



**ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL**

**Instituto de Ciencias Matemáticas**

“Valoración Actuarial de Primas de Seguros de Vehículos  
en la Provincia del Guayas”

**TESIS DE GRADO**

Previo la obtención del Título de:

**INGENIERO EN ESTADÍSTICA INFORMÁTICA**

Presentada por:

Danny Richard Salazar Garcés

GUAYAQUIL – ECUADOR

Año: 2004

## AGRADECIMIENTO

A mis padres por su apoyo incondicional, a todas las personas que de uno u otro modo colaboraron en la realización de esta tesis, en especial al Mat. Fernando Sandoya por su paciencia.

## DEDICATORIA

A DIOS

A MIS PADRES

A MIS HERMANAS

## TRIBUNAL DE GRADUACIÓN

---

Mat. Jorge Medina S.  
DIRECTOR DEL INSTITUTO  
DE CIENCIAS MATEMÁTICAS

---

Mat. Fernando Sandoya S.  
DIRECTOR DE TESIS

---

Ing. Marcos Mendoza V.  
VOCAL

---

Ing. Jorge Fernandez R.  
VOCAL

## DECLARACIÓN EXPRESA

“La responsabilidad del contenido de esta Tesis de Grado, me corresponden exclusivamente; y el patrimonio intelectual de la misma a la ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL”

(Reglamento de Graduación de la ESPOL).

\_\_\_\_\_

Danny Salazar

## **RESUMEN**

El presente trabajo desarrolla un modelo actuarial para valorar las primas de un seguro de vehículos tomando en cuenta el comportamiento de la persona cuando conduce. Debido a que los datos no fueron tomados de aseguradora alguna se vio en la necesidad de formular nuestro primer supuesto, el cual consiste en que el portafolio de clientes será toda la población de poseedores de vehículos en la Provincia del Guayas.

En su primera parte, se revisan los modelos usados en algunos países de Europa, mostrando como está constituida su tarifa y leyes que la complementan.

En la segunda parte, se analiza la partición de la población en el año 2000-2002 que estuvieron involucrados en accidentes, mostrando resultados explicativos que posteriormente son utilizados.

Para finalizar se muestra como se construye el modelo actuarial, explicando los supuestos básicos y la evolución del modelo hasta llegar al más óptimo.

# INDICE GENERAL

	Pág.
RESUMEN.....	II
INDICE GENERAL.....	III
INDICE DE FIGURAS.....	IV
INDICE DE TABLAS.....	V
SIMBOLOGÍA.....	VI
INTRODUCCIÓN.....	1
CAPITULO 1	
1. SISTEMA BONUS MALUS.....	2
1.1. Breve introducción del sistema.....	2
1.2. Resumen de políticas en algunos países que aplican el Sistema Bonus Malus.....	6
1.2.1. Bélgica.....	6
1.2.1.1. Reglamento Tarifario.....	6
1.2.1.2. Problemas Usuales.....	15
1.2.2. Francia.....	17
1.2.2.1. Criterios de Selección.....	18
1.3. Partes que constituyen un Sistema Bonus Malus.....	26

1.3.1.	Concepto y Origen.....	26
1.3.2.	Funcionamiento.....	26
1.3.2.1.	Sistema de Bonificación.....	29
1.3.2.2.	Sistema de Penalización.....	32
1.4.	Terminología Importante.....	33
CAPÍTULO 2		
2.	ANÁLISIS ESTADÍSTICO.....	36
2.1.	Antecedentes.....	36
2.2.	Identificación de las variables.....	37
2.2.1.	Estado del Vehículo.....	37
2.2.2.	Móvil del Accidente.....	38
2.2.3.	Código de Zona.....	39
2.2.4.	Año de Fabricación.....	40
2.2.5.	Marca.....	41
2.2.6.	Tipo de Vehículo.....	42
2.2.7.	Tipo de Combustible.....	42
2.2.8.	Estructura del Vehículo.....	43
2.2.9.	Uso.....	44
2.2.10.	Tipo de Ente.....	45
2.2.11.	Causa de Accidente.....	45
2.3.	Análisis Univariado.....	47
2.3.1.	Variable “Estado del Vehículo” .....	47



2.3.2.	Variable “Móvil del Accidente”	48
2.3.3.	Variable “Código de Zona”	50
2.3.4.	Variable “Año de Fabricación”	52
2.3.5.	Variable “Marca”	54
2.3.6.	Variable “Tipo de Vehículo”	55
2.3.7.	Variable “Tipo de Combustible”	57
2.3.8.	Variable “Estructura del Vehículo”	58
2.3.9.	Variable “Uso”	59
2.3.10.	Variable “Tipo de Ente”	60
2.3.11.	Variable “Causa de Accidente”	62
2.4.	Análisis Bivariado	63
2.4.1.	Estado del Vehículo Vs. Móvil del Accidente	64
2.4.2.	Estado del Vehículo Vs. Código de Zona	65
2.4.3.	Estado del Vehículo Vs. Marca	67
2.4.4.	Estado del Vehículo Vs. Tipo de Vehículo	68
2.4.5.	Estado del Vehículo Vs. Tipo de Combustible	70
2.4.6.	Estado del Vehículo Vs. Estructura del Vehículo	71
2.4.7.	Estado del Vehículo Vs. Uso	73
2.4.8.	Móvil del Accidente Vs. Código de Zona	74
2.4.9.	Móvil del Accidente Vs. Marca	76
2.4.10.	Móvil del Accidente Vs. Uso	77
2.4.11.	Resumen de Código de Zona Vs. Resto	78

2.4.12.	Año de Fabricación Vs. Marca.....	79
2.4.13.	Año de Fabricación Vs. Tipo de Vehículo.....	81
2.4.14.	Resumen de Marca Vs. Resto.....	82
2.4.15.	Tipo de Vehículo Vs. Tipo de Combustible.....	83
2.4.16.	Tipo de Vehículo Vs. Uso.....	84
2.5.	Análisis Multivariado.....	85
2.5.1.	Análisis de Componentes Principales para Datos Categoricos.....	85
2.5.1.1.	Análisis con todas las variables.....	87
2.5.1.2.	Análisis con las variables Uso, Marca, Tipo de Combustible, Causa de Accidente y Tipo de Vehículo.....	90
2.5.1.3.	Análisis con las variables Causa de Accidente, Tipo de Vehículo y Estado del Vehículo.....	95
2.5.1.4	Análisis con las variables Uso, Marca, Tipo de Combustible, Tipo de Vehículo y Tipo de Persona.....	98
2.5.1.5	Análisis con las variables Año de Fabricación, Estado del Vehículo y Estructura del Vehículo.....	101

2.5.2.	Determinación de un modelo predictor del número de accidentes a través de regresiones y análisis discriminante.....	103
2.5.2.1.	Regresión lineal por pasos sucesivos.....	105
2.5.2.2.	Regresión Ordinal.....	108
2.5.2.3.	Análisis Discriminante.....	109

### CAPÍTULO 3

3.	DESARROLLO DEL SISTEMA.....	111
3.1.	Modelo de Poisson.....	113
3.2.	Modelo de la Binomial Negativa.....	118
3.3.	Presentación en forma de un juego estadístico.....	123
3.3.1.	Aplicación del Modelo Binomial Negativo.....	129
3.3.2.	Principio del Valor Esperado.....	132
3.3.3.	Principio de la Utilidad Cero.....	137
3.4.	Aplicación a los resultados en la Provincia del Guayas.....	141
3.4.1.	Aplicando el Principio de la Utilidad Cero.....	143

### CAPÍTULO 4

4.	CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	145
----	-------------------------------------	-----

### APÉNDICES

### BIBLIOGRAFÍA

## INDICE DE FIGURAS

	Pág.
Figura 1.1.	Cadenas de Markov de los Niveles de la Prima.....13
Figura 2.1.	Histograma de Frecuencias – Estado del Vehículo.....47
Figura 2.2.	Histograma de Frecuencias – Móvil del Accidente.....49
Figura 2.3.	Histograma de Frecuencias – Código de Zona.....51
Figura 2.4.	Histograma de Frecuencias – Año de Fabricación.....53
Figura 2.5.	Histograma de Frecuencias – Marca.....54
Figura 2.6.	Histograma de Frecuencias – Tipo de Vehículo.....56
Figura 2.7.	Histograma de Frecuencias – Tipo de Combustible.....57
Figura 2.8.	Histograma de Frecuencias – Estructura del Vehículo.....58
Figura 2.9.	Histograma de Frecuencias – Uso.....59
Figura 2.10.	Histograma de Frecuencias – Tipo de Ente.....61
Figura 2.11.	Histograma de Frecuencias – Causa de Accidente.....63
Figura 2.12.	Puntos para las Categorías en las Figuras Conjuntas.....91
Figura 2.13.	Punto para las Categorías Tipo de Vehículo.....92
Figura 2.14.	Carga de los Componentes.....94
Figura 2.15.	Puntos para las Categorías en las Figuras Conjuntas.....96
Figura 2.16.	Carga de los Componentes.....97
Figura 2.17.	Puntos para las Categorías en las Figuras Conjuntas.....99
Figura 2.18.	Carga de los Componentes.....100
Figura 2.19.	Puntos para las Categorías en las Figuras Conjuntas.....102
Figura 2.20.	Carga de los Componentes.....103
Figura 2.21.	Historial por Asegurado.....124

## INDICE DE TABLAS

		Pág.
Tabla 1	Niveles de la Prima.....	11
Tabla 2	Estado del Vehículo.....	38
Tabla 3	Móvil del Accidente.....	38
Tabla 4	Código de Zona.....	39
Tabla 5	Año de Fabricación.....	40
Tabla 6	Marca.....	41
Tabla 7	Tipo de Vehículo.....	42
Tabla 8	Tipo de Combustible.....	43
Tabla 9	Estructura del Vehículo.....	44
Tabla 10	Uso.....	44
Tabla 11	Tipo de Ente.....	45
Tabla 12	Causa de Accidente.....	46
Tabla 13	Tabla de Frecuencias – Estado del Vehículo.....	47
Tabla 14	Tabla de Frecuencias – Móvil del Accidente.....	48
Tabla 15	Tabla de Frecuencias – Código de Zona.....	50
Tabla 16	Tabla de Frecuencias – Año de Fabricación.....	52
Tabla 17	Tabla de Frecuencias – Marca.....	54
Tabla 18	Tabla de Frecuencias – Tipo de Vehículo.....	55
Tabla 19	Tabla de Frecuencias – Tipo de Combustible.....	57
Tabla 20	Tabla de Frecuencias – Estructura del Vehículo.....	58
Tabla 21	Tabla de Frecuencias – Uso.....	59
Tabla 22	Tabla de Frecuencias – Tipo de Ente.....	60
Tabla 23	Tabla de Frecuencias – Causa de Accidente.....	62
Tabla 24	Tabla de Contingencia – Estado del Vehículo Vs. Móvil del Accidente.....	64
Tabla 25	Tabla de Contingencia – Estado del Vehículo Vs. Código de Zona.....	65
Tabla 26	Tabla de Contingencia – Estado del Vehículo Vs. Marca.....	67
Tabla 27	Tabla de Contingencia – Estado del Vehículo Vs. Tipo de Vehículo.....	68
Tabla 28	Tabla de Contingencia – Estado del Vehículo Vs. Tipo de Combustible.....	70
Tabla 29	Tabla de Contingencia – Estado del Vehículo Vs. Estructura del Vehículo.....	71
Tabla 30	Tabla de Contingencia – Estado del Vehículo Vs. Uso.....	73
Tabla 31	Tabla de Contingencia – Móvil del Accidente Vs. Código de Zona.....	74

Tabla 32	Tabla de Contingencia – Móvil del Accidente Vs. Marca.....	76
Tabla 33	Tabla de Contingencia – Móvil del Accidente Vs. Uso.....	77
Tabla 34	Tabla de Contingencia – Año de Fabricación Vs. Marca.....	79
Tabla 35	Tabla de Contingencia – Año de Fabricación Vs. Tipo de Vehículo.....	81
Tabla 36	Tabla de Contingencia – Tipo de Vehículo Vs. Tipo de Combustible.....	83
Tabla 37	Tabla de Contingencia – Tipo de Vehículo Vs. Uso.....	84
Tabla 38	Resumen del Modelo.....	88
Tabla 39	Componentes Principales de las Variables Uso, Marca, Tipo de Combustible, Causa de Accidente y Tipo de Vehículo.....	90
Tabla 40	Carga de los Componentes.....	93
Tabla 41	Componentes Principales de las Variables Causa de Accidente, Tipo de Vehículo y Estado del Vehículo.....	95
Tabla 42	Carga de los Componentes.....	97
Tabla 43	Componentes Principales de las Variables Uso, Marca, Tipo de Combustible, Tipo de Vehículo y Tipo de Persona.....	98
Tabla 44	Carga de los Componentes.....	99
Tabla 45	Componentes Principales de las Variables Año de Fabricación, Estado del Vehículo y Estructura del Vehículo.....	101
Tabla 46	Carga de los Componentes.....	103
Tabla 47	Resumen de las iteraciones del modelo.....	106
Tabla 48	Coefficientes del Modelo.....	107
Tabla 49	Seudo $R^2$ obtenido para la regresión ordinal.....	108
Tabla 50	Prueba de Box sobre la igualdad de la matriz de covarianza..	109
Tabla 51	Proporción de la varianza explicada.....	110
Tabla 52	Distribución de accidentes.....	116
Tabla 53	Bondad de Ajuste, Poisson ( $\lambda=0.03563788$ ).....	117
Tabla 54	Bondad de Ajuste, Binomial Negativa ( $\tau=43,9648161$ , $\hat{\alpha}=1,5668128$ ).....	122

## SIMBOLOGÍA

$\lambda$	Proporción de accidentes
$k$	Número de accidentes por persona
$a!$	Factorial de $a$
$\Delta t$	Diferencial de tiempo
$\sigma^2$	Varianza poblacional
$s^2$	Varianza muestral
$\bar{x}$	Media muestral
$o(\Delta t)$	Función evaluada en un muy pequeño espacio de tiempo
$n_k$	Total de accidentes dado $k$
$p_k$	Probabilidad de $k$
$(t, t+\Delta t)$	Intervalo de tiempo
$N(t, t+\Delta t)$	Número de accidentes en ese intervalo de tiempo
$P[N(t, t+\Delta t) = 1]$	Probabilidad de que suceda un accidente durante el intervalo $(t, t+\Delta t)$
$P[N(t, t+\Delta t) > 1]$	Probabilidad de que suceda más de un accidente durante el intervalo $(t, t+\Delta t)$
$P[N(\tau) = k]$	Probabilidad de ocurrencia de $k$ accidentes en el intervalo de tiempo $\tau$
$P(x   y)$	Probabilidad de $x$ dado $y$
$p_k(t)$	Probabilidad de ocurrencia de $k$ accidentes en el periodo de tiempo $t$
$\chi^2$	Función de distribución Ji-Cuadrado
$\Gamma$	Función de densidad Gamma
$E[x]$	Valor esperado de $x$
$\sum x$	Sumatoria de $x$
$\int_a^b x$	Integral de $x$ en el intervalo $(a,b)$
$\binom{b}{a}$	Combinación de $a$ en $b$
$\Lambda$	Espacio de estrategias de la naturaleza, conjunto de posibles valores que toma el parámetro desconocido $\lambda$
$D_{t+1}$	Espacio de estrategias de el actuario en el instante $t+1$
$R_{t+1}$	Función de riesgo del actuario en el instante $t+1$
$F_{t+1}(\lambda_{t+1}, \lambda)$	Función de la pérdida de la diferencia entre $\lambda_{t+1}$ y $\lambda$ .

$\bar{P}(k_1, \dots, k_t)$

Distribución de accidentes durante el año de observación t en el portafolio

Log

Logaritmo

$M(c, \lambda)$

Función generadora de momentos de la función de Poisson



## INTRODUCCIÓN

La mayoría de las empresas aseguradoras en el país ofertan seguros desarrollados para otras realidades las cuales no se ajustan plenamente a la situación nacional, por lo que no se puede brindar un mejor servicio y generar mayor eficiencia al comprador.

En la actualidad los seguros de vehículos desarrollados obvian una situación muy importante, el comportamiento del cliente en pleno uso del seguro, fijémonos en el caso de los conductores que evitan daños, no es justo que ellos paguen lo mismo que los conductores con antecedentes negativos.

Es por eso que tomamos en cuenta el Modelo BONUS-MALUS para desarrollar un modelo actuarial que permita establecer el valor de las primas basándose en el historial del cliente, modelo por el cual utilizamos los datos históricos de siniestros ocurridos en la Provincia del Guayas.

# **CAPÍTULO 1**

## **1. SISTEMA BONUS-MALUS**

En esta tesis se utilizará el sistema Bonus Malus como método para obtención de las primas de seguros de vehículos en la Provincia del Guayas, a continuación el desarrollo:

### **1.1. Breve introducción del sistema**

El modelo BONUS-MALUS se basa en la teoría matemática de seguros de no-vida, esta teoría fue desarrollada mucho después de la teoría de seguros de vida. Los problemas que ocurren en el campo de los seguros de no-vida son más complicados por varias razones:

- En el campo del seguro de vida, la compañía usualmente paga al asegurado solo sobre la póliza es decir cuando el asegurado muere o la póliza cumple su período de vigencia.

Esto sucede con algunos tipos particulares de pólizas (por ejemplo, seguros de enfermedad, cuando el asegurado vuelve a trabajar después de un período de enfermedad) en el que un aseguramiento válido puede ser hecho sobre varias ocasiones diferentes.

Por otra parte, la regla general en los seguros de no-vida es que el poseedor de la póliza puede ser víctima de algunas pérdidas (en seguro de automóviles, por supuesto, pero también en seguros de robo de casa e incendio).

- En el campo de seguro de vida, la cantidad a ser pagada por la compañía –excluyendo algunos bonos- es determinada por la inspección de las pólizas. Para varios tipos de contratos de seguros de vida, la suma pagable sobre muerte o fin de vigencia de la póliza es conocida de antemano. En el campo del seguro de no-vida, la cantidad de una pérdida es una variable aleatoria: el costo de un accidente de automóvil, la pérdida total o parcial de un edificio como resultado de fuego, el número y naturaleza de los daños, no son conocidos de antemano

- Los problemas estadísticos asociados con la estimación de los parámetros son más difíciles de calcular en el campo de seguro de no-vida. En los seguros de vida se tiene, una revisión periódica de las tablas de mortalidad, de los gastos cargados a la póliza y de las tasas de interés, esto hace posible mantener las tasas de las primas actualizadas. En cambio, en el campo del seguro de no-vida, cambios rápidos en las condiciones económicas hacen que los cálculos de los índices de las primas sean mucho más difíciles de realizar.

- Aunque las pólizas de seguros de vida son casi siempre de larga duración (10 años o más), las pólizas de seguro de no-vida generalmente tienen que ser renovadas muy frecuentemente. Un balance financiero tiene que ser hecho cada año; contrario a lo que sucede con los seguros de vida, no puede ser permitido un déficit durante el primer año de existencia de la póliza.

- Aunque las primas en seguros de vida pueden ser frecuentemente divididas en un componente de riesgo y un componente de ahorro, un seguro de no-vida es un seguro de riesgo puro. Como resultado, el beneficio de la inversión en un seguro de no-vida solo surge del hecho de que las primas son

completadas en el transcurso del seguro, mientras que los pagos a los asegurados son hechos después de una larga demora. También los beneficios en la inversión de los seguros de no-vida no se pueden comparar con los que surgen en los seguros de vida y frecuentemente no compensan bien para un nivel bajo de índices de prima.

- Finalmente, en el seguro de vida, quien posee la póliza puede fácilmente particionarla en clases de prioridad homogéneas. Simplemente se las clasifica de acuerdo a sexo y edad, y si es necesario se puede cargar una prima extra en caso de que se observe un incremento del riesgo después de obtener evidencia médica o si la persona tiene un trabajo peligroso. En un seguro de no-vida, una estimación a-priori del riesgo es difícil, algunas veces imposible. Obviamente no todos los poseedores de las pólizas tienen igual dificultad en la estimación del nivel del riesgo. Malos conductores, fumadores en abstinencia, perros peligrosos, todo esto existe, pero ¿cómo se puede localizar una prioridad?

De todos los tipos de seguros de no-vida, los de automóviles con daños a terceros indudablemente dan lugar a los más calurosos debates. Este es el campo en se han hecho numerosas

investigaciones, la presión empleada por los poseedores de pólizas a través de las asociaciones de consumidores es muy fuerte, y el control organizado por las autoridades gubernamentales es estricto (en algunos países).

Dada la dificultad de crear modelos en el campo de seguros de no-vida, muchas veces las primas se establecen de manera antitécnica, perjudicando en la mayoría de los casos a los usuarios, y en otros casos originando déficit y quiebra en las aseguradoras, por esto en esta tesis se aborda el tema y se trata de dar el mayor esfuerzo para obtener un resultado técnicamente responsable acorde a las necesidades de seguridad de las partes involucradas en el seguro.

## **1.2. Resumen de políticas en algunos países que aplican el Sistema Bonus Malus**

A continuación se presentan aplicaciones del Sistema Bonus Malus en algunos países de Europa:

### **1.2.1. Bélgica**

#### **1.2.1.1. Reglamento Tarifario**

El principio fundamental del seguro consiste en formar un fondo en el cual el que posee la póliza pone su riesgo. Si estos riesgos no son todos iguales entre sí, es justo para cada miembro pagar una prima que es proporcional al riesgo que se impone sobre el fondo de riesgo.

Cuando determinamos una tarifa, es importante estimar el riesgo subalterno para cada parte asegurada, también el costo de asegurar puede ser compartido justamente. En consecuencia la principal tarea del actuario es poner una tarifa y hacer esto tan justo como sea posible particionando la póliza dentro de clases homogéneas (es decir mientras más riesgo más se paga) en la que todos los poseedores de pólizas pertenecientes a una misma clase paguen una misma prima.

En Bélgica, la tarifa para el cálculo de primas de seguros de responsabilidad a terceros es prescrita por el decreto ministerial de Abril 14 de 1971. Por

lo tanto a partir de ahora todas las compañías aplican la tarifa descrita.

La máxima tarifa aplicada, llamada “tarifa según su poder”, introduce 3 factores de categoría:

- El poder del vehículo.

En adición a una prima fija de 2292 francos, el poseedor de la póliza paga 84 francos más por cada caballo de fuerza superior a 70 y 25 francos más por cada caballo de fuerza adicional, los que superen los 250 caballos de fuerza son pasados por alto. Estas cantidades están vinculadas al costo oficial del índice de vida (para el primer cuarto de 1984, tenemos que multiplicar por 2.27).

- El sistema de bonos malos.

La prima básica está modificada, dependiendo del número de asegurados durante el año, según las reglas de transición del sistema BONUS-MALUS por el decreto. Este sistema



está compuesto por 18 clases como se muestra en la Tabla 1. Las reglas de transición permiten una reducción de una clase para cada año de “buen asegurado” o “buen conductor” y penaliza a los poseedores de pólizas en dos clases para el primer cobro del seguro y tres clases por cada vez que posteriormente cobre el seguro (cuando le ocurre otro accidente) reportado durante el mismo año.

Dos restricciones necesitan hacerse para este mecanismo:

- a) Las clases 1 y 18 representan el nivel más bajo y el nivel más alto respectivamente.
- b) El poseedor de la póliza no puede cobrar el seguro por 4 años consecutivos, pero quien nunca antes había estado en una clase entre 10 para arriba, es automáticamente

llevado a una clase por debajo de 10, esto se ilustra en la Figura 1.1.

En esta última restricción, una pequeña concesión al poseedor de la póliza es considerada como de alto riesgo, esto es muy desafortunado para el poseedor de la póliza desde el punto de vista matemático, ya que el sistema está definido sobre cadenas de Markov (procesos sin memoria) y las compañías de seguro necesitan almacenar los últimos cuatro años de historial del poseedor de la póliza en lugar del estado actual, imaginemos el caso de una persona que compra por primera vez un seguro de este tipo, para la compañía venderle el seguro es de alto riesgo ya que no posee información histórica del individuo y puede suponer equivocadamente una conducta determinada.

TABLA 1

## NIVELES DE LA PRIMA

Clase	Nivel de la prima	Clase	Nivel de la Prima	Clase	Nivel de la Prima
<b>18</b>	200	<b>12</b>	110	<b>6</b>	85
<b>17</b>	160	<b>11</b>	105	<b>5</b>	80
<b>16</b>	140	<b>10</b>	100	<b>4</b>	75
<b>15</b>	130	<b>9</b>	100	<b>3</b>	70
<b>14</b>	120	<b>8</b>	95	<b>2</b>	65
<b>13</b>	115	<b>7</b>	90	<b>1</b>	60

Como en todos los países Europeos con un sistema de BONUS-MALUS obligatorio, no es posible borrar los errores cometidos por los conductores simplemente con la terminación del contrato e ir a otra compañía (es decir el historial es compartido por todas las empresas aseguradoras). En adición al hecho de pólizas estándar (obligatorias) en que ambas partes se comprometen por diez años, también es posible que una persona que desee cambiarse de compañía muestre un certificado del seguro

previo mencionando el nivel logrado del BONUS-MALUS.

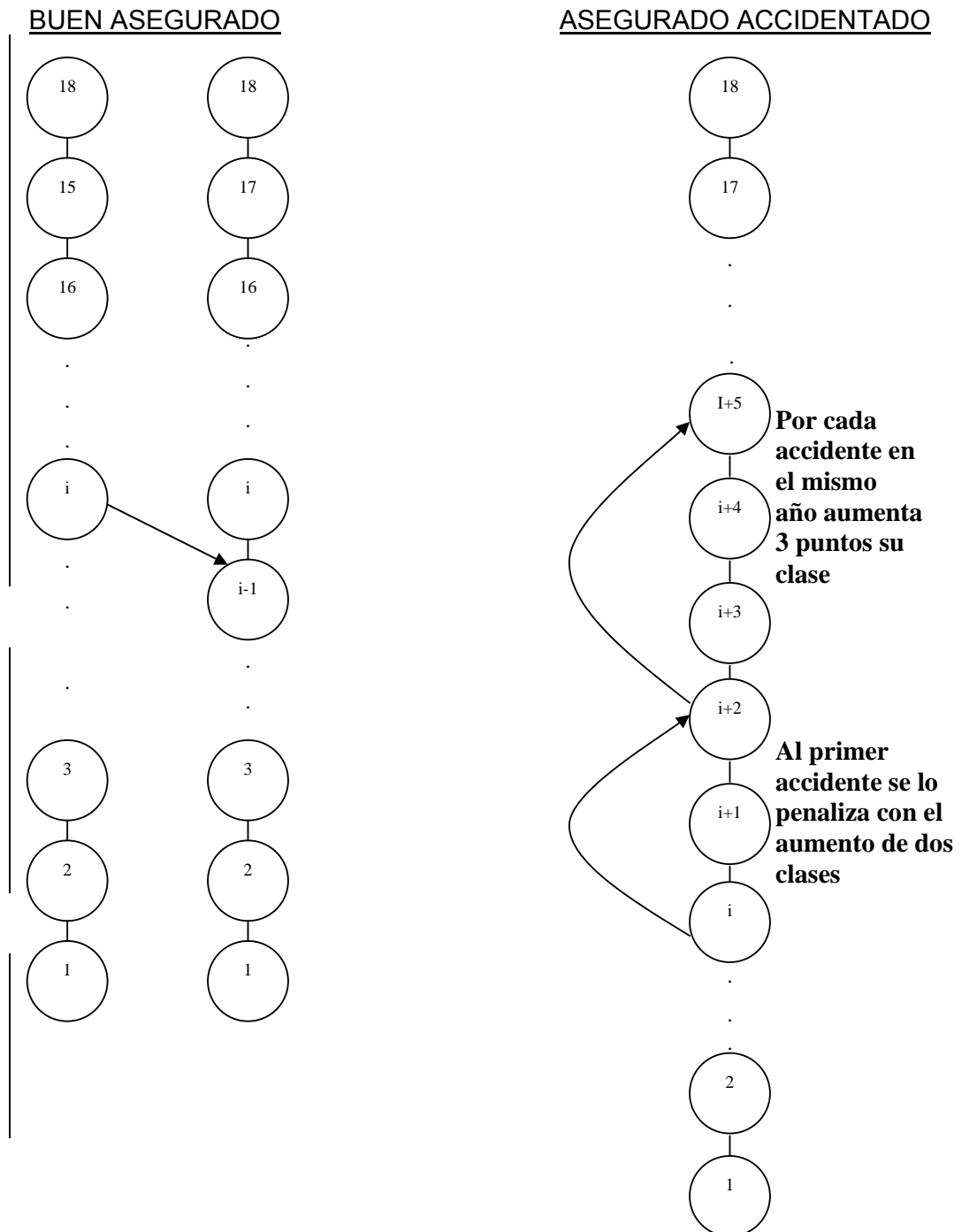
- El uso del vehículo.

Los conductores sedentarios –quienes usan sus vehículos exclusivamente para propósitos privados, para manejar e ir al trabajo- entran al sistema bonos malos en clase 6. Por lo tanto ellos se benefician en un 15% de descuento en comparación con los usuarios de negocios llamados “profesionales” quienes entran al sistema en clase 10 (en relación a este la diferencia incrementa al 20% después de un año, con tal que no hayan cobrado el seguro).

Además, los conductores menores a 23 años de edad deberán hacer el primer pago (indexado) de 2000 francos de algún valor asegurado.

FIGURA 1.1.

## CADENAS DE MARKOV DE LOS NIVELES DE LA PRIMA



Las estructuras tarifarias descritas aquí constituyen los máximos límites permisibles. Las tarifas comerciales no pueden exceder a ellas. El decreto también introdujo un límite bajo: las tarifas no comerciales pueden ser disminuidas a un 90% del índice máximo (una reducción de más de un 10% nunca puede ser permitida, esto es justificado por comisiones debajo de la tasa del 17% prescrita).

Una peculiaridad del sistema Belga es la existencia de un “fondo de riesgos excepcionales”; si un conductor es rechazado (o expulsado) por 15 compañías, puede demandar ser asegurado en este fondo, el cual es administrado por un grupo de grandes compañías. En este caso el asegurado corre el riesgo de tener que pagar una considerable prima.

Para concluir, la cobertura proporcionada por las compañías es ilimitada. El caso más serio por

asegurar encontrado indemnizó a una persona por el monto de 32 millones de francos Belgas.

#### **1.2.1.2. Problemas usuales**

Los resultados observados en los seguros de automóviles con responsabilidad de terceros en Bélgica frecuentemente muestran un déficit. Las principales razones para esta carencia en el balance son:

- Inadecuado enlace de índices de precios

El decreto ministerial de Abril 14 de 1971 tiene una cláusula por la cual las primas son enlazadas al índice de precios al por menor.

A pesar de esto, las autoridades gubernamentales pusieron las primas para 6 meses en 1974, en un tiempo en el cual el índice de inflación tuvo un pico. De ese tiempo acá, se ha permitido incrementarse las primas por solo el 80% del índice inflacionario.

En 1978, las compañías reaccionaron para presionar por el incremento de las primas en un 13% para los vehículos mencionados en este trabajo. Después de un largo proceso, se les permitió incrementar solo en un 5%.

- Selección incorrecta del índice de referencia

El índice de precios de venta al por menor no es un buen criterio para el aumento de los costos de asegurar un vehículo. Un índice más apropiado debe reemplazarlo. El Apéndice A muestra un fracaso de asegurar costos dentro de varios componentes.

Note la gran importancia de las categorías de daño corporal. Ellos se representan por un número, más los costos, los cuales ascienden al 62% del total del monto asegurado (si tomamos dentro de la cantidad la parte utilizada por los asegurados a daños corporales en costos legales, costos de



asesores, y costos de reparación de vehículos, la cantidad fácilmente excede 2 o 3 veces).

### **1.2.2. Francia**

Los aseguradores franceses disfrutan una relativa libertad, ellos no deben preocuparse por categorizar las primas, ellos son libres de idear sus índices (estructura de la tarifa y nivel de la prima), siempre que obedezcan a las reglas impuestas por el Ministerio de Economía, de Finanzas y de Presupuesto. El sistema bonos malos es obligatorio, y para el cálculo de las primas básicas futuras se especifica el uso de los siguientes criterios: características del carro, área geográfica, uso del carro, y kilometraje anual. Para el uso de otro criterio debe ser obtenida una aprobación del ministerio. En la práctica, los aseguradores del sector no mutual (alrededor de 2/3 del mercado) aplican una estructura tarifaria que difiere un poco de la descrita, que es recomendada por el grupo técnico de accidentes.

Note que una completa reorganización de esta estructura debe ser hecha bajo esta forma. Un decreto ministerial

reciente impuso un nuevo sistema BONUS-MALUS y prohibió el uso de las variables "edad" y "sexo" (hasta entonces aplicado por casi todos los aseguradores). Los otros criterios son actualmente reexaminados. La estructura recomendada para clasificar a los poseedores de pólizas es por medio de un sistema de puntos (o números).

#### **1.2.2.1. Criterios de selección**

Tenemos 7 criterios de selección:

1. La categoría del vehículo. Los vehículos son divididos en 15 grupos, numerados de 2 a 16, primeramente basados en el poder físico del vehículo.
2. El área geográfica. Los poseedores de pólizas son divididos en 5 áreas, numeradas de 2 a 6, según la división territorial de la residencia principal.

Los valores tomados por estas dos variables nos permiten determinar una clasificación de puntos básicos, usando el Apéndice B.

Los puntos obtenidos son luego ajustados – mediante sumas y restas- para tomar la cantidad de otro criterio, con el fin de obtener una clasificación final de puntos.

3. La ocupación del poseedor de la póliza. La escala de reducción mostrada en el Apéndice C es aplicada para los puntos básicos.
4. El tiempo transcurrido desde que pasó el examen de conducción. Antes de Julio de 1984, las compañías aseguradoras tomaban la edad y el sexo del conductor, tanto como el tiempo transcurrido en que el o ella obtuvo la licencia de conducir; el énfasis fue sin embargo superior sobre el criterio anterior (sexo y edad), como se muestra en el Apéndice D de incremento de puntos.

Estos incrementos fueron reducidos a la mitad después de un año sin cobro del seguro y desaparecieron (sin incrementos) después de dos años sin cobro del seguro.

Junto al uso poco amistoso de las variables edad y sexo, el decreto de Julio de 1989 exige una sobrecarga para “conductores con nueva licencia” el cual no puede exceder 150% de la prima básica, y puede ser solo demandado si su licencia de conducir ha sido expedida menos de 3 años atrás.

5. La edad del vehículo. Los aseguradores franceses reconocen la suma importancia del criterio “distancia anual viajada”. Este criterio es, sin embargo, imposible de introducir por razones prácticas y por tanto en su lugar es usada la edad del vehículo. El Apéndice E La confirma la convicción intuitiva de que el kilometraje anual promedio es una función

decreciente con respecto a la edad del vehículo.

En consecuencia, se decidió hacer una adición de tres puntos para los vehículos debajo de dos años de edad y una reducción de dos puntos para los vehículos de 6 años o más (excepto en este último caso, para quienes tienen licencias de conducir menores a 2 años).

6. Conductores restringidos. Si los poseedores de las pólizas limitan el uso del vehículo exclusivamente para ellos mismos y sus esposas, se hace una reducción de dos puntos.

Este dinero deducible es sumado a los 2000 francos deducibles para un conductor novato. Tanto, si un padre olvida reportar a su hijo mayor y este ha llegado a la edad de manejar,

para el evento de un aseguramiento tiene que pagar 4000 francos deducibles.

El puntaje final total es por lo tanto obtenido por aplicación de los puntos iniciales totales, sobre el ajuste deseado. El siguiente paso consiste en convertir los puntos de la prima según una escala exponencial: un incremento de 12 en el puntaje total corresponde a doblar la prima.

7. Sistema Bonus Malus. El nuevo sistema de bonos malos si lo comparamos estrictamente con el resto de sistemas europeos es diferente. En efecto, mientras las primas básicas, calculadas son reducidas en un 5% por cada año sin un cobro del seguro, estas se incrementan en 25% por cada cobro asegurado reportado. En caso de responsabilidad compartida, el incremento es reducido en la mitad (12.5%). Estos porcentajes son aplicados para el nivel previo

alcanzado. En otras palabras, si se causa el primer cobro de seguro la prima pasa de nivel 100 a 125, el segundo incrementa la prima a 156, la tercera a 195, y así (todos los números son redondeados hacia abajo).

El nivel más alto es 350, esto es, un incremento del 250% en la prima básica. Sin embargo, después de dos años consecutivos sin un cobro de seguro, el asegurado regresa a la prima básica nivel 100. El nivel más bajo es 50, que se llega después de 13 años sin cobro de seguro consecutivos (un buen conductor)

Con el nivel de bonos malos se aplica la prima básica, esto es después de la aplicación de todos los incrementos y decrecimientos para el criterio a priori.

Una peculiaridad del sistema francés es el nivel obtenido aplicado no solo a la prima de responsabilidad de terceros sino también a todas las primas de cada cobertura adicional

como robo, fuego, daño, etc. Otra peculiaridad es la aplicación de más recargos para riesgos excepcionales. Después de que aplicamos las reglas usuales del sistema bonos malos, son aplicadas más recargas, tales como los siguientes:

- 150% en el caso de conductores ebrios (más de 0.8 gramos de alcohol por litro de sangre)
  
- 50% para un conductor de mala conducta (ofensivo) que lleva suspendida la licencia de conducir entre 2 y 6 meses.
  
- 100% para una suspensión de más de 6 meses.
  
- 200% para una cancelación de la licencia de conducir o varias suspensiones de más de 2 meses durante el mismo periodo referente.



- 100% en el caso de atropellamiento y huida.
  
- 100% en el caso de falta de declaración de un accidente o de alguna circunstancia desfavorable mencionada arriba.
  
- 50% si tres accidentes o más han sido reportados durante el mismo periodo referente.

Estas cargas son acumulativas (con un valor de 400%) y serán anuladas después de dos años.

Esto determina que la cobertura proveída por los aseguradores es ilimitada, y que los poseedores de las pólizas pueden, si ellos quieren, obtener un descuento en la prima de retorno, para pagar el deducible con respecto a cada cobro de seguro; el nivel más alto deducible (7.500 francos) es un descuento del 25%.

### **1.3. Partes que constituyen un Sistema Bonus Malus**

#### **1.3.1. Concepto y Origen**

Una bonificación es un descuento sobre la tarifa base que posee una empresa. Por el contrario, una penalización es un recargo sobre dicha tarifa base, o bien, un menor descuento del que existía al principio.

El origen y concepto de este mecanismo no es otro que poder particularizar en cada conductor, en función de su historial de siniestralidad, el precio final a pagar por un seguro. Porque no es justo que todos paguen lo mismo si todos los conductores no son iguales de "conflictivos". De ahí que las compañías idearan un sistema basado en la accidentalidad de los asegurados, para premiar/castigar a los conductores.

#### **1.3.2. Funcionamiento**

Al mirar el sistema por el cual las compañías aplican bonificaciones y penalizan (llamado sistema Bonus-Malus), hay varias zonas diferenciadas:

- Una zona neutra, es decir, zona donde ni se aplica bonificaciones ni recargos sobre la tarifa normal.
- Zona de "buenos", donde se muestra como va a evolucionar la prima a pagar si el asegurado es buen conductor.
- Zona de "malos", donde se muestran la evolución de la prima si el asegurado es mal conductor.

Lo habitual es que existan niveles de descuento (bonificación) o incremento (penalización) que se aplican sobre la póliza a pagar. Normalmente están expresados en porcentaje, y la variación entre unos y otros es de un 5% o un 10%. Así, por cada año sin dar ningún parte como culpable de accidente, el descuento aumentará, del 0% al 10%, al 20%, etc., e igualmente, cuando el usuario presente partes de accidente culpables, el descuento disminuirá: del 30% al 20%, etc.

En la "zona de malos" existe una gran variedad entre los realizados por las compañías aseguradoras, pero todos

coinciden en su principio, si ocurre que en la póliza, por ejemplo, sobre la tarifa normal se aplica un recargo del 30% (por ser malo), simplemente el asegurado buscará otra compañía, ya que el precio sería demasiado elevado; además, en la forma en que evoluciona este mundo hoy en día, lo más normal es que la compañía no renueve la póliza de aquellos asegurados que no demuestran ser buenos conductores, he aquí otro problema, por esto algunas compañías alrededor del mundo toman en cuenta un certificado de conducta en su anterior compañía, por lo que a un conductor de "zona mala" le será difícil o muy costoso asegurar su vehículo.

La "zona neutra" es aquella donde no hay ni bonificaciones ni hay recargos, es decir, 0% de bonificación. Esta es la zona donde normalmente empiezan todos los usuarios, pues es la que se aplica cuando el usuario no trae bonificación de otra compañía, o bien no puede demostrarla, o se ha ido de otra por mal conductor, etc.

La "zona de bonificación" es la más interesante, y la que se va a estudiar a continuación en sus diferentes aspectos.

### 1.3.2.1. Sistema de Bonificación

Para analizar correctamente el sistema de bonificación hay que analizar dos aspectos muy importantes, que son:

- **¿Cuál es la máxima bonificación?** Este tope máximo suele ser desde el 40% hasta el 60% de bonificación. Como es evidente, será mejor cuanto mayor sea la posible bonificación, ya que significa que la prima a pagar es menor. Pero CUIDADO, porque hay compañías en las que si el seguro es a todo riesgo aplican una bonificación máxima (por ejemplo del 60%), y si es a terceros aplican otra distinta (por ejemplo el 30%). Y este aspecto es importante saberlo, porque en la vida del coche, lo usual es tenerlo a todo riesgo durante los primeros años, y luego pasar a un seguro a terceros. Así, es posible que esa bonificación máxima sirviera para elegir la compañía en el momento de asegurar el coche, pero al cabo de unos años, al cambiar a terceros, la bonificación baja mucho. Y este aspecto

repercute cuando se cambie de coche, ya que el usuario no partirá de, supongamos, ese 60% de inicio, sino del 30%, por ejemplo.

- **¿Cuántos años son necesarios para conseguir la máxima bonificación?** Si las compañías anuncian a "bombo y platillo" cual es la máxima bonificación, pocas dicen cuantos son los años en conseguirlo. Existe la posibilidad de que una compañía ofrezca un valor muy alto de bonificación máxima, pero con el problema de que sean necesarios muchos años para conseguirla. En la práctica, hay de todo, desde compañías en las que se necesitan 5 a 6 años para alcanzar una bonificación del 50%, a otras en las que se emplean 10 a 12 o incluso ¡20 años! en conseguir ese mismo 50%. Hay desde compañías que trabajan a intervalos de 10%, a las que van a intervalos de 2% a 3%, u otras que utilizan otros sistemas.

- **¿Sobre que coberturas se aplica la bonificación?** Es importante saber si la bonificación se aplica a TODAS o solo a unas determinadas coberturas. De nada sirve que anuncien una bonificación del 60%, si ésta sólo se va a producir sobre determinadas coberturas, dejando el resto sin bonificación (que casualmente serán las más caras de contratar). Para eso, es preferible tener menos bonificación, pero que se aplique a TODO.

Por ello, al mirar el sistema de bonificación de una compañía, no hay que conformarse con la típica frase de "hasta un 60% de bonificación", sino que hay que considerar si vale igual para todo riesgo o a terceros, y sobre todo, **LOS AÑOS EN CONSEGUIRLO**, y si se aplica o no a todas las coberturas.

### **1.3.2.2. Sistema de Penalización**

Aún a pesar de estar en la zona de los buenos conductores (con bonificación), nadie está exento de tener un accidente. Al recurrir al seguro para que cubra los desperfectos que se han originado en un accidente (a uno mismo o a otros) el seguro responderá, pero sucederá que, al siguiente año, la prima a pagar se verá aumentada, por la variación en las condiciones de bonificación o recargo que disfrutaba el usuario. Es, pues, necesario, conocer el sistema de penalización de la compañía, para lo que hay que observar los siguientes aspectos:

¿Cuál es la penalización por cada parte en que el usuario sea culpable? Las compañías suelen anunciar el magnífico sistema de bonificación que tienen, pero por regla general, no dicen nada sobre el sistema de penalización. Y muchas veces esto esconde sistemas verdaderamente leoninos para el usuario. Se puede dar el caso de que con



un sólo parte dado se descieran dos o tres niveles de bonificación (cuando para conseguirlos seguramente se emplearon tres o más años), incluso que se pierda toda la bonificación, o que no se pierda nada. Es decir, hay que mirar la LETRA PEQUEÑA, ya que ¿quién no ha dado o está exento de dar un parte nunca? Incluso se puede dar el caso de que dando mas de una cierta cantidad de partes (por ejemplo tres) al año siguiente la aseguradora no quiera renovar la póliza al usuario.

#### **1.4. Terminología importante**

A continuación se presenta una serie de términos que generalmente se utilizan en el área de seguros de vehículos y que es necesario tener en cuenta.

- **La Suma Asegurada**

Está representada por el valor comercial de la unidad.

Al ocurrir un siniestro sirve de base para el cálculo del deducible

y de la responsabilidad máxima de la aseguradora o la indemnización.

- Ajuste automático

De la suma asegurada se realiza mensualmente conforme al Índice General de Precios al Consumidor, sin exceder del máximo expresado en el contrato de la póliza.

- Daños materiales

Garantiza la reparación de los daños que sufra el vehículo a consecuencia de colisión, vuelco, rotura de cristales, incendio o fenómenos naturales, entre otras cosas.

- Robo total

Ampara la pérdida total del vehículo por robo o asalto, así como los daños materiales y pérdidas a consecuencia de dicho evento.

- Responsabilidad Civil

Cubre los daños ocasionados por el conductor a terceras personas en sus bienes y/o en sus personas con motivo de un accidente amparado por la póliza.

- Gastos Médicos a ocupantes

Cubre los gastos por concepto de atención médica al conductor y otros ocupantes del automóvil a consecuencia de un accidente amparado por la póliza, generalmente se establece un monto máximo por persona y un límite total por todos los ocupantes.

# CAPÍTULO 2

## 2. ANÁLISIS ESTADÍSTICO

### 2.1. Antecedentes

En la actualidad la Comisión de Tránsito de la Provincia del Guayas atraviesa una fase de modernización en el procesamiento de la información, ya que se ha implantado un sistema para el tratamiento e ingreso de la información obtenida a diario en los partes de la institución. El parte se define como aquel documento en el cual se detalla la información obtenida a través de la investigación del oficial de la Comisión de Tránsito sobre un siniestro ocurrido. La información de dichos siniestros se encuentra almacenada en una base de datos en SQL SERVER 7.0, ahí se encuentran identificadas las variables más importantes en este caso para el desarrollo de un análisis estadístico, también se utilizó el archivo histórico de

vehículos matriculados en la Provincia del Guayas para poder acceder a los datos de los dueños de los vehículos involucrados en el siniestro; es por esto que para la realización de esta tesis se tomó en cuenta las variables ya establecidas por la Comisión de Tránsito del Guayas, claro está que en algunas de ellas fue necesario hacer la codificación y re - codificación de los datos para el correcto desarrollo. Los datos representan los accidentes ocurridos en la Provincia del Guayas en el período de 2000 a 2002, debido a que solo se encontraba dicha información codificada hasta el 30 de Octubre de 2002. Como fue necesario cambiar ciertos códigos de la base de datos original y para un completo entendimiento de las variables que intervienen a continuación se presenta las variables con su detalle.

## **2.2. Identificación de las variables**

### **2.2.1. Estado del vehículo**

Esta variable contiene el estado del vehículo accidentado representado por un número el cual crece mientras más grave es el siniestro, tenemos:

**TABLA 2****Estado del vehículo**

<b>Codificación</b>	<b>Descripción</b>
1	Daño leve
2	Daño Grave
3	Destrozado

**2.2.2. Móvil del accidente**

En esta variable codificamos los posibles eventos que generaron el accidente, concentrándonos en el aspecto mecánico del vehículo, tenemos:

**TABLA 3****Móvil del accidente**

<b>Codificación</b>	<b>Descripción</b>
1	Normal
2	Sin frenos
3	Explosión de llanta
4	Desplazamiento de llanta
5	Dirección rota

### 2.2.3. Código de zona

La provincia del Guayas está dividida en 9 áreas, las tres primeras se refieren a zonas rurales y el resto a la ciudad de Guayaquil, en esta tesis se toma en cuenta esta variable para conocer la zona específica en que se suscitó el siniestro y poder asignar un valor en especial en el modelo actuarial a cada zona, tenemos la siguiente codificación:

**TABLA 4**  
**Código de zona**

<b>Codificación</b>	<b>Descripción</b>
1	1era. Zona Rural
2	2da. Zona Rural
3	3era. Zona Rural
4	1era. Delegación
5	2da. Delegación
6	3era. Delegación
7	4ta. Delegación
8	5ta. Delegación
9	6ta. Delegación

#### 2.2.4. Año de fabricación

La razón por la que se incluye esta variable en el análisis estadístico trata sobre la influencia e importancia que tiene el año de fabricación de un vehículo en los accidentes ocurridos en la provincia, se busca probar alguna dependencia de esta variable con el resto, tenemos la siguiente codificación:

**TABLA 5**

#### **Año de fabricación**

<b>Codificación</b>	<b>Descripción</b>
1	Entre 1950 y 1956
2	Entre 1956 y 1963
3	Entre 1963 y 1969
4	Entre 1969 y 1976
5	Entre 1976 y 1982
6	Entre 1982 y 1989
7	Entre 1989 y 1995
8	Entre 1995 y 2002



### 2.2.5. Marca

Debido a que las marcas de los vehículos se encontraban codificadas en forma individual se procedió a la categorización de las marcas en cinco grupos: vehículos de lujo, semilujo, popular, económico y otros, todo esto se lo hizo con respecto al nivel de estatus que conlleva tener dicho vehículo, tenemos la siguiente codificación:

**TABLA 6**

**Marca**

<b>Codificación</b>	<b>Descripción</b>
1	Lujo
2	Semilujo
3	Popular
4	Económico
5	Otros

### 2.2.6. Tipo de vehículo

Los datos registrados en esta variable nos permiten obtener información acerca de los vehículos clasificados de acuerdo a su tipo, tenemos la siguiente codificación:

**TABLA 7**

**Tipo de vehículo**

<b>Codificación</b>	<b>Descripción</b>
1	Automóviles
2	Camionetas
3	Buses
4	Camiones
5	Tractores
6	Furgonetas
7	Jeep
8	Moto

### 2.2.7. Tipo de combustible

A través de la variable tipo de combustible del vehículo accidentado se trata de probar que los vehículos que utilizan

un tipo en especial son más propensos en ser accidentados, cabe recalcar que por lo general los vehículos que utilizan diesel son los de mayor tamaño tales como los camiones y buses.

**TABLA 8**

**Tipo de combustible**

<b>Codificación</b>	<b>Descripción</b>
1	Gasolina
2	Diesel

**2.2.8. Estructura del vehículo**

Esta variable es incorporada al análisis para poder comprobar alguna relación existente entre esta variable y estado de vehículo, tipo de vehículo entre otras, tenemos la siguiente codificación:

**TABLA 9**  
**Estructura del vehículo**

<b>Codificación</b>	<b>Descripción</b>
1	Metálica
2	Madera
3	Fibra de vidrio
4	Mixta (metal - madera)

### 2.2.9. Uso

La variable uso agrupa las actividades en que se desempeñan los vehículos accidentados, es el caso de los vehículos que sirven de alquiler, particulares y los pertenecientes al estado, tenemos la siguiente codificación:

**TABLA 10**

**Uso**

<b>Codificación</b>	<b>Descripción</b>
1	Alquiler
2	Particular
3	Estatal

### 2.2.10. Tipo de ente

Con la variable tipo de ente se desea conocer si el vehículo pertenece a una persona o alguna organización, esto es importante ya que como sabemos los buses y camiones por lo general pertenecen a compañías que los utilizan para negocio, tenemos la siguiente codificación:

**TABLA 11**

#### **Tipo de ente**

<b>Codificación</b>	<b>Descripción</b>
0	Persona
1	Empresa

### 2.2.11. Causa de accidente

En esta variable se concentra la información más relevante en este análisis, debido a que las causas de los accidentes se encontraban codificadas en forma individual se procedió a la categorización de las causas según las características más relevantes con respecto al estado físico y mental del

conductor como también los factores relacionados al vehículo, tenemos la siguiente codificación:

**TABLA 12**  
**CAUSA DE ACCIDENTE**

<b>Cod.</b>	<b>Descripción</b>	<b>Cod.</b>	<b>Descripción</b>
1	Estado físico del conductor <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; margin: 5px 0;">Agotamiento físico</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; margin: 5px 0;">Embriaguez</div>	2	Factores internos del conductor <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; margin: 5px 0;">Imprevisión del conductor</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; margin: 5px 0;">Impericia</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; margin: 5px 0;">Distracción</div>
3	Desobediencia del conductor <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; margin: 5px 0;">Exceso de velocidad</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; margin: 5px 0;">No respeto del disco pare</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; margin: 5px 0;">No respetó el semáforo</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; margin: 5px 0;">No conservó la distancia</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; margin: 5px 0;">Mal estacionado</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; margin: 5px 0;">Circulación prohibida</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; margin: 5px 0;">No respetó señal del vigilante</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; margin: 5px 0;">Cambio o uso indebido del carril</div>	4	Factores externos del conductor <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; margin: 5px 0;">Imprevisión del pasajero</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; margin: 5px 0;">Imprevisión del peatón</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; margin: 5px 0;">Casos fortuitos</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; margin: 5px 0;">Deslumbramiento</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; margin: 5px 0;">Vehículo estacionado</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; margin: 5px 0;">Causa desconocida</div>
5	Factores del vehículo <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; margin: 5px 0;">Org. Seg.. Mal. Estado</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; margin: 5px 0;">Exceso de carga</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; margin: 5px 0;">Exceso de pasajeros</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; margin: 5px 0;">Rotura del parabrisas</div>		

## 2.3. Análisis Univariado

### 2.3.1. Variable “Estado del vehículo”

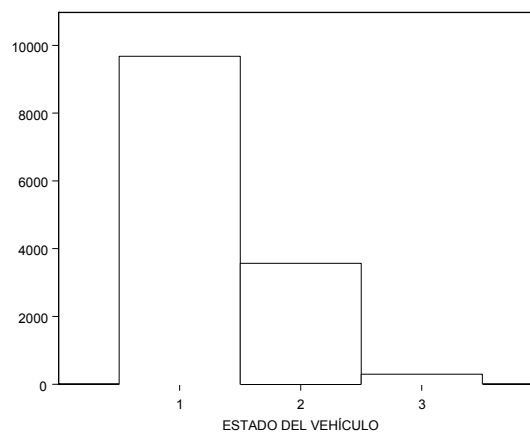
**TABLA 13**

**TABLA DE FRECUENCIAS - ESTADO DEL VEHÍCULO**

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
1	9673	71,5	71,5	71,5
2	3566	26,3	26,3	97,8
3	297	2,2	2,2	100,0
Total	13536	100,0	100,0	

**FIGURA 2.1.**

**HISTOGRAMA DE FRECUENCIAS – ESTADO DEL VEHÍCULO**



Resalta en la Tabla 13 que el 71.5% de los vehículos accidentados presentaron daño leve. Los resultados de esta variable son alentadores ya que la mayoría de los accidentes han reportado solo un daño leve en los vehículos involucrados y mientras más grave es el daño menos son los vehículos afectados, esto se puede ver en los porcentajes de daño grave 26.3% y destrozado 2.2%.

### 2.3.2. Variable “Móvil del accidente”

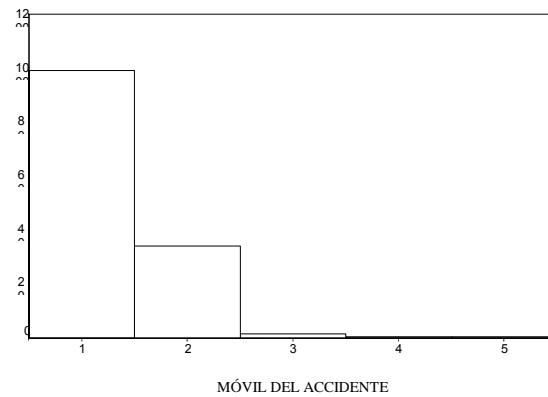
**TABLA 14**

**TABLA DE FRECUENCIAS - MÓVIL DEL ACCIDENTE**

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
1	9937	73,4	73,4	73,4
2	3403	25,1	25,1	98,6
3	145	1,1	1,1	99,6
4	24	,2	,2	99,8
5	27	,2	,2	100,0
Total	13536	100,0	100,0	



**FIGURA 2.2.**  
**HISTOGRAMA DE FRECUENCIAS – MÓVIL DEL**  
**ACCIDENTE**

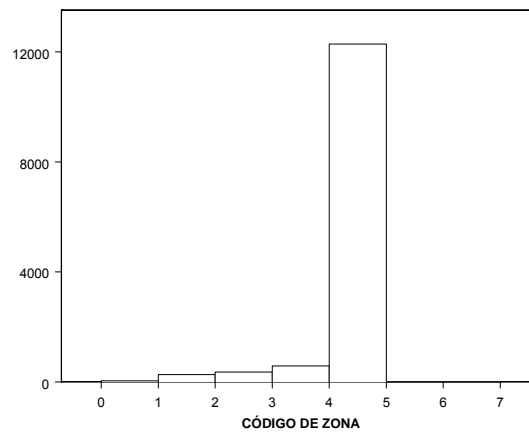


Como vemos en la Tabla 14 el móvil del accidente más reportado pertenece a la primera opción asociada a Normal con un 73.4%, es decir se debió a factores ocasionales y que no fueron explicados con claridad en el parte de la Comisión de Tránsito, la siguiente opción más relevante es la haberse quedado sin frenos con un valor cuantificable en 25.1%.

**2.3.3. Variable “Código de Zona”****TABLA 15****TABLA DE FRECUENCIAS - CÓDIGO DE ZONA**

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
0	40	,3	,3	,3
1	269	2,0	2,0	2,3
2	357	2,6	2,6	4,9
3	582	4,3	4,3	9,2
4	12286	90,8	90,8	100,0
7	2	,0	,0	100,0
Total	13536	100,0	100,0	

**FIGURA 2.3.**  
**HISTOGRAMA DE FRECUENCIAS – CÓDIGO DE**  
**ZONA**



Como era de esperarse en la Tabla 15 la mayoría de los accidentes se originaron en la ciudad de Guayaquil con una presencia del 90.8% del total de casos registrados en la provincia, con poca presencia del resto de áreas de la provincia.

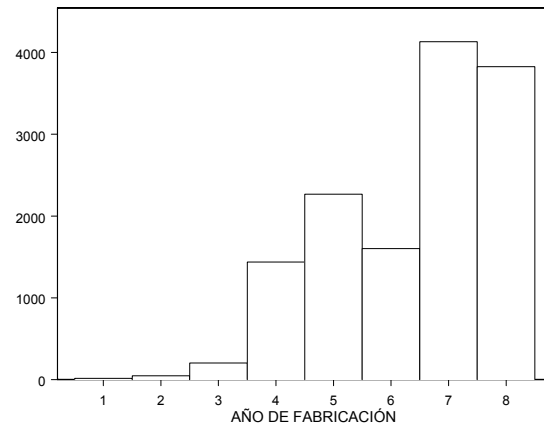
### 2.3.4. Variable “Año de Fabricación”

**TABLA 16**

**TABLA DE FRECUENCIAS - AÑO DE FABRICACIÓN**

	F r e c u e n c i a	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
1	17	,1	,1	,1
2	48	,4	,4	,5
3	205	1,5	1,5	2,0
4	1438	10,6	10,6	12,6
5	2267	16,7	16,7	29,4
6	1603	11,8	11,8	41,2
7	4131	30,5	30,5	71,7
8	3827	28,3	28,3	100,0
Total	13536	100,0	100,0	

**FIGURA 2.4.**  
**HISTOGRAMA DE FRECUENCIAS – AÑO DE**  
**FABRICACIÓN**



Notamos en la Tabla 16 que la mayoría de siniestros pertenecen al período de tiempo de fabricación más reciente, el cual comprende los años 1989 y 2002 con un 58.8%, esto puede deberse a que existen más vehículos de este periodo que viejos y por eso es que en esos años de fabricación hay tantos reportes.

### 2.3.5. Variable “Marca”

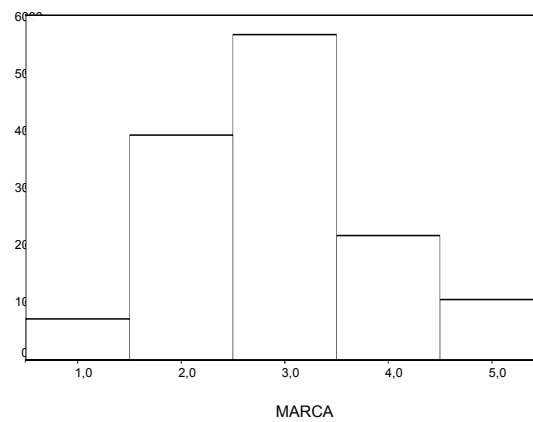
**TABLA 17**

**TABLA DE FRECUENCIAS - MARCA**

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
1	724	5,3	5,3	5,3
2	3923	29,0	29,0	34,3
3	5669	41,9	41,9	76,2
4	2163	16,0	16,0	92,2
5	1057	7,8	7,8	100,0
Total	13536	100,0	100,0	

**FIGURA 2.5.**

**HISTOGRAMA DE FRECUENCIAS – MARCA**



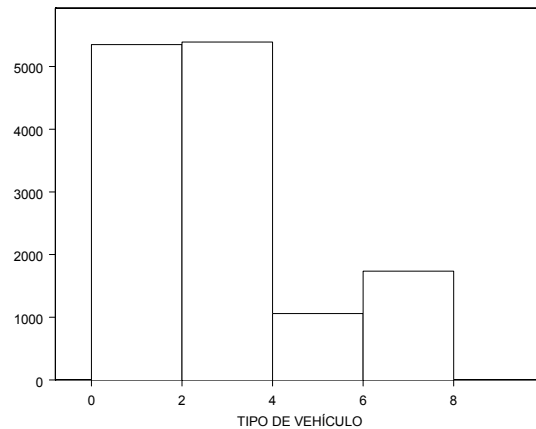
Resalta en la Tabla 17 que el 86.9% de los vehículos accidentados pertenecen a la clase media, los vehículos considerados de lujo no tienen registrados muchos accidentes con apenas un 5.3%, esto se puede explicar por el hecho de que los dueños de los vehículos tienen más cuidado en el trato o también porque no quieren reportar el accidente a las autoridades, y en tanto los vehículos catalogados como “otros” tienen una presencia del 7.8%.

### 2.3.6. Variable “Tipo de Vehículo”

**TABLA 18**  
**TABLA DE FRECUENCIAS - TIPO DE VEHÍCULO**

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
1	5350	39,5	39,5	39,5
2	3325	24,6	24,6	64,1
3	2066	15,3	15,3	79,4
4	1057	7,8	7,8	87,2
5	1	,0	,0	87,2
6	372	2,7	2,7	89,9
7	1154	8,5	8,5	98,4
8	211	1,6	1,6	100,0
Total	13536	100,0	100,0	

**FIGURA 2.6.**  
**HISTOGRAMA DE FRECUENCIAS – TIPO DE**  
**VEHÍCULO**



En la tabla 18 vemos que el tipo de vehículo más reportado es Automóviles con el 39.5% de todos los casos en el estudio. Los automóviles, camionetas y buses tienen la mayor participación en los accidentes, con un 79,4% y podemos reafirmar con mayor seguridad a la ciudad de Guayaquil como principal influencia de los accidentes en la provincia porque la cantidad de buses y automóviles existentes solo se justifica en un nivel de vida de una ciudad principal.



### 2.3.7. Variable “Tipo de Combustible”

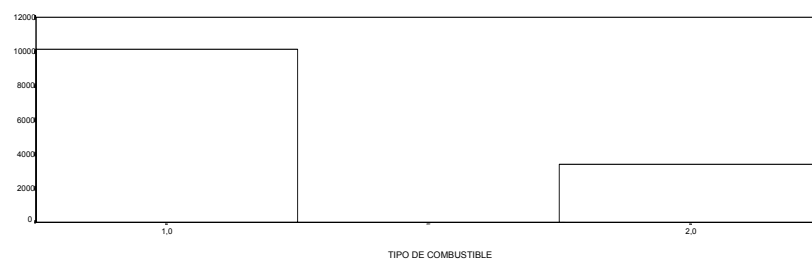
**TABLA 19**

**TABLA DE FRECUENCIAS - TIPO DE COMBUSTIBLE**

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
1	10141	74,9	74,9	74,9
2	3395	25,1	25,1	100,0
Total	13536	100,0	100,0	

**FIGURA 2.7.**

**HISTOGRAMA DE FRECUENCIAS – TIPO DE COMBUSTIBLE**



En la Tabla 19 se observa que en un 74.9% los vehículos siniestrados utilizan gasolina como combustible, con apenas un 25.1% del total utilizan diesel como combustible, es decir que la mayoría pertenece a los vehículos livianos y por lo que se espera son particulares.

### 2.3.8. Variable “Estructura del Vehículo”

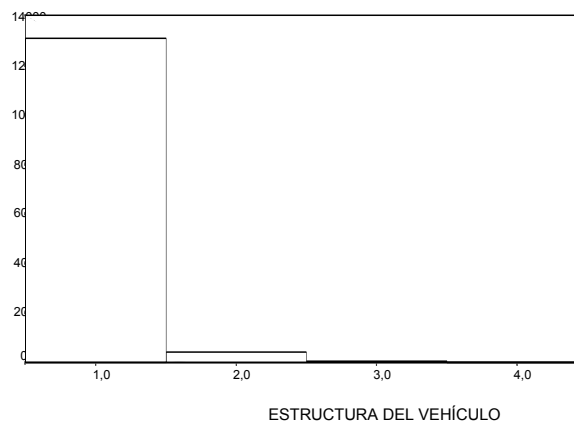
**TABLA 20**

**TABLA DE FRECUENCIAS - ESTRUCTURA DEL  
VEHÍCULO**

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
1	13081	96,6	96,6	96,6
2	419	3,1	3,1	99,7
3	29	,2	,2	99,9
4	7	,1	,1	100,0
Total	13536	100,0	100,0	

**FIGURA 2.8.**

**HISTOGRAMA DE FRECUENCIAS – ESTRUCTURA  
DEL VEHÍCULO**



El 96.6% de los casos registrados pertenecen a siniestros en el que el vehículo posee estructura metálica.

### 2.3.9. Variable “USO”

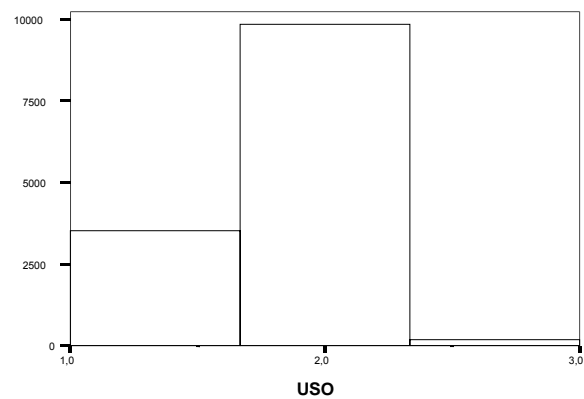
**TABLA 21**

**TABLA DE FRECUENCIAS – USO**

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
1	3525	26,0	26,0	26,0
2	9849	72,8	72,8	98,8
3	162	1,2	1,2	100,0
Total	13536	100,0	100,0	

**FIGURA 2.9.**

**HISTOGRAMA DE FRECUENCIAS – USO**



Los vehículos particulares corresponden al 72.8% del total de los siniestros registrados, este resultado más el tipo automóviles (tipo de vehículo más registrado) indica que son los conductores de vehículos pequeños los más accidentados.

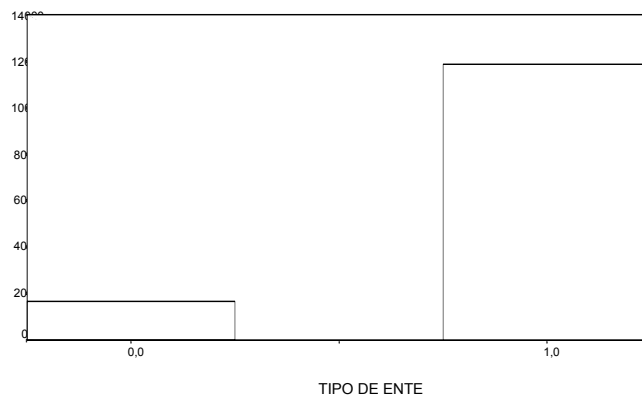
### 2.3.10. Variable “Tipo de Ente”

**TABLA 22**

**TABLA DE FRECUENCIAS - TIPO DE ENTE**

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
0	1665	12,3	12,3	12,3
1	11871	87,7	87,7	100,0
Total	13536	100,0	100,0	

**FIGURA 2.10.**  
**HISTOGRAMA DE FRECUENCIAS – TIPO DE**  
**ENTE**

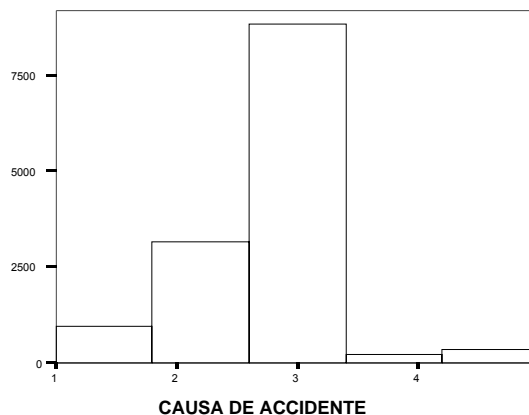


En la Tabla 22 se muestra que los vehículos accidentados pertenecen en un 87.7% a personas y 12.3% pertenece a empresas.

**2.3.11. Variable “Causa de Accidente”****TABLA 23****TABLA DE FRECUENCIAS - CAUSA DE ACCIDENTE**

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
1	960	7,1	7,1	7,1
2	3163	23,4	23,4	30,5
3	8855	65,4	65,4	95,9
4	225	1,7	1,7	97,5
5	333	2,5	2,5	100,0
Total	13536	100,0	100,0	

**FIGURA 2.11.**  
**HISTOGRAMA DE FRECUENCIAS – CAUSA**  
**DE ACCIDENTES**



Esta es quizás la variable más importante por las conclusiones que se pueden obtener basándose en ella, la causa más relevante es la correspondiente a la “Desobediencia del conductor” con un 65.4% del total de accidentes, esto muestra que los factores culturales de nuestra sociedad influyen en la cantidad de accidentes.

#### **2.4. Análisis Bivariado**

En esta sección procedemos a cruzar las variables en estudio para determinar relaciones que expliquen mejor la incidencia de los accidentes ocurridos en la Provincia del Guayas.

### 2.4.1. “Estado del vehículo Vs. Móvil del accidente”

**TABLA 24**

**TABLA DE CONTINGENCIA ESTADO DEL VEHÍCULO Vs.  
MÓVIL DEL ACCIDENTE**

		MÓVIL DEL ACCIDENTE					Total
ESTADO DEL VEHÍCULO		1	2	3	4	5	
	1	6298	3260	85	15	15	9673
	2	3383	112	52	9	10	3566
	3	256	31	8		2	297
Total		9937	3403	145	24	27	13536

#### Pruebas de Chi-cuadrado

	Valor	gl	Sig. asintótica (bilateral)
Chi-cuadrado de Pearson	1338,178	8	,000
Razón de verosimilitud	1715,386	8	,000
Asociación lineal por lineal	702,705	1	,000
N de casos válidos	13536		

Según el nivel de significancia obtenida en la Tabla 24 vemos que se rechaza la Hipótesis nula de independencia



de las variables, por lo que podemos afirmar que el móvil del accidente depende del estado de un vehículo accidentado, esto nos permite notar que el estado destrozado se presenta tanto en el móvil normal como el de sin frenos. En general el móvil “sin frenos” es el segundo más presentado de acuerdo al estado del vehículo después del accidente

#### 2.4.2. “Estado del vehículo Vs. Código de zona”

**TABLA 25**

**TABLA DE CONTINGENCIA – ESTADO DEL VEHÍCULO  
Vs. CÓDIGO DE ZONA**

CÓDIGO DE ZONA								Total
ESTADO DEL VEHÍCULO		0	1	2	3	4	7	
	1	33	92	204	291	9052	1	9673
	2	7	151	137	277	2993	1	3566
	3		26	16	14	241		297
Total		40	269	357	582	12286	2	13536

### Pruebas de Chi-cuadrado

	Valor	Gl	Sig. asintótica (bilateral)
Chi-cuadrado de Pearson	420,230	10	,000
Razón de verosimilitud	361,696	10	,000
Asociación lineal por lineal	281,219	1	,000
N de casos válidos	13536		

En la Tabla 25 vemos que el nivel de significancia obtenido para la prueba indica que existe dependencia entre las variables probadas, esto se ve en que la mayoría de accidentes con daños leves y graves se encuentran en cualquier zona de la provincia sin mayor diferencia, salvo en la ciudad de Guayaquil donde se concentra gran parte del total de los accidentes en la provincia.

### 2.4.3. “Estado del Vehículo Vs. Marca”

**TABLA 26**  
**TABLA DE CONTINGENCIA – ESTADO DEL VEHÍCULO**  
**Vs. MARCA**

		MARCA					Total
		1	2	3	4	5	
ESTADO DEL VEHÍCULO	1	495	2859	4013	1530	776	9673
	2	213	1002	1527	566	258	3566
	3	16	62	129	67	23	297
Total		724	3923	5669	2163	1057	13536

#### Pruebas de Chi-cuadrado

	Valor	Gl	Sig. asintótica (bilateral)
Chi-cuadrado de Pearson	23,948	8	,002
Razón de verosimilitud	23,709	8	,003
Asociación lineal por lineal	,236	1	,627
N de casos válidos	13536		

El nivel de significancia en la Tabla 26 nos permite afirmar que existe dependencia entre las variables, esto se podría explicar de siguiente modo: los vehículos más lujosos no

sufren tantos accidentes y si los sufren son leves, ya que sus dueños son más cuidadosos o porque no quieren denunciar el accidente por vergüenza, los daños leves se concentran entre las categorías 2 y 6 de marca, los daños más graves se presentan en mayor medida entre los vehículos de categoría “media baja” y “otros”.

#### 2.4.4. “Estado del Vehículo Vs. Tipo de Vehículo”

**TABLA 27**

**TABLA DE CONTINGENCIA – ESTADO DEL VEHÍCULO  
Vs. TIPO DE VEHÍCULO**

		TIPO DE VEHÍCULO								Total
ESTADO DEL VEHÍCULO		1	2	3	4	5	6	7	8	
	1	3803	2302	1605	717	1	291	804	150	9673
	2	1428	934	439	311	0	80	321	53	3566
	3	119	89	22	29	0	1	29	8	297
Total		5350	3325	2066	1057	1	372	1154	211	13536

### Pruebas de Chi-cuadrado

	Valor	Gl	Sig. asintótica (bilateral)
Chi-cuadrado de Pearson	77,789	14	,000
Razón de verosimilitud	85,058	14	,000
Asociación lineal por lineal	,371	1	,543
N de casos válidos	13536		

Como vemos en la Tabla 27 el nivel de significancia de la prueba es menor que 0.05 por lo que se procede a rechazar la hipótesis nula, de manera que si existe dependencia entre las variables testeadas. Esta dependencia se puede explicar en el sentido de que la cantidad de los daños leves se presentan de manera similar entre todos los tipos de vehículos, también podemos ver que de los destrozos que se concentran entre buses y camiones, esto comprueba lo que vivimos a diario.

### 2.4.5. “Estado del vehículo Vs. Tipo de combustible”

**TABLA 28**

**TABLA DE CONTINGENCIA – ESTADO DEL VEHÍCULO  
Vs. TIPO DE COMBUSTIBLE**

TIPO DE COMBUSTIBLE				Total
ESTADO DEL VEHÍCULO		1	2	
	1	7130	2543	9673
	2	2764	802	3566
	3	247	50	297
Total		10141	3395	13536

**Pruebas de Chi-cuadrado**

	Valor	Gl	Sig. asintótica (bilateral)
Chi-cuadrado de Pearson	31,006	2	,000
Razón de verosimilitud	32,209	2	,000
Asociación lineal por lineal	30,605	1	,000
N de casos válidos	13536		

Como vemos en la Tabla 28 probamos la independencia de las variables mostradas y obtenemos que dichas variables

si son dependientes entre sí, esto se debe a que el la mayoría de los vehículos accidentados son livianos y los de esa clase usan gasolina como combustible.

#### 2.4.6. “Estado del Vehículo Vs. Estructura de Vehículo”

**TABLA 29**

**TABLA DE CONTINGENCIA ESTADO DEL VEHÍCULO Vs.  
ESTRUCTURA DEL VEHÍCULO**

ESTRUCTURA DEL VEHÍCULO						Total
ESTADO DEL VEHÍCULO		1	2	3	4	
	1	9388	260	22	3	9673
	2	3408	147	7	4	3566
	3	285	12			297
Total		13081	419	29	7	13536

### Pruebas de Chi-cuadrado

	Valor	Gl	Sig. asintótica (bilateral)
Chi-cuadrado de Pearson	23,046	6	,001
Razón de verosimilitud	22,346	6	,001
Asociación lineal por lineal	12,977	1	,000
N de casos válidos	13536		

La tabla de contingencia expuesta en la Tabla 29 muestra la dependencia de las variables testeadas, como nos dice el sentido común los daños más leves en un vehículo dependen de su estructura, pero se ve una peculiaridad, los daños en niveles desde "leve" hasta "destrozo" se dan en los vehículos de estructura metálica y de madera, y en los de estructura de fibra de vidrio y mixta no llegan a presentarse los destrozos, quizás en el último caso esto se produzca porque sus conductores son un poco más cuidadosos ya que son concientes de su estructura.



### 2.4.7. “Estado del vehículo Vs. Uso”

**TABLA 30**

**TABLA DE CONTINGENCIA – ESTADO DEL VEHÍCULO  
Vs. USO**

		USO			Total
ESTADO DEL VEHÍCULO		1	2	3	
	1	2682	6882	109	9673
	2	804	2711	51	3566
	3	39	256	2	297
Total		3525	9849	162	13536

#### Pruebas de Chi-cuadrado

	Valor	Gl	Sig. asintótica (bilateral)
Chi-cuadrado de Pearson	65,033	4	,000
Razón de verosimilitud	69,462	4	,000
Asociación lineal por lineal	58,265	1	,000
N de casos válidos	13536		

En la Tabla 30 se tiene que las variables probadas son dependientes entre sí, esto se nota ya que en los vehículos particulares y alquilados ocurre gran cantidad de daños

“leves” y además existen daños considerables muy esporádicos en los vehículos estatales.

#### 2.4.8. “Móvil del Accidente Vs. Código de Zona”

**TABLA 31**

**TABLA DE CONTINGENCIA – MÓVIL DEL ACCIDENTE  
Vs. CÓDIGO DE ZONA**

		CÓDIGO DE ZONA						Total
		0	1	2	3	4	7	
MÓVIL DEL ACCIDENTE	1	32	222	292	543	8847	1	9937
	2	8	38	53	34	3270		3403
	3		8	9	5	122	1	145
	4		1	2		21		24
	5			1		26		27
	Total		40	269	357	582	12286	2

### Pruebas de Chi-cuadrado

	Valor	Gl	Sig. asintótica (bilateral)
Chi-cuadrado de Pearson	236,119	20	,000
Razón de verosimilitud	236,208	20	,000
Asociación lineal por lineal	48,056	1	,000
N de casos válidos	13536		

Según la Tabla 31 tenemos que las variables testeadas son dependientes entre sí, esto se da porque en la zona 4 (Guayaquil) se presenta la mayor cantidad de los móviles observados en este trabajo.

## 2.4.9. “Móvil del accidente Vs. Marca”

TABLA 32

**TABLA DE CONTINGENCIA – MÓVIL DEL ACCIDENTE  
Vs. MARCA**

		MARCA					Total
		1	2	3	4	5	
MÓVIL DEL ACCIDENTE	1	518	2963	4127	1546	783	9937
	2	197	913	1442	595	256	3403
	3	7	32	74	16	16	145
	4	2	6	14	2		24
	5		9	12	4	2	27
	Total		724	3923	5669	2163	1057

## Pruebas de Chi-cuadrado

	Valor	Gl	Sig. asintótica (bilateral)
Chi-cuadrado de Pearson	32,292	16	,009
Razón de verosimilitud	35,603	16	,003
Asociación lineal por lineal	2,320	1	,128
N de casos válidos	13536		

En la Tabla 32 se muestra que las variables Móvil del accidente y Marca son dependientes entre sí, en dicha tabla se muestra que los poseedores de vehículos con la categoría “lujosos” y “otros” poseen menos problemas mecánicos en sus vehículos ya que en su mayoría no presentan móviles no superiores a 3, no así en los vehículos de categoría media que presentan todo tipo de móviles.

#### 2.4.10. “Móvil del accidente Vs. Uso”

**TABLA 33**

**TABLA DE CONTINGENCIA – MÓVIL DEL ACCIDENTE  
Vs. USO**

		USO			Total
		1	2	3	
MÓVIL DEL ACCIDENTE	1	2640	7184	113	9937
	2	830	2538	35	3403
	3	39	96	10	145
	4	8	16		24
	5	8	15	4	27
Total		3525	9849	162	13536

### Pruebas de Chi-cuadrado

	Valor	Gl	Sig. asintótica (bilateral)
Chi-cuadrado de Pearson	91,791	8	,000
Razón de verosimilitud	42,339	8	,000
Asociación lineal por lineal	6,460	1	,011
N de casos válidos	13536		

En la tabla 33 vemos que las variables son dependientes entre sí, esto se explica en el sentido que los móviles de accidentes dependen de los usos “alquiler” y “particular” de los vehículos accidentados.

#### 2.4.11. Resumen de Código de Zona Vs. Resto

Con respecto a la variable “Código de zona” tenemos que depende de del resto de variables ya que la gran mayoría de los accidentes en la provincia sucedieron en la ciudad de Guayaquil.

Sin embargo se nota algo sumamente interesante ya que si bien es cierto que la mayoría de accidentes ocurren en esta ciudad la variable “Tipo de Ente” es independiente a la

variable “Código de zona” por lo que pensamos que la cantidad de accidentes fuera de la ciudad es producida en su mayoría por vehículos registrados por organizaciones tales como camiones y por tanto afecta a la dependencia.

#### 2.4.12. “Año de fabricación Vs. Marca”

**TABLA 34**

**TABLA DE CONTINGENCIA – AÑO DE FABRICACIÓN  
Vs. MARCA**

		MARCA					Total
		1	2	3	4	5	
AÑO DE FABRICACIÓN	1			9		8	17
	2	3	13	17	5	10	48
	3	8	54	78	30	35	205
	4	112	378	521	275	152	1438
	5	69	435	1061	457	245	2267
	6	53	473	720	174	183	1603
	7	216	1263	1368	987	297	4131
	8	263	1307	1895	235	127	3827
	Total		724	3923	5669	2163	1057

### Pruebas de Chi-cuadrado

	Valor	Gl	Sig. asintótica (bilateral)
Chi-cuadrado de Pearson	1042,861	28	,000
Razón de verosimilitud	1109,588	28	,000
Asociación lineal por lineal	300,606	1	,000
N de casos válidos	13536		

En la Tabla 34 vemos que existe dependencia entre las variables “Año de Fabricación” y “Marca”, esto se debe a que hay una concentración muy grande de vehículos accidentados de las marcas catalogadas como de estatus “Medio” en general, el cual ejerce mucha influencia en la variable “Año de Fabricación”.



## 2.4.13. “Año de fabricación Vs. Tipo de Vehículo”

TABLA 35

**TABLA DE CONTINGENCIA – AÑO DE FABRICACIÓN  
Vs. TIPO DE VEHÍCULO**

		TIPO DE VEHÍCULO								Total
		1	2	3	4	5	6	7	8	
AÑO DE FABRICACIÓN	1	3	10		2			2		17
	2	22	10		14			2		48
	3	66	78	8	42	1	3	7		205
	4	497	583	153	161		8	25	11	1438
	5	774	875	241	207		22	89	59	2267
	6	514	133	457	196		15	238	50	1603
	7	1889	681	924	201		106	291	39	4131
	8	1585	955	283	234		218	500	52	3827
	Total		5350	3325	2066	1057	1	372	1154	211

## Pruebas de Chi-cuadrado

	Valor	Gl	Sig. asintótica (bilateral)
Chi-cuadrado de Pearson	2128,385	49	,000
Razón de verosimilitud	2099,298	49	,000
Asociación lineal por lineal	65,553	1	,000
N de casos válidos	13536		

En la Tabla 35 vemos que existe dependencia entre las variables mencionadas, esto se explica con las frecuencias observadas, notamos que en los tipos de vehículos automóviles, camionetas tiene presencia en toda la escala de tiempo de la variable “Año de Fabricación” y más aún en los vehículos nuevos.

#### **2.4.14. Resumen de Marca Vs. Resto**

Con respecto a la variable “Marca” tenemos que depende del tipo de vehículo ya que las de estatus “Alto” serán automóviles, caso distinto tenemos para los camiones y tractores que son utilizados más para trabajar y no para un estatus social. Si decimos que depende del tipo del vehículo también dependerá del tipo de combustible ya que los vehículos grandes consumen diesel como combustible, mas no los livianos quienes consumen gasolina.

## 2.4.15. “Tipo de vehículo Vs. Tipo de combustible”

TABLA 36

TABLA DE CONTINGENCIA – TIPO DE VEHÍCULO Vs.  
TIPO DE COMBUSTIBLE

		TIPO DE COMBUSTIBLE		Total
		1	2	
TIPO DE VEHÍCULO	1	5345	5	5350
	2	3183	142	3325
	3	44	2022	2066
	4	166	891	1057
	5		1	1
	6	46	326	372
	7	1146	8	1154
	8	211		211
	Total		10141	3395

## Pruebas de Chi-cuadrado

	Valor	Gl	Sig. asintótica (bilateral)
Chi-cuadrado de Pearson	11555,324	7	,000
Razón de verosimilitud	12275,813	7	,000
Asociación lineal por lineal	1158,335	1	,000
N de casos válidos	13536		

Es justamente la Tabla 36 donde se muestra la dependencia que tiene el tipo de combustible con el tipo de vehículo, anteriormente se lo había mencionado y aquí se muestra la validez de lo expresado.

#### 2.4.16. “Tipo de vehículo Vs. Uso”

**TABLA 37**

**TABLA DE CONTINGENCIA – TIPO DE VEHÍCULO Vs.  
USO**

		USO			Total
		1	2	3	
TIPO DE VEHÍCULO	1	1084	4266		5350
	2	68	3158	99	3325
	3	2025	38	3	2066
	4	23	1001	33	1057
	5		1		1
	6	324	46	2	372
	7	1	1129	24	1154
	8		210	1	211
	Total		3525	9849	162

### Pruebas de Chi-cuadrado

	Valor	Gl	Sig. asintótica (bilateral)
Chi-cuadrado de Pearson	8311,255	14	,000
Razón de verosimilitud	8737,109	14	,000
Asociación lineal por lineal	6,272	1	,012
N de casos válidos	13536		

En la Tabla 37 notamos que las variables son dependientes entre sí, vemos que los vehículos accidentados dados en alquiler son principalmente los buses y automóviles, en ese orden. Los vehículos particulares son en su mayoría automóviles, camionetas, jeep y buses. Como es evidente los vehículos estatales son mayoritariamente camionetas, camiones y jeep, ya que estos son necesarios para el trabajo estatal.

## 2.5. Análisis Multivariado

### 2.5.1. Análisis de Componentes Principales para Datos Categóricos

El objetivo del análisis de componentes principales es la reducción de un conjunto original grande de variables en un conjunto más pequeño de componentes no correlacionadas que representen la mayor parte de la información encontrada en las variables originales. La técnica es más útil cuando un número extenso de variables impide una interpretación eficaz de las relaciones entre los objetos (sujetos y unidades). Al reducir la dimensionalidad, se interpreta un pequeño número de componentes en lugar de un gran número de variables.

Dado que con la utilización de las tablas de contingencia aún no se permite tener una mejor comprensión del comportamiento de las variables procedemos a desarrollar el análisis de componentes principales para datos categóricos, no sé consideró el análisis de componentes principales típico porque se asume relaciones lineales entre las variables numéricas y como vimos la mayoría de las variables son de tipo categóricas, de manera que utilizamos la aproximación por escalamiento óptimo, el cual permite escalar las variables a diferentes niveles. Las variables categóricas se cuantifican de forma óptima en la

dimensionalidad especificada. Como resultado, se pueden modelar relaciones no lineales entre las variables, se cuantifica simultáneamente las variables categóricas a la vez que se reduce la dimensionalidad de los datos. El análisis de componentes principales categórico se conoce también por el acrónimo CATPCA, del inglés CATEGorical Principal Components Análisis, o como PRINCALS.

#### **2.5.1.1. Análisis con todas las variables**

Dada las ventajas que nos ofrece el análisis de componentes principales no lineales, procedemos a desarrollar el análisis con todas las variables disponibles en el estudio.

**TABLA 38****Resumen del modelo**

Dimensión	Alfa de Cronbach	Varianza explicada	
		Total (Autovalores)	% de la varianza
1	,442	1,673	15,206
2	,309	1,390	12,636
3	,276	1,334	12,130
4	,129	1,133	10,297
5	,034	1,032	9,385
6	-,005	,995	9,047
7	-,128	,896	8,146
8	-,317	,776	7,056
9	-,394	,736	6,694
10	-,503	,686	6,238
11	-2,061	,348	3,163
Total	1,000	11,000	100,000

Como vemos para obtener un porcentaje superior al 70% de la varianza debemos utilizar 7 dimensiones de las 11, por lo que concluimos que un análisis de este tipo no es válido ya que no nos permite mayor facilidad en el análisis.



Dado que utilizando todas las variables no obtenemos una explicación satisfactoria de la varianza, aplicamos el método tratado para algunas variables con el fin de identificar las categorías que más se relacionan entre sí de manera que podamos tener una mayor idea de la ocurrencia de los accidentes reportados.

Probamos las diferentes combinaciones y obtenemos las siguientes significativas.

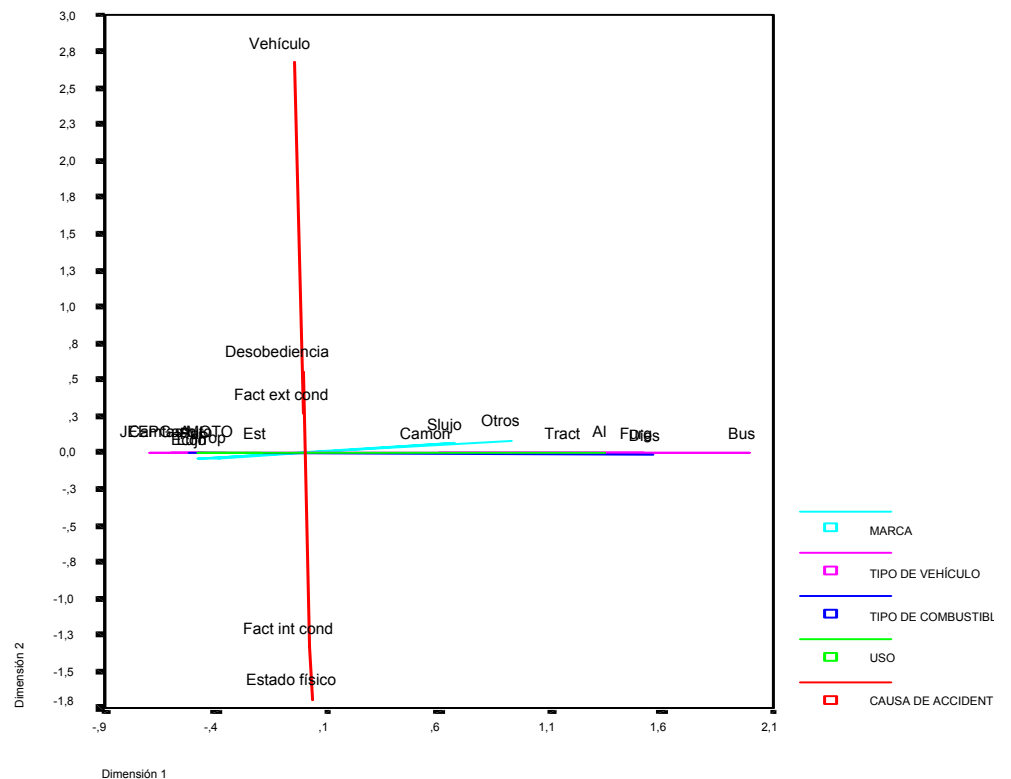
**2.5.1.2. Análisis con las variables Uso, Marca, Tipo de Combustible, Causa de Accidente y Tipo de Vehículo**

**TABLA 39**

**COMPONENTES PRINCIPALES DE LAS VARIABLES USO, MARCA, TIPO DE COMBUSTIBLE, CAUSA DE ACCIDENTE Y TIPO DE VEHÍCULO**

Dimensión	Alfa de Cronbach	Varianza explicada	
		Total (Autovalores)	% de la varianza
1	,782	2,668	53,363
2	,000	1,000	20,005
Total	,909	3,668	73,367

**FIGURA 2.12.**  
**PUNTOS PARA LAS CATEGORÍAS EN LAS**  
**FIGURAS CONJUNTAS**

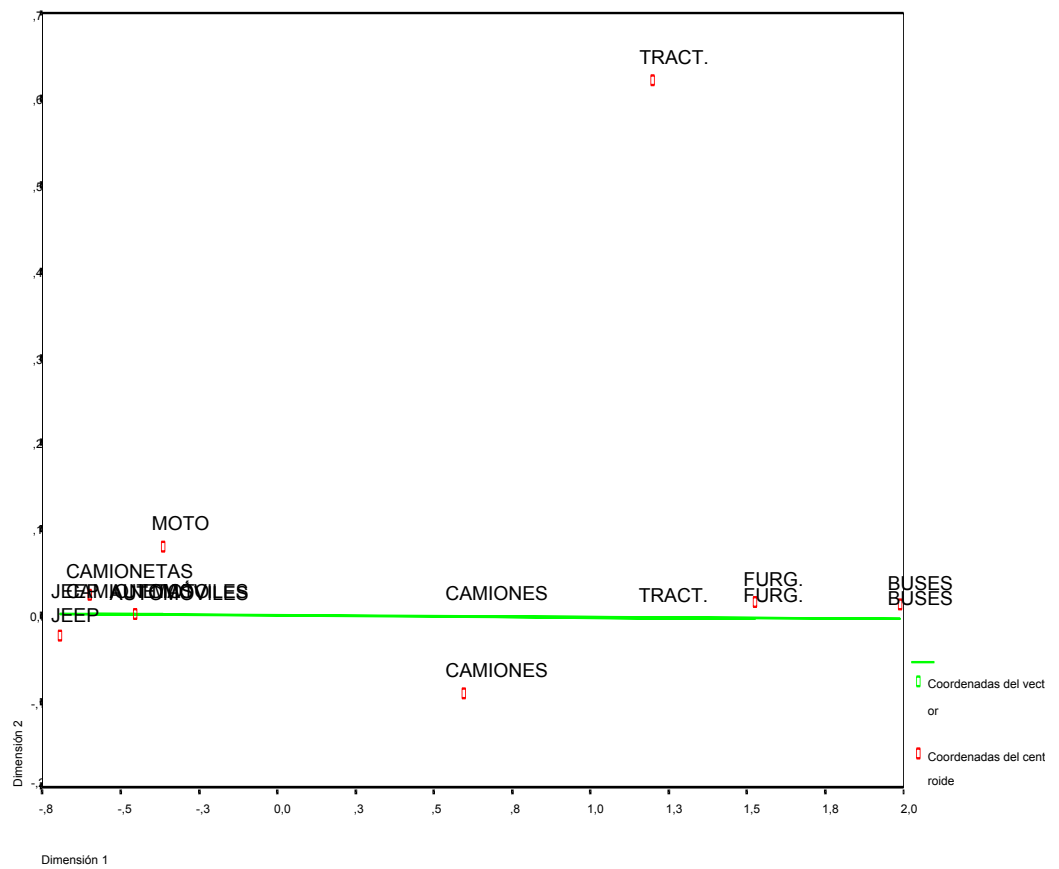


Como vemos los factores internos y externos del conductor son las principales causas, los vehículos accidentados pertenecen en su mayoría a la categoría Popular en las categorías Particular y Estatal, por lo cual tenemos que los vehículos utilizan gasolina como combustible, es decir automóviles, camionetas, jeep y motos. También

tenemos que los vehículos que utilizan diesel son camiones, tractores, furgonetas y buses.

**FIGURA 2.13.**

**PUNTOS PARA LAS CATEGORÍAS TIPO DE VEHÍCULO**



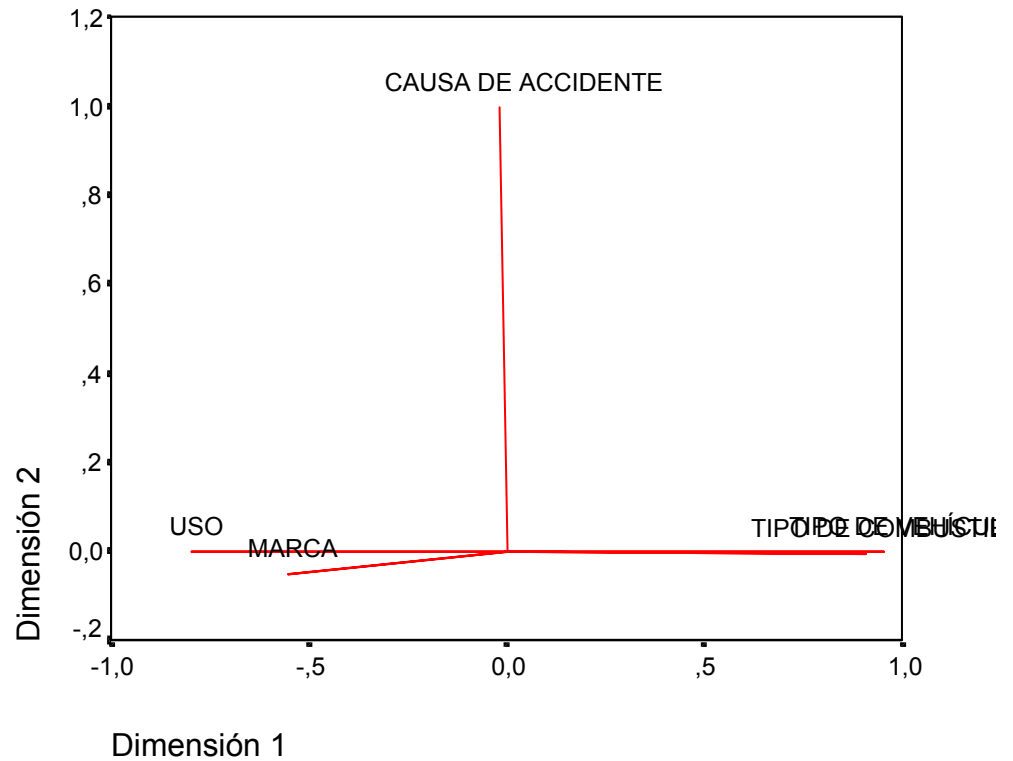
**TABLA 40****CARGA DE LOS COMPONENTES**

	Dimensión	
	1	2
TIPO DE VEHÍCULO	,953	-,003
TIPO DE COMBUSTIBLE	,906	-,008
CAUSA DE ACCIDENTE	-,019	,999
MARCA	-,554	-,051
USO	-,795	-,001

Vemos que para la dimensión 2 la única variable significativa es de Causa de Accidente, el resto excepto por Marca definen la dimensión 1.

FIGURA 2.14.

## CARGA DE LOS COMPONENTES



En la Figura 2.14. se muestra como están compuestas los componentes principales, vemos que Tipo de combustible y Tipo de vehículo son altamente correlacionadas positivamente ya que se encuentran muy juntas al lado derecho de la gráfica, mientras que se nota una correlación negativa con las variables Uso y Marca ya que estas se encuentran al lado izquierdo.

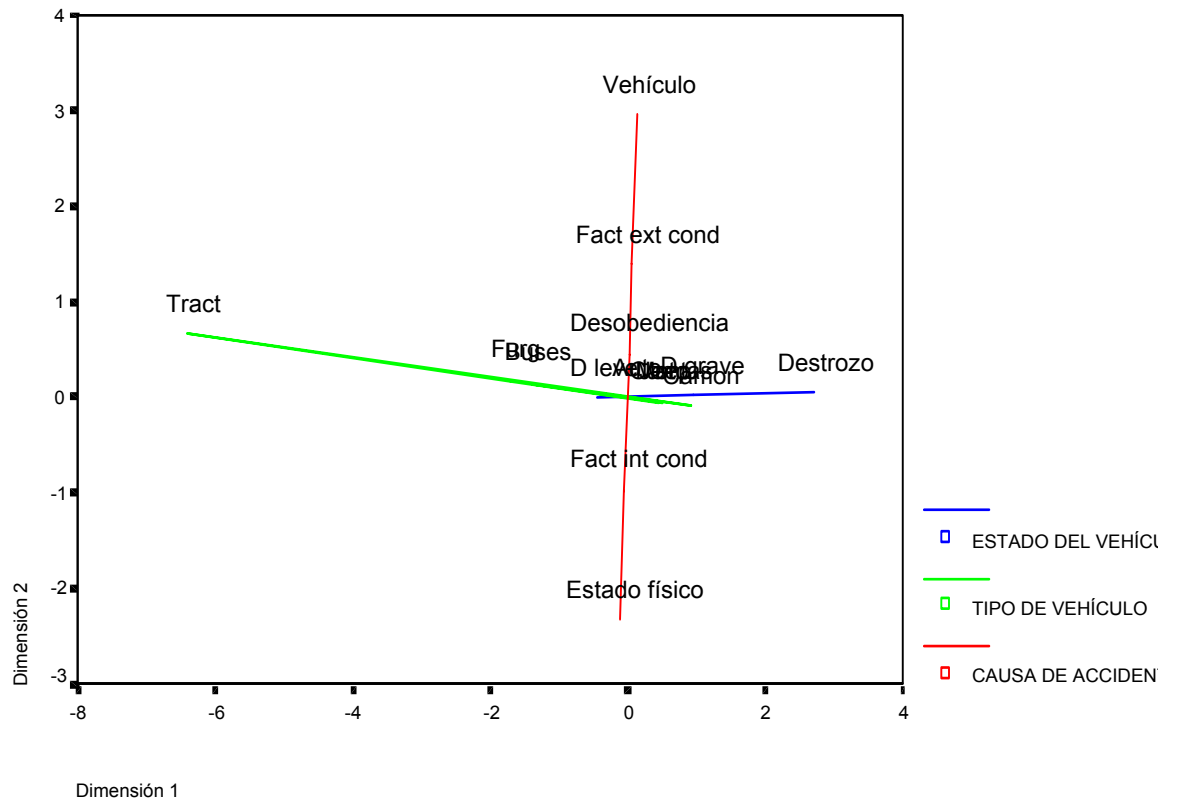
**2.5.1.3. Análisis con las variables Causa de Accidente,  
Tipo de Vehículo y Estado del Vehículo**

**TABLA 41**  
**COMPONENTES PRINCIPALES DE LAS**  
**VARIABLES CAUSA DE ACCIDENTE, TIPO DE**  
**VEHÍCULO Y ESTADO DEL VEHÍCULO**

Dimensión	Alfa de Cronbach	Varianza explicada	
		Total (Autovalores)	% de la varianza
1	,104	1,074	35,811
2	,000	1,000	33,334
Total	,777	2,074	69,145

Al ejecutar en SPSS el análisis de componentes principales no lineales para estas variables notamos que hay mucha dispersión entre las mismas, ya que el porcentaje de varianza explicado por los componentes apenas alcanza el 69%, a pesar de todo es considerado en este trabajo ya que dicha combinación es muy importante.

**FIGURA 2.15.**  
**PUNTOS PARA LAS CATEGORÍAS EN LAS**  
**FIGURAS CONJUNTAS**



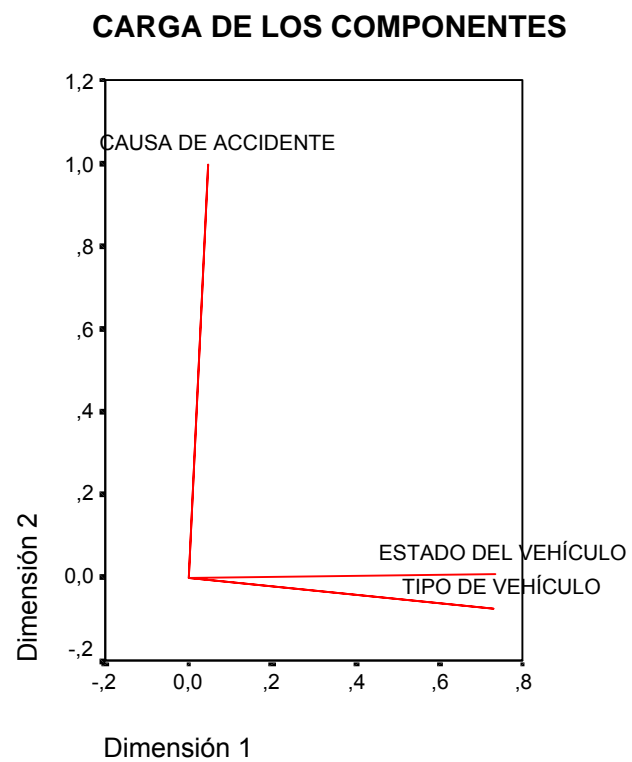
Así, vemos que los factores internos y la desobediencia del conductor captan la mayor porción de accidentes, los cuales tienen que ver con automóviles, camionetas y demás vehículos ligeros, ellos tienen un estado leve y grave de daño en el vehículo.



**TABLA 42**  
**CARGA DE LOS COMPONENTES**

	Dimensión	
	1	2
ESTADO DEL VEHÍCULO	,734	,011
TIPO DE VEHÍCULO	,730	-,076
CAUSA DE ACCIDENTE	,048	,997

**FIGURA 2.16.**



En la Figura 2.16. vemos la alta correlación existente entre las variables Estado del Vehículo y Tipo de de Vehículo.

**2.5.1.4. Análisis con las variables Uso, Marca, Tipo de Combustible, Tipo de Vehículo y Tipo de Persona**

**TABLA 43**

**COMPONENTES PRINCIPALES DE LAS**

**VARIABLES USO, MARCA, TIPO DE**

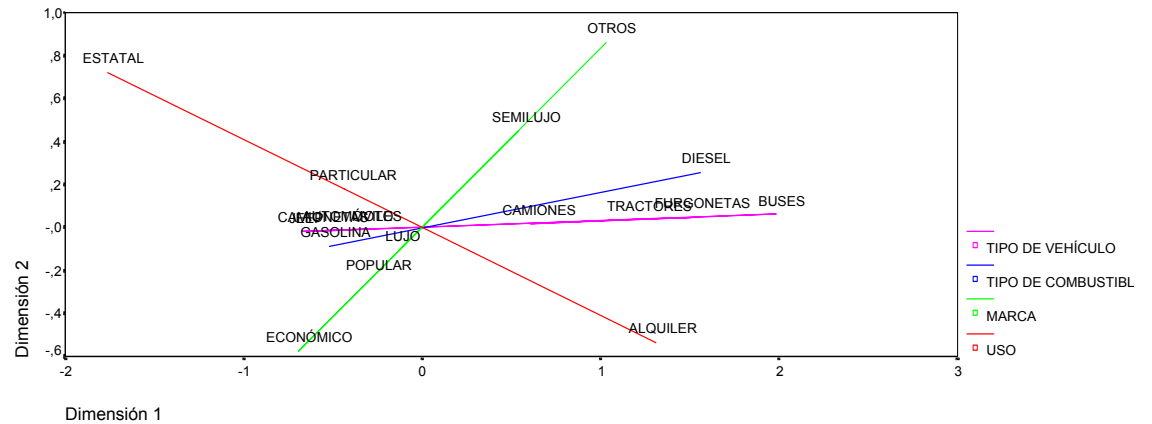
**COMBUSTIBLE, TIPO DE VEHÍCULO, TIPO DE**

**PERSONA**

Dimensión	Alfa de Cronbach	Varianza explicada	
		Total (Autovalores)	% de la varianza
1	,778	2,649	52,980
2	,129	1,115	22,305
Total	,918	3,764	75,285

En la Tabla 43 vemos que los componentes principales no lineales obtenidos para las variables Uso, Marca, Tipo de Combustible, Tipo de Vehículo y Tipo de Persona obtienen un porcentaje de explicación de la varianza muy bueno, permitiéndonos tener más seguridad al usar los componentes para el análisis.

**FIGURA 2.17.**  
**PUNTOS PARA LAS CATEGORÍAS EN LAS**  
**FIGURAS CONJUNTAS**

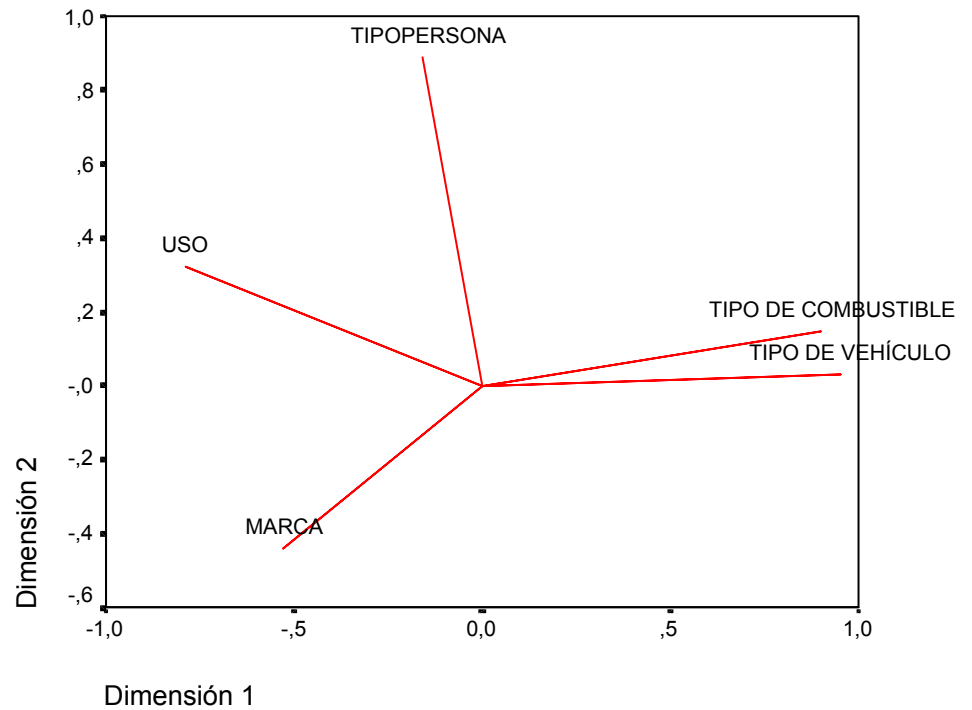


Tenemos que los vehículos livianos que usan gasolina son particulares y además son de Lujo y Popular principalmente. También notamos que los vehículos pesados utilizan diesel son de alquiler y la marca es catalogada como Otros.

**TABLA 44**  
**CARGA DE LOS COMPONENTES**

	Dimensión	
	1	2
USO	-,790	,323
MARCA	-,529	-,440
TIPO DE COMBUSTIBLE	,902	,148
TIPO DE VEHÍCULO	,953	,029
TIPO PERSONA	-,156	,891

**FIGURA 2.18.**  
**CARGA DE LOS COMPONENTES**



La Figura 2.18. es muy interesante ya que nos muestra gráficamente el peso que tiene en cada componente, además de la correlación existente entre ellos. Tipo de Combustible y Tipo de Vehículo están correlacionadas positivamente y negativamente con Uso y Marca al estar estas ubicadas a su lado opuesto.

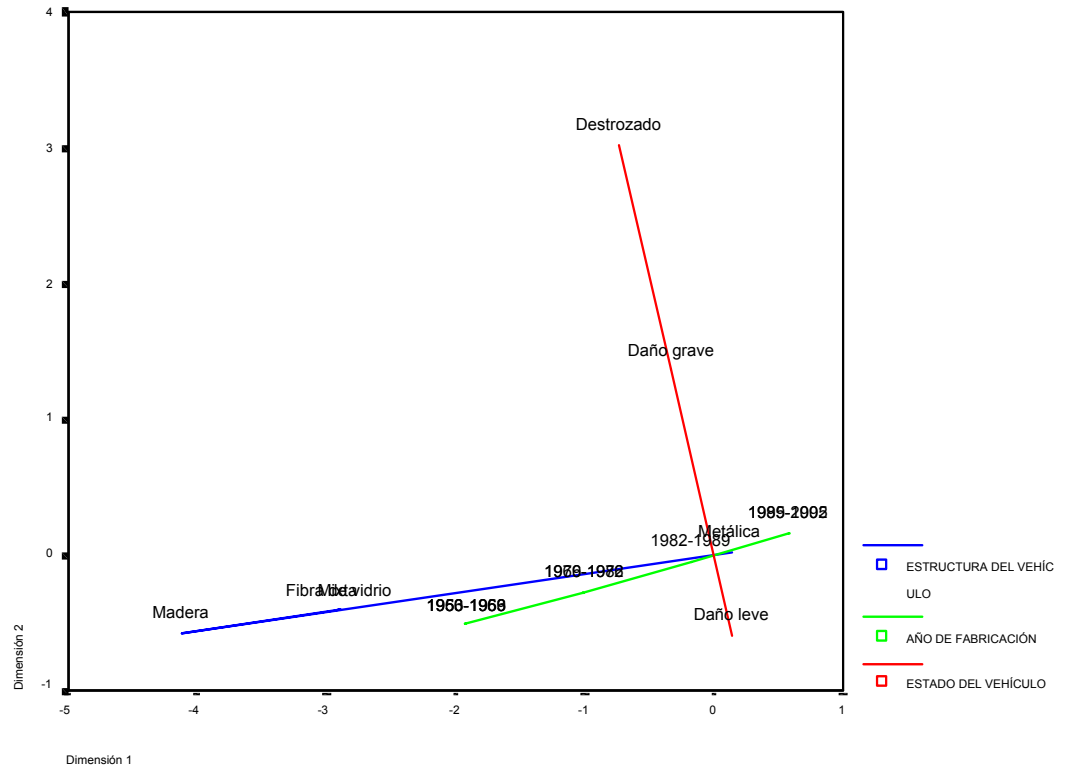
**2.5.1.5. Análisis con las variables Año de Fabricación,  
Estado del Vehículo y Estructura del Vehículo**

**TABLA 45**

**COMPONENTES PRINCIPALES DE LAS  
VARIABLES AÑO DE FABRICACIÓN, ESTADO  
DEL VEHÍCULO, ESTRUCTURA DEL  
VEHÍCULO**

Dimensión	Alfa de Cronbach	Varianza explicada	
		Total (Autovalores)	% de la varianza
1	,224	1,176	39,191
2	-,012	,992	33,067
Total	,808	2,168	72,258

**FIGURA 2.19.**  
**PUNTOS PARA LAS CATEGORÍAS EN LAS**  
**FIGURAS CONJUNTAS**



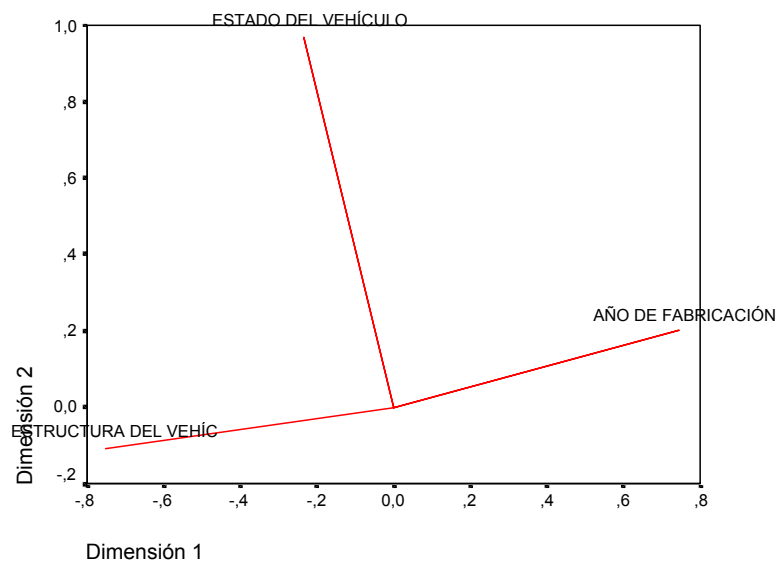
Los vehículos de estructura metálica tienen un estado de daño leve después del accidente, de los cuales tienen como años de fabricación entre 1982 y 1989.

**TABLA 46**  
**CARGA DE LOS COMPONENTES**

	Dimensión	
	1	2
AÑO DE FABRICACIÓN	,743	,199
ESTADO DEL VEHÍCULO	-,236	,970
ESTRUCTURA DEL VEHÍCULO	-,754	-,107

**FIGURA 2.20.**

**CARGA DE LOS COMPONENTES**



### 2.5.2. Determinación de un modelo predictor del número de accidentes a través de regresiones y análisis discriminante

Una vez analizado los datos existentes relacionados a los accidentes en la Provincia del Guayas procedemos a encontrar una ecuación que nos permita predecir el número de accidentes de un asegurado en función de variables relacionadas a características del vehículo y del propietario.

Para hacer esto posible tomamos en cuenta solo a aquellos propietarios que se hayan visto involucrados en accidentes en el año 2000 - 2001, como variable dependiente tenemos la cantidad de accidentes del asegurado, resultado de la suma de accidentes reportados en la base de datos. Este es el primer paso para formar el historial de accidentes que se requiere para un Sistema Bonus Malus.

El objetivo de esta sección es encontrar una estimación a priori del riesgo del asegurado, es decir si el cliente es nuevo poder ingresarlo al sistema con un riesgo



equivalente a sus características estadísticamente representativas.

Algunas variables tales como: Marca, Tipo de Vehículo, Uso dejaron de agrupárselas para obtener más precisión en el modelo ya que estas contienen gran cantidad de ítems, creyendo conveniente dejarlos libres para mejorar los resultados. Otras variables como Modelo del vehículo, Peso y Sexo fueron introducidas a partir de esta sección. A continuación presentamos los modelos probados.

#### **2.5.2.1. Regresión lineal por pasos sucesivos**

En esta sección se probó obteniendo la ecuación de la regresión lineal utilizando pasos sucesivos de manera que en cada iteración se introduzcan cada una de las variables y si se las excluye del modelo si estas no poseen un nivel de tolerancia mínimo de 0.0001 para su aceptación. El nivel de tolerancia nos permite determinar si las variables independientes son multicolineales es decir si

están relacionadas entre sí. Así, tenemos los siguientes resultados:

**TABLA 47**  
**Resumen de las iteraciones del modelo**

	R	R <sup>2</sup>	R <sup>2</sup> Corregido
Iteraciones			
1	,178	,032	,031
2	,195	,038	,038
3	,197	,039	,038
4	,199	,040	,039
5	,201	,040	,039
6	,202	,041	,040
7	,204	,041	,040

- 1 Predictores: (Constante), COOP\_VEH
- 2 Predictores: (Constante), COOP\_VEH, PESO
- 3 Predictores: (Constante), COOP\_VEH, PESO, MODELO
- 4 Predictores: (Constante), COOP\_VEH, PESO, MODELO, TIPO\_GAS
- 5 Predictores: (Constante), COOP\_VEH, PESO, MODELO, TIPO\_GAS, USO
- 6 Predictores: (Constante), COOP\_VEH, PESO, MODELO, TIPO\_GAS, USO, MÀRCA
- 7 Predictores: (Constante), COOP\_VEH, PESO, MODELO, TIPO\_GAS, USO, MÀRCA, AÑO FAB

En la Tabla 47, luego de las iteraciones para seleccionar las variables que son introducidas al

modelo notamos que el valor de  $R^2$  es muy bajo lo cual no nos permite concluir que dichas variables independientes puedan explicar de una correcta forma a la variable dependiente, en este caso el número de accidentes por persona.

A continuación se presenta los coeficientes de la regresión:

**TABLA 48**  
**Coefficientes del Modelo**

	Coeficientes Estandarizados	t	Sig.	Test de Colinealidad
	Beta			Tolerancia
Constante		15,269	,000	
COOP_VEH	-,114	-6,704	,000	,527
PESO	,094	3,647	,000	,227
MODELO	,042	2,689	,007	,619
TIPO_GAS	-,047	-1,921	,055	,259
USO	,029	2,104	,035	,779
MARCA	-,028	-2,184	,029	,951
ANIOFAB	-,025	-2,004	,045	,986

### 2.5.2.2. Regresión Ordinal

Al no haber obtenido buenos resultados con la regresión lineal, procedemos a probar con la regresión ordinal con función de enlace doble Log binomial negativa.

La regresión ordinal es ideal para este tipo de problemas en los cuales la variable dependiente es de tipo politómica ordinal.

Tenemos entonces los siguientes resultados:

**TABLA 49**

**Seudo R2 obtenido para la Regresión Ordinal**

Cox and Snell	,054
Nagelkerke	,166
McFadden	,141

Como vemos en la Tabla 49, no se obtiene un valor de  $R^2$  que afirme acerca de la validez del modelo.

### 2.5.2.3. Análisis Discriminante

Puesto que las regresiones intentadas no dieron buenos resultados se procede a realizar un análisis discriminante a las variables, tomando como la variable de agrupación Cantidad, representando el número de accidentes del propietario del vehículo.

**TABLA 50**  
**Prueba de Box sobre la igualdad de la matriz**  
**de covarianza**

Box's M		87,012
F	Approx.	7,008
	df1	12
	df2	9034,392
	Sig.	,000

Como podemos ver en la Tabla 50, el valor-p obtenido para este estadístico nos indica que la hipótesis nula debe ser rechazada, es decir que

no hay suficiente evidencia estadística de que las matrices difieren. Por lo tanto la aplicación de este método no nos ayudaría.

**TABLA 51**

**Proporción de la varianza explicada**

Función	% Var.	% acum.	Correlación Canónica
1	94,7	94,7	,213
2	4,0	98,7	,045
3	1,3	100,0	,026

Para concluir con este análisis vemos que se obtuvieron 3 funciones, la mayor proporción de la varianza es explicada por la primera función.

Además vemos una muy baja correlación canónica entre las variables que representan cada función.

# CAPÍTULO 3

## 3. DESARROLLO DEL SISTEMA

En este capítulo procedemos a detectar, medir e introducir dentro de la tarifa de la prima del seguro los factores que influyen en el riesgo, entendiéndose como tal a la propensión de tener un accidente de tránsito mientras la persona conduce.

Como se indicó antes, el Sistema Bonus Malus penaliza a los asegurados responsables de uno o más accidentes con una prima adicional (Malus) y premia a los asegurados sin accidentes con un descuento (Bonus). Además de alentar a los conductores a ser más cuidadosos con el sistema Bonus Malus se nos posibilita evaluar de mejor manera el riesgo individual reflejado posteriormente en el valor a pagar en la prima, la cual después de un período de tiempo corresponderá a su propia frecuencia de accidentes.

Como vimos en el capítulo 1, existe un gran número de sistemas Bonus Malus en el mundo, la idea básica de penalizar y otorgar descuentos según el comportamiento del conductor se mantiene pero el actuario lo

puede implementar de distintas maneras, difieren en aspectos tales como: número de clases, reglas de transición, niveles de la prima, etc. Por consiguiente en el desarrollo de esta tesis afrontamos dos problemas:

1. Comparar y evaluar los sistemas y,
2. Definir un sistema óptimo.

Comenzando por el segundo problema, por definición llamaremos sistema óptimo al sistema que satisface las necesidades de los asegurados y del asegurador logrando:

- a) Un sistema financieramente equilibrado (si el portafolio está cerrado [ningún nuevo asegurado en el periodo de tiempo a analizar] el nivel promedio de la prima no varía de un año a otro), y
- b) Cada asegurado paga una prima proporcional a su riesgo.

A continuación se tienen dos modelos matemáticos, uno de los cuales nos permitirá construir el sistema. El primer modelo asume que todos los asegurados tienen el mismo riesgo de accidentarse, mientras que el



segundo asume la heterogeneidad del riesgo para casa asegurado. Como primer paso procederemos a probar el primer modelo, en el cual debemos probar si la hipótesis de que todos los asegurados tienen el mismo riesgo subyacente es o no compatible con el análisis estadístico.

### 3.1. Modelo de Poisson

Como mencionamos anteriormente en este primer modelo se asume que todos los asegurados tienen el mismo riesgo subyacente; la ocurrencia de un accidente constituye un evento aleatorio y no hay razón para penalizar a los asegurados responsables por aquel accidente. Formulemos tres supuestos intuitivos.

Dado  $N(t, t+\Delta t)$  que denota el número de accidentes en el intervalo de tiempo  $(t, t+\Delta t)$ :

1.  $P[N(t, t+\Delta t) = 1] = \lambda\Delta t + o(\Delta t)$
2.  $P[N(t, t+\Delta t) > 1] = o(\Delta t)$
3. Dado  $\tau$  y  $\tau'$  son dos intervalos de tiempo separados. Entonces:

$$P[N(\tau) = k \text{ y } N(\tau') = k'] = P[N(\tau)=k] \cdot P[N(\tau') = k'].$$

La interpretación de estos tres supuestos es la siguiente:

El primer supuesto implica que la probabilidad de que suceda un accidente durante el intervalo  $(t, t+\Delta t)$  es proporcional al ancho del intervalo más un valor muy pequeño representado por la función  $o(\Delta t)$ . Es decir que mientras más tiempo una persona conduce mayor probabilidad tiene de accidentarse. Tal como se ve en la ecuación 1, esto no depende del comienzo del intervalo, sino solo de la diferencia entre un instante y otro.

El segundo supuesto muestra que la probabilidad de tener dos o más accidentes en el periodo de tiempo  $(t, t+\Delta t)$  es muy pequeña.

Por último, la tercera suposición indica que el número de accidentes relacionados con intervalos de tiempo distintos son independientes. Estas tres suposiciones implican que el número de accidentes sigue una distribución de Poisson. De hecho,

Si  $p_k(t)=P[N(0,t) = k]$ , tenemos que:

$$\begin{aligned} p_k(t + \Delta t) &= p_k \cdot P[N(t, t + \Delta t) = 0] + p_{k-1}(t) \cdot P[N(t, t + \Delta t) = 1] + \sum_{i=2}^k p_{k-i}(t) \cdot P[N(t, t + \Delta t) = i] \\ &= p_k(t) [1 - \lambda \Delta t + o(\Delta t)] + p_{k-1}(t) [\lambda \Delta t + o(\Delta t)] + \sum_{i=2}^k p_{k-i}(t) \cdot o(\Delta t) \end{aligned}$$

$$= p_k(t)(1 - \lambda\Delta t) + p_{k-1}(t)\lambda\Delta t + o(\Delta t).$$

$$k = 0, 1, \dots \text{ (siendo } p_{-1}(t) = 0 \text{ )}$$

Así, de:

$$\frac{p_k(t + \Delta t) - p_k(t)}{\Delta t} = -\lambda p_k(t) + \lambda p_{k-1}(t) + \frac{o(\Delta t)}{\Delta t}$$

Tomando el límite cuando  $\Delta t \rightarrow 0$ ,

$$p_k'(t) = -\lambda p_k(t) + \lambda p_{k-1}(t) \quad k = 1, 2, \dots$$

$$p_0'(t) = -\lambda p_0(t) \quad k = 0.$$

Y resolviendo recurrentemente este conjunto de ecuaciones diferenciales con las condiciones iniciales

$$p_0(0) = 1 \quad \text{y} \quad p_k(0) = 0 \quad \text{si } k > 0,$$

Se obtiene:

$$p_k(t) = \frac{e^{-\lambda} (\lambda t)^k}{k!}$$

Es decir, para un periodo de tiempo unitario la expresión para la probabilidad de que ocurran  $k$  accidentes es:

$$p_k = \frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!}, \quad k \geq 0$$

El siguiente paso es confirmar que las observaciones en nuestro portafolio siguen esta distribución. Recordando que la media y varianza de la distribución de Poisson son iguales a  $\lambda$ , tenemos en la Tabla 52 que de las 187.441 observaciones la media es 0.03563788 y su varianza es 0.03644848.

**TABLA 52**

**Distribución de accidentes**

<b>Número de accidentes k</b>	<b>Número de asegurados con k accidentes</b>
0	180948
1	6314
2	171
3	8
Total	187441

Utilizando la prueba de bondad de ajuste  $\chi^2$  procedemos a probar que la distribución observada procede de una distribución de Poisson con  $\lambda_{\text{estimado}} = 0.03563788$  como podemos observar en la Tabla 53

**TABLA 53**

**Bondad de ajuste, Poisson ( $\lambda=0.03563788$ )**

<b>k</b>	<b>n<sub>k</sub></b>	<b>p<sub>k</sub></b>	<b>np<sub>k</sub></b>	
<b>0</b>	180948	0.964989672	180878.629	0.026605306
<b>1</b>	6314	0.034390187	6446.13101	2.708384732
<b>2</b>	171	0.000612797	114.863224	27.43556655
<b>3</b>	8	7.27959E-06	1.36449396	32.26832935
	187441	<b>Estadístico Ji-cuadrado</b>		<b>62.438885937</b>

Siendo:

$H_0$ : el número de accidentes sigue una distribución de Poisson.

$H_1$ : el número de accidentes no sigue una distribución de Poisson.

$$\chi^2(0.05,2) = 5.991$$

Estadístico de Prueba: 62.438885 > 5.991

Región de Rechazo:  $\chi^2 > \chi^2_{(0.05,2)}$

Debido a que el valor del estadístico de prueba es mayor al valor 5.991 se concluye que no hay evidencia estadística para afirmar que esta variable sigue una distribución de Poisson con  $\lambda=0.03563788$ .

La hipótesis de homogeneidad del portafolio nos es compatible con el análisis estadístico efectuado, de manera que continuamos con el siguiente modelo el cual asume un portafolio heterogéneo.

### **3.2. Modelo de la Binomial Negativa**

Como se dijo anteriormente, en el modelo de la Binomial Negativa suponemos que los asegurados no tienen el mismo riesgo subyacente. El comportamiento de los asegurados es heterogéneo y justifica la introducción de un Sistema Bonus Malus ya que el riesgo de accidentarse cuando la persona conduce es diferente significativamente entre cada asegurado y por ende se justifica el recargo o el descuento en la prima a pagar ya que es directamente reflejada en función de su riesgo.

Suponemos que la distribución del número de accidentes para cada asegurado sigue una Distribución de Poisson,

$$p_k(\lambda) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!} \quad k = 0, 1, \dots,$$

$\lambda$ : el promedio de accidentes de cada asegurado

Cuyo parámetro  $\lambda$  varía de un individuo a otro. Cada asegurado está caracterizado de acuerdo al valor de su parámetro  $\lambda$ .  $\lambda$  es considerado una variable aleatoria. Seleccionemos como la distribución de  $\lambda$  una distribución  $\Gamma$  con función de densidad:

$$u(\lambda) = \frac{dU(\lambda)}{d\lambda} = \frac{\tau^a e^{-\tau\lambda} \lambda^{a-1}}{\Gamma(a)} \quad (a, \tau) > 0, \text{ con media } \frac{a}{\tau} \text{ y varianza } \frac{a}{\tau^2}$$

Recordemos algunas propiedades de la función  $\Gamma$ :

$$\Gamma(a) = \int_0^{\infty} t^{a-1} e^{-t} dt$$

$$\Gamma(a+1) = a\Gamma(a)$$

Si  $a$  es un entero,  $\Gamma(a+1) = a!$

Sea  $p_k(k = 0, 1, \dots)$  la distribución del número de accidentes en el portafolio, entonces tenemos que:

$$\begin{aligned}
p_k &= \int_0^{\infty} p_k(\lambda) dU(\lambda) \\
&= \int_0^{\infty} \frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!} dU(\lambda) \\
&= \int_0^{\infty} \frac{e^{-\lambda(1+\tau)} \lambda^{k+a-1} \tau^a}{k! \Gamma(a)} dU(\lambda) \\
&= \frac{\tau^a}{k! \Gamma(a)} \int_0^{\infty} e^{-\lambda(1+\tau)} [\lambda(1+\tau)]^{k+a-1} d[\lambda(1+\tau)] \\
&= \frac{\Gamma(k+a)}{\Gamma(k+1)\Gamma(a)} \frac{\tau^a}{(1+\tau)^{k+a}} \\
&= \binom{k+a-1}{k} \left( \frac{\tau}{1+\tau} \right)^a \left( \frac{1}{1+\tau} \right)^k,
\end{aligned}$$

Definiendo, como coeficiente binomial generalizado,

$$\binom{k+a-1}{k} = \frac{\Gamma(k+a)}{\Gamma(k+1) \cdot \Gamma(a)}$$



Obtenemos una distribución binomial negativa, de media  $m = a / \tau$  y varianza

$$\sigma^2 = \frac{a}{\tau} \left( 1 + \frac{1}{\tau} \right)$$

Ajustando la distribución observada a una binomial negativa, obtenemos por el método de los momentos estimadores de  $m$  y  $\sigma^2$  con los valores observados en la muestra se tiene:  $m = 0,03563788$  y  $\sigma^2 = 0,03644848$ .

Esto lleva a los estimadores de  $\tau$  y  $a$ :

$$\hat{\tau} = \frac{\bar{x}}{s^2 - x} = 43,9648161$$

$$\hat{a} = \frac{\bar{x}^{-2}}{s^2 - x} = 1,5668128$$

El ajuste de los datos con la distribución Binomial Negativa es muy bueno, indicándonos en la Tabla 54 un ajuste casi perfecto.

**TABLA 54**

**Bondad de ajuste, Binomial Negativa ( $\tau=43,9648161$ ,  
 $\hat{a}=1,5668128$ )**

<b>k</b>	<b>n<sub>k</sub></b>	<b>p<sub>k</sub></b>	<b>np<sub>k</sub></b>	
<b>0</b>	180948	0,965371111	180950,125	2,4964E-05
<b>1</b>	6314	0,03424496	6418,90951	1,71462223
<b>2</b>	171	0,00097817	183,349635	0,83181773
<b>3</b>	8	2,5866E-05	4,84836876	2,04868482
	187441	<b>Estadístico Ji-cuadrado</b>	<b>4,59514974</b>	

Siendo,

H<sub>0</sub>: el número de accidentes sigue una distribución Binomial Negativa.

H<sub>1</sub>: el número de accidentes no sigue una distribución Binomial Negativa.

$$\chi^2(0.05,2) = 5.991$$

Estadístico de Prueba: 4,595149 > 5.991

Región de Rechazo:  $\chi^2 > \chi^2_{(0.05,2)}$

Debido a que el valor del estadístico de prueba es menor al valor 5.991 mostrándonos que existe evidencia estadística de que esta variable sigue una distribución Binomial Negativa.

### **3.3. Presentación en forma de un juego estadístico**

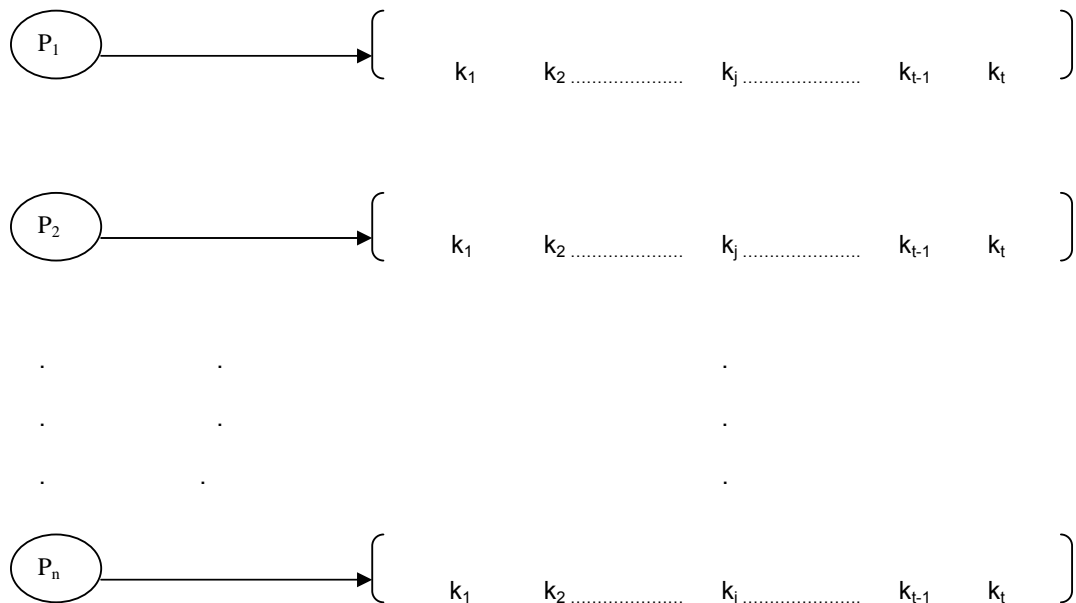
A continuación procedemos a construir un sistema Bonus Malus exclusivamente basado en el número de accidentes reportados. Como se ha venido mostrando la prima pura requerida para un asegurado puede ser calculada en función de su frecuencia de accidentes.

Considerando un asegurado observado por  $t$  años y denotando con  $k_j$  el número de accidentes reportados en los cuales él estuvo involucrado durante el año  $j$ . La información concerniente al asegurado es un vector  $(k_1, \dots, k_t)$ . Ver FIGURA 2.21.

FIGURA 2.21

## Historial por Asegurado

## Asegurado



Las variables  $k_j$  son las realizaciones de variables aleatorias  $K_j$ , independientes e idénticamente distribuidas (sin cambio subyacente en la frecuencia de los accidentes). Con cada grupo de observaciones  $k_1, \dots, k_t$ , asociamos un número  $\lambda_{t+1}(k_1, \dots, k_t)$ , que es el mejor estimador de  $\lambda$  en el instante  $t+1$ .

El problema de decisión puede ser visto de la siguiente manera. Dada una serie de variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas  $K_1, \dots, K_t, \dots$ , se debe determinar un

conjunto de funciones  $\lambda_{t+1}(k_1, \dots, k_t)$ ,  $t = 0, \dots, \infty$ , con el cual se estime  $\lambda$  de manera óptima y secuencialmente.

En términos de la teoría de juegos, esta construcción de un sistema Bonus Malus puede ser presentada como una serie de juegos estadísticos  $\Gamma_t$  entre la naturaleza y el actuario. Cada juego está definido por la tripleta

$$\Gamma_{t+1} = (\Lambda, D_{t+1}, R_{t+1}),$$

Donde

$\Lambda$  = el espacio de estrategias de la naturaleza, es el intervalo  $[0, \infty)$ : el conjunto de posibles valores que toma el parámetro desconocido  $\lambda$ ;

$D_{t+1}$  = el espacio de estrategias de el actuario en el instante  $t+1$ , es una clase de funciones de decisión  $\lambda_{t+1}(k_1, \dots, k_t)$ , las cuales asocian a cada vector de observaciones  $(k_1, \dots, k_t)$  un punto  $\lambda_{t+1} \in \Lambda$ ;

$R_{t+1} = R_{t+1}(\lambda_{t+1}, \lambda)$  es la función de riesgo del actuario en el instante  $t+1$ ; esta es la esperanza matemática de la pérdida  $F_{t+1}(\lambda_{t+1}, \lambda)$ , cuando se toma la decisión  $\lambda_{t+1}$  mientras el estado de la naturaleza

es  $\lambda$ .  $F_{t+1}(\lambda_{t+1}, \lambda)$  es una función no negativa de la diferencia entre  $\lambda_{t+1}$  y  $\lambda$ .

Es por eso que,

$$\begin{aligned} R_{t+1}(\lambda_{t+1}, \lambda) &= E[F_{t+1}(\lambda_{t+1}, \lambda)] \\ &= \sum F_{t+1}(\lambda_{t+1}, \lambda) P(k_1, \dots, k_t | \lambda), \end{aligned}$$

Donde  $\sum$  es la suma sobre todo el historial de accidentes reportados  $(k_1, \dots, k_t)$  y  $P(k_1, \dots, k_t | \lambda)$  es la distribución t-dimensional del número de accidentes reportados por el asegurado caracterizados por su frecuencia de accidentes  $\lambda$ .

El conjunto de los  $\Gamma_t (t = 1, \dots, \infty)$  forma el juego estadístico  $\Gamma = (\Lambda, D, R)$ , donde  $D = D_1 \times \dots \times D_t \times \dots$  es el producto cartesiano de  $D_t$ , y

$$R = R(\lambda_1, \dots, \lambda_t, \dots, \lambda) = \sum_{t=1}^{\infty} R_t(\lambda_t, \lambda) = \sum E[F_t(\lambda_t, \lambda)]$$

es la pérdida total del actuario.

Una serie  $(\lambda_1^*, \dots, \lambda_t^*, \dots)$  es llamada uniformemente óptima si

$$R(\lambda_1^*, \dots, \lambda_t^*, \dots) \leq R(\lambda_1, \dots, \lambda_t, \dots, \lambda)$$

Para cada valor de  $\lambda$  y para todas las sucesiones  $(\lambda_1, \dots, \lambda_t, \dots)$ .

Como una regla general, tal sucesión no existe. Debido a que decidimos aplicar el criterio Bayesiano, el cual satisface completamente a la naturaleza del problema que hemos asumido anteriormente, es decir, que  $\lambda$  es una variable aleatoria con función de densidad  $u(\lambda)$ . Minimizaremos el riesgo promedio del actuario:

$$R(\lambda_1, \dots, \lambda_t, \dots) = \int_0^{\infty} R(\lambda_1, \dots, \lambda_t, \dots, \lambda) dU(\lambda).$$

Una sucesión  $(\lambda_1^*, \dots, \lambda_t^*, \dots)$  es óptima por definición si:

$$R(\lambda_1^*, \dots, \lambda_t^*, \dots) = \inf_{(\lambda_1, \dots, \lambda_t, \dots) \in D} R(\lambda_1, \dots, \lambda_t, \dots)$$

Un teorema de Wald y Wolfowitz nos permite afirmar que una solución óptima de este tipo existe en todos los casos.

Por el teorema de Bayes:

$$dU(\lambda | k_1, \dots, k_t) = \frac{P(k_1, \dots, k_t | \lambda) dU(\lambda)}{\bar{P}(k_1, \dots, k_t)},$$

Donde

$$\bar{P}(k_1, \dots, k_t) = \int_0^{\infty} P(k_1, \dots, k_t | \lambda) dU(\lambda)$$

es la distribución de accidentes durante el año de observación t en el portafolio.

Debemos minimizar:

$$\begin{aligned} R(\lambda_1, \dots, \lambda_t, \dots) &= \sum_{t=0}^{\infty} \int_0^{\infty} \sum_0^{\infty} F_{t+1}(\lambda_{t+1}, \lambda) P(k_1, \dots, k_t | \lambda) dU(\lambda) \\ &= \sum_{t=0}^{\infty} \sum_0^{\infty} \int_0^{\infty} F_{t+1}(\lambda_{t+1}, \lambda) dU(\lambda | k_1, \dots, k_t) \bar{P}(k_1, \dots, k_t). \end{aligned}$$

Ya que la función de pérdida es no negativa solo tenemos que minimizar para cada t y para cada  $(k_1, \dots, k_t)$  el término



$$\int_0^{\infty} F_{t+1}(\lambda_{t+1}, \lambda) dU(\lambda | k_1, \dots, k_t),$$

el cual es de hecho el riesgo a posteriori de  $\lambda$

Si asumimos una función de pérdida cuadrática,

$$\min \int_0^{\infty} (\lambda_{t+1} - \lambda^2) dU(\lambda | k_1, \dots, k_t)$$

nos lleva a

$$\lambda_{t+1}(k_1, \dots, k_t) = \int_0^{\infty} \lambda dU(\lambda | k_1, \dots, k_t);$$

Que es la esperanza matemática a posteriori de  $\lambda$ : la empresa debe imponer sobre un grupo de asegurados con historial  $(k_1, \dots, k_t)$  una prima pura igual a su frecuencia de accidentes posteriori.

### 3.3.1. Aplicación del Modelo Binomial Negativo

El Modelo Binomial Negativo posee la muy importante propiedad teórica de estabilidad de la función de estructura (la distribución  $\Gamma$ ). En esta parte se mostrará que si una distribución a priori de  $\lambda$  es una distribución  $\Gamma$  con parámetros  $a$  y  $\tau$ , entonces la distribución a posteriori es

también una  $\Gamma$  pero con parámetros  $\tau' = \tau + t$  y  $a' = a + k$ ,  
donde

$$k = \sum_{i=1}^t k_i$$

es el número total de accidentes.

Considerando los supuestos del modelo,

$$P(k_1, \dots, k_t | \lambda) = \frac{\lambda^k e^{-t\lambda}}{\prod_{j=1}^t k_j!}$$

$$\bar{P}(k_1, \dots, k_t) = \int_0^{\infty} P(k_1, \dots, k_t | \lambda) dU(\lambda)$$

$$= \frac{\tau^a}{\prod_{j=1}^t (k_j!) \Gamma(a)} \int_0^{\infty} \lambda^{k+a-1} e^{-(1+\tau)\lambda} d\lambda$$

Por teorema de Bayes,

$$dU(\lambda | k_1, \dots, k_t) = \frac{P(k_1, \dots, k_t | \lambda) dU(\lambda)}{\bar{P}(k_1, \dots, k_t)}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{\lambda^k e^{-t\lambda}}{\pi(k_j!)} \cdot \frac{\tau^a e^{-\tau\lambda} \lambda^{a-1} d\lambda}{\Gamma(a)} \\
&= \frac{\tau^a}{\pi(k_j!)\Gamma(a)} \int_0^\infty \lambda^{k+a-1} e^{-(1+\tau)\lambda} d\lambda \\
&= \frac{\lambda^{k+a-1} e^{-(1+\tau)\lambda} d\lambda}{\int_0^\infty \lambda^{k+a-1} e^{-(1+\tau)\lambda} d\lambda} \\
&= \frac{\tau^{a'} \lambda^{a'-1} e^{-\tau'\lambda} d\lambda}{\int_0^\infty (\lambda\tau')^{a'-1} e^{-(\tau'\lambda)} d(\tau'\lambda)} \\
&= \frac{\tau^{a'} \lambda^{a'-1} e^{-\tau'\lambda}}{\Gamma(a')} d\lambda
\end{aligned}$$

Consecuentemente, la frecuencia de accidentes a posteriori del grupo de asegurados con historial  $(k_1, \dots, k_t)$  es la media de la distribución  $\Gamma$  con parámetros  $a'$  y  $\tau'$ , que es igual a:

$$(a) \quad \lambda_{t+1}(k_1, \dots, k_t) = \frac{a+k}{\tau+t}$$

### 3.3.2. Principio del valor esperado

Para la construcción de un sistema óptimo de Bonus Malus presentamos dos principios que nos guiarán en nuestro objetivo. En esta sección presentamos el principio del valor esperado, el cual se basa en hacerle pagar al asegurado la prima pura (la misma a todos) más una cantidad extra por seguridad proporcional a la prima pura. Es decir que el asegurado con el historial  $(k_1, \dots, k_t)$  deberá pagar una prima igual a:

$$\begin{aligned} P_{t+1}(k_1, \dots, k_t) &= (1 + \alpha)\lambda_{t+1}(k_1, \dots, k_t) \\ &= (1 + \alpha)\frac{a + k}{\tau + t} \end{aligned}$$

Según este principio se tienen las siguientes propiedades para un Sistema Óptimo de Bonus Malus:

1. El sistema es justo. Cada asegurado tiene que pagar, en cada renovación de contrato, una prima proporcional al estimado de su frecuencia de accidentes, tomando en cuenta toda la información recopilada en el pasado, es decir el valor a pagar es actualizado en cada renovación

en función del comportamiento al conducir registrado (cantidad de accidentes).

2. Está financieramente balanceado. Para probar esto mostraremos que el promedio de los valores estimados de las frecuencias de accidentes es igual a la media a priori,  $a/\tau$ , para cada  $t$  (el factor  $1+\alpha$  no juega ningún papel aquí). De manera que tenemos,

$$\sum \lambda_{t+1}(k_1, \dots, k_t) \bar{P}(k_1, \dots, k_t)$$

$$= \int_0^{\infty} \sum \frac{a+k}{\tau+t} \bar{P}(k_1, \dots, k_t | \lambda) dU(\lambda)$$

$$= \int_0^{\infty} \left[ \sum \frac{a+k}{\tau+t} \frac{\lambda^k e^{-t\lambda}}{\prod_{j=1}^t (k_j!)} \right] dU(\lambda)$$

$$= \int_0^{\infty} \left[ \frac{a}{\tau+t} \sum \frac{\lambda^k e^{-t\lambda}}{\prod_{j=1}^t (k_j!)} + \frac{1}{\tau+t} \sum \frac{\sum_i k_i \lambda^k e^{-t\lambda}}{\prod_{j=1}^t (k_j!)} \right] dU(\lambda)$$

$$\begin{aligned}
&= \int_0^{\infty} \left[ \frac{a}{\tau+t} \sum \prod_{j=1}^t \frac{\lambda^{k_j} e^{-\lambda}}{k_j!} + \frac{1}{\tau+t} \sum \sum_l k_l \prod_{j=1}^t \frac{\lambda^{k_j} e^{-\lambda}}{k_j!} \right] dU(\lambda) \\
&= \int_0^{\infty} \left[ \frac{a}{\tau+t} \prod_{j=1}^t \sum_{k_j=0}^{\infty} \frac{\lambda^{k_j} e^{-\lambda}}{k_j!} + \frac{1}{\tau+t} \sum_{l=1}^t \frac{k_l \lambda^{k_l} e^{-\lambda}}{k_l!} \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq l}}^t \frac{\lambda^{k_j} e^{-\lambda}}{k_j!} \right] dU(\lambda) \\
&= \int_0^{\infty} \left[ \frac{a}{\tau+t} + \frac{1}{\tau+t} t \lambda \right] dU(\lambda) \\
&= \frac{a}{\tau+t} \int_0^{\infty} dU(\lambda) + \frac{t}{\tau+t} \int_0^{\infty} \lambda dU(\lambda) \\
&= \frac{a}{\tau+t} + \frac{1}{\tau+t} \frac{a}{\tau} \\
&= \frac{a}{\tau}
\end{aligned}$$

Así que en cada fase de este proceso secuencial, la media de la frecuencia de accidentes individual es igual a la media general,  $a/\tau$ . En otras palabras, la cantidad de accidentes reportados es estacionaria y el equilibrio financiero es logrado cada año. Este sistema Bonus Malus también posee otras propiedades interesantes.

3. La prima solo depende de  $k$ , el número total de accidentes reportados, es decir que la prima no depende de la forma en que esos accidentes están distribuidos en los años.
4. Al tiempo  $t = 0$ , cuando aún no tenemos información sobre el riesgo del nuevo asegurado, asumimos que todos ellos tienen la misma frecuencia de accidentes a priori,  $\lambda = a/\tau$ , es decir el promedio general de accidentes. De manera que cuando  $t$  crece, las estimaciones de las frecuencias de accidentes progresivamente llegarán a ser distintas, hasta que lleguen a ser independientes de la situación inicial, esto sucederá cuando  $t$  tienda a infinito.

$\lambda_{t+1}(k_1, \dots, k_t)$  tiende a  $k/t$ , el cual es el riesgo actual de la póliza. La varianza de la distribución a posteriori de  $\lambda$  es igual a

$$\frac{a + k}{(\tau + t)^2}$$

y tiende a 0 cuando  $t \rightarrow \infty$ . La discriminación entre los asegurados es por consiguiente asintóticamente perfecta; es decir cada asegurado después de muchos años pagará una prima que corresponda exactamente a su propio riesgo.

5. El sistema Bonus Malus sugerido aquí es un caso particular de la fórmula de la credibilidad, que postula que la prima modificada por la experiencia (en este caso  $\lambda_{t+1}(k_1, \dots, k_t)$ ) deba ser expresada en forma de una combinación lineal de la prima a priori ( $a/\tau$ ) y las observaciones ( $k/t$ )

$$(b) \quad \lambda_{t+1}(k_1, \dots, k_t) = z \frac{k}{t} + (1-z) \frac{a}{\tau} \quad (0 \leq z \leq 1)$$

De hecho, si suponemos que

$$z = \frac{t}{\tau + t}$$

Notamos que la ecuación (b) se reduce a (a). Y se observa que el peso  $z$  dado a la experiencia individual es



una función creciente en el tiempo que tiende a 1 asintóticamente.

### 3.3.3. Principio de la Utilidad Cero

Para la determinación del valor de la prima en este principio se toma en cuenta la utilidad esperada de la empresa al momento en que se suscribe el contrato de la póliza y después de esta, de manera que su situación es evaluada a través de una función de utilidad  $u(x)$  :

$$u(R) = \int_0^{\infty} u(R + P - x) dG(x),$$

Siendo R las reservas de la compañía.

Es conveniente utilizar funciones de utilidad exponenciales pues reflejan en buena medida la relación entre cantidad de accidentes y su ocurrencia, tal como se ha venido utilizando, por ejemplo tenemos:

$$c) \quad u(x) = \frac{1}{c} (1 - e^{-cx}) \quad \text{para } c > 0$$

Una función de utilidad puede ser de tres tipos, dependiendo de la aversión al riesgo que se utilice, en la ecuación c) la aversión al riesgo es representada por el parámetro  $c$ , de manera que para un determinado grado de aversión al riesgo una compañía puede medir su utilidad esperada.

Teniendo en cuenta que la cantidad de accidentes procede de una distribución binomial negativa precedemos a utilizar a la misma como función de utilidad:

$$P = \frac{1}{c} \text{Log}M(c)$$

Siendo  $M(c)$  la función generadora de momentos de la binomial negativa, que nos indica la cantidad de accidentes en el portafolio, pero como el sistema calcula la prima en función del riesgo por asegurado, tenemos que:

$$M(c) = \int_0^{\infty} (M(c, \lambda) dU(\lambda))$$

Donde  $M(c, \lambda)$  es la función generadora de momentos de la función de Poisson la cual, así se obtiene:

$$M(t) = \sum_{k=0}^{\infty} e^{tk} \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}$$

$$M(t) = e^{-\lambda} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\lambda e^t)^k}{k!} = e^{-\lambda} e^{\lambda e^t} = e^{\lambda(e^t - 1)}$$

Y,

$$dU(\lambda) = \frac{\tau^a e^{-\tau\lambda} \lambda^{a-1}}{\Gamma(a)}$$

De manera que:

$$P = \frac{1}{c} \text{Log} \int e^{\lambda(e^c - 1)} \frac{\tau^a e^{-\tau\lambda} \lambda^{a-1}}{\Gamma(a)} d\lambda$$

$$= \frac{1}{c} \text{Log} \left[ \int_0^{\infty} \frac{\tau^a}{\Gamma(a)} e^{\lambda(e^c - \tau - 1)} \lambda^{a-1} d\lambda \right]$$

Como vemos en la ecuación resultante, la expresión dentro de los paréntesis se asemeja al cálculo de la función generadora de momentos de la distribución gamma

$M(e^c - 1) = E[e^{\lambda(e^c - 1)}]$ , tenemos que:

$$M(e^c - 1) = \int_0^{\infty} \frac{\tau^a}{\Gamma(a)} e^{-\lambda(\tau - e^c + 1)} \lambda^{a-1} d\lambda$$

Haciendo un cambio de variable para el exponente tenemos:

$$u = (\tau - e^c + 1)\lambda \qquad du = (\tau - e^c + 1)d\lambda$$

$$= \int_0^{\infty} \frac{\tau^a}{\Gamma(a)} \frac{e^{-u}}{\tau - e^c + 1} \frac{u}{\tau - e^c + 1}^{a-1} d\lambda$$

$$= \frac{\tau^a}{\Gamma(a)(\tau - e^c + 1)^a} \int_0^{\infty} u^{a-1} e^{-u} du$$

$$= \frac{\tau^a}{\Gamma(a)(\tau - e^c + 1)^a} \Gamma(a)$$

$$= \left( \frac{\tau}{\tau - e^c + 1} \right)^a$$

Por lo que la prima sería igual a:

$$P = \frac{1}{c} \text{Log} \left( \frac{\tau}{\tau - e^c + 1} \right)^a$$

$$P = \frac{a}{c} \left| \text{Log} \left( \frac{\tau}{\tau - e^c + 1} \right) \right|$$

Para valores  $\tau > e^c - 1$

Anteriormente ya se mencionó que se está trabajando con la distribución a posteriori de los accidentes, por lo que los valores de  $a$  y  $\tau$  deben ser reemplazados por  $a+k$  y  $\tau+t$ , por lo que la fórmula se transforma en:

$$P_{t+1}(k_1, \dots, k_t) = 46,28 \times \left( \frac{a+k}{c} \left| \text{Log} \left( \frac{\tau+t}{\tau+t-e^c+1} \right) \right| \right)$$

### 3.4. Aplicación a los resultados en la Provincia del Guayas

Apliquemos este modelo al portafolio de 187,441 asegurados (supuesto) analizados anteriormente y representados por los parámetros  $\tau=43,9648161$  y  $\hat{a}=1,5668128$ , que estimamos antes.

En un principio para la construcción de este modelo Bonus Malus para la provincia del Guayas se pensó en realizar una estimación del riesgo a priori por asegurado considerando las características

estimación a posteriori podemos notar el movimiento del valor de la prima según el número de accidentes y tiempo.

11. Según el modelo, generando valores para un seguro con base de \$100 vemos que el bajo riesgo del portafolio de asegurados es proporcional a la prima que pagan, puesto que para un asegurado nuevo no cometiendo accidente alguno en el primer año el descuento en el monto a pagar es bastante generoso, de igual manera las cargas que se imponen no son tan altas como vimos que sí sucede en otros países. Sin embargo esta conclusión esta supeditada a la toma de datos por parte de los oficiales de la Comisión de Tránsito del Guayas, como es bien sabido en nuestro medio es muy común pactar con el oficial de tránsito para que el accidente no sea reportado de manera que el número total de accidentes contenidos en la base de datos facilitada por la institución podría no reflejar la real cantidad de accidentes de tránsito influyendo en gran medida al valor de la prima ya que depende del riesgo de accidentarse.
12. En conclusión el beneficio social que se obtendría por la aplicación de este sistema en la provincia será muy bueno ya que además de incentivar el ámbito de conducir con precaución se estaría estimulando monetariamente esta conducta.

del vehículo y de la persona que lo conduce, pero se optó por no seguir esta clasificación del riesgo por los siguientes motivos:

1. Se pensaba realizar una clasificación justa de las personas en el portafolio, pero se da el caso que para un grupo varones con vehículos mayores de 15 años el riesgo era muy alto, lo cual se debía a que gran cantidad de los accidentes en ese grupo son provocados por los automotores dedicados a la transportación pública, de manera que todas las personas con esas características debían pagar una prima en proporción a ese riesgo, lo cual no era muy justo.
2. Se probó con regresiones pero los coeficientes de correlación  $R^2$  obtenidos fueron muy bajos cercanos al 0.01. Caso parecido sucedió con el análisis discriminante cuyos valores de significancia salían muy bajos.

De manera que se tomó la decisión de realizar una clasificación a posteriori es decir ingresar a todos los nuevos asegurados con el riesgo promedio del portafolio, de manera que pasado el primer año se pueda calcular el riesgo de cada persona en función a su comportamiento.

Supongamos una prima para un nuevo asegurado igual a 100, entonces la prima a posteriori es igual a:

$$P'_{t+1}(k_1, \dots, k_t) = \frac{100 \frac{a+k}{\tau+t}}{\frac{a}{\tau}} = 100 \frac{(a+k)\tau}{(\tau+t)a}$$

En el Apéndice F podemos observar las primas que deberían ser pagadas por un asegurado que causa  $k$  accidentes en  $t$  años y suponiendo una prima base de 100 unidades monetarias.

En este sistema óptimo vemos que el número de años consecutivos libres de accidentes que son necesarios para volver a una prima de 100 unidades monetarias es de 28, este es un período de tiempo bastante largo pero necesario porque estos valores fueron obtenidos en función del riesgo en el portafolio.

### 3.4.1. Aplicando el principio de la utilidad cero

En nuestra aplicación tomaremos como aversión al riesgo el valor  $c = 0.4$  para ser más equitativos al momento de evaluar la situación de la compañía con



respecto a sus asegurados. Los valores obtenidos son presentados en el Apéndice G.

En proporción, los descuentos y recargas a la prima son mayores y menores respectivamente en relación a los obtenidos mediante el principio del valor esperado. Por consiguiente mediante este principio de la utilidad cero se refleja en mejor medida el riesgo de los asegurados sin recargar demasiado las primas y concediendo mayores descuentos por buen comportamiento.

Una vez encontrado el mejor modelo para ajustar la prima según el riesgo del asegurado queda concluida esta tesis.

# CAPÍTULO 4

## 4. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

### Conclusiones

A lo largo de este trabajo se ha tratado sobre la posible introducción de un Sistema Bonus Malus en la Provincia del Guayas. En el primer capítulo se dio una introducción de cómo están implementados algunos de estos modelos alrededor del mundo. Luego se procedió a conocer acerca de los accidentes de tránsito en la provincia tomando como período de estudio los años 2000 a 2002, mientras que para la elaboración del Sistema Bonus Malus de la provincia se tomó el período 2000-2001. A continuación las conclusiones más relevantes extraídas de este trabajo:

1. Guayaquil es la ciudad con mayor índice de accidentes en el periodo de estudio de 2000-2002 dentro de la Provincia del Guayas, siendo los vehículos más nuevos los más accidentados.

2. Según la CTG el principal móvil de los accidentes se deben a circunstancias normales, esta opción se caracteriza por ser utilizada por los oficiales cuando no se dispone de suficiente información acerca del percance por lo cual no necesariamente refleja la realidad.
3. Los automóviles, camionetas y buses, en ese orden, son los vehículos más accidentados en la provincia, sobre todo los automóviles particulares.
4. La principal causa de los accidentes se debe a características propias de un infractor, la falta de obediencia a las leyes de tránsito tales como pasarse la luz roja, ir en exceso de velocidad entre otras, estos son factores culturales muy arraigados en nuestra gente.
5. Factores internos y externos del conductor son las principales causas cuyos vehículos accidentados pertenecen en su mayoría a la categoría Popular.
6. La mayoría de los accidentes (71.5%) producidos solo desencadenaron daños leves a la estructura del vehículo.

7. Para el año 2000-2001 se registraron 6308 vehículos involucrados en accidentes en la provincia de un total de 187441 vehículos matriculados, lo cual nos indica una muy baja proporción de accidentes por lo que la probabilidad de verse involucrado en un accidente es muy baja, 0.03365326.
8. Se tuvo problemas con la información de los accidentes puesto que no se pudo establecer una estimación a priori del riesgo de accidentarse mientras conduce el asegurado. Debido a la dispersión de los datos ningún modelo de regresión se ajustó significativamente.
9. El número de asegurados accidentados se ajusta a una distribución binomial negativa, de modo que al encontrar la distribución de procedencia se pudo establecer una estimación a posteriori del asegurado, es decir que el asegurado en su primer año entra con una prima proporcional al riesgo promedio de manera que en los siguientes años se vaya modificando dicho valor en función de su comportamiento precedente.
10. El principio de la utilidad cero resultó ser la mejor herramienta para calcular el valor de las primas en función del riesgo, y usando la

## Recomendaciones

La CTG cuenta con una base de datos que muy amablemente pudo facilitar para el desarrollo de esta tesis, pero no contaba con todos los elementos que hubiesen favorecido una estimación a priori del riesgo en el portafolio en estudio.

1. El principal problema fue la no existencia de una conexión entre la base de datos correspondiente a los accidentes con la correspondiente a la de matriculación, de modo que se pudo contar con datos relevante tales como: domicilio, discapacidad, edad, nacionalidad. Además de datos del vehículo como caballos de fuerza, millas recorridas, etc. De manera que se debería llevar una base de datos maestra en la cual se disponga de toda la información fácilmente.
2. Debido a que el proceso de digitalización de los partes avanzaba muy lento no se pudo realizar un análisis de seguimiento del sistema en el tiempo, por lo que en este trabajo se recomienda que el parte sea ingresado por el mismo oficial en la fecha del suceso.

3. Anteriormente se mencionó que la cantidad registrada de accidentes podría no ser la verdadera, de manera que se recomienda un análisis estadístico a los poseedores de vehículos de manera que se determine una estimación de las veces que el vigilante aceptó una coima para no registrar el accidente.
4. Se probó que la distribución de los accidentes sigue una distribución binomial negativa luego de descartar la distribución de Poisson, pero en un posterior trabajo se podría ajustar a otras distribuciones que son utilizadas en este tipo de modelos, tales como: la distribución geométrica generalizada y la de Poisson mixta. En ese caso, se debería seguir el mismo procedimiento con la única diferencia que en vez de utilizar la distribución Binomial Negativa en la deducción de la prima se debería tomar alguna otra distribución seleccionada por el investigador.
5. Este trabajo solo fue realizado con los datos de un año, por consiguiente no se pudo contrastar el modelo obtenido con el comportamiento de los asegurados a lo largo de varios años, de manera que en un futuro trabajo se podría medir la eficiencia del modelo en el tiempo.

6. Para poner en práctica este modelo o algún otro basado en el Sistema Bonus Malus se debe constituir una base de datos maestra entre todas las empresas aseguradoras del país, de manera que se mantenga registrado el historial del poseedor de un vehículo sin importar si este ha cambiado de compañía aseguradora.
7. Existe una gran cantidad de seguros en el mercado, apenas esta tesis se desenvuelve en la rama de seguros de no-vida, mostrando un amplio campo de trabajo en el que el Ingeniero en Estadística Informática se puede desenvolver.
8. Además, se debería crear un Colegio de Ingenieros en Estadística Informática para que sea un ente regulador de los aspectos técnicos concernientes a las compañías aseguradoras.
9. El Gobierno Ecuatoriano por su parte, debería decretar una ley en la que las compañías aseguradoras contraten por lo menos un Ingeniero en Estadística Informática para mantener actualizados los valores de las primas sin tener que recurrir al trabajo de un extranjero.

## APÉNDICE A

### COMPONENTES DEL COSTO DEL COBRO DEL SEGURO

Reparación de daños materiales	
Costos Laborales	15.6%
Partes salvadas	17.8%
	33.4%
Costos legales y costos por asesores	4.4%
Daños corporales	
Costos mecánicos y farmacéuticos	2%
Hospitalización	6.5%
Indemnización por discapacidad	
Discapacidad temporal	8%
Discapacidad permanente o muerte	32.2%
Dolor y padecimiento	4.8%
Desfiguramiento	1.5%
Angustia psicológica	5%
Otros	2.2%
	62.2%



## APÉNDICE B

### CATEGORÍAS DE LOS VEHÍCULOS

Área					
Grupo	2	3	4	5	6
2-4	16	20	21	24	26
5-6	20	22	23	26	28
7	23	24	25	27	29
8	25	26	28	29	31
9	26	28	30	32	34
10	28	30	32	34	36
11	31	32	34	37	39
12	33	35	37	39	41
13	35	37	39	42	44
14-16	37	39	41	44	46

## APÉNDICE C

### ESCALA DE REDUCCIÓN BASADA EN LA OCUPACIÓN DEL POSEEDOR DE LA PÓLIZA

Ocupación	Reducción en puntos
Vehículo propiedad de la compañía	0
Comerciante que recibe más de 5 salarios fijos	
Usa el vehículo para negocio	
Otra ocupación no mencionada en esta tabla	
Desempleado	4
Estudiante	
Comerciante que recibe al menos 5 salarios fijos	5
No usa el vehículo para negocio	
Empleado civil, por ejemplo profesor (incluso si está retirado)	9
Artesano	7
Profesor (incluso si está retirado)	12
Agricultor estatal o su familia y sus empleados (incluso si está retirado)	3
Otro agricultor	7
Ayudante de granja	
Si no está en las categorías 1,3,5 o 8	9

## APÉNDICE D

### BASE DE INCREMENTOS DE PUNTOS EN RELACIÓN A EDAD Y SEXO

	Edad del poseedor de la póliza			
Obtención de la licencia de conducir	Menor que 25 años		Mayores a 25 años	
	Masculino	Femenino	Masculino	Femenino
Menos de un año	16	14	14	10
Entre 1 y 2 años	14	10	10	6
Entre 2 y tres años	8	4	4	0

## APÉNDICE E

### PROMEDIO ANUAL DE MILLAS EN FUNCIÓN A LA EDAD DEL VEHÍCULO

<b>Edad del vehículo</b>	<b>Promedio anual de distancia recorrida en Km.</b>
<b>1</b>	17200
<b>2</b>	15600
<b>3</b>	14100
<b>4</b>	12800
<b>5</b>	13000
<b>6</b>	11100
<b>7</b>	10400
<b>8</b>	10700
<b>9</b>	8700
<b>+10</b>	6700
<b>Toda las edades</b>	13300

## APÉNDICE F

### Principio del valor esperado para un Sistema Bonus Malus Optimo

	Número de accidentes (k)				
Número de años (t)	0	1	2	3	4
<b>0</b>	100				
<b>1</b>	97,776	160,180	222,584	284,988	347,392
<b>2</b>	95,648	156,695	217,741	278,788	339,834
<b>3</b>	93,612	153,358	213,105	272,852	332,598
<b>4</b>	91,660	150,161	208,662	267,163	325,664
<b>5</b>	89,788	147,094	204,401	261,707	319,013
<b>6</b>	87,991	144,150	200,310	256,469	312,628
<b>7</b>	86,265	141,322	196,379	251,437	306,494
<b>8</b>	84,605	138,603	192,601	246,599	300,597
<b>9</b>	83,008	135,986	188,964	241,943	294,921
<b>10</b>	81,469	133,466	185,463	237,460	289,456
<b>11</b>	79,987	131,038	182,089	233,139	284,190
<b>12</b>	78,558	128,697	178,835	228,974	279,112
<b>13</b>	77,179	126,437	175,696	224,954	274,212
<b>14</b>	75,848	124,256	172,665	221,073	269,482
<b>15</b>	74,561	122,149	169,736	217,324	264,912
<b>16</b>	73,318	120,112	166,906	213,700	260,494
<b>17</b>	72,115	118,142	164,168	210,194	256,221

## APÉNDICE F (Continuación)

Número de años (t)	Número de accidentes (k)				
	0	1	2	3	4
18	70,951	116,235	161,519	206,802	252,086
19	69,825	114,389	158,953	203,518	248,082
20	68,733	112,601	156,468	200,336	244,204
21	67,675	110,867	154,060	197,252	240,445
22	66,649	109,187	151,724	194,262	236,800
23	65,654	107,556	149,459	191,361	233,264
24	64,688	105,974	147,260	188,546	229,832
25	63,750	104,437	145,124	185,812	226,499
26	62,839	102,944	143,050	183,156	223,262
27	61,953	101,494	141,034	180,575	220,116
28	<b>61,092</b>	<b>100,083</b>	<b>139,075</b>	<b>178,066</b>	<b>217,057</b>
29	60,255	98,712	137,169	175,625	214,082
30	59,440	97,377	135,314	173,251	211,188
31	58,647	96,078	133,509	170,940	208,371
32	57,875	94,813	131,752	168,690	205,628
33	57,123	93,582	130,040	166,498	202,956
34	56,391	92,381	128,372	164,362	200,353

## APÉNDICE G

### Principio de la Utilidad Cero para un Sistema Bonus Malus Óptimo

Número de años (t)	Número de accidentes (k)				
	0	1	2	3	4
0	100				
1	86,592	141,858	197,124	252,390	307,655
2	84,698	138,755	192,812	246,869	300,926
3	82,885	135,785	188,685	241,585	294,485
4	81,148	132,939	184,731	236,522	288,313
5	79,482	130,210	180,939	231,667	282,395
6	77,884	127,592	177,300	227,008	276,716
7	76,348	125,076	173,804	222,532	271,260
8	74,872	122,657	170,443	218,229	266,015
9	73,451	120,331	167,210	214,089	260,969
10	72,084	118,091	164,097	210,104	256,111
11	70,767	115,933	161,098	206,264	251,430
12	69,497	113,852	158,207	202,562	246,918
13	68,271	111,845	155,418	198,991	242,564
14	67,089	109,907	152,725	195,543	238,362
15	65,946	108,035	150,124	192,213	234,302
16	64,842	106,226	147,610	188,995	230,379
17	63,774	104,477	145,179	185,882	226,585

## APÉNDICE G (Continuación)

Número de años (t)	Número de accidentes (k)				
	0	1	2	3	4
18	62,741	102,784	142,827	182,870	222,913
19	61,740	101,145	140,550	179,954	219,359
20	<b>60,771</b>	<b>99,558</b>	<b>138,344</b>	<b>177,130</b>	<b>215,917</b>
21	59,832	98,019	136,206	174,393	212,580
22	58,922	96,528	134,134	171,740	209,346
23	58,039	95,081	132,123	169,166	206,208
24	57,182	93,677	130,172	166,667	203,163
25	56,349	92,314	128,278	164,242	200,206
26	55,541	90,990	126,438	161,886	197,335
27	54,756	89,703	124,650	159,597	194,544
28	53,992	88,452	122,912	157,372	191,832
29	53,250	87,236	121,222	155,208	189,194
30	52,528	86,052	119,577	153,102	186,627
31	51,825	84,901	117,977	151,053	184,129
32	51,140	83,779	116,419	149,058	181,698
33	50,473	82,687	114,901	147,115	179,329
34	49,824	81,624	113,423	145,222	177,022



## BIBLIOGRAFÍA

1. LEMAIRE JEAN (1995), Automobile Insurance, Actuarial Models, Kluwer-Nijhoff Publishing, USA
2. Vera David, Vargas David (2001), Anuario 2000. Comisión de Tránsito de la Provincia del Guayas, Dirección de Ingeniería, Guayaquil, Ecuador
3. JOHN E. FREUND y RONALD E. WALPOLE (1990), Estadística matemática con aplicaciones. Prentice Hall. México
4. LEMAIRE JEAN (1988), "A comparative analysis of most European and Japanese Bonus Malus System", The Journal of Risk and Insurance, 55, pp. 660–681
5. Schafer Joseph (2001), "Log linear Models for Multinomial Counts" (Lecture notes, Department of Statistics, The Pennsylvania State University ), Stat544, Lec 21, <http://www.stat.psu.edu/~jls/stat544/2001/lec21.pdf>, (última visita: 20 de Abril de 2004)

6. MENDENHALL WILLIAM y SINCICH TERRY (1997), Probabilidad y Estadística para Ingeniería y Ciencias, Cuarta edición. Prentice-Hall Hispanoamericana S.A., Naucalpan de Juárez, Estado de México.