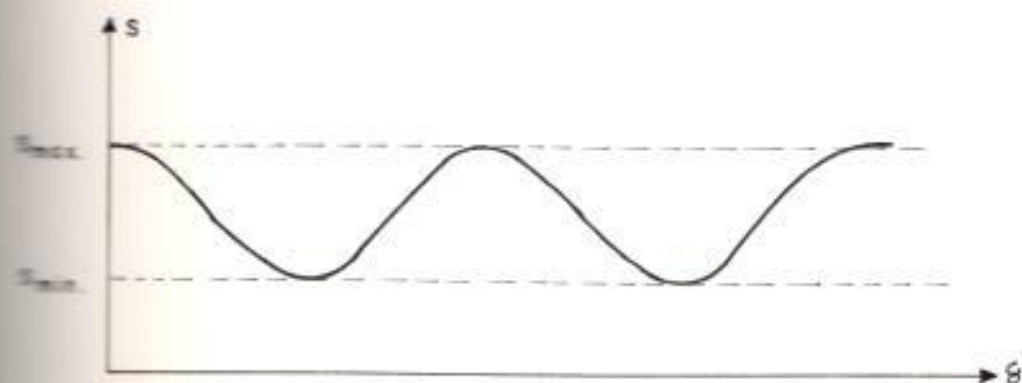


Figura 4.2  
Pulsación de deslizamiento causada por pulsación  $T_s$

pulsantes de frecuencia  $2sW_m$  y  $sW_m$ , respectivamente (referencia # 25).

#### 4.1.2.a Componente Reactiva Síncrona.

En la expresión para la potencia reactiva, obtenida por el generador operando asincrónicamente, las pulsaciones son importantes, ya que éstas hacen fluctuar al voltaje del sistema.

La componente reactiva sincrona dada por referencia # 30 es:

$$Q_m = \frac{e'_{fd} e_t}{x'_{fd}} \cos sW_m t \quad (4.4)$$

donde:

$Q_m$  = Componente reactiva sincrona.

$e_t$  = Voltaje terminal.

$e'_{fd}$  = Voltaje proporcional a los enlaces de flujo de campo.

$x'_{fd}$  = Reactancia transiente del eje directo.

$W_m$  = Velocidad angular sincrona.

$s$  = Deslizamiento.

#### 4.1.2.b Componente Reactiva Asíncrona.

De igual forma que en la sección (4.1.1.b.), la potencia reactiva asíncrona consiste de dos componentes la primera independiente del tiempo y la segunda de frecuencia  $2s\omega_s$  dependiente de la saliencia transiente.

Es de mencionar que el torque electromagnético también consiste de componentes similares a las de las potencias.

#### 4.1.3 Ecuación de Areas Iguales - Curvas Características.

##### 4.1.3.a Ecuación de Areas Iguales Valores de Deslizamiento Pequeño.

El proceso de pérdida de sincronismo es discutido, considerando el sistema dado en figura # 4.3a. En éste sistema una de las dos líneas es abierta y luego cerrada. De ésta manera el sistema regresará a su condición de "ope-

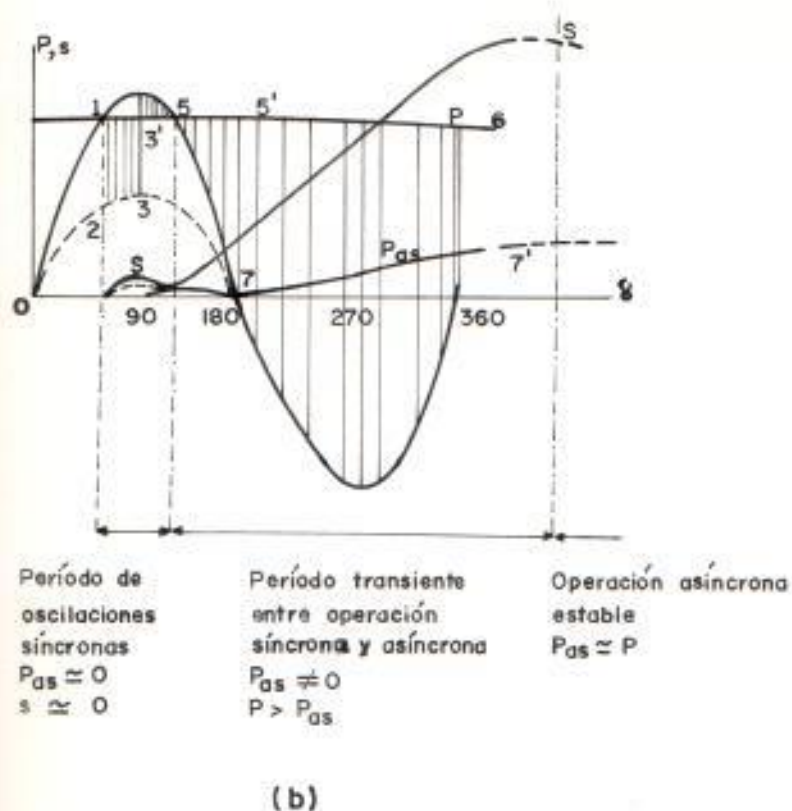
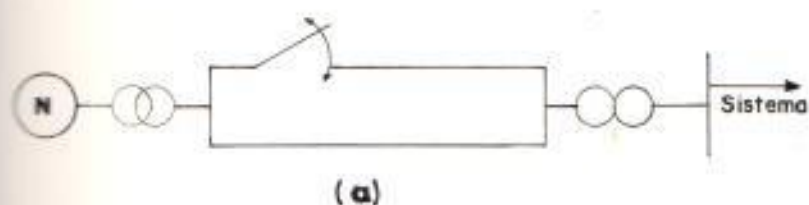


Figura 4.3

Pérdida de sincronismo de un generador seguido por operación asíncrona estable

- a) Diagrama de circuito del sistema  
 b) Proceso de pérdida de sincronismo

ración normal", esto es, a una condición asincrónica estable, debido a que, el golpe recibido por el rotor del generador es tan grande que ella se acelerará y perderá sincronismo.

Se asume que el valor del deslizamiento (s) es muy pequeño en el proceso transiente, por lo tanto la expresión de torque es igual a la de la Potencia.

Luego el criterio de áreas iguales se aplica:

$$\left[ \frac{d\delta}{dt} \right]^2 = \frac{2}{M_a} \int_{\delta_0}^{\delta_m} (\Sigma T) d\delta \quad (4.5)$$

donde:

$$\Sigma T = T_m - T_e$$

$\Sigma T$  = Sumatoria de torques.

$T_m$  = Torque mecánico

$T_e$  = Torque electromagnético;

$\delta_0$  = Angulo del rotor inicial a la perturbación.

$\delta_m$  = Angulo del rotor final de la perturbación.

$M_a$  = constante de inercia en por unidad

Según, figura # 4.3b observamos que el área de freno (3'-4-5) es más pequeña que el área (1-2-3-3') cuando la máquina está acelerando. De esta manera, cuando la máquina está frenando (4-5), ella acelera otra vez a partir del punto (5).

La aceleración que comenzó en el punto (5) se hace más apreciable cuando el ángulo de carga alcanza 200°, 300°.

Con el incremento de velocidad (deslizamiento) el torque y la potencia asincrónica se incrementa, provocando al gobernador de velocidad a reducir la entrada de vapor o agua.

Conocidos los torques asincronos y mecánico, como una función de deslizamiento, es posible determinar el valor de deslizamiento (s) en que la operación asincrónica es estable.

Hay que considerar que si en un cálculo



se toma en cuenta las potencias sincrónicas, asíncrona, y la suministrada por la turbina; se obtendrá un resultado más exacto.

Asumiendo que el generador es simétrico y no excitado, es decir cortocircuitado su campo a través de una resistencia se convierte el torque eléctrico neto en un torque asíncrono, anulando la componente pulsante del torque sincrónico debido a la excitación. Bajo estas condiciones el torque eléctrico que es asíncrono, iguala al torque mecánico suministrado por la turbina. El deslizamiento tiene luego un valor constante  $s_{\infty}$ . En tales condiciones, la operación asíncrona de estado estable de la máquina es determinada por la característica dada en la figura # 4.4.

El movimiento relativo del rotor del generador es determinado por la ecuación de oscilación;

$$T_m - T_e = M_G \frac{d^2 \delta}{dt^2} \quad (2.46)$$

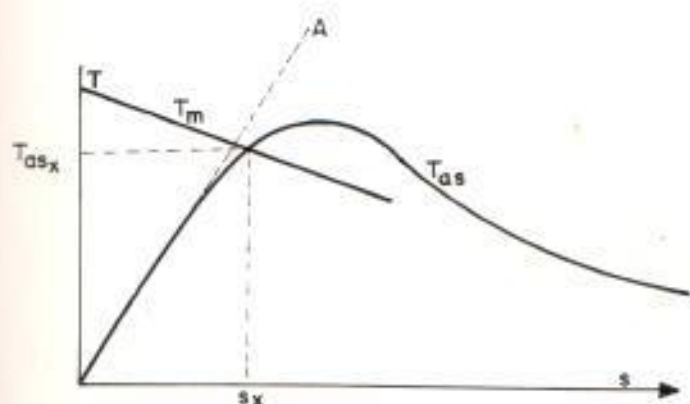


Figura 4.4

Torque del generador asíncrono ( $T_{as}$ ) y torque de la turbina ( $T_m$ ) como función del deslizamiento

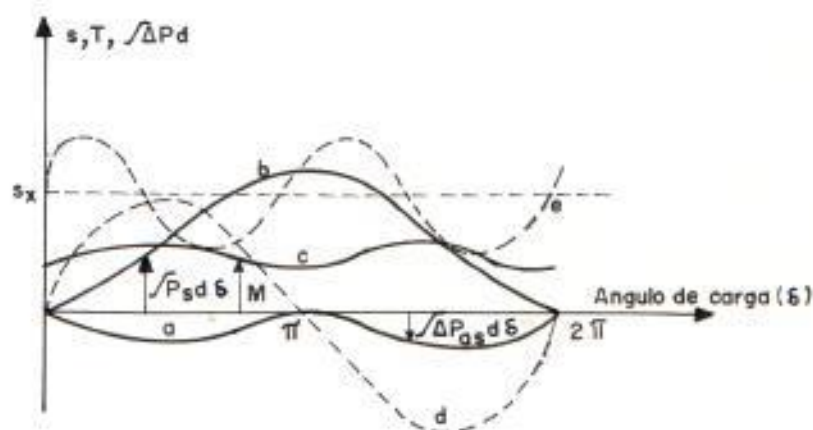


Figura 4.5

Torque y características de energía durante operación asíncrona maquina regresaría al sincronismo en algún instante que la curva (b) sea igual a la suma de las curvas (a) y (b)

- curva a.-  $\int \Delta P_{as} d\delta$
- curva b.-  $\int P_s d\delta$
- curva c.- M
- curva d.-  $T_s$
- curva e.- s

$$\Sigma T = M_a \frac{ds}{d\delta} \cdot s \quad (4.6)$$

$$\text{donde } s = - \frac{d\delta}{dt}$$

Si el deslizamiento, el torque mecánico y el torque asincrónico son considerados como funciones de  $\delta$ , luego por integración de (4.6) obtenemos:

$$\frac{1}{2} M_a s^2 = \int_{\delta_m}^{\delta} (\Sigma T) d\delta + C_1$$

donde

$$C_1 = - \frac{1}{2} M_a s_m^2$$

El valor instantáneo de  $s$  es dado por:

$$s = \sqrt{\left[ s_m^2 + \frac{2}{M_a} \int_{\delta_m}^{\delta} (\Sigma T) d\delta \right]} \quad (4.7)$$

donde:

$s_m$  = Valor de deslizamiento promedio obtenido en el punto común de torque asincrónico y mecánico.

$\delta_m$  = Valor del ángulo del rotor, perteneciente a  $s_m$ .

4.1.3.b Ecuación de Áreas Iguales. Valores de Deslizamiento Grande

Al desarrollar el criterio de áreas iguales, se asume que la energía cinética

$$\Delta A = \int \Delta P dt$$

donde:

$\Delta A$  = Energía cinética almacenada por el rotor.

$\Delta P$  = Potencia de la máquina sincrónica.

$dt$  = Diferencial de tiempo.

almacenada por el rotor en virtud de su movimiento relativo, pueda ser escrito

$$\Delta A = \int \Delta P d\delta$$

donde:

$\Delta A$  y  $\Delta P$  fueron definidos anteriormente.

y  $d\delta$  = diferencial del ángulo del rotor de la máquina.

Esta asunción es válida solamente si los cambios de velocidad ocasionados por la velocidad del rotor, son pequeños.

El método de áreas iguales necesita ser modificado si los cambios de velocidad se convierten apreciables comparados con la velocidad sincrónica. Extendiendo la idea del "criterio de áreas iguales", es fácil explicar en términos físicos el fenómeno de pérdida de sincronismo y operación asincrónica estable.

Se ha definido que el punto medio de operación asincrónica estable es determinado por la dirección de la característica torque/deslizamiento y la característica combinada del torque mecánico por acción del sistema gobernador versus el deslizamiento. El punto de intersección de estas dos características representa únicamente el punto medio de operación, ya que, en la práctica la velocidad y torque son pulsantes alrededor de este punto (figura # 4.4).

Con un incremento de velocidad una cierta cantidad de energía cinética, es almacenada por el rotor. Esta energía almacenada varía con la variación de velocidad. Durante un ciclo de deslizamiento y para algún instante de tiempo ( $t$ ) está dado por la suma de energías contribuidas por las siguientes componentes individuales entre el intervalo  $t_0$  (condición inicial) y  $t$  (referencia #30):

a.-) Torque de aceleración neto  $T_a$ , producido debido a las pulsaciones de deslizamiento (figura # 4.5 curva a).

$$T_a = T_m - T_{as} \quad (4.8)$$

donde:

$T_a$  = Torque de aceleración,

$T_m$  y  $T_{as}$  ya fueron definidas anteriormente.

b.-) Torque sincrónico  $T_s$  presente, si el campo es excitado (figura # 4.5 curva b).

c.-)  $M$  que es dependiente de los valores de deslizamiento inicial e instantáneo (figura # 4.5 curva c).

Expresiones matemáticas para estas tres componentes, son deducidas de referencia # 30. Los términos matemáticos son:

$$\Delta A = \int_{\delta_u}^{\delta} \Delta P_{ms} d\delta - \int_{\delta_u}^{\delta} P_m d\delta + M \quad (4.7)$$

donde:

a.-) La contribución de  $T_m$  está dada por:

$$\int_{\delta_u}^{\delta} \Delta P_{ms} d\delta$$

y

$$\Delta P_{ms} = P_m - (1 - s) P_{ms}$$

b.-) La contribución de  $T_m$  es:

$$- \int_{\delta_u}^{\delta} P_m d\delta$$

c.-) La contribución  $M$  es:

$$M = \left[ \frac{s^2 u}{2} - \frac{s_u}{3} + \frac{s}{3} - s \right] M_a$$

donde  $s_w$  es el valor promedio de deslizamiento definido anteriormente.

Si en algún instante, el cambio de energía cinética  $\Delta A$  es igual a cero, la velocidad del rotor se convierte igual a la velocidad sincrónica y la máquina gana una condición en la cual puede alcanzar el sincronismo. Igualando la expresión # 4.9 a cero nos resulta:

$$\int_{\delta_w}^{\delta} P_e d\delta = \int_{\delta_w}^{\delta} \Delta P_{me} d\delta + M \quad (4.10)$$

Las curvas correspondientes a los elementos de la ecuación (4.10) se ilustran en figura # 4.5, teniendo como eje de las abscisas al ángulo de carga ( $\delta$ ).

Un estudio de las componentes de la ecuación # 4.10 demuestra que las componentes del lado derecho depende de los parámetros de diseño de la máquina, y de ésta manera no pueden ser



controlados durante el proceso de resincronización. La componente del lado izquierdo esta sin embargo bajo control y dentro de los límites de la excitatriz y regulador de voltaje, puede ser completamente manipulada para influenciar en la resincronización. Por la aplicación de una gran excitación en un instante adecuado en el ciclo de deslizamiento, es posible satisfacer la ecuación # 4.10 y cuando esto suceda, la máquina sincronizará.

A simple vista la ecuación # 4.10 demuestra, en una muy simple forma matemática, la condición para resincronizar.

Sin embargo, ella es ilusoria debido a que los siguientes factores no-lineales están relacionados en la práctica:

- 1.-) Las curvas b y d de la figura 4.5 están basadas en la asunción en que el campo es constantes, pero debido a la acción del regulador, ésta no se mantiene constante en

la práctica. Según esto las curvas son modificadas y dificultosas de calcular de simple manera.

- 2.-) Durante el proceso de resincronización, la velocidad está cambiando muy rápido y de esta manera las dos componentes del lado derecho de la ecuación 4.10 varían, siendo extremadamente dificultoso calcularlas, al menos que alguna asunción simplificadora drástica, se asuma.

Es por esto que la simulación de la máquina con todos sus componentes y ecuaciones se convierten en ideal para el análisis de nuestro estudio.

## 4.2 PROCESO DE SINCRONIZACION DE GENERADORES.

### 4.2.1 Variación de Torques, Deslizamiento, Angulo de Carga en Función del Tiempo.

La ecuación # 4.10 se satisface para algún valor de corriente de excitación cuando el

deslizamiento pase a través de cero. Una disminución del torque de la turbina ( $T_m$ ) puede también llevar al deslizamiento a pasar a través de cero. Un deslizamiento igual a cero, significa que la energía cinética almacenada por el rotor es también igual a cero, y que la componente asincrónica de torque desaparece debido a que el generador está en la velocidad sincrónica.

Si el generador es capaz de mantenerse en sincronismo ello depende de la relación de la potencia eléctrica ( $P_e$ ) y de la potencia de la turbina, en otras palabras, en el valor de  $\delta$  en el cual el deslizamiento sea cero.

En general  $s=0$  es una condición necesaria pero no suficiente para lograr el sincronismo; de la ecuación # 4.7 indicada:

$$s_H = \sqrt{\frac{2}{M_G} \int_{\delta_u}^{\delta} (T) d\delta}$$

Esta condición puede ser satisfecha para varios valores de  $\delta$  y de la relación de torque sincrónico a torque mecánico ( $T_e/T_m$ ). Por ejemplo; el incremento de la corriente de excitación y por lo tanto del torque sincrónico,

hace que la amplitud de las oscilaciones de deslizamiento se incremente pero cuando el deslizamiento mínimo ( $s_{min}$ ) se convierte en cero, éste instante es considerado como el arranque de un proceso de sincronización; (figura # 4.6.a).

El proceso de la resincronización depende de la naturaleza de la relación entre el deslizamiento y el torque de la turbina. Si el torque de la turbina ( $T_m$ ) sigue al cambio del torque asincrono ( $T_{as}$ ), ocurrirá el sincronismo en un ángulo ( $\delta$ ) cercano a  $(d * 180)$ , donde  $d$  es un entero positivo (punto 2 figura 4.6a). El proceso de sincronización continua con una oscilación de amplitud cercana a  $180$  (entre puntos 1 y 2 en figura 4.6.a).

Si en cambio, el torque de la turbina ( $T_m$ ) no es cero para el ángulo del rotor  $\delta = 180^\circ$ , el proceso de la sincronización es inestable; tal caso es ilustrado en la figura 4.6.b, en el cual apreciamos que el área durante la aceleración excede al área de freno.

Realmente el torque de la turbina ( $T_m$ ) no disminuye con la disminución del valor de deslizamiento, sino más bien, permanece

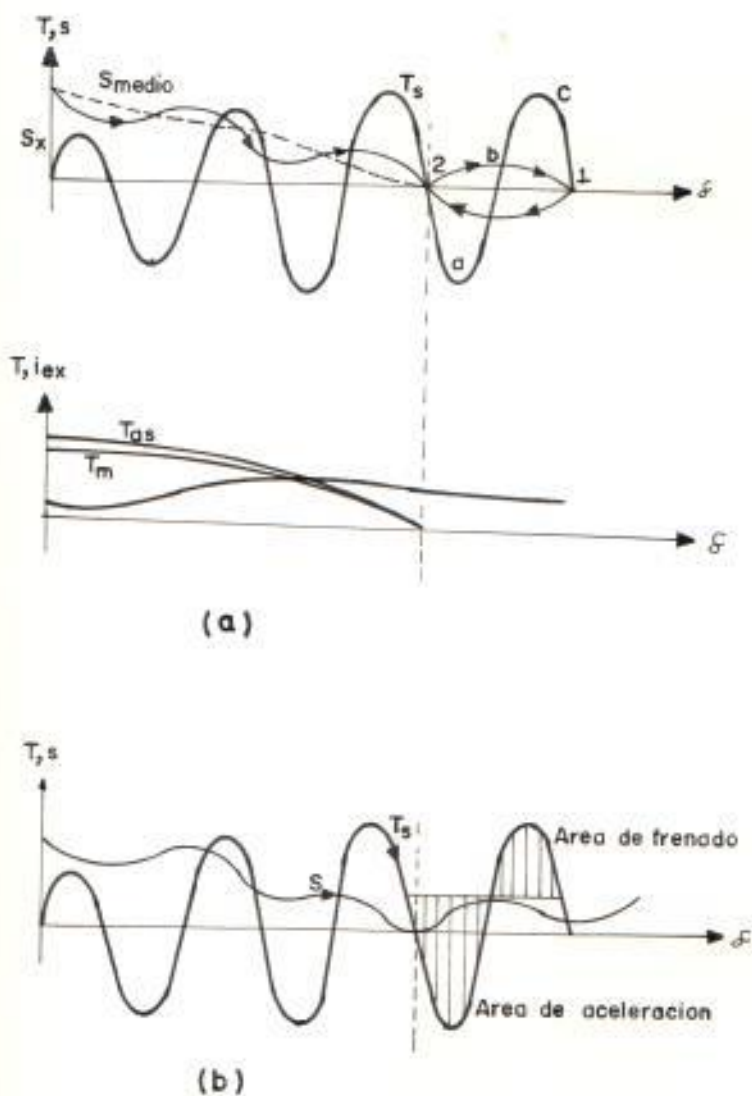


Figura 4.6

Resincronización de un generador mevado a cabo por incremento de excitación

- a) Intento útil
- b) Intento inútil

constante o se incrementa, permanece constante para el caso del regulador bloqueado y se incrementa para el caso de la etapa transiente de un regulador isócrono o del tipo con caída de velocidad, éste último se observa en las gráficas de simulación de la turbina a vapor e hidráulica, tal como, las figuras # 2.70 y # 2.72 para deslizamiento y las figuras # 2.66 y # 2.68 que definen al torque mecánico.

Los cambios de torque mecánico son determinados por las características transientes  $T_m = f(\delta)$  (como se observa en las gráficas anteriormente anotadas), las cuales son completamente diferentes de las características de estado estable.

#### 4.2.1.a Generador Isócrono.

Ya que las características transientes de torque mecánico y deslizamiento son idénticas para un regulador isócrono como para un regulador con caída de velocidad; el siguiente análisis es dado para ambos y detallado en la siguiente sección.

#### 4.2.1.b Generador con Caída de Velocidad.

Con la disminución de deslizamiento aparece un torque de aceleración ( $T_a = T_m - T_{ms}$ ), figuras 4.7a y 4.7b, que es opuesto en sentido al torque síncrono ( $T_m$ ), el deslizamiento determinado por el torque resultante ( $\Sigma T = T_a - T_m$ ), cambia, como se demuestra en figuras 4.7d y 4.7e.

Según, estas gráficas, se observa que mientras más grande es el efecto del Torque de aceleración  $T_a$ , más grande es el alejamiento a  $180^\circ$  del ángulo  $\delta_{min}$  (ángulo por el cual el deslizamiento pasa a través de cero).

#### 4.2.2 Efectos de la Excitación y Torque en la Sincronización.

##### 4.2.2.a Análisis del Torque.

De lo mencionado en sección 4.2.1.b., figuras 4.7d y 4.7e se concluye que la operación síncrona comienza en un valor más pequeño de  $\delta = 180^\circ$ , debido a la

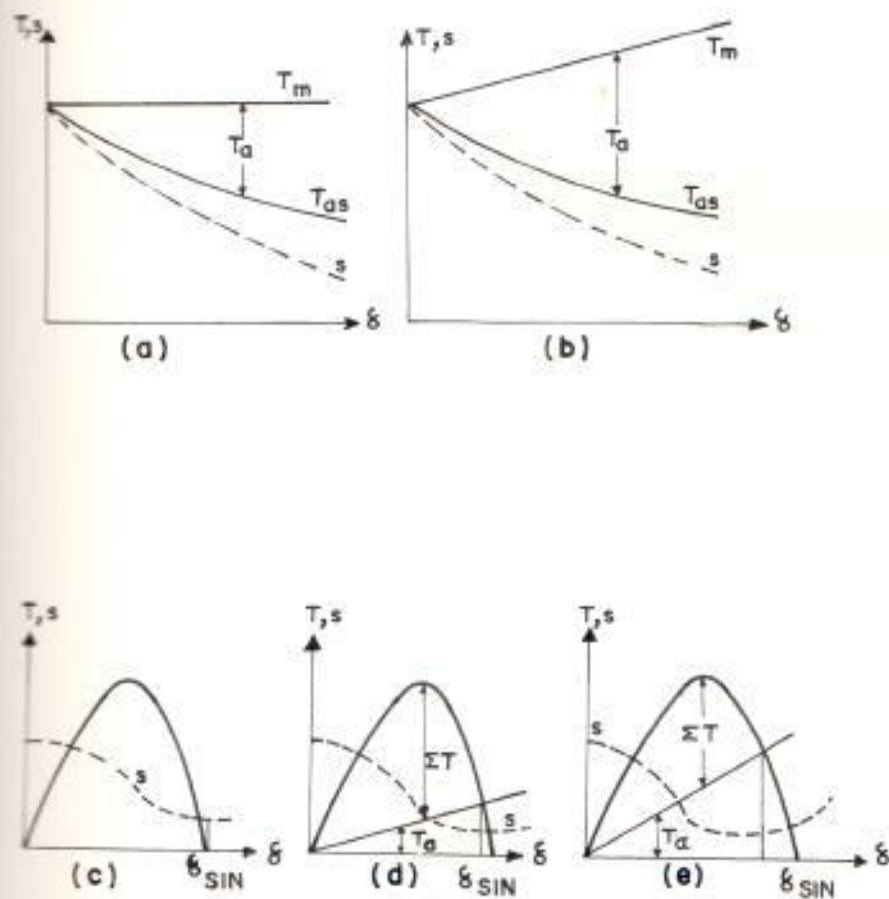


Figura 4.7

Efecto de la salida de la turbina ( $T_m$ ) y la potencia asincrónica del generador en las condiciones de resincronización

- Variación de  $T_a$  cuando  $T_m = \text{constante}$
- Variación de  $T_a$  cuando  $T_m$  se incrementa y  $s$  decae
- Sincronización con  $T_a = 0$   $\delta_{sin} = 180^\circ$
- Sincronización cuando  $T_a$  se incrementa como  $s$  decae
- Lo mismo que d, pero con elevación mas grande de  $T_a$



acción del regulador sobre el torque mecánico ( $T_m$ ).

Un caso especial se puede apreciar si el Torque de aceleración es igual a cero ( $T_a = 0$ ), luego el torque mecánico es igual al torque asíncrono ( $T_m = T_{as}$ ); con un ángulo de sincronización  $\delta_{sin} = 180^\circ$  en figura # 4.7c.

#### 4.2.2.b Análisis de Excitación.

De igual manera si observamos a figuras 4.7c, 4.7d y 4.7e, mientras más grande la excitación y por lo tanto el torque síncrono, más cerca a  $180^\circ$  se encuentra el ángulo  $\delta_{sin}$ , en la cual la operación síncrona comienza.

#### 4.2.2.c Análisis en Conjunto.:-

Una vez dados los efectos del sistema de excitación y regulador por separado, se analizan conjuntamente. Para llevar ésto a cabo, se simplifica el estudio considerando que el eje del generador

está cerca de la velocidad síncrona; asumiendo además que éste, está sujeto solamente a dos componentes de torque, éstas son:

- El torque síncrono, que en por unidad y en condiciones de estado estable es igual a la potencia síncrona, ya que la velocidad del rotor es igual a la unidad ( $\bar{\omega} = 1$ ); esto es:

$$T_m = P_m = P \sin \delta,$$

donde:

$P$  = Amplitud de la Potencia.

- El torque mecánico constante:

$$T_m = P_m$$

El torque mecánico es igual a la potencia mecánica en por unidad en estado estable.

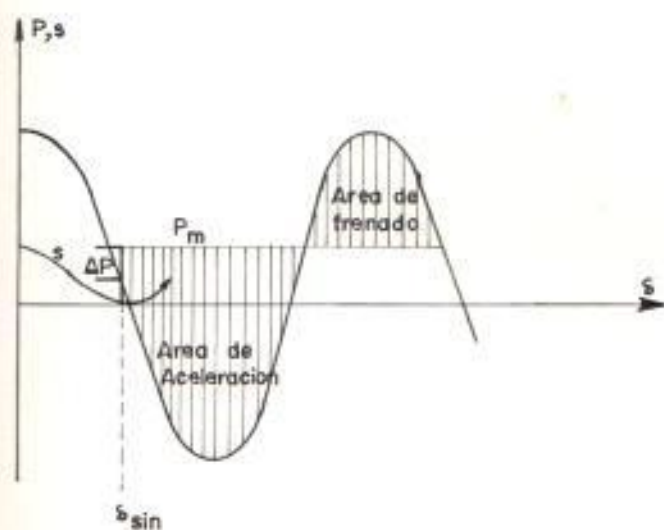
Existen dos intentos posibles de sincronización:

a)  $s = 0$  en  $P_m > P_m$  (figura # 4.8a)

b)  $s = 0$  en  $P_m < P_m$  (figura # 4.8b)

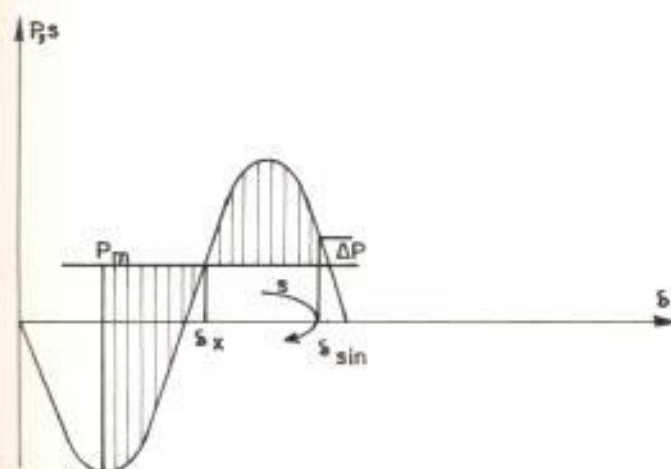
donde:

$P_m$  = Potencia mecánica.



(a)

Intento inútil  $\delta = \delta_{sin}$  cuando  $P_m > P_s$



(b) Intento útil  $\delta = \delta_{sin}$  cuando  $P_m < P_s$

Figura 4.8

Dos intentos de resincronización (a) (b)

$P_w$  = Potencia sincrónica.

Si el torque de la turbina y la excitación permanecen constantes, la máquina no alcanza el sincronismo en el caso (a), pero lo logra para el caso (b); la máquina puede sincronizar si durante la segunda oscilación la excitación es incrementada y el torque de la turbina disminuido. El incremento de la excitación permite sin embargo, obtener pulsaciones de gran duración y amplitud, durante las cuales la máquina fácilmente saldría del sincronismo, (figuras # 4.9a y 4.9d).

Una disminución del ángulo  $\delta_{sinc}$ , en el cual, la velocidad sincrónica se alcanza, es sin embargo, siempre favorable, ya que, la amplitud de las pulsaciones disminuyen; (figuras # 4.9b y 4.9e). También es posible reducir la amplitud de las pulsaciones y amortiguarlas rápidamente incrementando la corriente de excitación durante la segunda oscilación (figuras # 4.9c y 4.9f).

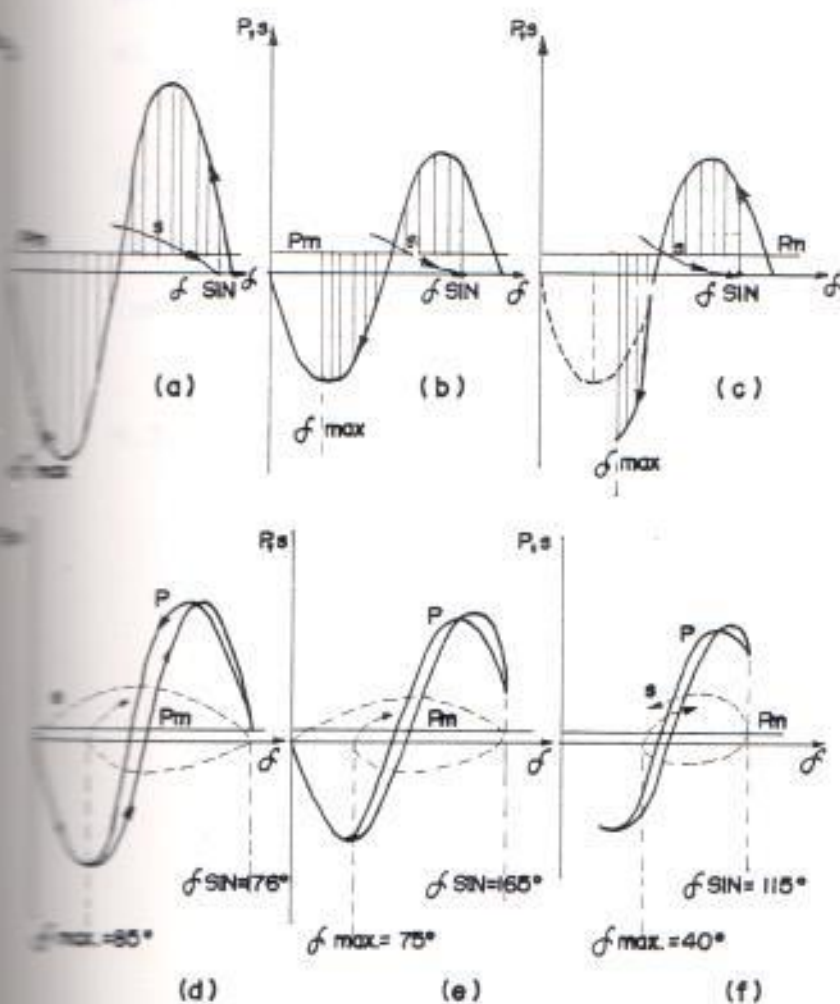


Figura 4.9

El efecto de la excitación en el proceso de resincronización  
 a, b, c, comparación de las áreas de aceleración y frenado  
 d, e, f, deslizamiento ( $s$ ), Potencia mecánica, Potencia síncrona  
 como funciones del ángulo de carga ( $\delta$ )

### 4.3 SINCRONIZACION CON CONDICIONES INICIALES.

En los análisis anteriores del proceso de sincronización por el método de áreas iguales, la asunción que fue hecha, fue que la operación sincrónica comenzaba en para un deslizamiento igual a cero, después del cual el criterio de áreas iguales podía ser utilizado.

Se analiza ahora brevemente dos casos, los cuales incluyen condiciones iniciales de deslizamiento y torque.

#### 4.3.1 Condiciones Iniciales de Deslizamiento.

Un generador operando bajo la velocidad sincrónica cuando ésta se conecta al suministro.-

Si el operador de una central, operando al generador eléctrico como una máquina asincrónica produce un incremento de carga; suministrando de esta manera un torque de freno al eje, éste torque es balanceado por el torque impulsor de la turbina; suministrado ya sea por Energía Hidráulica o de vapor. Luego, el torque sincrónico, que aparece cuando la excitación es introducida, actuará de una manera tal que pueda acelerar o desacelerar a la máquina.

#### 4.3.2 Condiciones Iniciales del Torque.

- A) Un generador operando inicialmente encima de la velocidad sincrónica con un torque de freno resultante.-

Aún, si no existe torque sincrónico; el rotor se acerca a la velocidad sincrónica y el deslizamiento a cero. A pesar de si el deslizamiento es cero, el ángulo de carga  $\delta$  puede tener un valor tal, que el torque sincrónico cause una caída en velocidad, es decir, un incremento de deslizamiento en la dirección opuesta. Este efecto puede ser acentuado por la aparición de un torque de freno adicional. Como resultado sucede que el deslizamiento crítico se pase del ángulo de sincronismo y en el instante cuando el torque sincrónico tenga el signo correcto, el deslizamiento sea tan grande que la máquina no sincronice.

- B) Un generador operando bajo la velocidad sincrónica con un torque de aceleración resultante.

La operación es análoga al caso (A), el

efecto de un torque de frenado adicional mencionado en (A) puede ser beneficioso; especialmente si el valor del Torque mecánico ( $T_m$ ) es grande.



## CAPITULO V

## FORMACION DEL SISTEMA - MODELAJE.

Al estudiar los cuatro modelos de la máquina síncrona, se considera dos puntos de vista:

- 1) Considerando las características que afectan al comportamiento de la máquina cuando es conectado al sistema de potencia en funcionamiento.
- 2) La interacción de la Máquina Síncrona con su sistema de primo-motor afectan directamente las simplificaciones que puedan ser hechas para la representación de la máquina.

La forma en que ha sido llevado el estudio de los modelos de la máquina síncrona se lo detalla en el diagrama de la figura # 5.1.

Cada modelo de máquina es configurado por un juego de ecuaciones, ya sea, para definir a su diagrama fasorial, como a su circuito equivalente.

Las constantes de la máquina del juego de ecuaciones que corresponden a la representación del diagrama fasorial

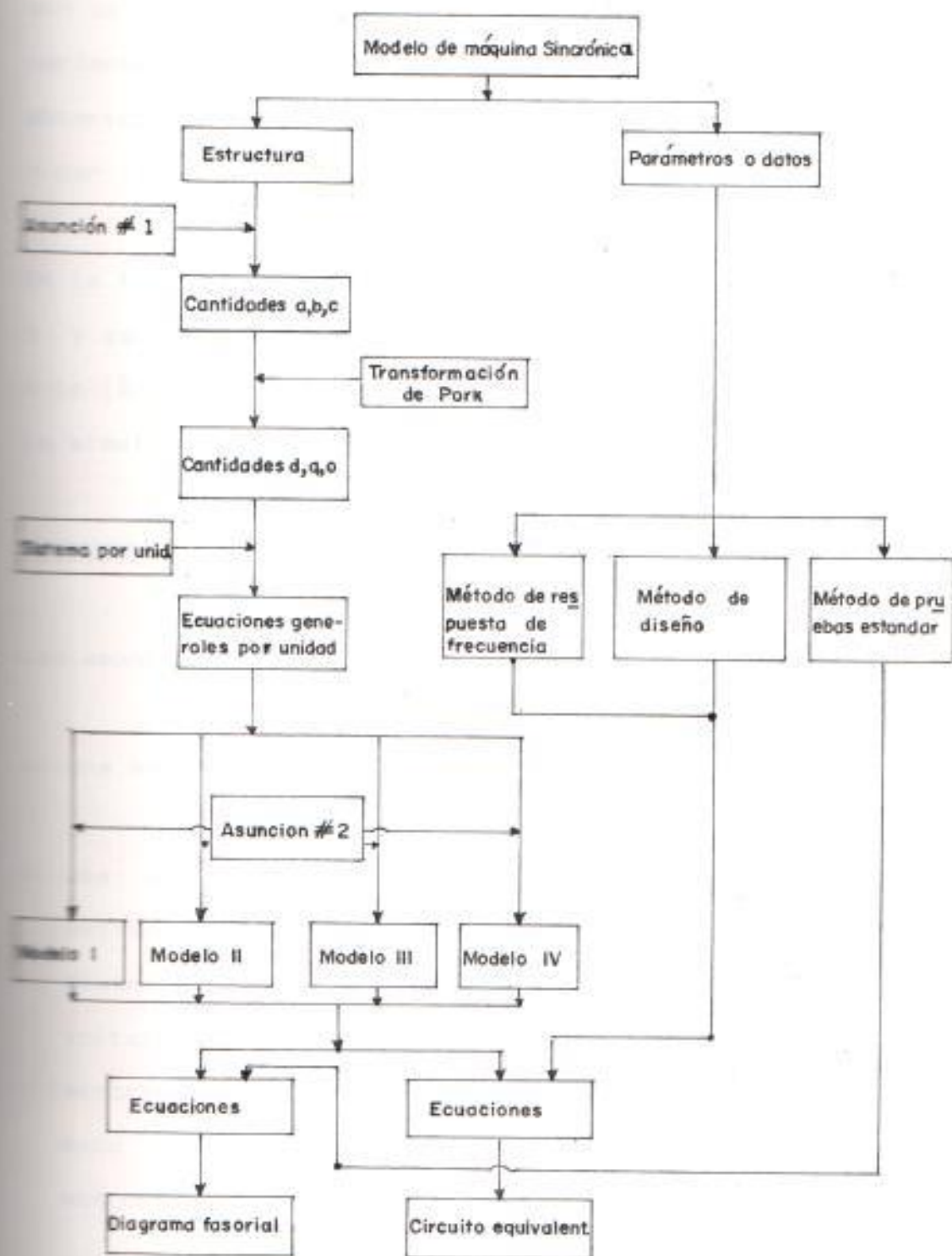


Figura 5.1

Elaboración de los modelos de la máquina síncrona

son obtenidos por métodos de pruebas estándar, y aquellos pertenecientes a los del circuito equivalente son obtenidos, ya sea por pruebas de respuesta de frecuencia o por los procesos de diseño.

En la figura # 5.1 se observan dos bloques de asunción # 1 y asunción # 2 que definen a las asunciones realizadas a lo largo de éste capítulo y las que se llevan a cabo en la simulación del modelo escogido.

#### ASUNCION # 1

Las asunciones que definen a una máquina ideal son:

- a) Una máquina sin efectos de saturación.
- b) Una máquina donde las formas de las superficies del estator, rotor y las de sus devanados eléctricos son distribuidos a fin de producir solamente corrientes y voltaje de frecuencia fundamental bajo velocidad sincrónica balanceada y operación en estado estable, esto implica que las corrientes y voltajes armónicos son despreciados.

De asunción (a), se tiene que en realidad toda máquina tiene efecto de saturación, describiéndose en las siguientes secciones como éste efecto puede ser incluido

en la definición de los diagramas fasoriales de los modelos por medio del voltaje de Potier (referencia #33); pero no se lo incluye en la simulación del modelo de máquina escogido.

Para el caso de asunción (b) se tiene que es un atributo de los diseñadores llegar a obtener este desarrollo, además, por medio de esta asunción todos los voltajes y corrientes de la máquina pueden ser representados por fasores, convirtiéndose en ecuaciones algebraicas, usando números complejos, o relacionándolo a ecuaciones diferenciales.

Se tiene una tercera asunción que se utiliza sólo para graficar el diagrama fasorial de los modelos mas no para la simulación del modelo escogido, ya que el deslizamiento es una de las variables a ser simulada, este es:

- c) El efecto de las variaciones de velocidad de la máquina sobre el voltaje generado es despreciado.

El bloque que define a la asunción # 2 se aplica para cada modelo y es un identificador para cada uno de ellos.

## 5.1 LOS MODELOS DE LAS MAQUINAS SINCRONAS: SU CLASIFICACION Y DIFERENCIAS.

### 5.1.1 Modelo I.-

Enlaces de Flujo de campo constantes - Corrientes de devanados amortiguadores ( $i_{kd}$ ,  $i_{kq}$ ) despreciados. Despreciando la saliencia transiente.

Además, de las asunciones anteriormente mencionadas, hay dos adicionales que identifican al modelo I, éstas son:

1.- Se asume que los enlaces del flujo de campo,  $\Phi_{rd}$ , permanecen constante en magnitud, esto es, durante el tiempo de una perturbación.

Esto significa que:

$$\Phi_{rd} = \text{constante}$$

$$\frac{d}{dt} \Phi_{rd} = 0$$

Y de la expresión (3.41):

$$e'_{q} = \frac{X_{ad}}{X_{rd}} \Phi_{rd} = \text{constante} \quad (3.41)$$

donde:

$e'_{q}$  = Voltaje proporcional a los enlaces de flujo de campo.

2.- Se desprecian todas las corrientes amortiguadoras y sus efectos.

$$i_{kd} = i_{kq} = 0$$

donde:

$i_{kd}$ ,  $i_{kq}$  = Corriente en los devanados amortiguadores eje directo y eje en cuadratura, respectivamente.

#### 5.1.1.a Diagrama Fasorial.

De acuerdo a las anteriores asunciones y a las expresiones (3.20) y (3.21), las relaciones de enlaces de flujo y voltaje que definen al modelo 1, son:

Relaciones de enlace de flujo.

$$\Phi_d = -X_d i_d + X_{afd} i_{fd} \quad (5.1)$$

$$\Phi_{fd} = -X_{afd} i_d + X_{afd} i_{fd}$$

$$\Phi_{fd} = \text{constante}$$

$$\Phi_q = -X_q i_q$$

Relaciones de voltaje

$$e_d = -\dot{\Phi}_q - r i_d$$

$$e_{ad} = r_{ad} i_{ad}$$

$$e_a = \hat{\delta}_a - r i_a$$

El diagrama fasorial representativo es dado en la figura 5.2, que considera al voltaje de Potier como la corrección a la saturación.

Los fasores  $\vec{e}'_a$ ,  $\vec{e}'$  se definieron en capítulo # 3 según ecuaciones (3.46) y (3.44) como:

$$\vec{e}' = \vec{e}_e + (r + jx'_d) \vec{i}_d \quad (3.46)$$

$$\vec{e}'_a = \vec{E}_r - j(x_d - x'_d) \vec{i}_d \quad (3.44)$$

donde:

$\vec{E}'$  = Fasor de voltaje detrás de la reactancia transiente de eje directo.

$\vec{e}'_a$  = Fasor de voltaje proporcional a los enlaces de flujo de campo.

Despreciando la saliencia transiente, es decir, asumiendo que los enlaces de flujo de campo ( $\vec{e}'_a$ ) tienen la misma magnitud como el voltaje detrás de la reactancia transiente ( $\vec{E}'$ ) y que el ángulo del eje en cuadratura es el

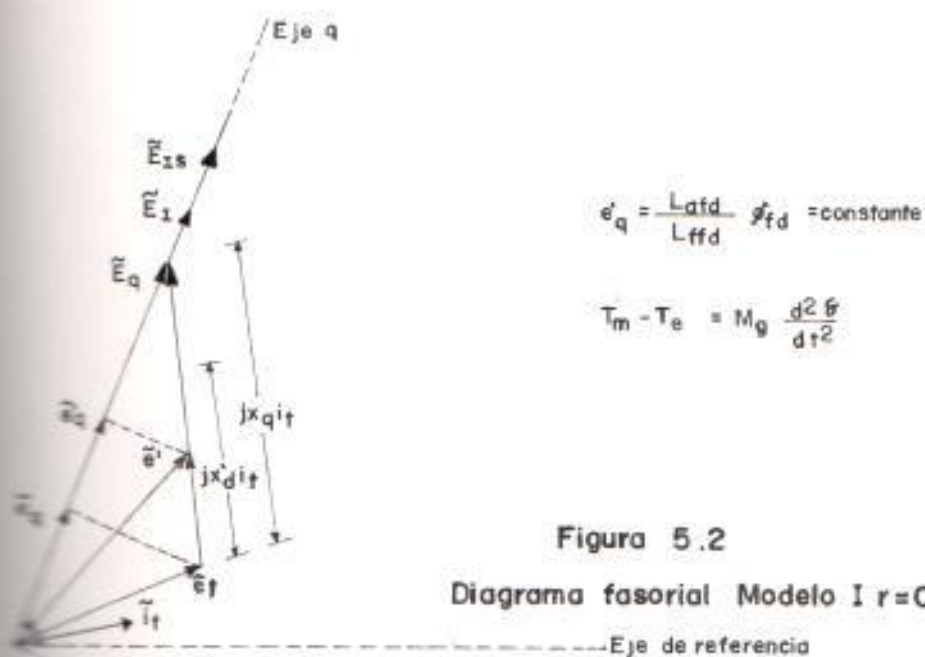


Figura 5.2

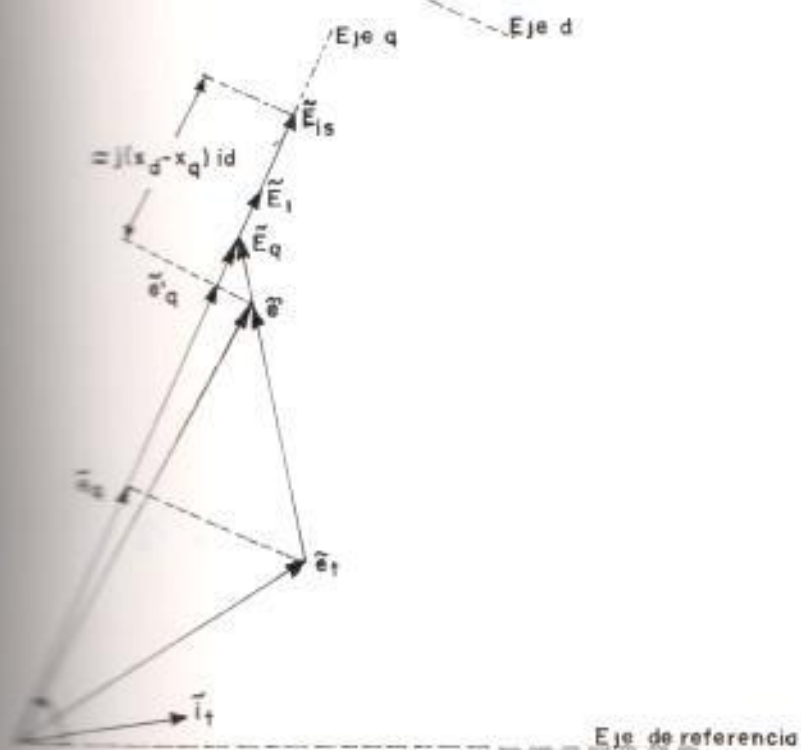
Diagrama fasorial Modelo I  $r=0$ 

Figura 5.3

Diagrama fasorial modelo I  $X'_d \approx X_q$



mismo como el ángulo de  $\vec{e}'$ , o en otras palabras que las reactancias transientes de eje directo y eje en cuadratura sean iguales  $x'_{d'} = x'_{q'}$  satisfagan las ecuaciones (3.44) y (3.46), tenemos:

De la ecuación (3.46)

$$\vec{e}' = \vec{e}'_t + [r + jx_{d'}] \vec{i}'_d \quad (5.2)$$

De (3.44)

$$\vec{e}'_t = \vec{E}'_t - j[x_{d'} - x_{q'}] \vec{i}'_d \quad (5.3)$$

Del diagrama fasorial de figura 5.2 para  $r \neq 0$  resulta:

$$\vec{e}'_t = \vec{E}'_q - [r + jx_{d'}] \vec{i}'_t \quad (5.4)$$

Si se incluye la ecuación (5.4) en la ecuación (5.2) se obtiene:

$$\vec{e}' = \vec{E}'_q - (r + jx_{d'}) \vec{i}'_t + (r + jx_{d'}) \vec{i}'_d$$

Luego

$$\vec{e}' = \vec{E}'_q \quad (5.5)$$

Esto es, el voltaje detrás de la reactancia transiente del eje directo

$(\vec{E}')$  es igual al voltaje detrás de la reactancia del eje en cuadratura ( $\vec{E}_q$ )

El voltaje proporcional a la corriente de campo es corregido según el voltaje de Potier, luego la ecuación (5.3) se convierte en:

$$\vec{E}'_a = \vec{E}_{1a} - j [x_d - x_q] \vec{i}_t \quad (5.6)$$

Donde:

$$\vec{E}_{1a} = \vec{E}_1 + \Delta \vec{E}_1$$

Las ecuaciones (5.2), (5.5), (5.6) satisfacen el diagrama fasorial mostrado en figura # 5.3, para el caso de que la saliencia transiente es nula.

Según ecuación # 3.46 se obtiene el circuito equivalente de figura # 5.4 del modelo I. En esta figura se observa que la máquina vista desde los terminales del estator es representada por la impedancia  $(r + jx'_d)$  a voltaje constante  $\vec{E}'$ .

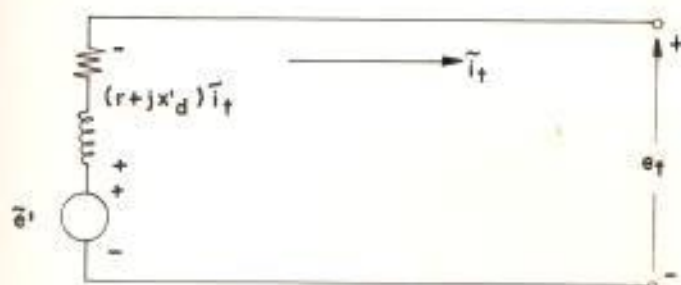
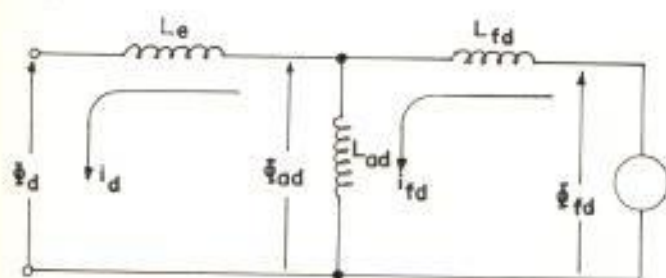


Figura 5.4  
Circuito equivalente - modelo I

Eje directo:



Eje en cuadratura:

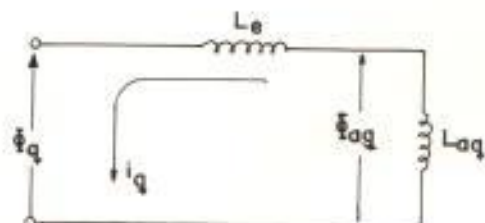


Figura 5.5

Circuitos equivalentes de enlaces de flujo modelo I

### 5.1.1.b Circuitos Equivalentes.

A continuación se describe las ecuaciones de enlaces de flujo que definen a los circuitos equivalentes del circuito I.

Considerando las ecuaciones (3.20) del capítulo # 3, las cuales relacionan los enlaces de flujo con las inductancias mutuas y de pérdida; recordando las asunciones realizadas en el modelo I, las relaciones de enlace de flujo para éste modelo son:

Para el eje directo d:

$$\bar{\psi}_d = X_{kd} \left[ i_{fd} - i_d \right] - X_e i_d$$

$$\bar{\psi}_{fd} = X_{kd} \left[ i_{fd} - i_d \right] + X_{fd} i_{fd} \quad (5.7)$$

Para el eje en cuadratura q:

$$\bar{\psi}_q = X_q i_q = -X_e i_q - X_{kq} i_q$$

Según las ecuaciones (5.7), las repre-

sentaciones equivalentes de los enlaces de flujo es dada en figura 5.5

Para la condición en que los terminales se encuentran abiertos: las corrientes del eje directo y del eje en cuadratura son iguales a cero, luego:

$$i_d = i_q = 0$$

La ecuación de enlace de flujo del eje directo ( $\bar{\psi}_d$ ) resulta ser:

$$\bar{\psi}_d = \bar{\psi}_{ad} = \frac{X_{ad}}{X_{fd}} \bar{\psi}_{fd}$$

$$e'_q = \frac{X_{fd}}{X_{ad}} \bar{\psi}_{fd} = \bar{\psi}_{ad}$$

(3.41)

Que es la expresión dada en (3.41) capítulo # 3.

De igual manera, la ecuación de enlaces de flujo del eje en cuadratura q ( $\bar{\psi}_q$ ) resulta:

$$\bar{\psi}_q = \bar{\psi}_{aq} = 0$$

Analizando las impedancias vistas

desde los terminales de entrada de los circuitos de la figura # 5.5 se tiene:

Para el eje directo d:

$$-\frac{\Phi_d}{i_d} = X_m + \frac{1}{1/X_{ad} + 1/X_{fd}}$$

$$-\frac{\Phi_d}{i_d} = X_d - \frac{X_{ad}^2}{X_{fd}} = X'_d \quad (3.34)$$

Para el eje en cuadratura q:

$$-\frac{\Phi_q}{i_q} = X_m + X_{aq} = X'_q = X_q \quad (3.34)$$

Las expresiones de arriba mencionados son iguales a las dadas en capítulo # 3, ecuación (3.34).

El circuito de estado estable difiere del modelo I para el caso de la inductancia transiente en el eje directo d, pero no para la impedancia de entrada al circuito del eje en cuadratura q.

### 5.1.1.c Discusión del Modelo

Cuando una máquina es sujeta a una perturbación, tal que la potencia reactiva entregada por ella al sistema aumente, los enlaces de flujo del campo tienden a disminuir con el tiempo, de ésta manera si una falla ocurre los enlaces de flujo del campo disminuyen según la duración de la falla. Este efecto es causado por la reacción de la armadura.

Si un regulador de voltaje automático se encuentra en servicio, la disminución en el voltaje terminal causaría el aumento del voltaje de campo y este incremento en el voltaje de campo tiende a incrementar los enlaces de flujo del campo, el comportamiento de los enlaces de flujo real del campo es la combinación del efecto de reacción de la armadura y el efecto del sistema de excitación. La asunción en que los enlaces de flujo de campo son constantes, es realmente considerada como un promedio durante el

periodo de estudio, los enlaces de flujo real del campo no se alejan significativamente de su valor inicial antes de la falla y su valor promedio es igual a su valor inicial. Por lo tanto la razonabilidad de esta asunción depende grandemente de la duración de la falla y de la respuesta del sistema de excitación. Esta asunción debe ser usada con precaución para tiempos de operación de recierre grande.

Según la segunda asunción se tiene que; los amortiguadores generalmente afectan a la interacción entre el campo y el estator, por lo tanto al no representarlos no se tiene un real efecto- causa del comportamiento de la máquina y puesto que se asumen enlaces de flujo de campo constante, este primer modelo no es el adecuado para el fin que se persigue en el estudio de esta tesis.

La ventaja de éste modelo es su simplicidad y fácil uso.



### 5.1.2 Modelo II.-

Despreciando todas las corrientes amortiguadoras y sus efectos.

Teniendo presente las asunciones del bloque # 1 de figura # 5.1, se considera una adicional para este modelo, la cual es:

Las corrientes de las bobinas amortiguadoras son despreciadas, esto es; las corrientes en el devanado amortiguador del eje directo, y del devanado amortiguador en cuadratura son cero.

$$i_{1d} = i_{1q} = 0$$

En lo que respecta a los enlaces de flujo de campo constante, esta asunción no prevalece para este modelo.

#### 5.1.2.a Diagrama Fasorial.

Según las asunciones realizadas para este modelo, las ecuaciones de enlaces de flujo y voltaje que definen a éste, se resumen a continuación.

Para el caso en que las corrientes amortiguadoras son iguales a cero de las ecuaciones (3.20), se tiene que las ecuaciones de enlaces de flujo para

este modelo son:

EJE DIRECTO d.

$$\dot{\bar{i}}_d = -\kappa_d i_d + \kappa_{rd} i_{rd}$$

$$\dot{\bar{i}}_{rd} = -\kappa_{rd} i_d + \kappa_{rd} i_{rd}$$

(5.8)

EJE EN CUADRATURA q.

$$\dot{\bar{i}}_q = -\kappa_q i_q$$

De las ecuaciones en por unidad, (3.21) las ecuaciones de voltaje que definen al modelo II son:

EJE DIRECTO d.

$$e_d = -\dot{\bar{i}}_d - r i_d$$

$$e_{rd} = \frac{d}{dt} \bar{i}_{rd} + r_{rd} i_{rd} \quad (5.9)$$

EJE EN CUADRATURA q.

$$e_q = \dot{\bar{i}}_q - r i_q$$

Hay que tomar en cuenta que para este modelo el término diferencial  $\frac{d}{dt} [\bar{i}_{rd}]$  no puede ser representado en el diagrama fasorial.

Habiendo definido anteriormente las magnitudes siguientes:

$E_x$  = Voltaje proporcional a la corriente de campo.

$E_{fd}$  = Voltaje proporcional al voltaje de campo.

$e'_d$  = Voltaje proporcional a los enlaces de flujo de campo.

En capítulo # 3, se añade una constante de tiempo en este modelo, la cual es; la constante de tiempo transiente en circuito abierto del eje directo ( $T'_{do}$ ).

$$E_x = x_{afd} i_{fd} \quad (3.38)$$

$$E_{fd} = \frac{x_{afd}}{r_{fd}} e_{fd} \quad (3.39)$$

$$e'_d = \frac{x_{afd}}{x_{afd}} \Phi_{fd} \quad (3.41)$$

$$e'_d = E_x - \left[ x_d - x'_d \right] i_d \quad (3.44)$$

$$x'_d = x_d - \frac{x_{afd}^2}{x_{afd}} \quad (3.34)$$

$$T'_{do} = \frac{x_{afd}}{r_{fd}} \quad (3.57)$$

La expresión (3.57), es la nueva expresión para el modelo II y definida en capítulo # 3 como la constante de tiempo transiente del eje directo en circuito abierto dada en p.u.

Una vez obtenida la expresión de voltaje de campo, ecuación (5.9) y las cantidades fasoriales con constantes arriba mencionadas, la expresión de voltaje de campo ( $E_{fd}$ ) adquiere la forma dada en expresión (5.10), la cual es la expresión diferencial que define al modelo II, su desarrollo es el siguiente:

$$E_{fd} = \frac{d}{dt} \phi_{fd} + r_{fd} i_{fd}$$

$$\frac{r_{fd}}{x_{afd}} E_{fd} = \frac{d}{dt} \left[ \frac{x_{afd}}{x_{afd}} e'_{fa} \right] + r_{fd} \left[ \frac{E_f}{x_{afd}} \right]$$

$$\frac{de'_{fa}}{dt} = \frac{r_{fd}}{x_{afd}} (E_{fd} - E_f)$$

$$\frac{de'_{fa}}{dt} = \frac{1}{T'_{do}} (E_{fd} - E_f) \quad (5.10)$$

Según esta última ecuación, junto con aquellas definidas para el modelo I, la forma matemática para el modelo II queda identificado y su diagrama fasorial junto con las dos ecuaciones diferenciales que lo definen es dado en figura 5.6.

Se debe notar que los diagramas fasoriales de estado estable, modelo I y modelo II son idénticos en forma.

#### 5.1.2.b Circuitos Equivalentes.

Las relaciones de enlace de flujo son las mismas que el modelo I, conservándose de ésta manera los circuitos equivalentes de los enlaces de flujo, pero  $\Phi_{rd}$  cambia de acuerdo al voltaje y corriente de campo, según la ecuación (5.9).

$$e_{rd} = \frac{d}{dt} \Phi_{rd} + r_{rd} i_{rd}$$

En forma operacional:

$$\Phi_{rd} = \left[ \frac{e_{rd}}{d/dt} \right] - \left[ \frac{r_{rd}}{d/dt} \right] i_{rd} \quad (5.11)$$

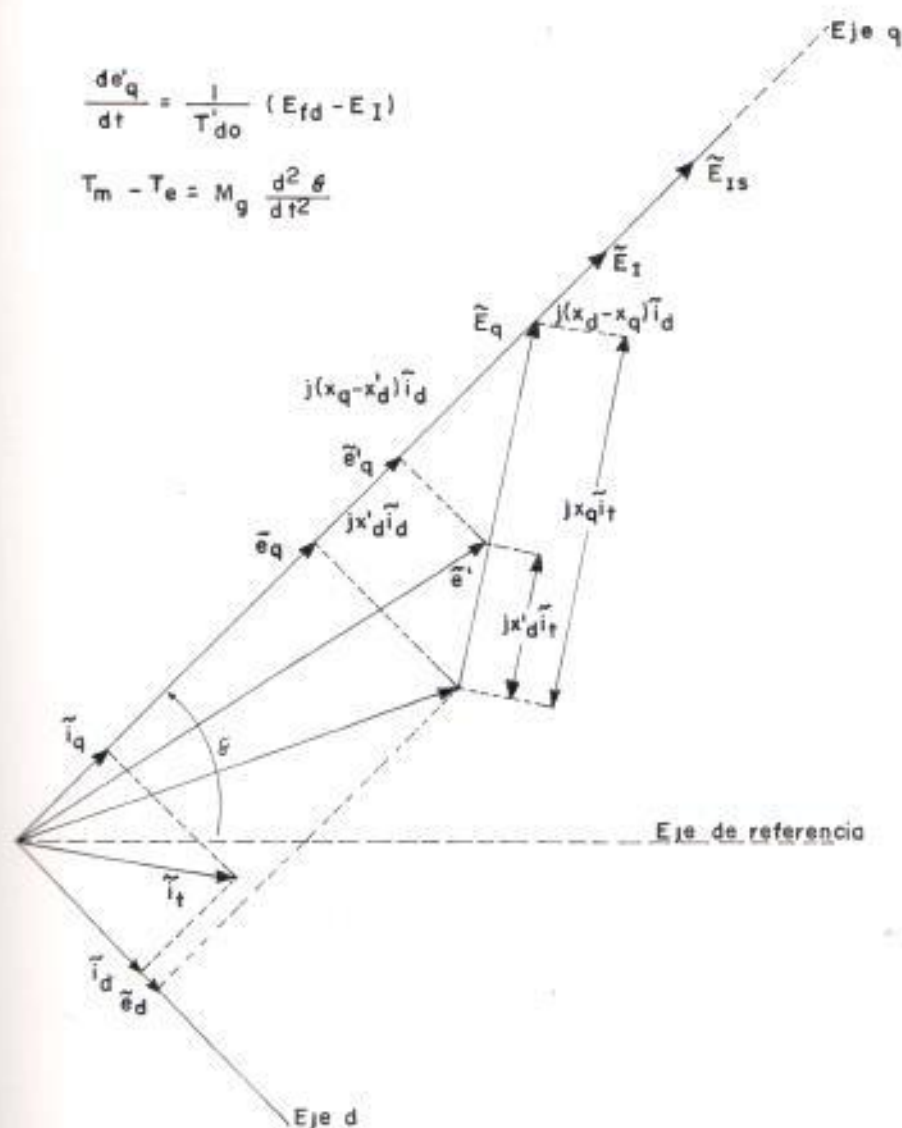


Figura 5.6

Diagrama fasorial modelo II y dos ecuaciones diferenciales

Según (5.11) y las relaciones de enlace de flujo, igual definidas como las del modelo I, resulta en el circuito equivalente dado en figura # 5.7.

En forma operacional, los circuitos equivalentes dados en figura # 5.7 se convierten en aquellos dados en figura # 5.8, estos circuitos modificados son circuitos equivalentes de voltaje - corriente con voltajes terminales definidos como  $\frac{d}{dt} \phi_d$  y  $\frac{d}{dt} \phi_q$ . Asumiendo voltajes y corrientes a frecuencia fundamental en las bobinas de rotor, entonces  $\frac{d}{dt} \phi_d$  y  $\frac{d}{dt} \phi_q$  son iguales a cero.

En circuito abierto, las corrientes en los devanados de eje directo y eje en cuadratura son cero, luego el circuito equivalente de figura 5.7 resulta:

$$T'_{da} = \frac{X_{ad} + X_{ra}}{r_{ra}} = \frac{X_{ra}}{r_{ra}} \quad (3.57)$$

Definida como constante de tiempo transiente de circuito abierto en eje directo, que a pesar de que  $r_{ra}$

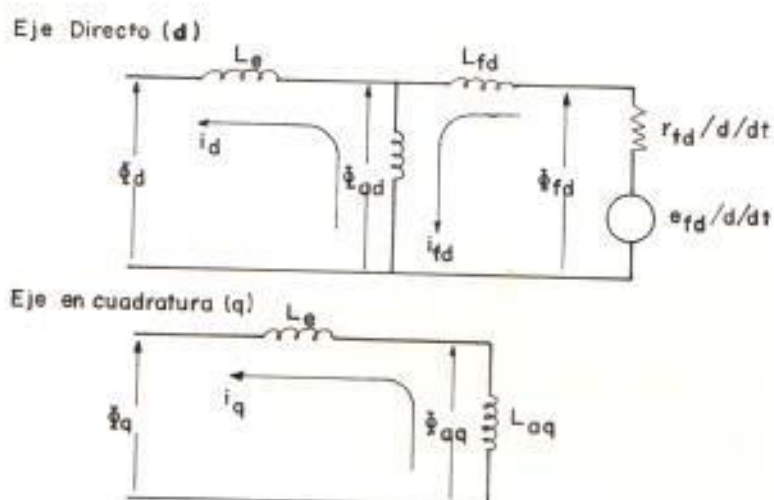


Figura 5.7

Circuitos equivalentes de enlaces de flujo modelo II

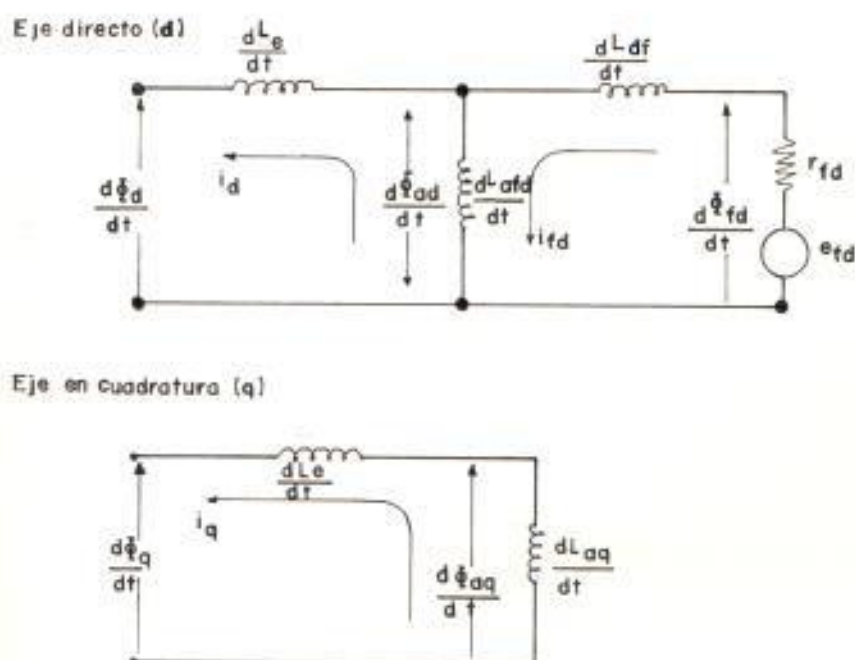


Figura 5.8

Circuitos equivalentes de voltaje - corriente modelo II



permanezca constante,  $i_{fd}$  varía exponencialmente.

Si los terminales del estator son cortocircuitados, el circuito del modelo II proporciona la constante de tiempo transiente de cortocircuito de eje directo, dada en p.u. ( $T'_{d}$ ), y que es la constante con la que  $i_{fd}$  decae exponencialmente, ésta es:

$$T'_{d} = \frac{X_{fd} + \frac{1}{1/X_{ad} + 1/X_{d'}}}{r_{fd}}$$

$$T'_{d} = \frac{X_{fd}}{r_{fd}} \frac{K_{d'} \frac{X_{ad}^2}{X_{fd}}}{X_{d'}} \quad (5.11)$$

$$T'_{d} = T'_{d0} \frac{X'_{d'}}{X_{d'}}$$

Esta expresión es la misma dada en el capítulo # 3, expresión (3.57).

La corriente en el devanado del eje directo, varía según la misma constante de tiempo.

### 5.1.2.c. Discusión del Modelo.

La ventaja de este modelo es que es el modelo más simple que incluye los transiente de campo.

La desventaja de este modelo es que al despreciar las corrientes amortiguadoras, se tiene dos efectos ignorados:

a.- El amortiguamiento de los devanados amortiguadores.

b.-El efecto piel de los amortiguadores entre el campo y el estator es despreciado durante los transientes.

El primer efecto está relacionado con el amortiguamiento entre unidades acopladas cercanamente.

### 5.1.3 Modelo III.-

Corriente de devanado amortiguador en eje directo despreciado ( $i_{kd}$ ), Representación del devanado amortiguador en eje en cuadratura.-

Tanto el modelo I como el modelo II pueden ser usados para representar a máquinas de rotor laminados sin amortiguadores, ya que los desprecian. Pero, para una máquina de rotor sólido, el efecto de las corrientes de Eddy no

se representarían en estos modelos.

El modelo III representa a las máquinas de rotor de hierro sólido. La asunción establecida para este modelo es la siguiente:

Las corrientes de hierro del eje directo son despreciadas y el circuito del hierro del eje en cuadratura es representado por un simple circuito cuya constante  $x'_q$  y la constante de tiempo  $T'_q$  son por definición, calculadas para las corrientes en los devanados amortiguadores del rotor a una frecuencia de 1 hertz. Estos valores representan los efectos de los circuitos del hierro de eje en cuadratura con una profundidad relativa de penetración en un rotor sólido (4) a una frecuencia asociada en la práctica con oscilaciones entre unidades acopladas cercanamente.

#### 5.1.3.a Diagrama Fasorial.

La adición de un devanado amortiguador en eje en cuadratura  $q$  define nuevas cantidades fasoriales, como también constantes propias del eje en

cuadratura.

Recordando a las ecuaciones que definen a modelos I y II se tiene:

$$\dot{\delta}_d = -x_d i_d + E_r \quad (5.8)$$

$$e'_{qd} = E_r - [x_d - x'_{qd}] i_d \quad (3.44)$$

$$e_d = -\dot{\delta}_d - r i_d \quad (5.9)$$

$$e_q = \dot{\delta}_d - r i_q \quad (5.9)$$

$$\frac{de'_{qd}}{dt} = \frac{1}{T'_{dq}} [E_{r'd} - E_r] \quad (5.10)$$

Las nuevas cantidades fasoriales y constantes a las que se hace referencias para este modelo son las siguientes:

$E_{r'd}$  es definido como el voltaje proporcional a la corriente amortiguadora, su valor es igual al producto de la reactancia mutua de la armadura con los devanados del eje en cuadratura y la corriente en el devanado amortiguador del eje q:

$$E_{11q} = X_{e1q} i_a \quad (5.12)$$

En la ecuación (3.20) los enlaces de flujo del devanado amortiguador son:

$$\tilde{\Phi}_{11q} = -X_{e1q} i_a + X_{11q} i_{1q} \quad (3.20)$$

Que en circuito abierto toman la forma:

$$i_{1q} = \frac{\tilde{\Phi}_{11q}}{X_{11q}}$$

Reemplazando en (5.12), resulta:

$$E_{11q} = e'_d = \frac{X_{e1q}}{X_{11q}} \tilde{\Phi}_{11q} \quad (5.13)$$

El fasor  $(e'_d)$  se define como los enlaces de flujo del circuito de hierro o del devanado amortiguador en el eje en cuadratura y es igual al voltaje proporcional a la corriente amortiguadora  $(E_{11q})$  en circuito abierto.

Si  $i_a \neq i_q \neq 0$  luego (5.13) de (3.20) se convierte en:

$$e'_d = \frac{X_{e1q}}{X_{11q}} \left[ -X_{e1q} i_a + X_{11q} i_{1q} \right]$$

$$e'_d = - \frac{x^2_{dq}}{x_{11q}} i_q + x_{dq} i_{1q} \quad (5.14)$$

La adición de un devanado amortiguador en eje en cuadratura q resulta en la definición de dos constantes que caracterizan al circuito equivalente del eje en cuadratura q, para este modelo,  $T'_{dq}$  y  $x''_q$  su deducción es revisada en sección 5.1.3.b. y sus valores son:

$$T'_{dq} = \frac{x_{11q}}{r_{1q}} \quad (5.15)$$

Donde:

$T'_{dq}$  es la constante de tiempo transiente en circuito abierto de eje en cuadratura q.

$$x''_q = x_q - \frac{x^2_{dq}}{x_{11q}} \quad (5.16)$$

$x''_q$ : Inductancia subtransiente de eje en cuadratura.

Reemplazando términos de las ecuaciones (5.12), (5.16) en ecuación (5.14) resulta:

$$\vec{e} = \vec{E}_{11a} - [x_a - x''_a] \vec{i}_a \quad (5.17)$$

Ahora, recordando la expresión de voltaje para el devanado amortiguador, de ecuación (3.21):

$$r_{1a} i_{1a} + \frac{d}{dt} \bar{\xi}_{1a} = 0 \quad (3.21)$$

Si las ecuaciones (5.12), (5.13) y (5.15) se reemplazan en ecuación (3.21), se obtiene:

$$r_{1a} i_{1a} + \frac{d}{dt} \left[ \frac{x_{11a}}{x_{a1a}} e'_{1a} \right] = 0$$

$$\frac{d}{dt} e'_{1a} = \frac{r_{1a}}{x_{11a}} \left[ -x_{a1a} i_{1a} \right]$$

$$\frac{d}{dt} e'_{1a} = \frac{1}{T'_{a0}} \left[ -E_{11a} \right]$$

La expresión #3.20 de enlaces de flujo en el eje en cuadratura  $\bar{\xi}_a$  en función de  $E_{11a}$  ecuación (5.18), se define como:

$$\bar{\xi}_a = -x_a i_a + E_{11a} \quad (5.19)$$

Una vez que se ha definido las nuevas

magnitudes fasoriales, se procede a desarrollar el diagrama fasorial para este modelo, ya que se está trabajando con corrientes y voltajes a frecuencia fundamental, se trata entonces con cantidades complejas, esto es:

$$\begin{aligned}\vec{e}_t &= e_d + j e_q \\ \vec{i}_t &= i_d + j i_q\end{aligned}\quad (5.20)$$

donde:

$\vec{e}_t$  = Voltaje terminal.

$\vec{i}_t$  = Corriente terminal.

Escogiendo al eje directo d como eje de referencia, las expresiones nuevas junto con las antiguas toman la siguiente forma:

$$\begin{aligned}\vec{e}_d &= e_d & \vec{e}_q &= j e_q \\ \vec{E}_r &= j E_r & \vec{e}'_q &= j e'_q \\ \vec{E}_{r1q} &= j E_{r1q} & \vec{e}'_d &= e'_d \\ \vec{i}_d &= i_d & \vec{\delta}_d &= \delta_d \\ \vec{i}_q &= j i_q & \vec{\delta}_q &= j \delta_q\end{aligned}\quad (5.21)$$



Luego:

$$\vec{e}'_a = \vec{E}_1 - j [x_d - x'_d] \vec{i}_d$$

$$j\vec{\delta}_a = -jx_a \vec{i}_a + jE_{11a}$$

$$j\vec{\delta}_d = -jx_d \vec{i}_d + \vec{E}_1$$

$$-\vec{e}'_d = j E_{11a} - j [x_a - x''_a] \vec{i}_a \quad (5.22)$$

$$\vec{e}'_d = j \vec{\delta}_a - r \vec{i}_d$$

$$\vec{e}'_a = j \vec{\delta}_d - r \vec{i}_a$$

De (5.20) junto con ecuaciones (5.22)

obtenemos:

$$\vec{e}_e = \vec{e}'_d + \vec{e}'_a = [j\vec{\delta}_a - r\vec{i}_d] + [j\vec{\delta}_d - r\vec{i}_a]$$

$$\vec{e}_e = [ [-jx_a \vec{i}_a + j E_{11a}] - r \vec{i}_d ] +$$

$$[ [-jx_d \vec{i}_d + E_1] - r \vec{i}_a ]$$

Reemplazando  $E_{11a}$  y  $E_1$ :

$$\vec{e}_e = [ [-jx_a \vec{i}_a + [ -e'_d + j [x_d - x''_d] \vec{i}_d ] ] - r \vec{i}_d ] +$$

$$[ [-jx_d \vec{i}_d + [ e'_a + j [x_d - x'_d] \vec{i}_d ] ] - r \vec{i}_a ]$$

reordenando y eliminando términos  
comunes:

$$\vec{e}_e = -\vec{e}'_d + \vec{e}'_a - [r + jx'_d] \vec{i}_d - [r + jx''_a] \vec{i}_a$$

$$\begin{aligned} \vec{e}_t &= -\vec{e}'_d + \vec{e}'_q - [r + jx'_d] [\vec{i}_d + j\vec{i}_q] + j [x'_d - x''_q] \vec{i}_q \\ \vec{e}_t &= [ \vec{e}'_q - [ \vec{e}'_d - j [x'_d - x''_q] \vec{i}_q ] ] - [ r + jx'_d ] \vec{i}_t \end{aligned} \quad (5.23)$$

Definiendo un nuevo fasor  $e'$  como:

$$\vec{e}' = \vec{e}'_q - [ \vec{e}'_d - j [x'_d - x''_q] \vec{i}_q ] \quad (5.24)$$

donde:

$\vec{e}'$  = Voltaje detras de la reactancia transiente del eje directo.

$\vec{e}'_q$  = Voltaje proporcional a los enlaces de flujo de campo.

$\vec{e}'_d$  = Voltaje proporcional a los enlaces de flujo del devanado amortiguador en eje en cuadratura.

Luego la ecuación (5.23) según la ecuación (5.24) toma la forma:

$$\vec{e}_t = \vec{e}' - [ r + jx'_d ] \vec{i}_t \quad (5.25)$$

La figura del diagrama fasorial está dado en figura 5.9.

Un diagrama fasorial simplificado representando al modelo III junto con



sus tres ecuaciones diferenciales dadas por las ecuaciones (2.46), (5.10) y (5.18) se muestra en figura 5.10.

### 5.1.3.b Circuitos Equivalentes.

La variación en el eje en cuadratura  $q$  al considerar en este de un devanado amortiguador hace que el circuito equivalente del modelo II sea modificado añadiendo un lazo en paralelo.

De ecuaciones (3.20), las ecuaciones de enlaces de flujo para el eje  $q$  modificado son:

$$\dot{\Phi}_q = -\kappa_q i_q + \kappa_{a1q} i_{1q}$$

$$\dot{\Phi}_q = -[\kappa_e + \kappa_{eq}] i_q + \kappa_{eq} i_{1q}$$

$$\dot{\Phi}_q = -\kappa_e i_q + \kappa_{eq} [i_{1q} - i_q] \quad (5.26)$$

$$\dot{\Phi}_{1q} = -\kappa_{a1q} i_q + \kappa_{11q} i_{1q}$$

$$\dot{\Phi}_{1q} = \kappa_{eq} [i_{1q} - i_q] + \kappa_{11q} i_{1q} \quad (5.27)$$

Según el sistema p.u empleado en esta tesis, (Apéndice A), se tiene que:

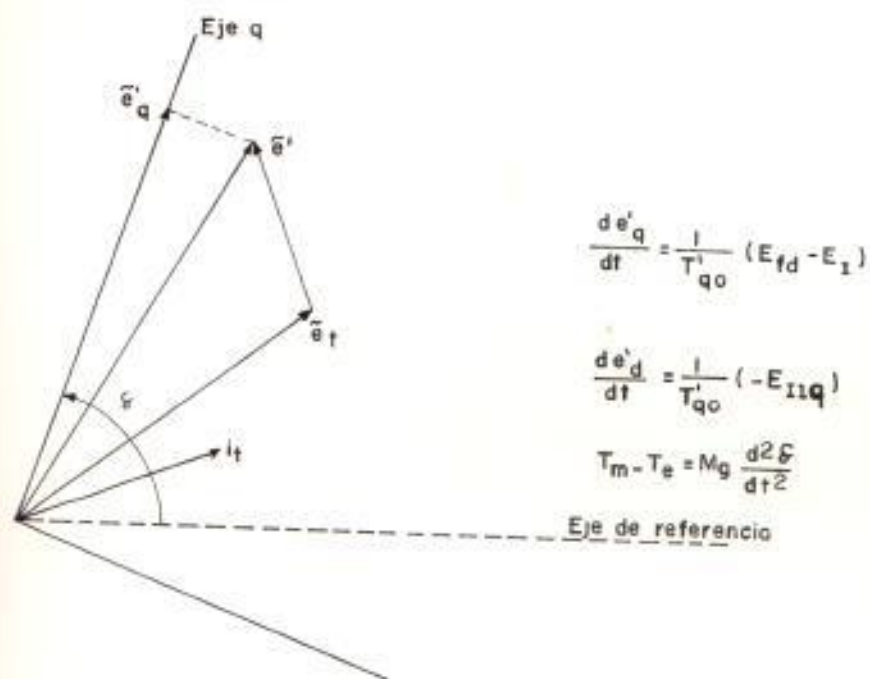


Figura 5.10

Diagrama fasorial del modelo III y 3 ecuaciones diferenciales

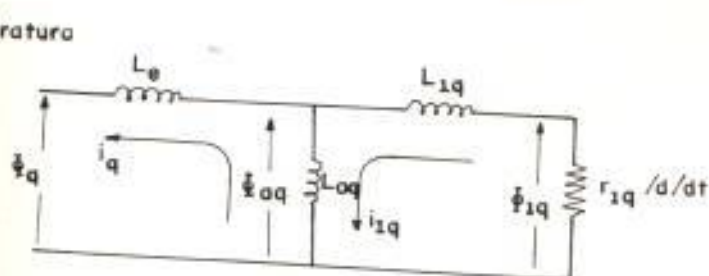
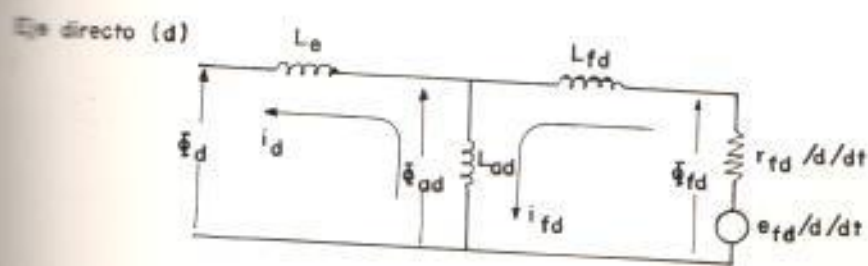


Figura 5.11

Circuitos equivalentes de enlace de flujo modelo III

$$K_{eq} = K_{e1q}$$

$$K_q = K_e + K_{eq}$$

$$X_{11q} = X_{1q} + K_{eq}$$

De la ecuación (3.21) que es la ecuación del voltaje del devanado amortiguador en eje de cuadratura  $q$ ; en forma operacional se tiene:

$$\bar{s}i_q = - \frac{r_{1q}}{d/dt} i_{1q} \quad (5.28)$$

Los circuitos equivalentes del modelo III quedan definidos según las ecuaciones de enlace de flujo.

En eje directo  $d$ :

$$\bar{v}_d = K_{ed} [ i_{1d} - i_d ] - K_e i_d$$

$$\bar{v}_{1d} = K_{ed} [ i_{1d} - i_d ] + K_{ed} i_{1d} \quad (5.7)$$

En eje en cuadratura  $q$ :

$$\bar{v}_q = - K_e i_q + K_{eq} [ i_{1q} - i_q ] \quad (5.26)$$

$$\bar{v}_{1q} = K_{eq} [ i_{1q} - i_q ] + X_{1q} i_{1q} \quad (5.27)$$

Ecuaciones de voltaje:

$$\bar{v}_{+d} = \left[ \frac{e_{+d}}{d/dt} \right] - \left[ \frac{r_{+d}}{d/dt} \right] i_{+d} \quad (5.11)$$

$$\bar{v}_{1q} = - \frac{r_{1q}}{d/dt} i_{1q} \quad (5.28)$$

Los circuitos equivalentes son dados en la forma de enlaces de flujo en figura 5.11 y según la forma de voltaje - corriente en figura 5.12.

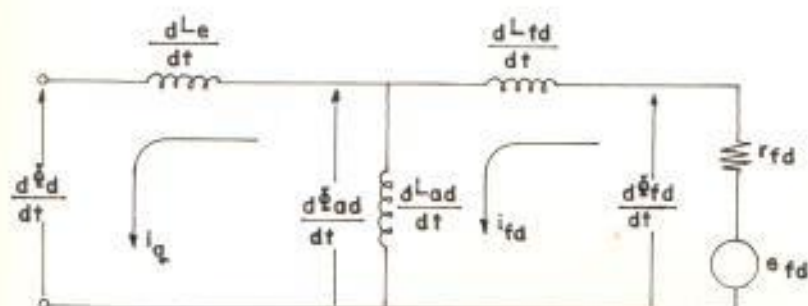
La inductancia vista desde los terminales del circuito equivalente figura 5.11 para el eje en cuadratura q es:

$$x''_q = - \frac{\bar{v}_q}{i_q} = x_q + \frac{x_{dq} \cdot x_{1q}}{x_{dq} + x_{1q}}$$

$$x''_q = x_q - \frac{x_{dq}^2}{x_{1q}} \quad (5.29)$$

El significado de la inductancia subtransiente  $x''_q$  indica que los enlaces de flujo del estator en eje en cuadratura q debido a una corriente negativa del devanado del eje en cuadratura ( $-i_q$ ) de valor 1 p.u., reduce

Eje director:



Eje en cuadratura:

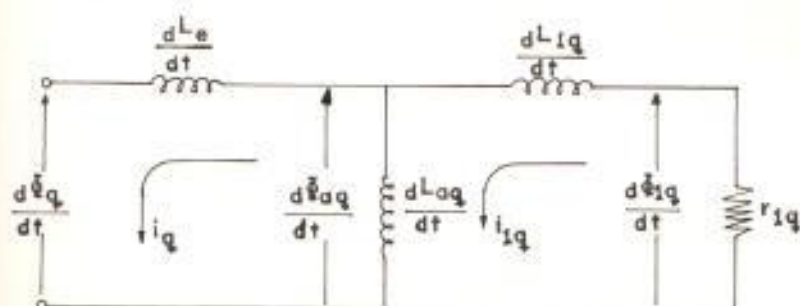


Figura 5.12

Circuito equivalente de voltaje corriente modelo III

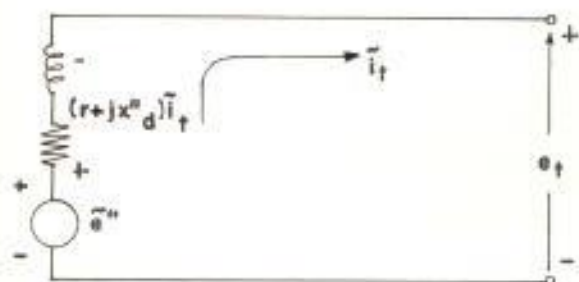


Figura 5.13

Circuito equivalente modelo IV



la inductancia a  $x''_q$ , durante un estado subtransiente, por el efecto piel producido por las corrientes del rotor.

Según figura 5.11 si los terminales del estator son repentinamente abiertos, las corrientes del rotor varían exponencialmente con las siguientes constantes de tiempo:

Para el eje directo d.:

$$T'_{do} = \frac{x_{ffd}}{r_{fd}} \quad (3.57)$$

Para el eje en cuadratura q:

$$T'_{qo} = \frac{x_{11q}}{r_{1q}} \quad (5.15)$$

Luego de alcanzar el estado estable, si los terminales del estator son cortocircuitados, las corrientes del estator y rotor varían exponencialmente con las constantes de tiempo.

Para el eje directo d:

$$T'_d = \frac{x_{fd} + \frac{x_{ad} + x_e}{x_{ad} + x_e}}{r_{fd}}$$

$$T'_{d} = T'_{do} \frac{X'_{d}}{X_{d}} \quad (3.57)$$

Para el eje en cuadratura q:

$$T'_{q} = \frac{X_{1q} + \frac{X_{aq} X_{e}}{X_{aq} + X_{e}}}{r_{1q}}$$

$$T'_{q} = T'_{qo} \frac{X''_{q}}{X_{q}} \quad (5.30)$$

$T'_{q}$  es la constante de tiempo transiente de cortocircuito del eje en cuadratura q., dados en p.u.

Ya que la constante de tiempo transiente y subtransiente para el eje en cuadratura son iguales para el caso de rotor sólido, pero para el caso de polos salientes, éstas son diferentes al igual que sus inductancias transientes y subtransientes, la deducción de lo dicho se encuentra en el análisis de las gráficas (3.13b) (3.13c) del capítulo # 3.

Para el caso del rotor sólido se tiene que; las constantes de tiempo en

circuito abierto del eje en cuadratura transiente ( $T'_{q0}$ ) y subtransiente ( $T''_{q0}$ ) son iguales, como también son las constantes de tiempo de cortocircuito del eje en cuadratura transiente ( $T'_{q}$ ) y subtransiente ( $T''_{q}$ ), esto es:

$$T'_{q0} = T''_{q0}$$

$$T'_{q} = T''_{q}$$

### 5.1.3.c Discusión del Modelo III.

El modelo anterior a este, o sea el modelo II, fue deducido despreciando los efectos de los circuitos de hierro o amortiguadores, ya que éstos no fueron incluidos en sus ecuaciones. El modelo III representa la mayor parte de esta forma de amortiguamiento representando al circuito de hierro del eje en cuadratura, cuyas constantes son apropiadas para el orden usual de magnitud de las oscilaciones entre unidades acopladas directamente. En condiciones de sin carga, el efecto del amortiguamiento es producido por el circuito de hierro del eje en

cuadratura (33). En plena carga para el rango normal de reactancia, el circuito de hierro del eje en cuadratura continúa suministrando una mayor cantidad de esta forma de amortiguamiento. Ajustando los valores de la reactancia y constante de tiempo transientes del devanado en cuadratura se puede representar más del total del efecto del amortiguamiento de los circuitos del hierro para frecuencias diferentes de 1 hertz, pero esta información no es fácil de obtener.

La representación del circuito del hierro del eje en cuadratura puede suministrar una representación directa del amortiguamiento, pero la desventaja es que no se puede representar el efecto de los amortiguadores, o circuitos de hierro; sobre la interacción del campo y el estator.

El modelo III es usado para representar a máquinas de rotor sólido, pero para la representación de máquinas de polos salientes, es necesario obtener las

reactancias y constantes de tiempos apropiadas; que son las reactancias y constantes de tiempo transientes y subtransientes del devanado en el eje directo y en el eje en cuadratura.

En la práctica la constante de tiempo subtransiente del devanado en cuadratura en circuito abierto  $T''_{d0}$  es mucho mas pequeña que la transiente  $T'_{d0}$ ; esta ultima o sea:  $T'_{d0}$  es una cantidad unicamente asociada con una máquina de rotor cilindrico.

El resultado es que al representar el amortiguamiento de una máquina de polos salientes con este modelo sería inexacto y requeriría más iteraciones para su cálculo.

Concluimos que el modelo III es el adecuado para la representación de máquinas de rotor cilindrico donde estan representados los efectos de campo y el amortiguamiento entre unidades acopladas cercanamente.

## 5.1.4 Modelo IV.-

Consideración de los devanados amortiguadores.

Este modelo asume un circuito amortiguador en cada eje, el cual representa al fenómeno subtransiente. Más adelante en esta sección se da una asunción que consiste en despreciar la saliente subtransiente de la máquina.

5.1.4.a DIAGRAMA FASORIAL.

Recordando las magnitudes fasoriales y constantes definidas en modelo I, II, y III se tiene:

$$E_i = X_{afd} i_{fd} \quad (3.38)$$

$$E_{fd} = \frac{X_{afd}}{r_{fd}} E_{fd} \quad (3.39)$$

$$E'_q = \frac{X_{afd}}{X_{ffd}} \bar{\phi}_{fd} \quad (3.41)$$

$$X'_d = X_d - \frac{X_{afd}^2}{X_{ffd}} \quad (3.34)$$

$$T'_{do} = \frac{X_{ffd}}{r_{fd}} \quad (3.57)$$

$$X'_q = X_q \quad (3.34)$$

$$E_{11q} = x_{e1q} i_{1q} \quad (5.12)$$

$$T_{d0} = T''_{d0} = \frac{x_{11q}}{r_{1q}} \quad (5.15)$$

$$x''_d = x_d - \frac{x_{2dq}^2}{x_{11d}} \quad (5.16)$$

Para este modelo se definen nuevas variables como:

$$x''_d = x_d - \frac{x_{11d} x_{2dq}^2 - 2x_{r1d} x_{e1d} x_{r2d} + x_{r2d} x_{2dq}^2}{x_{11d} x_{r2d} - x_{2dq}^2} \quad (5.32)$$

$x''_d$  denominada como la inductancia subtransiente del eje directo  $d$  en por unidad

$$T''_{d0} = \frac{x_{11d} - \frac{x_{2dq}^2}{x_{r2d}}}{r_{1d}} \quad (5.33)$$

$T''_{d0}$  denominada como constante de tiempo subtransiente de eje directo  $d$  en circuito abierto en por unidad.

La deducción de la reactancia y constante de tiempo subtransiente del eje directo ( $x''_d$  y  $T''_{d0}$ ) esta dado en

la sección (5.1.4.b) y las fórmulas son obtenidas del circuito equivalente del eje directo (figura # 5.16).

Al voltaje proporcional a los enlaces de flujo del circuito amortiguador del eje en cuadratura, se lo denomina como  $e''_q$  y está dado por:

$$e''_q = \frac{X_{k1q}}{X_{l1q}} \delta_{1q} \quad (5.34)$$

De las propiedades del sistema por unidad de base recíproco, apéndice A, se tiene:

$$X_{kd} = X_{kfd} = X_{kld} \approx X_{lfd}$$

$$X_{kq} = X_{k1q}$$

$$X_d = X_e + X_{kfd} \quad X_q = X_e + X_{kq}$$

De las ecuaciones de voltaje dadas en (3.20), las ecuaciones de enlaces de flujo (3.21), de las magnitudes fasoriales y de las constantes definidas en los modelos anteriores, tenemos que las ecuaciones para este modelo son:



1.- Enlaces de flujo devanado eje directo:

$$\bar{\Phi}_d = -x_d i_d + x_{afd} i_{fd} + x_{aid} i_{ad}$$

$$\bar{\Phi}_d = -x_d i_d + E_1 + x_{aid} i_{ad}$$

$$\bar{\Phi}_d = -x_d i_d + E_1 + [x_d - x_a] i_{ad}$$

(5.35)

2.- Enlaces de flujo devanado de campos:

$$\bar{\Phi}_{fd} = \frac{x_{ffd}}{x_{afd}} e'_{fd}$$

$$\bar{\Phi}_{fd} = -x_{afd} i_d + x_{ffd} i_{fd} + x_{fid} i_{fd}$$

Luego:

$$e'_{fd} = - \left[ \frac{x_{afd}^2}{x_{ffd}} \right] i_d + x_{afd} i_{fd} + \left[ \frac{x_{fid} x_{afd}}{x_{ffd}} \right] i_{fd}$$

ya que  $x_{fid} \approx x_{afd}$  entonces:

$$e'_{fd} = E_1 - [x_d - x'_{fd}] [i_d - i_{fd}]$$

$$E_1 = e'_{fd} + [x_d - x'_{fd}] [i_d - i_{fd}]$$

(5.36)

3.- Enlaces de flujo devanado amortiguador eje directo d:

$$\bar{\Phi}_{id} = -x_{aid} i_d + x_{fid} i_{fd} + x_{iid} i_{id}$$

Incluyendo la ecuación (3.38) en la última expresión, se tiene:

$$\bar{\Phi}_{1d} = - X_{e1d} i_d + E_r + X_{11d} i_{1d}$$

De la expresión (5.36), la expresión  $E_r$  introducida en  $\bar{\Phi}_{1d}$ , nos da:

$$\bar{\Phi}_{1d} = e'_d + [ X_d - X_{e1d} - X'_d ] i_d - [ X_d - X_{11d} - X'_d ] i_{1d}$$

Si la inductancia de eje directo fue definida como:

$$X_d = X_e + X_{e1d}$$

Si introducimos el valor de la inductancia del eje directo ( $X_e$ ) en la ecuación del flujo del devanado amortiguador del eje directo ( $\bar{\Phi}_{1d}$ ) obtenida anteriormente; tenemos:

$$\bar{\Phi}_{1d} = e'_d + [ X_e - X'_d ] i_d - [ X_d - X'_d - X_{11d} ] i_{1d}$$

Luego, si el valor de la autoinductancia del devanado amortiguador del eje directo ( $X_{11d}$ ) que es obtenido de las ecuaciones (5.32), (5.36) y donde su valor es dado por:

$$X_{11d} = \frac{(X'_d - X_e)^2}{(X'_d - X''_d)} + [ X_d - X'_d ] \quad (5.37)$$

El valor del flujo del devanado amortiguador del eje directo ( $\delta_{1d}$ ), introducida en ella la anterior ecuación (5.37), resulta:

$$\delta_{1d} = e'_{1d} - [x'_{1d} - x_{1d}] i_d + \frac{(x'_{1d} - x_{1d})^2}{(x'_{1d} - x''_{1d})} i_{1d}$$

Luego la expresión para la corriente en el devanado amortiguador en el eje directo viene dado por:

$$i_{1d} = \frac{x'_{1d} - x''_{1d}}{(x'_{1d} - x_{1d})^2} [ \delta_{1d} - e'_{1d} + (x'_{1d} - x_{1d}) i_d ] \quad (5.38)$$

4.- Enlaces de flujo devanado en eje en cuadratura:

$$\delta_q = -x_q i_q + x_{e1q} i_{1q}$$

$$\delta_q = -x_q i_q + E_{11q} \quad (5.39)$$

5.- Enlaces de flujo devanado amortiguador en eje en cuadratura:

$$\delta_{1q} = -x_{e1q} i_q + x_{11q} i_{1q}$$

De la ecuación (5.34)

$$e''_{1d} = - \frac{x^2_{e1q}}{x_{11q}} i_q + x_{e1q} i_{1q}$$

De la ecuación (5.16)

$$e''_d = -[x_d - x''_d] i_d + E_{rfd}$$

$$E_{rfd} = e''_d + [x_d - x''_d] i_d \quad (5.40)$$

6.- Voltaje en el eje directo:

$$e_d = -\dot{\delta}_d - r i_d \quad (3.20)$$

7.- Voltaje en el devanado de campo:

$$e_{fd} = \frac{d}{dt} \dot{\delta}_{fd} + r_{fd} i_{fd}$$

de las ecuaciones (3.39), (3.41) y (3.56) se tiene que:

$$e_{fd} = \frac{r_{fd}}{x_{afd}} E_{fd} = \frac{d}{dt} \left[ \frac{x_{afd}}{x_{afd}} e' \right] + r_{fd} i_{fd}$$

$$\frac{d}{dt} e'_{fd} = \frac{r_{fd}}{x_{afd}} E_{fd} - \frac{r_{fd}}{x_{afd}} [x_{afd} i_{fd}]$$

$$\frac{d}{dt} e'_{fd} = \frac{1}{T'_{d0}} [E_{fd} - E_f] \quad (5.10)$$

8.- Voltaje en el devanado amortiguador:

$$e_{id} = 0 = \frac{d}{dt} \dot{\delta}_{id} + r_{id} i_{id} \quad (3.21)$$

De la ecuación de la constante de

tiempo subtransiente del eje directo en circuito abierto  $T''_{do}$ , se tiene que:

$$r_{1d} = \frac{x_{11d} - \frac{x''_{1d} r_{1d}}{x_{r+d}}}{T''_{do}} \quad (5.33)$$

Según definición de inductancia transiente del eje directo ( $x'_{1d}$ ), ecuación (3.34) y ecuación (5.37) tenemos que:

$$x_{11d} - (x_{1d} - x'_{1d}) = \frac{(x'_{1d} - x_{1d})^2}{(x'_{1d} - x''_{1d})}$$

por lo tanto el valor de la resistencia del devanado amortiguador del eje directo ( $r_{1d}$ ) es igual a:

$$r_{1d} = \frac{1}{T''_{do}} \frac{(x'_{1d} - x_{1d})^2}{(x'_{1d} - x''_{1d})}$$

La última expresión en la ecuación (3.21) resulta:

$$\frac{d}{dt} \delta_{1d} = - \frac{1}{T''_{do}} \frac{(x'_{1d} - x_{1d})^2}{(x'_{1d} - x''_{1d})} i_{1d} \quad (5.41)$$

9.- Voltaje en el devanado del eje en cuadratura:

$$e_a = \dot{\delta}_a - r i_a \quad (3.21)$$

10.- Voltaje en el devanado amortiguador en eje de cuadratura:

$$0 = \frac{d}{dt} \dot{\delta}_{1a} + r_{1a} i_{1a} \quad (3.21)$$

Si las ecuaciones (5.34) y (5.15) se incluyen en la anterior expresión resulta:

$$\frac{d}{dt} \dot{\delta}_{1a} = \frac{d}{dt} \left[ \frac{x_{11a}}{x_{m1a}} e^{n_d} \right] = -r_{1a} i_{1a}$$

$$\frac{d}{dt} e^{n_d} = - \frac{r_{1a}}{K_{11a}} \left[ K_{m1a} i_{1a} \right]$$

luego

$$\frac{d}{dt} e^{n_d} = \frac{1}{T_{1a0}} [-E_{11a}] \quad (5.42)$$

Ya definidas las ecuaciones con las nuevas variables es sencillo presentarlas en forma fasorial:

De ecuación (5.20) se tiene que:

$$\begin{aligned} \vec{e}_t &= e_a + j e_q \\ \vec{i}_t &= i_a + j i_q \end{aligned} \quad (5.20)$$

Las ecuaciones anteriores, esto es

(5.20), tienen como referencia al eje directo  $d$ . Además, los fasores que definen al modelo IV son las siguientes:

$$\begin{aligned} \vec{e}_d &= e_d & \vec{\delta}_d &= j \delta_d \\ \vec{\omega}_d &= \delta_d & \vec{e}'_d &= j e'_d \\ \vec{e}''_d &= e''_d & \vec{E}_x &= j E_x \\ \vec{i}_{1d} &= i_{1d} & \vec{E}_{x1d} &= j E_{x1d} \\ \vec{E}_d &= j e_d & \vec{\delta}_{1d} &= \delta_{1d} \end{aligned}$$

además:

$$\begin{aligned} \vec{i}_d &= i_d \\ \vec{i}_q &= j i_q \\ \vec{E}_{r_d} &= j E_{r_d} \end{aligned}$$

Una vez dado los fasores, anteriormente anotados, se llega a obtener fasorialmente las ecuaciones que definen al modelo IV, las cuales son:

1.- Enlaces de flujo del devanado de eje directo:

$$j \vec{\delta}_d = -j \kappa_d \vec{i}_d + \vec{E}_x + j (\kappa_d - \kappa_m) \vec{i}_{1d} \quad (5.35)$$

2.- Voltaje proporcional a la corriente de campo:

$$\vec{E}_x = \vec{e}'_d + j (\kappa_d - \kappa'_d) (\vec{i}_d - \vec{i}_{1d}) + \Delta \vec{E}_x \quad (5.36)$$

3.- La corriente en el devanado amortiguador del eje directo:

$$i_{1d} = \frac{j(x'_{ad} - x''_{ad})}{(j(x'_{ad} - x''_{ad}))^2} \{j\phi_{1d} - e'_{ad} + j(x'_{ad} - x''_{ad})i_d\} \quad (5.38)$$

4.- Enlaces de flujo del devanado en eje en cuadratura:

$$j\phi_q = -jx_q i_q - jE_{11q} \quad (5.39)$$

5.- Voltaje proporcional a la corriente amortiguadora en eje en cuadratura:

$$jE_{11q} = -e''_{ad} + j(x_q - x''_{aq}) i_q \quad (5.40)$$

6.- Voltaje en el eje directo:

$$e_d = j\phi_q - r i_d \quad (3.20)$$

7.- Voltaje en el eje en cuadratura:

$$e_q = j\phi_d - r i_q \quad (3.20)$$

8.- Voltaje terminal:

De la ecuación (5.20), se tiene que:

$$e_t = e_d + j e_q = e_d + e_q$$

Si se sustituye las ecuaciones fasoriales de voltaje en eje directo ( $e_d$ ) y voltaje en eje en cuadratura ( $e_q$ ), en la ecuación de voltaje



terminal ( $\vec{e}_t$ ), se tiene:

$$\vec{e}_t = (j \vec{\delta}_d - r \vec{i}_d) + (j \vec{\delta}_q - r \vec{i}_q)$$

Reemplazando, los fasores de enlaces de flujo del eje directo ( $j \vec{\delta}_d$ ) y de enlaces de flujo en eje en cuadratura ( $j \vec{\delta}_q$ ) en la ecuación anterior se obtiene:

$$\vec{e}_t = (-jX_d \vec{i}_d + jE_{r1d}) + [-jX_d \vec{i}_d + E_1 + j(X_d - X_w) \vec{i}_{1d}] - r (\vec{i}_d + \vec{i}_q)$$

Reemplazando el fasor de corriente del devanado amortiguador en eje directo ( $\vec{i}_{1d}$ ) en ecuación anterior, se tiene:

$$\vec{e}_t = \left[ -\vec{e}''_d + \left[ j \vec{\delta}_{1d} + \frac{(X''_d - X_w)}{(X'_d - X_w)} (\vec{e}'_d - j \vec{\delta}_{1d}) \right] \right] - (r + jX''_d) \vec{i}_d - (r + jX''_q) \vec{i}_q$$

Si se define el fasor de voltaje detrás de la reactancia subtransiente ( $\vec{e}''$ ), cuya ecuación es:

$$\vec{e}'' = -\vec{e}''_d + \left[ j \vec{\delta}_{1d} + \frac{(X''_d - X_w)}{(X'_d - X_w)} (\vec{e}'_d - j \vec{\delta}_{1d}) \right] \quad (5.43)$$

Donde:

$\vec{e}''_d$  = Voltaje proporcional a los enlaces

de flujo del circuito amortiguador del eje en cuadratura.

Si la ecuación (5.43) la introducimos, en la ecuación de voltaje terminal (et) anteriormente anotada, se tiene:

$$\vec{e}_t = \vec{e}'' - (r + j x''_d) \vec{i}_d - (r + j x''_q) \vec{i}_q \quad (5.44)$$

Si la saliencia subtransiente de la máquina es despreciada o sea; que las reactancias subtransientes del eje directo ( $x''_d$ ) y en eje en cuadratura ( $x''_q$ ) sean iguales, la ecuación (5.44) se convierte en:

$$\vec{e}_t = \vec{e}'' - (r + j x''_d) \vec{i}_t \quad (5.45)$$

Como un corolario se menciona, si la resistencia de armadura es despreciada ( $r=0$ ),  $\vec{e}''$  es el voltaje detrás de la reactancia subtransiente  $x''_d$ , según figura (5.13).

Una vez que los amortiguadores son representados en ambos ejes y la saliencia subtransiente es despreciada, el diagrama fasorial no se ve afectado por el número de circuitos

amortiguadores.

El fasor de voltaje detras de la reactancia subtransiente ( $\vec{e}''$ ), puede ser expresado además según la forma:

$$\vec{e}'' = \vec{\Phi}_{1d}'' + \vec{\Phi}_{1q}''$$

donde

$$\vec{\Phi}_{1d}'' = j \vec{\Phi}_{1d} + \frac{(X_{1d}'' - X_{1e})}{(X_{1d}'' - X_{1e})} (\vec{e}_{1d}'' - j \vec{\Phi}_{1d})$$

$$\vec{\Phi}_{1q}'' = - \vec{e}_{1q}''$$

$\vec{\Phi}_{1q}''$  = Enlaces de flujo subtransiente del eje en cuadratura.

Los enlaces de flujo subtransiente del eje en cuadratura ( $\vec{\Phi}_{1q}''$ ) puede ser escrito en forma similar a  $\vec{\Phi}_{1d}''$ ; esto es:

$$\vec{\Phi}_{1q}'' = \vec{e}_{1q}'' = \frac{X_{1e1q}}{X_{11q}} \vec{\Phi}_{1q}$$

De la ecuación (5.16) se tiene que:

$$X_{11q} = \frac{X_{1e1q}^2}{X_{1e} - X_{1d}''}$$

Luego

$$\vec{v}_{a1} = \left[ \frac{x_{a1a}}{x_{a1a}^2 / (x_a - x''_a)} \right] \vec{v}_{1a}$$

$$\vec{v}_{a1} = \frac{x_a - x''_a}{x_{a1a}} \vec{v}_{1a}$$

$$\vec{v}_{a1} = \frac{x_a - x''_a}{x_a - x_e} \vec{v}_{1a} \quad (5.46)$$

El modelo IV queda definido por diagrama fasorial y 4 ecuaciones diferenciales, dado en figura # 5.14.

#### 5.1.4.b Circuitos Equivalentes.

De las ecuaciones (3.20) y (3.21) los enlaces de flujo y voltaje para el modelo IV en el cual existe un devanado amortiguador en cada eje son:

Enlaces de flujo

Para el eje directo

$$\vec{\psi}_d = -x_{e1d} i_d + x_{ad} (i_{fd} + i_{1d} - i_d)$$

$$\vec{\psi}_{fd} = x_{fd} i_{fd} + x_{ad} (i_{fd} + i_{1d} - i_d)$$

$$\vec{\psi}_{1d} = x_{1d} i_{1d} + x_{ad} (i_{fd} + i_{1d} - i_d) \quad (5.47)$$

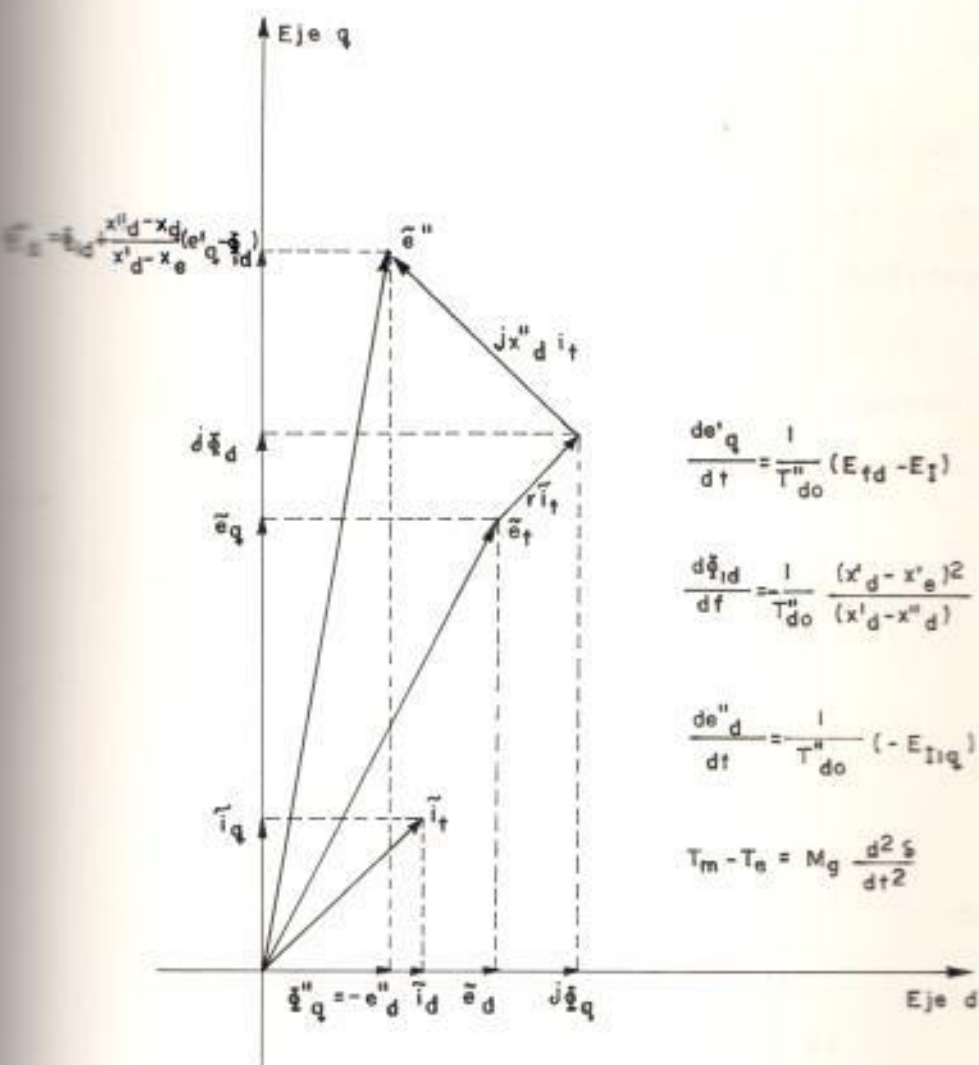


Figura 5.14

Diagrama fasorial modelo IV eje directo como eje de referencia

Para el eje en cuadratura:

$$\begin{aligned}\bar{E}_d &= -K_e i_d + K_{eq} (i_{1d} - i_d) \\ \bar{E}_{1d} &= X_{1d} i_{1d} + X_{eq} (i_{1d} - i_d)\end{aligned}\quad (5.48)$$

Las expresiones de enlaces de flujo están dadas en función de las inductancias mutuas y de pérdidas.

Las ecuaciones de voltaje están dadas en forma operacional y son las siguientes:

Para el eje directo:

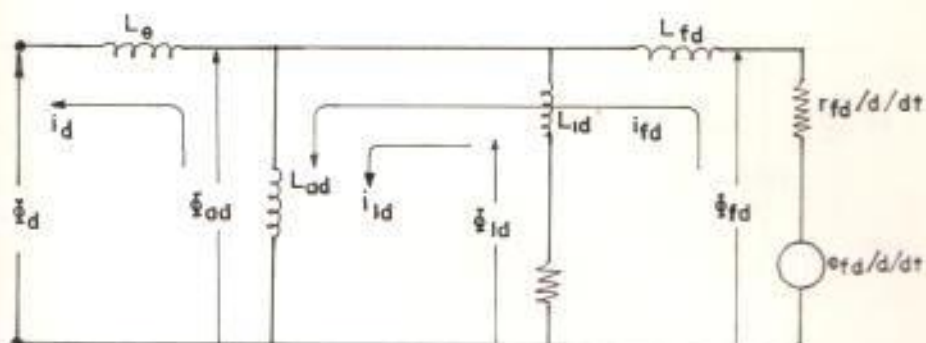
$$\begin{aligned}\bar{E}_{rd} &= \frac{R_{rd}}{d/dt} - \frac{r_{rd}}{d/dt} i_{rd} \\ \bar{E}_{1d} &= - \frac{r_{1d}}{d/dt} i_{1d}\end{aligned}\quad (5.49)$$

Para el eje en cuadratura:

$$\bar{E}_{1q} = - \frac{r_{1q}}{d/dt} i_{1q}\quad (5.50)$$

De ecuaciones (5.47), (5.48), (5.49) y (5.50), se realiza los circuitos equivalentes de enlaces de flujo Fig. # 5.15 y voltaje-corriente en fig. #

Eje directo



Eje en cuadratura

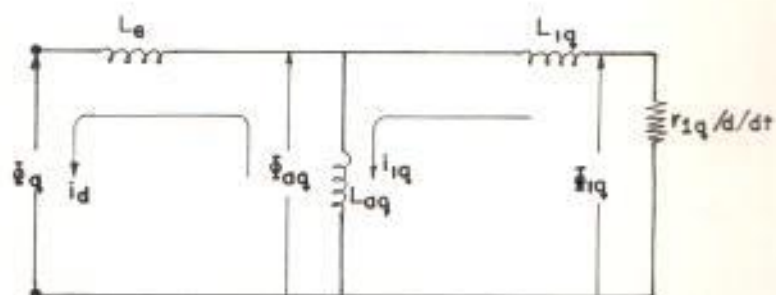
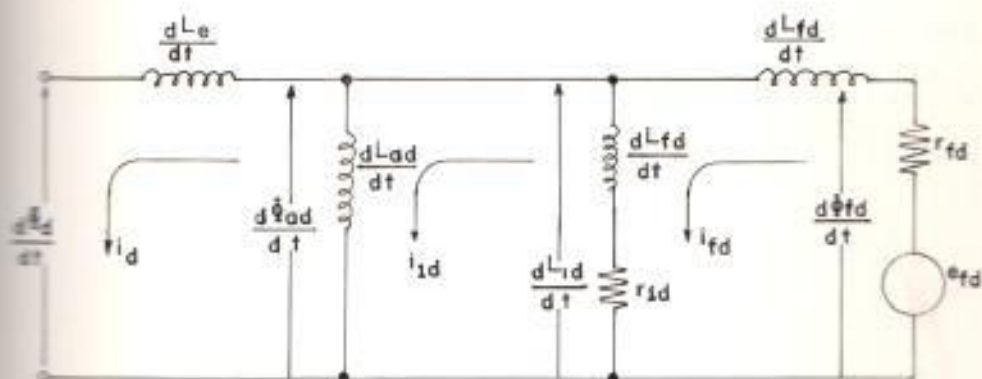


Figura 5.15

Circuitos equivalentes de enlaces de flujo modelo IV

Eje directo:



Eje en cuadratura:

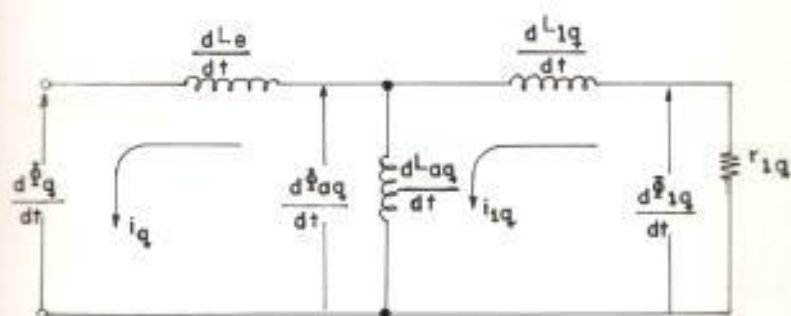


Figura 5.16

Circuito equivalentes de voltaje corriente. modelo IV



5.16.

De los circuitos equivalentes de enlaces de flujo figura (5.15) se obtiene los valores de las inductancias vista desde los terminales.

Circuito en eje directo d:

$$x''_d = - \frac{\xi_d}{i_d} = x_e + \frac{1}{1/x_{ad} + 1/x_{fd} + 1/x_{kd}}$$

$$x''_d = x_d - \frac{x_{11d} x^2_{afd} - 2x_{fid} x_{ald} x_{afd} + x_{ffd} x^2_{ald}}{x_{11d} x_{ffd} - x^2_{fid}} \quad (5.32)$$

$x''_d$  Inductancia subtransiente de eje directo.

Circuito en eje en cuadratura q:

$$x''_q = - \frac{\xi_q}{i_q} = x_e + \frac{1}{1/x_{aq} + 1/x_{1q}}$$

$$x''_q = x_q - \frac{x^2_{aq}}{x_{11q}} \quad (5.16)$$

$x''_q$  Inductancia subtransiente de eje en cuadratura.

El significado de las inductancias

subtransiente implica de que los enlaces de flujo del estator debido a una corriente de valor 1 p.u. reduce la inductancia a  $x''_d$  y  $x''_q$  durante un estado subtransiente. Esto es debido al efecto piel de las corrientes amortiguadoras.

Si los terminales del estator son repentinamente abiertos (fig 5.15), las corrientes del rotor ( $i_{fd}$ ,  $i_{1d}$ ,  $i_{1q}$ ) varían exponencialmente con las siguientes constantes de tiempo.

$$T'_{q0} = T''_{q0} = \frac{x_{1q} + x_{e0}}{r_{1q}} = \frac{x_{11q}}{r_{1q}} \quad (5.51)$$

$T'_{q0}$  = Constante de tiempo transiente de circuito abierto en el eje en cuadratura.

$T''_{q0}$  = Constante de tiempo subtransiente de circuito abierto en el eje de cuadratura q.

Las constantes de tiempo ( $T'_{q0}$ ) y ( $T''_{q0}$ ) son iguales, como se lo puede interpretar a través de la figura

(5.15).

Las constantes de tiempo del eje directo  $d$  consiste de dos partes. De fig. 5.16 la impedancia vista desde los terminales es:

$$r_{ed} + \frac{d}{dt} x_{rd} + \frac{(dx_{1d}/dt + r_{1d}) dx_{ad}/dt}{(dx_{11d}/dt + r_{1d})} = 0$$

ó

$$\frac{d^2}{dt^2} (x_{rd}x_{11d} - x_{ad}^2) + \frac{d}{dt} (r_{1d}x_{rd} + r_{ed}x_{11d}) + r_{ed}r_{1d} = 0$$

$$\left[ \frac{d}{dt} T'_{ed} + 1 \right] \left[ \frac{d}{dt} T''_{ed} + 1 \right] = 0$$

donde:

$$T'_{ed} = \frac{x_{rd}}{r_{ed}} \quad (5.37)$$

$$T''_{ed} = \frac{x_{11d} - \frac{x_{ad}^2}{x_{rd}}}{r_{1d}} \quad (5.33)$$

La corriente del rotor en eje directo tiene dos componentes exponenciales:

La que varía con constante de tiempo subtransiente de eje directo en

circuito abierto ( $T''_{do}$ ) de valor pequeño y por lo tanto decae rápidamente y la constante de tiempo transiente de eje directo en circuito abierto ( $T'_{do}$ ) de valor mayor y que decae lentamente.

Luego, después de haber alcanzado el estado estable, si los terminales del estator son repentinamente cortocircuitados, la constante de tiempo del eje en cuadratura se convierte en:

$$T'_{q} = T''_{q} = \frac{X_{1q} + \frac{X_e X_{aq}}{X_e + X_{aq}}}{r_{1q}} \quad (5.52)$$

$$T'_{q} = T''_{q} = T''_{q0} \frac{X'_{q}}{X_{q}} \quad (5.53)$$

Según (5.51), (5.52) y (5.53), observamos que las constantes de tiempo transiente son iguales a las subtransiente, ya sea en circuito abierto o en cortocircuito; para el caso de los circuitos en cuadratura.

Para el eje directo tenemos:

$$T''_d = \frac{K''_d}{K'_d} \frac{X_{11d} - \frac{K^2 + f_{1d}}{K + f_{1d}}}{r_{1d}} \quad (5.54)$$

$$T''_d = \frac{K''_d}{K'_d} T''_{d0} \quad (5.55)$$

$T''_d$  constante de tiempo subtransiente de cortocircuito en eje directo.

Las corrientes del estator y rotor varían exponencialmente con estas constantes de tiempo.

#### 5.1.4.c Discusión del Modelo.

La ventaja de este modelo es que se pueden representar los efectos de campo y los efectos de los amortiguadores con la interacción del campo y el estator.

Para máquinas de rotor cilíndrico es necesario representar dos circuitos de hierro en el eje en cuadratura a fin de asegurar la completa representación del efecto del amortiguamiento.

La desventaja de este modelo radica, en que las ecuaciones relacionadas a él requieren la mayoría de los datos de la máquina de cualquiera de los modelos.

## 5.2 SELECCION DEL MODELO ADECUADO

### 5.2.1 Modelo Escogido (Modelo IV).

Debido a que el modelo IV es el más detallado y completo, incluye los efectos del campo y los efectos de los amortiguadores en eje directo y cuadratura. Es el escogido para realizar este estudio.

Según esto, los efectos del campo son estudiados ante variaciones que ocurran en el sistema de excitación, como también los efectos de los devanados amortiguadores ante variaciones de carga a simular posteriormente en esta tesis.

### 5.2.2 Ecuaciones.

Según el modelo IV, en el cual se representa un devanado amortiguador en cada eje, el efecto del campo, e interacciones del campo con devanados amortiguadores y devanados de

armadura, junto con las asunciones mencionadas en la primera parte del capítulo se tiene las siguientes ecuaciones:

### 5.2.2.a Ecuaciones de Voltaje.

El voltaje impreso en cada bobina de una máquina síncrona idealizada representada como en figura # 3.4 son escritas en términos de las correspondientes corrientes y enlaces de flujo, llegando a un juego de ecuaciones en una base trifásica. Usando las transformaciones de Park, las cantidades fase pueden ser transformadas en las cantidades de eje directo y eje en cuadratura.

De las ecuaciones # 3.21, despreciando las cantidades de secuencia cero, los voltajes en el eje directo y eje en cuadratura son las siguientes:

- Voltajes en el eje directo.

$$\bar{e}_d = \frac{d}{dt} \bar{\Phi}_d - r i_d - \bar{\Phi}_q \bar{\omega} = e \sin \delta$$

$$\bar{e}_{fd} = \frac{d}{dt} \bar{\Phi}_{fd} + r_{fd} i_{fd}$$

$$0 = \frac{d}{dt} \bar{\psi}_{1d} + r_{1d} i_{1d} \quad (5.56)$$

- Voltajes en el eje en cuadratura.

$$\bar{e}_{2q} = \frac{d}{dt} \bar{\psi}_{2q} - r i_{2q} + \bar{\psi}_d \bar{W} = e \cos \delta$$

$$0 = \frac{d}{dt} \bar{\psi}_{1q} + r_{1q} i_{1q} \quad (5.57)$$

donde:

$\bar{W}$  = velocidad del rotor en por unidad

$$\bar{W} = 1 + \frac{d\delta}{dt}$$

### 5.2.2.b Ecuaciones de Enlaces de Flujo.

Las ecuaciones para un sistema de bobinas mutuamente acopladas y estacionarias dadas tales como en figura # 3.6 son escritas en términos de sus corrientes individuales, enlaces de flujo e inductancias.

Recordando las ecuaciones de enlaces de flujo # 3.20 dadas en valores por unidad, se tiene que:

Eje directo.

$$\bar{\psi}_d = -X_d i_d + X_{ad} i_{fd} + X_{a1d} i_{1d}$$



$$\Phi_{fd} = - X_{afd} i_d + X_{ffd} i_{fd} + X_{fid} i_{fd}$$

$$\Phi_{fd} = - X_{afd} i_d + X_{ffd} i_{fd} + X_{fid} i_{fd} \quad (5.58)$$

Eje en cuadratura:

$$\Phi_{fq} = - X_{aq} i_q + X_{fq} i_{fq}$$

$$\Phi_{fq} = - X_{aq} i_q + X_{fq} i_{fq} \quad (5.59)$$

### 5.2.2.c Matriz Impedancia - Análisis de sus Elementos.

Sustituyendo las ecuaciones de enlaces de flujo (5.58) y (5.59) en las correspondientes expresiones de voltaje (5.56) y (5.57) se llega a un juego de 5 ecuaciones, estas son dadas en forma matricial en expresión (5.60).

Los voltajes ; del devanado amortiguador de eje directo ( $e_{fd}$ ) y de eje en cuadratura ( $e_{fq}$ ), son escritos aún cuando ellos en la práctica son siempre cero.

La primera matriz del término del lado derecho, llamada; Matriz impedancia, es la mas importante en la teoría unificada de las máquinas. La primera

$$\begin{bmatrix} E_{1d} \\ E_{1q} \\ E_{2d} \\ E_{2q} \\ E_{3d} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (r_{1d} + X_{1d} s) & X_{12d} & 0 & 0 & -X_{12d} \\ X_{21d} & (r_{1d} + X_{11d}) & 0 & 0 & -X_{21d} \\ 0 & 0 & (r_{1q} + X_{11q}) & -X_{21q} & 0 \\ W X_{21d} & W X_{22d} & X_{21q} & -(r + X_q) & -W X_d \\ X_{22d} & X_{22d} & -X_{21q} W & X_q W & -(r + X_q) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{1d} \\ i_{1q} \\ i_{2d} \\ i_{2q} \\ i_d \end{bmatrix} \quad (5.60)$$

$$\begin{bmatrix} E_{1d} \\ E_{1q} \\ E_{2d} \\ E_{2q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (r_{1d} + X_{1d} s) & 0 & 0 & -X_{21d} \\ 0 & (r_{1q} + X_{11q}) & -X_{21q} & 0 \\ W X_{21d} & X_{21q} & -(r + X_q) & -W X_d \\ X_{22d} & -X_{21q} W & X_q W & -(r + X_q) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{1d} \\ i_{1q} \\ i_{2d} \\ i_{2q} \end{bmatrix} \quad (5.61)$$

Se sobreescribiendo el devanado amortiguador del eje directo por términos semejantes a los del campo (fd)

y la segunda fila de dicha matriz son similares, por lo tanto, para mejor visualización de la analogía de las reactancias, puede suprimirse la fila que corresponde al devanado amortiguador en eje directo.

La nueva matriz tiene la forma dada en (5.61), y en el cual se observa que los términos de voltajes inducidos son de dos tipos:

- Primero, los términos derivativos ( $d/dt$ ) que proporcionan los voltajes dependientes de la razón de cambio de la corriente, estos son independientes de la rotación y se llaman voltajes transformadores.

- Segundo, los voltajes generadores, llamados así porque dependen de la rotación y no de los cambios de corriente, estos términos aparecen solamente en las filas de los voltajes de estator del eje directo y en cuadratura ( $e_d, e_q$ ).

Sobre la diagonal principal (izquierda a derecha) se encuentran los términos

de resistencias y autoinductancias de la máquina síncrona.

Sobre la diagonal transversal (derecha a izquierda) se encuentran los términos de inductancias mutuas de la máquina síncrona.

Es de notar que los voltajes generadores inducidos en un eje son producidos por corrientes dadas en el otro eje, así por ejemplo

$\bar{W} \times_{afq} i_{fd}$  es el voltaje inducido en el eje de cuadratura  $e_q$  debido a la corriente en el devanado de campo en el eje directo.

Según lo anterior mencionado las ecuaciones (5.56) y (5.57) de voltaje de eje directo y eje en cuadratura, los cuales son:

$$e_d = \frac{d}{dt} \Phi_d - r i_d - \Phi_q \bar{W}$$

$$e_q = \frac{d}{dt} \Phi_q - r i_q + \Phi_d \bar{W}$$

resultan ser la suma de los voltajes

transformadores  $\frac{d}{dt} [\bar{\Phi}_a]$ ,  $\frac{d}{dt} [\bar{\Phi}_d]$ , voltajes generadores  $\bar{\Phi}_a$  W y  $\bar{\Phi}_d$  W y de la caída de voltaje debido a la resistencia armadura.

Los voltajes transformadores y generadores inducidos son producidos por las componentes de enlaces de flujos magnetizantes en eje directo  $\bar{\Phi}_{md}$  y en eje en cuadratura  $\bar{\Phi}_{mq}$  (1), y son dependientes de la posición angular.

Así por ejemplo, según figura # 3.4, el voltaje inducido por los flujos magnetizantes de eje directo ( $\bar{\Phi}_{md}$ ) y del eje en cuadratura ( $\bar{\Phi}_{mq}$ ) es:

$$e_a = \frac{d}{dt} (\bar{\Phi}_{md} \cos \theta) - \frac{d}{dt} (\bar{\Phi}_{mq} \sin \theta)$$

Si se incluye, la inductancia de pérdida de la armadura ( $l_a$ ), en la ecuación anterior, se tiene:

$$e_a = \frac{d}{dt} [(\bar{\Phi}_{md} + l_a i_d) \cos \theta - (\bar{\Phi}_{mq} + l_a i_q) \sin \theta]$$

Ya que:

$$\bar{\Phi}_d = \bar{\Phi}_{md} + l_a i_d$$

$$\bar{\lambda}_a = \bar{\lambda}_{m a} + l_a i_a$$

El voltaje inducido en la fase A, resulta:

$$e_a = \frac{d}{dt} (\bar{\lambda}_d \cos \theta - \bar{\lambda}_q \sin \theta)$$

Derivando y reagrupando términos comunes se obtiene:

$$e_a = \cos \theta \left( \frac{d}{dt} \bar{\lambda}_d - \bar{\lambda}_q \omega \right) - \sin \theta \left( \frac{d}{dt} \bar{\lambda}_q + \bar{\lambda}_d \omega \right)$$

luego:

$$e_d = \frac{d}{dt} \bar{\lambda}_d - \bar{\lambda}_q \omega$$

$$e_q = \frac{d}{dt} \bar{\lambda}_q + \bar{\lambda}_d \omega$$

Recordando las figuras (3.2) y (3.3) se tiene que el eje de referencia A es un eje de referencia estacionario, el eje de barra de referencia es un eje que gira a la velocidad sincrónica llamándose por esto un eje de referencia sincrónico, y el eje d es un eje de referencia del rotor.

En esta tesis todas las variables rotan con el eje de referencia rotacional

síncrono respecto al eje de referencia del rotor. Esto es, la referencia no es estacionaria, sino más bien giratoria con una velocidad igual a la sincrónica, o en otras palabras, el eje de referencia estacionario se convierte en un eje de referencia síncrono.

Así, en figura # 3.1 el eje de referencia síncrono es el de la fase A, el cual está desplazado del rotor (eje directo) por un ángulo  $(\theta)$ .

Considerando las variables del sistema respecto al eje de referencia estacionario estas variarán según la frecuencia del sistema en estado estable. Mientras considerando las variables del sistema con respecto al eje de referencia síncrono estas variarán de acuerdo a la frecuencia de deslizamiento en el modo asíncrono; pero en estado estable, esto es, cuando el eje de referencia del rotor y del estator llegan a tener la misma velocidad sincrónica, las variables del sistema serán constantes.

Se puede concluir que en las ecuaciones de voltaje de Park en eje directo ( $e_d$ ) y en eje en cuadratura ( $e_q$ ), en estado estable, no aparecen los términos de voltajes transformadores, pero si los voltajes generadores en la que estos tienen un valor constante.

Durante un estado transiente, en las ecuaciones de voltaje del estator aparecen los términos de voltaje transformadores así como los voltajes generadores. Anular a ellos significaría desprestigiar los transientes eléctricos del estator. El detalle de la anulación de estos términos se revisa durante la simulación analógica-digital en capítulo # 6.

#### 5.2.2.d Torque Eléctrico y Torque Mecánico.

Recordando de sección (3.3), la expresión deducida del torque eléctrico  $T_e$  en valores reales (ecuación # 3.26) es:

$$T_e = \frac{3}{2} (i_q \tilde{x}_d - i_d \tilde{x}_q) \text{ W seg/rad.}$$



El valor de esta última expresión en por unidad es obtenida de apéndice A; expresión (A-22):

$$\bar{T}_w = (\bar{i}_\alpha \bar{\Phi}_\sigma - \bar{i}_\sigma \bar{\Phi}_\alpha) \quad (5.62)$$

La contribución del torque mecánico, ya sea para una turbina hidráulica o vapor es deducida en capítulo # 2, sus funciones son dadas como:

Torque Mecánico para una Turbina Hidráulica  $T_m$  en por unidad:

$$\bar{T}_m = \frac{(1 - T_{ws})}{(1 + 0.5 T_{ws})} z + a_w \frac{d\delta}{dt} \quad (2.51)$$

Donde la primera parte del término del lado derecho es la contribución del agua ante un desplazamiento del servomotor ( $z$ ), se podría concluir de que ésta es la que representa el torque mecánico, pero existe un efecto de realimentación de la velocidad en las centrales hidroeléctricas dada por  $a_w \frac{d\delta}{dt}$

Torque Mecánico para una Turbina de Vapor  $T_m$  en por unidad:

$$\bar{T}_m = \frac{K_G (1 + f T_r d/dt)}{(1 + T_G d/dt)(1 + T_r d/dt)} n_2 \quad (2.63)$$

La ecuación (2.63) define a la contribución del torque mecánico ( $T_m$ ) ante un desplazamiento del servomotor ( $n_2$ ) para el caso de una turbina de vapor con recalentador.

### 5.2.3 Ecuaciones Simplificadas - Impedancias Operacionales.

#### 5.2.3.a Ecuaciones Simplificadas.

El flujo en el eje directo puede establecerse en función de la corriente en el devanado de eje directo y del voltaje de campo, con el fin de facilitar el cálculo, para esto, las expresiones de corriente de campo y corrientes amortiguadoras quedan expresadas en forma de impedancias operacionales.

Para el eje directo:

$$\Phi_d(d/dt) = G(d/dt) e_{fd} - x_d(d/dt) i_d \quad (5.63)$$

donde:

$G(d/dt)$ ,  $x_d(d/dt)$  son impedancias operacionales

De igual manera para el eje en cuadratura, pero debido a la ausencia del devanado de campo en el eje en cuadratura  $q$ , el flujo en el eje de cuadratura está sólo en función de la corriente en el devanado de cuadratura.

Para eje en cuadratura:

$$\dot{\lambda}_q \left[ \frac{d}{dt} \right] = - x_q \left[ \frac{d}{dt} \right] i_q \quad (5.64)$$

donde:

$x_q(d/dt)$  es la impedancia operacional.

### 5.2.3.b Las impedancias operacionales $x_d(d/dt)$ , $x_q(d/dt)$ , $G(d/dt)$ .

Los valores de las impedancias operacionales; son dadas a continuación:

$$\dot{\lambda}_d(d/dt) = \frac{d(x_{11d} x_{22d} - x_{12d} x_{21d})/dt + x_{22d} r_{1d}}{A(d/dt)} \quad (5.65)$$

$$x_d(d/dt) = x_d - \frac{d^2(x_{11d} x_{22d} - 2 x_{12d} x_{21d} x_{22d})}{A(d/dt)} + \frac{x_{22d} x_{21d}^2/dt^2 + d(x_{22d} r_{1d} + x_{21d}^2 r_{2d})/dt}{A(d/dt)} \quad (5.66)$$

donde:

$$A(d/dt) = \frac{d^2}{dt^2} (x_{11d} x_{22d} - x_{12d}^2) + \frac{d}{dt} (x_{11d} r_{2d} + x_{22d} r_{1d}) + r_{1d} r_{2d}$$

$G(d/dt)$  = Un operador el cual relaciona el voltaje de campo con la corriente de armadura y enlace en eje directo.

$X_d(d/dt)$  = Impedancia operacional del circuito del eje directo calculada por la corriente resultante de una función de cambio unitario de enlace de flujo terminal en el eje directo.

$$x_q(d/dt) = x_q - \frac{d^2(x_{21d})/dt^2}{dx_{11d}/dt + r_{1d}} \quad (5.67)$$

$X_q(d/dt)$  = Impedancia operacional del cir-

cuito de eje de cuadratura, incluye a la expresión para la corriente amortiguadora en el eje en cuadratura.

Una vez calculada las formas operacionales  $x_d(d/dt)$ ,  $x_q(d/dt)$  y  $G(d/dt)$  es muy simple obtener las reactancias subtransientes de la máquina. Para el caso de las reactancias subtransientes, los operadores  $x_d(d/dt)$  y  $x_q(d/dt)$  que representan las reactancias de eje directo y eje en cuadratura respectivamente, los valores subtransientes se obtienen haciendo aquellos  $t=0$ .

Según lo anterior las ecuaciones (5.66) y (5.67) se reducen a:

$$x''_d = x_d(\infty) = x_d - \frac{x_{11d} x^2_{afd} - 2x_{11d} x_{ald} x_{afd} + x_{afd} x_{ffd} x^2_{ald}}{x_{11d} x_{ffd} - x^2_{11d}}$$

$$x''_q = x_q(\infty) = x_q - \frac{x^2_{a1q}}{x_{11q}}$$

La reactancia transiente del eje directo puede ser considerada como el valor

de la impedancia operacional del eje directo en el instante  $t=0$  cuando no hay circuito en el eje directo, solamente el campo principal.

Según esto tenemos que la autoinductancia del devanado amortiguador del eje directo es infinito en ecuación # (5.66).

$$X'_{d} = X_{d} - \frac{X'_{ad}}{K_{fd}}$$

Para el circuito en eje en cuadratura, ya que no existe devanado de campo en él y además la autoinductancia del devanado amortiguador del eje en cuadratura es infinito:

$$X'_{q} = X'_{q}$$

## MODELO DE CARGA: LA BARRA INFINITA

La figura # 5.17 demuestra un generador conectado a través de una línea de transmisión  $R_L + jX_L$  a una barra infinita.

Debido a que en este estudio se necesita simular una

perturbación en la carga (un incremento por ejemplo) y observar el efecto de los reguladores, resulta

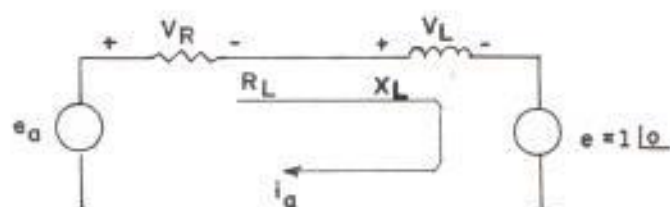


Figura # 5.17

Generador conectado a una barra infinita

más factible simularla a través de variaciones de  $R_L$  y  $X_L$  a un factor de potencia dado en la práctica en la línea de transmisión, esto es, considerando la línea de transmisión como carga y además que el voltaje de la barra infinita sea igual a cero, como se demuestra en nuestra figura # 5.18.

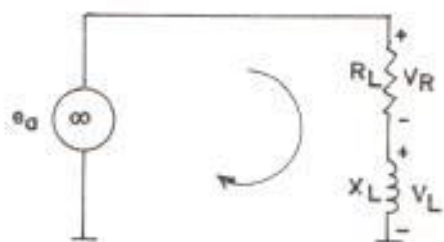


Figura # 5.18

Generador conectado a una carga Resistiva-Inductiva

La ecuación de voltaje para el circuito, de la figura # 5.18, es :

$$e_a = R_L i_a + L_L \frac{di_a}{dt} \quad (V)$$

Que en forma matricial para las fases adicionales b, c es:

$$\begin{bmatrix} e_a \\ e_b \\ e_c \end{bmatrix} = R_L [IV] \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + L_L [IV] \begin{bmatrix} \frac{di_a}{dt} \\ \frac{di_b}{dt} \\ \frac{di_c}{dt} \end{bmatrix} \quad (5.68)$$

donde [IV] es la matriz unidad definida como:

$$[IV] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Las ecuaciones de la carga deben de ser expresadas de acuerdo a la misma referencia de dos ejes, como las cantidades de la armadura del generador, es decir, en términos de las variables del eje directo y del eje en cuadratura. Para llevar esto a cabo, se necesita multiplicar la ecuación (5.68) por la transformada de



Park [T] dada en capítulo # 3, resultando:

$$[T][e_{abc}] = R_L[V][T][i_{abc}] + L_L[V][T][di_{abc}/dt] \quad (5.69)$$

donde  $[e_{abc}]$ ,  $[i_{abc}]$ ,  $[di_{abc}/dt]$  son las matrices respectivas de ecuación # 5.68.

- De ecuación (3.16):

$$[e_{dqq}] = [T][e_{abc}]$$

- De ecuación (3.11):

$$[i_{dqq}] = [T][i_{abc}]$$

Derivando la última expresión resulta:

$$\left[ \frac{di_{dqq}}{dt} \right] = [T] \left[ \frac{di_{abc}}{dt} \right] + \left[ \frac{dT}{dt} \right] [i_{abc}]$$

Luego de reordenar términos se obtiene:

$$[T][di_{abc}/dt] = [di_{dqq}/dt] - [dT/dt][i_{abc}]$$

Reemplazando (3.12) en la última expresión se obtiene

$$[i_{abc}] = [T]^{-1}[i_{dqq}] \quad (3.12)$$

Luego:

$$[T] \left[ \frac{di_{abc}}{dt} \right] = \left[ \frac{di_{dqq}}{dt} \right] - \left[ \frac{dT}{dt} \right] [T]^{-1} [i_{dqq}]$$

El segundo término del lado derecho es dado como:

$$[dT/dt][T]^{-1}[i_{abc}] = W \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}$$

$$[dT/dt][T]^{-1}[i_{abc}] = \begin{bmatrix} -W i_a \\ W i_b \\ 0 \end{bmatrix}$$

Si la última expresión es introducida en (5.70) resulta:

$$[T][di_{abc}/dt] = [di_{abc}/dt] - [W i] \quad (5.71)$$

donde:

$$[W i] = \begin{bmatrix} -W i_a \\ W i_b \\ 0 \end{bmatrix}$$

Las expresiones (3.16), (3.11) y (5.71) son reemplazadas en expresión (5.69) para obtener:

$$[V] = R_L [V][i_{abc}] + L_L [V][di_{abc}/dt] - L_L [V][W i] \quad (V) \quad (5.72)$$

Debido a que sólo se consideran condiciones trifásicas balanceadas, se representa solamente las expresiones del eje directo y eje en cuadratura de la expresión (5.72), las cuales son:

$$e_d = R_L i_d + L_L \left[ \frac{di_d}{dt} \right] + L_L \bar{w} i_q \quad (V)$$

$$e_q = R_L i_q + L_L \left[ \frac{di_q}{dt} \right] - L_L w i_d \quad (V)$$

De las dos ecuaciones anteriores; de voltaje en eje directo y eje en cuadratura, se obtiene las ecuaciones de corrientes del eje directo y eje en cuadratura, que expresadas en por unidad son:

$$i_d = -\frac{1}{L_L} \int_0^t [e_d - R_L i_d - \bar{w} L_L i_q] dt + i_d(0) \text{ p.u.} \quad (5.73)$$

$$i_q = -\frac{1}{L_L} \int_0^t [e_q - R_L i_q + \bar{w} L_L i_d] dt + i_q(0) \text{ p.u.} \quad (5.74)$$

## CAPITULO VI

## EL FENOMENO DE LA SINCRONIZACION

## 6.1 ANALISIS Y FORMULACION DEL FENOMENO DE SINCRONIZACION

## 6.1.1 Análisis del Problema y sus Métodos de Solución

Para una máquina representada en el diagrama idealizado por  $n$  bobinas, existen  $n$  ecuaciones de voltaje, para el caso de esta Tesis; como lo muestra figura A-1, y una ecuación de torque. El tiempo  $t$  es la variable independiente, mientras que, las variables dependientes son las  $n$  corrientes y la velocidad. Si los  $n$  voltajes aplicados y el torque aplicado son conocidos, estas ( $n+1$ ) ecuaciones son suficientes para determinar las  $n$  corrientes y la velocidad, quedando de esta manera el desarrollo de la máquina completamente determinado.

En el caso general, las ecuaciones que contienen términos en productos, relacionando la velocidad y las corrientes, son ecuaciones diferenciales, no lineales.

La siguiente tabla muestra el grado de complejidad para el estudio a seguir en esta tesis.

TABLA # 6.1

MÉTODOS DE SOLUCION EN MAQUINAS SINCRONAS

CONDICION	ECUACION	METODO DE SOLUCION	SOLUCION
	Velocidad una función conocida de t. Solamente ecuaciones de Voltaje.		
Transiente	Ecuaciones diferenciales lineales con coeficientes variables.	Cálculos paso a paso. Computador.	Funciones del tiempo.
	Velocidad desconocida. Ecuaciones de Voltaje y Torque.		
Transiente	Ecuaciones diferenciales no lineales.	Cálculo paso a paso. Computador.	Funciones del tiempo.
	Velocidad desconocida. Ecuaciones de Voltaje y Torque.		
Pequeños Cambios.	Ecuaciones diferenciales lineales con coeficientes constantes.	Métodos Operacionales.	Funciones del tiempo.
	Velocidad desconocida. Ecuaciones de Voltaje y Torque.		
Pequeñas Oscilaciones	Ecuaciones algebraicas complejas.	Analizador de Redes. Diagrama Vectorial. Algebra Compleja.	Números Complejos.

Aunque, es la segunda condición la que prevalece en el estudio de esta tesis, se puede llegar a las otras condiciones, asumiendo ciertas restricciones tales como: velocidad constante y torque constante.

- Condición No. 1

Si la velocidad varia, pero es una función conocida del tiempo, es posible resolver las ecuaciones de voltaje separadamente; pero los coeficientes que dependen de la velocidad, no son constantes. Las ecuaciones son ecuaciones lineales con coeficientes variables, para las cuales, los métodos operacionales no se aplican.

Solamente soluciones numéricas son posibles, ya sea por cálculos directos o con la ayuda de un computador. Una vez que las corrientes son determinadas el torque eléctrico es encontrado. Si el torque aplicado es el requerido, el término inercia debe ser añadido.

-Condición No. 2

Problema más dificultoso, para el cual, la

velocidad es una variable desconocida, las ecuaciones que contienen productos de términos relacionando la velocidad con corrientes o enlaces de flujo, son ecuaciones diferenciales, no lineales. Esta condición cubre el tipo más general del problema transiente, para los cuales, todas las  $(n+1)$  ecuaciones deben ser manejadas juntas por un método numérico.

- Condición No. 3 y No. 4.

Manera más simple para pequeñas variaciones a una condición estable dada, las ecuaciones diferenciales no lineales de voltaje y torque; pueden en una aproximación convertirse en lineales. Cuando las variaciones, toman la forma de oscilaciones sinusoidales conocidas a una frecuencia, ellas son reducidas a ecuaciones algebraicas complejas (1).

La condición a la cual se ajusta esta tesis, es la No. 2; ya que, la velocidad es desconocida en el período transiente y durante un incremento de carga. Además, el producto de la velocidad por las corrientes, en la simulación de la

carga: ecuaciones (5.75), (5.76) y de la velocidad por los enlaces de flujo, en la simulación de la máquina: ecuaciones (5.56), (5.57), hacen que las ecuaciones sean diferenciales no lineales de segundo orden.

El programa utilizado es el CSMP (24), el cual es un programa que simula sistemas dinámicos continuos, el método numérico que desarrolla, es el de integración de RUNGE-KUTTA de segundo orden. Hay que tener en cuenta en esta tesis, que dependiendo de la función de transferencia, mientras más suave es la forma de la curva de salida, más grande es el intervalo de integración, para cualquier señal de entrada dada. Lo anteriormente mencionado, es debido a que para estos casos, se requiere de menos exactitud, que para aquellos, donde la señal de salida es muy oscilante.

Una vez definido el problema y la herramienta desarrollada, se menciona a continuación la metodología a seguir:

Para estudiar la dinámica de la máquina en la etapa de sincronización, es necesario simular los cuatro modelos básicos ilustrados en



figuras # 6.1 y # 6.2, los cuales son: el modelo del generador, el modelo del sistema de excitación, el modelo del sistema de gobernador y el modelo de la carga. Las simulaciones son: para el caso de turbinas hidráulicas, turbinas a vapor y para un sistema de excitación de tiristores tipo # 3, definidas todas en capítulo # 2.

Ya que el generador en estudio, no está conectado en paralelo a un sistema con generadores, sino más bien, conectado a una carga, no se sigue las condiciones que hay que llevar a cabo, para la sincronización de generadores en paralelo. Las únicas condiciones para conectar la carga son, por lo tanto, las condiciones nominales de la máquina, es decir: velocidad y voltajes nominales.

La máquina es llevada desde voltaje terminal cero hasta 1 por unidad, por medio de la autoexcitación; esto se aleja un poco de la práctica, ya que, en un sistema similar como es el de Paulte, se inyecta un voltaje por medio de diodos de potencia, desde cero hasta el 10% de voltaje terminal, de esta manera ayudando al remanente de la máquina, luego los diodos con-

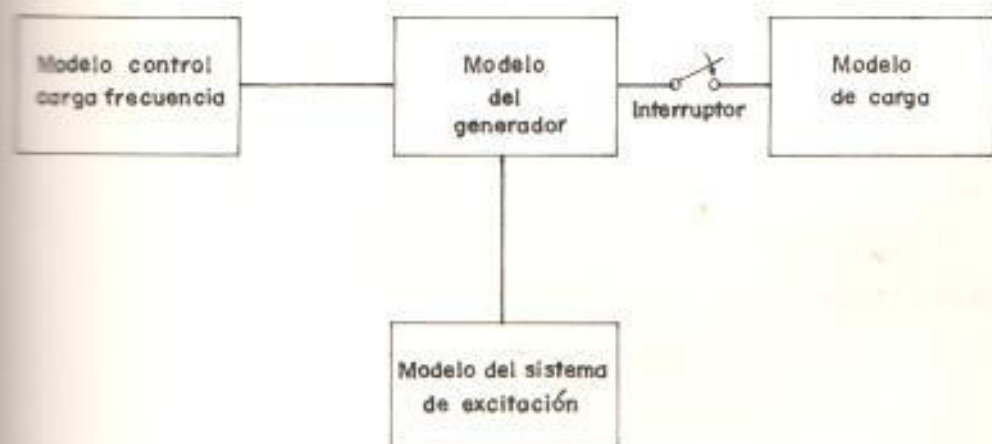


Figura 6.1

Modelo de simulación de sincronización de generador síncrono

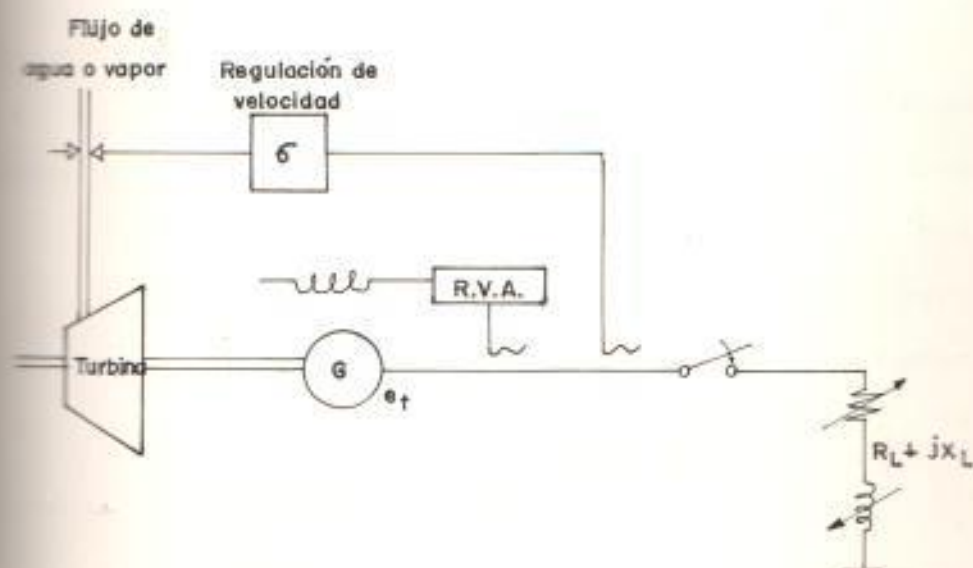


Figura 6.2

Representación esquemática del generador a simular

mutan a los tiristores, los cuales, llevan el voltaje terminal, desde el 10% hasta el 100% o 1 por unidad.

Se puede llevar a cabo la simulación de lo anteriormente dicho, refiriéndonos a la figura # 2.29, proporcionando un valor inicial de  $E_{rd}$ , simulando el primer pulso D.C. de los diodos referidos anteriormente. Pero, a fin de evaluar la estabilidad de las funciones de transferencias del sistema de excitación, nosotros despreciamos la operación de los limitadores, dándoles valores grandes y además, haciendo que el valor inicial de  $E_{rd}$  sea igual a cero.

La velocidad de la máquina en la simulación, desde el proceso de arranque a condiciones nominales sin carga, esto es, antes del cierre del interruptor, permanece en 1 por unidad debido a que en el sistema de gobernador, el

deslizamiento de referencia  $\left[ \frac{d\delta_r}{dt} \right]$ , es el de

estado estable  $\left[ \frac{d\delta_r}{dt} \right]$  y ya que, el torque

eléctrico a simular es el electromagnético, (no se incluye el debido a las producidas por

pérdidas), luego, la demanda del torque mecánico es nula antes del cierre del interruptor, por lo tanto, la sumatoria de torques es cero y, el deslizamiento real es también cero.

Una función escalón de valor unitario para un tiempo de cierre ( $t_{ca}$ ), cualquiera que se seleccione, simula el cierre del interruptor en la simulación analógica-digital del CSMP.

Las variaciones de las variables ocurren con la aplicación de la carga, cuando ésta se aplique y se la incremente en pasos. La carga a simular está en función de: la resistencia, inductancia y factor de potencia, aplicada en cuatro pasos de función escalón; los valores de éstas son dados de tres formas, las cuales se mencionan a continuación:

- 1) Variación de potencia aparente desde 0.1 a 0.4 por unidad.
- 2) Variación de potencia aparente desde 0.25 a 1.0 por unidad.
- 3) Variación de potencia aparente desde 0.25 - 0.25 - 0.20, esto es hasta alcanzar el 0.7 por unidad, luego incrementos de 1.5%, 3%,

5% y 10% del valor de 0.7 por unidad.

Estas variaciones son dadas a un factor de potencia, conforme con lo que se da en la práctica de 0.86 a 0.96. Los tiempos de aplicación de cada paso de carga, están en función del tiempo de estabilización del anterior desajuste o variación de carga.

#### 6.1.2 Ecuaciones para la Simulación - Determinación de las Variables.

##### ECUACIONES PARA LA SIMULACION

Las ecuaciones:

$$e_d = e \sin \delta = \frac{d}{dt} \phi_d - r i_d - \phi_q \bar{w} \quad (5.56)$$

$$e_q = e \cos \delta = \frac{d}{dt} \phi_q - r i_q + \phi_d \bar{w} \quad (5.57)$$

$$T_e = i_q \phi_d - i_d \phi_q \quad (5.62)$$

$$T_m - T_e = M_d \frac{d^2 \delta}{dt^2} \quad (2.46)$$

$$\phi_d = G(d/dt) e_{r_d} - \chi_d(d/dt) i_d \quad (5.63)$$

$$\phi_q = -\chi_q(d/dt) i_q \quad (5.64)$$

$$W = 1 + \frac{d\delta}{dt} \quad (3.5)$$

Forman un modelo matemático de la máquina síncrona como generador.

El problema de operación asíncrona y resincronización es estudiado por la solución simultánea de estas ecuaciones. Para una fácil representación digital - analógica las ecuaciones (5.63), (5.64), necesitan ser ligeramente modificadas, tomando como referencia al trabajo de SHOULTS (26).

Por adecuadas manipulaciones, la ecuación (5.63) fue modificada para obtener:

$$\dot{\delta}_d = -x_d i_d + \delta_{d1} + \delta_{d2} \quad (6.1)$$

donde:

$$\delta_{d1} = x_d A_{d1} i_d - \alpha_{d1} \int (\delta_{d1} - x_d B_{d1} e_{fd}) dt \quad (6.2)$$

$$\delta_{d2} = x_d A_{d2} i_d - \alpha_{d2} \int (\delta_{d2} - x_d B_{d2} e_{fd}) dt \quad (6.3)$$

De igual manera la ecuación (5.64) fue modificada a fin de obtener:

$$\dot{\delta}_q = -x_q i_q - \alpha_{q1} \int \delta_q dt - \alpha_{q1} x_q \int i_q dt \quad (6.4)$$

Donde los valores de las constantes:  $\alpha_{d1}$ ,  $\alpha_{d2}$ ,  $A_{d1}$ ,  $A_{d2}$ ,  $B_{d1}$ ,  $B_{d2}$ , son dadas a continuación:

$$\alpha_{d1} = \frac{X_{ndrfd} + X_{ffd}r_{fd} + \sqrt{X_{nd}^2 r_{fd}^2 + X_{fd}^2 r_{fd}^2 - 2X_{ndrfd}X_{ffd}r_{fd} + 4X_{fd}^2 r_{fd}^2}}{2(X_{nd}X_{ffd} - X_{fd}^2)} \quad (6.5)$$

$$\alpha_{d2} = \frac{X_{ndrfd} + X_{ffd}r_{fd} + \sqrt{X_{nd}^2 r_{fd}^2 + X_{fd}^2 r_{fd}^2 - 2X_{ndrfd}X_{ffd}r_{fd} + 4X_{fd}^2 r_{fd}^2}}{2(X_{nd}X_{ffd} - X_{fd}^2)} \quad (6.6)$$

$$A_{d1} = \frac{\alpha_{d1}(X_d - X_{fd}^2)}{X_d(\alpha_{d1} - \alpha_{d2})} - \frac{(X_{nd}r_{fd} + X_{fd}r_{fd})}{X_d(\alpha_{d1} - \alpha_{d2})(X_{nd}X_{ffd} - X_{fd}^2)} \quad (6.7)$$

$$A_{d2} = \frac{(X_{nd}r_{fd} + X_{fd}r_{fd})}{X_d(\alpha_{d1} - \alpha_{d2})(X_{nd}X_{ffd} - X_{fd}^2)} - \frac{\alpha_{d2}(X_d - X_{fd}^2)}{X_d(\alpha_{d1} - \alpha_{d2})} \quad (6.8)$$

$$B_{d1} = \frac{1}{\alpha_{d1}} \cdot \frac{\alpha_{d1}(X_{nd}X_{fd} - X_{fd}X_{nd}) - X_{fd}r_{fd}}{X_d(\alpha_{d1} - \alpha_{d2})(X_{nd}X_{ffd} - X_{fd}^2)} \quad (6.9)$$

$$B_{d2} = \frac{1}{\alpha_{d2}} \cdot \frac{X_{fd}r_{fd} - \alpha_{d2}(X_{nd}X_{fd} - X_{fd}X_{nd})}{X_d(\alpha_{d1} - \alpha_{d2})(X_{nd}X_{ffd} - X_{fd}^2)} \quad (6.10)$$

$$\alpha_{q1} = \frac{r_{1q}}{X_{11q}} \quad (6.11)$$

La acción de equipo auxiliar, tales como: sistema de gobernador y el sistema de excitación, son simulados por los modelos ya descritos en capítulos anteriores, en conjunto con el modelo matemático de la máquina síncrona. Además, es

posible estudiar, sin ninguna dificultad especial, los efectos de varios modos de operación, para una amplia variación de los parámetros de la máquina y/o carga.

#### DETERMINACION DE LAS VARIABLES

Según la sección anterior, las ecuaciones que resumen la simulación de la máquina sincrónica son:

- Ecuaciones de enlaces de flujo.

EJE directo:

$$\dot{\delta}_d = -\kappa_d i_d + \dot{\delta}_{d1} + \dot{\delta}_{d2} \quad (6.1)$$

$$\dot{\delta}_{d1} = \kappa_d A_{d1} i_d - \alpha_{d1} \int (\dot{\delta}_{d1} - \kappa_d B_{d1} e_{fd}) dt \quad (6.2)$$

$$\dot{\delta}_{d2} = \kappa_d A_{d2} i_d - \alpha_{d2} \int (\dot{\delta}_{d2} - \kappa_d B_{d2} e_{fd}) dt \quad (6.3)$$

EJE en cuadratura

$$\dot{\delta}_q = -\kappa_q i_q - \alpha_{q1} \int \dot{\delta}_q dt - \alpha_{q2} \kappa_q \int i_q dt \quad (6.4)$$

- Ecuaciones de voltaje,

EJE directo:

$$e_d = e \sin \delta = \frac{d}{dt} \delta_d - r i_d - \dot{\delta}_q \bar{w} \quad (5.56)$$



EJE en cuadratura:

$$e_q = e \cos \delta = \frac{d}{dt} \Phi_q - r i_q + \Phi_d \bar{\omega} \quad (5.57)$$

- Ecuación de Torque Eléctrico:

$$T_e = i_q \Phi_d - i_d \Phi_q \quad (5.62)$$

- Ecuación de oscilación:

$$T_m - T_e = M_d \frac{d^2 \delta}{dt^2} \quad (2.46)$$

- Ecuación de velocidad:

$$\bar{\omega} = 1 + \frac{d\delta}{dt} \quad (3.5)$$

La figura # 6.3 junto con las ecuaciones anteriormente anotadas, describe el modelo de generador síncrono. Es de interés anotar, que la cantidad que se encuentra fuera del bloque en cada ecuación, corresponde a una variable dependiente en el desarrollo del generador síncrono real, esto es, en los sistemas de ecuaciones de enlaces de flujo: eje directo (6.1) (6.2), (6.3) y eje en cuadratura (6.4); las variables  $\Phi_d$  y  $\Phi_q$  son las variables dependientes. Además, todas las variables excepto  $\Phi_d$  y  $\Phi_q$ , son impulsadas por unidades integradoras y sumadores; las variables impulsadas son las variables independientes, que para el caso

del del sistema de enlaces de flujo:  $e_d, i_d, i_q$ , definen las variables independientes.

En las ecuaciones de voltaje eje directo (5.56) y eje en cuadratura (5.57) las variables dependientes son  $e_d$  y  $e_q$  asumiendo que  $\dot{\Phi}_d$  y  $\dot{\Phi}_q$  han sido ya obtenidas anteriormente.

De las ecuaciones de carga dadas en el capítulo # 5:

Para el eje directo:

$$i_d = \frac{1}{L_L} \int \left[ -R_L i_d - \bar{W} L_L i_d + e_d \right] dt + i_d(0) \quad (5.73)$$

Para el eje en cuadratura:

$$i_q = \frac{1}{L_L} \int \left[ -R_L i_q - \bar{W} L_L i_q + e_q \right] dt + i_q(0) \quad (5.74)$$

Se obtiene la representación total del diagrama de bloques del generador y su carga dado finalmente, en figura # 6.3, mencionada anteriormente.

Las ecuaciones de carga (5.73) y (5.74), definen a las corrientes  $i_d$  e  $i_q$ , como las variables dependientes impulsadas por la

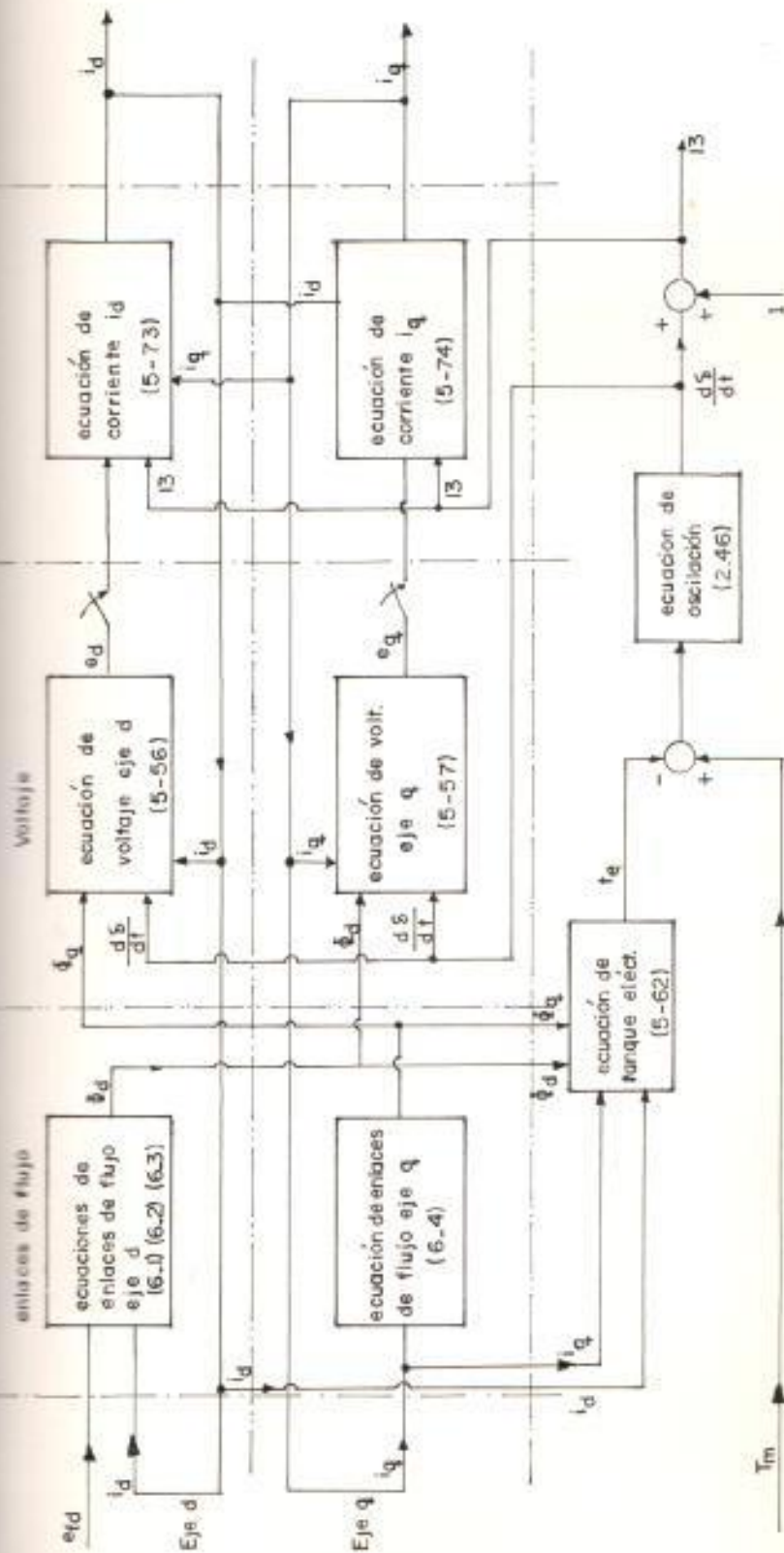


Figura 6.3

Diagrama de bloques de las ecuaciones de simulación

variable velocidad y por las variables  $e_d$  y  $e_q$ , (cuando el interruptor está cerrado) producidas en los sistemas de ecuaciones anteriores (5.56) y (5.57). Los valores de las corrientes  $i_d$ ,  $i_q$  así obtenidas, son las variables independientes, que realimentan a los bloques que definen a las ecuaciones de flujo y de voltaje.

De esta manera, de las cantidades determinadas por las ecuaciones precedentes, se obtienen primeramente los enlaces de flujo de armaduras del eje directo y del eje en cuadratura  $\psi_d$ ,  $\psi_q$ , ( $\delta_d, \delta_q$ ) y finalmente las corrientes  $i_d$ ,  $i_q$ ; las cuales son usadas en ecuación (5.62), para determinar el torque eléctrico.

### 6.1.3 Condiciones Iniciales Presentes y Constantes de la Máquina.

#### CONDICIONES INICIALES PRESENTES.

Como se ha definido en sección 6.1.1, se requiere sólo de las condiciones nominales de la máquina, esto es, voltaje y velocidad nominal, para sincronizar la máquina a su carga.

El sistema de excitación provee el voltaje de

referencia, al cual, el voltaje terminal de la máquina, trata de establecerse bajo cualquier perturbación. El voltaje de referencia es dado para la condición de vacío, esto es:

$$e_{ref} = 1 \text{ p.u.}$$

En el sistema regulador de velocidad, la señal a controlar es el deslizamiento, y por lo tanto, indirectamente la velocidad. Esto es debido a que habiéndose definido el desplazamiento  $\delta$  velocidad del rotor ( $d\delta/dt$ ), capítulo #3, sección 3.1), como nuestra variable de estabilidad ante cualquier variación en el rotor.

El deslizamiento de referencia, para condiciones de velocidad nominal esto

$$\text{es: } \left[ \frac{d\delta_{ref}}{dt} \right] = 0.0 \text{ p.u.}$$

Para el tiempo  $t=t_0$ , tiempo de aplicación de la carga el voltaje terminal tiene que estar en 1.0 p.u., siendo el sistema de excitación quien incremente el voltaje terminal, desde  $e_t=0$  para  $t=0$  hasta  $e_t=1.0$  p.u. para  $t'_0$ , a fin de que la señal de error  $e_{ref}-e_t=0.0$ , donde  $t'_0$  es el tiempo de estado estable de la respuesta en el

sistema de excitación y,  $t'_0 < t_0$ .

Lo mencionado anteriormente no sucede, para el sistema regulador de velocidad, ya que el rotor no está sujeto a ninguna variación de carga antes del tiempo  $t_0$ , pues la señal de

error es  $\left[ \frac{d\delta_{ref}}{dt} - \frac{d\delta}{dt} \right] = 0.0$  p.u. El modelo del

sistema regulador de velocidad, asume velocidad 1.0 p.u. ( $W=1.0$  p.u.) desde  $t=0$  hasta  $t=t_0$ .

Resumiendo se tiene que:

Para  $t=0$

$$e_t = 0.0000$$

$$\left[ \frac{d\delta}{dt} \right] = 0.0000$$

Para  $t=t_0$

$$e_t = 1.0000$$

$$\left[ \frac{d\delta}{dt} \right] = 0.0000$$

#### - CONSTANTES DE LA MAQUINA.

Las especificaciones de la máquina a simular son suministradas por la referencia (7) en la simulación de ésta y listadas en la tabla 6.2. Basados en estas especificaciones, las cantidades bases son deducidas de acuerdo al apén-

dice A sección (A-5) y listadas en la tabla 6.3.

TABLA # 6.2

ESPECIFICACIONES DE LA MAQUINA SINCRONA A SIMULAR

ESPECIFICACION	UNIDAD	VALOR
Potencia aparente nominal	Mega Voltio Amperio	160 MVA
Voltaje Nominal	Kilovoltio	15 KV conexión Y
Voltaje de excitación	Voltio	375 V
Corriente del Estator	Amperio	6.158,4 A
Corriente de campo	Amperio	926 A
Factor de Potencia	-	0.85
Frecuencia nominal	Hertz	60 Hz
Inductancia del eje directo. $L_d$	Henrios	$6.341 \cdot 10^{-3}$ H
Inductancia de pérdida $L_1$	Henrios	$0.5595 \cdot 10^{-3}$ H
Inductancia del eje en cuadratura $L_q$	Henrios	$6.118 \cdot 10^{-3}$ H
Autoinductancia del campo $L_{cra}$	Henrios	2.189 H
Inductancia mutua de la armadura y el campo. $L_{cra}$	Henrios	$89.0 \cdot 10^{-3}$ H

Autoinductancia del devanado amortiguador del eje directo.	$L_{kkd}$	Henrios	$5.989 \cdot 10^{-3} \text{ H}$
Autoinductancia del devanado amortiguador del eje en cuadratura.	$L_{kkg}$	Henrios	$1.423 \cdot 10^{-3} \text{ H}$
Inductancia mutua de la armadura con el devanado amortiguador del eje directo.	$L_{kkd}$	Henrios	$4.721 \cdot 10^{-3} \text{ H}$
Inductancia mutua de la armadura con el devanado amortiguador del eje en cuadratura.	$L_{kkg}$	Henrios	$2.269 \cdot 10^{-3} \text{ H}$
Inductancia mutua de los devanados del eje directo	$L_{dd}$	Henrios	$5.79 \cdot 10^{-3} \text{ H}$
Inductancia mutua de los devanados del eje en cuadratura.	$L_{gg}$	Henrios	$5.5585 \cdot 10^{-3} \text{ H}$
Resistencia de la armadura	$R_a$	Ohm	$1.542 \cdot 10^{-3} \Omega$
Resistencia del campo	$R_{fd}$	Ohm	$0.371 \Omega$
Resistencia del devanado amortiguador del eje directo.	$R_{kkd}$	Ohm	$10.421 \cdot 10^{-3} \Omega$
Resistencia del devanado amortiguador del eje en cuadratura.	$R_{kkg}$	Ohm	$18.969 \cdot 10^{-3} \Omega$
Constante de inercia	Kwseg/HP		1.765 Kwseg/HP



TABLA # 6.3

## CANTIDADES BASES DEDUCIDAS

STATOR:

ESPECIFICACION	UNIDAD	VALOR	ECUACION UTILIZADA
Voltaje de fase $V_{fase}$	Voltio	8.6603 KV	(A-25)
Corriente de fase $I_{fase}$	Amperio	6.1584 KA	(A-26)
Voltaje base del estator $E_{eb}$	Voltio	12.2474 KV	(A-25)
Corriente base del estator $I_{eb}$	Amperio	8.7093 KA	(A-26)
Impedancia base del estator $Z_{eb}$	Ohm	1.4063 $\Omega$	(A-27)
Velocidad angular base del estator $\omega_{eb}$	rad/seg	377 rad/seg	(A-28)
Inductancia base del estator $L_{eb}$	Henrio	$3.73 \times 10^{-3}$ H	(A-30)
Enlaces de flujo base del estator $\Phi_{eb}$	Weber vuelta	$3.2486 \times 10^{-3}$ H	(A-31)
Potencia nominal de la máquina. S	Voltio Amperio	160 MVA	

## ROTOR:

ESPECIFICACION	UNIDAD	VALOR	ECUACION UTILIZADA
Corriente base del campo. $I_{fdb}$	Amperio	0.5666 KA	(A-44)
Voltaje base del campo. $E_{fdb}$	Voltio	282.386 KV	(A-45)
Impedancia base del campo. $Z_{fdb}$	Ohm	498.39 $\Omega$	(A-46)
Inductancia base del campo $L_{fdb}$	Henrio	1.322 H	(A-47)
Corriente base del devanado amortiguador eje directo. $I_{kdb}$	Amperio	10.681 KA	(A-49)
Voltaje base del devanado amortiguador del eje directo. $E_{kdb}$	Voltio	14.98 KV	(A-50)
Impedancia base del devanado amortiguador del eje directo. $Z_{kdb}$	Ohm	1.4024 $\Omega$	(A-51)
Inductancia base del devanado amortiguador del eje directo. $L_{kdb}$	Henrio	$3.72 \times 10^{-3}$ H	(A-52)
Corriente base del devanado amortiguador del eje en cuadratura $I_{kqb}$	Amperio	21.336 KA	(A-54)
Voltaje base del devanado amortiguador del eje en cuadratura $E_{kqb}$	Voltio	7.499 KV	(A-55)

ESPECIFICACION	UNIDAD	VALOR	ECUACION UTILIZADA
Impedancia base del devanado amortiguador del eje en cuadratura $Z_{kkqb}$	Ohm	0.3515 $\Omega$	(A-56)
Inductancia base del devanado amortiguador del eje en cuadratura $L_{kkqb}$	Henrio	$0.932 \times 10^{-9}$ H	(A-57)
Enlaces de flujo base del campo $\Phi_{fcb}$	Weber vuelta	749 Wb vuel	(A-48)
Enlaces de flujo base del devanado amortiguador del eje directo. $\Phi_{kcb}$	Weber vuelta	39.73 Wb vuel	(A-53)
Enlaces de flujo base del devanado amortiguador del eje en cuadratura. $\Phi_{kqb}$	Weber vuelta	19.89 Wb vuel	(A-58)

## INDUCTANCIAS MUTUAS ENTRE ESTATOR Y ROTOR

ESPECIFICACION	UNIDAD	VALOR	ECUACION UTILIZADA
Inductancia mutua base entre la armadura y el campo $L_{akcb}$	Henrio	0.0573 H	(A-38)
Inductancia mutua base entre la armadura y el devanado amortiguador del eje directo $L_{akqb}$	Henrio	0.00304 H	(A-39)

ESPECIFICACION	UNIDAD	VALOR	ECUACION UTILIZADA
Inductancia mutua base entre la armadura y el devanado amortiguador del eje en cuadratura	Henrio	0.00152 H	(A-42)

## INDUCTANCIAS MUTUAS ENTRE CIRCUITOS DEL ROTOR

ESPECIFICACION	UNIDAD	VALOR	ECUACION UTILIZADA
Inductancia mutua base entre el campo y el devanado amortiguador del eje directo	Henrio	0.0701	(A-59)

TABLA # 6.4

## CANTIDADES POR UNIDAD DEDUCIDAS

Basadas en las cantidades base deducidas en tabla # 6.3 todos los valores en p.u. usadas en ecuaciones de Park son calculadas como sigue:

Dado el valor en:

UNIDADES REALES	BASE	VALOR EN P.U. (por unidad)
$L_1 = 0.5595 \times 10^{-3}$	$L_{eb} = 3.73 \times 10^{-3} \text{ H}$	0.15
$L_{ed} = 5.79 \times 10^{-3} \text{ H}$	$L_{eb} = 3.73 \times 10^{-3} \text{ H}$	1.552
$L_{eq} = 5.5585 \times 10^{-3} \text{ H}$	$L_{eb} = 3.73 \times 10^{-3} \text{ H}$	1.4902
$L_{erd} = 89 \times 10^{-3} \text{ H}$	$L_{erd} = 0.0573 \text{ H}$	1.552
$L_{red} = 2.189 \text{ H}$	$L_{red} = 1.322 \text{ H}$	1.651
$r_{ed} = 0.371 \text{ } \Omega$	$Z_{ed} = 498.39 \text{ } \Omega$	0.000744
$L_{ekd} = 4.721 \times 10^{-3} \text{ H}$	$L_{ekdb} = 0.00304 \text{ H}$	1.552
$L_{ekq} = 5.989 \times 10^{-3} \text{ H}$	$L_{ekqb} = 3.72 \times 10^{-3} \text{ H}$	1.605
$L_{ekd} = \text{---}$	$L_{ekdb} = 0.0701 \text{ H}$	---
$r_{ekd} = 18.421 \times 10^{-3} \text{ } \Omega$	$Z_{ekd} = 1.4024 \text{ } \Omega$	0.0131
$L_{ekq} = 2.269 \times 10^{-3} \text{ H}$	$L_{ekqb} = 0.00152 \text{ H}$	1.493
$r_{ekq} = 18.969 \times 10^{-3} \text{ H}$	$Z_{ekqb} = 0.3515 \text{ } \Omega$	0.054
$r_e = 1.542 \times 10^{-3} \text{ } \Omega$	$Z_{eb} = 1.4063 \text{ } \Omega$	0.001096
$L_{kkq} = 1.423 \times 10^{-3} \text{ H}$	$L_{kkqb} = 0.932 \times 10^{-3} \text{ H}$	1.526
$L_d = 6.341 \times 10^{-3} \text{ H}$	$L_{eb} = 3.73 \times 10^{-3} \text{ H}$	1.7
$L_q = 6.118 \times 10^{-3} \text{ H}$	$L_{eb} = 3.73 \times 10^{-3} \text{ H}$	1.6402

TABLA # 6.5

Constantes propias del generador y las de ecuaciones de simulación.

Constantes propias del generador.

ESPECIFICACION	VALOR	ECUACION UTILIZADA
Reactancia subtransiente del eje directo. $x_a = x'_a$	1.6402 p.u.	(3.34)
Reactancia transiente del eje directo. $x'_d$	0.2411 p.u.	(3.34)
Constante de tiempo transiente de circuito abierto del eje directo $T'_{aa}$	2219.086 p.u.	(3.57)
Constante de tiempo transiente de corto circuito del eje directo. $T'_d$	314.7186 p.u.	(5.11)
Constante de tiempo transiente y subtransiente de circuito abierto del eje en cuadratura $T'_{aq} = T''_{aq}$	28.259 p.u.	(5.15)
Reactancia subtransiente del eje en cuadratura $x''_q$	0.1795 p.u.	(5.16)
Constante de tiempo transiente y subtransiente de corto circuito del eje en cuadratura. $T''_a = T''_q$	3.0924 p.u.	(5.30)
Reactancia subtransiente del eje directo. $x''_d$	0.1818 p.u.	(5.32)

ESPECIFICACION	VALOR	ECUACION UTILIZADA
Constante de tiempo subtransiente de circuito abierto del eje directo. $T_{da}$	11.1495 p.u.	(5.33)
Constante de tiempo subtransiente de corto circuito del eje directo. $T_{dc}$	8.4072 p.u.	(5.54)
Constantes de las ecuaciones de Simulación.		

ESPECIFICACION	VALOR	ECUACION UTILIZADA
Constante de la componente de enlaces de flujo $\beta_{d1}$ $\beta_{d1}$	$4.29 \times 10^{-4}$	(6.5)
Constante de la componente de enlaces de flujo $\beta_{d2}$ $\beta_{d2}$	$9.4210 \times 10^{-2}$	(6.6)
Constante de la componente de enlaces de flujo $\beta_{d1}$ $A_{d1}$	$86.3263 \times 10^{-2}$	(6.7)
Constante de la componente de enlaces de flujo $\beta_{d2}$ $A_{d2}$	$2.9814 \times 10^{-2}$	(6.8)
Constante de la componente de enlaces de flujo $\beta_{d1}$ $B_{d1}$	1230.555	(6.9)
Constante de la componente de enlaces de flujo $\beta_{d2}$ $B_{d2}$	-3.4738	(6.10)
Constante de la componente de enlaces de flujo $\beta_{d1}$ $\beta_{d1}$	$3.5387 \times 10^{-2}$	(6.11)

## 6.2 METODO PARA RESOLVER - SOLUCIONES

### 6.2.1 Simulación Analógica - Digital del Problema.-

A continuación se detalla la simulación analógica-digital en el CSMP de la máquina síncrona y de la carga, que luego junto con los diagramas dados en capítulo # 2 de los lazos de control, se combina para obtener la simulación completa del problema.

#### 6.2.1.a La Máquina Síncrona

En la sección 6.1.2., se define las ecuaciones para la simulación, así como se determina el orden en que éstas están dispuestas, con el fin de acoplarla a la carga, al control de carga frecuencia y al sistema de excitación.

Es necesario establecer una premisa en la aplicación de estas ecuaciones para la simulación, éstas es:

En el CSMP no fue posible generar una derivada. Con el fin de obtener los términos voltajes transformadores en



el eje directo  $\frac{d\phi_d}{dt}$  y en el eje en

cuadratura  $\frac{d\phi_q}{dt}$  para satisfacer las

ecuaciones de voltaje en eje directo y en eje en cuadratura ( $e_d$ ,  $e_q$ ), respectivamente.

Algunos autores desprecian solamente los voltajes transformadores de eje directo y de eje en cuadratura ( $d\phi_d/dt$ ,  $d\phi_q/dt$ ), pero la mayoría desprecia a estos, y además a los términos relacionados a los voltajes generadores ( $\phi_d d\delta/dt$ ,  $\phi_q d\delta/dt$ ) (referencia # 18). EWART y DEMELLO en referencia # 12 concluyen después de pruebas y cálculos de error, que es interesante y significativo que, al despreciar los términos voltajes transformadores  $\frac{d\phi}{dt}$ , llegan a obtener una estimación ligeramente pesimista, mientras que al despreciar los términos relacionados a los voltajes generadores  $\frac{d\delta}{dt}$ , obtienen una estimación ligeramente

optimista, y cuando ambas son despreciados, los resultados se acercan a aquellos correspondientes a cálculos con ambos incluidos.

En esta tesis, por efecto de la no generación de la derivada en el CSMP, se desprecia los voltajes transformadores; luego, los resultados de esta manera obtenidos, son estimados ligeramente pesimistas. Bajo estas dos premisas, las ecuaciones mencionadas para la simulación de la máquina en sección (6.1.2), quedan definidas como:

- Enlaces de flujo

EJE Directo:

$$\Phi_d = -x_d i_d + \Phi_{d1} + \Phi_{d2} \quad (\text{p.u}) \quad (6.11)$$

$$\Phi_{d1} = x_d A_{d1} i_d - \alpha_{d1} \int [\Phi_{d1} - x_d B_{d1} e_{fd}] dt \quad (\text{p.u}) \quad (6.12)$$

$$\Phi_{d2} = x_d A_{d2} i_d - \alpha_{d2} \int [\Phi_{d2} - x_d B_{d2} e_{fd}] dt \quad (\text{p.u}) \quad (6.13)$$

EJE en cuadratura

$$\Phi_q = -x''_{q1} i_q - \alpha_{q1} \int \Phi_q dt - \alpha_{q1} x_q \int i_q dt \quad (\text{p.u}) \quad (6.14)$$

- Voltaje

EJE directo

$$e_d = -r i_d - \dot{\delta}_d - \delta_d \frac{d\delta}{dt} \quad (\text{p.u.}) \quad (6.15)$$

EJE en cuadratura

$$e_q = -r i_q + \dot{\delta}_q + \delta_q \frac{d\delta}{dt} \quad (\text{p.u.}) \quad (6.16)$$

- Torque eléctrico

$$T_e = i_d \delta_d - i_q \delta_q \quad (6.17)$$

Ecuación de oscilación

$$T_m - T_e = M_e \frac{d^2\delta}{dt^2} \quad (6.18)$$

Según estas últimas ecuaciones y la configuración en bloques dada en figura # 6.3, el diagrama analógico de nuestra máquina síncrona resultante es dado en figura # 6.4.

#### 6.2.1.b La Carga Eléctrica.

La unidad de tiempo para las ecuaciones de carga (5.73) y (5.74) es el segundo; por las razones descritas anteriormente, bajo este cambio estas ecuaciones se convierten en:

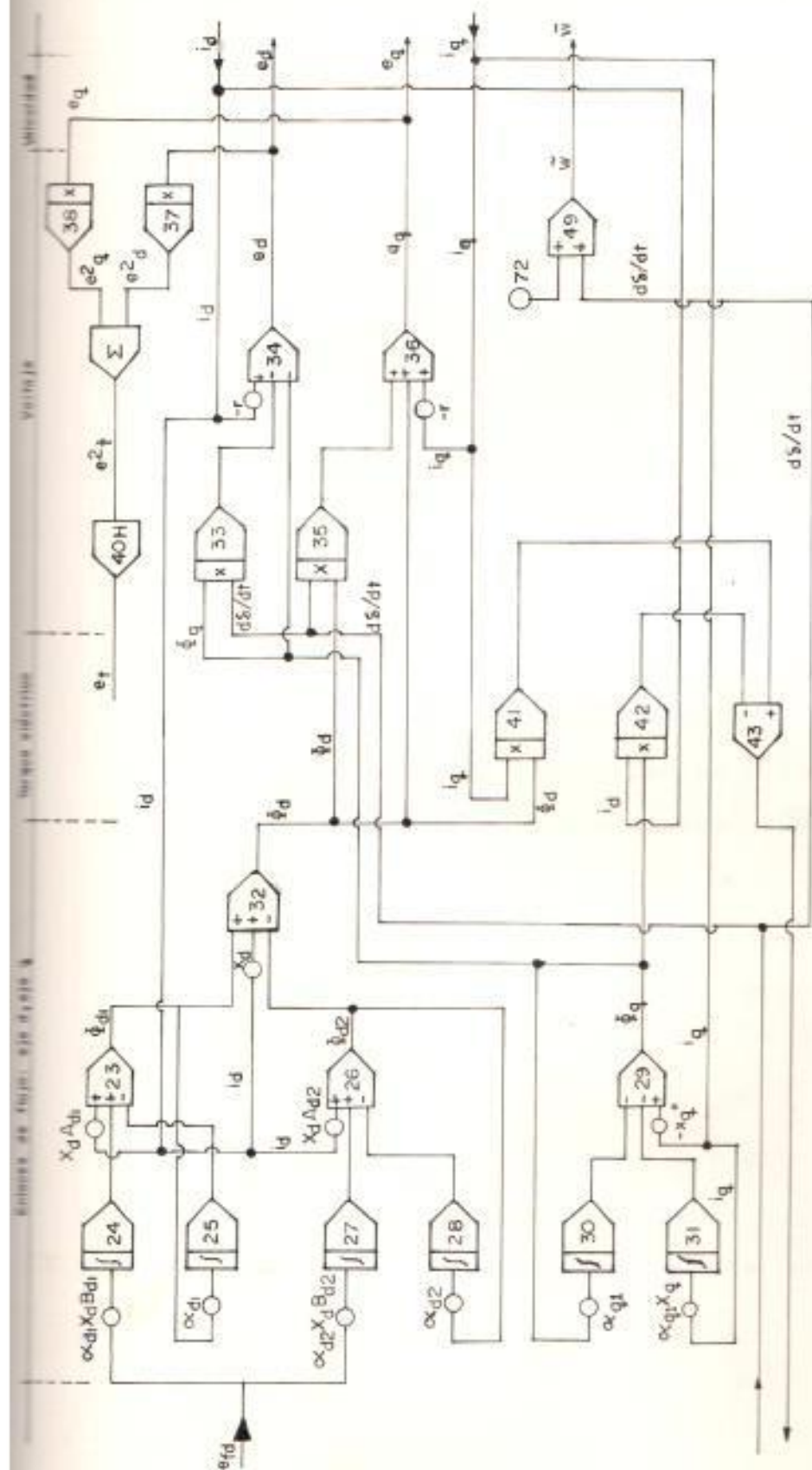


Figura 6.4  
Diagrama analógico de la máquina síncrona

$$i_d = \frac{1}{L_L} \int \left[ -R_L i_d - \bar{W} L_L i_d + e_d \right] dt \quad (6.19)$$

$$i_q = \frac{1}{L_L} \int \left[ -R_L i_q + \bar{W} L_L i_q + e_q \right] dt \quad (6.20)$$

Según estas últimas ecuaciones, se obtiene el diagrama analógico representativo de la carga junto con la simulación del interruptor, las cuales, son ilustradas en figura # 6.5.

A continuación se estudia la relación existente entre la potencia aparente eléctrica, el factor de potencia y la impedancia, considerada como la carga.

En estado estable el torque eléctrico es igual a la Potencia eléctrica, esto es:

$$T = \frac{S}{\bar{W}} = S \quad \text{ya que } \bar{W} = 1.0 \text{ p.u.}$$

La potencia aparente en valores reales es:

$$S = \frac{3}{2} e i \quad \text{VA}$$

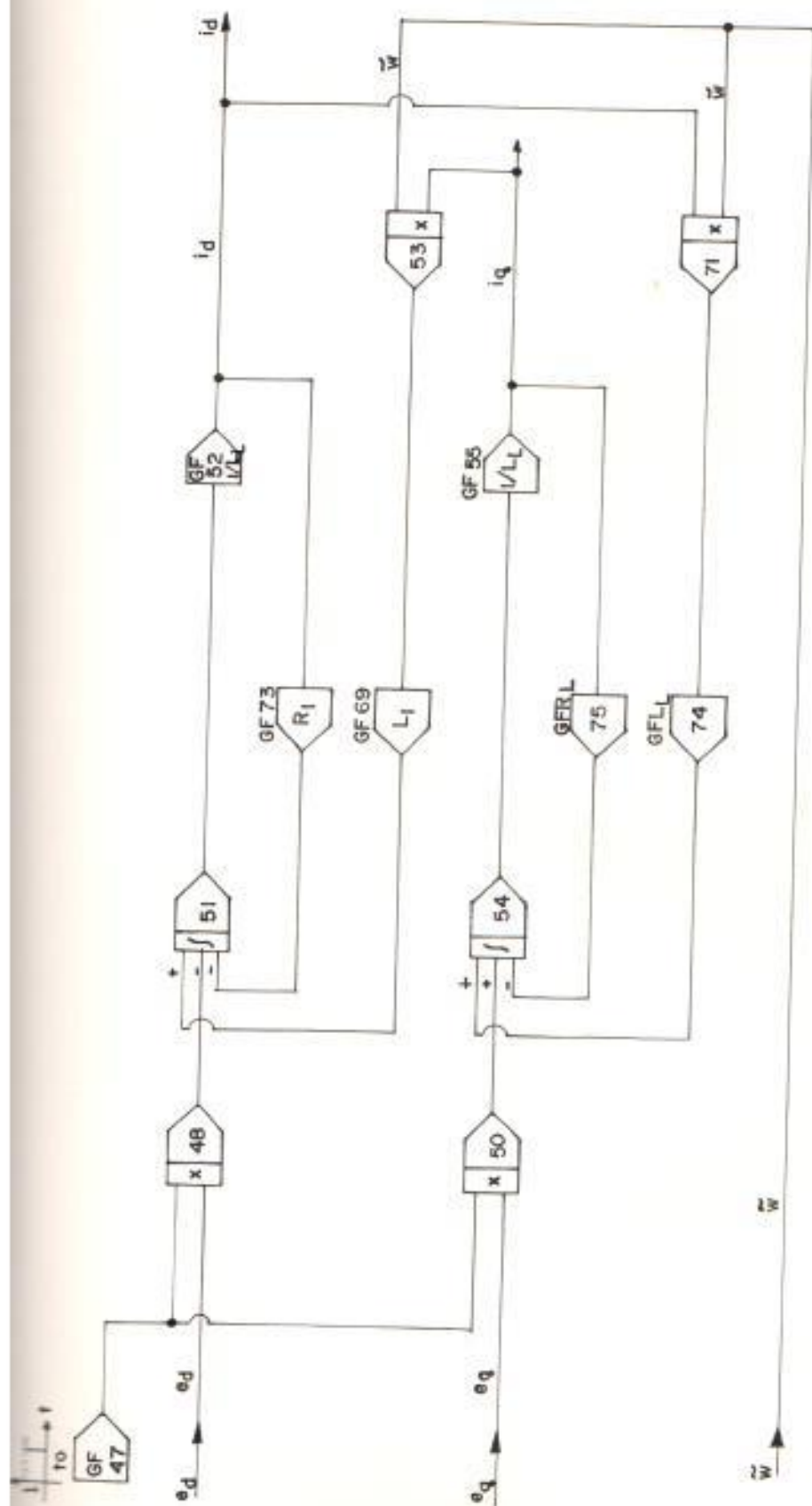


Figura 6.5

Diagrama analógico de la carga eléctrica

donde  $e$ ,  $i$  son el voltaje y corriente pico de fase.

De otra manera:

$$S = \frac{3}{2} \frac{e^2}{Z} \quad \text{VA} \quad (6.21)$$

Del apéndice A se da que la potencia nominal base trifásica expresión (A-32) es:

$$S_{eb} = \frac{3}{2} e_{eb} i_{eb} \quad \text{ó}$$

$$S_{eb} = \frac{3}{2} \frac{e_{eb}^2}{Z_{eb}}$$

Dividiendo (6.21) para la última expresión, se obtiene la expresión de potencia aparente en por unidad, esto es:

$$\bar{S} = \frac{\bar{e}^2}{Z} \quad (\text{p.u}) \quad (6.22)$$

Bajo la acción del sistema de excitación, el voltaje terminal  $\bar{e}$  en por unidad, en condiciones de estado estable es igual a 1.0 p.u, luego la

expresión (6.22) se convierte en:

$$s = \frac{1}{\bar{Z}} \quad (\text{p.u}) \quad (6.23)$$

donde la impedancia de la carga ( $\bar{Z}$ ) es dada como:

$$\bar{Z} = R_L + j X_L \quad (\text{p.u})$$

$$R_L = \bar{Z} \cos \theta$$

$$X_L = L_L = \bar{Z} \sin \theta$$

Con ayuda de estas últimas expresiones, se facilitó el trabajo de simular las tres formas de cambios de carga de 0.1, 0.25 e incrementos 1.5, 3, 5, 10% de 0.7 p.u, mencionados en sección 6.1.1

Del diagrama analógico de la carga figura # 6.5, se recoge la siguiente configuración de los generadores de función



TABLA # 6.6  
GENERADORES DE FUNCION

EJE directo	EJE en cuadratura	DEFINEN
73	75	$R_L$
69	74	$L_L$
52	55	$1/L_L$

Los tiempos preestablecidos, en los generadores de funciones, para los incrementos de carga, son llevados a cabo a partir del segundo incremento de carga, ya que para el primer tiempo, es el cierre del interruptor el que lo determina. Un esquema ilustrativo es dado en figura # 6.6.

donde:

$t_x$  : tiempo en que el interruptor se encuentra abierto.

$t_a$  : acción de los bloques 47, 48, 50. Cierre del interruptor.

$t_y$  : acción de los bloques generadores de función (carga) (52, 73, 69, 55, 75, 74).

$s_y$  : acción de los bloques generadores de función (carga). (52,

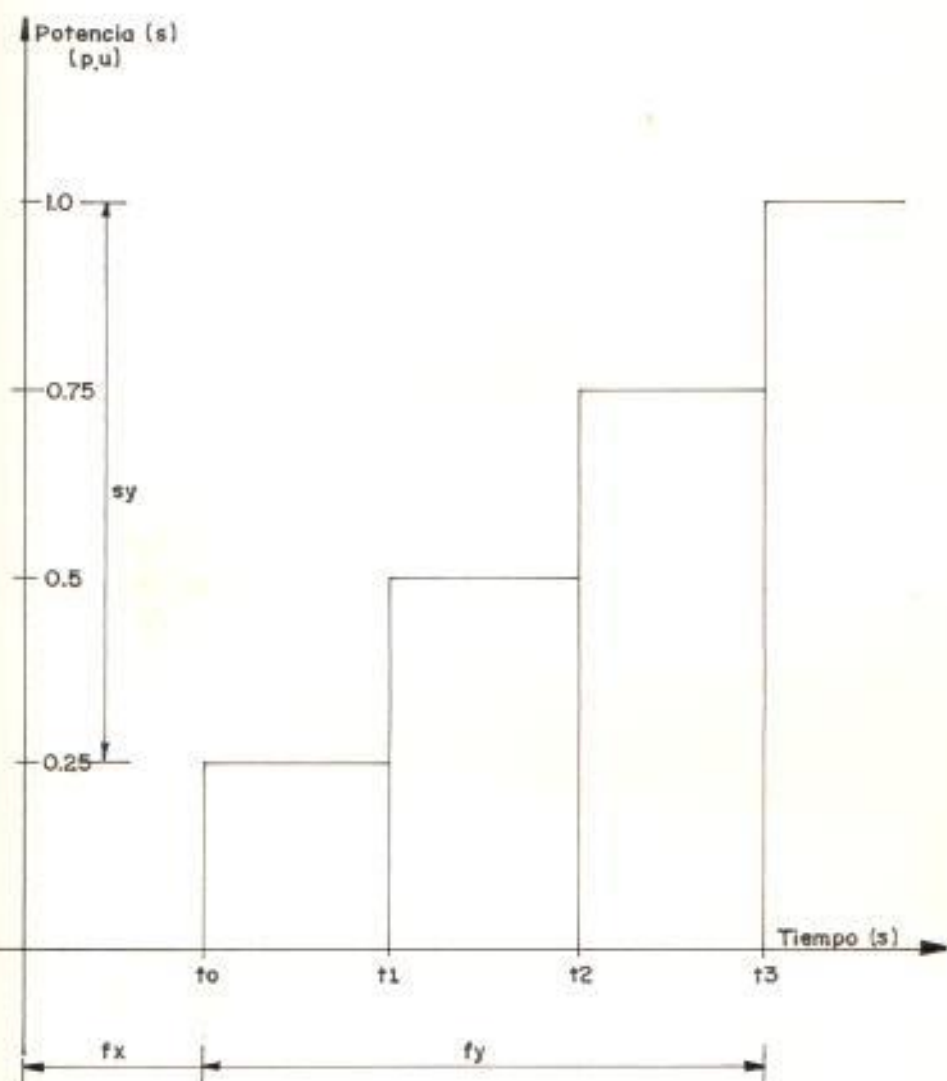


Figura 6.6

Esquema ilustrativo de potencia vs. tiempo para la acción de los generadores de función

73, 69, 55, 75, 74).

Para el caso de variaciones de 0.25 p.u.

Una vez que se define la forma en que, la simulación realiza los cambios de carga, a continuación se proporciona los valores de resistencias, inductancias, e inverso de inductancias a utilizar en los generadores de función, obtenidos a partir de los valores de potencia, factor de potencia, por medio de la ecuación # 6.23, los cuales, están dados en tabla # 6.7.

#### **6.2.1.c El Sistema de Excitación y el Control Carga-Frecuencia.**

El sistema de excitación a simular en esta tesis, es el sistema de excitatriz de tiristores, definido con un sistema tipo # 2 por la IEEE (13), el mismo que es simulado en capítulo # 2, su diagrama de bloques y analógico es dado en figuras 2.26 y 2.29, respectivamente.

Tabla 6.7  
Datos de los valores de carga

Incrementos de carga	Bases (p.u.)	Potencia S (p.u.)	factor de potencia	Resistencia R <sub>s</sub> (p.u.) bloques: 73-76	Inductancia L <sub>s</sub> (p.u.) bloques: 69-72	Inverso de inductancia 1/L <sub>s</sub> (p.u.) bloques: 62-65
0.1 (p.u.)	1	0.1	0.96	6.6	5.11	0.1957
	2	0.2	0.95	4.75	1.5612	0.6405
	3	0.3	0.98	3.27	0.6633	1.5076
	4	0.4	0.96	2.4	0.7	1.4288
0.25 (p.u.)	1	0.25	0.95	3.8	1.249	0.8006
	2	0.5	0.86	1.72	1.0206	0.9796
	3	0.75	0.90	1.2	0.6612	1.7206
	4	1.0	0.98	0.68	0.1960	5.0252
1, 3 5, 10% de 0.7 (p.u.)	1	0.25	0.95	3.6	1.249	0.8006
	2	0.50	0.86	1.72	1.0206	0.9796
	3	0.70	0.90	1.374	0.4000	2.5000
	4	0.7105	0.96	1.3512	0.3941	2.5375
0.7 (p.u.)	4	0.7210	0.96	1.3315	0.3885	2.6750
	4	0.7350	0.96	1.3061	0.3810	2.6250
	4	0.7700	0.96	1.2468	0.3636	2.7500

El tiempo en alcanzar el estado estable, frente a un cambio escalón en el voltaje de referencia, es de 2.9 segundos.

El control de carga-frecuencia es simulado para dos tipos de centrales, éstas son: la hidráulica y la de vapor.

Las características del torque mecánico, frente a una perturbación de origen escalón, en el torque eléctrico son:

a.) Para una central hidráulica, la señal es subamortiguada con tiempo de retardo de 1.7 segundos y un tiempo en alcanzar el estado estable de 9.6 segundos.

b.) Para una central a vapor, la señal es menos subamortiguada que para el caso de la central hidráulica, sin tiempo de retardo y un tiempo de estabilización de 5 segundos.

6.2.1.d El Modelo del Generador Combinado con el Sistema de Excitación, Controles

### Carga-Frecuencia y la Carga Eléctrica.

El sistema por unidad utilizado en el sistema de excitación, es aquel que toma como valor base el voltaje del entrehierro nominal, esto es, el voltaje de la excitatriz, requerido para producir voltaje nominal del generador en la línea del entrehierro. De esta manera sin carga y sin saturación

$$E_{fd} = 1.0 \text{ p.u.} \quad \text{corresponde a} \quad e_t = 1.0 \text{ p.u.}$$

El voltaje base correspondiente del sistema de excitación  $E_{fd}$  de 1.0 p.u., no es el mismo voltaje base, como aquel escogido para el circuito de campo en normalizar la máquina síncrona ( $e_{fd}$ ), puesto que, si se aplica lo del apéndice A, ecuación (A-34).

$$S = \frac{3}{2} e_{ab} i_{ab} = e_{fab} i_{fab}$$

Este voltaje es realmente de un valor muy grande, que para el caso de la máquina en estudio de 160 MVA y 0.5666 KA de potencia y corriente de campo bases;

Se obtiene un voltaje de campo base de 282 KV. El voltaje base para  $E_{fd}$ , debe ser del orden de 250 voltios. Se establece, por lo tanto, que el voltaje base para la excitatriz y el voltaje de campo base para la máquina síncrona, difieren y un cambio de base entre las dos cantidades se requiere.

La relación requerida es dada en capítulo # 3 expresión (3.39)

$$E_{fd} = \frac{\bar{X}_{afd}}{\bar{r}_{fd}} \bar{e}_{fd} \quad (3.39)$$

$E_{fd}$  es el voltaje en el entrehierro sin carga proporcional al voltaje de campo.

Por lo tanto, la constante que relaciona la señal de salida del sistema de excitación ( $E_{fd}$ ), con la señal de entrada necesaria para la máquina síncrona ( $e_{fd}$ ) es:

$$e_{fd} = \frac{\bar{r}_{fd}}{\bar{X}_{afd}} E_{fd} \quad (6.24)$$

Ya que la unidad de tiempo del sistema

de excitación no está normalizada, esto es, el tiempo en él está dado en segundos, los dos sistemas son congruentes en tiempo.

Para cálculos en el CSMP, la única entrada al modelo del gobernador es el valor instantáneo del deslizamiento  $\frac{ds}{dt}$ , la cual, es obtenida a partir de la ecuación de oscilación (2.46).

La ecuación de oscilación implica que la unidad de tiempo en el modelo del gobernador sea el segundo, por lo tanto, es congruente con el modelo de la máquina en estudio.

Los modelos de gobernadores pueden ser normalizados teniendo como base a los nominales de la máquina o, a los nominales del sistema. Por conveniencia, se adopta como base para la demanda de los torques en por unidad, a la capacidad de la máquina en (MVA).

Recordando las expresiones (2.46) y (A-33), éstas se aplican tanto



para los sistemas gobernadores de centrales hidráulicas, como de vapor. Puesto que la potencia nominal de la máquina  $S=160$  MVA que consta en la tabla # 6.2, es escogida como la base para la máquina, se satisface en unidades de tiempo y por unidades los dos modelos; el del control carga-frecuencia y el de la máquina síncrona.

Las ecuaciones de la carga eléctrica fueron deducidas en forma análoga que las de la máquina. Las ecuaciones (6.19) y (6.20) que definen a este modelo son congruentes en tiempo y unidades a la del modelo de máquina síncrona.

Una vez que se han definido las relaciones entre los diferentes modelos, se obtiene el diagrama analógico completo, Máquina síncrona-Lazos de control-Carga eléctrica, ( figura # 6.7). Con la ayuda de las constantes de las ecuaciones a simular, de la máquina síncrona tabuladas en tabla # 6.5, de los valores de carga tabla #

6.7 y de los parámetros de los lazos de control dado en capítulo # 2; se obtiene las tablas definidas en apéndice B para dos casos; central hidráulica y central a vapor respectivamente, a ser simulados por medio del CSMP.

### 6.3 PERTURBACIONES DEL GENERADOR SINCRONO

Bajo ciertas condiciones una máquina síncrona conectada a un sistema operando normalmente a velocidad síncrona, puede oscilar alrededor de un valor medio. El rotor de la máquina en vez de correr exactamente en sincronismo a un ángulo constante ( $\delta$ ) adelante o atrás de su referencia sin carga, oscila alrededor de una posición media. Las oscilaciones se clasifican en forzadas y libres.

#### 6.3.1 Oscilaciones Forzadas.

Estas son causadas por torques pulsantes aplicados externamente hacia la máquina, por ejemplo en generadores a diésel o en motores síncronos que impulsan compresores. Si el diagrama de torques es descompuesto en sus componentes armónicos, los armónicos de valor alto son demasiados rápidos para afectar al flujo y a la

corriente, apreciablemente, su análisis se convierte en un problema mecánico dependiente de la rigidez de el eje. Por otro lado, las pulsaciones de torque más lentas, pueden cuasar serias pulsaciones en la corriente, para tales oscilaciones lentas, el eje se asume perfectamente rígido.

### 6.3.2 Oscilaciones Libres

Son originadas en la máquina misma por algun proceso de autoexcitación (no necesariamente de voltaje) por ejemplo, un generador eléctrico teniendo un devanado amortiguador débil, puede oscilar continuamente cuando es conectado a su carga.

## 6.4 ANALOGIA CON EL SISTEMA MECANICO

El análisis de pequeñas oscilaciones en una máquina síncrona es llevado a cabo considerando un sistema mecánico equivalente, teniendo rigidez y amortiguamiento. Como punto de partida supongase que la posición angular de la armadura definida por el ángulo ( $\delta$ ), oscila sinusoidalmente alrededor de un valor medio, el torque eléctrico desarrollado por la máqui-

na también pulsa a la misma frecuencia alrededor de su valor medio y si las oscilaciones son tan pequeñas que los términos en producto en las ecuaciones pueden ser despreciadas, las pulsaciones de torque son también sinusoidales y su magnitud es proporcional a la magnitud de las pulsaciones angulares. La pulsación de torque, sin embargo, no necesariamente está en fase con la pulsación angular, pero puede ser dividida en dos componentes una en fase y otra en cuadratura. La componente del torque pulsante, está en fase con la pulsación angular y es equivalente al torque elástico de un resorte, mientras que, la componente en cuadratura, está en fase con la pulsación de velocidad angular y es equivalente al torque de amortiguamiento de un amortiguador en aceite.

#### 6.4.1 Ecuación Análoga Torque Mecánico - Eléctrico

De las definiciones dadas anteriormente, del torque elástico denominado también torque sincronizante y del torque de amortiguamiento, los valores de las constantes elásticas y de amortiguamiento pueden ser hallados a través de un sistema mecánico equivalente.

El problema es de más fácil entendimiento si

se refiere a la analogía mecánica de las oscilaciones de un peso suspendido por un resorte, en el cual, una fuerza pulsante (P) correspondiente a la pulsación de la demanda requerida por el sistema desde el generador, resulta luego en pulsaciones de la reacción (P1) la cual corresponde a la potencia dada por la turbina hacia el generador, éste es el caso sin amortiguamiento.

El amortiguamiento es representado por un amortiguador en paralelo con el resorte, como se demuestra en figura # 6.B, la fuerza amortiguadora es proporcional a la velocidad del peso (W).

Desde el punto de vista eléctrico, la similitud es tratada con un ejemplo:

Cuando la carga se incrementa repentinamente en un generador y el desplazamiento angular aumenta, hay realmente dos voltajes inducidos en el devanado del rotor; uno debido a la acción de transformador entre rotor y estator, llevado a cabo por el incremento repentino en la corriente de armadura; y el otro, un voltaje de rotación debido a que el rotor corta el flujo del

estator durante el aumento del desplazamiento angular. El efecto de este último voltaje es amortiguamiento puro, mientras que el efecto del primero es de potencia sincronizante, este puede también ser explicado como:

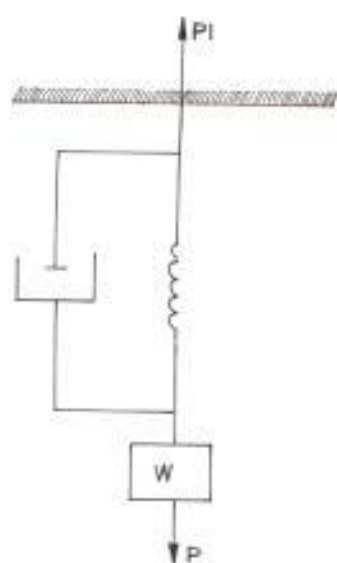


Figura # 6.8  
Analogía Mecánica

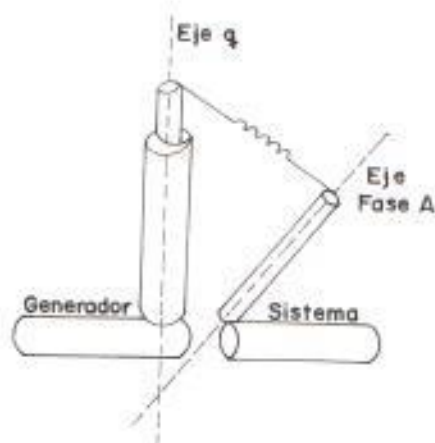


Figura # 6.9  
Analogía Eléctrica

Puesto que el torque de una máquina síncrona con voltaje terminal y corriente de campo constante se incrementa con el ángulo de carga, la máquina es equivalente a un resorte conectado entre el eje  $q$  y el eje de referencia rotacional para este caso, el de la fase  $A$

(figura # 6.9).

El torque es aproximadamente proporcional al desplazamiento, como el ángulo se incrementa ( $\delta$ ), el torque se incrementa menos rápidamente y eventualmente alcanza un máximo. De esta manera, el resorte al cual la máquina es equivalente, tiene una característica no lineal.

La constante del resorte efectiva para pequeños cambios relativos alrededor de algún punto de condición estable, es dada por la pendiente de la curva o la derivada de la ecuación # 3.62, la cual definía la potencia en estado transiente, llamándose a ésta el coeficiente de torque sincronizante y denotado por  $P_e$ , su valor es:

$$P_e = \frac{d}{d\delta} P$$

Según la analogía anterior se observa que la máquina síncrona es similar a un simple sistema mecánico el cual tiene rigidez, amortiguamiento e inercia. Las ecuaciones de tal sistema pueden ser escritas, ya sea para algún movimiento general o para una pequeña oscilación.

A fin de colocar la ecuación en una forma, tal que, pueda ser aplicada a una máquina eléctrica, las cantidades son expresadas en por unidad.

Sea:

$\theta$  es el ángulo de desplazamiento desde su posición natural, en radianes.

$f$  es el torque instantáneo aplicado externamente.

$K$  es la constante elástica expresado como torque por radianes.

$C$  es la constante de amortiguamiento, expresada como torque por radian por segundo.

El ángulo de desplazamiento en el sistema mecánico corresponde al ángulo de carga ( $\delta$ ) de la máquina medido en radianes eléctricos. La contribución del torque dado por la inercia de la máquina, es de acuerdo a la expresión conocida en apéndice A expresión (2.43), donde la constante de inercia es dada,  $M_e = 2H'$  y si se considera además al ángulo de carga en radianes, la expresión resultante es :

$$\frac{2H'}{W_r} \frac{d^2\theta}{dt^2}$$



Los torques debido a la rigidez y amortiguamiento son  $K\theta$  y  $C\left[\frac{d\theta}{dt}\right]$  respectivamente y la ecuación diferencial resultante es:

$$\frac{2H^2}{W_r} \frac{d^2\theta}{dt^2} + C \frac{d\theta}{dt} + K\theta = f(t) \quad (6.26)$$

Para una pequeña oscilación de frecuencia  $m/2\pi$  la ecuación expresada según los números complejos  $\Delta\theta$  y  $\Delta f$  y considerando la ecuación (6.26) en la forma de Laplace y haciendo que  $S=jW'$  =  $j\omega$ , donde  $W'$  es la velocidad de las pulsaciones, llegando a obtener:

$$-m^2 \frac{2H^2}{W_r} \Delta\theta + j m C \Delta\theta + K \Delta\theta = f \Delta \quad (6.27)$$

Desarrollando la expresión (6.27), la pulsación angular ( $\Delta\theta$ ) es dada por:

$$\Delta\theta = \frac{\Delta f}{\left[ K - \frac{2m^2 H^2}{W_r} \right] + j m C} \quad (6.28)$$

Considerando que el torque sincronizante o de elasticidad no es absolutamente proporcional al

desplazamiento, excepto para pequeños desplazamientos y el torque de amortiguamiento no es proporcional a la razón de cambio en desplazamiento, excepto para valores muy pequeños de deslizamiento.

#### 6.4.2 Análisis Cuantitativo y Cualitativo de la Variación de las constantes de amortiguamiento y elasticidad (C y K).

##### 6.4.2.a Coeficiente de Torques de Amortiguamiento y Elasticidad (C y K).

Existen dos criterios que definen aproximadamente a los coeficientes de torque sincronizante y amortiguamiento, uno para oscilación forzada y otro para oscilación libre.

##### - CRITERIO DE OSCILACION FORZADA.

Un método simplificado que toma en cuenta  $K=P_e$  y  $D=0$ , con estas asunciones la máquina tiene una frecuencia natural, en la cual, la oscilación se hace muy grande y esta dada por:

$$\frac{n_e}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{P_e W_r}{2H'}} \quad (6.29)$$

Cuando la frecuencia natural de una máquina síncrona calculada por el método prescrito, está demasiado cerca a la frecuencia del torque aplicado, hay dos maneras de prevenir esta dificultad.

Una es incrementar la constante de inercia  $H'$  a fin de hacer mas baja la frecuencia natural y el otro es introducir una gran cantidad de amortiguamiento, este último es el más adecuado.

El devanado amortiguador no sólo introduce la constante de amortiguamiento  $C$ , la cual es despreciada en el método simplificado, sino que causa a la constante del resorte  $K$  diferir considerablemente de  $P_e$ . Ambas constantes varían con la frecuencia de la oscilación y la frecuencia natural calculada por (6.29) queda por lo tanto sin significado.

## - CRITERIO DE OSCILACIONES LIBRES.

Para que una oscilación libre autoexcitada ocurra, esto es, cuando no exista pulsación de torque externo:  $\Delta\theta$  en ecuación # 6.28 debe tener un valor. Por lo tanto, el denominador de la ecuación # 6.28 debe ser cero. Separando la parte real e imaginaria se obtiene.

$$K - \frac{2H^2}{W_r} m^2 + jmC = 0 \quad (6.30)$$

Si C fuera negativo, la condición se convierte en inestable, provocando una oscilación de magnitud grande causando a que la máquina se sature. El criterio que determina que la autoexcitación pueda ocurrir es que el valor de C calculado de la teoría de pequeñas oscilaciones, sea cero.

Por lo tanto:

$$K = \frac{2H^2}{W_r} m^2$$

- LAS CONSTANTES ELASTICAS (K) Y DE  
AMORTIGUAMIENTO (C)

En el siguiente análisis la notación es la misma como la de las fórmulas (6.25) a (6.30). Los valores de estado estable alrededor de los cuales las oscilaciones ocurren son indicados con el subíndice  $o$ . Los números complejos representando a las pequeñas oscilaciones son denotados por una letra mayúscula con el prefijo  $\Delta$ .

De las ecuaciones que definen al modelo, las ecuaciones de estado estable para un punto de operación dado, son:

De ecuación (3.3)

$$W = W_r = W_b \quad (6.31)$$

De ecuación (5.56):

$$e_a = e \sin \delta_o = -W_r \delta_{ao} - r i_{ao} \quad (6.32)$$

De ecuación (5.57):

$$e_a = e \cos \delta_o = W_r \delta_{ao} - r i_{ao} \quad (6.33)$$

De ecuación (5.63):

$$W_r \dot{\xi}_{00} = \frac{X_{0r0}}{\Gamma_{rd}} e_{r00} - X_{d100}$$

donde:

$$e \left[ \frac{d}{dt} \right] = \frac{X_{0r0}}{\Gamma_{rd}} e_{r00} \quad \text{de (5.65)}$$

y

$$X_{0d} \left[ \frac{d}{dt} \right] = X_{0d} \quad \text{de (5.66)}$$

Si

$$e^r_{0r} = \frac{X_{0r0}}{X_{r00}} \dot{\xi}_{r0} = \frac{X_{0r0}}{\Gamma_{rd}} e_{rd} \quad \text{definida en (3.41)}$$

introduciendo en la última expresión resulta:

$$W_r \dot{\xi}_{00} = e^r_{0r} - X_{d100} \quad (6.34)$$

De ecuación (5.64):

$$W_r \dot{\xi}_{00} = -X_{d100} \quad (6.35)$$

donde

$$X_{0d} \left[ \frac{d}{dt} \right] = X_{0d} \quad \text{de (5.67)}$$

De ecuación (2.46)

$$T_e = (\Phi_{d0} i_{q0} - \Phi_{q0} i_{d0}) \omega_r \quad (6.36)$$

Las ecuaciones para pequeñas oscilaciones de frecuencia  $m/2\pi$  son igualmente deducidas de las ecuaciones del modelo IV, considerando  $S = jm$  y asumiendo que el voltaje de campo es constante  $\Delta e_{fd} = 0$ .

De ecuación (3.3):

$$\omega = \omega_r + \frac{d\delta}{dt} \delta \quad (6.37)$$

De ecuación (5.56):

$$e \cos \delta_0 \Delta \delta = jm \Delta \Phi_d - \omega_r \Delta \Phi_q - jm \Phi_{q0} \Delta \delta - r \Delta i_d \quad (6.38)$$

De ecuación (5.57):

$$-e \sin \delta_0 \Delta \delta = jm \Delta \Phi_q + \omega_r \Delta \Phi_d + jm \Delta \delta \Phi_{d0} - r \Delta i_q \quad (6.39)$$

De ecuación (5.63):

$$\omega_r \Delta \Phi_d = -x_d(jm) \Delta i_d \quad (6.40)$$

debido a que:

$$\Delta e_{fd} = 0$$

De ecuación (5.64):

$$W_r \Delta \delta_a = -x_a (jm) \Delta i_a \quad (6.41)$$

De ecuación (2.43):

$$\Delta T_e = \left[ i_{q0} \Delta \delta_a + \delta_{d0} \Delta i_q - i_{d0} \Delta \delta_q - \delta_{q0} \Delta i_d \right] W_r \quad (6.42)$$

### CASO DE OSCILACIONES FORZADAS

Una expresión aproximada para las constantes elásticas y de amortiguamiento son deducidas despreciando la resistencia de armadura  $r_a$ . Los resultados aproximados obtenidos de esta manera son generalmente exactos para el cálculo de oscilaciones forzadas.

Sustituyendo  $r_a=0$  en ecuaciones (6.32) y (6.33), de estas últimas expresiones así obtenidas y si se reemplaza  $\delta_{d0}$  y  $\delta_{q0}$  en ecuaciones (6.38) y (6.39); Se obtiene el siguiente par de ecuaciones simultáneas:

$$jm \Delta \delta_a - W_r \Delta \delta_a = \frac{e}{W_r} \left[ W_r \cos \delta_a - jm \operatorname{sen} \delta_a \right] \Delta \delta$$



$$jm \Delta \delta_a - W_r \Delta \delta_a = \frac{e}{W_r} \left[ -W_r \sin \delta_a - jm \cos \delta_a \right] \Delta \delta$$

La solución de estas ecuaciones, en unión con ecuaciones (6.40) y (6.41), da las oscilaciones de las corrientes y enlaces:

$$W_r \Delta \delta_a = -e \cos \delta_a \Delta \delta$$

$$W_r \Delta \delta_a = -e \sin \delta_a \Delta \delta$$

$$\Delta i_d = \frac{e}{x_d (jm)} \sin \delta_a \Delta \delta \quad (6.43)$$

$$\Delta i_q = \frac{e}{x_q (jm)} \cos \delta_a \Delta \delta$$

Las constantes elástica y de amortiguamiento  $K$  y  $C$  son obtenidas sustituyendo los valores dados por ecuaciones (6.31) a (6.36) para  $r_a = 0$  y ecuaciones (6.43) en (6.42) y dividiendo por  $\Delta \delta$ . Se obtiene

$$\begin{aligned} \frac{\Delta T}{\Delta \delta} &= \frac{e' e \cos \delta_a}{W_r x_d} + \frac{e^2 \cos^2 \delta_a}{W_r} \left[ \frac{1}{x_d (jm)} - \frac{1}{x_d} \right] \\ &+ \frac{e^2 \sin^2 \delta_a}{W_r} \left[ \frac{1}{x_q (jm)} - \frac{1}{x_q} \right] \quad (6.44) \end{aligned}$$

$$\frac{\Delta T}{\Delta \delta} = K + j mC$$

Las constantes de K y C son determinadas calculando la parte real e imaginaria, K y C son funciones de  $m$ .

#### CASO DE OSCILACIONES LIBRES.

Los resultados obtenidos despreciando  $r_m$  son exactos para calcular las oscilaciones forzadas debido a que las pulsaciones de torque son externas, pero el método no es de valor para estudiar las oscilaciones libres, ya que en ecuación # 6.44 con  $r_m=0$ , la constante de amortiguamiento C es siempre positiva.

Por lo tanto el criterio para oscilaciones libres queda definido con la presencia de  $r_m$ . Los valores de K y C pueden ser obtenidos a partir de las ecuaciones (6.37) a (6.42), sin despreciar  $r_m$ . Los siguientes resultados obtenidos de referencia #1, el cual

asume que  $(m)$  es pequeño comparado con  $(W_r)$  a fin de que  $W^2_r - m^2 \approx W^2_r$  son:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta T}{\Delta \delta} &= \frac{1}{2D} \left[ W^2_r (A \xi^2_{do} + B \xi^2_{qo}) - W_r (\xi_{do} i_{do} + \xi_{qo} i_{qo}) \right. \\ &+ \frac{j m}{W_r} r_a \left[ W^2_r AB (\xi^2_{do} + \xi^2_{qo}) - W_r (B-A) (\xi_{qo} i_{qo} - \xi_{do} i_{do}) \right. \\ &- (i^2_{do} + i^2_{qo}) \left. \right] + r^2_a \{ W_r AB (\xi_{do} i_{do} + \xi_{qo} i_{qo}) \\ &- (A i^2_{do} + B i^2_{qo}) \} \left. \right] \quad (6.45) \\ &= K + j m C \end{aligned}$$

donde

$$A = \frac{1}{x_d(jm)}$$

$$B = \frac{1}{x_q(jm)}$$

$$D = 1 + \frac{j m}{W_r} r_a (A + B) + r^2_a A B$$

### CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.-

El estudio de sincronización de Generadores Síncronos relaciona la solución simultánea de un número de ecuaciones diferenciales no lineales. Los diferentes modelos matemáticos presentados en esta tesis, como lo son: Los lazos de control, Máquina Síncrona y carga Eléctrica adoptan las mínimas asunciones para la solución de estas ecuaciones por medio del CSMP y producen mejores resultados que los obtenidos por método analítico basado en asunciones simplificadoras.

Los resultados dados en esta tesis nos llevan a indicar los siguientes análisis:

- Los términos  $\frac{d}{dt}\Phi_a$  y  $\frac{d}{dt}\Phi_{a'}$ , esto es, la razón de cambio de los flujos con respecto al tiempo, no tienen consecuencia en el efecto transiente respecto al pequeño pico observado en figuras de voltaje terminal y Potencia Real del apéndice B, sea cual fuere el tipo de la Central o de valor del incremento de carga; debido a que es la componente D.C. la que actúa más rápidamente.

La magnitud de la componente D.C. depende del valor  $x/R$  o factor de potencia del circuito (no de la carga) y de la posición respecto a las ondas de voltaje y corriente en la que es aplicada la perturbación. Al observar los valores de la relación  $x/R$ , en las figuras del apéndice B, para los diferentes tipos de central y variaciones de

carga, se tiene que mientras mas grande la relación  $x/R$ , más tiempo le toma a la componente D.C. desaparecer, o lo que es lo mismo, para el valor  $x/R$  grande se tiene un valor de corriente asimétrico alto. En las figuras mencionadas hay valores de  $x/R$  que aunque sean de valores mayores su componente D.C. es pequeña, esto es debido al ángulo de aplicación de la variación de carga.

La simulación realizada en esta tesis para el caso de incrementos de carga hace preveer que éste puede llevarse a cabo para el caso de un estudio de corto-circuito de generadores a fin de determinar el valor de la corriente asimétrica total y por lo tanto la capacidad nominal de corriente momentánea para la selección de un interruptor.

- El valor del pico observado en las figuras de apéndice B, solo es función de la relación  $x/R$ ; mas no del tipo de regulador, excitación o velocidad, como tampoco del sistema de suministro hidráulico o de vapor, estos más bien tienen efecto en el comportamiento dinámico de la máquina.

Según lo anterior, comparando las curvas de Potencia Real y Voltaje Terminal con la de deslizamiento, las primeras siguen a la curva de deslizamiento para cualquiera de los casos hidráulicos o de vapor.

- Ante un incremento de carga, según la respuestas de deslizamiento para centrales hidráulicas y de vapor,

figuras B-1 y B-4 del apéndice B, se observa que la señal que da la Central hidráulica es más inestable que la de vapor. Lo anterior es debido a que en la Central hidráulica, la constante de tiempo que suministra retardo o tiempo muerto es la del tiempo de arranque del agua ( $T_w$ ); no así en el sistema de suministro de vapor, ya que el flujo de vapor reacciona inmediatamente a cualquier cambio, según el estudio realizado en capítulo 2 sobre respuestas de las turbinas. En consecuencia, si consideramos un sistema de Potencia que tenga centrales hidráulicas y de vapor en paralelo y un incremento de carga es efectuado, la turbina de vapor responderá rápidamente en comparación con la hidráulica tomando ella (la de vapor) la mayor parte del incremento de carga hasta que la unidad hidráulica responda.

Para un incremento dado de carga, la amplitud de las pulsaciones de potencia real del turbo-generador son bajas en comparación con esas del hidro-generador; según figuras del apéndice B. Por lo tanto el turbo-generador es más adaptable a sincronizar e incrementar carga que el hidro-generador.

Muchas veces los operadores de las Centrales necesitan saber que incrementos de carga deben aplicar a fin de resincronizar un Generador al Sistema de Potencia, los incrementos deben de ser de tal magnitud que no operen a los relés de baja frecuencia; para esto los relés de baja

Frecuencia de estado sólido deben ser calibrados de 59.6 a 59.8 Hz. (rango de 0.2 a 0.4 Hz) para disparar en la primera indicación de baja frecuencia; en cambio que la calibración para los relés electromecánicos debe ser proximadamente de 0.1 a 0.2 Hz. debajo de la frecuencia de operación normal mas baja del Sistema. Observando las gráficas de deslizamiento versus tiempo (B-11 y B-12), se tiene que:

Para una Central a Vapor, la máxima carga a aplicar debe ser del 3% para el caso de relés electromecánicos y del 1% para relés de estado sólido.

Para una Central Hidráulica, la máxima carga a aplicar debe ser menor del 1.5% para el caso de relés electromecánicos y un valor ligeramente mayor del 1.5% para relés de estado sólido.

Finalmente, el modelo de máquina síncrona escogido suministra resultados no sólo para el análisis dinámico sino también para el análisis transiente, como se menciona en las primeras partes de esta sección, por lo tanto, el modelo de máquina escogido fue el adecuado.

## BIBLIOGRAFIA

- 1.- ADKINS BERNARD, "The General Theory of Electrical Machinery", Chapman & Hall, Londres, Tercera Edición 1962.
- 2.- ANDERSON P.M. "Analysis of Faulted Power Systems", Iowa State Press, Iowa 1973.
- 3.- BAHAMONDE ROBERTO ING., "Curso de Elementos de Estabilidad de Gobernación de Centrales Hidroeléctricas", ESPON, Septiembre de 1985.
- 4.- BHARALI P. Y ADKINS B., "Operational Impedances of Turbogenerators with Solid Rotors", Proc. IEE, vol. 110, No. 12, Diciembre 1963, pag:2185.
- 5.- CONCORDIA CHARLES, "Synchronous Machines Theory and Performance", John Wiley & Sons, New York 1951.
- 6.- CHEN JOHN Y.H., "Dynamic Stability and Excitation Control of Directly couple Multimachine Systems", University Microfilms International, Michigan U.S.A. 1985.
- 7.- CHEN M.S., "Curso Corto: Estabilidad de Sistemas de Potencia", ESPOL Facultad de Ingeniería Eléctrica, 12-14 Enero 1987.



- 8.- DE MELLO F.P., "Dinamica e Controle da Geracao", Curso de Engenharia em Sistemas Electricos de Potencia, Serie - P.T.I., Santamaria - RS - 1979.
- 9.- DINELEY J.L. y FENWICK P.J., "The Effects of Prime - Mover and Excitation Control on The Stability of Large Steam Turbine Generators", Trans IEEE, vol Pas-97 No. 1, Noviembre/Diciembre 1978, pag:1613.
- 10.- EGGENBERGER M.A., "A Simplified Analysis of The No-Load Stability of Mechanical - Hydraulic Speed Control Systems for Steam Turbines", ASME, informacion 60 - WA - 34.
- 11.- ELGERD OLLE I., "Electric Energy Systems Theory an Introduction", Mac Graw - Hill, New York, Segunda edicion 1971.
- 12.- EWART D.N. y DE MELLO F.P., "A Digital Computer Program for the Automatic Determination of Dynamic Stability Limits", Trans IEEE, vol 86, Julio 1987, pag: 867.
- 13.- IEEE POWER GENERATION COMMITTEE, "Computer Representation of Excitation Systems", Trans IEEE, vol- Pas - 87, Junio 1968.
- 14.- IEEE POWER GENERATION COMMITTEE, "Excitation System Dynamic Characteristics", Trans IEEE, Enero/Febrero 1973, pag. 55.

- 15.- IEEE POWER GENERATION COMMITTEE, "Excitation System Models for Power System Stability Studies", Trans IEEE, vol. Pas - 100, Febrero 1981, pag:494.
- 16.- IEEE POWER GENERATION COMMITTEE, "Dynamic Models for Steam and Hydro-Turbines in Power Systems Studies", Trans. IEEE, Pas - 92, Noviembre de 1973, pag:1904.
- 17.- KIMBARK EDWARD WILSON, "Power System Stability: Synchronous - Machines", Dover Publications, New York 1968.
- 18.- KRAUSE P.C., NOZARI F., SKVARENINA T.L. y OLIVE D.W., "The Teory of Neglecting Stator Transients", Trans IEEE, vol. Pas - 98, No.1, Enero/Febrero 1979, pag:141.
- 19.- MALIK P. y CORY B.J., "Study of Asynchronous Operation and Resynchronisation of Synchronous Machines by Mathematical Models", Proc. IEE, vol 113, No. 12, Diciembre 1966, pag:1977.
- 20.- OGATA KATSUHIKO, "Ingeniería de Control Moderna", Pretice/Hall International, España, Sexta edición 1980.
- 21.- PUTMAN H.V., "Synchronizing Power in Synchronous Machines Under Steady and Transient Conditions", AIEE, Septiembre 1926, pag:1116.
- 22.- RAMEY D.G. y SKOOG LUND JOHN W., "Detailed Hydrogovernor Representation for System Stability Studies", Trans

IEEE, Enero 1970, pag: 121.

- 23.- RIAZ M., "Analogue Computer Representations of Synchronous Generators in Voltage Regulations Studies", AIEE, Diciembre 1956, pag:117B.
- 24.- SANTANA RUTH., "Simulación de Sistemas Continuos en Microcomputadores IBM-PC", ESPOL, Tesis de Grado 1987.
- 25.- SEETHARAMAN C.K., VERMA S.P. Y ELX-SERAFI A.M., "Operation of Synchronous Generators in The Asynchronous Mode", Trans. IEEE, vol Pas - 90 No. 1, Septiembre 1973, pag:928.
- 26.- SHOULTS D.R., LAUDER A.H. Y CRARY S.B., "Pull in Characteristics of Synchronous Motors", Trans. AIEE 1935, vol 54, pag:1385.
- 27.- BUDAN R.N., "Digital Computer study of The Resynchronizing of a Turboalternator", AIEE, Febrero 1961, pag:1120.
- 28.- THE MAGGRAW - HILL MAGAZINE OF ENERGY SYSTEMS ENGINEERING, "Power Generation Systems", Mc Graw-Hill, USA 1967.
- 29.- THORNE D.H. Y HILL E.F., "Field Testing and Simulation of Hydraulic Turbine Governor Performance", Trans IEEE, vol Pas-87, No.1, Mayo 1975 pag:1183.

- 30.- VENIKOV V.A., "International Series of Monographs on Electronics and Instrumentation - Transient Phenomena in Electrical Power Systems", Pergamon Press Volumen 24, traducción Bernard Adkins y Daniel Rutemberg 1964.
- 31.- WARING M.L. Y CRARY S.B., "The Operational Impedances of a Synchronous Machine", General Electric Review, vol. 35, No. 11, Noviembre 1932, pag:578.
- 32.- YOUNG C.C., "Equipment and Systems Modeling for Large-Scale Stability Studies", Trans IEEE, Pas-72, Enero 1972.
- 33.- YOUNG C.C., "The Synchronous Machine", IEEE Tutorial Course on Modern Concepts of Power Systems Dynamics, Mayo 1970.