

ESCUELA SUPERIOR POLITECNICA DEL LITORAL

FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA

APLICACION DE LAS TEORIAS DE FALLA
EN LOS MIEMBROS ESTRUCTURALES

TESIS DE GRADO

PREVIA A LA OBTENCION DEL TITULO DE:

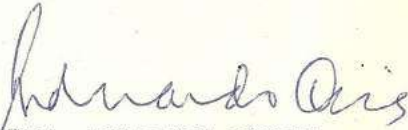
INGENIERO MECANICO

PRESENTADA POR:

RAUL AGUSTIN CARRION GONZAGA

GUAYAQUIL - ECUADOR

1.985


ING. EDUARDO ORCES
DECANO DE LA FACULTAD


ING. JORGE KALIL
DIRECTOR DE TESIS


ING. JORGE FELIX
MIEMBRO DEL TRIBUNAL


ING. ALFREDO TORRES
MIEMBRO DEL TRIBUNAL

AGRADECIMIENTO

AL ING. JORGE KALIL CH.
Director de Tesis, por
su ayuda y colaboración
para la realización de
este trabajo.

DEDICATORIA

A MIS PADRES

A MIS HERMANOS


A MI ESPOSA

A MIS HIJAS

DECLARACION EXPRESA

"La responsabilidad por los hechos, ideas y doctrinas expuestos en esta tesis, me corresponden exclusivamente; y, el patrimonio intelectual de la misma, a la ESCUELA SUPERIOR POLITECNICA DEL LITORAL".

(Reglamento de Exámenes y Títulos profesionales de la ESPOL).



.....
Raul A. Carrion Gonzalez

RESUMEN

El propósito del presente trabajo es, exponer aspectos básicos y fundamentales sobre los estados de esfuerzos. Está realizado para personas familiarizadas con cursos de Resistencia de Materiales y bases del diseño.

El capítulo I contiene conceptos tales como las etapas y factores más importantes en el proceso de diseño. La clasificación de los estados de esfuerzos. Este capítulo concluye con el análisis de un cuerpo sometido a esfuerzos, cual su comportamiento y la ecuación general que nos ayuda a encontrar sus esfuerzos principales.

Los diferentes tipos y teorías de falla más usuales, están en el capítulo II.

Cinco programas en lenguaje BASIC y sus respectivos diagramas de flujo están en el Capítulo III. Los cuales efectúan la resolución de dichos estados de esfuerzos (esfuerzos principales) y la posterior aplicación de las teorías de falla. EL último programa se refiere a la graficación de ejemplos de estados de esfuerzos.

Las conclusiones y recomendaciones están enunciadas en el Capítulo IV.

ÍNDICE GENERAL

	Pag.
RESUMEN.....	VI
ÍNDICE GENERAL.....	VII
ÍNDICE DE FIGURAS.....	X
INTRODUCCIÓN.....	12
I. FUNDAMENTOS TEÓRICOS.....	14
1.1. Diseño.....	14
1.1.1. Fases y factores que afectan el diseño	14
1.1.2. Factor de diseño por resistencia.....	19
1.1.3. Coeficiente de seguridad.....	23
1.2. Tipos de estados de esfuerzos.....	26
1.2.1. Tracción triaxial.....	27
1.2.2. Compresión triaxial.....	31
1.2.3. Estados de esfuerzos combinados.....	34
1.3. Estados de esfuerzos en un punto.....	36
1.3.1. Fuerzas y esfuerzos en un puntos.....	37
1.3.2. Ecuaciones diferenciales del equilibrio	40
1.3.3. Esfuerzos normales y principales.....	43
1.3.4. Invariantes de esfuerzos.....	45
II. TIPOS Y TEORÍAS DE FALLA.....	47
2.1. Tipos de falla.....	47
2.1.1. Por deformación elástica.....	47
2.1.2. Por deformación plástica	49
2.1.3. Por fractura.....	50
2.2. Clasificación de las teorías de falla.....	53
2.2.1. Teorías basadas en ciertas hipótesis..	53

2.2.2. Teorías basadas en la sistematización de los resultados de los ensayos mecánicos	54
2.3. Teoría del Máximo Esfuerzo Principal.....	55
2.4. Teoría del Máximo Esfuerzo Cortante.....	58
2.5. Teoría de la Máxima Dilatación Lineal.....	61
2.6. Teoría de la Máxima Energía Total de Deformación.....	63
2.7. Teoría de la Máxima Energía de Distorsión....	66
2.8. Teoría de Fricción Interna.....	69
2.9. Teoría del Máximo Esfuerzo Cortante octaédrico	75
2.10 Utilización de las teorías de falla.....	77
2.10.1. Falla en materiales dúctiles causadas por cargas estáticas.....	78
2.10.2. Falla en materiales frágiles causada por cargas estáticas.....	80
III Programas en lenguaje BASIC aplicables a computadoras.....	82
3.1. Programa general de estados de esfuerzos.....	82
3.1.1. Análisis y graficación de ejemplos típicos de estados de esfuerzos.....	84
3.1.2. Estados de esfuerzos: monoaxiales bidimensionales y tridimensionales....	84
3.1.3. Diagrama de flujo.....	87
3.2. Análisis y graficación de ejemplos típicos de estados de esfuerzos.....	90
3.2.1. Monoaxiales, bidimensionales y y esfuerzos tridimensionales.....	92

3.2.2. Diagrama de flujo.....	101
3.3. Diseño de elementos sometidos a esfuerzos monoaxiales.....	113
3.3.1. Aplicación de las teorías de falla....	115
3.3.2. Diagrama de flujo.....	123
3.4. Diseño de elementos sometidos a esfuerzos bidimensionales.....	137
3.4.1. Aplicación de las teorías de falla....	140
3.4.2. Diagrama de flujo.....	150
3.5. Diseño de elementos sometidos a esfuerzos tridimensionales.....	165
3.5.1. Aplicación de las teorías de falla....	168
3.5.2. Diagrama de flujo.....	182
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	208
APENDICE.....	211
BIBLIOGRAFIA.....	212

ÍNDICE DE FIGURAS

No.	Título	pag.
1.1	Fases del diseño.....	15
1.2	Diagrama esfuerzo-deformación.....	19
1.3	Probeta traccionada.....	21
1.4	Diagrama de esfuerzo deformación para varios materiales.....	22
1.5	Esfuerzo de trabajo	24
1.6	Tracción triaxial.....	28
1.7	Tracción Triaxial pura.....	28
1.8	Tracción Triaxial cuando dos esfuerzos son iguales.....	29
1.9	Tracción biaxial cuando los dos esfuerzos son diferentes.....	29
1.10	Tracción biaxial cuando los esfuerzos son iguales	30
1.11	Tracción Monoaxial.....	30
1.12	Compresión Triaxial.....	31
1.13	Compresión triaxial pura.....	31
1.14	Compresión triaxial no uniforme.....	32
1.15	Compresión biaxial.....	32
1.16	Compresión biaxial cuando los esfuerzos son iguales.....	33
1.17	Compresión monoaxial.....	33
1.18	Esfuerzos triaxiales combinados.....	34
1.19	Dos esfuerzos de compresión y uno de tracción....	34
1.20	Esfuerzo bidimensional mixto.....	35

1.21	Esfuerzo bidimensional de esfuerzo iguales.....	35
1.22	Sólido sometido a esfuerzos.....	36
1.23	Cubo elemental.....	37
1.24	Tetraedro de Cauchy.....	39
1.25	Equilibrio del cubo elemental.....	42
2.1	Teoría del Máximo Esfuerzo Normal.....	56
2.2	Diagrama σ_1 - σ_2 de la teoría del Máximo Esfuerzo Principal.....	57
2.3	Barra traccionada.....	58
2.4	Diagrama σ_1 - σ_2 de la teoría del Máximo Esfuerzo Cortante.....	59
2.5	Esfuerzos equivalentes.....	60
2.6	Deformación biaxial.....	62
2.7	Energía total de deformación.....	64
2.8	Deformación triaxial.....	65
2.9	Esfuerzo triple.....	67
2.10	Envolvente límite.....	71
2.11	Aproximación de la envolvente límite.....	72
2.12	Envolvente límite considerada como una recta.....	73
2.13	Planos octaédricos.....	76
2.14	Comparación de tres teorías de Falla.....	76
2.15	Gráfica σ_1 - σ_2 : teorías del Máximo Esfuerzo Principal y de Coulomb-Mohr.....	81
3.1	Esquema de los programas.....	82
3.2	Problema de estado monoaxial.....	113
3.3	Problema de estado bidimensional.....	137
3.4	Problema de estado tridimensional.....	165

INTRODUCCION

Los cálculos prácticos para la determinación de las máximas cargas seguras, que pueden soportar los miembros resistentes se efectuaban aplicando únicamente conocimientos empíricos; posteriormente se empleó las matemáticas; pero, al tener que resolver problemas cada vez más complicados estos conocimientos quedaron en segundo plano cediendo su lugar al cálculo en computadoras.

Los conocimientos técnicos sobre fallas estructurales, y su complemento que es, la aplicación práctica mediante computadoras, la he realizado mediante el presente trabajo denominado "Aplicación de las teorías de falla en los miembros estructurales".

Para llevar a cabo este propósito, se han elaborado programas (5) en lenguaje BASIC, mediante los cuales y conociendo el estado de esfuerzo del cuerpo y las propiedades del material, tales como: límite de fluencia,

módulo de elasticidad y coeficiente de Poisson; podemos determinar las máximas cargas seguras predichas por las teorías de falla.

Además, podemos obtener la gráfica de Mohr del estado de esfuerzo analizado, o comparar ese estado con ejemplos de estados de esfuerzo, y poder conocer que tipo de esfuerzo es el que se está analizando.

Esta investigación, nos permite realizar los cálculos con mayor exactitud, rapidez, y modificando cualquier valor de esfuerzo o de propiedades del material, se puede obtener nuevos valores de esfuerzos máximos seguros. Lo que demuestra, que el empleo de la máquina nos exime de muchas obligaciones, que nos permiten ahorrar el tiempo en la creación u optimización de los problemas. Pero en ningún caso nos evita el: conocimiento de la materia o de sus conceptos básicos (dominar el aparato metamático) y la de abordar el problema con espíritu creador.

CAPITULO I

FUNDAMENTOS TEORICOS

1.1. Diseño

Entendemos por diseño en Ingeniería Mecánica, el conjunto de escritos, calculos y dibujos que se hacen para dar idea del costo y realización de objetos y sistemas de naturaleza mecánica: piezas, estructuras, mecanismos, máquinas, dispositivos e instrumentos diversos. En su mayor parte, el diseño en Ingeniería Mecánica, hace uso de las Matemáticas, las ciencias de los materiales, ciencias mecánicas aplicadas a la Ingeniería, incluso de las ciencias térmicas y de los fluidos. Aparte de las ciencias fundamentales que requiere las bases del diseño en Ingeniería Mecánica.

1.1.1. Fases y factores que afectan el diseño

Entre los principios fundamentales tenemos:

a.- El material con que se fábrica un producto industrial, debe ser modelado de acuerdo a sus características propias.

b.- En lo posible, las formas de los objetos deben tender a la máxima simplicidad.

c.- Los productos deben ser diseñados de manera que cumplan su función.

El proceso total de diseño a menudo se describe como indica la fig. 1.1 El cual principia con la identificación de una necesidad y con una decisión de hacer algo al respecto. Después de muchas interacciones el proceso finaliza con la presentación de los planes para satisfacer tal necesidad.

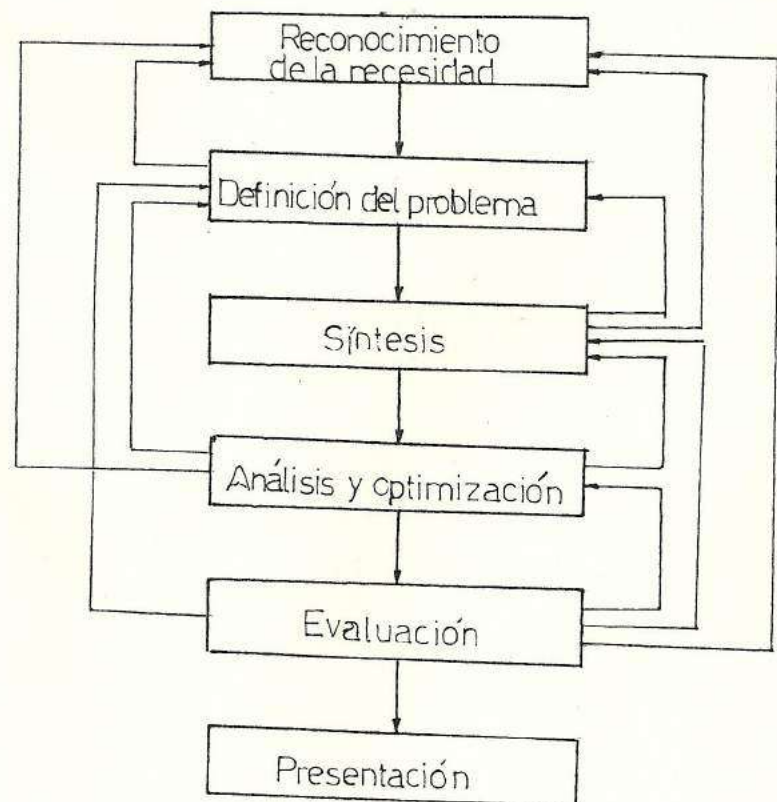


Fig.1.1 Fases del diseño

En ocasiones, el diseño comienza cuando el Ingeniero se dá cuenta de la necesidad de mejorar modelos existentes o de inventar otros, y decide hacer algo al respecto. Por lo general, las necesidades se identifican de una serie de circunstancias fortuitas que surgen casi al mismo tiempo. La casualidad también ha contribuido para la elaboración de un producto.

La definición del problema debe abarcar todas las condiciones para el objeto que se ha de diseñar. Se puede considerar al objeto a diseñarse como algo colocado en una caja negra, invisible desde afuera. En este caso se tiene que determinar lo que entrará y lo que saldrá de dicha caja negra, así como sus características y sus limitaciones.

Existen muchas condiciones que dependen del ambiente particular del diseñador. La habilidad y calificación del personal disponible, requisitos económicos, medios de cálculo y la situación competitiva son también condiciones o especificaciones inherentes. En general, todo lo que limita la libertad de selección del diseñador es una condición o especificación.

El diseño es un proceso iterativo, en el que se pasan por varias etapas, se evalúan los resultados y luego se vuelve a una fase anterior al proceso. Para el Análisis y Optimización se requiere que se ideen o se imaginen modelos abstractos o simplificados del sistema que admitan alguna forma de análisis matemático. Tales modelos reciben el nombre de modelos matemáticos. Al crearlos se espera encontrar alguno que reproduzca lo mejor posible el sistema físico real.

Idear un modelo matemático de un sistema físico es simplificar dicho sistema hasta que se pueda analizar. Los conceptos de cuerpo rígido, fuerza concentrada etc. son idealizaciones.

La evaluación es la demostración definitiva de que un diseño es acertado y, generalmente, incluye pruebas con el prototipo en el laboratorio. En este punto es cuando se desea observar si el diseño satisface realmente las necesidades. Es suficientemente resistente?. Es confiable?. Competirá con productos semejantes?. Es de fabricación y uso económico?. Es fácil de mantener y ajustar?. Se obtendrán ganancias por su venta y utilización

La comunicación o presentación de la solución más satisfactorias a otras personas es el paso final y vital en el proceso de diseño. El diseñador no debe temer la posibilidad de no tener éxito en una presentación de un diseño. De hecho, es de esperar que tenga fracasos ocasionales pero eso no debe desmoralizarlo pues debe de empezar nuevamente es decir rediseñar el elemento ideado.

La expresión "Factor de Diseño" significa algunas características o consideraciones que influyen en el diseño de un elemento o, quizás, en todo el sistema. Por lo general se tienen que tomar en cuenta varios de esos factores en un caso de diseño determinado. En ocasiones, algunos de esos factores será crítico y, si se satisfacen sus condiciones, ya no será necesario considerar los demás. Entre los principales factores de diseño podemos considerar: Resistencia, confiabilidad, condiciones térmicas, corrosión, desgaste, fricción o rozamiento, procesamiento, utilidad, costo, seguridad, peso, ruido, estilo, forma, tamaño, flexibilidad, control, rigidez, acabado superficial, lubricación, volumen, mantenimiento, funcionamiento, etc.

1.1.2. Factor de diseño por resistencia.

La resistencia no es el único criterio de tener en cuenta en un proyecto de diseño estructural. La resistencia es una propiedad de un material que depende de la clase, tratamiento y procesado del mismo. Muchos de los valores de resistencia estática usados se determinan de acuerdo con los resultados obtenidos en pruebas estandares de esfuerzos. Examinaremos las particularidades esenciales de los resultados de un ensayo de tracción simple de un metal dúctil (acero al carbono). Estos resultados se registran en un diagrama esfuerzo-deformación, cuyo nombre deriva de las magnitudes que aparecen en los ejes coordenados.

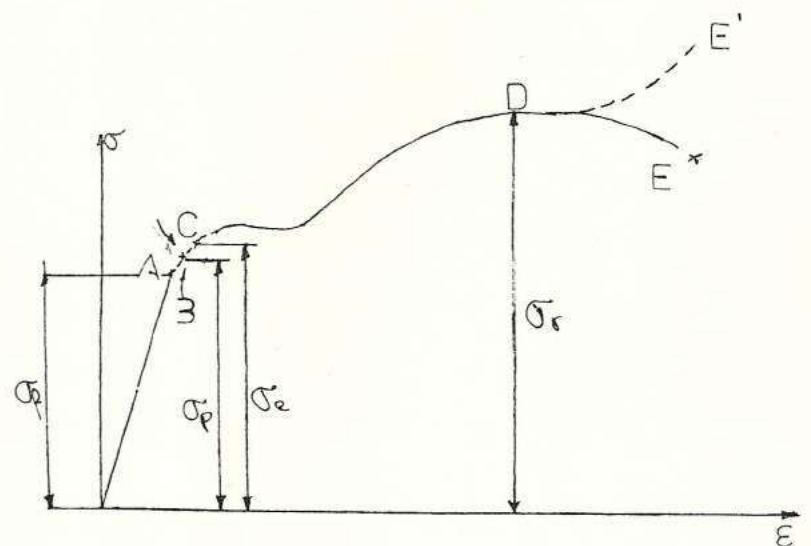


Fig. 1.2 Diagrama esfuerzo-deformación

El esfuerzo máximo hasta el cual el material sigue la ley de HOOKE ($\sigma = E\varepsilon$) se denomina límite de proporcionalidad (punto A). El tramo OA se considera una recta, y la tangente del ángulo de inclinación se determina por $1/E$. Generalmente, se considera que si $dE/d\sigma$ resultó ser 50% mayor que $1/E$, entonces se alcanza el límite de proporcionalidad.

Las propiedades elásticas del material se mantienen hasta el esfuerzo denominado límite de elasticidad (punto B), el cual representa el máximo esfuerzo (σ_e) hasta la cual el material no recibe deformaciones residuales o permanentes.

Los límites de elasticidad y de proporcionalidad son muy difíciles de obtener y cambian bruscamente de valor dependiendo del ángulo de la sección recta y de la deformación residual. Por eso, generalmente dichas magnitudes no figuran en los manuales donde están dadas las propiedades de los materiales.

El límite de fluencia σ_f (fig. 1.2a. punto C), es el esfuerzo bajo la cual tiene lugar el aumento de las deformaciones sin aumento

apreciable de la carga. Cuando en el diagrama no aparece bien definido el escalón de fluencia; entonces el esfuerzo para el cual $E_{res} = 0.2-0.5\%$ constituye la el límite convencional de FLUENCIA (fig. 1.2b). Este punto constituye una de las características mecánicas fundamentales del material.

La razón entre la fuerza máxima que es capaz de resistir la probeta y el área inicial de la sección transversal se denomina límite de rotura (σ_{rt}) y en el caso de compresión (σ_{rc}).

La carga aplicada en el momento de la rotura (F_r) para el área inicial (A), se denomina esfuerzo de rotura aparente (E').

El punto E representa el esfuerzo de rotura real y se lo obtiene dividiendo la carga F_r para el área (A_0) que tiene la probeta en el estrechamiento o estricción (fig. 1.3).

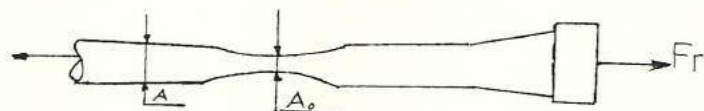


Fig. 1.3 Probeta traccionada

Esfuerzo en el punto E: $\sigma_e = F_r / A$

Esfuerzo en el punto E: $\sigma_E = \frac{F}{A_0}$

pero: $D_0 > D$ y $A_0 > A$

De donde se obtiene que $\sigma_E > \sigma'_E$ o lo que es lo mismo decir que el esfuerzo de rotura real es mucho mayor que el esfuerzo de rotura aparente. Pero aún así, se sigue tomando al esfuerzo de rotura aparente (σ'_E) como el esfuerzo máximo del material.

Cada material tiene su propio diagrama esfuerzo-deformación, por ejemplo:

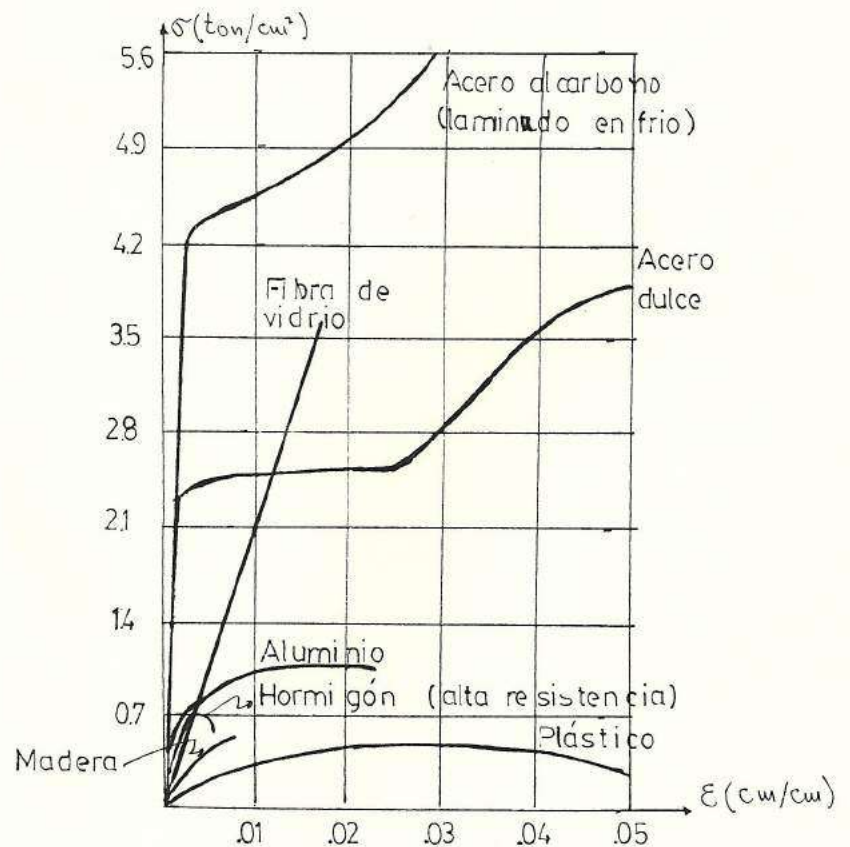


Fig. 1.4 Diagrama esfuerzo-deformación para varios materiales.

//1.3. Factor de seguridad

El factor o coeficiente N , llamado generalmente FACTOR DE SEGURIDAD es un número empleado para evaluar el comportamiento seguro de un elemento, se puede decir que es el resultado de la necesidad de diseñar elementos mecánicos más confiables y seguros.

Si, " S " representa un esfuerzo (propiedad del material) al que se encuentra sometido un material; y si " S " aumenta hasta un valor tal que un pequeño incremento adicional alteraría permanentemente la capacidad del elemento para realizar su función apropiada (resistente). Si " S_u " representa el valor límite de " S " entonces el factor de seguridad queda definido por: $n = \frac{S_u}{S}$

Al esfuerzo " S " se la define también como; esfuerzo admisible o de trabajo: $\sigma = \sigma_{ad} = \sigma_{trabajo}$

En los casos de fluencia y rotura, los coeficientes de seguridad están definidas respectivamente por: $n_f = \sigma_{ad} / \sigma_f$ y $n_r = \sigma_{ad} / \sigma_{rt}$

Entonces el máximo esfuerzo de trabajo constituirá la enésima parte del esfuerzo de fluencia o de rotura respectivamente tal como

lo indica la presente gráficas:

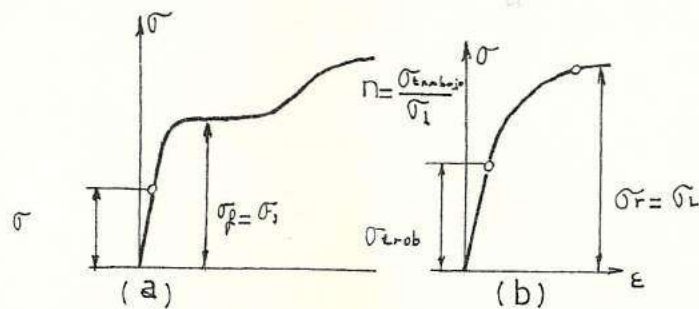


Fig. 1.5 Esfuerzo de trabajo

Es muy notorio por ejemplo, el intento de "matematizar" la elección del coeficiente de seguridad con ayuda del llamado método complejo, en el que el coeficiente de seguridad es representado como el producto de una serie de coeficientes: $N = N_1 \cdot N_2 \cdot N_3 \cdot N_4 \cdot N_5 \dots N_n$

Cada uno de los coeficientes "Ni" se determina independientemente de los demás. Uno de ellos "tiene en cuenta" el grado de dinamismo de la carga, otro la temperatura, el tercero las discontinuidades de la estructura, etc. Considero que esta modalidad debe rechazarse, ante todo, por ser incorrecta en su esencia misma. Factores tales como "dinámica", propiedades de los materiales, temperatura, etc. No puede considerarse aisladamente, pues forman un conjunto de parámetros interdependientes que no pueden ser disociados

lisa y llanamente. El enfoque complejo, pues, no simplifica el problema sino que lo complica, ya que en vez de un coeficiente único, se tienen que elegir de tres a cinco, no es de extrañar que este método no halla cobrado difusión.

En la práctica el coeficiente de seguridad que se utiliza es el coeficiente admisible es decir es único, el cual está reglamentado por las normas de resistencia mecánica. Estas normas fueron implantadas por iniciativa de las compañías de seguro y son revisadas con regularidad por los organismos competentes.

El coeficiente "n" se establece de hecho basándose en la práctica que existe de la construcción de estructuras análogas en períodos anteriores y teniendo en cuenta el nivel de desarrollo de la técnica. En cada rama de la técnica ya se han asentado sus tradiciones, sus métodos y sus exigencias y, por último la particularidad de sus métodos de cálculo de acuerdo con las cuales se señala el coeficiente de seguridad "n".

La elección del coeficiente de seguridad

depende también de los métodos de cálculo de los esfuerzos, de la exactitud de esos métodos, de las consecuencias que implicaría la rotura de la estructura, de las propiedades del material, del tipo de carga, tiempo de duración de dicha carga, incertidumbre con respecto a las cargas y material utilizado, de las condiciones de trabajo, etc.

“La determinación del coeficiente de seguridad pertenece a áreas de diseño concretas como la resistencia de los aviones, resistencia de las construcciones y otras. El acierto de la determinación del coeficiente de seguridad depende en gran medida de la práctica y del arte del diseñador y del constructor.”

Ejemplos de coeficientes de seguridad: En la construcción de máquinas 1.5-2.5. Estructuras estacionarias calculadas para un período largo de servicio 3.5-5. En la construcción de aviones 1.5-2. En general para: Metales de 3-6. Maderas 8-10. Piedra 12-20. Mortero 15-20.

1.2. Tipos de estados de esfuerzos

Al estudiar los problemas de resistencia en el caso de un estado de esfuerzos complejo, adquiere gran

importancia el tipo de estado de esfuerzo aplicado. La rotura de los materiales ocurre de manera distinta según sean los esfuerzos, de tracción o de compresión. Los ensayos demuestran que todos los materiales sin excepción son capaces de resistir grandes esfuerzos cuando se trata de compresión triaxial, mientras que en el caso de tracción monoaxial la destrucción ocurre para esfuerzos relativamente pequeños. Existen estados de esfuerzos en los que la destrucción ocurre de manera frágil, sin la formación de deformaciones plásticas, y existen otros en los que el mismo material resulta capaz de deformarse plásticamente.

Resulta así, detenerse con más detalle en las características de los estados de esfuerzos típicos y observar en que condiciones surge tal o cual estado.

Anteriormente los estados de esfuerzos fueron clasificados en triaxiales, biaxiales y monoaxiales. Al estudiar los problemas de la resistencia esta clasificación resulta insuficiente y se acuerda dividir los estados de esfuerzos en tres clases según sea el signo de los esfuerzos principales.

1.2.1. Tracción triaxial

Son los estados de esfuerzos en los cuales ninguno de los esfuerzos principales es de

compresión. Los diagramas circulares de este tipo de estado de esfuerzo se sitúan en la derecha del plano de esfuerzos normal-cortante (σ vs τ).

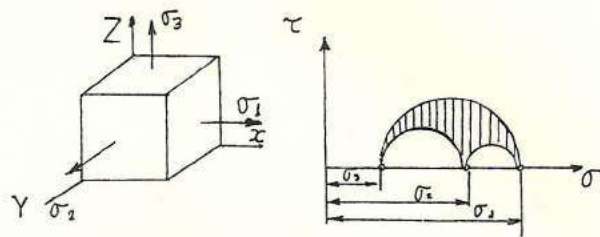


Fig. 1.6 Tracción triaxial

Cuando los tres esfuerzos principales de tracción son iguales, se denomina estado de tracción triaxial pura. Aparece por ejemplo en la parte central de una esfera maciza que se calienta rápidamente en su parte exterior. La dilatación de las capas exteriores calentadas conduce a que la parte interior sin calentar de la esfera se somete a una "presión de tracción" triaxial. En este caso, los diagramas circulares se degeneran en un punto.

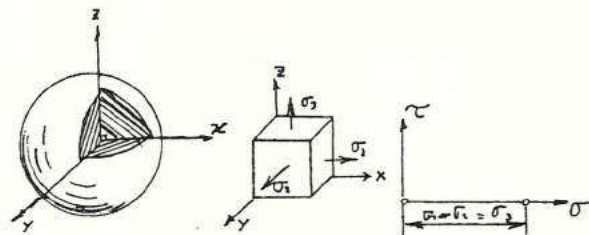


Fig. 1.7 Tracción triaxial pura

La tracción triaxial correspondiente al caso cuando dos esfuerzos principales son iguales pero diferentes del tercero se observa en los puntos situados en el eje de una probeta traccionada con ranura anular.

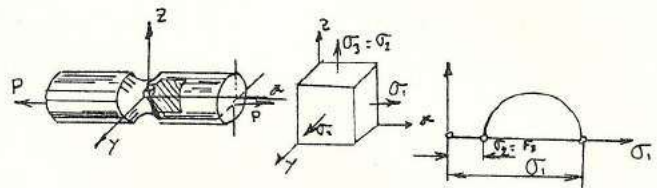


Fig. 1.8 Tracción triaxial cuando dos esfuerzos son iguales.

Frecuentemente se da el estado de esfuerzo cuando $\sigma_3 = 0$, el cual se lo denomina tracción biaxial; aparece por ejemplo, cuando $\sigma_1 \neq \sigma_2$, en los discos finos de espesor constante que giran a gran velocidad.

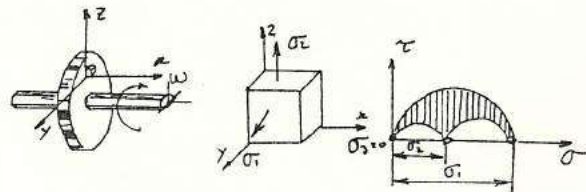


Fig. 1.9 Tracción biaxial cuando los dos esfuerzos son diferentes.

La tracción biaxial cuando dos esfuerzos son iguales ($\sigma_1 = \sigma_2$), surge en puntos situados en la superficie exterior del recipiente esférico sollicitado por una presión interior.

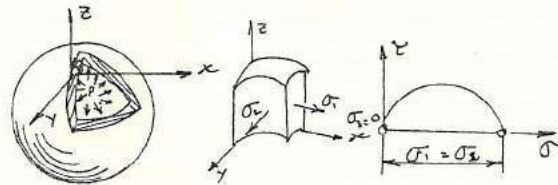


Fig. 1.10 Tracción biaxial cuando los esfuerzos son iguales

Cuando dos esfuerzos son iguales a cero el estado de esfuerzo es de tracción monoaxial. Este tipo de estado de esfuerzo ocurre por ejemplo en una barra homogénea o en la flexión pura.

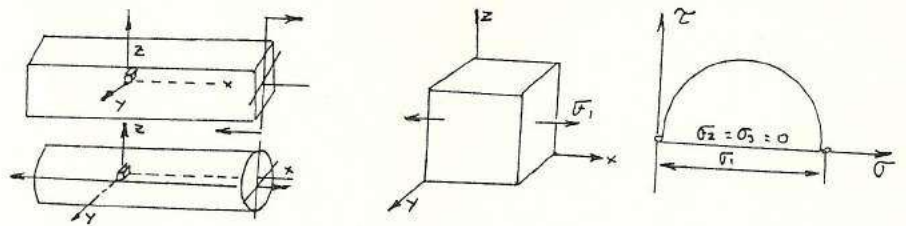


Fig. 1.11 Tracción Monoaxial

1.2.2. Compresión triaxial

Este tipo de estado de esfuerzo se caracterizan por tener sus esfuerzos principales de compresión los diagramas circulares correspondiente a este tipo se sitúan en la parte izquierda del plano de esfuerzos normal-cortante (σ vs τ).

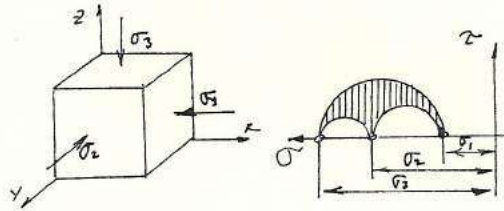


Fig. 1.12 Compresión triaxial.

Cuando los tres esfuerzos son iguales, el estado de esfuerzo se denomina de compresión triaxial pura aparece en todo cuerpo independientemente de su forma, sometido a una presión hidrostática en todas las direcciones.

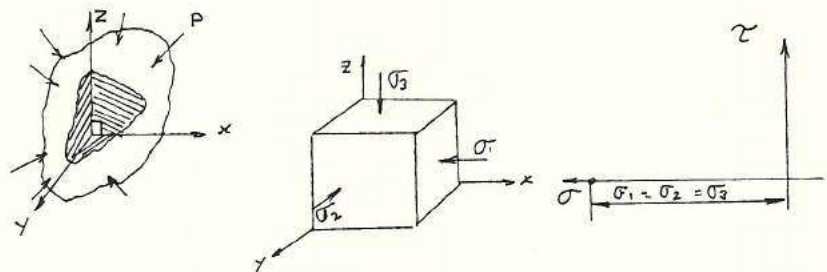


Fig. 1.13 Compresión triaxial pura.

La compresión triaxial no uniforme es característica para los puntos situados en la proximidad de los cuerpos en contacto, como por ejemplo, los rodillos y el arco de un cojinete, el casquillo y el árbol, etc.

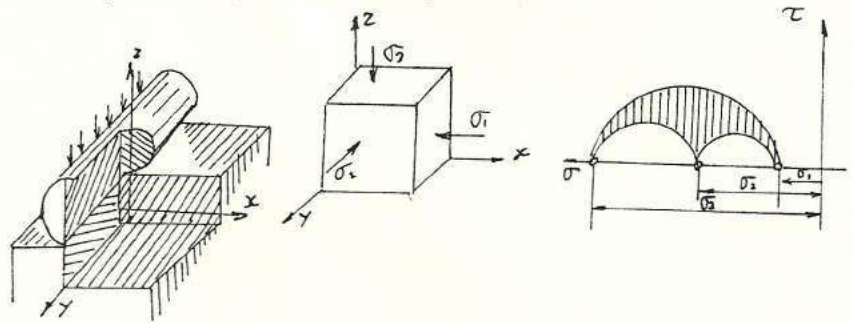


Fig. 1.14 Compresión triaxial no uniforme

Cuando uno de los esfuerzos es igual a cero el estado de esfuerzo resultante se denomina de compresión biaxial.

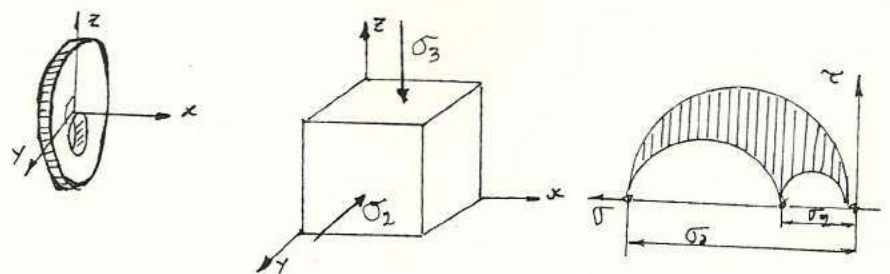


Fig. 1.15 Compresión biaxial

El estado de compresión biaxial cuando ambos esfuerzos son iguales ($\sigma_2 = \sigma_3$) aparece por ejemplo cuando se presiona un árbol de extremos libres.

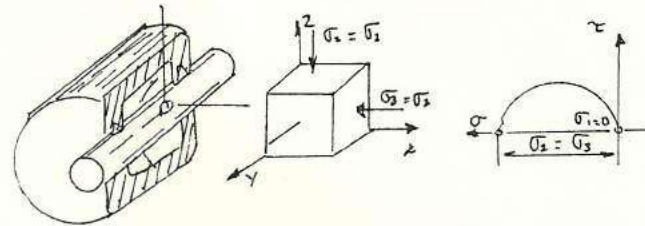


Fig. 1.16 Compresión biaxial cuando los esfuerzos son iguales.

Si dos de los esfuerzos principales son iguales a cero entonces el estado de esfuerzo es monoaxial, aparece particularmente en la flexión pura y en la compresión de una barra homogénea.

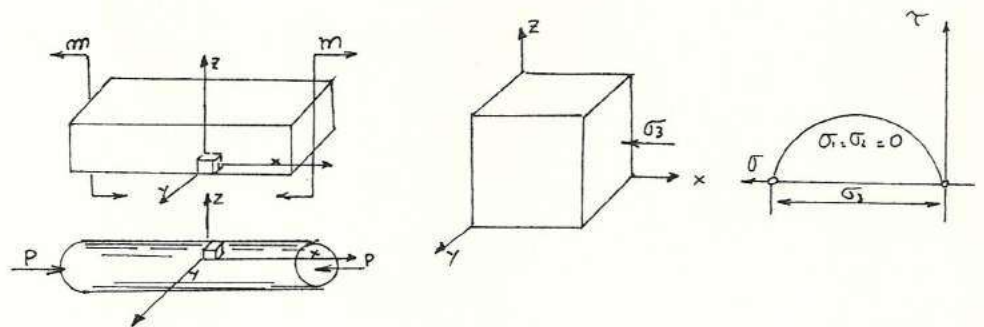


Fig. 1.17 Compresión monoaxial.

1.2.3. Estados de esfuerzos combinados.

En este tipo de estado de esfuerzo, el esfuerzo máximo y mínimo tienen distinto signo. El esfuerzo σ_2 puede ser tanto positivo como negativo. Los diagramas circulares de los estados de esfuerzos de este tipo se sitúan en la parte central del plano de esfuerzos: normal-cortante.

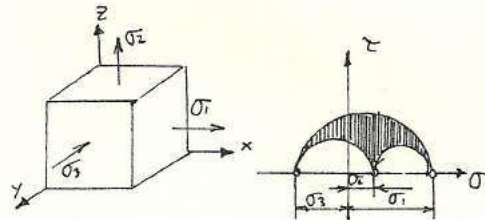


Fig. 1.18 Esfuerzos triaxiales combinados

Cuando dos esfuerzos son de signo diferente al otro esfuerzo, por ejemplo en un cilindro de paredes gruesas solicitado por una presión interior.

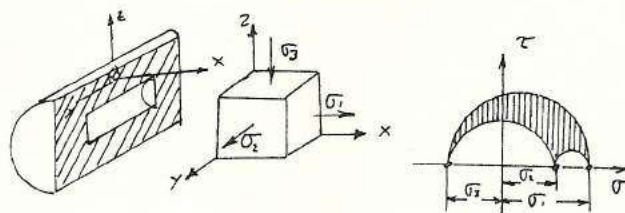


Fig. 1.19 Dos esfuerzos de compresión y uno de tracción.

El estado de esfuerzos combinados en el cual uno de los esfuerzos es cero, es característico de las barras flexionadas y, al mismo tiempo torsionada, provoca la aparición de un estado de esfuerzos plano mixto.

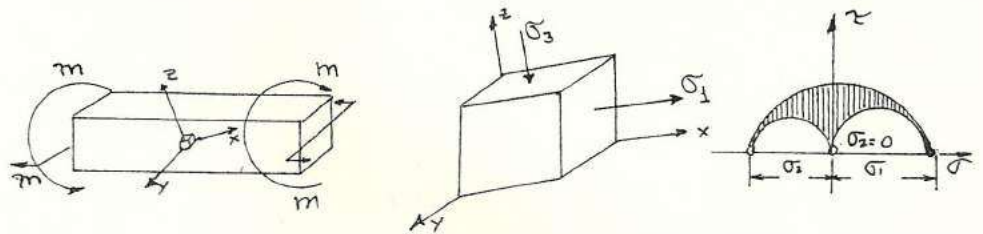


Fig. 1.20 Esfuerzo bidimensional mixto.

Si dos esfuerzos son de igual valor y el otro es igual a cero, el estado de esfuerzo resultante será el de distorsión pura, que también constituye un estado de esfuerzo biaxial mixto.

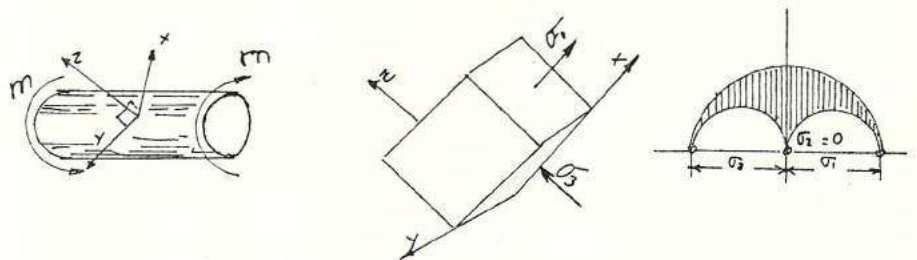


Fig. 1.21 Esfuerzo bidimensional de esfuerzos iguales

Los esfuerzos indicados no son los únicos, pero sí los más comunes. Este resumen nos permitirá en adelante, con mayor facilidad orientarnos en los problemas de resistencia y juzgar sobre el grado de peligro que para el material presenta cada uno de los estados de esfuerzos analizado.

1.3. Estado de esfuerzo en un punto.

Supongamos cierto sólido (elástico o plástico) sollicitado por un sistema arbitrario de fuerzas tal como lo indica la siguiente fig.

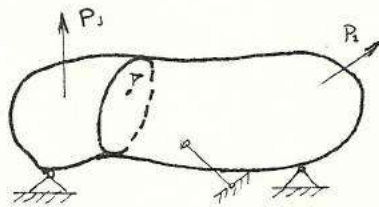


Fig. 1.22 Sólido sometido a esfuerzos.

Al pasar de un punto al otro, el estado de esfuerzo varía de una manera suficientemente lenta y siempre existe la posibilidad de escoger en la vecindad de un punto cualquiera "A" (fig. 1.22), una zona suficientemente pequeña donde se pueda considerar el estado de esfuerzo homogéneo.

Para caracterizar el estado de esfuerzo del punto "A", supongamos que en este punto se han trazado tres

secciones y que se han de determinar las fuerzas respectivas. Separamos después, alrededor del punto en cuestión mediante seis secciones un volumen elemental formado por un paralelepípedo tal como:

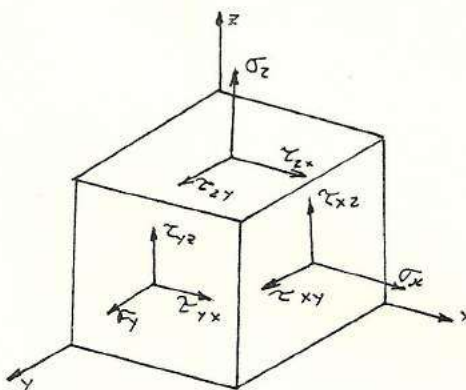


Fig.1.23 Cubo elemental.

En el caso límite todas las caras del paralelepípedo pasarán por el punto "A" y se podrá considerar que los esfuerzos en los planos trazados corresponden al punto en cuestión.

1.3.1. Fuerzas y esfuerzos en un punto.

Los esfuerzos que actúan en un punto de un cuerpo están completamente definidos cuando se conocen las componentes que actúan sobre la cara de un elemento.

Consideremos a t_1 , t_2 , t_3 , los esfuerzos específicos que se ejercen respectivamente

sobre el elemento "A" (fig. 1.23) en la dirección del eje X, Y, Z respectivamente. Los cuales están definidos por:

$$t_1 = (\sigma_x, \tau_{yz}, \tau_{zx})$$

$$t_2 = (\tau_{xy}, \sigma_y, \tau_{zy})$$

$$t_3 = (\tau_{xz}, \tau_{yz}, \sigma_z)$$

Cada uno de los esfuerzos "ti", se pueden imaginar como resultante de tres esfuerzos, un normal y dos tangenciales. Por ejemplo, las componentes "ti" son σ_x normal y dos tangenciales τ_{xy} , τ_{zx} respectivamente paralelas a los ejes Y y Z; σ_x , σ_y , σ_z , se denominan esfuerzos normales; y τ_{yz} , τ_{xy} , τ_{zx} esfuerzos tangenciales. Las componentes del tensor de los esfuerzos en el punto "A", están definidos por:

$$\begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{vmatrix}$$

La utilidad de considerar tres elementos planos y ortogonales df_x , df_y , df_z , salientes del punto "A" y los esfuerzos componentes t_1 , t_2 , t_3 , estriba en el hecho que con los mismos se puede expresar de inmediato y de modo simple el esfuerzo "t" correspondiente a un elemento

cualquiera "df" que pase por "A" (Fig.1.22).

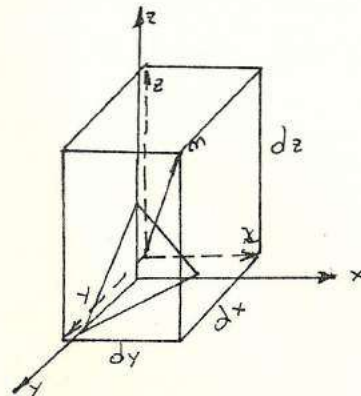


Fig.1.24 Tetraedro de Cauchy

En efecto en, la figura anterior podemos observar, que si, l , m , n , son los cosenos directores de la normal a "df" en el punto "A", entonces:

$$l^2 + m^2 + n^2 = 1$$

$$t = t_1 l + t_2 m + t_3 n$$

Si se indican con t_x , t_y , t_z , las componentes del tensor "t" según los ejes X, Y, Z, es posible escribir las relaciones de equilibrio del tetraedro en las tres direcciones:

$$t_x = \sigma_x l + \tau_{yx} m + \tau_{zx} n$$

$$t_y = \tau_{xy} l + \sigma_y m + \tau_{zy} n$$

$$t_z = \tau_{xz} l + \tau_{yz} m + \sigma_z$$

Que constituyen las ecuaciones de Cauchy, y que

permiten calcular el esfuerzo correspondiente a un elemento superficial común y orientado en función de los esfuerzos que se ejercen sobre los ejes de referencia.

1.3.2. Ecuaciones diferenciales del equilibrio

Supóngase que al cuerpo considerado se le aplican fuerzas externas, más concretamente fuerzas de masa, ejercidas sobre el baricentro del elemento y proporcionales al volumen ($F_e = X, Y, Z$), y fuerzas superficiales que actúan sobre puntos de la superficie.

El sistema de fuerzas aplicadas al elemento "A", satisfacen las condiciones de equilibrio, resultando iguales a cero las sumas de las proyecciones de todas las fuerzas sobre los ejes X, Y, Z, independientemente de la magnitud de los esfuerzos que aparecen, es decir se cumple que: $\sum F_x=0, \sum F_y=0, \sum F_z=0$. Faltan por comprobar si son iguales a cero las sumas de los momentos de todas las fuerzas respecto a los ejes X, Y, Z. Al plantear las ecuaciones de equilibrio se establece fácilmente que el momento de cada fuerza se equilibra con el momento de la fuerza opuesta. Por ejemplo para el eje X, la condición de igualdad a cero de

los momentos se satisface, si el momento de la fuerza $T_{yz}dx dy$ cumple:

$$(T_{yz}.dx.dz).dy = (T_{zy}.dx.dy).dz$$

De manera análoga se puede plantear:

$$(T_{xy}.dy.dz).dx = (T_{yx}.dx.dz).dy$$

$$(T_{zx}.dx.dy).dz = (T_{xz}.dx.dz).dx$$

de las cuales se obtiene que:

$$T_{yz} = T_{zy}$$

$$T_{zx} = T_{xz}$$

$$T_{xy} = T_{yx}$$

Así pues, en dos planos ortogonales entre sí las componentes de los esfuerzos tangenciales, perpendiculares a la arista común son iguales y, o las dos van dirigidas hacia la arista o las dos parten de la arista. Esta ley denominada ley de reciprocidad es válida para todos los puntos del sólido solicitado independientemente del tipo de carga que se aplica y de las propiedades del material. De la condición de reciprocidad de los esfuerzos tangenciales se deduce que en las caras del elemento separado (fig. 1.23), existen no nueve, sino solamente seis componentes independientes de esfuerzo, puesto que los esfuerzos tangenciales son iguales de dos en dos. La representación gráfica del estado de esfuerzos

en el punto "A" será entonces como lo indica la siguiente figura.

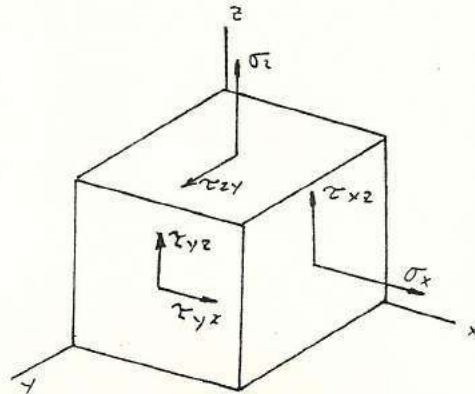


Fig. 1.25 Equilibrio del cubo elemental.

Las ecuaciones de equilibrio de las fuerzas, teniendo presente que sobre dos caras paralelas del elemento actúan esfuerzos iguales y contrarios (fig. 1.25), a las cuales se suma la variación de los esfuerzos, la distancia entre las superficies paralelas, se reducen a, las ecuaciones de equilibrio de los puntos internos del cuerpo.

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + X = 0$$

$$\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + Y = 0$$

$$\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + Z = 0$$

Si ahora se indican con l , m , n , los cosenos directores de la normal a la superficie del cuerpo orientado hacia el exterior, se pueden escribir las siguientes ecuaciones de equilibrio así:

$$\begin{aligned}\sigma_x l + \tau_{xy} m + \tau_{xz} n + \Psi_x &= 0 \\ \tau_{yx} l + \sigma_y m + \tau_{yz} n + \Psi_y &= 0 \\ \tau_{zx} l + \tau_{zy} m + \sigma_z n + \Psi_z &= 0\end{aligned}$$

Las cuales permiten calcular los puntos situados sobre la superficie del cuerpo y forman el sistema de las "ecuaciones del contorno".

1.3.3. Esfuerzos normales y principales.

Si entre todos los planos posibles se elige aquel sobre el cual las componentes tangenciales se anulan, indicando las componentes de "t" en la forma:

Sustituyendo estos valores en la ecuaciones precedentes se obtiene:

$$\begin{aligned}(\sigma_x - \sigma) l + \tau_{yx} m + \tau_{zx} n &= 0 \\ \tau_{xy} l + (\sigma_y - \sigma) m + \tau_{zy} n &= 0 \\ \tau_{xz} l + \tau_{yz} m + (\sigma_z - \sigma) n &= 0\end{aligned}$$

Este sistema se puede considerar como un sistema de ecuaciones respecto a las incógnitas l , m , y n que determinan la dirección del plano principal en el sistema de ejes X , Y y Z . El sistema obtenido es homogéneo. Al mismo tiempo deberá determinar los valores no nulos de l , m y n ; puesto que los cosenos directores no pueden ser todos simultáneamente iguales a cero ya que debe de cumplirse:

$$l^2 + m^2 + n^2 = 1$$

Además de la solución elemental esto es, $l = m = n = 0$, el sistema dado admite, poder obtener tres soluciones diferentes de cero, para lo cual es necesario que la determinante de este sistema sea igual a cero, es decir:

$$\begin{vmatrix} \sigma_x - \sigma & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \sigma_y - \sigma & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z - \sigma \end{vmatrix} = 0$$

Desarrollando la determinante y colocando los términos por el orden de potencias de σ se obtiene: (Ecu. 1.1).

$$\begin{aligned} & \sigma^3 - (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) \sigma^2 + (\sigma_x \sigma_y + \sigma_y \sigma_z + \sigma_z \sigma_x \\ & - \tau_{zy}^2 - \tau_{xz}^2 - \tau_{xy}^2) \sigma - (\sigma_x \sigma_y \sigma_z + 2\tau_{zy} \tau_{xz} \tau_{xy} \\ & - \sigma_x \tau_{zy}^2 - \sigma_y \tau_{xz}^2 - \sigma_z \tau_{xy}^2) = 0 \end{aligned}$$

Las tres raíces de esta ecuación son reales. Estas raíces nos dan los valores de los esfuerzos principales: $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ (σ_1, σ_2 y σ_3). Las direcciones sobre las cuales actúan estos esfuerzos definen los tres planos principales.

1.3.4. Invariantes de esfuerzos.

Los esfuerzos principales, es decir, las raíces de la ecuación anterior; se determinan por el carácter del estado de esfuerzos y no depende del sistema de coordenadas admitido. Por lo tanto, al girar el sistema original de ejes X, Y, Z, los coeficientes I_1, I_2, I_3 ; de la ecuación 1.1 deberán permanecer constantes. Estos coeficientes se denominan invariantes del estado de esfuerzo y están definidos por:

$$I_1 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z$$

$$I_2 = \sigma_x \sigma_y + \sigma_y \sigma_z + \sigma_x \sigma_z - \tau_{xy}^2 - \tau_{zy}^2 - \tau_{xz}^2$$

$$I_3 = \begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{vmatrix}$$

El primer invariante (I_1) equivale a la acción de una presión hidrostática que provoca una variación en el volumen del elemento considerado. En consecuencia si no se produce variación volumétrica, el primer invariante de esfuerzos se anula.

En algunos casos, los invariantes pueden ser igual a cero. Por ejemplo, cuando $I_3=0$ entonces una de las raíces de la ecuación 1.1 también será igual a cero. En éste caso se dice que el estado de esfuerzo es biaxial o plano. Concretamente, el estado de distorsión pura es un estado de esfuerzos plano en el cual: $S_1=-S_3$ y $S_2=0$.

Si son iguales a cero las invariantes segunda y tercera ($I_2 = I_3 = 0$), entonces la ecuación 1.1 tendrá dos raíces iguales a cero ($S_2=S_3=0$), además $S_1=I_1$. Este estado de esfuerzo se denomina " MONOAXIAL o LINEAL ".

CAPITULO II

TIPOS Y TEORIAS DE FALLA

2.1. Tipos de falla

El diseño de un miembro resistente requiere de un conocimiento claro de la forma o modo como se presentará la falla en dicho miembro resistente. Los daños estructurales se clasifican en: deformación elástica, deformación plástica o anelástica y deformación por fractura.

2.1.1. Por deformación elástica

Puede presentarse bajo diferentes condiciones tales como: deformación en condición de equilibrio estable, deformación causada por pandeo, deformación originada por vibraciones.

La deformación en condiciones de equilibrio ocurre por ejemplo en un miembro solicitado a tracción o en la flexión de una viga, o en la torsión de un árbol mecánico, etc. En las

cuales la falla se produce por acción de cargas aplicadas de una manera lenta y constante es decir en condiciones tales que se pueden considerar estáticas.

Las deformaciones provocadas por vibraciones, son las originadas por la vibración de un miembro resistente, debido a ruidos, trepidaciones, choque de órganos móviles con partes estacionarias y otros efectos resultantes de vibraciones.

La deformación más o menos brusca provocada por un equilibrio inestable y que se traduce frecuentemente en el colapso (rotura) total de la pieza, es la deformación elástica por pandeo. Esta deformación ocurre por ejemplo, cuando se aplica gradualmente una carga axial suficientemente grande a una columna esbelta; o cuando se somete a un cilindro de pared delgada a una presión hidrostática.

Si una pieza de configuración y dimensiones dadas es incapaz de cumplir su función resistente debido a la excesiva deformación elástica, su capacidad de carga no puede ser aumentada simplemente construyéndola de un

material más resistente sino haciéndola más rígida, ya sea mediante el empleo de un material que posea un módulo de elasticidad mayor o cambiando la forma y dimensiones de la pieza; lo segundo es lo más usual.

2.1.2. Por deformación plástica

Denominada también falla por fluencia generalizada o deformación anelástica. Este tipo de falla se presenta de acuerdo, a la temperatura de la pieza mientras soporta la carga, esté por encima o por debajo de la temperatura de recristalización (temperatura a la cual los cristales que han sufrido deformación se reconstituyen bajo la forma de cristales libres de esfuerzos) del metal. Las temperaturas que superan a la de recristalización suelen denominarse temperaturas elevadas, y las que estén por debajo de aquel límite, temperaturas ordinarias. La fluencia generalizada puede ser de dos tipos: a temperatura ordinaria y a altas temperaturas.

Fluencia generalizada a temperaturas ordinarias.- Existen numerosas pruebas, aunque no definitivas, de que, la magnitud

significativa asociada con este tipo de falla es el esfuerzo cortante máximo. Es frecuente, sin embargo, considerar que el esfuerzo normal de tracción es la magnitud significativa.

Es importante observar, que si un miembro resistente, se lo sustituye por otro de un material más resistente, de manera que sus dimensiones, para soportar iguales cargas, puedan ser reducidas; la forma de fallar puede cambiar completamente.

Fluencia generalizada a altas temperaturas.- Denominada también deformación lenta o diferida (creep). Si un miembro resistente (metálico) está sometido a cargas, a una temperatura superior a la de recristalización, sufre un aumento de resistencia momentáneo.

Se considera corrientemente que la tracción máxima es la causa de la deformación lenta. Para este tipo de falla, los esfuerzos no son proporcionales a las deformaciones.

2.1.3. Falla por fractura

Existen diferentes mecanismos de fractura, pero tratándose de materiales podemos diferenciar

tres métodos: fractura brusca (quebradiza) de materiales frágiles; fractura progresiva y fractura por acción del tiempo a temperaturas elevadas.

Fractura frágil.- Es la fractura brusca que se produce en materiales frágiles. Generalmente se considera que el esfuerzo normal de tracción, es la magnitud significativa asociada a este tipo de falla y la medida de la máxima resistencia utilizable del material es la tracción de rotura. Este tipo de daño estructural se presenta sobre todo en materiales frágiles sometidos a la acción combinada de cargas estáticas y bajas temperaturas.

La fractura frágil frecuentemente ocurre en elementos mecánicos de forma inesperada. Para evitar la fractura frágil, el Ingeniero debe pensar en términos de, "si mi componente o estructura contiene imperfecciones o roturas, yo debo diseñar en base a ello". Esto es particularmente cierto cuando se utiliza materiales de resistencia, soldados o aleados.

Falla por fatiga.- Un nombre más apropiado

sería falla por fractura progresiva. La falla por fatiga comienza con una pequeña grieta. La grieta es tan diminuta que no se la distingue a simple vista y en ocasiones difíciles de detectarlas con rayos X. La grieta se desarrollará en un punto de discontinuidad en el material, tal como un cambio en la sección transversal, grietas internas, irregularidades causadas por el maquinado de la pieza, marcas de inspección, etc. Una vez que se ha desarrollado una grieta, el efecto de concentración de esfuerzo se hace mayor y la grieta se extiende más rápidamente. Como el área esforzada disminuye en tamaño, el esfuerzo aumenta en magnitud hasta que, finalmente, el área restante fallará repentinamente.

En consecuencia, las fallas por fatiga se caracterizan por dos áreas distintas de falla. La primera de ellas se debe al desarrollo de la grieta, en tanto que la segunda se origina en la rotura repentina.

Fractura por acción del tiempo a temperaturas elevadas.- Este tercer tipo de fractura puede ocurrir en los materiales metálicos, sometidos a elevadas temperaturas y cargas estáticas

aplicadas durante un tiempo prolongado. El material se parte con muy pocas señales de deformación plástica.

2.2. Clasificación de las teorías de falla

Actualmente existen numerosas teorías de los estados límites (estado mecánico, en los cuales el material se halla en el límite de sus transformaciones cualitativas), que satisfacen en parte las necesidades de la práctica. La búsqueda de la teoría de los estados límites más correctas y prácticamente aceptables continúa todavía, y queda mucho por hacer aún para resolver este problema.

Las propuestas relacionadas con la creación de los estados límites pueden clasificarse en dos grupos: teorías basadas en ciertas hipótesis y teorías basadas en la sistematización de los resultados de los ensayos mecánicos.

2.2.1. Teorías basadas en ciertas hipótesis

Llamadas también hipótesis criterioales. Se anuncia, en forma hipotética, algún criterio del estado límite. Se acepta, por ejemplo, que el paso de un estado mecánico a otro queda determinado por las deformaciones principales máximas, o por los esfuerzos cortantes máximos,

o por los esfuerzos cortantes en superficies octaédricas, o por la energía de cambio de forma, o por último, por factores combinados a partir de los mencionados.

En lo sucesivo, la hipótesis adoptada debe comprobarse experimentalmente si para un gran número de casos, la hipótesis queda confirmada por la experiencia, y si las fórmulas de cálculo presentan suficiente sencillez, la hipótesis se introduce en la práctica del cálculo, considerándose ya como una teoría. Así es como surgieron por ejemplo, la teoría del Máximo Esfuerzo Cortante y la teoría de la Energía Total de Deformación; que estudian las condiciones del paso de un material del estado elástico al plástico.

2.2.2. Teorías basadas en la sistematización de los resultados de los ensayos mecánicos

Desde el punto de vista metodológico son preferibles a las anteriores. Las propiedades de los materiales son introducidas en el cálculo mediante la sistematización de ensayos. Por ejemplo, la ley de Hooke .

Exactamente del mismo modo, el desarrollo de

las deformaciones plásticas en un sólido en estado de esfuerzo monoaxial, se considera un hecho observado que recibe su valoración en el diagrama de ensayo del material.

Resulta lógico, resolver la cuestión de los estados de esfuerzo límites en base a fenómenos observados, o sea, también mediante una sistematización de las características halladas.

2.3. Teoría del Máximo Esfuerzo Principal

Esta teoría de falla es importante para hacer comparaciones. Sus predicciones no concuerdan con los experimentos y, de hecho, hasta pueden dar resultados que quedan en la categoría de inseguros.

La teoría del Máximo Esfuerzo Principal, frecuentemente llamada teoría de Rankine expresa que la acción inelástica (falla) en un punto de un material sometido a un estado de esfuerzo cualquiera se produce siempre que el mayor esfuerzo principal en dicho punto sea igual al límite elástico o de fluencia tracción (o compresión) simple, independientemente de los valores de esfuerzo en otros planos que pasen por el punto considerado. Es decir, la teoría del Máximo Esfuerzo Principal expresa que únicamente el mayor

Según, esta teoría el límite elástico al corte no debe ser mayor que la mitad del límite elástico a tracción, es decir:

$$\tau_y = 0.5\sigma_y \quad \text{ó} \quad \tau_y = 0.5\sigma_e$$

La gráfica de esfuerzos biaxiales (σ_1, σ_2), cuando ambos esfuerzos tienen igual signo sería:

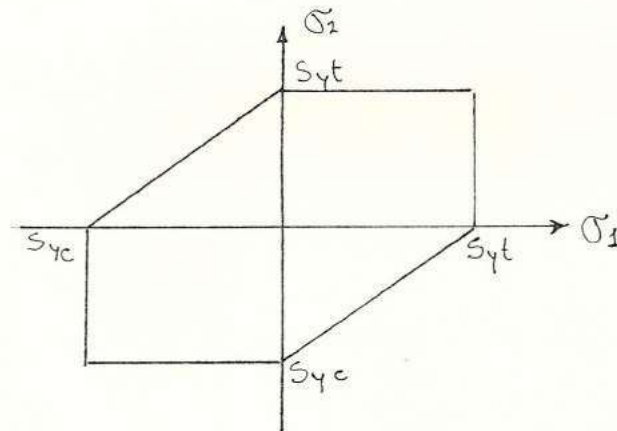


Fig. 2.4 Diagrama (σ_1, σ_2) de la teoría del Máximo esfuerzo Cortante

Esta, es una teoría fácil de emplear, y siempre da predicciones seguras con respecto a los resultados de los ensayos mecánicos. se utiliza unicamente para predecir la fluencia y, por lo tanto, se aplica sólo a los materiales dúctiles, y para los estados en donde se desarrollan esfuerzos cortantes relativamente grandes.

Los esfuerzos cortantes alcanzan máxima importancia, en el estado de corte puro (característico del ensayo

a torsión), el límite elástico de los metales dúctiles es un poco variable, su valor promedio es aproximadamente 0.57 del límite elástico a tracción ($\sigma_{ez} = 0.57 \sigma_{et}$); es decir que para este tipo de estado de esfuerzo, la teoría del Máximo Esfuerzo Cortante acusa un error de aproximadamente el 15%, en el sentido favorable a la seguridad. Esta teoría se la emplea extensamente en el proyecto de miembros metálicos dúctiles sometidos a cargas estáticas y a temperaturas ordinarias, donde la fluencia diferida (creep) carece de importancia.

Para esta teoría, dos estados de esfuerzos son igualmente peligrosos cuando son iguales los esfuerzos cortantes máximos.

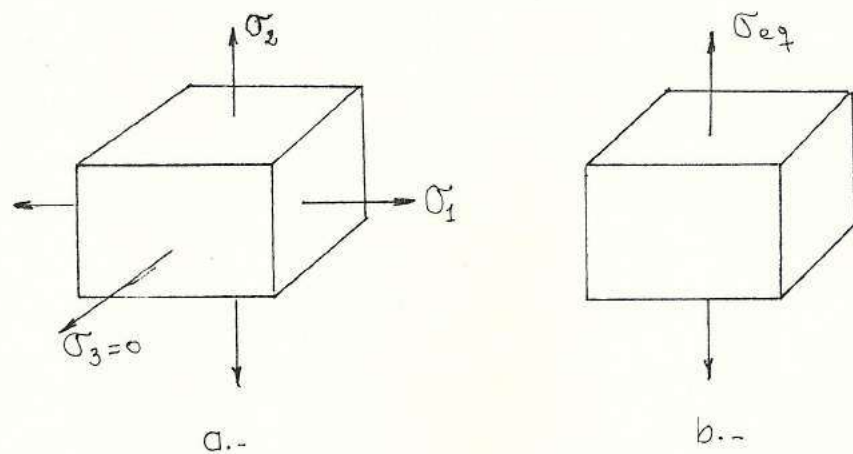


Fig. 2.5 Esfuerzos equivalentes

En el caso de la figura anterior: $\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \frac{\sigma_{eq}}{2}$

de donde: $\sigma_{eq} = \sigma_1 - \sigma_3$

La comprobación experimental de la expresión obtenida para los diversos estados de esfuerzos ha demostrado que, en el caso de materiales plásticos, esta expresión da generalmente resultados satisfactorios. El paso del estado elástico al plástico se determina efectivamente por la diferencia entre los esfuerzos principales máximo y mínimo. La fórmula anterior demuestra particularmente en el caso de presión hidrostática o en el caso de tracción triaxial, (donde los esfuerzos cortantes son muy pequeños), en el material no surgen deformaciones plásticas. Si $\sigma_1 = \sigma_3$, entonces $\sigma_{eq} = 0$, lo que quiere decir que el estado de esfuerzo es igual de peligroso que el estado de la probeta sin carga.

Como demostró la comprobación, la hipótesis del esfuerzo Máximo Cortante manifiesta sensibles errores en el caso de materiales de diferentes características mecánicas a la tracción y a la compresión.

2.5. Teoría de la Máxima Dilatación Lineal

Denominada frecuentemente teoría de Saint-Venant, expresa que un cuerpo que se encuentra sometido a un estado de esfuerzo cualquiera, la acción inelástica comienza solamente cuando la máxima deformación unitaria en dicho punto alcanza un valor igual al que existe al iniciarse la acción anelástica en un

material sometido a un ensayo de tracción simple. Este valor se alcanza simultáneamente con el límite a tracción σ_e del material por consiguiente: $\epsilon_e = \sigma_e/E$

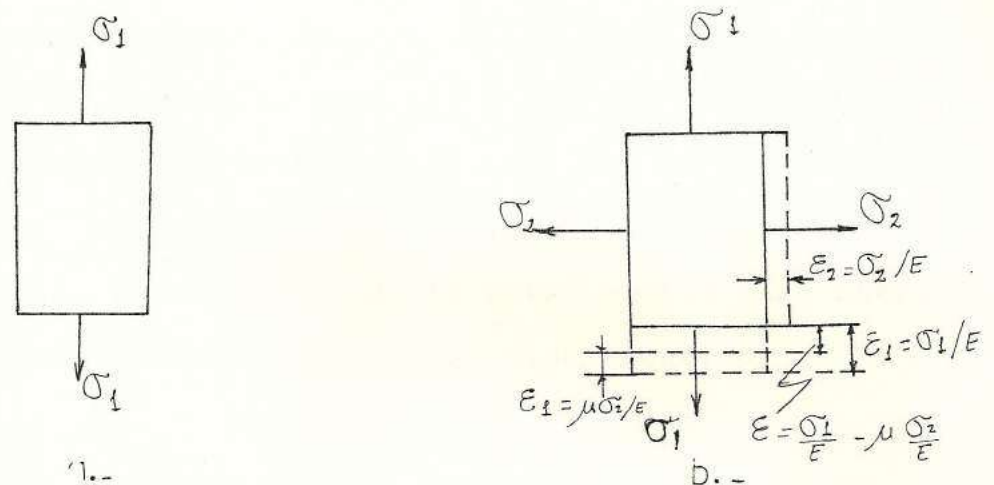


Fig. 2.6 Deformación biaxial

A manera de ejemplo, apliquemos esta teoría de falla a dos estados de esfuerzo diferentes. En el caso de la fig. 2.6a la acción anelástica comienza cuando σ_1 se hace igual a σ_e , ya que $\epsilon_e = \sigma_e/E$; pero en el caso de la fig. 2.6b, tenemos: $\epsilon = (\sigma_1/E) - (\sigma_2/E)$

pero, la fluencia ocurre cuando: $\epsilon_e = \sigma_e/E$

por lo tanto: $\sigma_e/E = (\sigma_1/E) - \mu(\sigma_2/E)$

o sea: $\sigma_e = \sigma_1 - \mu(\sigma_2/E)$ ó $\sigma_1 = \sigma_e + \mu(\sigma_2/E)$

Si ambos esfuerzos principales son del mismo signo, la fluencia se producirá si: σ_1 es mayor que σ_2 en una cantidad igual a $\mu(\sigma_2/E)$. Pero si los esfuerzos aplicados son de signo diferente entonces el valor

máximo de σ_1 que podrá aplicarse sin producirse la fluencia sera algo menor que σ_2 .

La teoría de Máxima Dilatación Lineal representa un perfeccionamiento con respecto a la teoría del Máximo Esfuerzo Principal pero, lo mismo que esta última, no es normalmente aplicable si la falla es por fluencia; lo es en cambio cuando, la falla se produce por fractura frágil. Es decir esta teoría es bastante aceptable (ideal) para materiales frágiles.

2.6. Teoría de la Máxima Energía Total de Deformación

Las comprobaciones experimentales realizadas por Bridgman de que, materiales dúctiles, sometidos a esfuerzos hidrostáticos (estado de esfuerzo triple de igual tracción o compresión), tenían resistencia de fluencia muy superiores a los valores obtenidos por el ensayo a tracción simple. Así, se postuló que la fluencia no era, de ninguna manera, un fenómeno de tracción o de compresión simple, sino, más bien, que estaba relacionada de algún modo con la deformación del elemento esforzado.

Esta teoría expresa que la acción anelástica en un punto de un cuerpo, que se encuentra sometido a un estado de esfuerzo cualquiera, comienza solamente cuando el trabajo o energía absorbida por unidad de

volumen en dicho punto es igual a la energía absorbida W_e por unidad de volumen cuando el material alcanza el límite elástico, en un estado de esfuerzos simples.

En el caso de un estado de tracción simple (fig. 2.6a), y si el esfuerzo aumenta gradualmente desde cero y produce una elongación, ϵ el trabajo realizado es igual al área bajo la curva tal como:

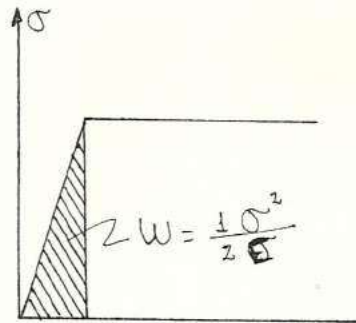


Fig. 2.7 Energía total de deformación

En la zona elástica se cumple: $\epsilon = \sigma/E$

de donde: $w = \frac{1}{2} (\sigma^2/E)$

Para un estado de esfuerzo biaxial tal como el de la fig. 2.6b, el trabajo total de deformación será:

$$W = \frac{1}{2} \sigma_1 \epsilon_1 - \frac{1}{2} \sigma_2 \epsilon_2$$

o también: $w = \frac{1}{2} (\sigma_1^2/E) - \frac{1}{2} (\sigma_2^2/E) - \mu (\sigma_1 \sigma_2/E)$

Para un esfuerzo triple el trabajo total de deformación será:

$$w = \frac{1}{2E} (\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2) - \frac{\mu}{E} (\sigma_1 \sigma_2 + \sigma_1 \sigma_3 + \sigma_2 \sigma_3)$$

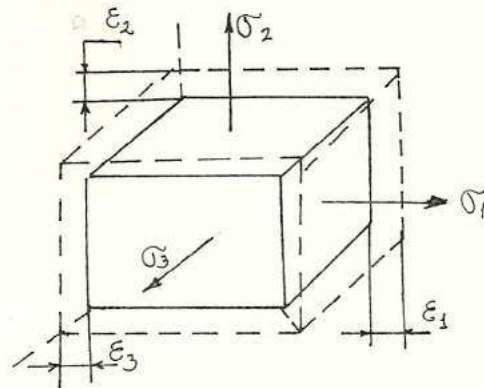


Fig. 2.8 Deformación triaxial

Según esta teoría ninguna de las tres expresiones de trabajo total indicadas anteriormente puede exceder el valor de $1/2 (\sigma_e^2/E)$, sin que se produzca el comienzo de la fluencia. Es decir se debe cumplir: $\omega_e \geq \omega$.

Igualando las expresiones de trabajo de deformación total y el de un esfuerzo triaxial obtenemos:

$$(1/2) (\sigma_e^2/E) \geq (1/2E) (\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2) - (\mu/E) (\sigma_1 \sigma_2 + \sigma_1 \sigma_3 + \sigma_2 \sigma_3)$$

$$\text{o sea: } \sigma_e^2 \geq (\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2) - 2\mu (\sigma_1 \sigma_2 + \sigma_1 \sigma_3 + \sigma_2 \sigma_3)$$

La expresión anterior demuestra que el debilitamiento se produce cuando el potencial de deformación elástica es igual a la energía de deformación.

Por consiguiente, el trabajo efectuado por unidad de volumen para someter el material a un esfuerzo igual al límite de proporcionalidad en tracción o en compresión es: $\omega = 1/2 (\sigma_e^2/E)$

2.7. Teoría de la Máxima Energía de Distorsión

Llamada también teoría de la Energía del Cortante, surgió de los estudios analíticos de Huber Von Mises y Henckey. Aplicarlo es sólo un poco más difícil que aplicar la teoría del Máximo Esfuerzo Cortante y es la teoría más conveniente para el caso de materiales dúctiles. Al igual que la teoría del Máximo Esfuerzo Cortante, se emplea sólo para definir el principio de la fluencia.

La teoría de la Máxima Energía Total de Deformación ha dejado de utilizarse, pero fue precursora de la teoría de la Máxima Energía de Distorsión.

Esta teoría expresa que la acción anelástica en un punto de un cuerpo sometido a un estado de esfuerzo cualquiera, comienza solamente cuando la energía de distorsión por unidad de volumen absorbido en dicho punto es igual a la energía de distorsión absorbida por unidad de volumen en un punto cualquiera de una pieza solicitada hasta el límite elástico bajo un estado de esfuerzo simple como ocurre en un ensayo a tracción simple.

Se ha formulado el siguiente razonamiento: Porqué no considerar la energía total de deformación y restar de ella la energía utilizada, para producir únicamente un

cambio de volumen?. Así, la energía restante sería la correspondiente a la distorsión. Veamos como funciona esto.

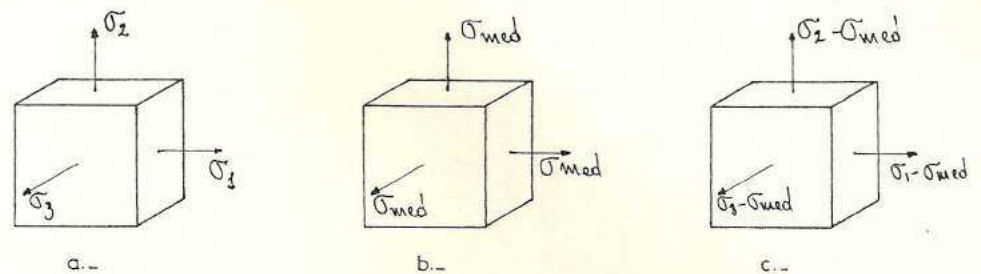


Fig. 2.9 Esfuerzo Triple

La fig. 2.9a muestra un elemento sometido a un estado de esfuerzo triple, en los que σ_1 , σ_2 , σ_3 , son esfuerzos principales. El elemento analizado sufrirá cambio de volumen y distorsión. El trabajo total de deformación por unidad de volumen será:

$$U = U_1 + U_2 + U_3$$

o sea: (Ecu. 2.1)
$$U = \left[\frac{1}{2E} \right] [\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\mu(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1)]$$

El elemento de la fig. 2.9b el cual solo sufre cambio de volumen se encuentra sometido a un esfuerzo medio en cada una de sus direcciones principales que por definición es (Ecu.2.2):
$$\sigma_{med} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3}$$

Los esfuerzos restantes, $\sigma_1 - \sigma_{med}$, $\sigma_2 - \sigma_{med}$ y $\sigma_3 - \sigma_{med}$, que actúan en el cubo unitario de la fig. 2.9c producirán únicamente distorsión. Sustituyendo en vez de σ_1 , σ_2 , σ_3 , en la ecuación anterior se obtiene la cantidad

de energía de deformación que produce solo cambios de volumen

$$U_v = \frac{1}{2E} [3\sigma_{med}^2 - 2\mu(3)\sigma_{med}^2] = \frac{3\sigma_{med}^2}{2E} (1-2\mu)$$

Si en Ecu. 2.1 se hace la sustitución de σ por el valor que tiene en la ecuación 2.2 y simplificando la expresión, tendremos:

$$U_v = \frac{1-2\mu}{6E} (\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 + 2\sigma_1\sigma_2 + 2\sigma_2\sigma_3 + 2\sigma_1\sigma_3)$$

La energía de distorsión por unidad de volumen la obtenemos restando la energía total de deformación por unidad de volumen de la energía de cambio de volumen por unidad de volumen es decir (Ecu. 2.3).

$$U_d = U - U_v = \left[\frac{1+\mu}{E} \right] \left[\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}{2} \right]$$

Según esta relación la energía de distorsión es nula cuando los tres esfuerzos principales son iguales:

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$$

Para obtener la energía máxima de distorsión (energía absorbida por el cambio de forma), correspondiente al ensayo de tracción simple en el límite elástico, hacemos, $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$ y $\sigma_1 = \sigma_3$ por lo tanto:

$$(Ecu. 2.4) : U_d = \frac{1+\mu}{3E} \sigma_e^2$$

El criterio de falla para esta teoría se obtiene igualando las ecuaciones 2.3 y 2.4. Luego:

$$\text{(Ecu. 2.5): } \sigma_e^2 = \frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2$$

La cual define la iniciación de la fluencia para un estado de esfuerzo triaxial. Cuando uno de los esfuerzos aplicados se vuelve cero, por ejemplo $\sigma_3 = 0$, entonces el estado de esfuerzos es biaxial y la ecuación 2.5 se reduce a:

$$\text{(Ecu. 2.6)} \quad \sigma_2 = \sigma_1^2 - \sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2^2$$

En donde $\sigma' = \sqrt{\sigma_1^2 - \sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2^2}$ se define como el esfuerzo de Von-Mises. Luego, según la teoría de la Máxima Energía de Distorsión, el material falla por fluencia siempre que: $\sigma' = \sigma_e$

Para el caso de torsión pura, $\sigma_2 = -\sigma_1$ y $\tau = \sigma_1$; en consecuencia (Ecu 2.7): $\tau_e = 0.577 \sigma_e$

El criterio de Energía de Distorsión predice una resistencia de fluencia al cortante, mayor que la predicha por la teoría del Máximo Esfuerzo Cortante.

Las ecuaciones 2.5 y 2.7 son aplicables para materiales plásticos, dando resultados menos satisfactorios en el caso de materiales que resisten de manera diferente a la tracción y a la compresión.

2.8. Teoría de Fricción Interna

A esta teoría se la llama también, teoría de Coulomb-Mohr, asume que la falla es función del esfuerzo cortante y de la fricción interna, y la limitación del esfuerzo cortante depende de la relación entre los esfuerzos principales.

Suponemos que disponemos de una máquina de ensayos que permite aplicar a una probeta cualquier estado de esfuerzo y nos permite variar proporcionalmente todas sus componentes.

Escogemos un cierto estado de esfuerzo y aumentamos las componentes de este estado, hasta convertirlo en un estado límite, es decir hasta que la probeta falle o aparezcan en ella deformaciones plásticas. Representamos en el plano de esfuerzos: normal - cortante ($\sigma - \tau$), el círculo de Mohr correspondiente (círculo 1 fig.2.10). Realizamos otro ensayo sobre la probeta del mismo material, pero para otro estado de esfuerzo, repetimos otra vez el procedimiento y graficamos (círculo 2 fig.2.10).

Procediendo análogamente, obtendremos el conjunto de círculos de Mohr para los estados de esfuerzos límites. Trazamos la envolvente común y consideramos que esta no depende de los esfuerzos intermedios principales σ_2 , siendo pues la envolvente única. Esto

constituye la suposición fundamental de esta teoría.

La forma de la envolvente de los círculos límites de Mohr depende de las propiedades del material. Si la envolvente está dada, resultará posible determinar el coeficiente de seguridad "N", para cualquier estado de esfuerzo. Para ello, es necesario construir el mayor de los círculos de Mohr y después, aunque sea gráficamente, determinar, cuantas veces se deberá aumentar σ_1 y σ_3 para que el círculo así aumentado sea tangente a la envolvente límite.

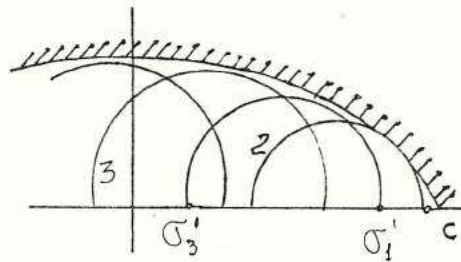


Fig. 2.10 Envolvente límite

Este planteamiento de los problemas de los estados límites no contiene, como vemos, hipótesis sobre los criterios de los estados límites y así resulta que la teoría de Mohr, se basa ante todo, sobre la sistematización lógica de los resultados de los ensayos mecánicos.

Es necesario resolver el problema de como construir la

evolvente de los círculos límites, cuando se dispone de un número limitado de ensayos. Los ensayos de tracción y de compresión simple, nos ayudan a construir dos círculos límites (fig. 2.11), la gráfica de Mohr, del ensayo de torsión pura contribuye muy poco a la determinación de la forma de la envolvente puesto que se encuentra muy cerca de los dos primeros círculos.

Para determinar la envolvente es muy importante conocer la posición del punto C (figs. 2.10; 2.11). La tracción normal en este punto es igual al esfuerzo de rotura en el caso de tracción triaxial. En general, hasta ahora, no se consigue realizar el ensayo del estado de esfuerzo, cuando los tres esfuerzos principales son de tracción. Por lo tanto, por ahora, no hay posibilidad de construir el círculo límite situado a la derecha del círculo límite de tracción.

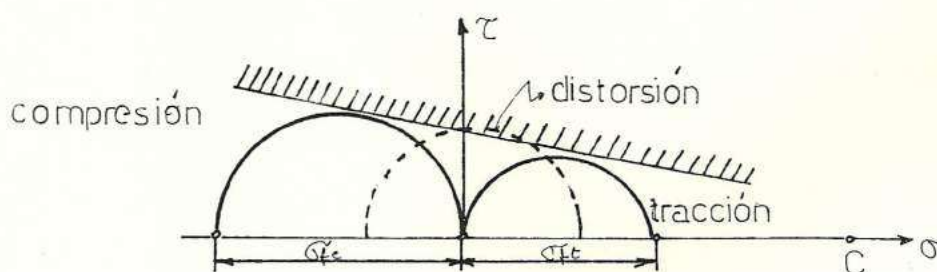


Fig. 2.11 Aproximación de la envolvente límite

Debido a esto, lo más natural y simple es aproximar la envolvente límite con la tangente de los círculos de tracción y compresión (fig. 2.11).

Determinemos σ_{eq} , suponiendo que la envolvente es una recta tangente a los círculos límites de la tracción y compresión D y F respectivamente (fig. 2.12).

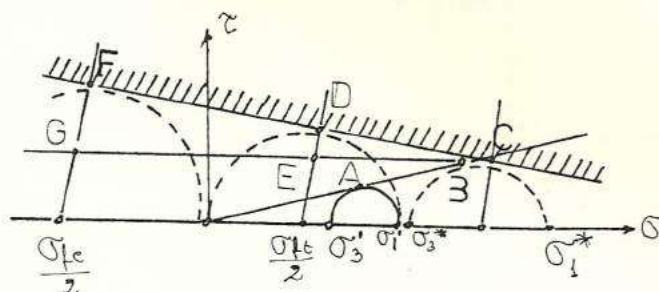


Fig. 2.12 Envolvente límite considerada como una recta.

Construyamos ahora el círculo de Mohr para cierto estado de esfuerzo dado por los esfuerzos principales máximo y mínimo (σ_1 y σ_3 , Fig 2.12). Si todas las componentes de este estado límite se aumentan "N" veces (N= coeficiente de seguridad), entonces el círculo será ya límite. Los esfuerzos σ_1 y σ_3 adquirirán los valores σ_1^* y σ_3^* . Luego: $\sigma_1^* = n\sigma_1$ y $\sigma_3^* = n\sigma_3$
 ó: $\sigma_1 = \sigma_1^*/n$; $\sigma_3 = \sigma_3^*/n$

Este círculo límite (aumentado) de Mohr es tangente a

la evolvente límite en el punto C'. Al mismo tiempo, según la condición del crecimiento proporcional de las componentes, será tangente también a la continuación de la línea OA en el punto B. Del punto C' trazamos la recta horizontal C'EG y planteamos la proporción:

$$\frac{DE}{C'E} = \frac{FG}{C'B}$$

Como los segmentos DE y FG constituyen la diferencia de los radios de los círculos en cuestión, obtendremos:

$$DE = \frac{\sigma_{et}}{2} - \frac{\sigma_1^* - \sigma_3^*}{2} \quad FG = \frac{\sigma_{ec}}{2} - \frac{\sigma_1^* - \sigma_3^*}{2}$$

$$C'E = \frac{\sigma_1^* + \sigma_3^*}{2} - \frac{\sigma_{et}}{2} \quad C'B = \frac{\sigma_1^* + \sigma_3^*}{2} + \frac{\sigma_{ec}}{2}$$

transformando la proporción tendremos:

$$\sigma_{et} = \sigma_1^* - \frac{\sigma_{et}}{\sigma_{ec}} \sigma_3^* \quad \text{ó} \quad \frac{\sigma_1^*}{\sigma_{et}} + \frac{\sigma_3^*}{\sigma_{ec}} = 1$$

que define a la fluencia para la teoría de Coulomb_Mohr. Para definir la seguridad tendremos:

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_{et}} + \frac{\sigma_3}{\sigma_{ec}} = \frac{1}{n} \quad \text{ó} \quad n = \frac{\sigma_{et}}{\sigma_1 - \frac{\sigma_{et}}{\sigma_{ec}} \sigma_3} \quad \text{ó} \quad n = \frac{\sigma_{et}}{\sigma_{eq}}$$

para la tracción equivalente: $n = \frac{\sigma_{et}}{\sigma_{eq}}$

De la condición de equivalencia se deduce que los coeficientes de seguridad "N" de estos estados de esfuerzos son iguales y por lo tanto: $\sigma_{eq} = \sigma_1 - \kappa \sigma_3$

donde: $\kappa = \sigma_{et} / \sigma_{ec}$

para materiales frágiles: $\kappa = \sigma_{it} / \sigma_{rc}$

La limitación fundamental que se impone al empleo de la teoría de Coulomb-Mohr está relacionada con el hecho de que la exactitud con que se construye la envolvente en la zona de la tracción triaxial es insuficiente. Esta limitación, sin embargo no es tan importante, puesto que los estados de esfuerzo de este tipo son poco frecuente en los problemas prácticos.

La virtud principal de la teoría de Mohr consiste en el propio principio con que se trata esta cuestión. Es decir, el planteamiento fenomenológico basado, en la descripción lógica del fenómeno es el más natural y justo. Este planteamiento adquiere especial importancia en la actualidad debido al amplio empleo en la técnica de nuevos materiales. Los mejores resultados de las fórmulas obtenidas, corresponden al caso de estados de esfuerzos mixtos, es decir, cuando

. y .

2.9. Teoría del Máximo Esfuerzo Cortante Octaédrico

Esta teoría de falla supone que la acción anelástica en un punto de un cuerpo sometido a un estado de esfuerzo cualquiera, comienza cuando el esfuerzo cortante en los planos octaédricos (planos que forman ángulos iguales por los tres planos principales), alcanza un valor igual al del esfuerzo cortante octaédrico en el límite elástico de un material

sometido a un ensayo de tracción simple.

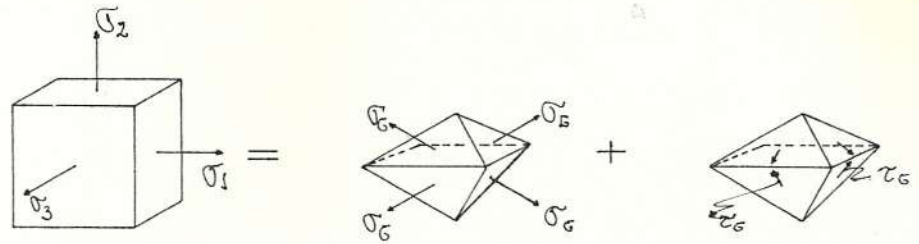


Fig. 2.13 Planos octaédricos

El esfuerzo tangencial para un estado triaxial está

$$\text{dado por: } \tau_e = \frac{1}{3} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}$$

En el caso particular de un ensayo de torsión simple se tiene que $\sigma_2 = -\sigma_3$; $\sigma_1 = 0$ y además $\tau_e = \tau$, por lo que el esfuerzo cortante en los planos octaédricos en un ensayo de tracción simple tendríamos:

$$\text{(Ecu. 2.8)} \quad \tau_e = 0.577 \sigma_e$$

Puede observarse que el valor de τ_e requerido por la teoría de la Máxima Energía de Distorsión según la ecuación 2.7, es el mismo valor dado por la ecuación 2.8 para el esfuerzo cortante octaédrico en el estado de esfuerzo simple que caracteriza al ensayo de tracción.

El efecto de los esfuerzos cortantes, puede interpretarse como que cualquier estado de esfuerzo triple puede descomponerse en dos componentes: uno de

ellos representado por esfuerzos de tracción o de compresión, iguales en todas las direcciones, que no influye sobre el inicio de la acción anelástica, pero que puede producir la fractura, y otro estado de esfuerzos que comprende los ocho esfuerzos cortantes octaédricos, las que, según esta teoría, se suponen responsables de la acción anelástica (fig. 2.13).

2.10 Selección y uso de las teorías de falla

El diseño racional de un miembro resistente requiere presuponer o mejor aún conocer el modo general de falla que le corresponderá bajo las condiciones de servicio y determinar la magnitud (esfuerzo, deformación, energía etc.) máxima que provoca la falla. Este valor se lo determina sometiendo al material a un ensayo mecánico adecuado; ese valor suele denominarse como la resistencia máxima utilizable del material.

Ninguna teoría de falla es correcta para todas las condiciones que puede ser sometido un miembro resistente. Al interpretar una teoría de falla se sobreentiende que ha de producirse de un modo determinado.

Separaremos, las Teorías de Falla, tanto en aplicables a materiales dúctiles como a frágiles.

2.10.1 Falla en materiales dúctiles causadas por cargas estáticas

Experiencias realizadas con numerosos materiales dúctiles muestran que el límite elástico (fluencia) al corte deducido del ensayo a torsión, oscila entre 0.55-0.60 del límite a fluencia a tracción obtenido en el ensayo a tracción simple, siendo el valor medio aproximadamente igual a 0.57 ($\tau_e \approx 0.57\sigma_e$). En el ensayo a tracción $\sigma/\tau = 2$; y en el ensayo a torsión $\sigma/\tau = 1$. En algunos estados de esfuerzos triaxiales esta relación es mayor que 2 tendiendo a infinito cuando los esfuerzos principales son de igual magnitud y signo, pero entonces la falla se produce por fractura.

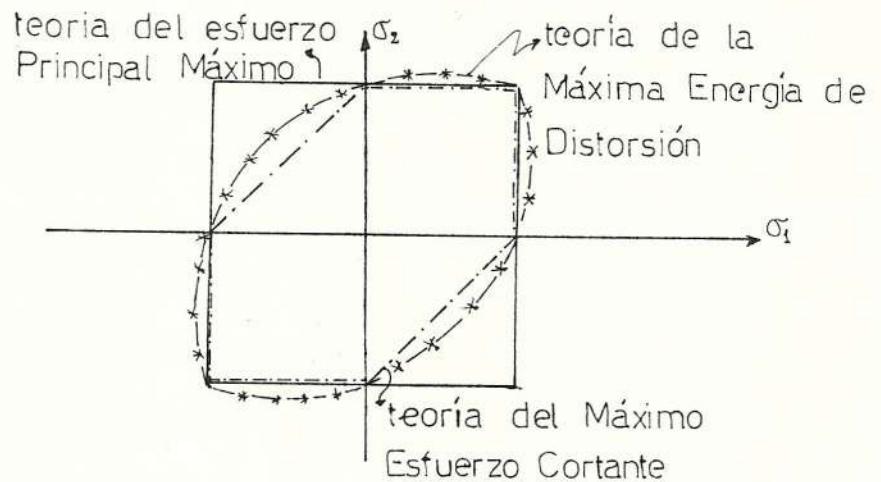


Fig. 2.14 Comparación de tres teorías de falla

Experimentos bien documentados indican que la teoría de la Máxima Energía de Distorsión o su

equivalente la del Máximo Esfuerzo Cortante Octaédrico; son las teorías más satisfactoria para materiales dúctiles sometidos a cargas estáticas, es decir, predice la fluencia con mayor exactitud en los cuatro cuadrantes.

Así pues, el aceptar la teoría de la Máxima Energía de Distorsión como la correcta, significa que la teoría del Máximo Esfuerzo Cortante siempre da resultados conservadores.

Las teorías del Máximo Esfuerzo Principal y la de la Máxima Dilatación Lineal son aplicables, únicamente cuando el esfuerzo principal máximo en el material es relativamente grande con respecto al máximo esfuerzo cortante en el punto considerado. De manera que la falla tiende a producirse por fractura más que por fluencia. En el caso de torsión pura, los signos de los dos esfuerzos principales son diferentes, y en consecuencia, únicamente puede aplicarse la teoría de la Máxima Energía de Distorsión o la del Máximo Esfuerzo Cortante.

La decisión acerca de cuál teoría emplear, debe de tomarla el Ingeniero de Diseño después de considerar los hechos que intervienen en el

problema a resolver. Si lo que se trata es de descubrir por que falló una pieza. a fin de llevar a cabo un mejor trabajo de rediseño, debe emplearse ciertamente la teoría de la Máxima Energía de Distorsión. Si se está tratando de obtener dimensiones a las que no es necesario ajustarse estrictamente y el problema tiene que resolverse con rapidez, debe de usarse la teoría del Máximo Esfuerzo Cortante. Por otra parte cuando, el margen de seguridad debe mantenerse dentro de límites estrechos y el diseñador está empeñado en efectuar el mejor trabajo posible, sin tener que recurrir a las pruebas experimentales, hay que hacer uso de la teoría de la Máxima Energía de Distorsión.

YON MISSES

2.10.2 Falla en materiales frágiles causadas por cargas estáticas

Entre las características más notables de los materiales frágiles tenemos:

- a.- La gráfica esfuerzo-deformación ($\sigma - \epsilon$) es una línea continua y uniforme, hasta el punto de rotura; estos materiales no tienen esfuerzo de fluencia.
- b.- La resistencia a la compresión suele ser muchas veces mayor que la resistencia a la tracción.

c.- La resistencia última a la torsión, es decir el módulo de rotura, es aproximadamente igual a la resistencia a la tracción.

teoría del Máximo Esfuerzo Principal

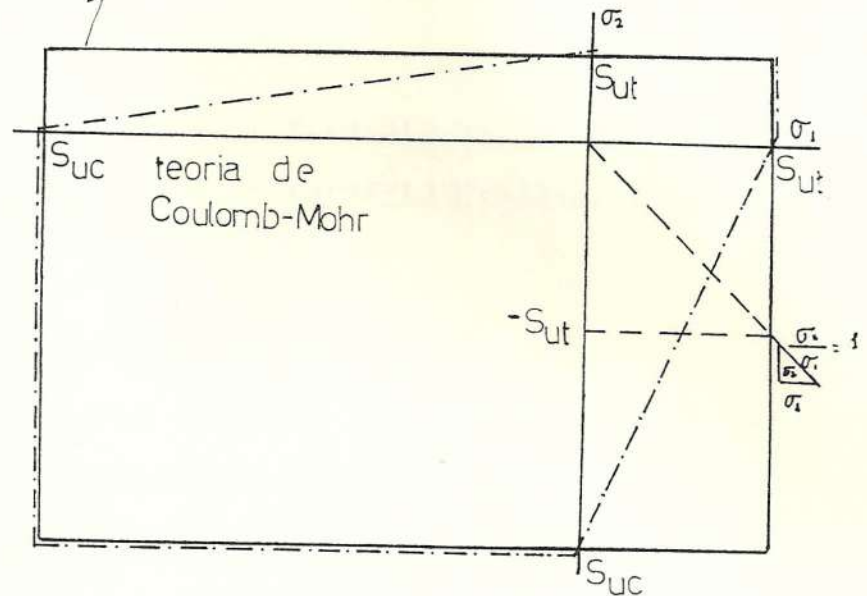


Fig. 2.15 Gráfica $\sigma_1 - \sigma_2$: teorías del Máximo Esfuerzo Principal, y de Coulomb-Mohr

En un estado de esfuerzo, en el cual todos los esfuerzos son de igual signo, es decir en el primer y tercer cuadrante, ambas teorías dan igual resultado. Pero cuando los esfuerzos principales son de diferentes signo entonces los resultados obtenidos con la teoría de Coulomb-Mohr son más conservadores frente a los resultados que se obtienen con la teoría del Máximo Esfuerzo Principal.

CAPITULO III

PROGRAMAS EN LENGUAJE BASIC APLICABLES A COMPUTADORAS

3.1. Programa general de estados de esfuerzos

En los programas descritos a continuación el esfuerzo σ se ha reemplazado por "S". Este programa, sirve para realizar una selección entre la graficación (gráficas de Mohr) de ejemplos de estados de esfuerzo y la resolución de un estado de esfuerzo. La representación gráfica de los programas es:

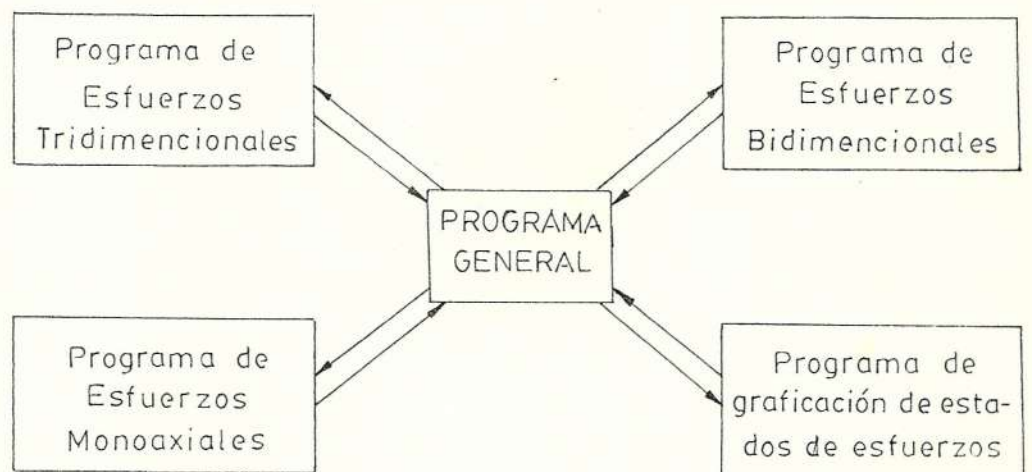


Fig. 3.1 Esquema de los programas

Al empezar a trabajar, automáticamente, aparecerá en la pantalla:

ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL

FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA

TESIS DE GRADO PREVIA A OBTENER EL TÍTULO DE INGENIERO MECÁNICO

TEMA: APLICACIÓN DE LAS TEORÍAS DE FALLA EN LOS MIEMBROS RESISTENTES

Realizada por: Raul Carrión Gonzaga .

Dirigida por :Ing. JORGE KALIL CH.

Este mensaje se mantiene por unos diez segundos y luego se podrá leer:

PROGRAMA GENERAL

TIPO DE ESTADO DE ESFUERZO A RESOLVER

1.- Monoaxial

2.- Bidimensional

3.- Tridimensional

4.- Graficación y análisis de ejemplos típicos de estados de esfuerzos : monoaxiales, bidimensionales y tridimensionales

5.- Fin de la sesión de trabajo

Escoja su opción (1-5)

En el caso de no escoger correctamente ninguna de las opciones presentadas el computador, nos pondrá el mensaje "ESCOJA SU OPCION" hasta que escojamos de

manera correcta.

Las opciones 1,2,3 y 4 serán analizadas en los artículos 3.3; 3.4; 3.5 y 3.2 respectivamente.

Si deseamos finalizar el trabajo, escojemos la opción 5; entonces podremos leer en pantalla "ESTE TRABAJO ES PROPIEDAD DE LA ESCUELA SUPERIOR POLITECNICA DEL LITORAL. E S P O L

3.1.1. Análisis y graficación de ejemplos típicos de los estados de esfuerzo

Si, nuestro propósito es, la obtención de los círculos de Mohr de ejemplos de cualquier tipo de estado de esfuerzo, entonces utilizaremos el programa descrito en 3.2.

3.1.2. Estados de esfuerzos: monoaxiales, bidimensionales y tridimensionales

En este trabajo, la resolución de un estado de esfuerzo, se lo realiza de acuerdo al número de direcciones (1,2 o 3) en las que actuan los esfuerzos. El conjunto de ordenes o listado del programa "General de estados de esfuerzo" es:

```

10 REM *****
18 REM *          PROGRAMA 1. "ET": GENERAL          *
20 REM *
24 REM *          SELECCIONA EL ESTADO DE          *

```

```

28 REM *          ESFUERZO A ANALIZARSE          *
30 REM *          RESOLVERSE O GRAFICARSE        *
32 REM *          Realizado: RAUL CARRIÓN        *
34 REM *          Dirigido :ING. J. KALIL        *
36 REM *
38 REM *****
45 CLR:GRAPHICS 1:COLOR 2
50 PRINT#6;"ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL
LITORAL"
60 PRINT#6;"FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA"
70 PRINT#6"TESÍS DE GRADO PREVIA A OBTENER EL
TITULO DE INGENIERO MECÁNICO"
90 PRINT#6;"TEMA": PRINT#6;"APLICACIÓN DE LAS
TEORÍAS DE FALLA EN LOS MIEMBROS RESISTENTES"
100 PRINT " Realizada por : RAUL CARRIÓN
GONZAGA" : PRINT
105 PRINT "Dirigida por: Ing. JORGE KALIL CH."
110 FOR I=1 TO 5000:NEXT I
120 GRAPHICS 0: SETCOLOR 1,14,15: PRINT
125 PRINT "MENÚ PRINCIPAL" :PRINT :PRINT
130 PRINT " TIPO DE ESTADO DE ESFUERZO A
RESOLVER ": PRINT: PRINT
145 PRINT"1.- MONOAXIAL"
150 PRINT: PRINT "2.- BIDIMENSIONAL"
160 PRINT: PRINT "3.- TRIDIMENSIONAL ": PRINT
165 PRINT "4.- GRAFICACIÓN Y ANÁLISIS DE
EJEMPLOS TÍPICOS DE ESTADOS DE ESFUERZOS :"
```

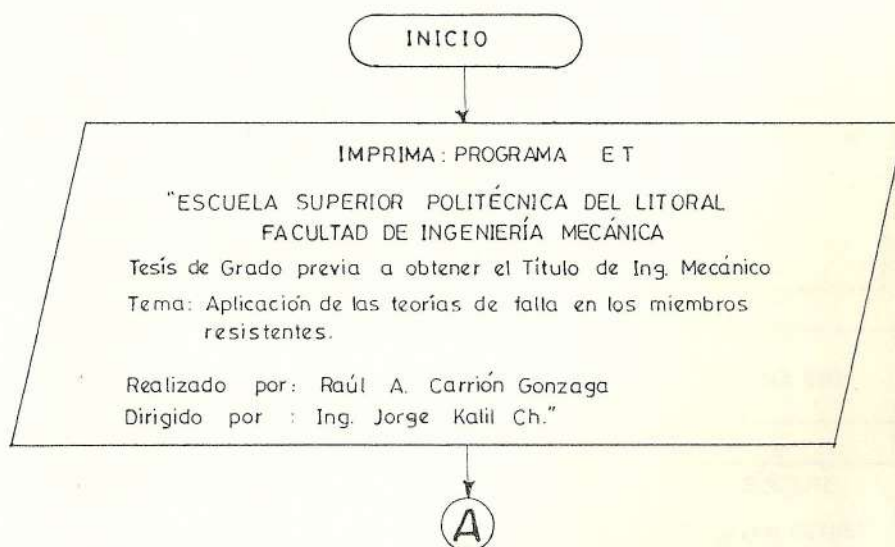
```
166 PRINT "MONDAXILAES, BIDIMENSIONALES Y
TRIDIMENSIONALES"
168 PRINT "5.- FIN DE LA SESIÓN DE TRABAJO"
170 PRINT : PRINT " Escoja su opción " (1-5)
";:INPUT MENU1
200 IF MENU1<>1 THEN 300
210 GOSUB 700: PRINT #6; " MONDAXIALES "
240 GOSUB 800: RUN " D1: MONO "
300 IF MENU1<>2 THEN 400
310 GOSUB 700
330 PRINT #6; "BIDIMENSIONALES"
340 GOSUB 800
350 RUN " D1: BIDI "
400 IF MENU1<>3 THEN 500
410 GOSUB 700
430 PRINT #6; " TRIDIMENSIONALES"
440 GOSUB 800
450 RUN " D1: TRI "
500 IF MENU1<>4 THEN 600
510 GRAPHICS 2 : COLOR 2
520 PRINT #6; "EJEMPLOS TÍPICOS DE" : PRINT #6
530 PRINT #6; "ESTADOS DE ESFUERZOS ":PRINT #6
540 PRINT #6; " MONDAXIALES " : PRINT #6
550 PRINT #6; " BIDIMENSIONALES " : PRINT #6
560 PRINT #6; " TRIDIMENSIONALES "
570 GOSUB 800 : RUN " D1: EETMBT "
600 IF MENU1<>5 THEN 170
```

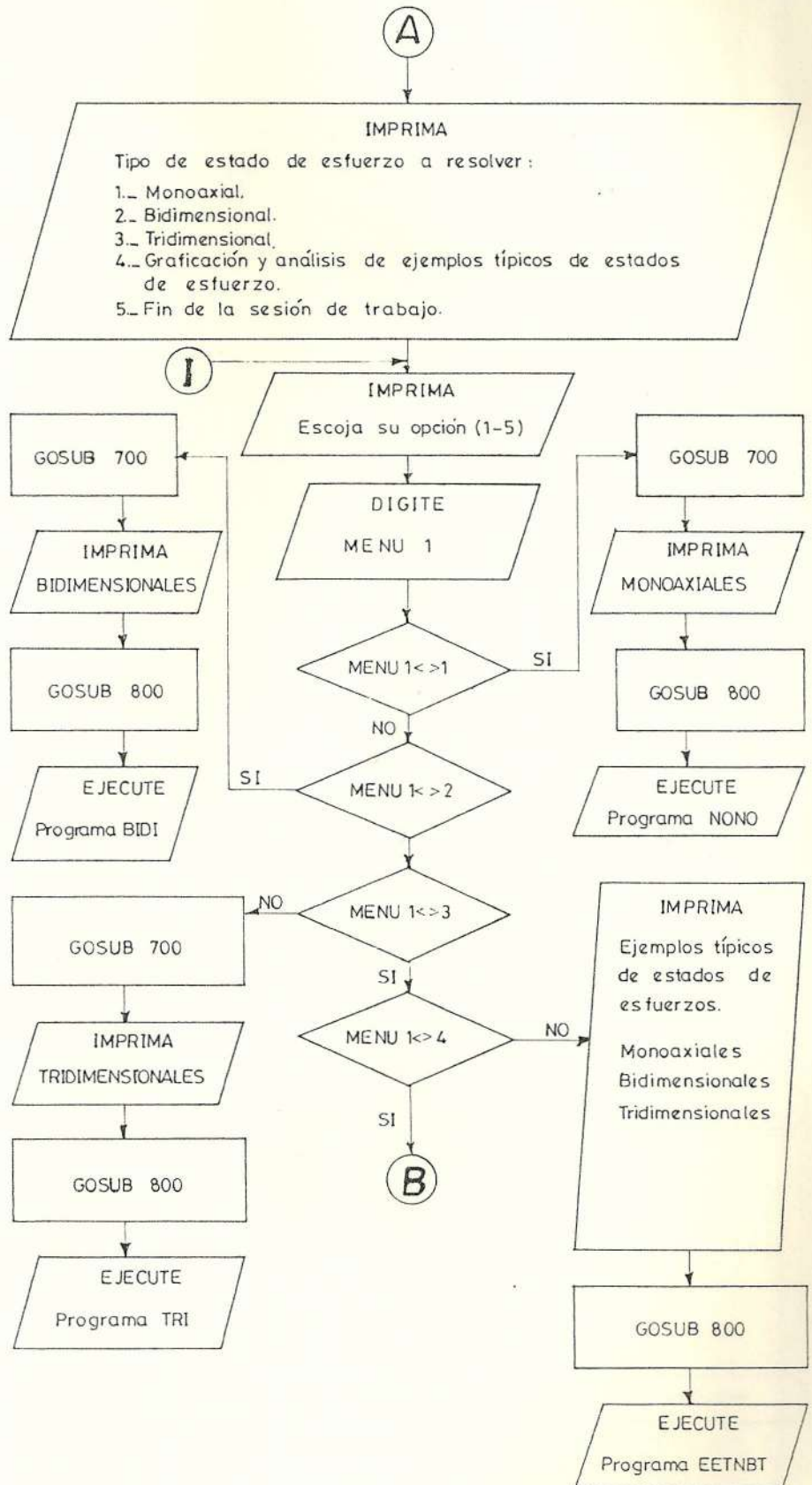
```

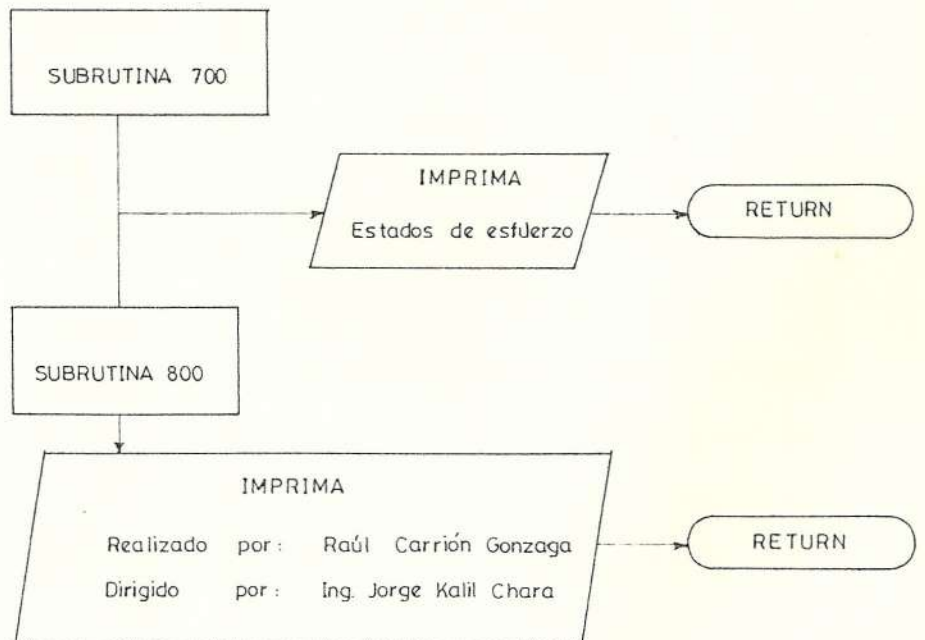
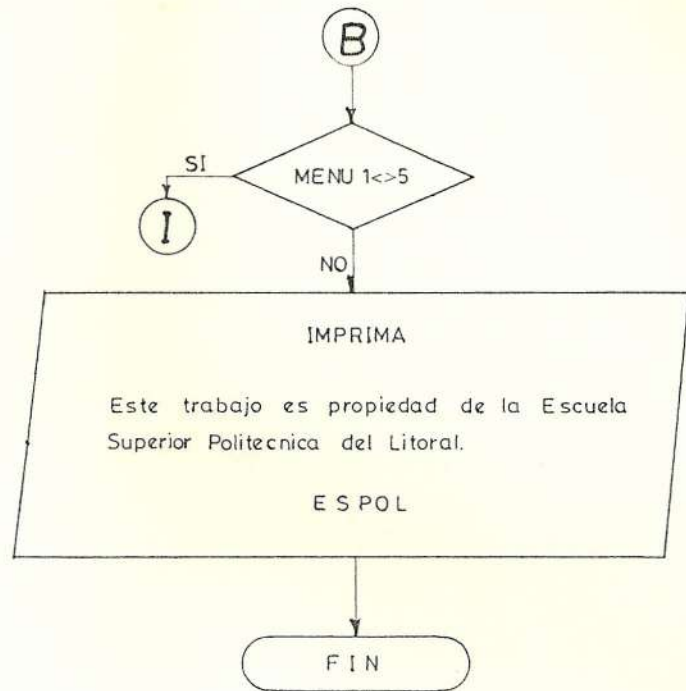
620 GRAPHICS 2 : COLOR 2
630 PRINT #6 : PRINT #6; : " ESTE TRABAJO ES "
640 PRINT #6; " PROPIEDAD DE LA ESCUELA "
650 PRINT #6; "SUPERIOR POLITÉCNICA DEL
LITORAL"
660 PRINT #6: PRINT #6: PRINT #6; " E S P O L "
670 FOR I = 1 TO 1500 : NEXT I : GRAPHICS 0 :
END : NEW
700 GRAPHICS 2 : COLOR 2
750 PRINT #6 : PRINT #6; : ESTADOS "
760 PRINT #6 : PRINT #6 : PRINT #6; " DE
ESFUERZOS " : PRINT #6 : PRINT #6 : RETURN
800 PRINT " Realizado por : Raul Carrión
Gonzaga " : PRINT
810 PRINT " Dirigido por : Ing. Jorge Kalil
Chara " : RETURN

```

3.1.3. Diagramas de flujo







3.2. Análisis y graficación de ejemplos típicos de estados de esfuerzos

La ejecución del programa comienza con los siguientes mensajes:

MENU PRINCIPAL

Graficación y Analisis de Ejemplos de Esfuerzos (1-3)

- 1.- Monoaxial
 - 2.- Bidimensional
 - 3.- Tridimensional
 - 4.- Finalizar la ejecución del programa
- Escoja su opción (1-4)

Al escoger la opción 1 en pantalla aparecerá lo siguiente:

MENU 2 : ESFUERZO MONOAXIAL A ANALIZAR

- 1.- Tracción
- 2.- Compresión
- 3.- Regresar al Menú Principal

Escoja su opción (1-3)

Quando aparece, este Menú 2, al escoger la opción 1 o la 2 observaremos, la graficación de un estado de tracción o de compresión simple respectivamente. Al finalizar las mismas y presionando la tecla RETURN, regresaremos nuevamente al Menú 2. La opción 3, nos ayuda a regresar al Menú Principal.

Si, estando en el Menú Principal, escogemos la opción 2; entonces aparecerá en pantalla:

Menú 3: ESTADOS DE ESFUERZOS BIDIMENSIONALES

a.- ESFUERZOS PUROS:

1.- Compresión bidimensional

2.- Tracción bidimensional

b.- ESFUERZOS MIXTOS (tracción-compresión: 3-5)

3.- Esfuerzo de compresión mayor al de tracción

4.- Torsión pura

5.- Esfuerzo de compresión menor al de tracción

6.- Regresar al Menú Principal

Escoja su opción (1-6)

Excepto la opción 6, en todas las demás, luego de realizar la graficación del esfuerzo requerido, y presionando la tecla RETURN regresaremos al Menú 3. La opción 6, es la única que nos regresa al Menú Principal.

Desde el Menú Principal, y digitando la opción 4, tendremos en pantalla:

"Menú 4: ESTADOS DE ESFUERZOS TRIDIMENSIONALES

a.- COMPRESIÓN TRIAXIAL

1.- Los tres esfuerzos son diferentes de cero

2.- Uno de los esfuerzos es igual a cero

b.- ESTADOS TRIAXIALES COMBINADOS

3.- Un esfuerzo es de tracción y dos de compresión

4.- Un esfuerzo es de compresión otro es de tracción y el otro es cero

5.- Dos esfuerzos son de tracción y uno de compresión

c.- TRACCIÓN TRIAXIAL

6.- Cuando uno de los esfuerzos es igual a cero

7.- Cuando los tres esfuerzos son diferentes de cero

8.- Regresar al Menú Principal

Escoja su opción (1-8)

Desde la opción 1 a la 7, nos muestran graficaciones, al finalizar las mismas y presionando la tecla RETURN, regresaremos al Menú 4. La opción 8, nos ayuda a regresar al Menú Principal.

La opción 4 del Menú Principal, nos ayuda a regresar al PROGRAMA GENERAL, (revisar art. 3.1).

3.2.1. Monoaxiales, bidimensionales y esfuerzos tridimensionales

Este programa, permite observar, gráficas de Mohr para varios estados de esfuerzos. Su listado es:

```

1 REM *****
3 REM *   PROGRAMA 5 EETMBT:  GRÁFICA   *
4 REM *   EJEMPLOS DE ESFUERZOS: MONO   *
5 REM *   BIDI Y TRIDIMENSIONALES     *

```

```
6 REM * Realizado por : Raul Carrión *
7 REM * Dirigido por : Ing. J. Kalil *
9 REM *****
38 DIM SN$(5) : F1=1.12 : K=80
40 GRAPHICS 0 : PRINT "MENU PRINCIPAL
50 PRINT " GRAFICACIÓN Y ANALISIS DE EJEMPLOS
DE ESFUERZOS (1-3) "
60 PRINT "1.- MONOAXIAL"; PRINT "2.-
BIDIMENSIONAL"
90 PRINT : PRINT " 3.- TRIDIMENSIONAL "
104 PRINT "4.- FINALIZAR LA EJECUCIÓN DEL
PROGRAMA"
105 PRINT : PRINT " Escoja su opción (1-4) ";
110 INPUT MENU1: IF MENU1=1 THEN 200
130 IF MENU1=2 THEN 1000
140 IF MENU1=3 THEN 2000
180 IF MENU1=4 THEN RUN " D1:ET "
192 GOTO 105
200 GRAPHICS 0 : PRINT " MENU2 : "
204 PRINT "ESFUERZO MONOAXIAL A ANALIZAR "
205 PRINT :PRINT : PRINT " 1.- TRACCIÓN "
206 PRINT : PRINT " 2.- COMPRESIÓN "
208 PRINT "REGRESAR AL MENU PRINCIPAL"
209 PRINT "Escoja su opción (1-3)";: INPUT
MENU2
211 IF MENU2=1 THEN 220
212 IF MENU2=2 THEN 300
```

```
213 IF MENU2=3 THEN 40
217 GOTO 209
220 R=75 : H=160+R : GOTO 500
310 R=75 : H=160-R
500 REM SUBROUTINA PARA GRAFICAR LA TRACCIÓN Y
LA COMPRESIÓN SIMPLE
510 GRAPHICS 8 : COLOR 1
512 PLOT 0,0 : DRAWTO 319,0 : DRAWTO 319,159 :
DRAWTO 0,159 : DRAWTO 0,0
530 PLOT 160,0 : DRAWTO 160,160
535 PLOT 161,0 : DRAWTO 161,160
540 PLOT 0,80 : DRAWTO 319,80
600 FOR X=H-R TO H+R STEP 3
610 R1=SQR(ABS((R^2)-((X-H)^2)))
627 IF X<>H-R THEN 635
628 IF MENU2=1 THEN PRINT " TRACCIÓN SIMPLE : "
: PRINT " 1.- EL ESFUERZO ACTUANTE ES UNICO Y
DE TRACCIÓN "
630 IF MENU2=2 THEN PRINT " COMPRESIÓN SIMPLE
:" : PRINT " 1.- EL ESFUERZO ACTUANTE ES UNICO
Y DE COMPRESIÓN "
635 R1=R1/F1 : Y1=R1+K : Y2=K-R1
660 PLOT X,Y1 : DRAWTO X,Y2 : NEXT X
682 IF MENU2=1 THEN PRINT " 2.- LA GRÁFICA DE
MOHR SE UBICA EN EL LADO DERECHO DEL DIAGRAMA
DE ESFUERZO "
684 IF MENU2=2 THEN PRINT "LA GRÁFICA DE MOHR
```

SE UBICA EN EL LADO IZQUIERDO DEL DIAGRAMA DE
ESFUERZO "

690 PRINT " RETURN para continuar " : INPUT
SN# : GOTO 200

1000 REM GRAFICAR: ESFUERZOS BIDIMENSIONALES

1010 GRAPHICS 0: COLOR 1: PRINT "MENÚ 3"

1052 PRINT " ESTADOS DE ESFUERZOS BIDIMENSIONAL
"

1056 PRINT " a.- ESFUERZOS PUROS " : PRINT

1058 PRINT " 1.- COMPRESIÓN BIDIMENSIONAL "

1060 PRINT " 2.- TRACCIÓN BIDIMENSIONAL "

1070 PRINT " b.- ESFUERZOS MIXTOS

(tracción-compresión)

1072 PRINT " 3.- ESFUERZO DE COMPRESIÓN MAYOR AL
DE TRACCIÓN"

1074 PRINT " 4.- TORSIÓN PURA": PRINT " 5.-
ESFUERZO DE COMPRESIÓN MENOR AL DE TRACCIÓN"

1080 PRINT : PRINT " 6.- REGRESAR AL MENU
PRINCIPAL " ; PRINT

1082 PRINT : PRINT " Escoja su opción (1-6) " ;
: INPUT MENU3

1084 IF MENU3=1 OR MENU3=2 OR MENU3=3 OR
MENU3=4 OR MENU3=5 THEN GRAPHICS 8 : COLOR 1

1086 IF MENU3=1 THEN R=80 : H=10+R : PRINT "
COMPRESIÓN BIDIMENSIONAL " ; GOTO 1900

1088 IF MENU3=2 THEN R=70 : H=240 : PRINT "
ESTADO DE TRACCIÓN BIDIMENSIONAL " : GOTO 1900

```
1090 IF MENU3=3 THEN R=80 : H=40+R : PRINT "
ESTADO DE ESFUERZO BIDIMENSIONAL MIXTO
(tracción - compresión)" : GOTO 1900
1092 IF MENU3=4 THEN R=80 : H=160 : PRINT "
TORSION PURA" : PRINT " 1.- UN ESFUERZO ES DE
TRACCIÓN Y OTRO DE DE COMPRESIÓN" : GOTO 1900
1094 IF MENU3=5 THEN R=80 : H=200 : PRINT "
ESTADO DE ESFUERZO BIDIMENSIONAL MIXTO (
tracción - compresión )" : GOTO 1900
1095 IF MENU3=6 THEN 40
1099 GOTO 1082
1900 PLOT 160,0 : DRAWTO 160,160
1910 PLOT 161,0 : DRAWTO 161,160
1930 PLOT 0,80 : DRAWTO 319,80
1932 PLOT 0,0 : DRAWTO 319,0 : DRAWTO 319,159 :
DRAWTO 0, 159 : DRAWTO 0,0
1950 FOR X=H-R TO H+R STEP 3
1952 R1=SQRT(ABS((R^2)-((X-H)^2)))
1954 X<>(H-R+45) THEN 1970
1956 IF MENU3=1 THEN PRINT " 1.- LOS ESFUERZOS
ACTUANTES SON DE COMPRESIÓN"
1957 IF MENU3=1 PRINT " 2.- AMBOS SON
DIFERENTES DE CERO" : GOTO 1970
1959 IF MENU3=2 THEN PRINT " 1.- LOS ESFUERZOS
ACTUANTES SON DE TRACCIÓN"
1960 IF MENU3=2 THEN PRINT " 2.- AMBOS SON
DIFERENTES DE CERO" : GOTO 1970
```

```
1962 IF MENU3=3 THEN PRINT : PRINT " 1.- UN
ESFUERZO ES DE COMPRESIÓN Y EL OTRO DE
TRACCIÓN" : GOTO 1970
1964 IF MENU3=4 THEN PRINT " 2.- AMBOS TIENEN
IGUAL VALOR NUMÉRICO"
1965 IF MENU3=4 THEN PRINT " 3.- EL CÍRCULO DE
MOHR OCUPA LA PARTE CENTRAL DEL DIAGRAMA DE
ESFUERZOS"
1967 IF MENU3=5 THEN PRINT "1.- UN ESFUERZO ES
DE COMPRESIÓN Y EL OTRO DE TRACCIÓN"
1975 R1=R1/F1 : Y1=K+R1 : Y2=K-R1
1980 PLOT X,Y1 : DRAWTO X,Y2 : NEXT X
1985 IF MENU3=1 THEN PRINT " 3.- SI AMBOS SON
DE IGUAL VALOR LA GRÁFICA DE MOHR SE CONVIERTE
EN UN PUNTO"
1987 IF MENU3=2 THEN PRINT " 3.- SI AMBOS SON
DE IGUAL VALOR LA GRÁFICA DE MOHR SE CONVIERTE
EN UN PUNTO" : GOTO 1996
1990 IF MENU3=3 THEN PRINT " 2.- EL ESFUERZO DE
TRACCIÓN ES MENOR QUE EL DE COMPRESIÓN"
1992 IF MENU3=5 THEN PRINT " 2.- EL ESFUERZO DE
TRACCIÓN ES MAYOR AL DE COMPRESIÓN"
1996 PRINT " RETURN para continuar " : INPUT
SN$ : GOTO 1010
2000 REM MENU4: ESTADOS DE ESFUERZOS
TRIDIMENSIONALES
2016 GRAPHICS 0 : COLOR 1: PRINT "ESTADOS DE
```

ESFUERZOS TRIDIMENSIONALES"

2020 PRINT " a.- COMPRESIÓN TRIAXIAL"

2022 PRINT " 1.- LOS TRES ESFUERZOS SON
DIFERENTES DE CERO"

2024 PRINT " 2.- UNO DE LOS ESFUERZOS ES IGUAL
A CERO"

2026 PRINT " b.- ESTADOS TRIAXIALES COMBINADOS"

2028 PRINT " 3.- UN ESFUERZO ES DE TRACCIÓN Y
DOS DE COMPRESIÓN"

2030 PRINT " 4.- UN ESFUERZO ES DE COMPRESIÓN
OTRO ES DE TRACCIÓN Y EL OTRO ES CERO"

2032 PRINT " 5.- DOS ESFUERZOS SON DE TRACCIÓN
Y UNO DE COMPRESIÓN"

2036 PRINT " c.- TRACCIÓN TRIAXIAL "

2038 PRINT " 6.- CUANDO UNO DE LOS ESFUERZOS ES
IGUAL A CERO

2040 PRINT " 7.- CUANDO LOS TRES ESFUERZOS SON
DIFERENTES DE CERO"

2044 PRINT "8.- REGRESAR AL MENU PRINCIPAL"

2045 PRINT "Escoja su opción (1-8)";: INPUT
MENU4

2200 IF MENU4=1 THEN D1=-155 : GOTO 2500

2210 IF MENU4=2 THEN D1=-141 : GOTO 2500

2220 IF MENU4=3 THEN D1=-110 : GOTO 2500

2230 IF MENU4=4 THEN D1=-50 : GOTO 2500

2240 IF MENU4=5 THEN D1=-20 : GOTO 2500

2250 IF MENU4=6 THEN D1=0 : GOTO 2500

```
2260 IF MENU4=7 THEN D1=12 : GOTO 2500
2260 IF MENU4=8 THEN 40
2280 GOTO 2045
2512 RA1=25 : RB1=45 : RC1=RA1+RB1
2518 HA1=160+D1+RA1 : HB1=HA1+RA1+RB1
2522 HC1=160+D1+RA1+RB1 : GRAPHICS 8 : COLOR 1
2532 REM GRAFICACIÓN DE LOS EJES
2534 PLOT 160,0 : DRAWTO 160,160
2536 PLOT 0,80 : DRAWTO 319,80
2540 PRINT " CARACTERÍSTICAS PRINCIPALES DEL
ESTADO DE ESFUERZO : "
2550 FOR X=HA1-RA1 TO HB1+RB1 STEP 6
2560     R1=SBR(ABS((RC1^2)-((X-HC1)^2)))/F1:
Y1=K+R1
2590 Y2=K-R1: PLOT X,Y1 : DRAWTO X,Y2 : NEXT X
2620 IF MENU4=1 THEN PRINT " 1.- EL ESTADO DE
ESFUERZO ES DE COMPRESIÓN TRIDIMENSIONAL "
2630 IF MENU4=2 THEN PRINT " 1.- UN ESFUERZO ES
IGUAL A CERO"
2632 IF MENU4=2 THEN " 2.- DOS ESFUERZOS SON DE
COMPRESIÓN"
2640 IF MENU4=3 THEN PRINT " 1.- DOS ESFUERZOS
SON DE COMPRESIÓN " : PRINT " 2.- UN ESFUERZO
ES DE TRACCIÓN"
2680 IF MENU4=4 THEN PRINT " 1.- UN ESFUERZO ES
DE COMPRESIÓN " : PRINT " 2.- UN ESFUERZO ES
IGUAL A CERO"
```



```
2685 IF MENU4=4 THEN PRINT " 3.- UN ESFUERZO ES
DE TRACCIÓN"
2740 IF MENU4=5 THEN PRINT " 1.- EXISTEN DOS
ESFUERZOS DE TRACCIÓN" : PRINT " 2.- UN
ESFUERZO ES DE COMPRESIÓN"
2760 IF MENU4=6 THEN PRINT " 1.- EL ESTADO DE
ESFUERZO ES DE TRACCIÓN TRIAXIAL" : PRINT " 2.-
UN ESFUERZO ES NULO"
2770 IF MENU4=7 THEN PRINT " 1.- EL ESTADO DE
ESFUERZO ES DE TRACCIÓN TRIAXIAL"
2805 FOR X=HB1-RB1 TO HB1+RB1 STEP 3
2810     R1=SQR(ABS((RB1^2)-((X-HB1)^2)))/F1:
Y1=K+R1
2820 Y2=K-R1: PLOT X,Y1 : DRAWTO X,Y2 : NEXT X
2860 IF MENU4=1 THEN PRINT " 2.- LOS CÍRCULOS
DE MOHR SE UBICAN EN EL LADO IZQUIERDO DEL
DIAGRAMA DE ESFUERZOS"
2862 IF MENU4=2 THEN PRINT " 3.- LOS CÍRCULOS
SE UBICAN EL LADO IZQUIERDO DEL DIAGRAMA DE
ESFUERZOS"
2864 IF MENU4=6 THEN PRINT " 3.- DOS ESFUERZOS
SON DE TRACCIÓN"
2870 IF MENU4=7 THEN PRINT " 2.- LOS TRES
ESFUERZOS SON DE TRACCIÓN"
2900 REM GRAFICACIÓN DEL TERCER CÍRCULO DE MOHR
2910 FOR X=HA1-RA1 TO HA1+RA1 STEP 1.5
2920 R1=SQR(ABS((RA1^2)-((X-HA1)^2)))
```

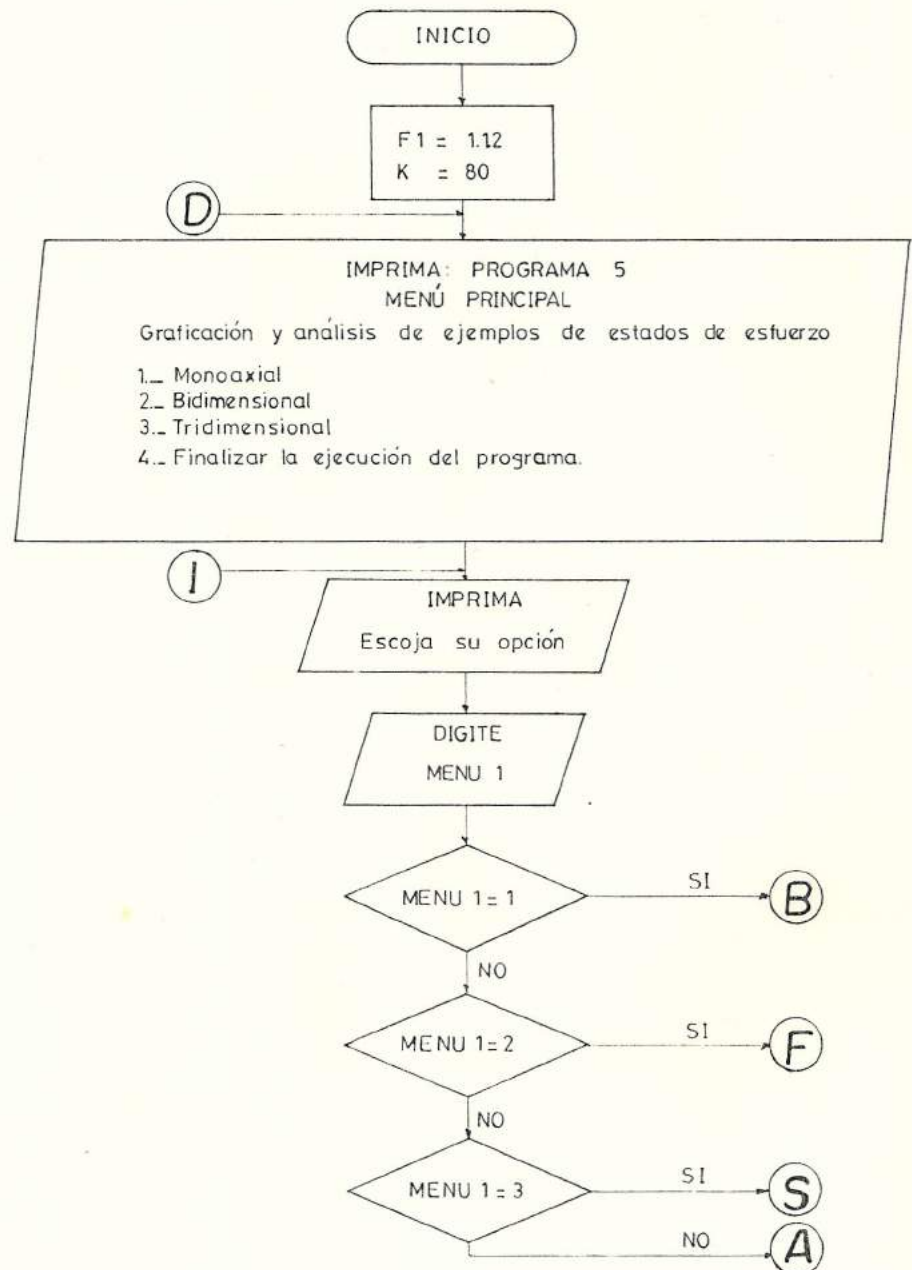
2930 R1=R1/F1 : Y1=K+R1 : Y2=K-R1

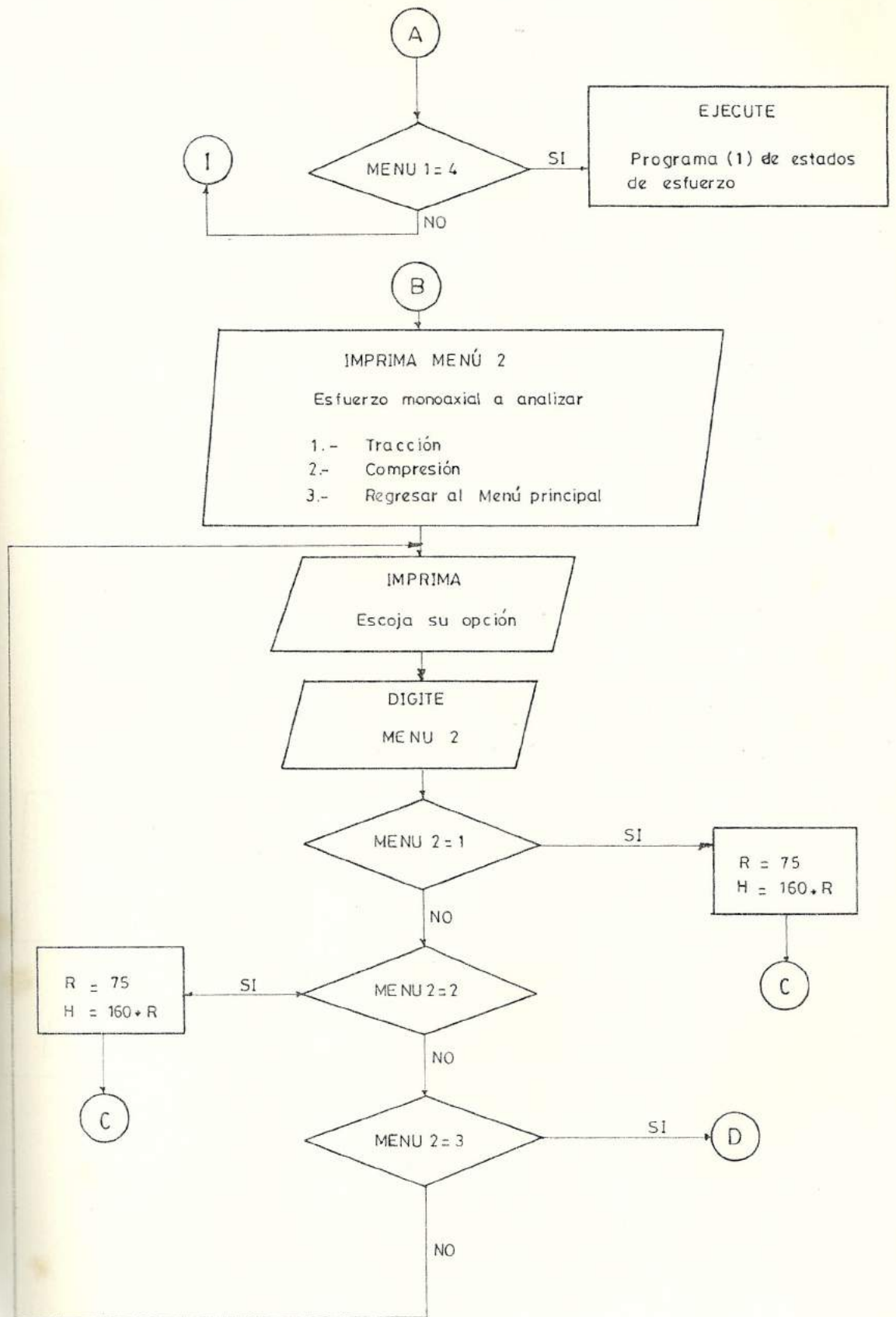
2940 PLOT X,Y1 : DRAWTO X,Y2 : NEXT X

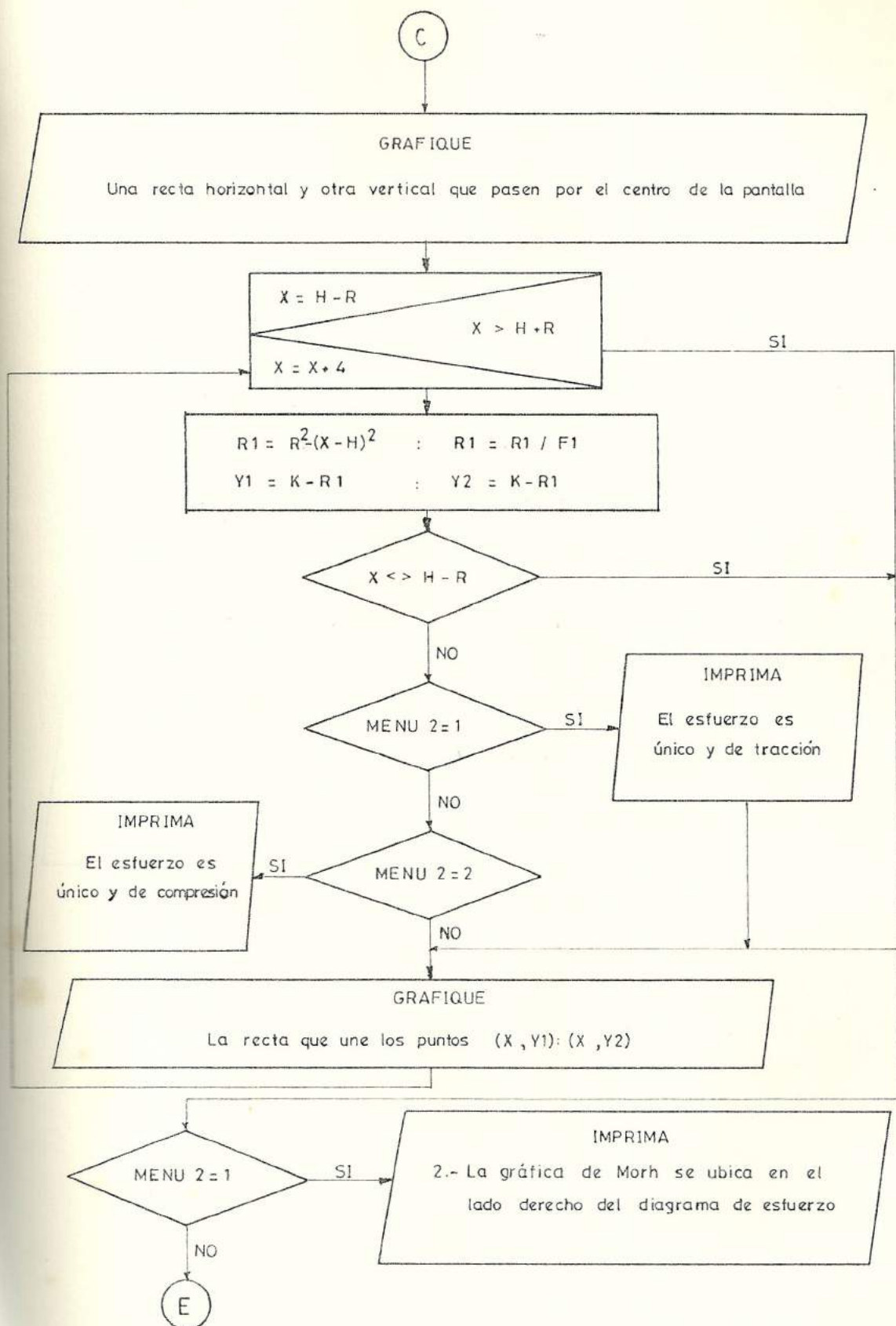
3000 PRINT " RETURN para continuar" ;: INPUT

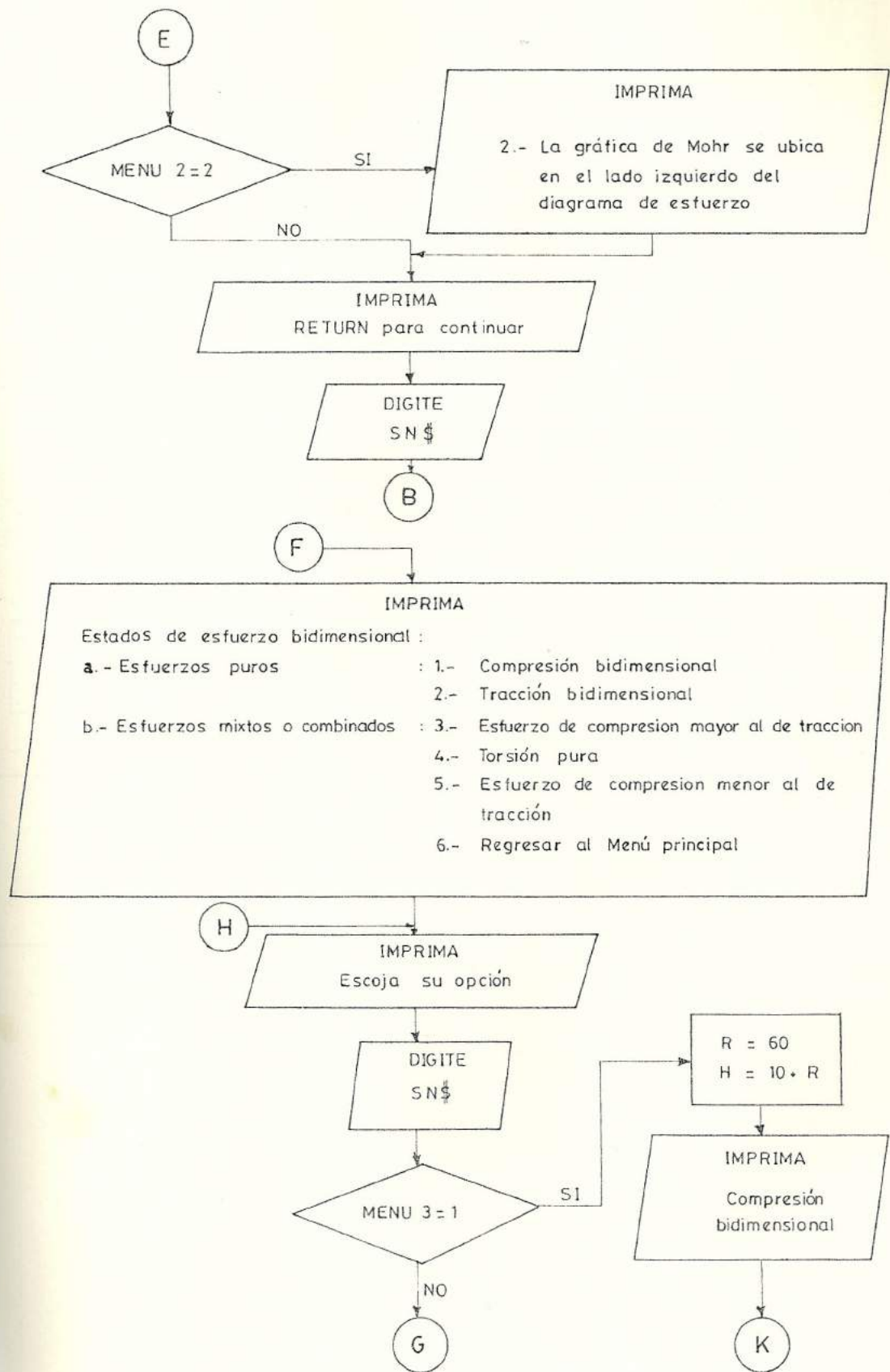
SN# : GOTO 2014

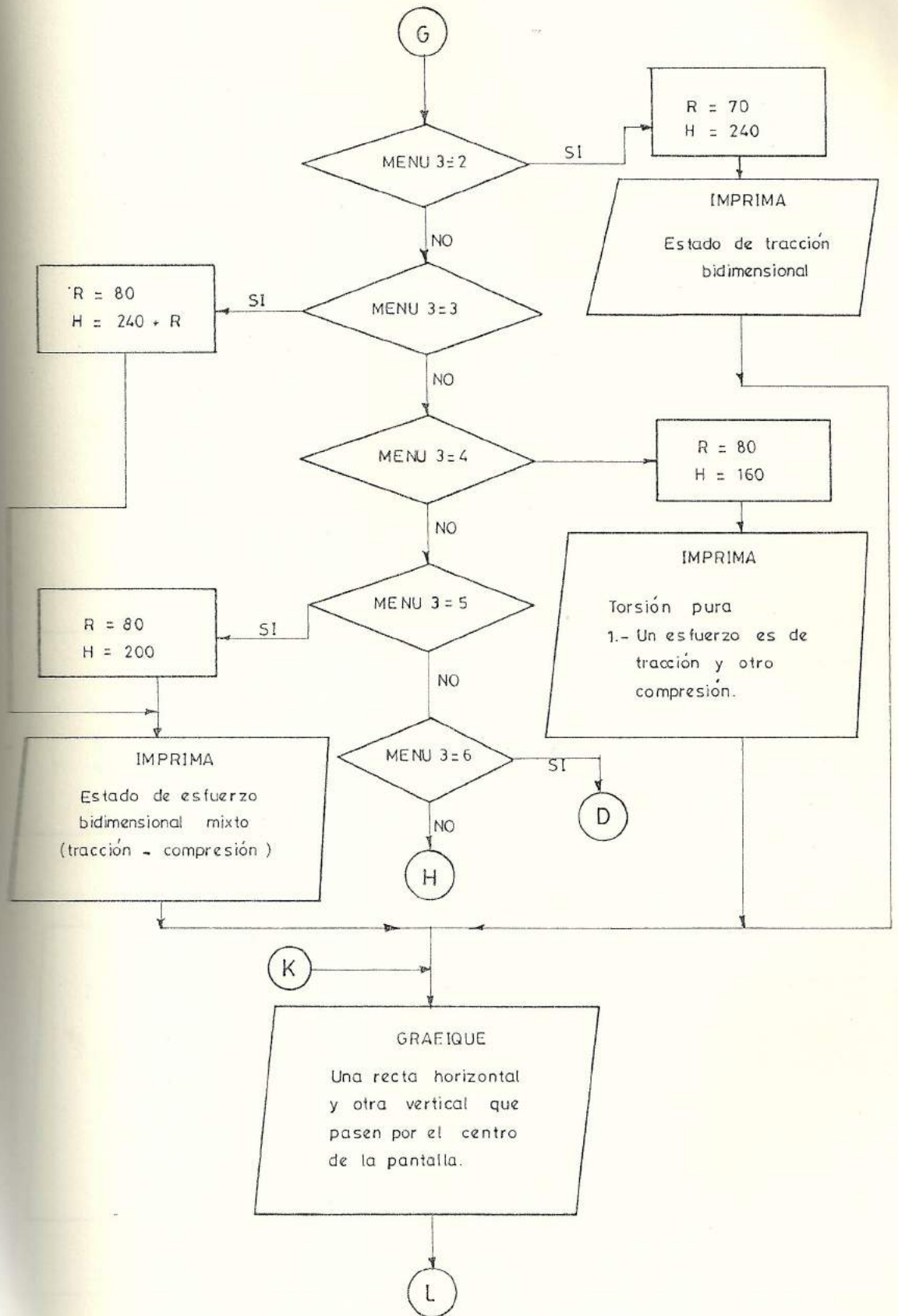
3.2.2 Diagramas de flujo

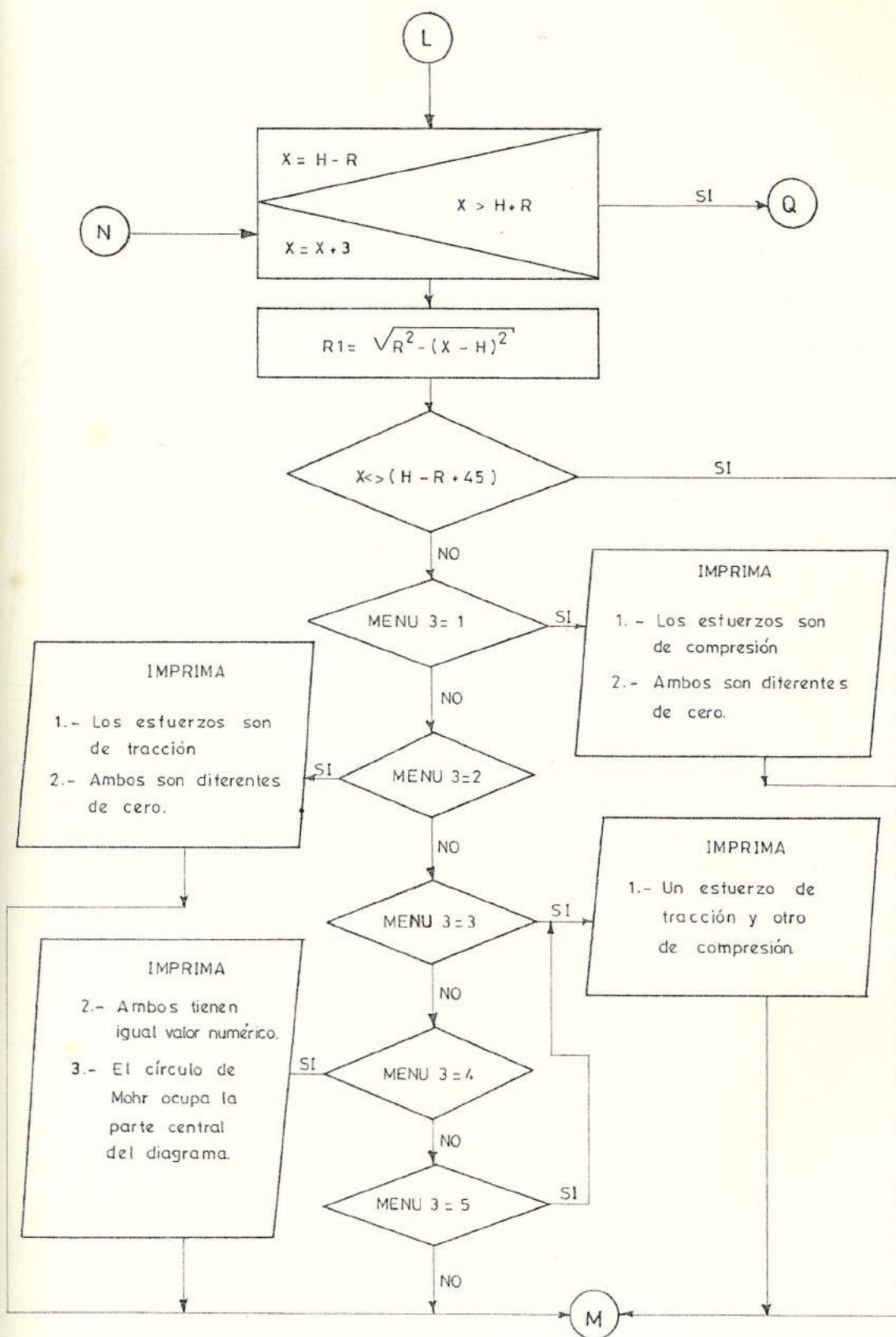


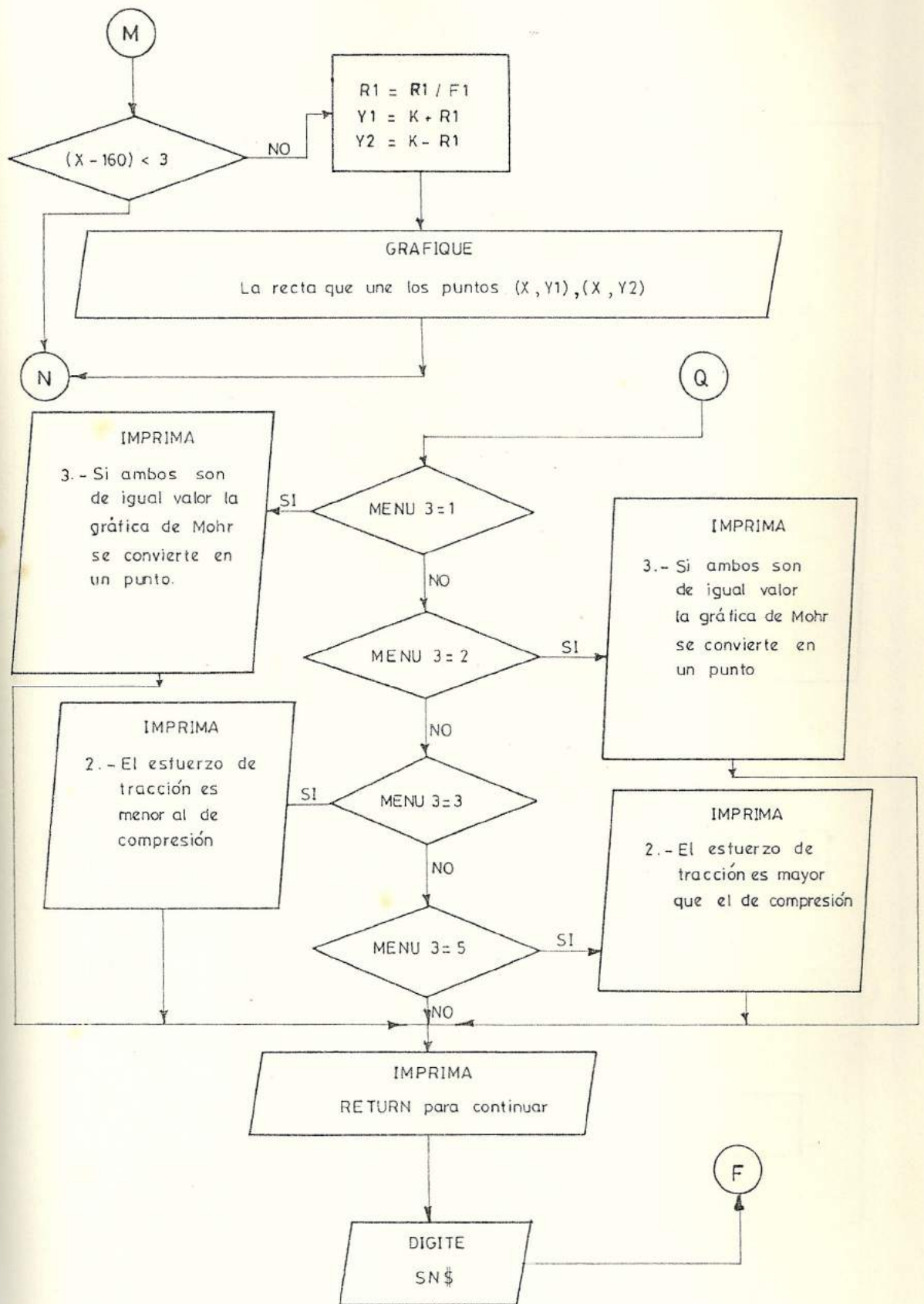












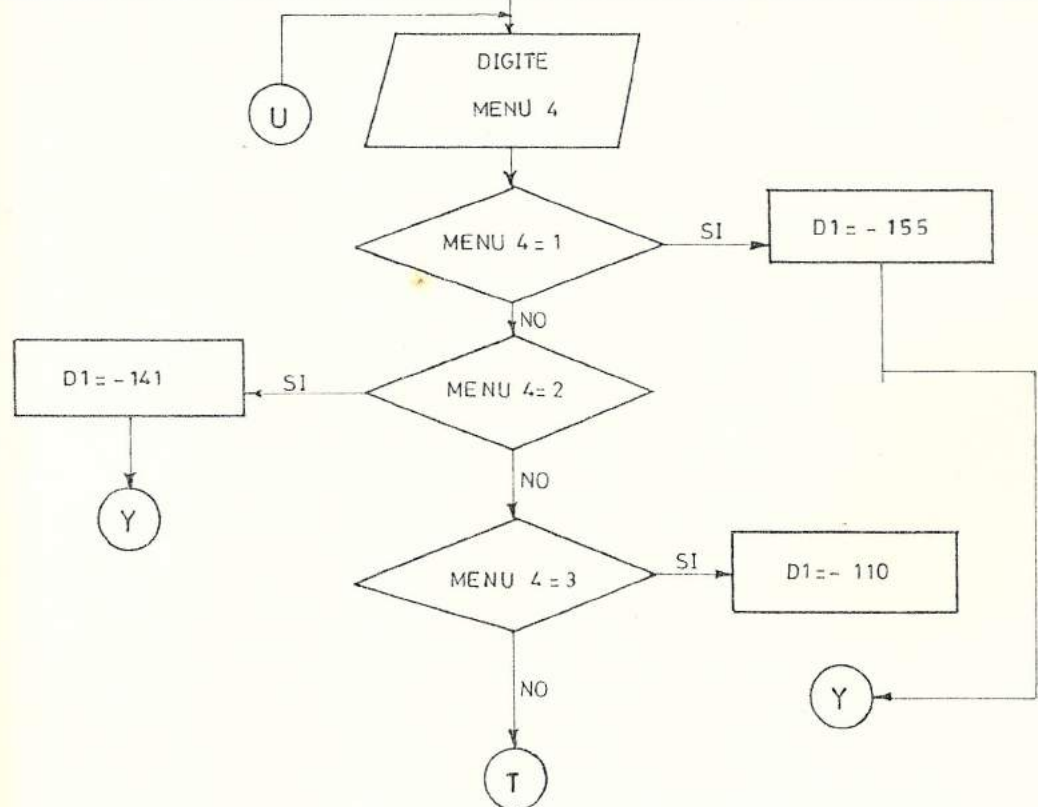
S

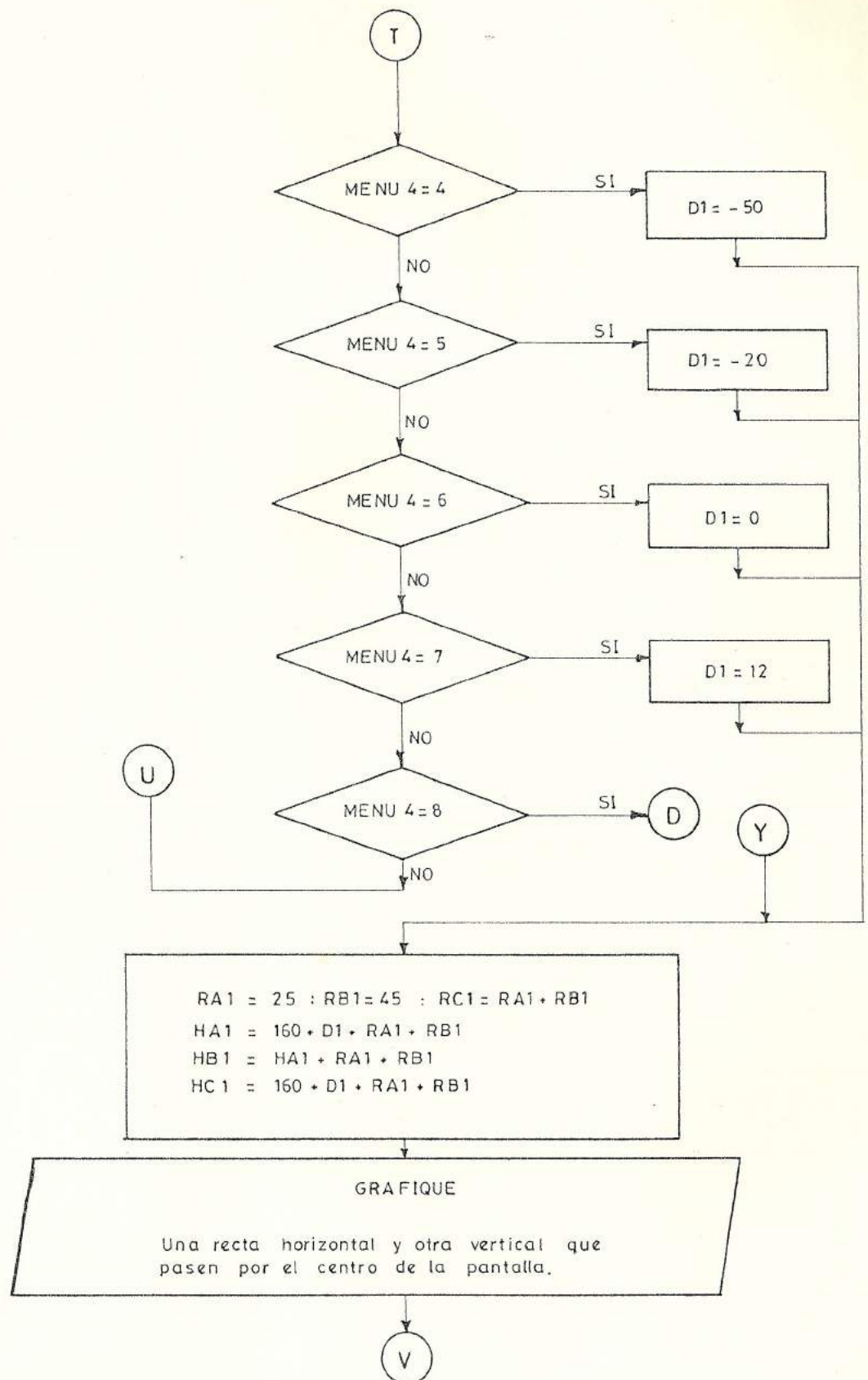
IMPRIMA MENU 4

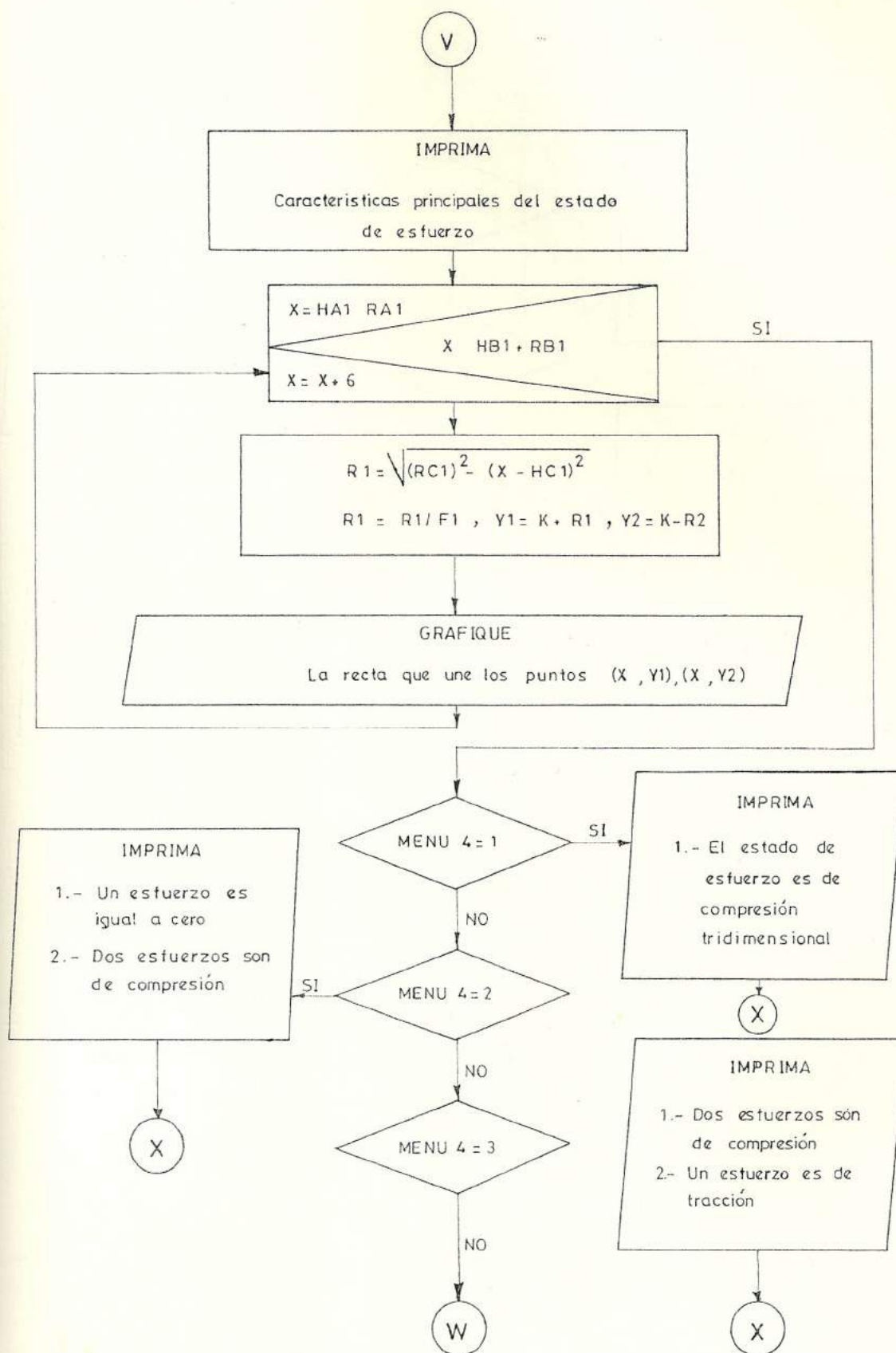
Estados de esfuerzos tridimensionales

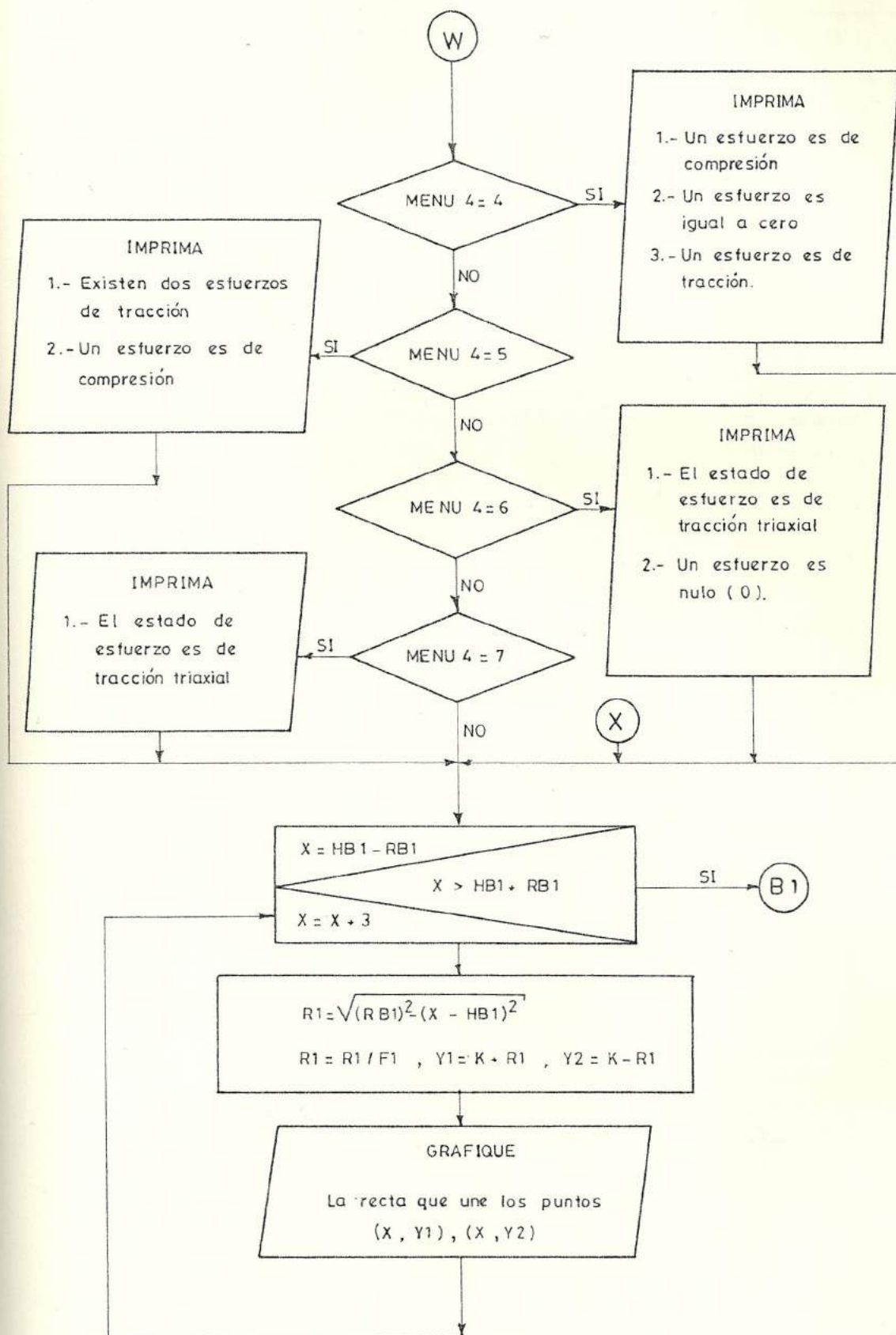
a.- Compresión triaxial	1.- Los tres esfuerzos son diferentes de cero
	2.- Uno de los esfuerzos es igual a cero
b.- Estados triaxiales combinados (tracción-compresión)	3.- Un esfuerzo es de tracción y dos de compresión
	4.- Un esfuerzo es de compresión otro de tracción y otro es cero.
c.- Tracción triaxial	6.- Cuando uno de los esfuerzos es cero
	7.- Cuando los tres esfuerzos son diferentes de cero
	8.- Regresar al Menú principal

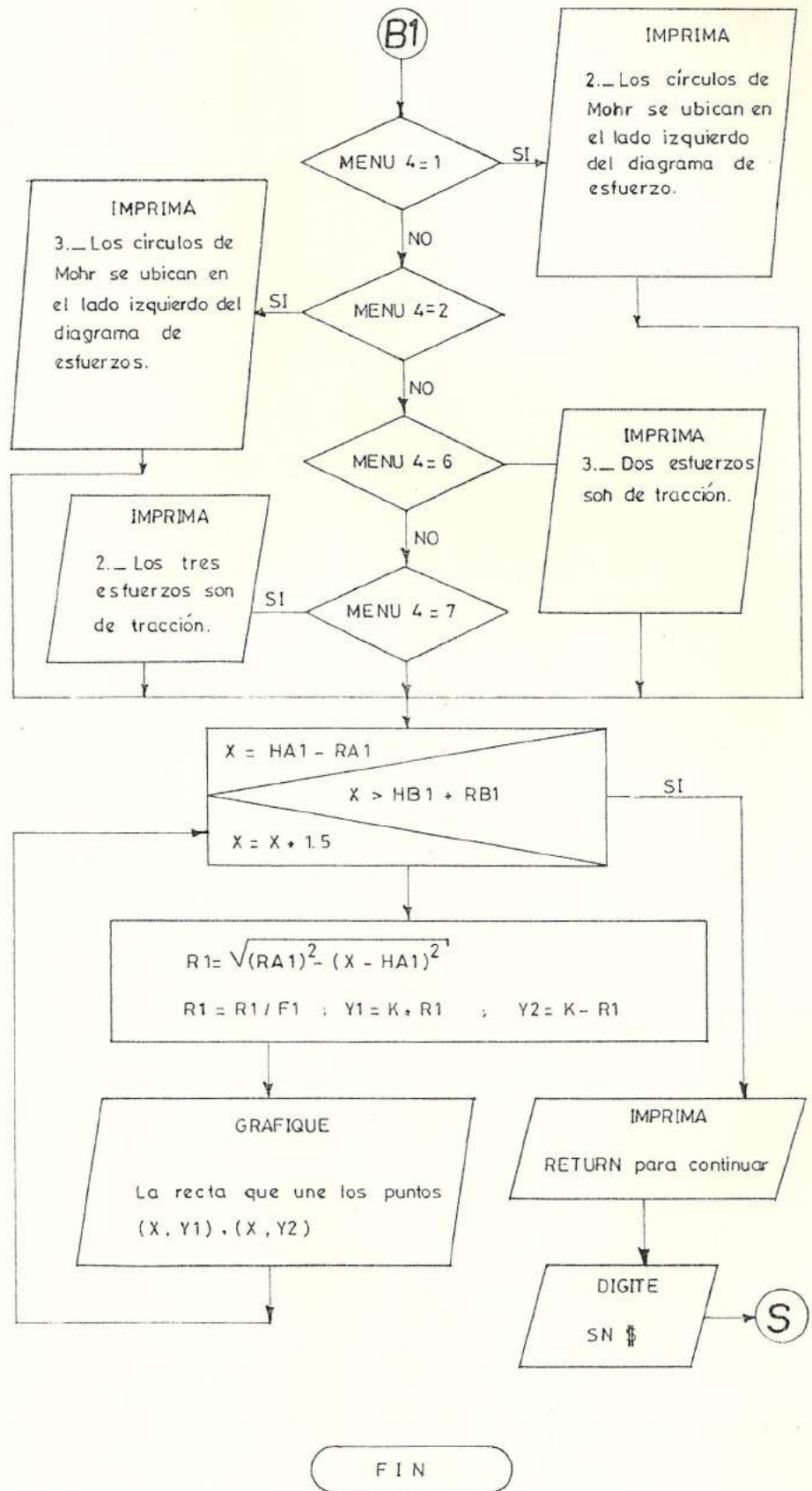
Escoja su opción (1-8)











3.3. Diseño de elementos sometidos a esfuerzos monoaxiales

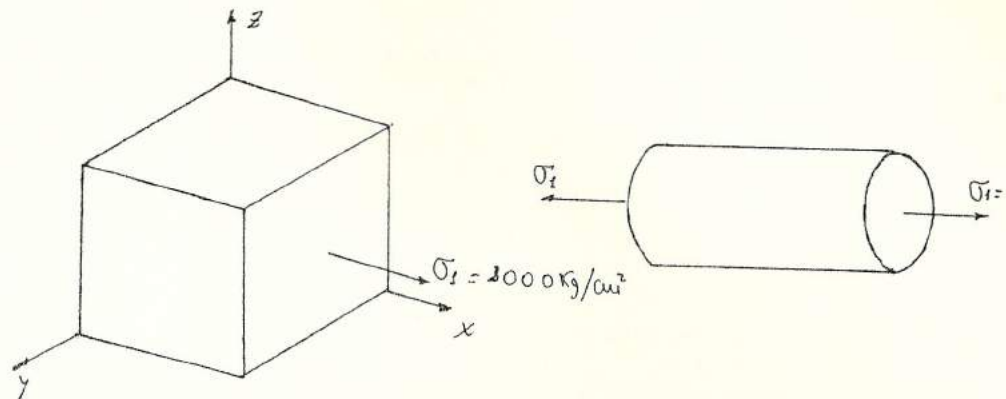


Fig 3.2 Problema de estado monoaxial

Al iniciar el programa tendremos en pantalla:

MENÚ PRINCIPAL

ESTADOS DE ESFUERZOS MONOAXIALES

Aplicación de las Teorías de Falla: conociendo (1-3):

- 1.- Esfuerzo
- 2.- Fuerza y área transversal
- 3.- Coeficiente de seguridad
- 4.- Cuadro de datos y resultados
- 5.- Graficación del problema analizado
6. Observar y analizar ejemplos típicos
- 7.- Finalizar la ejecución del programa

Escoja su opción (1-7)

Para resolver, el caso de la fig. 3.2; escojemos la opción 1, e ingresemos los valores, considerando, que las unidades de esfuerzo están dadas en kg/cm^2 ; tendremos:

INGRESE LOS DATOS DE

ESFUERZO DE FLUENCIA SE=? 2500

MÓDULO DE ELASTICIDAD: E=? 2000000

COEFICIENTE DE POISSON : ν =? 0.25

ESFUERZO AL QUE ESTARÁ SOMETIDO EL MATERIAL: S1=? 2000

Luego, tendremos en pantalla, las diferentes Teorías de Falla con los valores predichos por cada una de ellas, y los obtenidos por la aplicación del esfuerzo S1. Además sí, el esfuerzo (S1) aplicado produce o no falla en el material. Para el ejemplo analizado se tendrá:

Aplicación de las teorías de Falla

Máximo Esfuerzo Principal: SE= 2500

En S1: SE1= 2000 NO FALLA

Máximo Esfuerzo Cortante : TE= 1500

En S1: TE1= 1000 NO FALLA

Máxima Dilatación Lineal: EE= 1.25E-03

En S1: EE1= 1.0E-03 NO FALLA

Máxima Energía Total de Deformación : WE= 1.562499

En S1: EE1= 0.999999 NO FALLA

Máxima Energía de Distorsión : WDE = 1.302083

En S1: WDE1 = 0.833332 NO FALLA

Máximo Esfuerzo Cortante Octaédrico: TSE = 1175

En S1: TSE1= 940 NO FALLA

Oprima la tecla RETURN para continuar?

Al presionar la tecla RETURN regresaremos al MENU PRINCIPAL. Dentro de este Menú, la opción 4 nos presenta en pantalla:

DATOS Y RESULTADOS

Esfuerzo de fluencia : SE = 2500

Esfuerzo al que estará sometido el material: S1=2000

Módulo de elasticidad E = 2000000

Módulo de Poisson U = 0.25

Coefficiente de seguridad : N = 1.25

Oprima la tecla RETURN para continuar". Al presionar dicha tecla, regresaremos al MENU PRINCIPAL.

La gráfica de Mohr, del estado de esfuerzo analizado, la obtenemos con ayuda de la opción 5.

La opción 6, es igual al MENU 2 del programa Graficación de ejemplos típicos de estados de esfuerzos (rev. del art. 3.2 pag. 90).

La opción 7 nos ayuda a regresar al Programa General (art. 3.1, pag. 82)

3.3.1. Aplicación de las teorías de falla

El listado del programa es:

```
10 REM *****
```



```

12 REM * *
14 REM * PROGRAMA 2: PARA ANALIZAR *
16 REM * RESOLVER O GRAFICAR *
18 REM * ESFUERZOS MONDAXIALES *
22 REM * Realizado : Raul Carrión *
24 REM * Dirigido : Ing. J. Kalil *
28 REM *****
70 DIM SN$(10), E$(10), F$(15), NF$(15)
72 E$="En Si=": F$="FALLA": NF$="NO SE APLICA"
80 GRAPHICS 0 :SETCOLOR 1,14,15: PRINT "MENÚ
PRINCIPAL " : PRINT: F11=1.12 : K=80
94 PRINT " ESTADOS DE ESFUERZOS MONDAXIALES "
110 PRINT "APLICACIÓN DE LAS TEORÍAS DE FALLA"
112 PRINT : PRINT " 1.- ESFUERZO "
114 PRINT " 2.- FUERZA Y ÁREA TRANVERSAL "
120 PRINT " 3.- COEFICIENTE DE SEGURIDAD "
122 PRINT " 4.- CUADRO DE DATOS Y RESULTADOS "
124 PRINT " 5.- GRAFICACIÓN DEL PROBLEMA
ANALIZADO "
126 PRINT "6.-OBSERVAR Y ANALIZAR EJEMPLOS
TÍPICOS
128 PRINT " 7.- FINALIZAR LA EJECUCIÓN DEL
PROGRAMA "
138 PRINT "Elija su opción (1-7)";:INPUT MENU1
140 IF MENU1 = 1 THEN 400
145 IF MENU1 = 2 THEN FA = 2 : GOTO 400
150 IF MENU1 = 3 THEN 400

```

```

155 IF MENU1 = 4 THEN 650
160 IF MENU1 = 5 THEN 1000
165 IF MENU1 = 6 THEN 2000
170 IF MENU1 = 7 THEN RUN " D1 : ET "
200 GOTO 138
299 REM APLICACIÓN DE TEORÍAS DE FALLA
400 GRAPHICS 0 :PRINT "INGRESE LOS DATOS DE"
405 PRINT "ESFUERZO DE FLUENCIA: SE="";:INPUT SE
410 PRINT "MODULO DE ELASTICIDAD: E="";:INPUT E
420 PRINT "COEFICIENTE DE POISSON:U ="";:INPUT U
430 IF SE<>0 AND E<>0 AND U<>0 THEN 455
434 PRINT : PRINT : PRINT : PRINT " LOS VALORES
DE : SE, U, E NO PUEDEN SER IGUAL A CERD "
438 PRINT : PRINT "Oprima la tecla RETURN para
volver a ingresar los valores correctamente "
440 INPUT SN#: GOTO 400
455 IF MENU1 = 1 THEN 500
460 IF MENU1 = 2 THEN 550
465 IF MENU1 = 3 THEN 600
500 PRINT " ESFUERZO AL QUE ESTARÁ SOMETIDO EL
MATERIAL : S1 = "; : INPUT S1 : PRINT
505 IF S1<>0 THEN N=INT(100*SE/S1)/100:GOTO 690
510 IF S1=0 THEN PRINT : PRINT : PRINT "Si,
S1=0 significa que no hay ningún estado de
esfuerzo " : GOTO 525
525 PRINT " Oprima la tecla RETURN para volver
a ingresar el valor de S1 correctamente "

```

```
155 IF MENU1 = 4 THEN 650
160 IF MENU1 = 5 THEN 1000
165 IF MENU1 = 6 THEN 2000
170 IF MENU1 = 7 THEN RUN " D1 : ET "
200 GOTO 138
299 REM APLICACIÓN DE TEORÍAS DE FALLA
400 GRAPHICS 0 :PRINT "INGRESE LOS DATOS DE"
405 PRINT "ESFUERZO DE FLUENCIA: SE=";:INPUT SE
410 PRINT "MODULO DE ELASTICIDAD: E=";:INPUT E
420 PRINT "COEFICIENTE DE POISSON:U =";:INPUT U
430 IF SE<>0 AND E<>0 AND U<>0 THEN 455
434 PRINT : PRINT : PRINT : PRINT " LOS VALORES
DE : SE, U, E NO PUEDEN SER IGUAL A CERO "
438 PRINT : PRINT "Oprima la tecla RETURN para
volver a ingresar los valores correctamente "
440 INPUT SN$: GOTO 400
455 IF MENU1 = 1 THEN 500
460 IF MENU1 = 2 THEN 550
465 IF MENU1 = 3 THEN 600
500 PRINT " ESFUERZO AL QUE ESTARÁ SOMETIDO EL
MATERIAL : S1 = "; : INPUT S1 : PRINT
505 IF S1<>0 THEN N=INT(100*SE/S1)/100:GOTO 690
510 IF S1=0 THEN PRINT : PRINT : PRINT "Si,
S1=0 significa que no hay ningún estado de
esfuerzo " : GOTO 525
525 PRINT " Oprima la tecla RETURN para volver
a ingresar el valor de S1 correctamente "
```

```
528 INPUT SN# : CONT
530 GRAPHICS 0 : PRINT "INGRESE LOS DATOS DE:"
532 PRINT " ESFUERZO DE FLUENCIA : SE "; SE
534 PRINT " MÓDULO DE ELASTICIDAD : E = "; E
536 PRINT " COEFICIENTE DE POISSON : U = "; U
540 GOTO 500
550 PRINT " FUERZA A LA QUE ESTARÁ SOMETIDO EL
MATERIAL : F1 = "; : INPUT F1
555 PRINT : PRINT "EL ÁREA TRANVERSAL DEL
MIEMBRO RESISTENTE : A1 = "; : INPUT A1
556 IF F1<>0 AND A1<>0 THEN S1=F1/A1: N=SE/S1:
S1=INT(100*S1)/100: N=INT(100*N)/100: GOTO 690
558 PRINT : PRINT " Los valores de F1 y A1 no
pueden ser igual a cero " : GOTO 568
568 PRINT "Oprima la tecla RETURN para volver a
ingresar los valores de F1 y A1": INPUT SN#
572 GRAPHICS 0 : PRINT "INGRESE LOS DATOS DE"
574 PRINT " ESFUERZO DE FLUENCIA : SE = "; SE
576 PRINT " MÓDULO DE ELASTICIDAD : E = "; E
578 PRINT "COEFICIENTE DE POISSON: U="; U
580 GOTO 550
600 PRINT"COEFICIENTE DE SEGURIDAD:N=";:INPUT N
610 N=ABS(N) : IF N<>0 THEN
S1=INT(1000*SE/N)/1000 : GOTO 690
615 PRINT : PRINT " UN VALOR DE N=0 NO EXISTE "
625 PRINT " Oprima la tecla RETURN para volver
a ingresar un nuevo valor de N ";: INPUT SN#
```

```

632 GRAPHICS 0: PRINT "INGRESE LOS DATOS DE"
634 PRINT " ESFUERZO DE FLUENCIA : SE = "; SE
636 PRINT " MÓDULO DE ELASTICIDAD : E = "; E
638 PRINT " COEFICIENTE DE POISSON : U = "; U
640 GOTO 600

650 GRAPHICS 0: PRINT "DATOS Y RESULTADOS"
660 PRINT " ESFUERZO DE FLUENCIA : SE = "; SE
662 IF FA=2 THEN PRINT " FUERZA A LA QUE ESTARÁ
SOMETIDA EL MATERIAL : F1 = "; F1 : PRINT
663 IF FA=2 THEN PRINT " AREA TRANVERSAL DEL
MIEMBRO RESISTENTE : A1 = "; A1 : PRINT
665 PRINT " ESFUERZO AL QUE ESTARÁ SOMETIDO EL
MATERIAL : S1 = "; S1
670 PRINT " MÓDULO DE ELASTICIDAD E = "; E
675 PRINT "MÓDULO DE POISSON U=";U: N=ABS(N)
680 PRINT" COEFICIENTE DE SEGURIDAD:N=";N
682 IF N<1 THEN PRINT " ** CUIDADO SU
COEFICIENTE DE SEGURIDAD ES MUY BAJO ** "
684 PRINT "Oprima la tecla RETURN para
continuar ";: INPUT SN$: CONT
690 GRAPHICS 0: PRINT "APLICACIÓN DE LAS
TEDRIAS DE FALLA": U=ABS(U)
691 ASE=ABS(SE): AS1=ABS(S1) : E=ABS(E)
692 TE=ASE/2 : TE=INT(1000*TE)/1000
693 EE=ASE/E : EE = INT(1E+10*EE)/1E+10
694 WE=(ASE^2)/(2*E) : WE=INT(1E+6*WE)/1E+6
695 WDE=INT(1E+6*((1-U)/3)*((ASE^2)/E))/1E+6

```

```

697 TGE=0.47*ASE : TGE=INT(100*TGE)/100
700 TE1=AS1/2 : TE1=INT(1000*TE1)/1000
710 EE1=AS1/E : EE1=INT(1E+10*EE1)/1E+10
720 WE1=(AS1^2)/(2*E) : WE1=INT(1E+6*WE1)/1E+6
730 WDE1=INT(1E+6*((1+U)/3)*((AS1^2)/E))/1E+6
740 TGE1=0.47*AS1 : TGE1=INT(1000*TGE1)/1000
800 PRINT " MÁXIMO ESFUERZO PRINCIPAL:" : PRINT
" SE= "; SE : PRINT E# ; "SE1 = "; S1;
804 IF ASE<=AS1 THEN PRINT F# : GOTO 810
808 PRINT NF#
810 PRINT " MÁXIMO ESFUERZO CORTANTE :": PRINT
" TE = "; TE : PRINT E# ; " TE1 = "; TE1;
814 IF TE<=TE1 THEN PRINT F# : GOTO 820
818 PRINT NF#
820 PRINT " MÁXIMA DILATACIÓN LINEAL:" : PRINT
"EE="; EE: PRINT E# ; "EE1="; EE1;
824 IF EE<=EE1 THEN PRINT F# : GOTO 830
828 PRINT NF#
830 PRINT "MÁXIMA ENERGÍA TOTAL DE DEFORMACIÓN
":PRINT "WE=";WE: PRINT E# ; "WE1="; WE1;
834 IF WE<=WE1 THEN PRINT F# : GOTO 840
838 PRINT NF#
840 PRINT " MÁXIMA ENERGÍA DE DISTORSIÓN:" :
PRINT "WDE="; WDE: PRINT E# ; "WDE1="; WDE1;
844 IF WDE<=WDE1 THEN PRINT F# : GOTO 850
848 PRINT NF#
850 PRINT "MÁXIMO ESFUERZO CORTANTE

```

```
OCTAÉDRICO:": PRINT "TGE="; TGE: PRINT E#;
"TGE1="; TGE1;
854 IF TGE<=TGE1 THEN PRINT F# : GOTO 860
858 PRINT NF#
860 PRINT "Oprima la tecla RETURN para
continuar "; INPUT SN#
998 REM GRAFICAR EST. DE ESFUERZO ANALIZADO
1000 IF S1<>0 THEN 1020
1003 GRAPHICS 0: PRINT "VALOR DEL ESFUERZO
APLICADO: S1="; INPUT S1
1016 IF S1=0 THEN PRINT " NO EXISTE NINGUN
ESTADO DE ESFUERZO"
1018 IF S1=0 THEN PRINT " Oprima RETURN para
continuar " ; INPUT SN# : GOTO 1000
1020 R1=78 : H1=160+R1 : IF S1<0 THEN H1=160-R1
1025 GRAPHICS 8 : COLOR 1
1030 PLOT 0,0 : DRAWTO 319,0 : DRAWTO 319,159 :
DRAWTO 0,159 : DRAWTO 0,0:PLOT 160,0
1035 DRAWTO 160,160: PLOT 0,80: DRAWTO 319,80
1042 IF S1<0 THEN PRINT "COMPRESIÓN SIMPLE " :
PRINT " ESFUERZO MÁXIMO APLICADO S1 = "; S1
1044 IF S1>0 THEN PRINT "TRACCIÓN SIMPLE " :
PRINT " ESFUERZO MÁXIMO APLICADO S1 = "; S1
1046 IF SE<>0 THEN PRINT " ESFUERZO DE FLUENCIA
SE = "; SE
1050 FOR X=H1-R1 TO H1+R1 STEP 2
1055 R11=SGR(ABS((R1^2)-((X-H1)^2)))
```

```

1060 R11=R11/F11 : Y1=R11+K : Y2=K-R11
1075 PLOT X,Y1 : DRAWTO X,Y2 : NEXT
1090 PRINT " Oprima RETURN para continuar "; :
INPUT SN# : GOTO B0
2000 GRAPHICS 0 : SETCOLOR 1,141,5 : PRINT :
PRINT " ESFUERZO MONOAXIAL A ANALIZAR "
2205 PRINT : PRINT " 1.- TRACCIÓN SIMPLE "
2206 PRINT : PRINT " 2.- COMPRESIÓN SIMPLE"
2208 PRINT "3.- REGRESAR AL MENU PRINCIPAL"
2209 PRINT "Escoja su opción";:INPUT MENU4
2211 IF MENU4=1 THEN R=7B : H=160+R : GOTO 2500
2212 IF MENU4=2 THEN R=7B : H=160-R : GOTO 2500
2215 IF MENU4=3 THEN B0
2217 GOTO 2209
2500 GRAPHICS B : COLOR 1: PLOT 0,0 : DRAWTO
319,0 : DRAWTO 319,159 : DRAWTO 0,159 : DRAWTO
0,0
2530 PLOT 160,0 : DRAWTO 160,160
2540 PLOT 0,80 : DRAWTO 319,80
2600 FOR X=H-R TO H+R STEP 2
2610 R1=SQR(ABS((R^2)-((X-H)^2)))
2620 IF X<>H-R THEN 2635
2623 IF MENU4=1 THEN PRINT " TRACCIÓN SIMPLE :
El esfuerzo actuante es único y de tracción "
2628 IF MENU4=2 THEN PRINT "COMPRESIÓN SIMPLE :
El esfuerzo actuante es único y de compresión "
2635 R1=R1/F11 : Y1=R1+K : Y2=K-R1

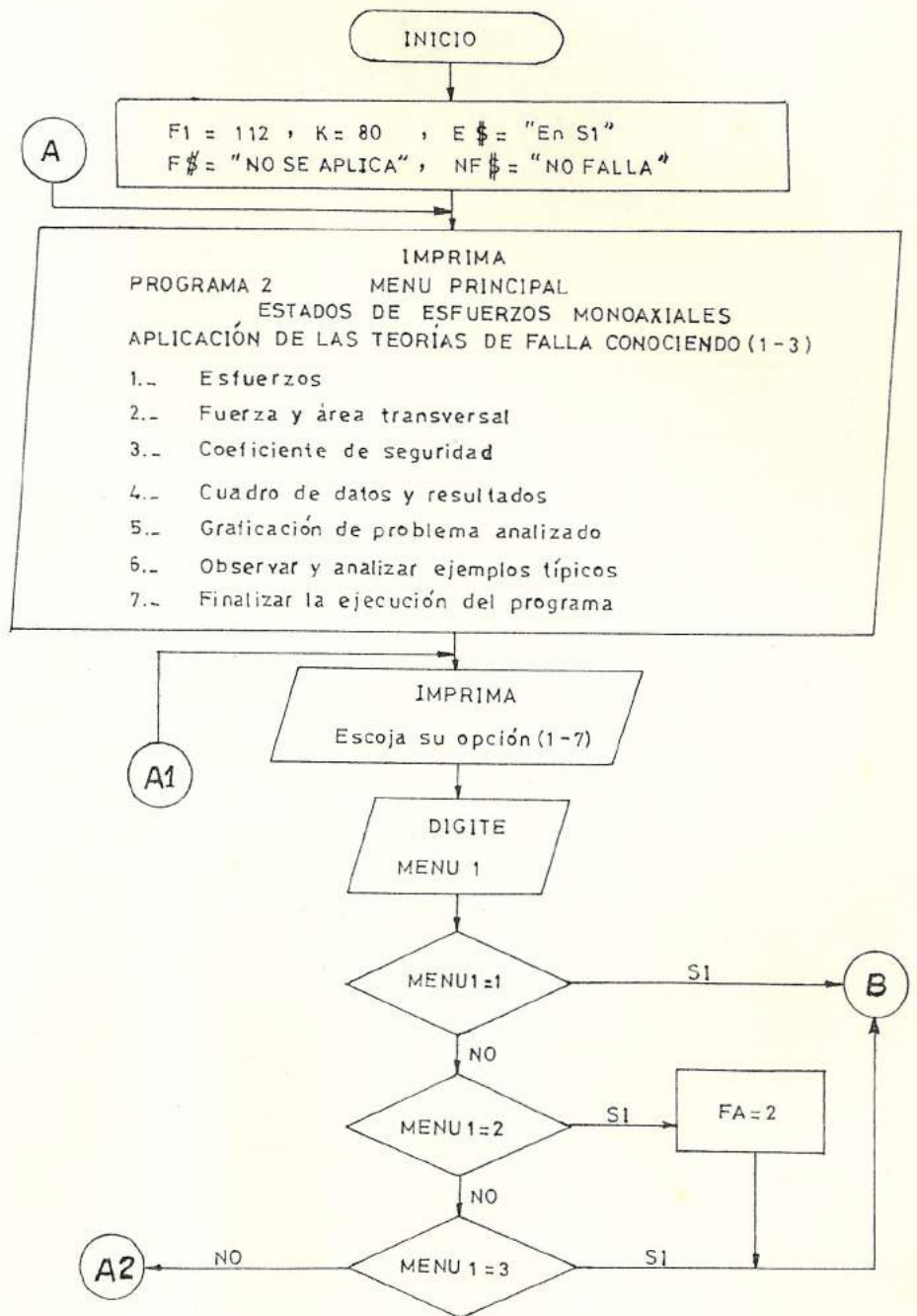
```

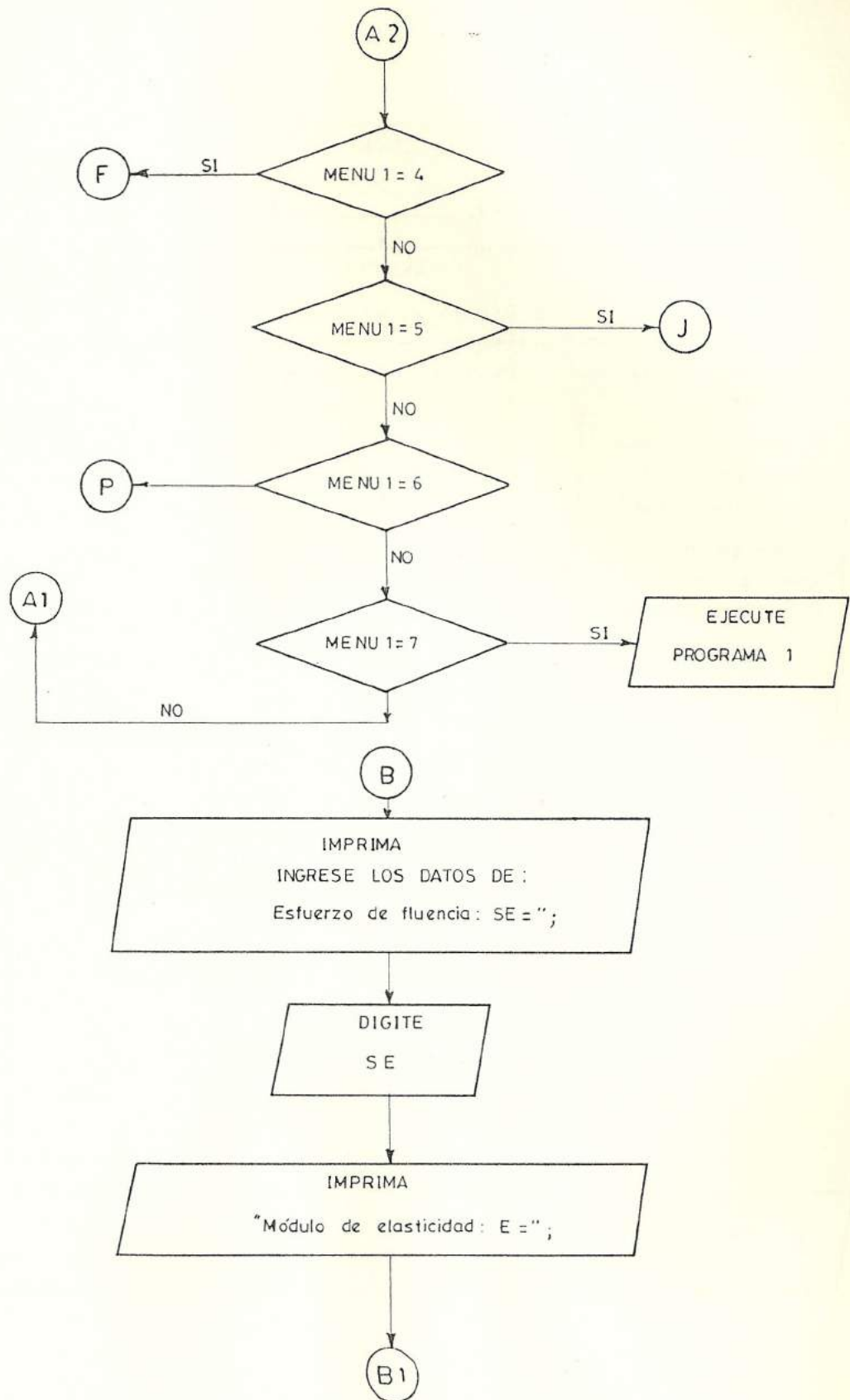

2660 PLOT X,Y1 : DRAWTO X,Y2 : NEXT X

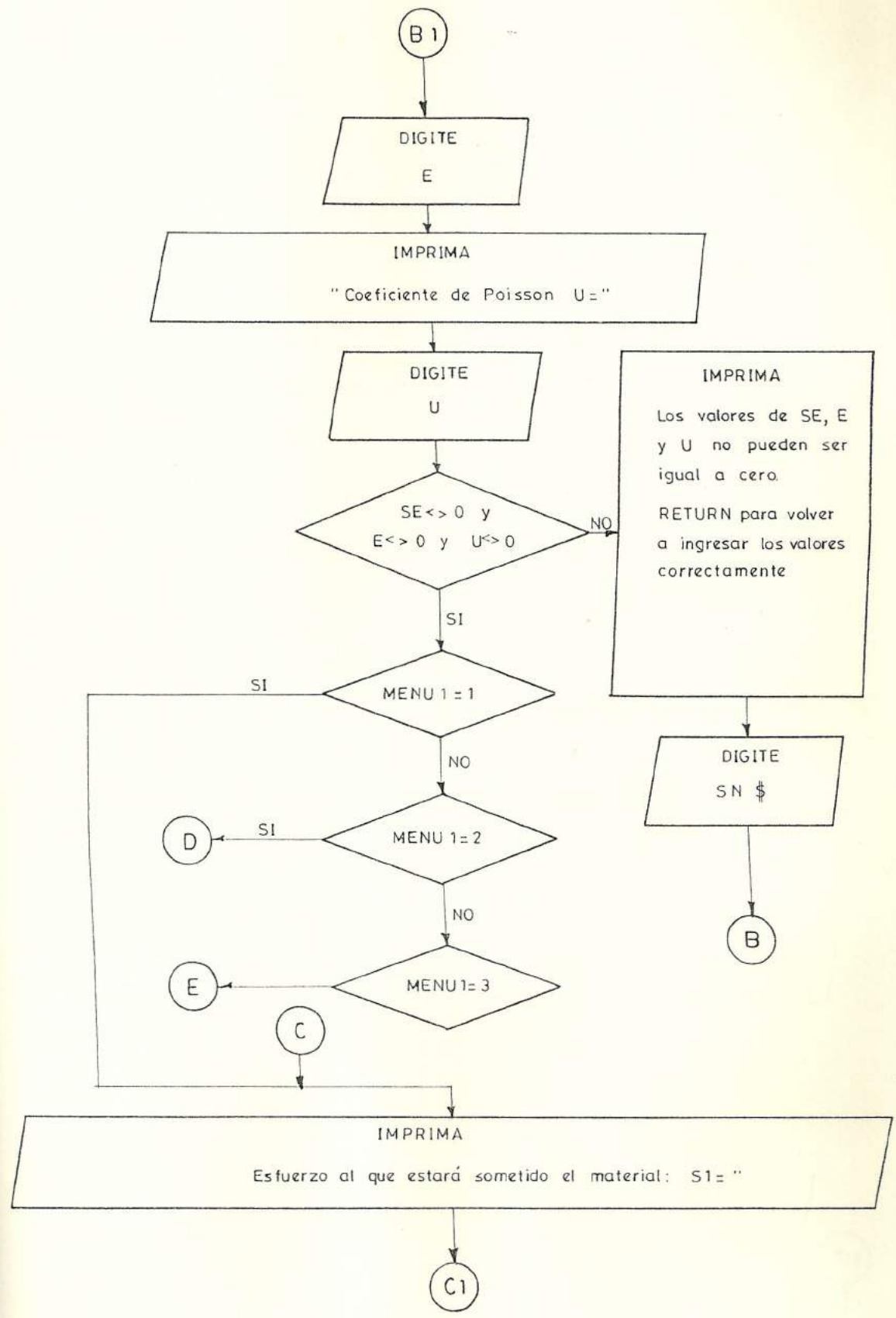
2700 PRINT " Oprima RETURN para continuar "; :

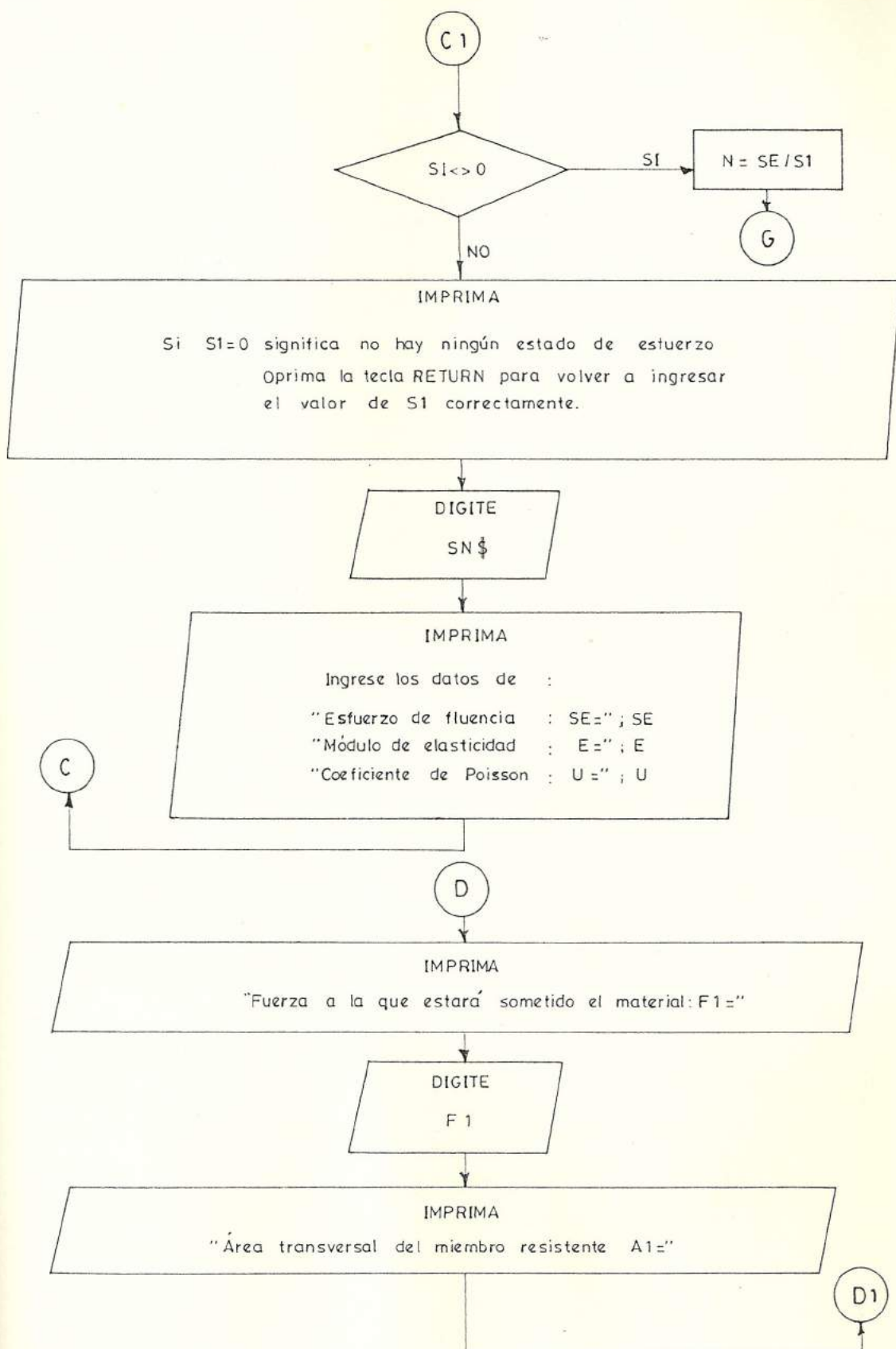
INPUT SN# : GOTO 2000

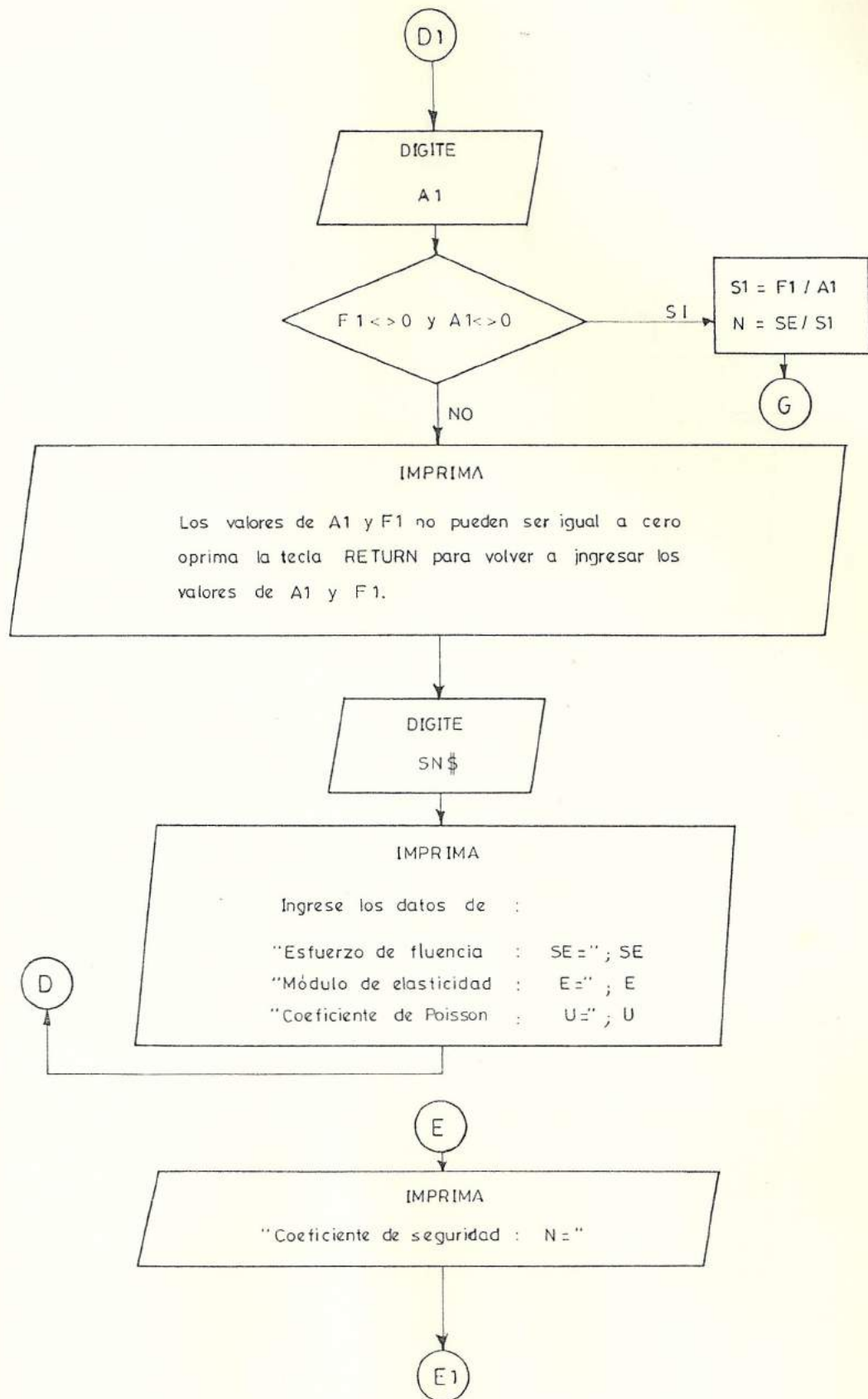
3.3.2. Diagrama de flujo

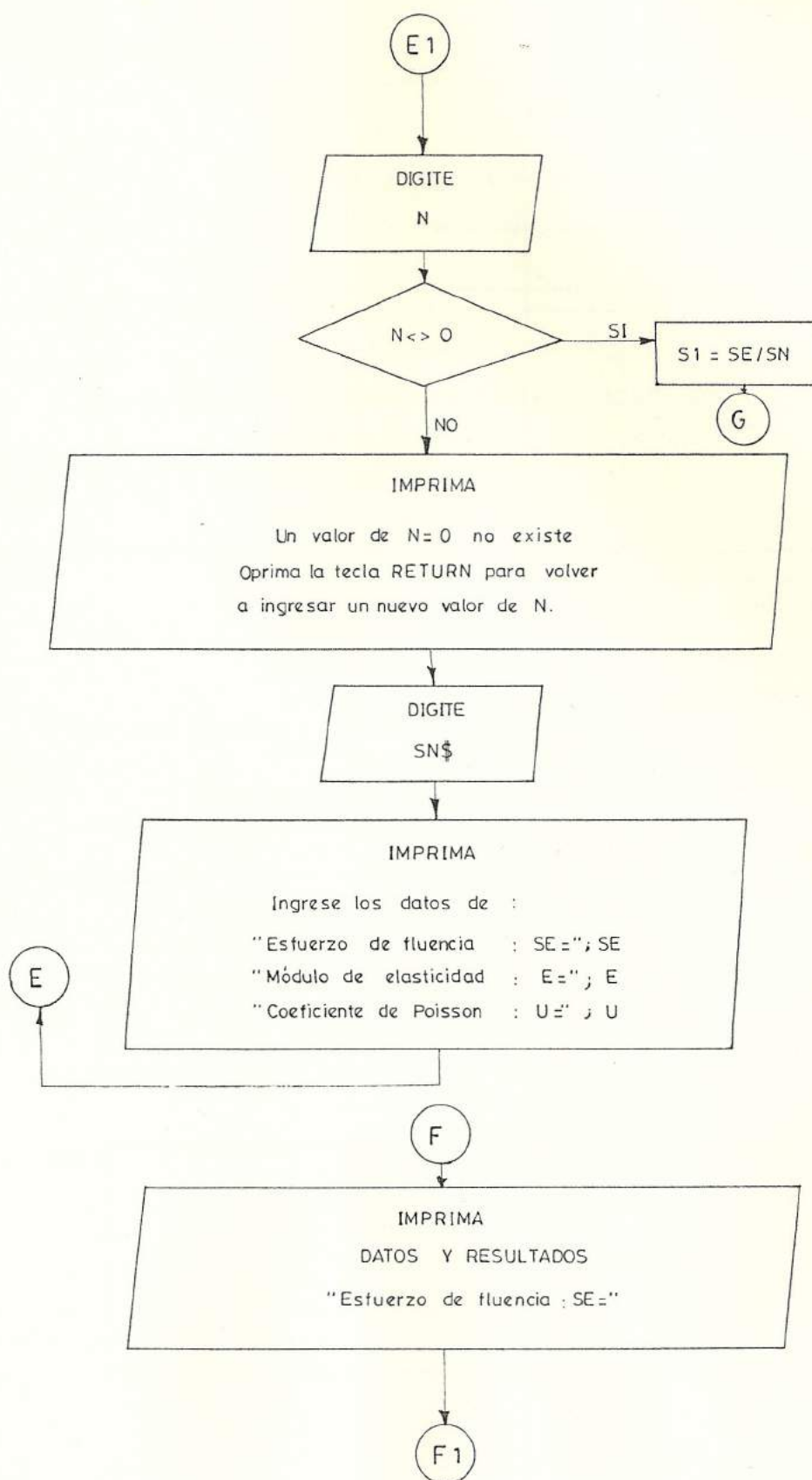


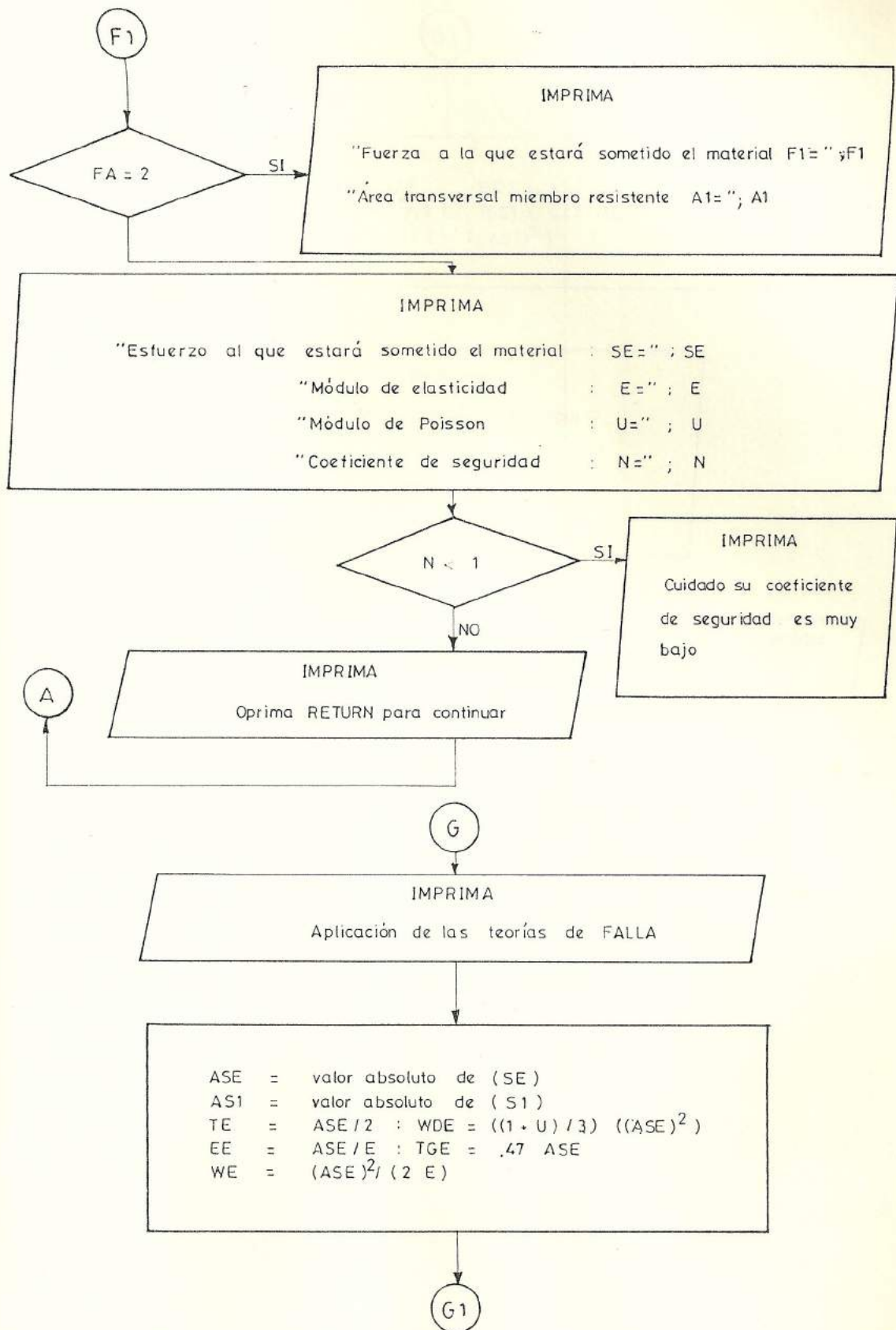


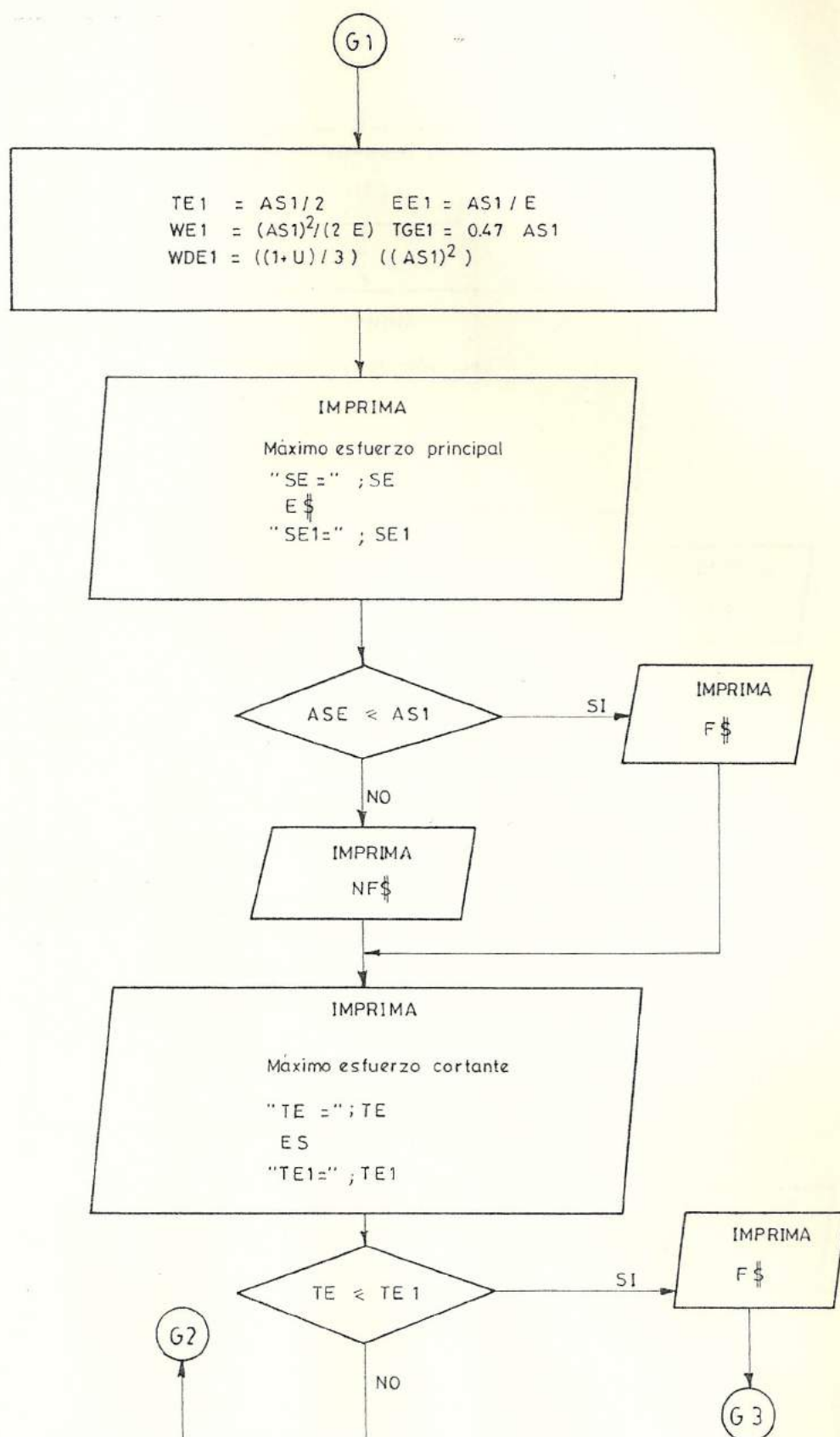


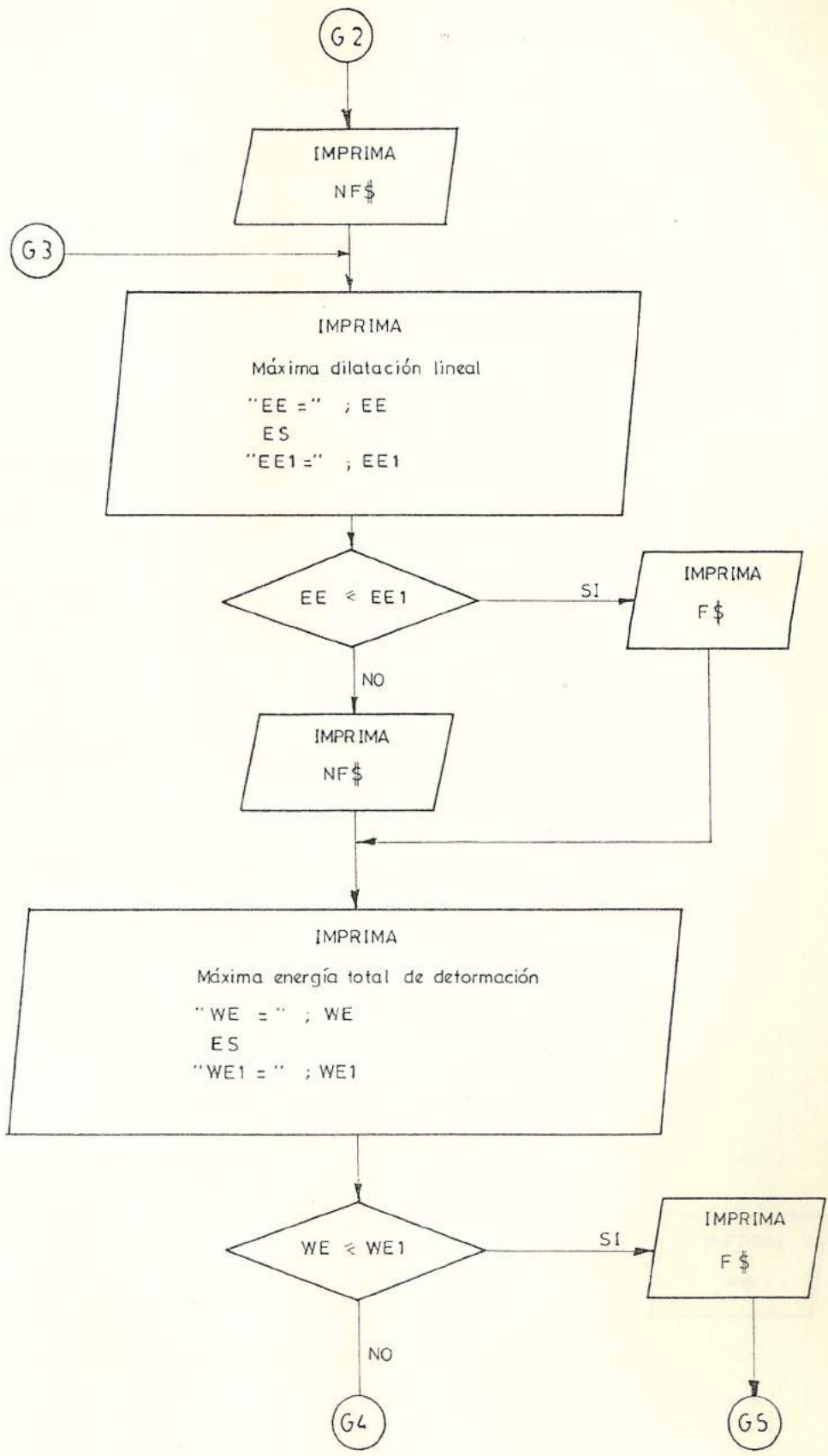


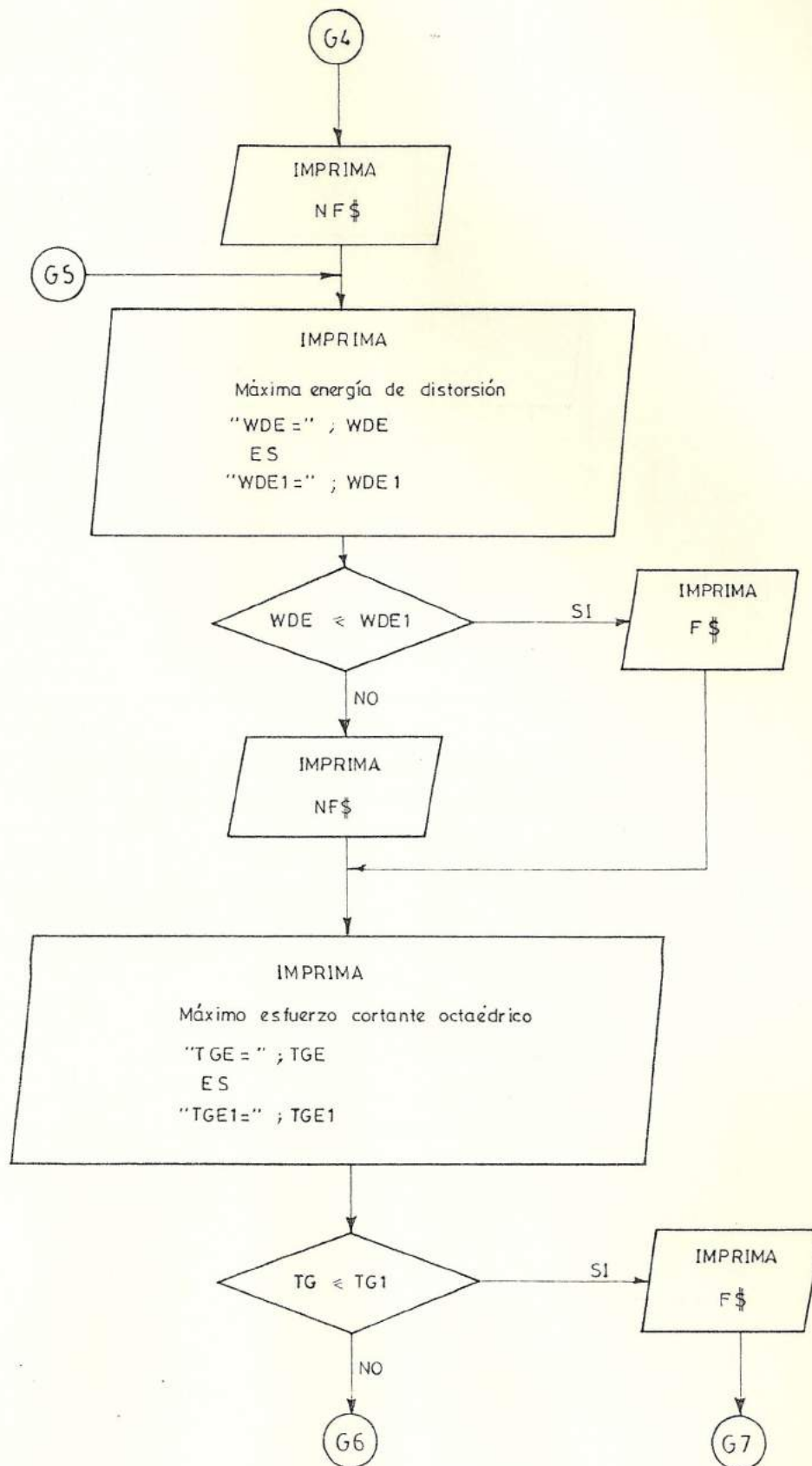


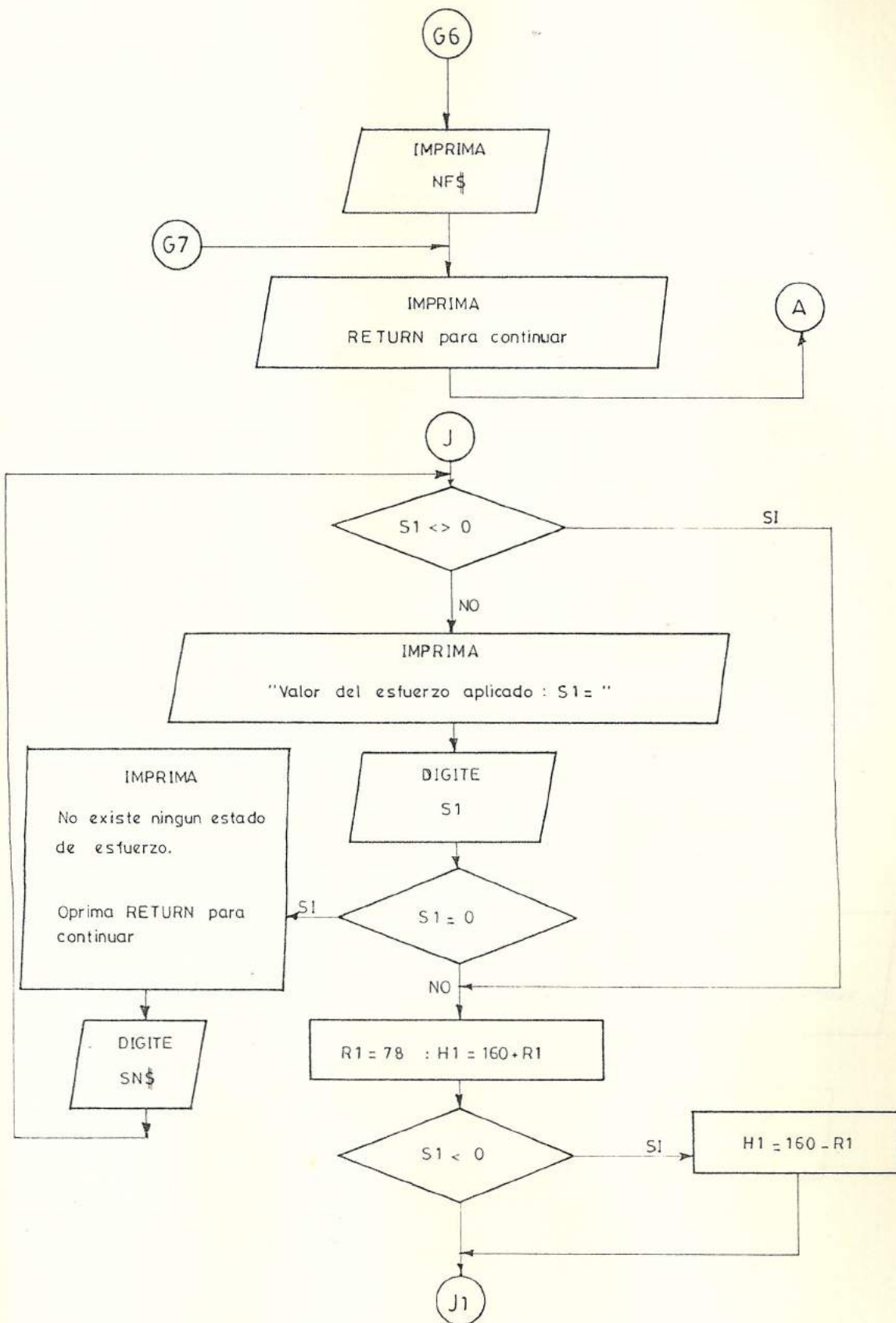


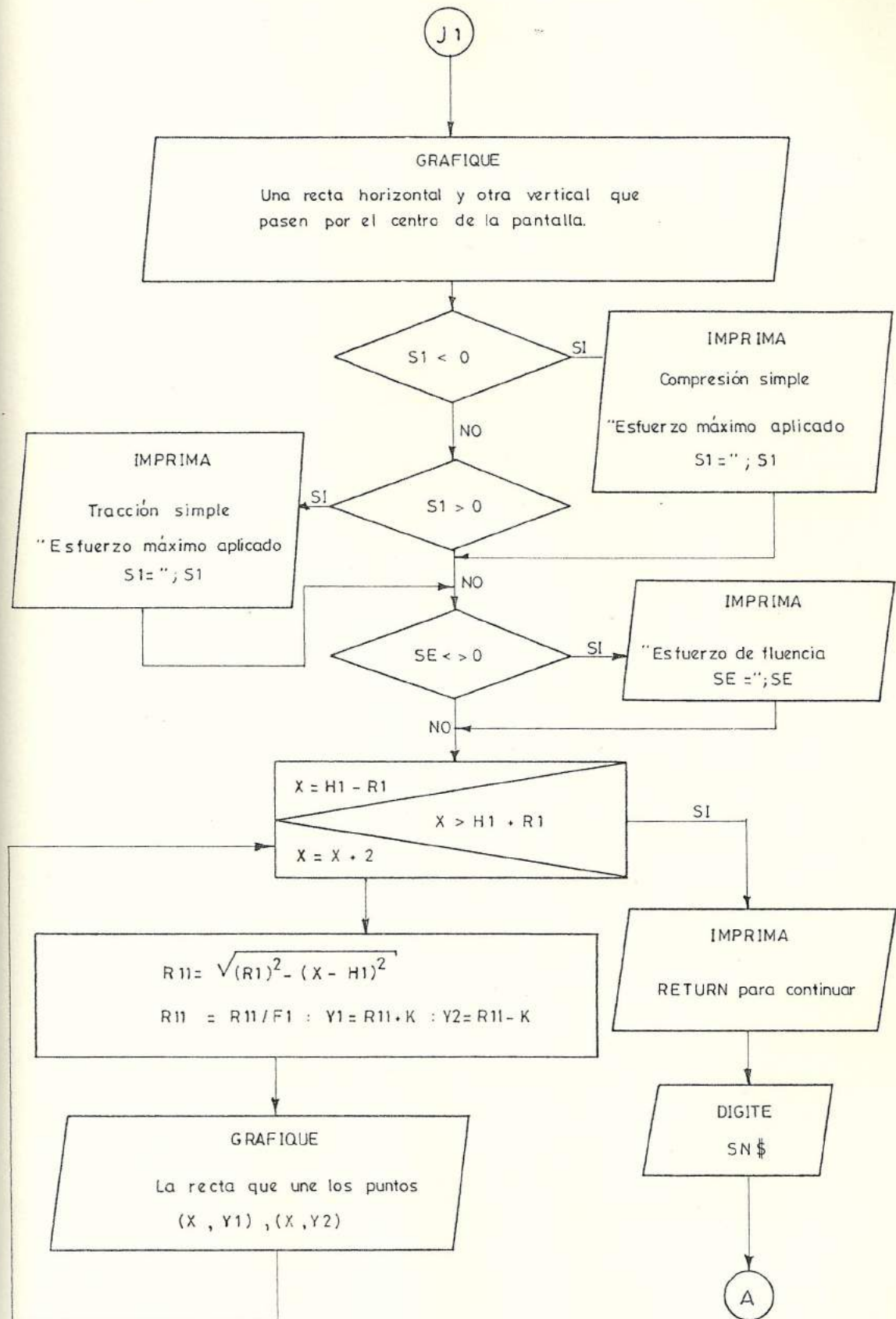


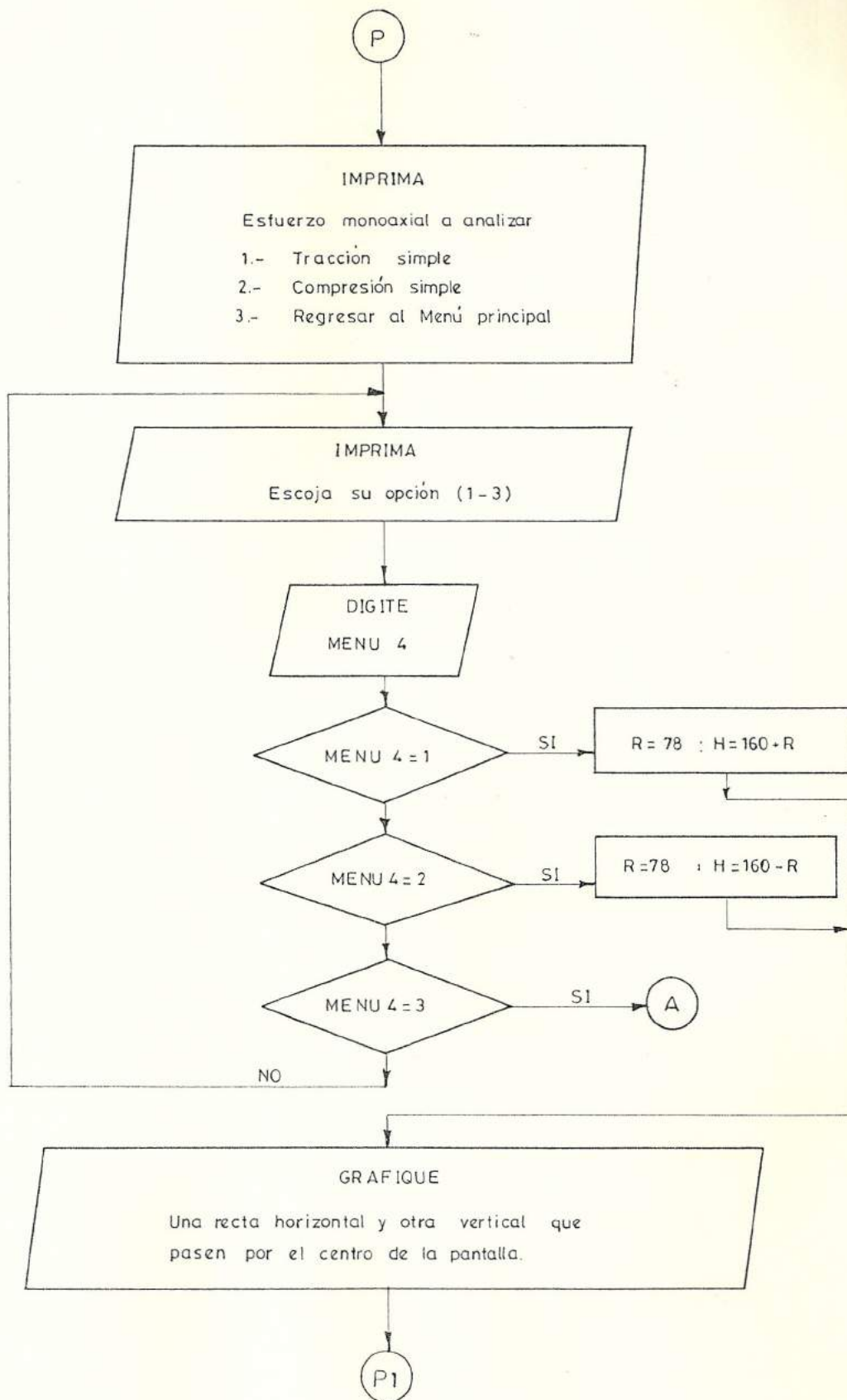


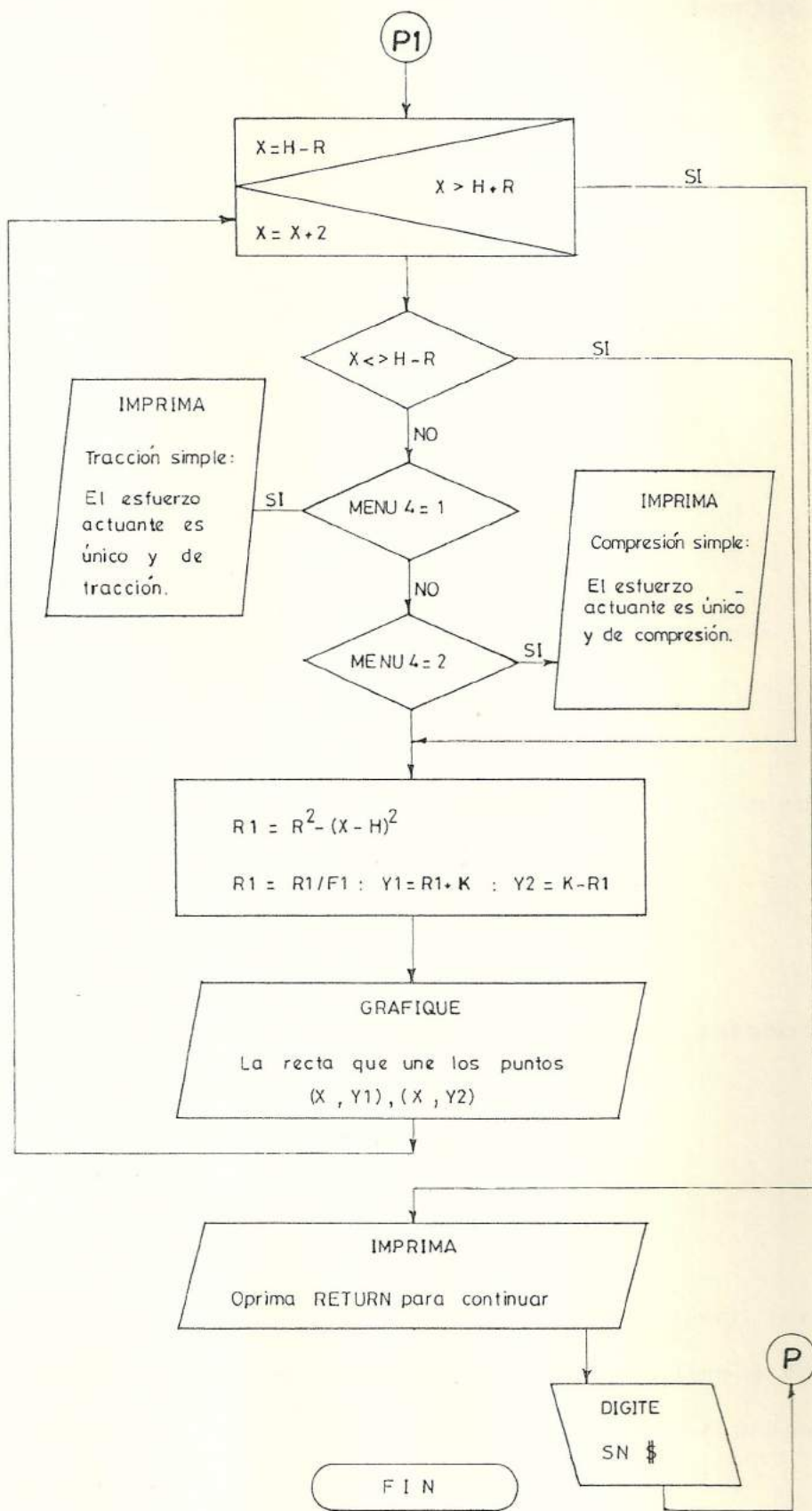












3.4. Diseño de elementos sometidos a esfuerzos bidimensionales

Este tipo de estado de esfuerzo es el más usual. El presente programa, calcula los esfuerzos principales, a partir de los esfuerzos normales y cortante.

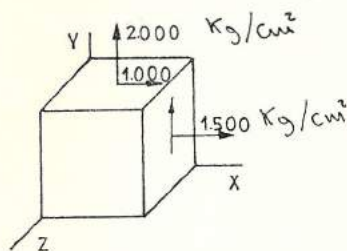


Fig. 3.3 Problema de estado bidimensional

Al iniciar la ejecución de este programa, tendremos:

MENU PRINCIPAL

Resolver un problema de estado de esfuerzo bidimensional (1-2)

- 1.- Conociendo los esfuerzos principales
- 2.- No se conocen los esfuerzos principales
- 3.- Observar la gráfica de ejemplos típicos de estados de esfuerzos bidimensionales
- 4.- Finalizar la ejecución del programa

Escoja su opción(1-4)

Lo que respecta a la opción 3, lo podemos revisar en el art. 3.2 (pag. 91) en la parte que corresponde a la Graficación de los Ejemplos de Esfuerzos Bidimensionales.

La opción 4, nos ayuda a regresar al PROGRAMA GENERAL, que con el cual se inició el trabajo (revisar art. 3.1 pag. 82).

Para resolver un problema como el de la fig. 3.3, y considerando que el material es Acero 30 no templado, escojemos la opción 1, y procedemos a ingresar los datos requeridos (el valor de los esfuerzos está dado en kg/cm^2), tendremos:

Ingreso de los valores(datos):

ESFUERZO TANGENCIAL: $T_{XY} = ? 1000$

ESFUERZO NORMAL EN EL SENTIDO X: $S_X = ? 1500$

ESFUERZO NORMAL EN EL SENTIDO Y: $S_Y = ? 2000$

A continuación tendremos los siguientes mensajes:

MENU 2

- 1.- Obtener el cuadro de datos y resultados
- 2.- Graficación del estado de esfuerzo analizado
- 3.- Aplicar las teorías de Falla
- 4.- Regresar al Menú principal

Escoja su opción(1-4)

AL escojer la opción 1 tendremos en pantalla:

CUADRO DE DATOS Y RESULTADOS

$S_X = 1500$

$S_Y = 2000$

TXY= 1000

RESULTADOS:

ESFUERZOS PRINCIPALES

S1 = 2780.77

S2 = 719.22

ESFUERZO TANGENCIAL MÁXIMO:

Tmax = 1030.17

DIRECCIONES PRINCIPALES:

ANG1:= 75.96 Grados

ANG2:= 255.96 Grados

Escojemos la opción 3, nos muestra en pantalla:

Aplicación de las Teorías de Falla

Ingrese los datos

Esfuerzo Máximo: S1= 27080.77

Esfuerzo de fluencia: SE=? 3300

Módulo de elasticidad: E=? 2000000

Coefficiente de Poisson: U=? .25

MÁXIMO ESFUERZO PRINCIPAL: SE=3300

EN S1: SE1=2780.77 NO FALLA

Máximo Esfuerzo Cortante: TE= 1650

EN S1: TMAX=1030.77 NO FALLA

Máxima Dilatación lineal : EE=1.65E-03

En S1: EE1=1.39038E-03 NO FALLA

Máxima Energía Total de Deformación: WE=2.722499

EN S1: WE1=1.93317 NO FALLA

Máxima Energía de Distorsión: WDE=2.268749

EN S1: WDE1=1.610975 NO FALLA

Máximo Esfuerzo Cortante Octaédrico : TGE=1551

En S1: TGE1=1306.96

NO FALLA

3.4.1. Aplicación de las teorías de falla

El programa tiene, las siguientes ordenes:

```

1 REM *****
3 REM *      PROGRAMA 2: BIDI      *
4 REM *      RESOLVER, ANALIZAR GRAFICAR      *
5 REM *      ESFUERZOS BIDIMENSIONALES      *
6 REM *      Realizado por: Raul Carrión      *
7 REM *      Dirigido por: Ing. J. Kalil      *
9 REM *****
60 DIM E$(20), F$(14), NF$(15), SN$(5)
64 E$=" En S1 : "
66 F$=" FALLA ": NF$ = "NO SE APLICA"
70 GRAPHICS 0 : SETCOLOR 1,14,15 : K=80 :
F1=1.12 : TXY=0
80 PRINT " MENU PRINCIPAL " : PRINT : PRINT
100 PRINT " RESOLVER UN PROBLEMA DE ESTADO DE
ESFUERZO BIDIMENSIONAL (1-2) "
101 PRINT: PRINT " 1.- CONOCIENDO LOS ESFUERZOS
PRINCIPALES "
102 PRINT: PRINT " 2.-NO SE CONOCEN LOS
ESFUERZOS PRINCIPALES "
103 PRINT "3.- OBSERVAR LA GRÁFICA DE EJEMPLOS
TÍPICOS DE ESTADOS DE ESFUERZOS

```

```
BIDIMENSIONALES"
108 PRINT: PRINT " 4.- FINALIZAR LA EJEDUCIÓN
DEL PROGRAMA "
130 PRINT "Escoja su opción(1-4)";:INPUT MENU1
142 IF MENU1=1 THEN 390
144 IF MENU1=2 THEN 180
146 IF MENU1=3 THEN 2000
153 IF MENU1=4 THEN RUN " D1 : ET"
154 GOTO 130
180 GRAPHICS 0 : SETCOLOR 1,14,15 : PRINT
187 REM DESDE LA SENTENCIA 190 HASTA 225 SIRVEN
PARA INGRESAR LOS VALORES DE SX,SY Y TXY
190 PRINT " INGRESO DE VALORES (datos)" : PRINT
198 PRINT " ESFUERZO TANGENCIAL: TXY =" ;:
INPUT TXY : PRINT
210 PRINT " ESFUERZO NORMAL EN EL SENTIDO X: SX
=" ;: INPUT SX : PRINT
220 PRINT " ESFUERZO NORMAL EN EL SENTIDO Y: SY
=" ;: INPUT SY : PRINT : PRINT
222 IF TXY<>0 OR SX<>0 OR SY<>0 THEN 250
224 PRINT " NO EXISTE NINGUN ESTADO DE
ESFUERZO" : PRINT : PRINT : PRINT : PRINT
226 PRINT " RETURN para volver a ingresar otra
vez los valores" ;: INPUT SN# : GOTO 180
240 REM TENEMOS LOS DATOS DE SX, SY, TXY Y
PROCEDEMOS A ENCONTRAR EL VALOR DE LOS
ESFUERZOS PRINCIPALES S1 Y S2
```

```

250 T1=SQR(ABS(((SX-SY)/2)^2)+((TXY)^2))
260 S1=((SX+SY)/2)+T1
264 S2=((SX+SY)/2)-T1
266 IF SGN(S1)=+1 THEN S1=S1+1.0E-3
268 IF SGN(S2)=+1 THEN S2=S2+1.0E-3
270 IF ABS(S1)<ABS(S2) THEN SS=S1: S1=S2: S2=SS
272 S1=(INT(S1*100))/100
274 S2=(INT(S2*100))/100
388 REM SENTENCIAS 390-490 CUANDO SE CONOCEN
LOS ESFUERZOS PRINCIPALES
390 GRAPHICS 0 : SETCOLOR 1,14,15 : PRINT
400 PRINT " INGRESE EL VALOR DE LOS ESFUERZOS
PRINCIPALES" :PRINT : PRINT : PRINT
410 PRINT "ESFUERZO PRINCIPAL S1=";: INPUT TR1
420 PRINT "ESFUERZO PRINCIPAL S2=";: INPUT TR2
430 IF TR1<>0 OR TR2<>0 THEN 455
440 PRINT "NO EXISTE NINGUN ESTADO DE ESFUERZO"
450 PRINT " RETURN para volver a ingresar otra
vez los valores" ;: INPUT SN$: GOTO 390
455 S1=TR1 : S2=TR2
458 IF ABS(TR1)<ABS(TR2) THEN S1=TR2 : S2=TR1
466 SX=S1 : SY=S2
500 REM CONOCIDOS: S1,S2,SX,SY,TXY; RADIO Y
CENTRO DE CIRCUNFERENCIA; VOLVEMOS A MENU2
504 TMAX=ABS(S1-S2)/2:TMAX=INT(100*TMA)/100
506 GRAPHICS 0:SETCOLOR 1,14,15:PRINT "MENU 2"
510 PRINT : PRINT : PRINT " 1.- OBTENER EL

```

```
CUADRO DE DATOS Y RESULTADOS"
512 PRINT : PRINT " 2.- GRAFICACIÓN DEL ESTADO
DE ESFUERZO ANALIZADO"
514 PRINT "3.- APLICAR LAS TEORÍAS DE FALLA"
518 PRINT "4.- REGRESAR AL MENU PRINCIPAL"
520 PRINT "Escoja su opción(1-4)";:INFUT MENU2
524 IF MENU2=1 THEN 550
526 IF MENU2=2 THEN 600
528 IF MENU2=3 THEN 3000
530 IF MENU2=4 THEN 70
534 GOTO 520
549 REM DESDE 550 HASTA 599 OBTENDREMOS EL
CUADRO DE DATOS Y RESULTADOS
550 GRAPHICS 0 : SETCOLOR 1,14,15 : PRINT "
CUADRO DE DATOS Y RESULTADOS"
554 PRINT : PRINT " DATOS "
555 PRINT : PRINT " ESFUERZOS NORMALES "
556 PRINT " SX = ";SX ;" SY = ";SY
560 PRINT : PRINT " ESFUERZO TANGENCIAL"
562 PRINT " TXY = "; TXY
564 PRINT : PRINT " RESULTADOS ": PRINT
565 PRINT " ESFUERZOS PRINCIPALES "
566 PRINT : PRINT " S1 = ";S1
568 PRINT " S2 = ";S2
570 PRINT : PRINT " ESFUERZO TANGENCIAL MÁXIMO"
574 PRINT " Tmax = ";TMAX : PRINT
576 DEG: DIR= ATN((-2*TXY)/(SX-SY))
```

```

578 PRINT "Direcciones Principales:": PRINT
"ANG.1:="; DIR; "GRADOS": PRINT "ANG. 2:=";
DIR+180; "GRADOS"
580 PRINT "RETURN para continuar": INPUT
SN#: GOTO 506
599 REM SENTENCIAS 600-699 GRAFICAR RESULTADOS
600 REM E= ESCALA DEL DIBUJO
601 E=ABS(S1-S2)/159 : IF SGN(S1)=SGN(S2) THEN
E=ABS(S1)/140
602 IF S1<>S2 THEN 612
603 GRAPHICS 2
605 PRINT #6 : PRINT #6; " LA GRÁFICA DE MOHR ES
UN PUNTO EN S1 = "; S1
606 PRINT " ESFUERZOS PRINCIPALES "
607 PRINT " S1 = "; S1 , " S2 = "; S2
610 PRINT : PRINT : PRINT " RETURN para
continuar " ;: INPUT SN# : GOTO 506
612 R1=ABS(S1-S2)/2 : RE=R1/E :
HE=((S1+S2)/(2*E)) +160
613 GRAPHICS 8 : COLOR 1
614 PRINT " ESFUERZOS PRINCIPALES ": PRINT
615 PRINT " S1 = "; S1 , " S2 = "; S2
620 PLOT 160,0 : DRAWTO 160,160
625 PLOT 161,0 : DRAWTO 161,160
630 PLOT 0,80 : DRAWTO 319,80
635 PLOT 0,0 : DRAWTO 319,0 : DRAWTO 319,159 :
DRAWTO 0,159 : DRAWTO 0,0

```

```
638 PLOT 1,0 : DRAWTO 1,159 : PLOT 318,0 :  
DRAWTO 318,159  
640 FOR X=HE-RE TO HE+RE STEP 3  
642 IF ABS(X-160)<3 THEN NEXT X  
644 SQ1=SQR(ABS((RE^2)-(X-HE)^2))  
648 SQ1=SQ1/F1 : Y1=K+SQ1 : Y2=K-SQ1  
660 PLOT X,Y1 : DRAWTO X,Y2 : NEXT X  
700 PRINT "RETURN para continuar";: INPUT SN$:  
GOTO 506  
1999 REM SENTENCIAS 2000-2998 GRAFICACIÓN DE  
EJEMPLOS DE ESFUERZOS BIDIMENSIONALES  
2000 GRAPHICS 0 : SETCOLOR 1,14,15 : PRINT "  
ESFUERZO BIDIMENSIONAL A ANALIZAR" : PRINT  
2056 PRINT " a.- ESFUERZOS PUROS " : PRINT  
2058 PRINT "1.- COMPRESIÓN BIDIMENSIONAL"  
2060 PRINT " 2.- TRACCIÓN BIDIMENSIONAL "  
2070 PRINT : PRINT " b.- ESFUERZOS MIXTOS  
(tracción - compresión)"  
2072 PRINT : PRINT " 3.- ESFUERZO DE COMPRESIÓN  
MAYOR AL DE TRACCIÓN ": PRINT  
2074 PRINT " 4.- TORSIÓN PURA ": PRINT  
2076 PRINT " 5.- ESFUERZO DE COMPRESIÓN MENOR  
AL DE TRACCIÓN ": PRINT  
2080 PRINT "6.- REGRESAR AL MENU PRINCIPAL"  
2082 PRINT:PRINT " Elija su opción (1-6) ":  
INPUT MENU3  
2084 IF MENU3=1 OR MENU3=2 OR MENU3=3 OR
```

```
MENU3=4 OR MENU3=5 THEN GRAPHICS 8 : COLOR 1
2086 IF MENU3=1 THEN R=60 : H=10+R : PRINT "
COMPRESIÓN BIDIMENSIONAL" : GOTO 2900
2088 IF MENU3=2 THEN R=70 : H=240 : PRINT "
TRACCIÓN BIDIMENSIONAL" : GOTO 2900
2090 IF MENU3=3 THEN R=80 : H=40+R : PRINT "
ESFUERZO BIDIMENSIONAL MIXTO (tracción -
compresión)" : GOTO 2900
2092 IF MENU3=4 THEN R=80 : H=160 : PRINT "
TORSION PURA; 1.- UN ESFUERZO ES DE TRACCIÓN Y
OTRO DE COMPRESIÓN" : GOTO 2900
2094 IF MENU3=5 THEN R=80 : H=200 : PRINT "
ESFUERZO BIDIMENSIONAL MIXTO (tracción -
compresión) : GOTO 2900
2095 IF MENU3=6 THEN 70
2099 GOTO 2082
2899 REM GRAFICACIÓN DE EJEMPLOS TÍPICOS DE
ESTADOS DE ESFUERZOS BIDIMENSIONALES
2900 PLOT 160,0 : DRAWTO 160,160
2910 PLOT 161,0 : DRAWTO 161,160
2930 PLOT 0,80 : DRAWTO 319,80
2932 PLOT 0,0 : DRAWTO 319,0 : DRAWTO 319,159 :
DRAWTO 0,159 : DRAWTO 0,0
2950 FOR X=H-R TO H+R STEP 2
2951 IF ABS(X-160)<3 THEN NEXT X
2952 R1=SQRT(ABS((R^2)-((X-H)^2)))
2954 IF= X(>)(H-R)+20 THEN 2970
```



```
2956 IF MENU3=1 THEN PRINT " 1.- LOS ESFUERZOS
ACTUANTES SON DE COMPRESIÓN 2.- AMBOS SON
DIFERENTES DE CERO"
```

```
2958 IF MENU3=3 THEN PRINT : PRINT " 1.- UN
ESFUERZO ES DE COMPRESIÓN Y OTRO DE TRACCIÓN"
```

```
2960 IF MENU3=4 THEN PRINT "2.-AMBOS TIENEN
IGUAL VALOR NUMÉRICO 3.-EL CÍRCULO DE MOHR
OCUPA LA PARTE CENTRAL DEL DIAGRAMA DE
ESFUERZOS"
```

```
2962 IF MENU3=5 THEN PRINT : PRINT " 1.- UN
ESFUERZO ES DE COMPRESIÓN Y OTRO DE TRACCIÓN"
```

```
2964 IF MENU3=2 THEN PRINT " 1.- LOS ESFUERZOS
ACTUANTES SON DE TRACCIÓN 2.- AMBOS SON
DIFERENTES DE CERO"
```

```
2970 R1=R1/F1 : Y1=K+R1 : Y2=K-R1
```

```
2978 PLOT X,Y1 : DRAWTO X,Y2 : NEXT X
```

```
2985 IF MENU3<>1 OR MENU3<>2 THEN 2990
```

```
2987 PRINT " 3.- SI AMBOS SON DE IGUAL VALOR LA
GRÁFICA DE MOHR SE CONVIERTE EN UN PUNTO"
```

```
2990 IF MENU3=3 THEN PRINT " 2.- EL ESFUERZO DE
TRACCIÓN ES MENOR AL DE COMPRESIÓN"
```

```
2992 IF MENU3=5 THEN PRINT " 2.- EL ESFUERZO DE
TRACCIÓN ES MAYOR AL DE COMPRESIÓN"
```

```
2994 PRINT " RETURN para continuar " ; INPUT
```

```
SN4 : GOTO 2000
```

```
2999 REM SENTENCIAS 3000-4000 APLICACIÓN DE LAS
TEORÍAS DE FALLA
```

```

3000 GRAPHICS 0 : SETCOLOR 1,14,15 : PRINT "
INGRESE LOS DATOS"

3010 PRINT "ESFUERZO MÁXIMO: S1=";S1: PRINT
3030 PRINT "ESFUERZO DE FLUENCIA:SE=";;INPUT SE
3048 PRINT "MÓDULO DE ELASTICIDAD:E=";;INPUT E
3050 PRINT "COEFICIENTE DE POISSON:U=";;INPUT U
3052 IF SE<>0 AND E<>0 AND U<>0 THEN 3060
3054 PRINT : PRINT " Ninguno de los valores de
SE E y U pueden ser igual a cero (0)"
3056 PRINT : PRINT : PRINT " RETURN para
continuar ";; INPUT SN#: GOTO 3000

3060 ASE=ABS(SE) : AS1=ABS(S1) : E=ABS(E) :
U=ABS(U) : N=INT(100*ASE/AS1)/100
3065 PRINT "COEFICIENTE DE SEGURIDAD: N=";N
3070 TE=ASE/2 : TE=INT(100*TE)/100
3075 EE=ASE/E : EE=INT(1E+10*EE)/1E+10
3080 WE=(ASE^2)/(2*E) : WE=INT(1E+6*WE)/1E+6
3085 WDE=((1+U)/3)*((ASE^2)/E) :
WDE=INT(1E+6*WDE)/1E+6
3090 TBE=0.47*ASE : TBE=INT(100*TBE)/100
3100 EE1=AS1/E : EE1=INT(1E+10*EE1)/1E+10
3105 WE1=(S1^2)/(2*E) : WD1=INT(1E+6*WD1)/1E+6
3100 WDE1=((1+U)/3)*(((AS1^2)/E) :
WDE1=INT(1E+6*WDE1)/1E+6
3115 TBE1=0.47*AS1 : TBE1=INT(100*TBE1)/100
3140 PRINT "RETURN para continuar";;INPUT SN#
3145 CONT : GRAPHICS 0 : SETCOLOR 1,14,15

```

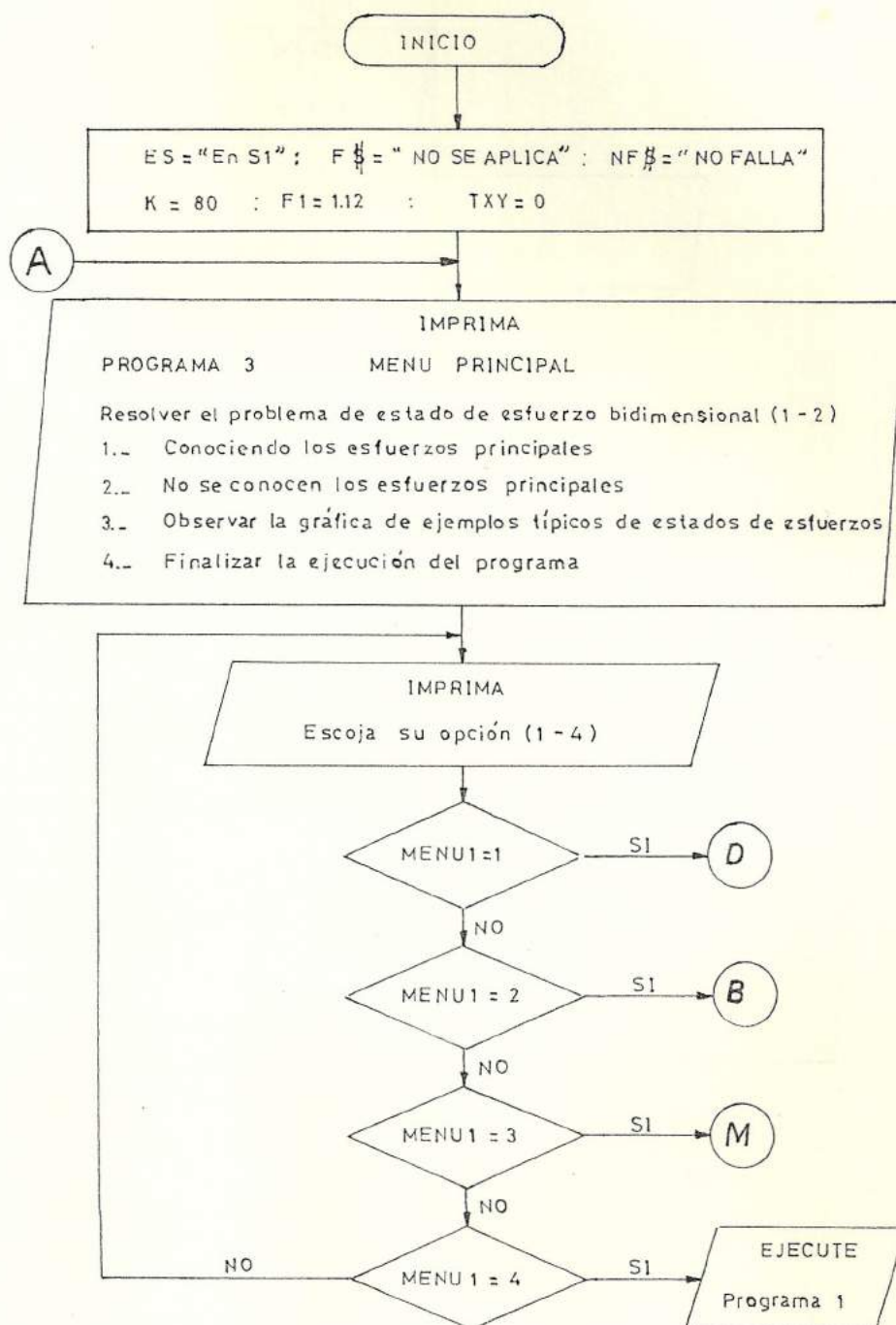
```
3150 PRINT "APLICACIÓN DE LAS TEORÍAS DE FALLA"
3160 PRINT "MÁXIMO ESFUERZO PRINCIPAL: "; PRINT
"SE = "; SE : PRINT E# ;" SE1 = "; S1;
3165 IF ASE<=AS1 THEN PRINT F# : GOTO 3180
3170 PRINT NF#
3180 PRINT " MÁXIMO ESFUERZO CORTANTE :"; PRINT
"TE = "; TE : PRINT E# ;" TMAX = "; TMAX;
3190 IF TE<=TMAX THEN PRINT F# : GOTO 3200
3195 PRINT NF#
3200 PRINT "MÁXIMA DILATACIÓN LINEAL :"; PRINT
" EE = "; EE : PRINT E# ;" EE1 = "; EE1;
3210 IF EE<=EE1 THEN PRINT F#;GOTO 3220
3215 PRINT NF#
3220 PRINT " MÁXIMA ENERGÍA TOTAL DE
DEFORMACIÓN :"; PRINT "WE = "; WE : PRINT E# ;"
WE1 = "; WE1;
3230 IF WE<=WE1 THEN PRINT F# : GOTO 3240
3235 PRINT NF#
3240 PRINT "MÁXIMA ENERGÍA DE DISTORSIÓN :";
PRINT " WDE="; WDE : PRINT E# ;"WDE1 = "; WDE1;
3250 IF WDE<=WDE1 THEN PRINT F# : GOTO 3260
3255 PRINT NF#
3260 PRINT " MÁXIMO ESFUERZO CORTANTE
OCTAÉDRICO :"; PRINT " TGE = "; TGE : PRINT E#
;" TGE1 = "; TGE1;
3270 IF TGE<=TGE1 THEN PRINT F# : GOTO 3280
3275 PRINT NF#
```

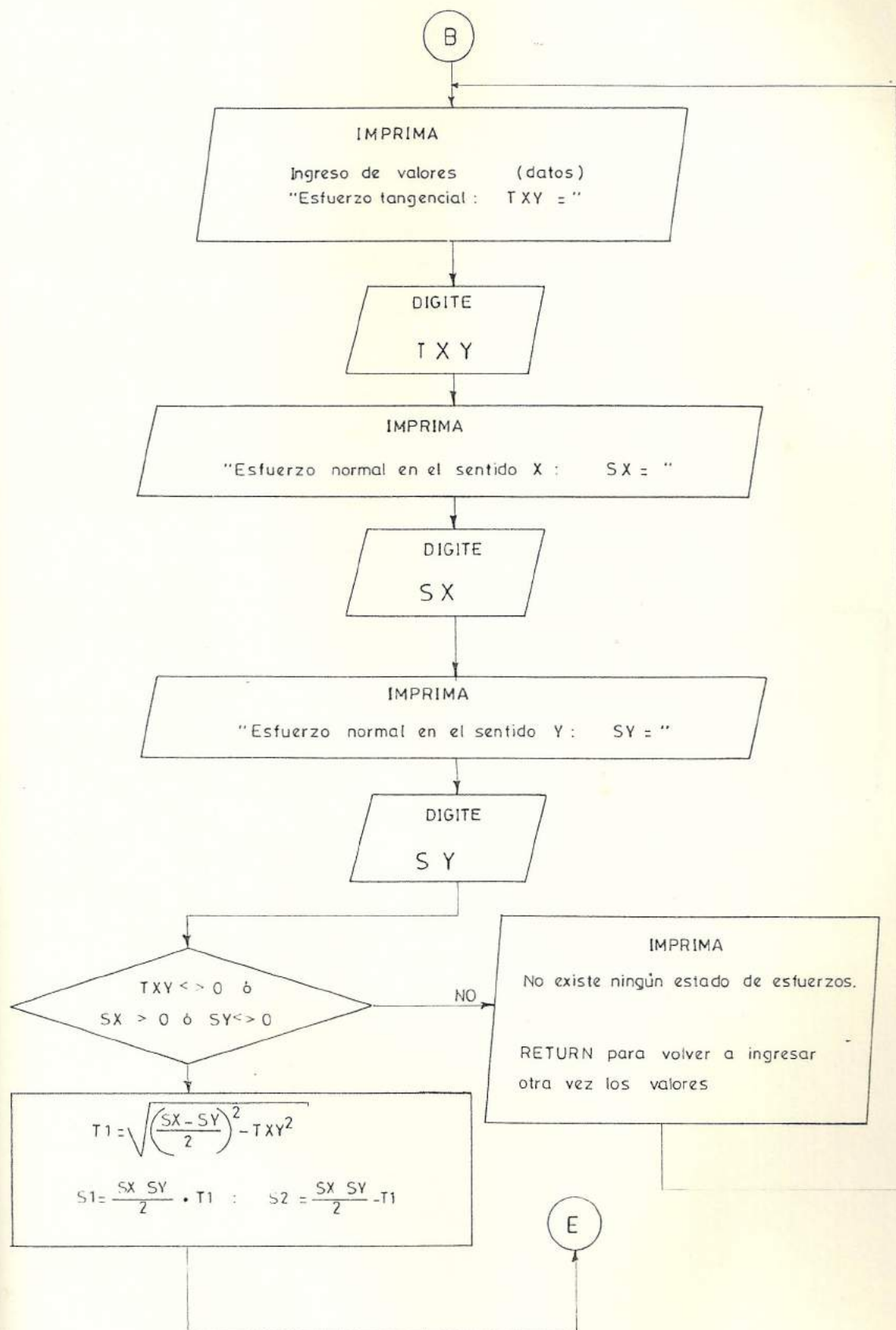
```

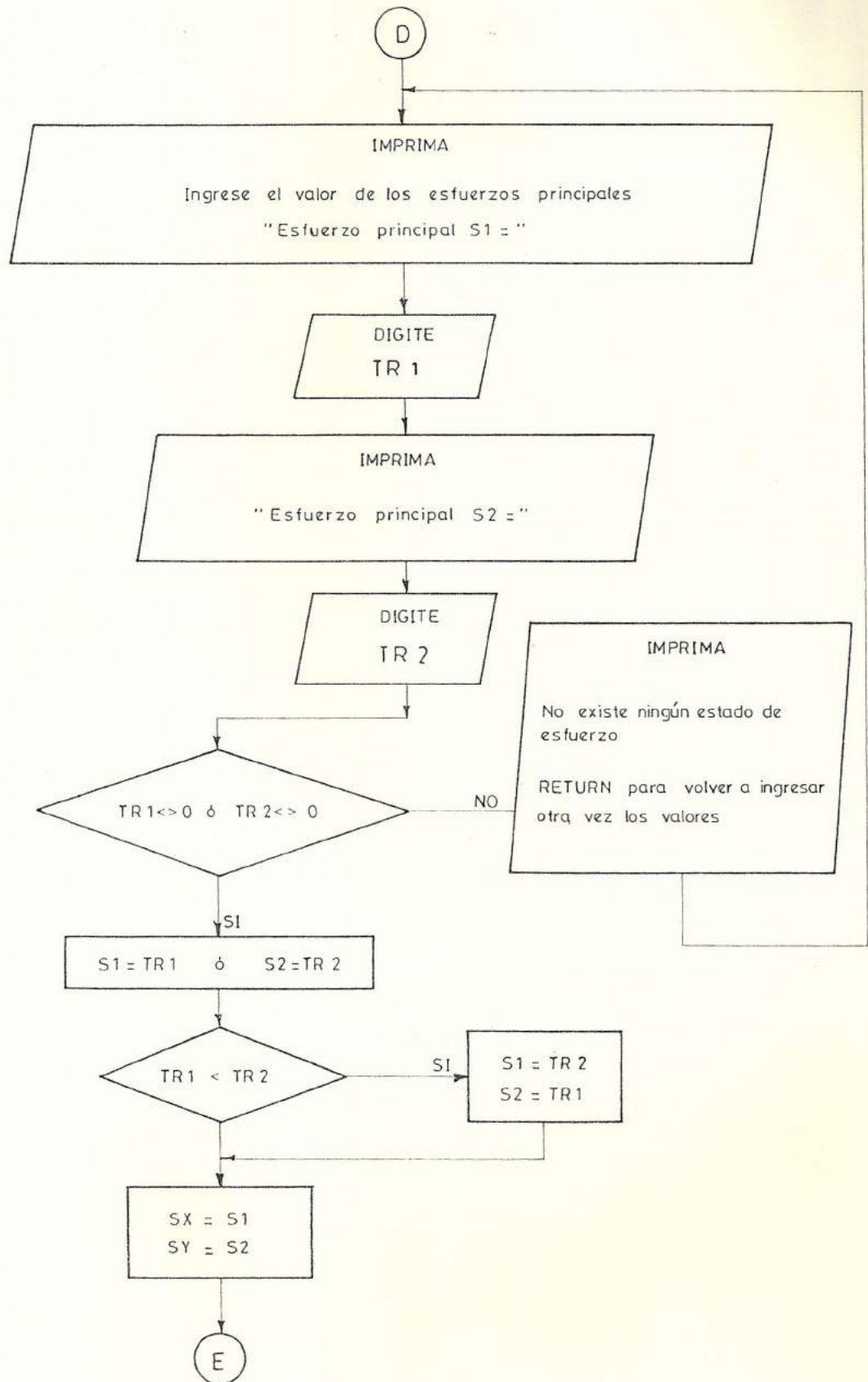
3280 PRINT: PRINT " RETURN para continuar"; :
INPUT SN#: GOTO 506

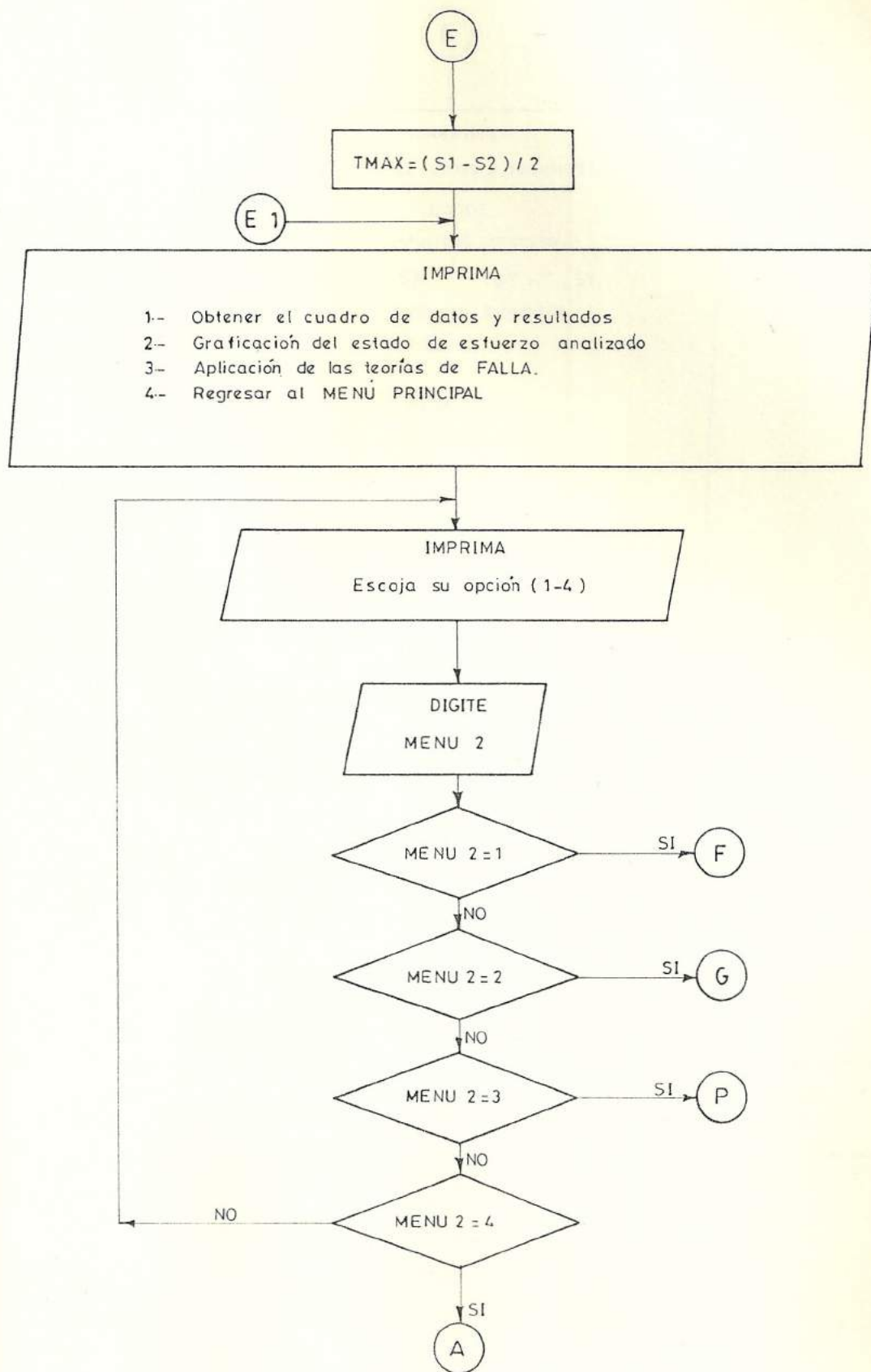
```

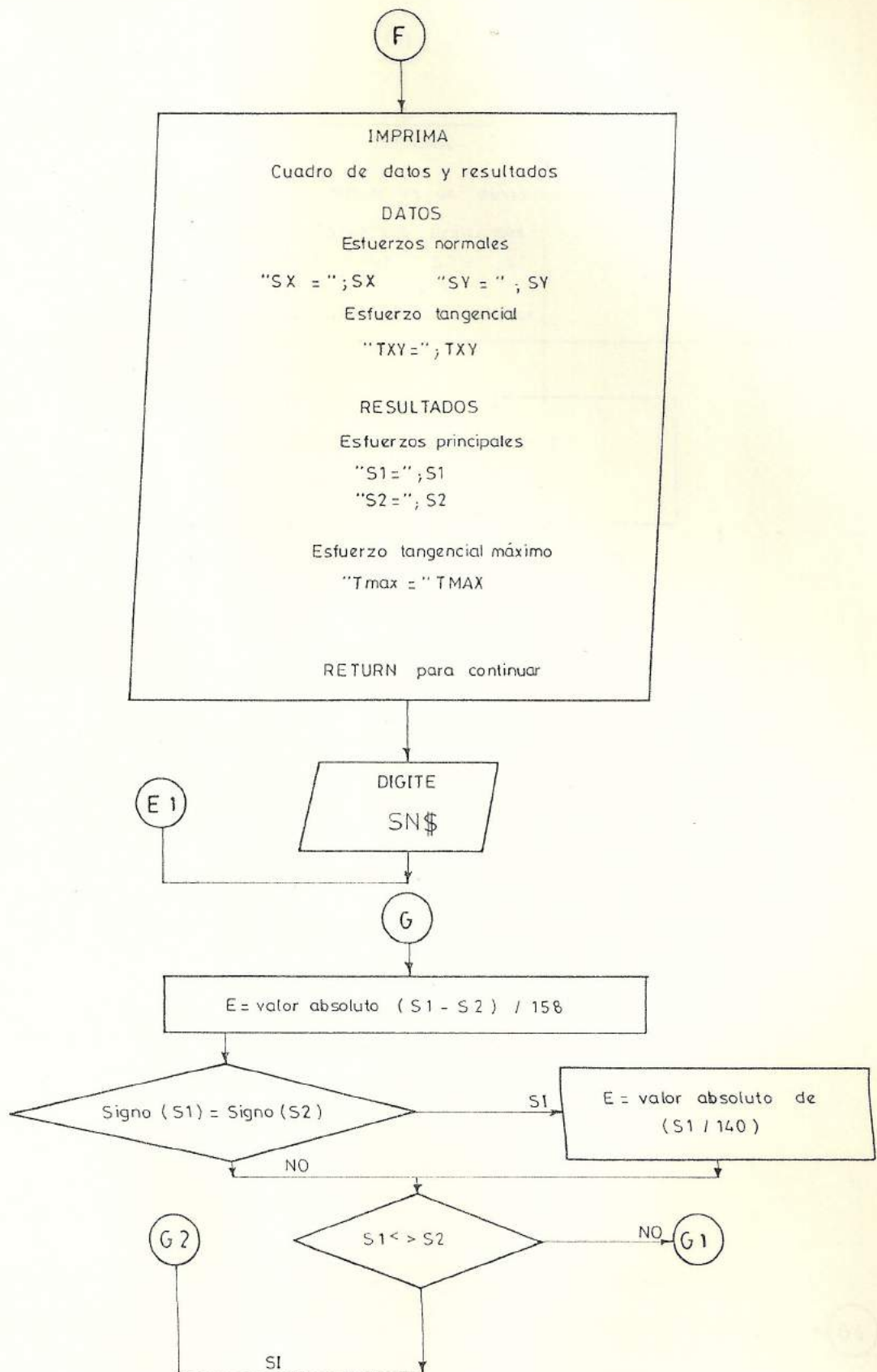
3.4.2. Diagrama de flujo

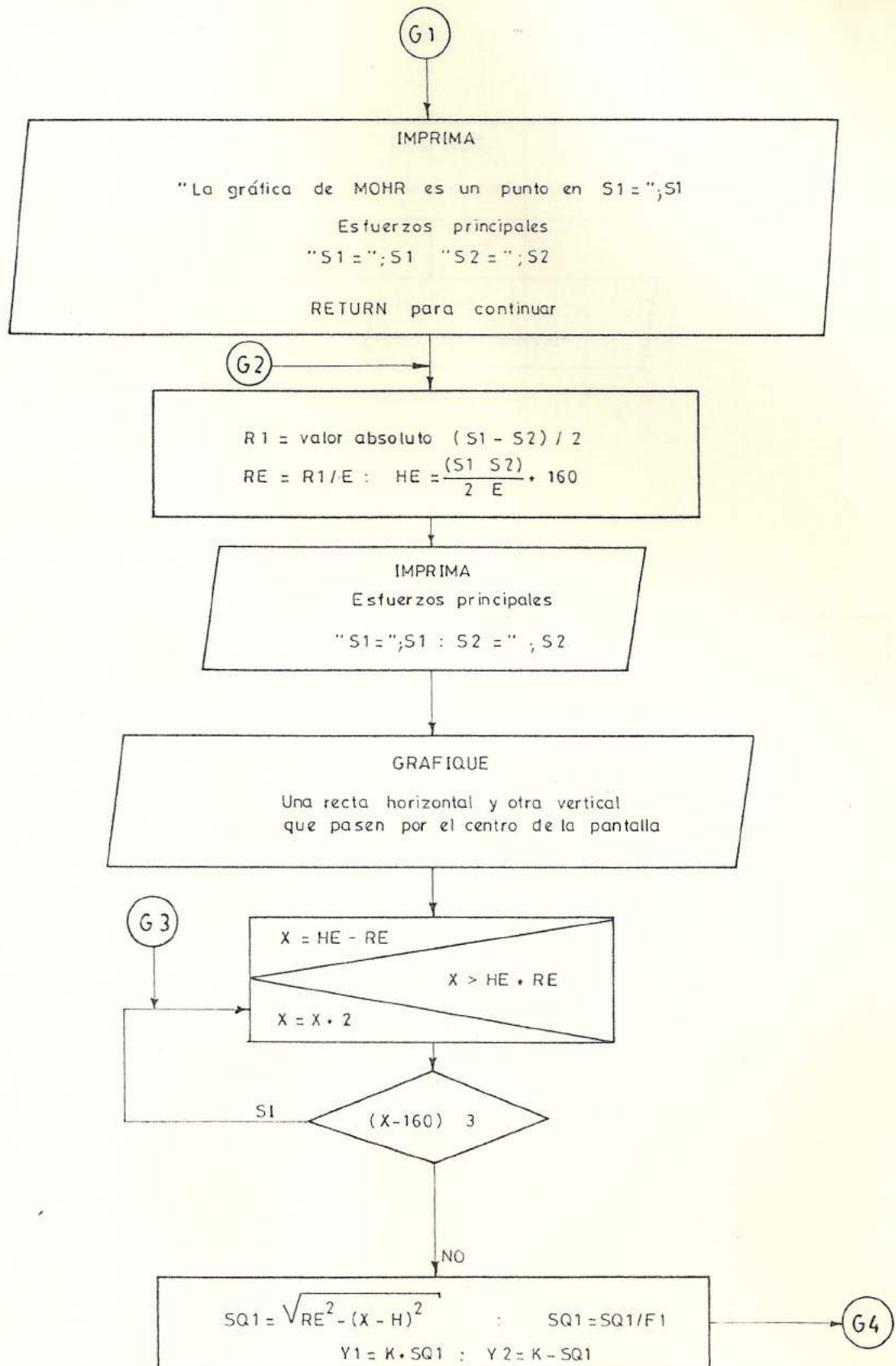


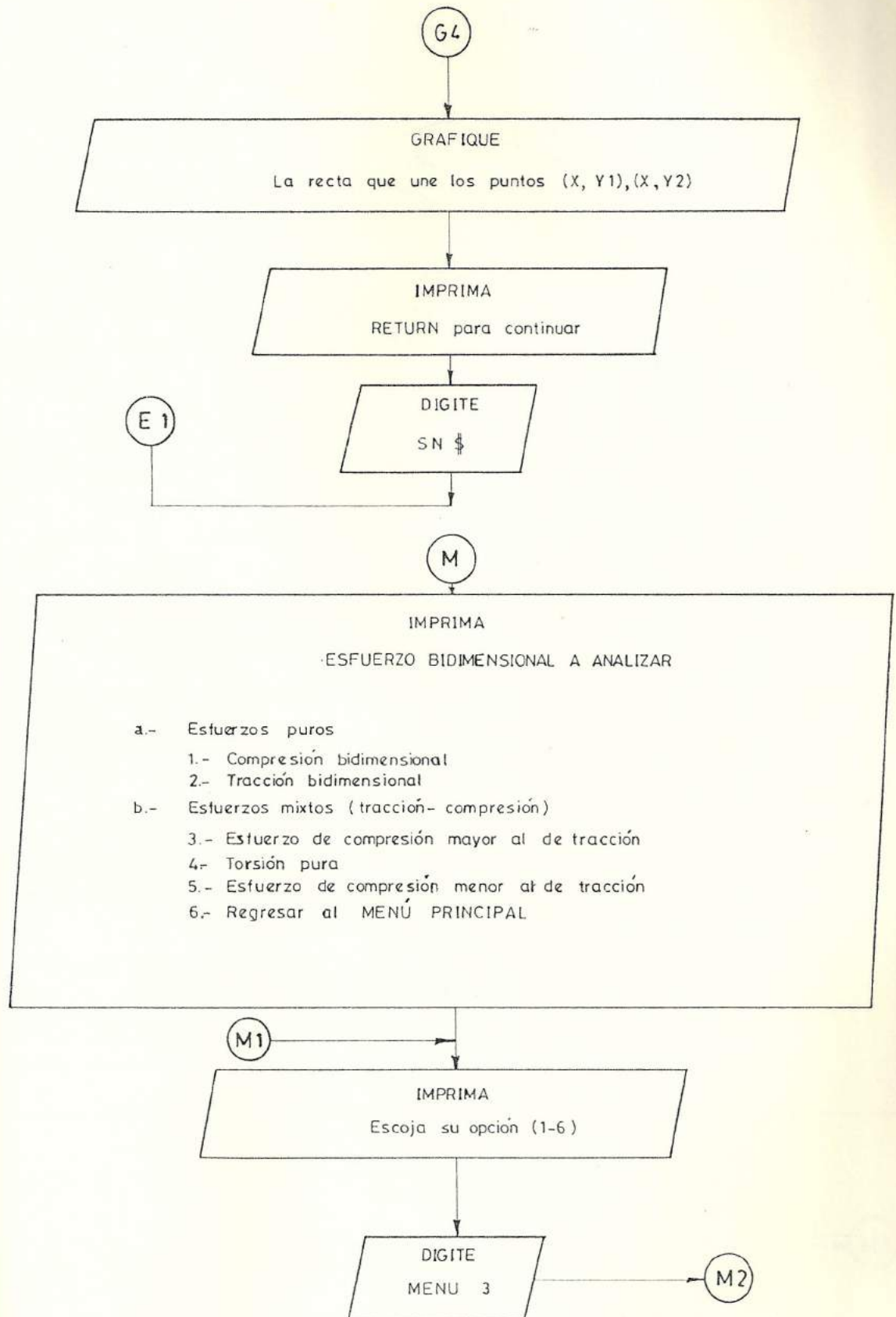


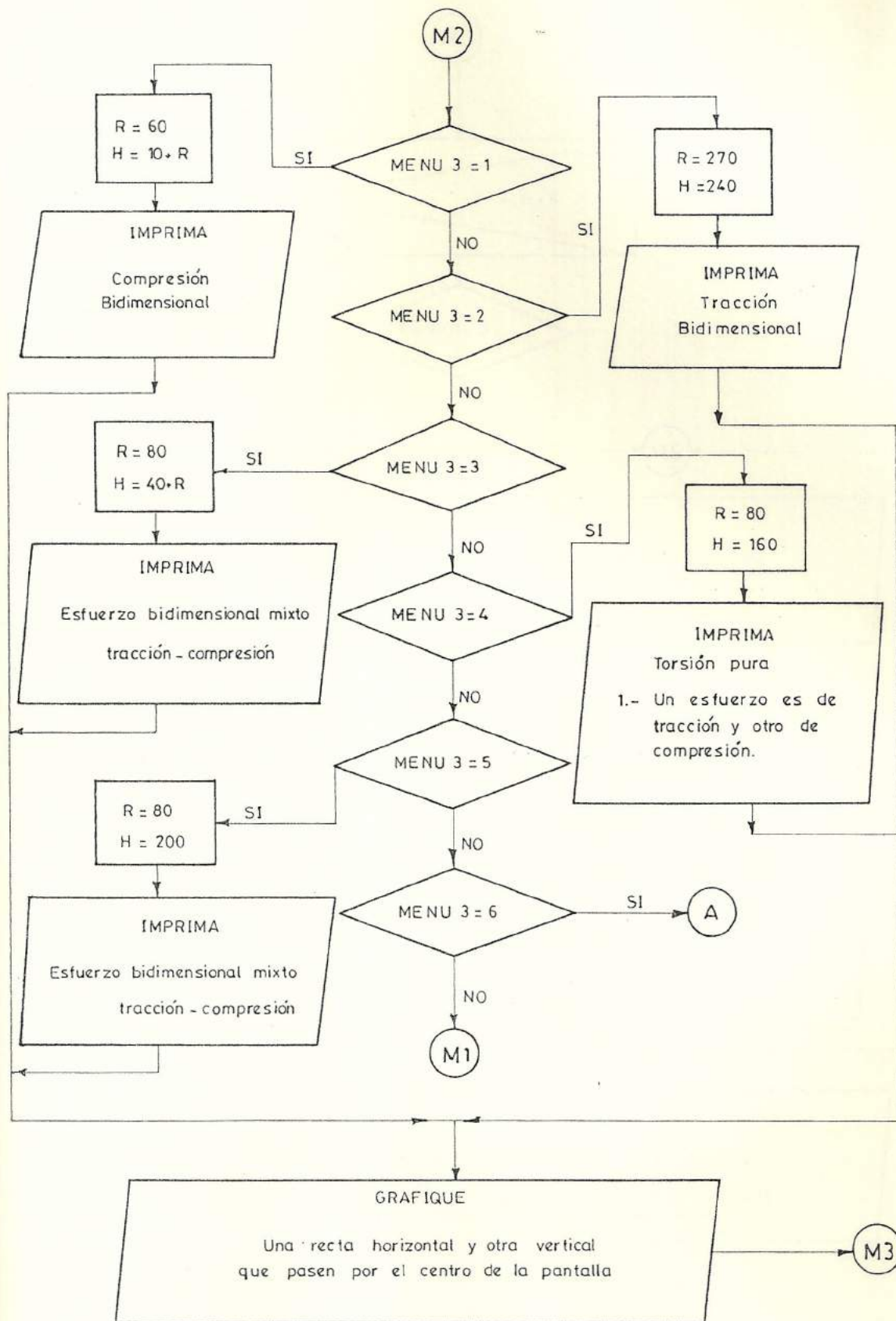


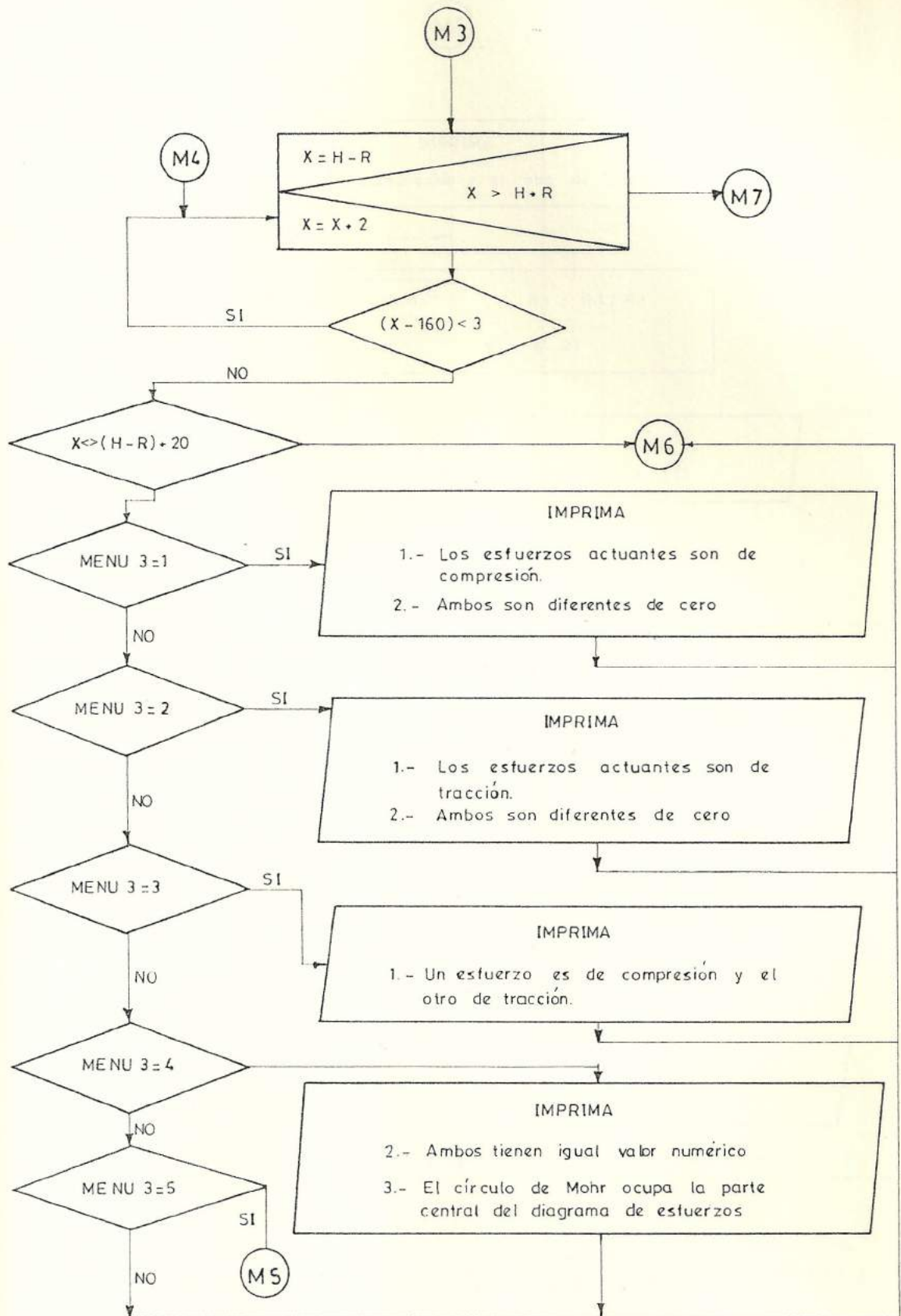


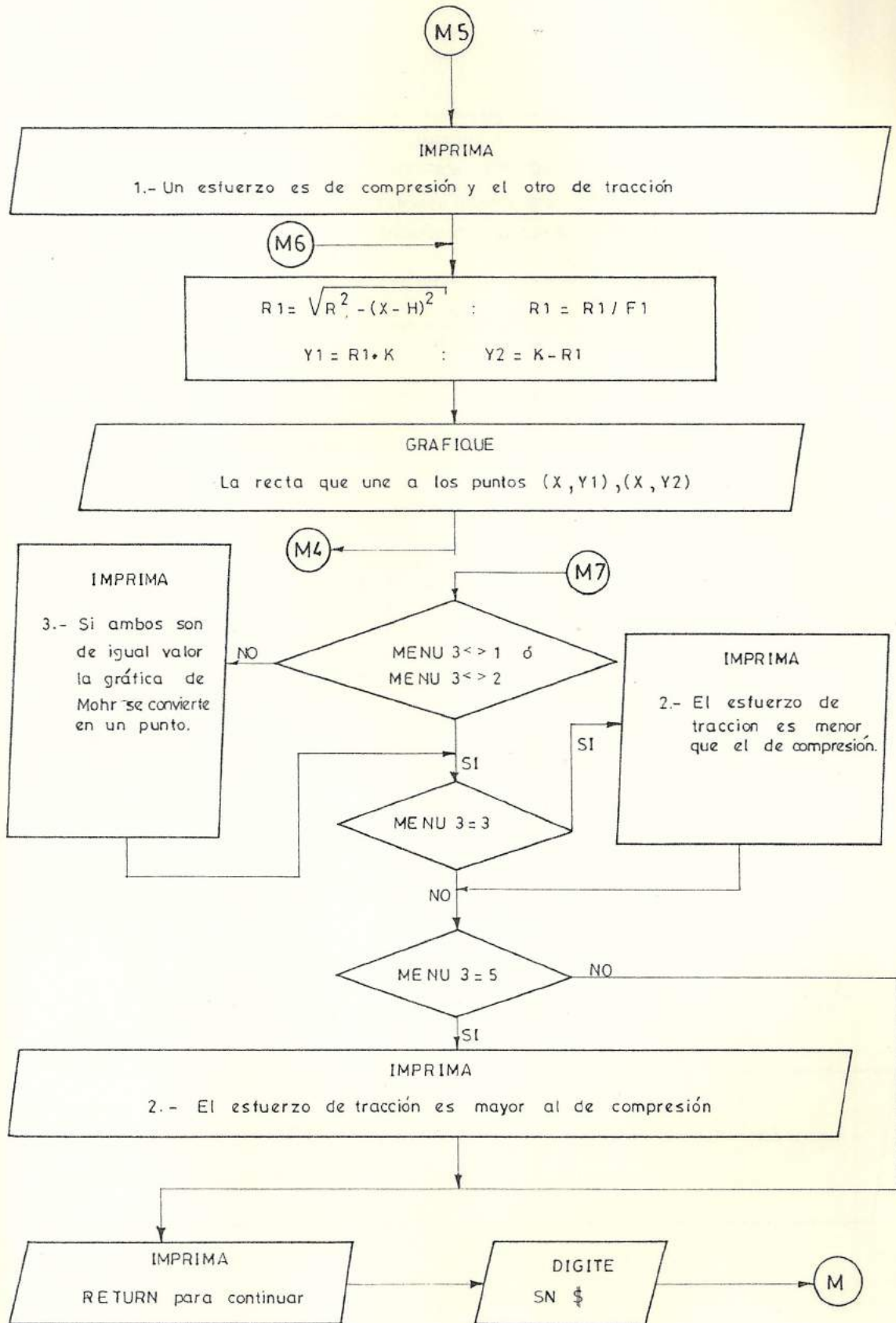


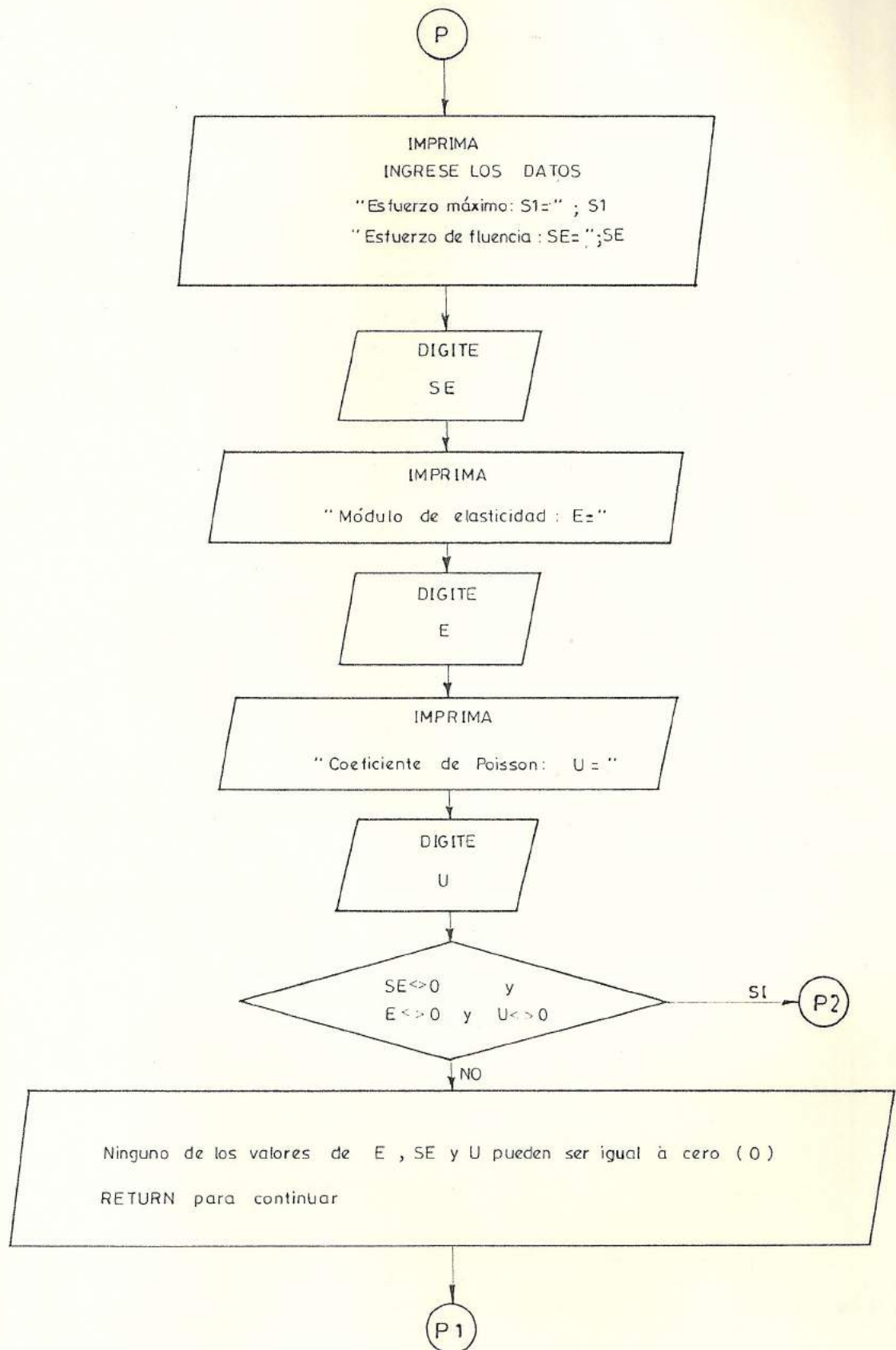


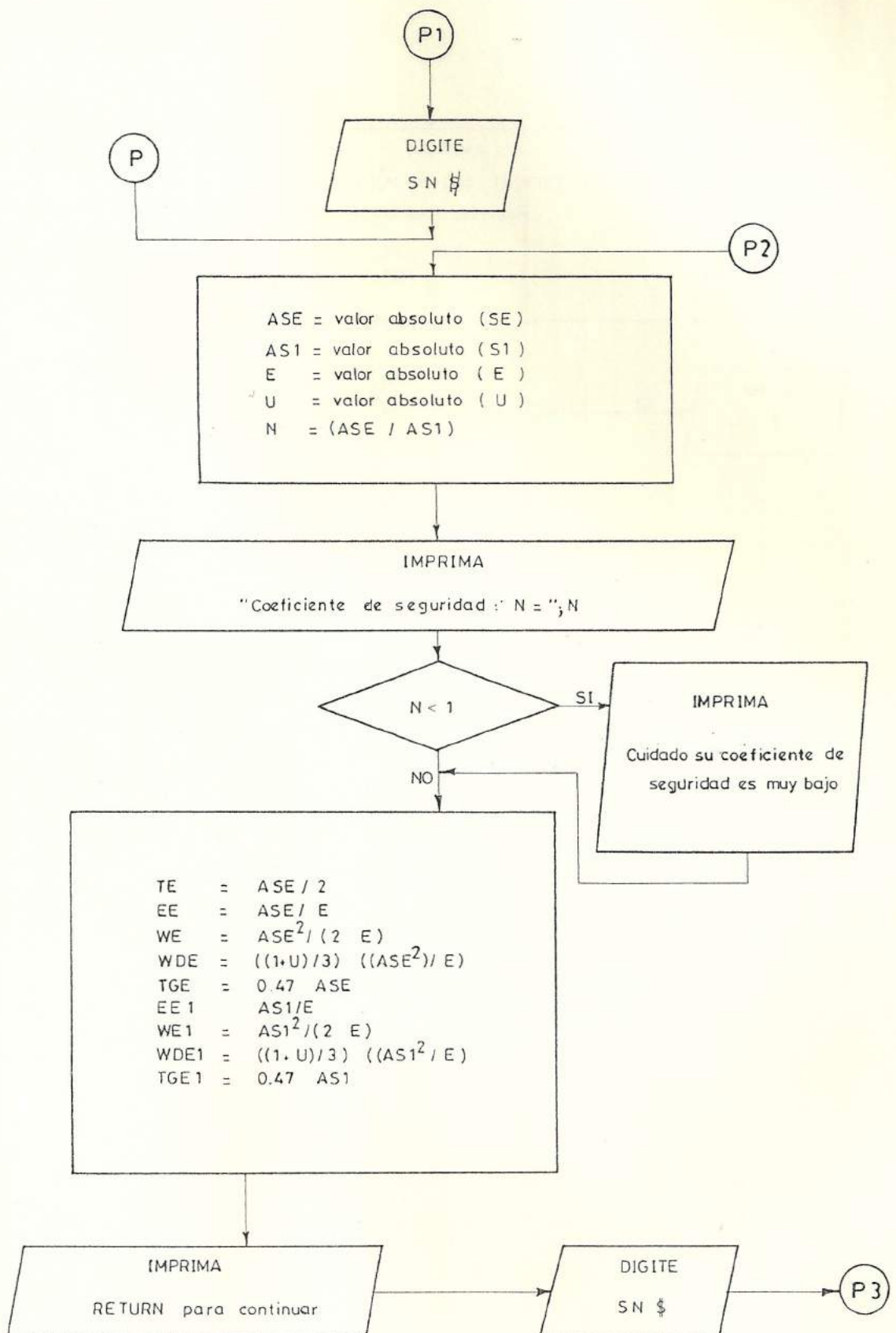


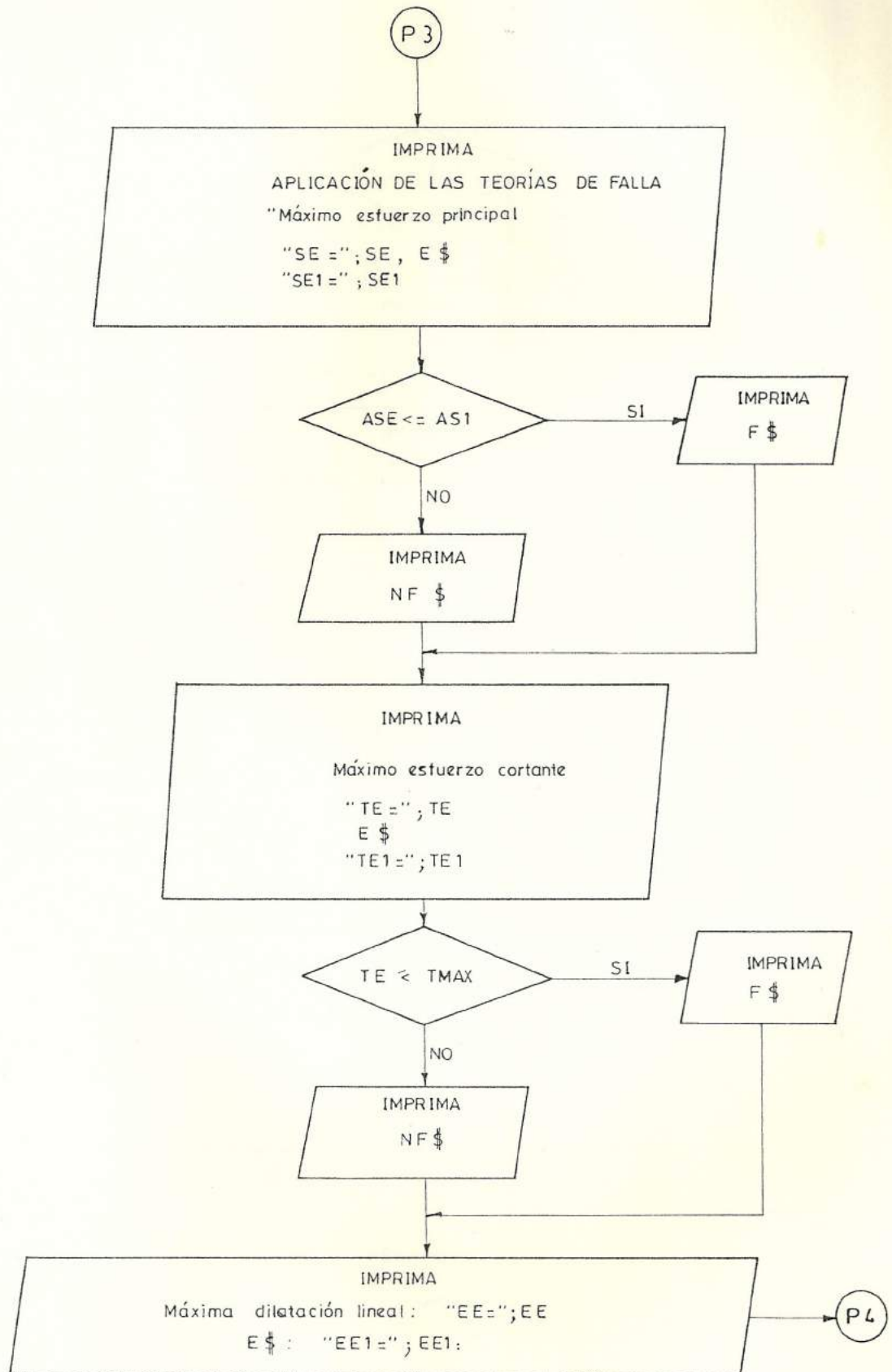


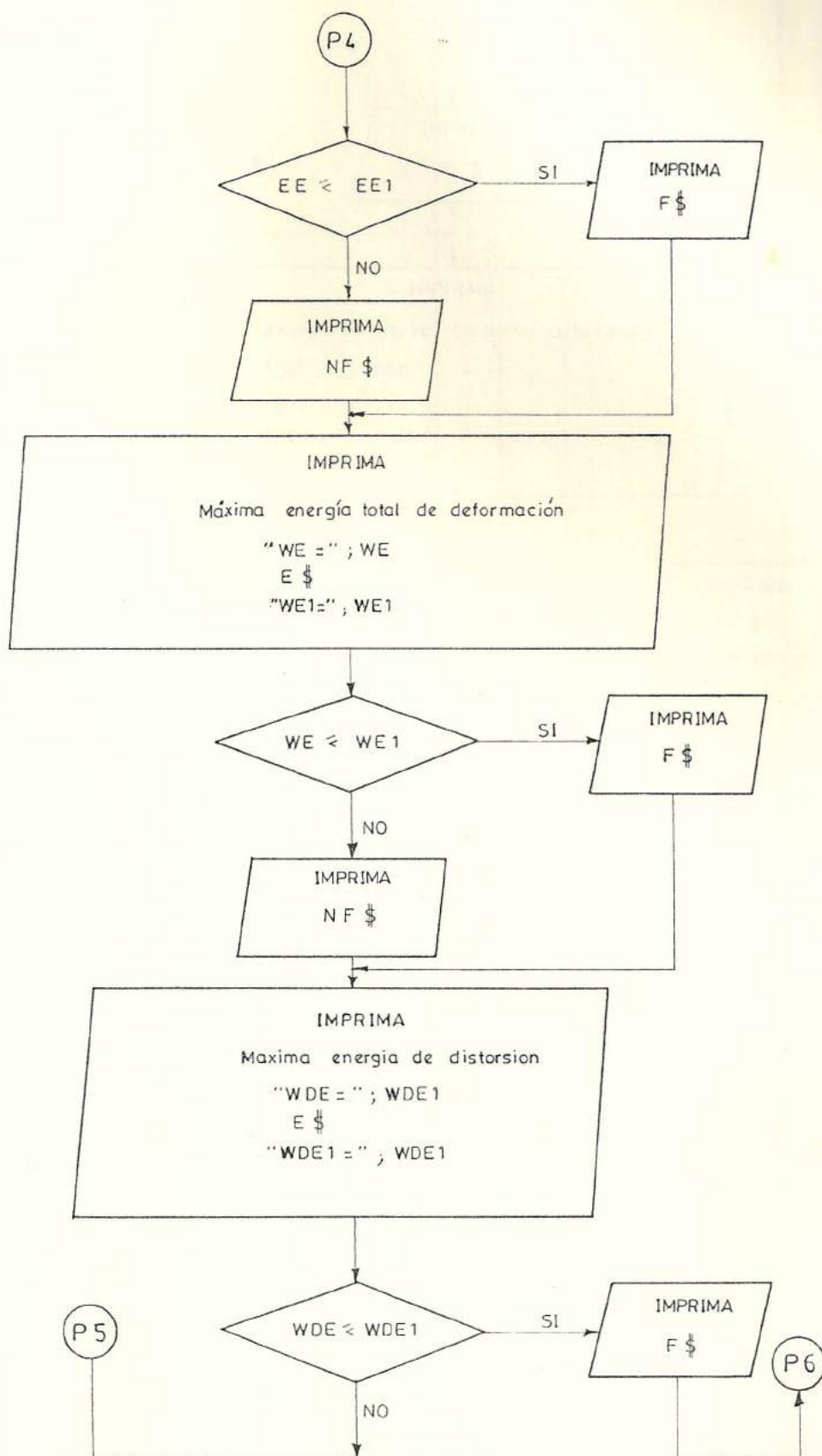


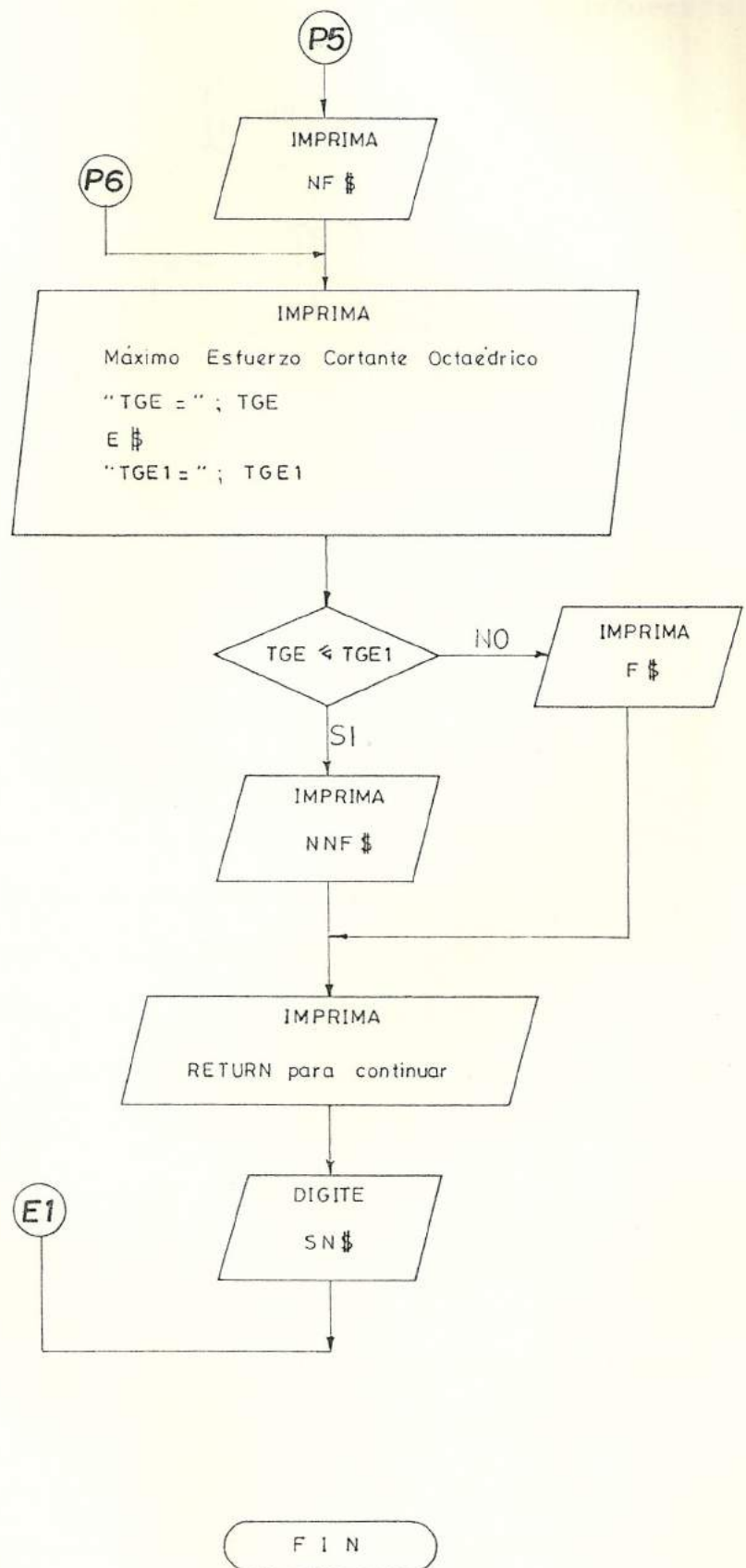












3.5. Diseño de elementos sometidos a esfuerzos tridimensionales

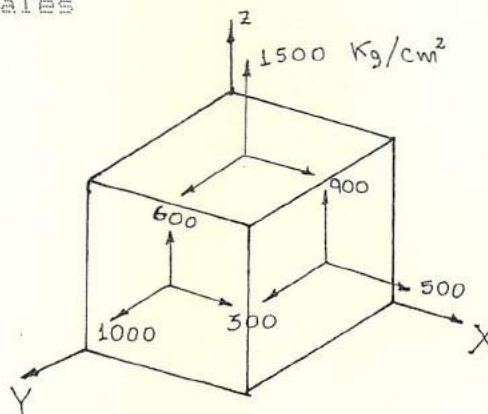


Fig. 3.4 Problema de estado tridimensional.

El programa empieza con los siguientes mensajes:

MENÚ PRINCIPAL

Estados de esfuerzos tridimensionales

Resolver, graficar y/o aplicar las Teorías de Falla a esfuerzos tridimensionales: (1-2)

1.- Conociendo los esfuerzos principales

2.- No se conocen los esfuerzos Principales

3.- Observar la gráfica de ejemplos típicos de estados de esfuerzos tridimensional

4.-Finalizar la ejecución del programa

Escoja su opción (1-4)

La opción 3, es similar al Menú 4 del programa de Graficación de ejemplos típicos de estados de esfuerzos (rev. art. 3.2, pag. 91). La opción 4, nos regresa al PROGRAMA GENERAL (art. 3.1, pag. 82).

Para resolver el problema de la fig. anterior, y considerando que el material es un Acero Suave, escojemos la opción 2, y procedemos a ingresar los datos (valor de los esfuerzos está dado en kg/cm^2), tendremos:

INGRESO DE DATOS

Esfuerzos normales

SX =? 500

SY =? 1000

SZ =? 1500

Esfuerzos Tangenciales

TXY =? 300

TYZ =? 600

TXZ =? 900

Luego de unos breves momentos, empleados por el computador para encontrar los esfuerzos principales, por el método de Bairstow's; en pantalla tendremos:

MENU 2

- 1.- Obtención del cuadro de datos y resultados
- 2.- Graficación del estado de esfuerzo analizado
- 3.- Aplicación de las teorías de Falla
- 4.- Regresar al Menú Principal

Escoja su opción(1-4)

Al escoger, la opción 3, para el problema analizado, se tendrá:

Máximo Esfuerzo al que estará sometido el material:

S1=2359.29

Esfuerzo de Fluencia: SE=? 2500

Módulo de Elasticidad: E=? 2000000

Coefficientes de Poisson: U=? 0.25

Coefficiente de Seguridad: N=1.05

Presionando la tecla RETURN tendremos en pantalla:

Aplicación de las Teorías de Falla

Máximo Esfuerzo Principal: SE=2500

En S1: SE1=2359.29 NO FALLA

Máximo Esfuerzo Cortante: TE=1250

En S1: TMAX=1195.71 NO FALLA

Máxima Dilatación Lineal: EE=1.25E-03

En S1: EE1=1.179645E-03 NO FALLA

Máxima Energía Total de Deformación: WE=1.562499

En S1: WE1=1.391562 NO FALLA

Máxima Energía de Distorsión: WDE=1.302083

En S1: WDE1=1.159635 NO FALLA

Máximo Esfuerzo Cortante Octaédrico: TGE=1175

En S1: TGE1=1101.86 NO FALLA

Al presionar la tecla RETURN, regresaremos al Menú Principal.

3.5.1. Aplicación de las Teorías de Falla

El mayor y el menor de los esfuerzos principales (σ_1, σ_3), es el utilizado para aplicar las teorías de falla. El programa consta de las siguientes ordenes.

```

1 REM *****
2 REM *
3 REM * PROGRAMA 4: TRI *
4 REM * RESOLVER ANALIZAR GRAFICAR *
5 REM * ESFUERZOS TRIDIMENSIONALES *
6 REM * Realizado por: Raul Carrión *
7 REM * Dirigido por: Ing. Jorge Kalil *
8 REM *
9 REM *****
20 CLR: DIM S(4) : DIM SN$(5), E$(10), F$(15),
NF$(15), A(22), B(22), E(22)
30 E$="En S1:": F$="NO SE APLICA": NF$="NO
FALLA"
50 GRAPHICS 0: SETCOLOR 1,14,15: F=1.12: K=80:
J=1: S(1)=0: S(2)=0: S(3)=0: TX=0: TY=0: TZ=0
55 PRINT " MENU PRINCIPAL "
60 PRINT : PRINT " ESTADOS DE ESFUERZOS
TRIDIMENSIONALES"
70 PRINT " RESOLVER, GRAFICAR Y/O APLICAR LAS
TEORÍAS DE FALLA A ESFUERZOS TRIDIMENSIONALES:
(1-2)"

```

```
75 PRINT "1.- CONOCIENDO LOS ESFUERZOS
PRINCIPALES"
80 PRINT " 2.- NO SE CONOCEN LOS ESFUERZOS
PRINCIPALES"
85 PRINT " 3.- OBSERVAR LA GRÁFICA DE EJEMPLOS
TÍPICOS DE ESTADOS DE ESFUERZOS TRIDIMENSIONAL"
100 PRINT "4.-FINALIZAR LA EJECUCIÓN DEL
PROGRAMA"
110 PRINT "Escoja su opción (1-4)";:INPUT MENU1
120 IF MENU1=1 THEN 148
125 IF MENU1=2 THEN 310
130 IF MENU1=3 THEN 2000
135 IF MENU1=4 THEN RUN "D1: ET"
140 GOTO 110
144 REM 160-300 : CUANDO SE CONOCEN LOS
ESFUERZOS PRINCIPALES
148 GRAPHICS 0: PRINT : PRINT "DATOS :
ESFUERZOS PRINCIPALES " : PRINT : PRINT
150 PRINT " S1 = ";:INPUT XYZ1 : PRINT
154 PRINT " S2 = ";:INPUT XYZ2 : PRINT
158 PRINT " S3 = ";:INPUT XYZ3 : PRINT
160 IF XYZ1<>0 OR XYZ2<>0 OR XYZ3<>0 THEN 174
162 PRINT " Si los tres esfuerzos principales
son iguales a cero significa que no existe
estado de esfuerzos"
164 PRINT "RETURN para volver a ingresar nuevos
valores de esfuerzos";:INPUT SN$:GOTO 148
```

```
172 REM ORDENAR LOS TRES VALORES DE LOS
ESFUERZOS PRINCIPALES
173 SX=INT(100*S(1))/100: SY=INT(100*S(2))/100:
SZ=INT(100*S(3))/100
174 FOR I=1 TO 2
176 FOR J=I+1 TO 3
178 IF S(I)<S(J) THEN VA=S(I): S(I)=S(J):
S(J)=VA
180 NEXT J: NEXT I
182 S(1)=INT(100*S(1))/100:
S(2)=INT(100*S(2))/100: S(3)=INT(100*S(3))/100
190 IF ABS(S(1))<ABS(S(3)) THEN VA=S(1):
S(1)=S(3): S(3)=VA
192 S1=S(1): S2=S(2): S3=S(3)
194 GOTO 3005
305 REM (310-1999): ENCONTRAR LOS ESFUERZOS
PRINCIPALES
310 GRAPHICS 0 : SETCOLOR 1,14,15 : PRINT "
INGRESO DE DATOS" : PRINT
320 PRINT " ESFUERZOS NORMALES" : PRINT
324 PRINT " SX = " : INPUT SX
328 PRINT " SY = " : INPUT SY
330 PRINT " SZ = " : INPUT SZ
338 PRINT "ESFUERZOS TANGENCIALES": PRINT
344 PRINT " TXY = " : INPUT TZ
348 PRINT " TYZ = " : INPUT TX
350 PRINT " TXZ = " : INPUT TY
```



```

351 IF SX<>0 OR SY<>0 OR SZ<>0 OR TZ<>0 OR
TX<>0 OR TY<>0 THEN 356
352 PRINT"Si todos los esfuerzos aplicados son
nulos, significa que no hay estado de esfuerzo"
353 PRINT :PRINT :PRINT "RETURN para volver a
ingresar otros valores de esfuerzos";
354 INPUT SN# : GOTO 310
364 I1= SX+SY+SZ : I2 = (SX*SY) + (SX*SZ) +
(SY*SZ) - (TX^2) - (TZ^2) - (TY^2)
370 I3 = (SX*SY*SZ) + (2*TZ*TY*TX) -
(SX*(TX^2)) - (SY*(TY^2)) - (SZ*(TZ^2))
374 REM CASOS ESPECIALES DE LOS ESTADOS DE
ESFUERZO TRIDIMENSIONALES
375 REM (376-384) CUANDO I2=I3=0
376 IF I2<>0 OR I3<>0 THEN 394
378 S1=0: S2=0 : S3=I1
380 IF I1>0 THEN S1=I1 : S3=0
384 GOTO 3005
390 REM (394-440) CUANDO I3=0
394 IF I3<>0 THEN 445
398 RA=SQR((I1*2)-(4*I2))
400 S(1)=(I1+RA)/2
404 S(2)=(I1-RA)/2
407 S(3)=0
440 GOTO 174
450 E1=1E-04: E4=1E-20: N=3: A(1)=1: A(2)=-I1;
A(3)=I2: A(4)=-I3: A(5)=0: N1=4

```

```
480 FOR M1=1 TO 2
490 P=1 Q=1
500 FOR I=1 TO 100
510 FOR L=1 TO 100
520 FOR I=1 TO 5
530 B(I)=A(I)
540 NEXT I
550 FOR J=2 TO 0 STEP -2
560 FOR I=1 TO J+1
570 B(I+1)=B(I+1)-P*B(I)
580 B(I+2)=B(I+2)-Q*P(I)
590 NEXT I: NEXT J
600   RO=B(N1+1):   R1=B(N1):   SO=B(N1-1):
   S1=B(N1-2):   VO=-Q*S1:   V1=SO-S1*P:
   DO=V1*SO-VO*S1
610 IF ABS(DO)>=E4 THEN 630
620 P=P+5: Q=Q+5: NEXT L
630   D1=SO*R1-S1:   D2=RO*V1-VO*R1:   P1=D1/DO:
   Q1=D2/DO: P=P+P1: Q=Q+Q1
650 IF ABS(RO)>=E1 OR ABS(R1)>=E1 THEN 690
670 E(M1)=1: GOTO 810
690 IF ABS(P1)>=E1 OR ABS(Q1)>=E1 THEN 730
710 E(M1)=2: GOTO 810
730 IF P=0 THEN 750
740 IF ABS(P1/P)>=E1 THEN 790
750 IF Q=0 THEN 790
760 IF ABS(Q1/Q) THEN 790
```

```
770 E(M1)=3: GOTO B10
790 NEXT K: E(M1)=4
810 S=-P/2: T=S*S*Q: T=SQR(T)
850 CON1=CON1+1: IF CON1<>1 THEN S(CON1)=S+T:
CON1=CON1+1
855 S(CON1)=S-T
930 IF E(M1)=4 THEN 174
940 FOR J=1 TO N1-1
950 A(J+1)=A(J+1)-P*A(J)
960 A(J+2)=A(J+2)-Q*A(J)
970 NEXT J: N1=N1-2
990 IF N1>1 THEN 1010
1000 GOTO 174
1010 IF N1>=3 THEN 1070
1020 M1=M1+1: E(M1)=1
1040 P=A(2)/A(1): Q=A(3)/A(1): GOTO 810
1070 NEXT M1
2000 REM (2000-3000) EJEMPLOS TÍPICOS DE
ESFUERZOS TRIDIMENSIONALES
2014 GRAPHICS 0 : SETCOLOR 1,14,15
2016 PRINT " ESFUERZOS TRIDIMENSIONALES A
ANALIZAR "
2020 PRINT " a.- COMPRESIÓN TRIAXIAL "
2022 PRINT " 1.- LOS ESFUERZOS SON DIFERENTES A
CERO "
2024 PRINT "2.-UNO DE LOS ESFUERZOS ES IGUAL A
CERO"
```

```
2026 PRINT b.- ESTADOS TRIAXIALES COMBINADOS
(tracción - compresión)"
2028 PRINT " 3.- UN ESFUERZO ES DE TRACCIÓN Y
DOS DE COMPRESIÓN "
2030 PRINT " 4.- UN ESFUERZO ES DE COMPRESIÓN
OTRO DE TRACCIÓN Y EL OTRO ES CERO"
2032 PRINT " 5.- DOS ESFUERZOS SON DE TRACCIÓN
Y UNO DE COMPRESIÓN"
2036 PRINT " c.- TRACCIÓN TRIAXIAL"
2038 PRINT " 6.- CUANDO UNO DE LOS ESFUERZOS ES
IGUAL A CERO"
2040 PRINT " 7.- CUANDO LOS TRES ESFUERZOS SON
DIFERENTES DE CERO"
2044 PRINT "8.- REGRESAR AL MENU PRINCIPAL"
2045 PRINT "Escoja su opción(1-8)";:INPUT MENU4
2046 IF MENU4=1 THEN D1=-155 : GOTO 2500
2047 IF MENU4=2 THEN D1=-141 : GOTO 2500
2048 IF MENU4=3 THEN D1=-110 : GOTO 2500
2049 IF MENU4=4 THEN D1=-50 : GOTO 2500
2050 IF MENU4=5 THEN D1=-20 : GOTO 2500
2051 IF MENU4=6 THEN D1=0 : GOTO 2500
2052 IF MENU4=7 THEN D1=12 : GOTO 2500
2053 IF MENU4=8 THEN 50
2056 GOTO 2045
2500 REM GRAFICAR: TRES CÍRCULOS DE MOHR
2510 REM DEFINICIÓN DE VARIABLES
2512 RA1=25 : RB1=45 : RC1=RA1+RB1
```

```
2518 HA1=160+D1+RA1 : HB1=HA1+RA1+RB1
2530 HC1=160+D1+RA1+RB1 : GRAPHICS 8 : COLOR 1
2532 PLOT 161,0 : DRAWTO 161,160
2534 PLOT 160,0 : DRAWTO 160,160
2536 PLOT 0,80 : DRAWTO 319,80
2538 PLOT 0,0 : DRAWTO 319,0 : DRAWTO 319,159 :
DRAWTO 0,159 : DRAWTO 0,0
2540 PRINT " CARACTERÍSTICAS PRINCIPALES DEL
ESTADO DE ESFUERZO ANALIZADO"
2548 REM LAZO PARA LA GRAFICACIÓN DE UN CÍRCULO
2550 FOR X=HA1-RA1 TO HB1+RB1 STEP 6
2552 IF ABS (X-160)<3 THEN NEXT X
2560 R1=SQR (ABS ((RC1^2) - ((X-HC1)^2)))
2565 R1=R1/F1 : Y1=K+R1 : Y2=K-R1
2590 PLOT X,Y1 : DRAWTO X,Y2 : NEXT X
2620 IF MENU4=1 THEN PRINT " 1.- EL ESTADO DE
ESFUERZO ES DE COMPRESIÓN TRIDIMENSIONAL"
2630 IF MENU4=2 THEN PRINT " 1.-UN ESFUERZO ES
IGUAL A CERO; 2.- DOS ESFUERZOS SON DE
COMPRESIÓN "
2640 IF MENU4=3 THEN PRINT " 1.-DOS ESFUERZOS
SON DE COMPRESIÓN; 2.- UN ESFUERZO ES DE
TRACCIÓN "
2680 IF MENU4=4 THEN PRINT " 1.- UN ESFUERZO ES
DE COMPRESIÓN; 2.- UN ESFUERZO ES IGUAL A CERO;
3.- UN ESFUERZO ES DE TRACCIÓN"
2740 IF MENU4=5 THEN PRINT " 1.- EXISTEN DOS
```

ESFUERZOS DE TRACCIÓN; 2.- UN ESFUERZO DE COMPRESIÓN"

2760 IF MENU4=6 THEN PRINT " 1.- EL ESTADO DE ESFUERZO ES DE TRACCIÓN TRIAXIAL; 2.- UN ESFUERZO ES NULO"

2770 IF MENU4=7 THEN PRINT " 1.- EL ESTADO DE ESFUERZO ES DE TRACCIÓN TRIAXIAL"

2805 FOR X=HB1-RB1 TO HB1+RB1 STEP 3

2810 R1=SQR(ABS((RB1^2)-((X-HB1)^2)))

2811 R1=R1/F1 : Y1=K-R1 : Y2=K-R1

2816 PLOT X,Y1 : DRAWTO X,Y2 : NEXT X

2860 IF MENU4=1 THEN PRINT " 2.- LOS CÍRCULOS DE MOHR SE UBICAN EN EL LADO IZQUIERDO DEL DIAGRAMA DE ESFUERZOS"

2862 IF MENU4=2 THEN PRINT " 3.- LOS CÍRCULOS DE MOHR SE UBICAN EN EL LADO IZQUIERDO DEL DIAGRAMA DE ESFUERZOS"

2864 IF MENU4=6 THEN PRINT " 3.- DOS ESFUERZOS SON DE TRACCIÓN"

2870 IF MENU4=7 THEN PRINT " 2.- LOS TRES ESFUERZOS SON DE TRACCIÓN"

2900 REM GRAFICACIÓN DEL TERCER CÍRCULO DE MOHR

2901 FOR X=HA1-RA1 TO HA1+RA1 STEP 1.5

2920 R1=SQR((RA1^2)-((X-HA1)^2))

2930 R1=R1/F1 : Y1=K+R1 : Y2=K-R1

2950 PLOT X,Y1 : DRAWTO X,Y2 : NEXT X

2952 REM UNA VEZ REALIZADO LA GRAFICACIÓN DE

CUALQUIERA DE LOS CASOS ESCOGIDOS SE REGRESA A
PREGUNTAR OTRA ORDEN

```
2960 PRINT "RETURN para continuar";: INPUT  
SN#:GOTO 2014
```

```
3000 REM SENTENCIAS (3000-4000) MENU 2
```

```
3005 K=80: TMAX=INT(100*ABS(S1-S3)/2)/100:
```

```
GRAPHICS 0: SETCOLOR 1,14,15: PRINT "MENU 2:"
```

```
3015 PRINT : PRINT " 1.- OBTENCIÓN DEL CUADRO  
DE DATOS Y RESULTADOS"
```

```
3020 PRINT : PRINT " 2.- GRAFICACIÓN DEL ESTADO  
DE ESFUERZO ANALIZADO"
```

```
3025 PRINT : PRINT " 3.- APLICACIÓN DE LAS  
TEORÍAS DE FALLA"
```

```
3035 PRINT "4.-REGRESAR AL MENU PRINCIPAL"
```

```
3055 PRINT "Escoja su opción(1-4)";
```

```
3060 INPUT MENU2
```

```
3065 IF MENU2=1 THEN 3100
```

```
3070 IF MENU2=2 THEN 3300
```

```
3075 IF MENU2=3 THEN 4000
```

```
3080 IF MENU2=4 THEN 20
```

```
3090 GOTO 3055
```

```
3100 GRAPHICS 0 : SETCOLOR 1,14,15
```

```
3110 PRINT " DATOS " : PRINT
```

```
3115 PRINT " ESFUERZOS NORMALES "
```

```
3120 PRINT " SX = "; SX
```

```
3125 PRINT " SY = "; SY
```

```
3130 PRINT " SZ = "; SZ
```

```
3135 PRINT " ESFUERZOS TANGENCIALES "  
3140 PRINT " TYZ = "; TX  
3145 PRINT " TXZ = "; TY  
3150 PRINT " TXY = "; TZ  
3155 PRINT"RESULTADOS: ESFUERZOS PRINCIPALES"  
3160 PRINT " S1 = "; S1  
3165 PRINT " S2 = "; S2  
3170 PRINT " S3 = "; S3  
3171 PRINT"ESFUERZO CORTANTE MÁXIMO;TMAX=";TMAX  
3172 IF S1<>0 AND S2<>0 AND S3<>0 THEN 3285  
3180 IF S1=0 AND S2=0 THEN 3220  
3185 IF S1=0 AND S3=0 THEN 3220  
3190 IF S2=0 AND S3=0 THEN 3220  
3195 IF S1=0 OR S2=0 OR S3=0 THEN 3240  
3220 PRINT"EL ESTADO DE ESFUERZO ES MONDAXIAL"  
3225 GOTO 3285  
3240 PRINT " EL ESTADO DE ESFUERZO ES  
BIDIMENSIONAL."  
3285 PRINT : PRINT " RETURN para continuar " ;  
INPUT SN$ : GOTO 3005  
3299 REM SENTENCIAS (3300-3999): GRAFICACIÓN  
DEL ESTADO DE ESFUERZO ANALIZADO  
3300 IF S1<>S2 OR S2<>S3 THEN 330B  
3302 GRAPHICS 2 : PRINT #6;: PRINT #6" LA  
GRÁFICA DE MOHR ES UN PUNTO EN S1 = ";S1  
3304 PRINT " RETURN para continuar " ;: INPUT  
SN$ : GOTO 3005
```



```
3319 REM CUANDO P1 Y P3 SON DEL MISMO SIGNO
ENTONCES EL RADIO MAYOR RE1=60
3320 E=ABS(P1-P3)/160 : IF SGN(P1)=SGN(P3) THEN
E=ABS(P1)/140
3322 RE1=ABS(P1-P3)/(2*E)
3324 HE1=((P1+P3)/(2*E))+160
3326 RE2=ABS(P1-P2)/(2*E)
3328 HE2=((P1+P2)/(2*E))+160
3330 RE3=ABS(P2-P3)/(2*E)
3332 HE3=((P2+P3)/(2*E))+160
3360 GRAPHICS 8 : COLOR 1
3365 PLOT 0,0 : DRAWTO 319,0 : DRAWTO 319,159 :
DRAWTO 0,159 : DRAWTO 0,0
3370 PLOT 160,0 : DRAWTO 160,160
3375 PLOT 0,80 : DRAWTO 319,80
3377 PRINT " ESFUERZOS PRINCIPALES"
3378 PRINT " S1 = "; S1 ;: PRINT " S2 = "; S2
;: PRINT " S3 = "; S3
3380 REM GRAFICAR EL CÍRCULO S1-S3
3390 FOR X=HE1-RE1 TO HE1+RE1 STEP 6
3392 IF ABS(X-160)<=1 THEN NEXT X
3395 SQ1=SQR(ABS((RE1^2)-((X-HE1)^2)))
3400 SQ1=SQ1/F1 : Y1=K+SQ1 : Y2=K-SQ1
3415 PLOT X,Y1 : DRAWTO X,Y2 : NEXT X
3420 IF S1<>S2 THEN 3430
3424 PRINT " La gráfica (S1-S2) es un punto en
S1 = "; S1 : GOTO 3510
```

```

3430 IF RE2<B THEN PRINT " La gráfica (S1-S2):
no se aprecia con claridad debido a la
proximidad de los valores: S1=";P1; "S2=";P2
3450 REM GRAFICACIÓN DEL CIRCULO S1-S2
3480 FOR X=HE2-RE2 TO HE2+RE2 STEP 3
3485 SQ2=SQRT(ABS((RE^2)-((X-HE2)^2)))
3490 SQ2=SQ2/F1 : Y1=K+SQ2 : Y2=K-SQ2
3505 PLOT X,Y1 : DRAWTO X,Y2 : NEXT X
3510 IF S2<>S3 THEN 3520
3515 PRINT "La gráfica de (S2-S3) es un punto
en S2 = "; S2 :GOTO 3590
3520 IF RE3<B THEN PRINT " La gráfica (S1-S2):
no se aprecia con claridad debido a la
proximidad de los valores:";"S2="; P2;"S3=";P3
3530 REM GRAFICACIÓN DEL CIRCULO S2-S3
3550 FOR X=HE3-RE3 TO HE3+RE3 STEP 1.5
3555 SQ3=SQRT(ABS((RE3^2)-((X-HE3)^2)))
3560 SQ3=SQ3/F1 : Y1=K+SQ3 : Y2=K-SQ3
3575 PLOT X,Y1 : DRAWTO X,Y2 : NEXT X
3590 FOR I=1 TO 300 : NEXT X : PRINT " RETURN
para continua ";; INPUT SN# : GOTO 3005
3999 REM (4000-4500) APLICAR: TEORÍAS DE FALLA
4000 GRAPHICS 0:SETCOLOR 1,14,15: PRINT"DATOS"
4001 PRINT " MÁXIMO ESFUERZO AL QUE ESTARÁ
SOMETIDO EL MATERIAL: S1 =" ;S1
4005 PRINT : PRINT " ESFUERZO DE FLUENCIA: SE
=" ;: INPUT SE : PRINT

```

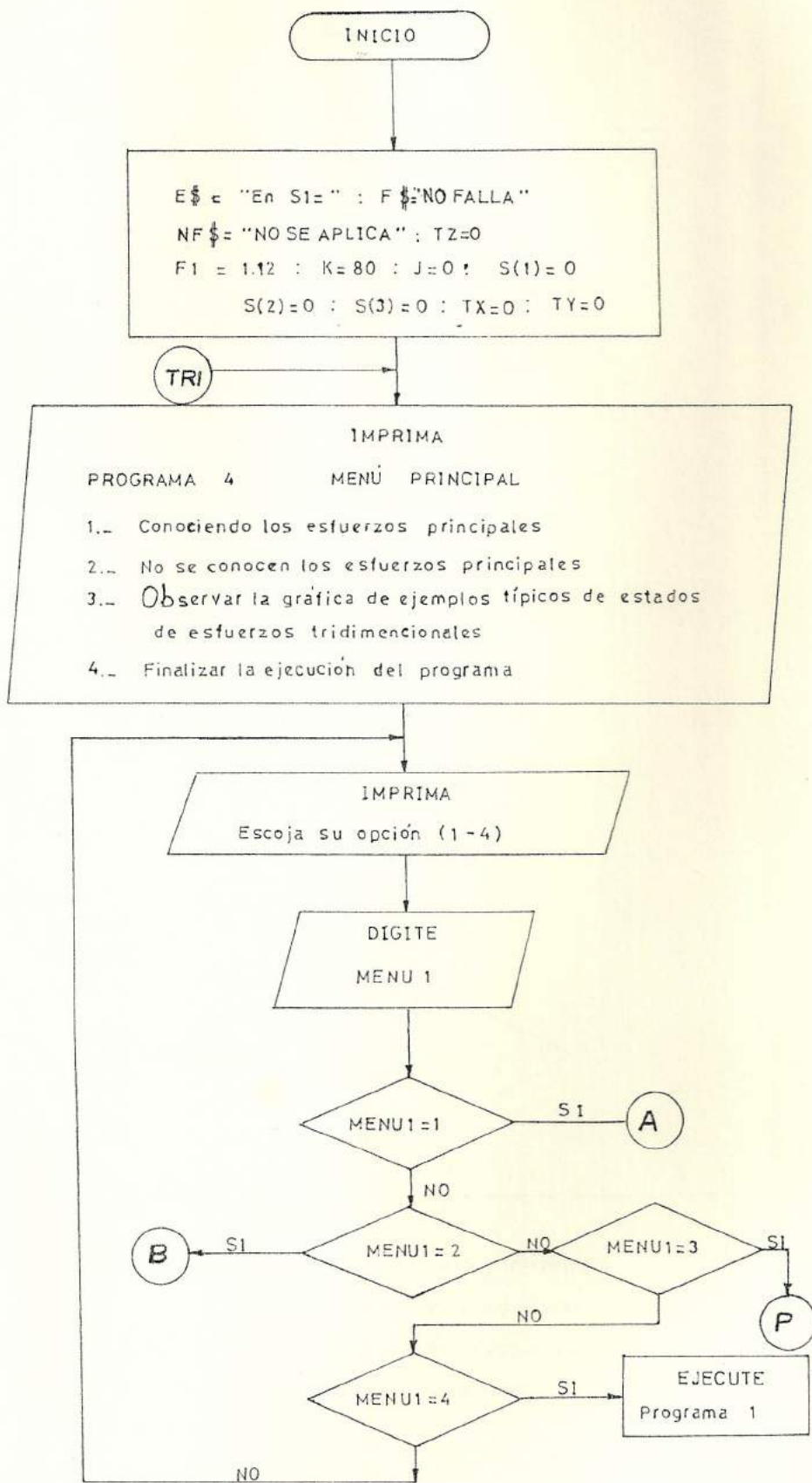
```

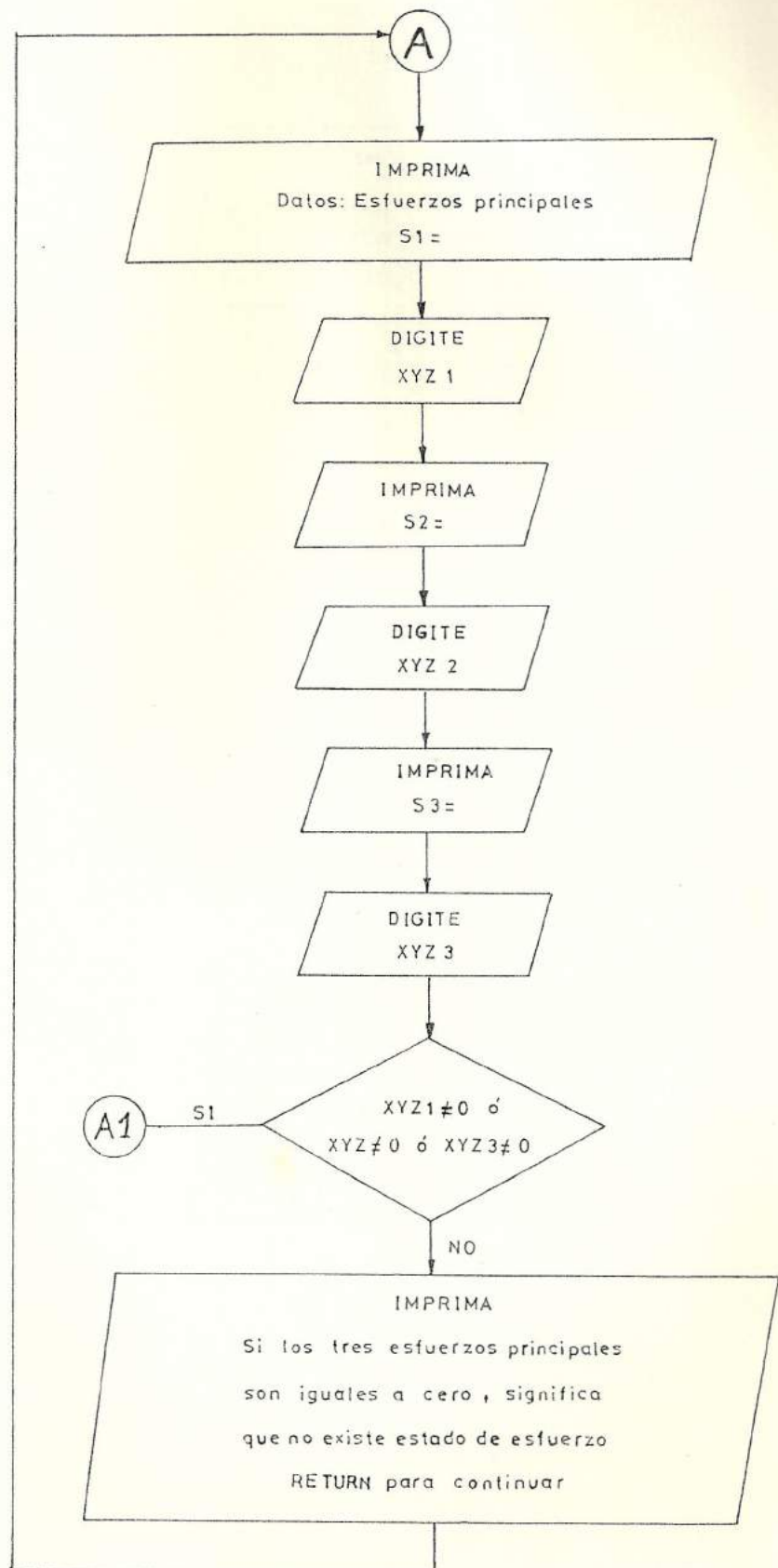
4010 PRINT "MODULO DE ELASTICIDAD E = " ;
INPUT E : PRINT
4020 PRINT " COEFICIENTE DE POISSON: U ="
;:INPUT U : PRINT
4022 IF E<>0 AND U<>0 AND SE<>0 THEN 4030
4024 PRINT " Ninguno de los valores de SE, E y
U pueden ser igual a cero (0)"
4026 PRINT "RETURN para volver a ingresar otros
valores" ;: INPUT SN# : GOTO 4000
4030 ASE=ABS(SE) : AS1=ABS(S1) : E=ABS(E) :
U=ABS(U) : N=INT(100*SE/S1)/100
4032 PRINT "COEFICIENTE DE SEGURIDAD: N = "; N
4050 TE=(ASE/2) : TE=INT(100*TE)/100
4060 EE=(ASE/E) : EE=INT(1E+10*EE)/1E+10
4070 WE=(ASE^2)/(2*E) : WE=INT(1E+6*WE)/1E+6
4080 WDE=((1+U)/3)*((ASE^2)/E) :
WDE=INT(1E+6*WDE)/1E+6
4090 TGE=0.47*ASE : TGE=INT(100*TGE)/100
4100 EE1=(AS1/E) : EE1=INT(1E+10*EE1)/1E+10
4105 WE1=(AS1^2)/(2*E) : WE1=INT(1E+6*WE1)/1E+6
4110 WDE1=((1+U)/3)*((AS1^2)/E)
;WDE1=INT(1E+6*WDE1)/1E+6
4112 TGE1=0.47*AS1 : TGE1=INT(100*TGE1)/100
4115 PRINT "RETURN para continuar";:INPUT SN#
4118 GRAPHICS 0 : SETCOLOR 1,14,15
4120 PRINT"APLICACIÓN DE LAS TEORÍAS DE FALLA"
4130 PRINT "MÁXIMO ESFUERZO PRINCIPAL: " : PRINT

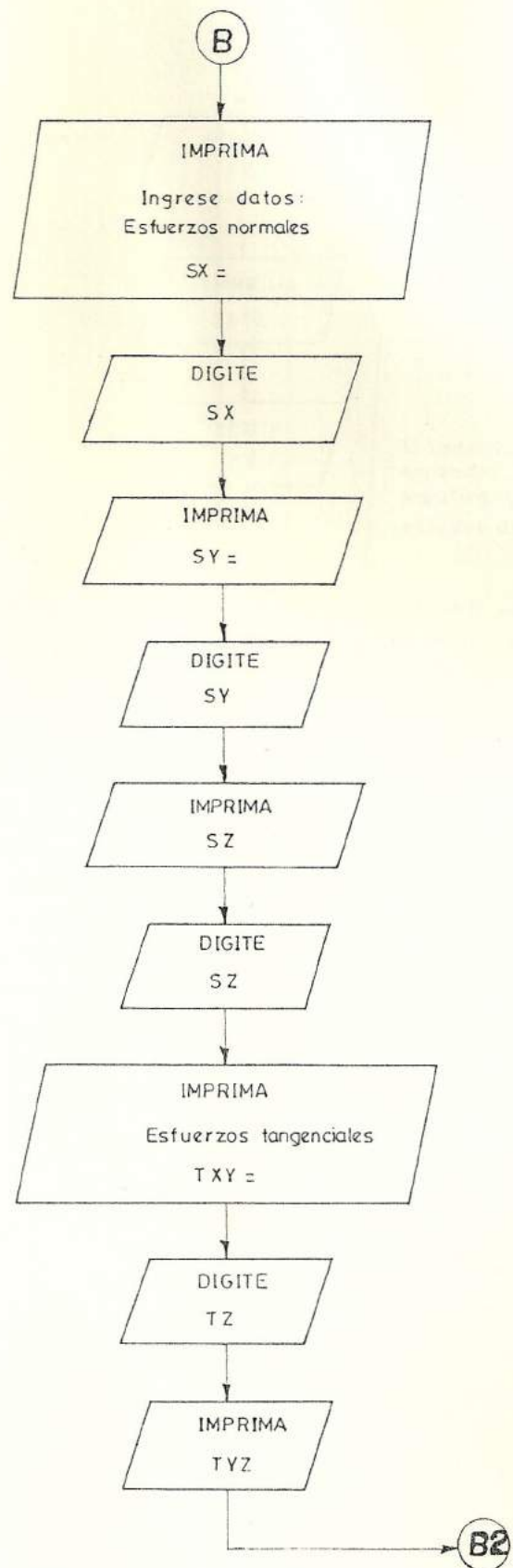
```

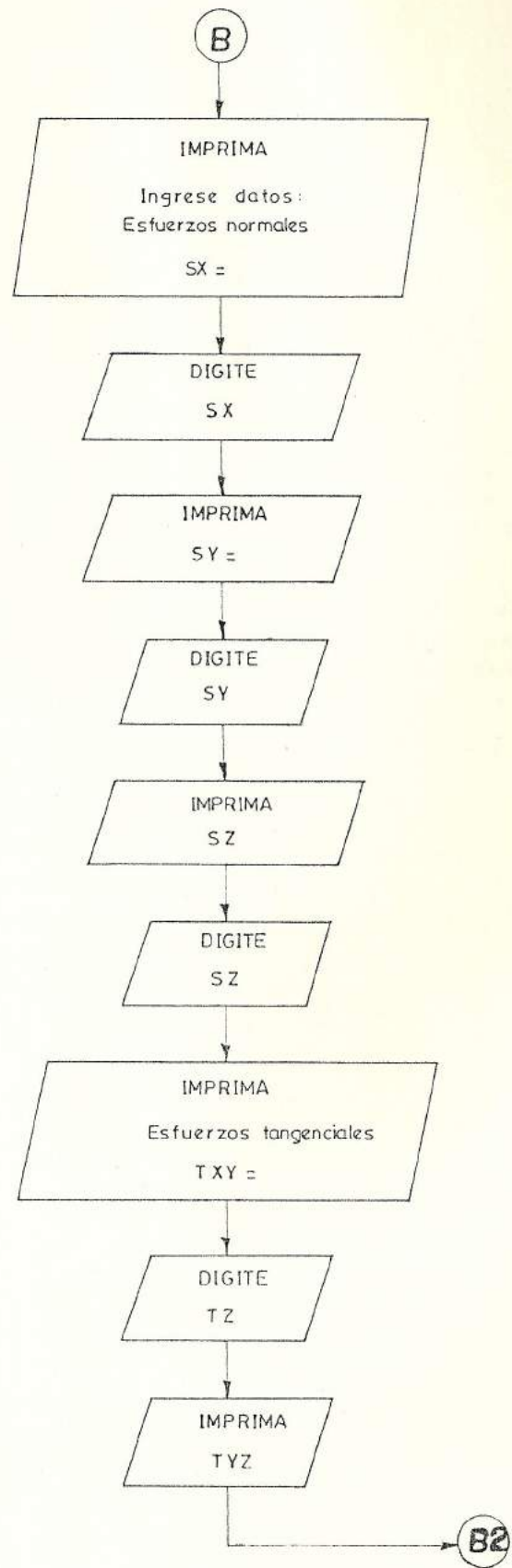
```
" SE = "; SE : PRINT E#; " SE1 = "; SE1;
4134 IF ASE<=AS1 THEN PRINT F# : GOTO 4140
4138 PRINT NF#
4140 PRINT " MÁXIMO ESFUERZO CORTANTE: "; PRINT
" TE = "; TE : PRINT E#; " TMAX = "; TMAX;
4145 IF TE<=TMAX THEN PRINT F# : GOTO 4150
4148 PRINT NF#
4150 PRINT : PRINT " MÁXIMA DILATACIÓN LINEAL:
EE = "; EE : PRINT E#; " EE1 = "; EE1;
4154 IF EE<=EE1 THEN PRINT F# : GOTO 4160
4158 PRINT NF#
4160 PRINT " MÁXIMA ENERGÍA TOTAL DE
DEFORMACIÓN: WE=";WE: PRINT E#; "WE1=";WE1;
4164 IF WE<=WE1 THEN PRINT F# : GOTO 4170
4168 PRINT NF#
4170 PRINT: PRINT " MÁXIMA ENERGÍA DE
DISTORSIÓN: WDE=";WDE: PRINT E#; "WDE1=";WDE1;
4172 IF WDE<=WDE1 THEN PRINT F# : GOTO 4175
4174 PRINT NF#
4175 PRINT " MÁXIMO ESFUERZO CORTANTE
OCTAÉDRICO":TGE=";TGE :PRINT E#; "TGE1=";TGE1;
4177 IF TGE<=TGE1 THEN PRINT F# : GOTO 4180
4178 PRINT NF#
4180 PRINT "RETURN para continuar ";: INPUT
SN#: GOTO 3005
```

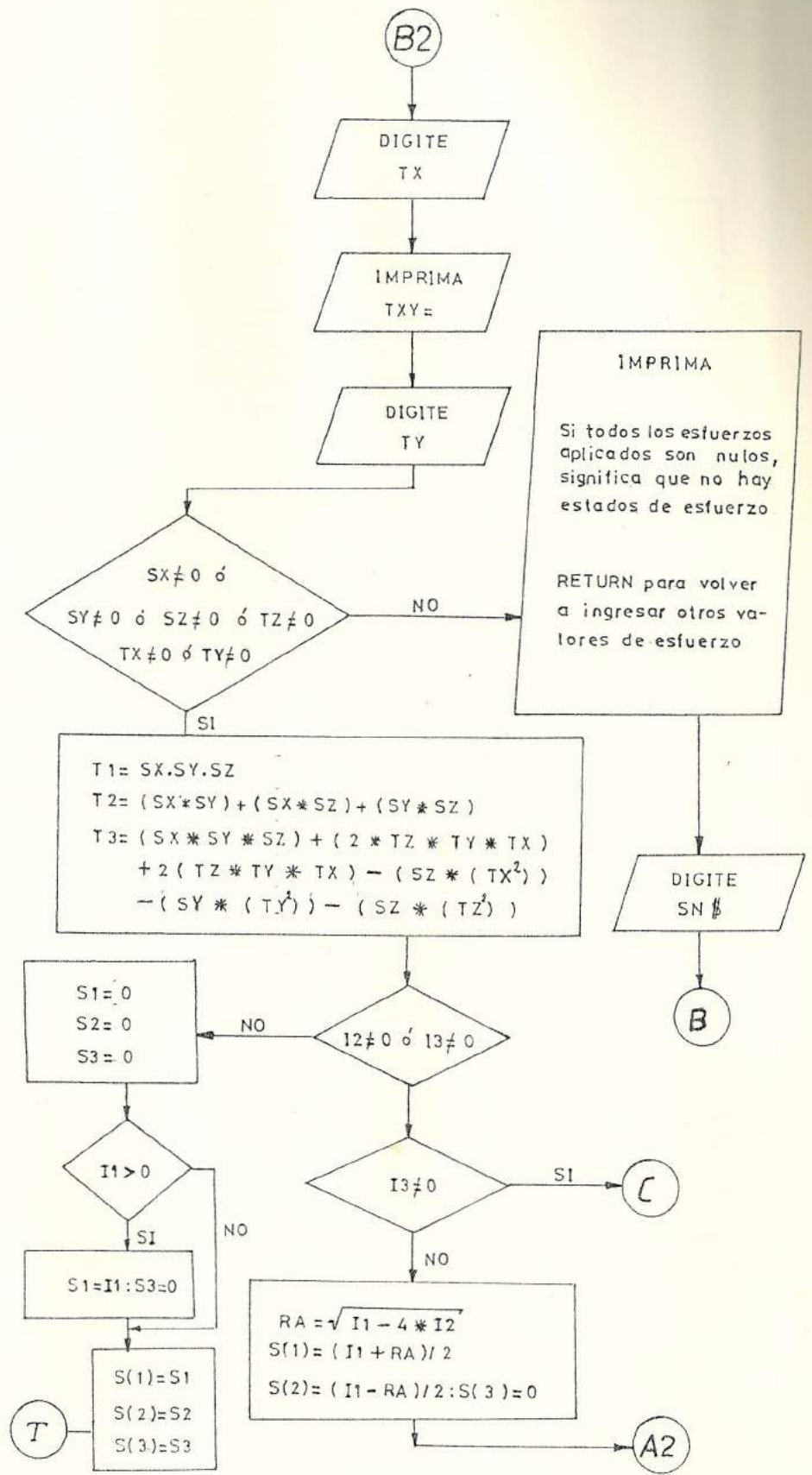
3.5.2. Diagrama de flujo

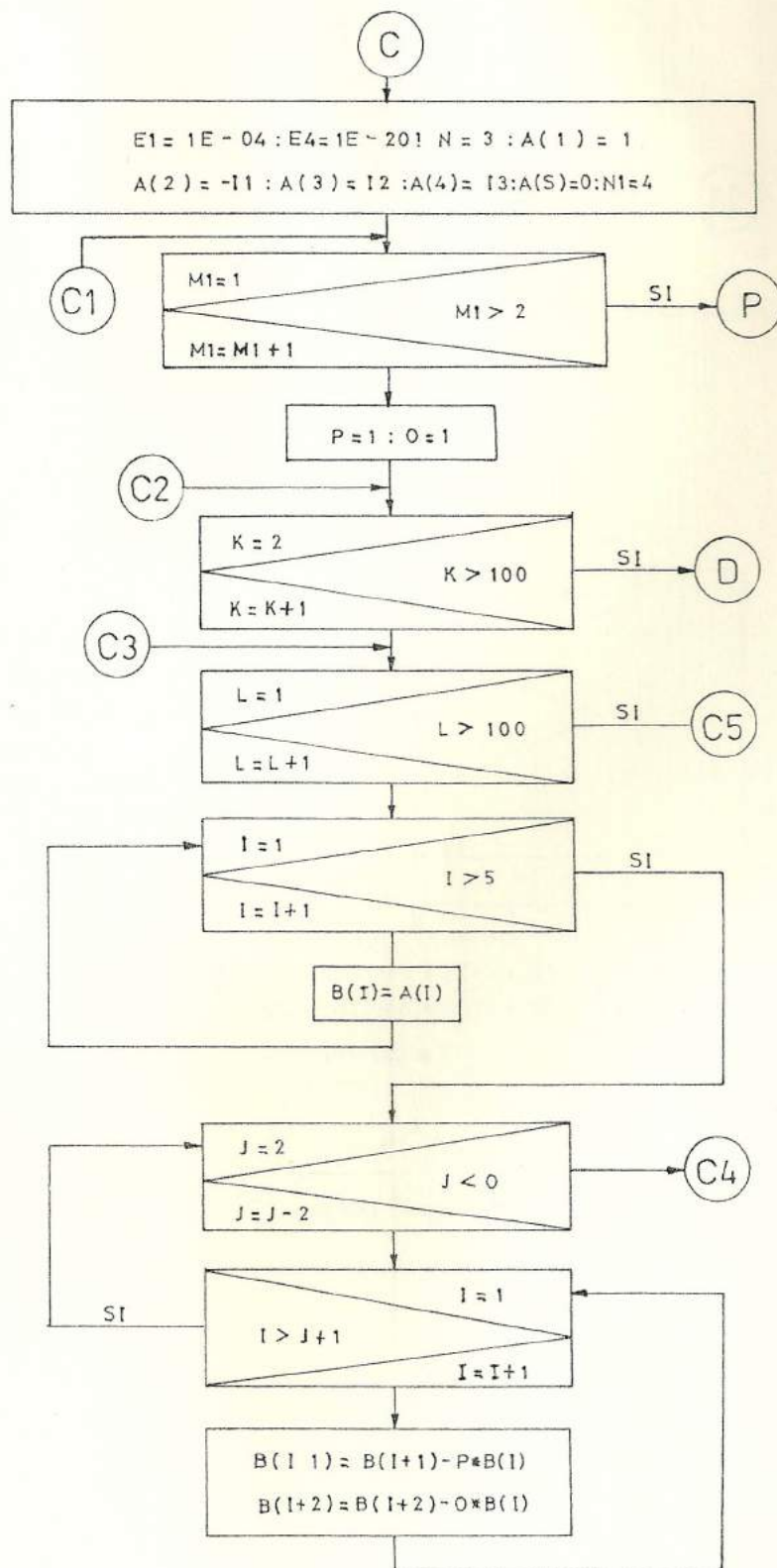


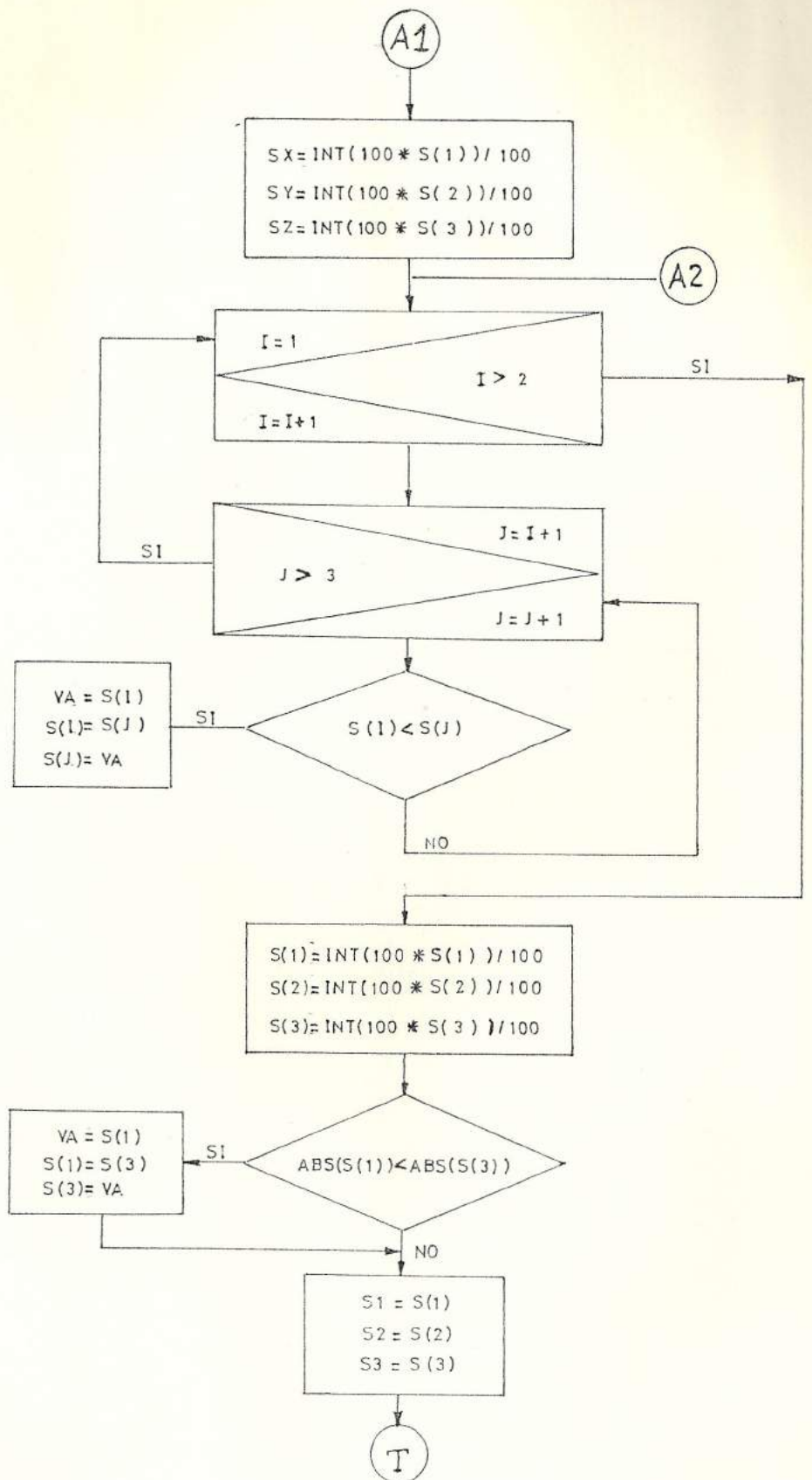


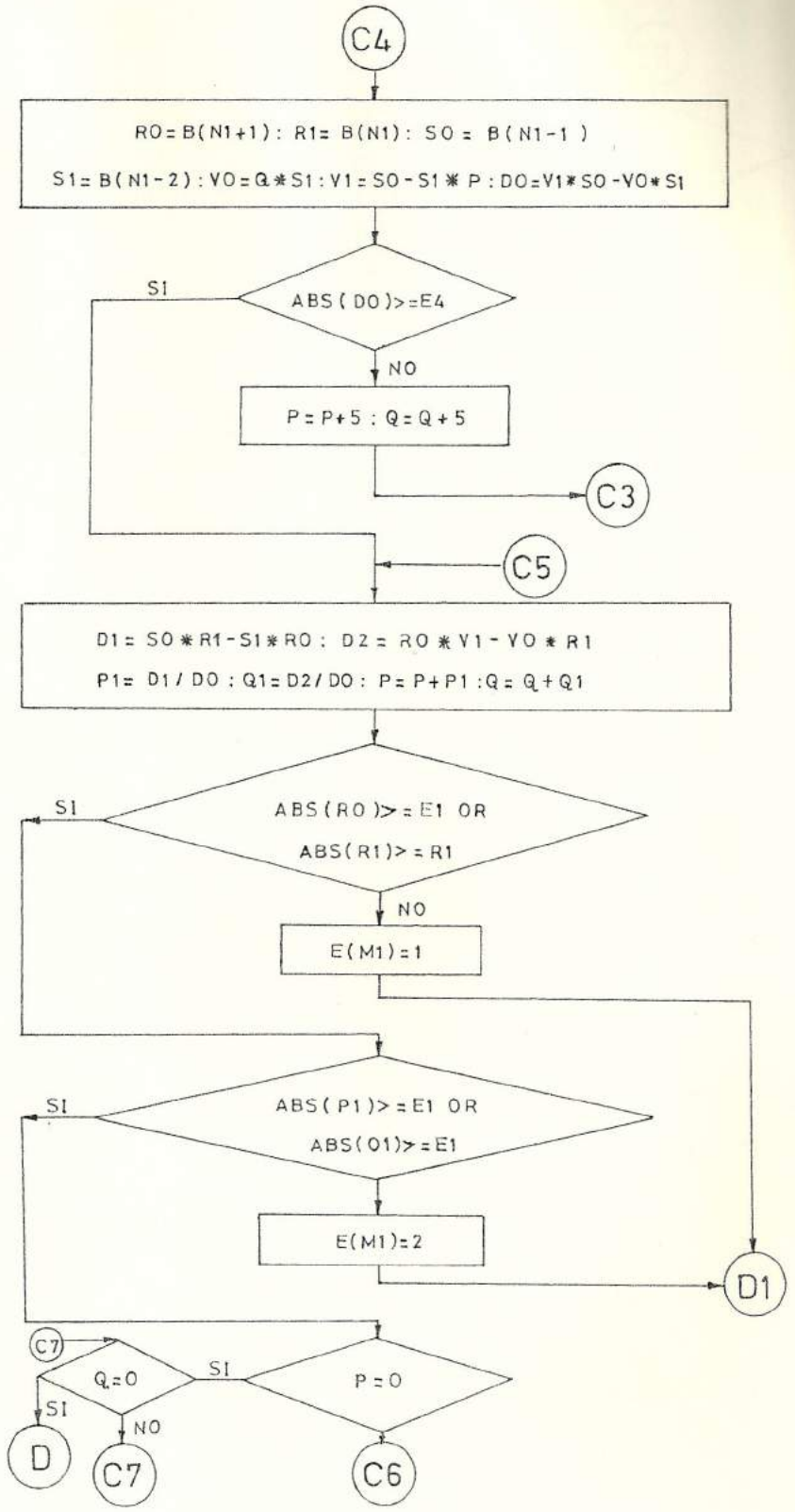


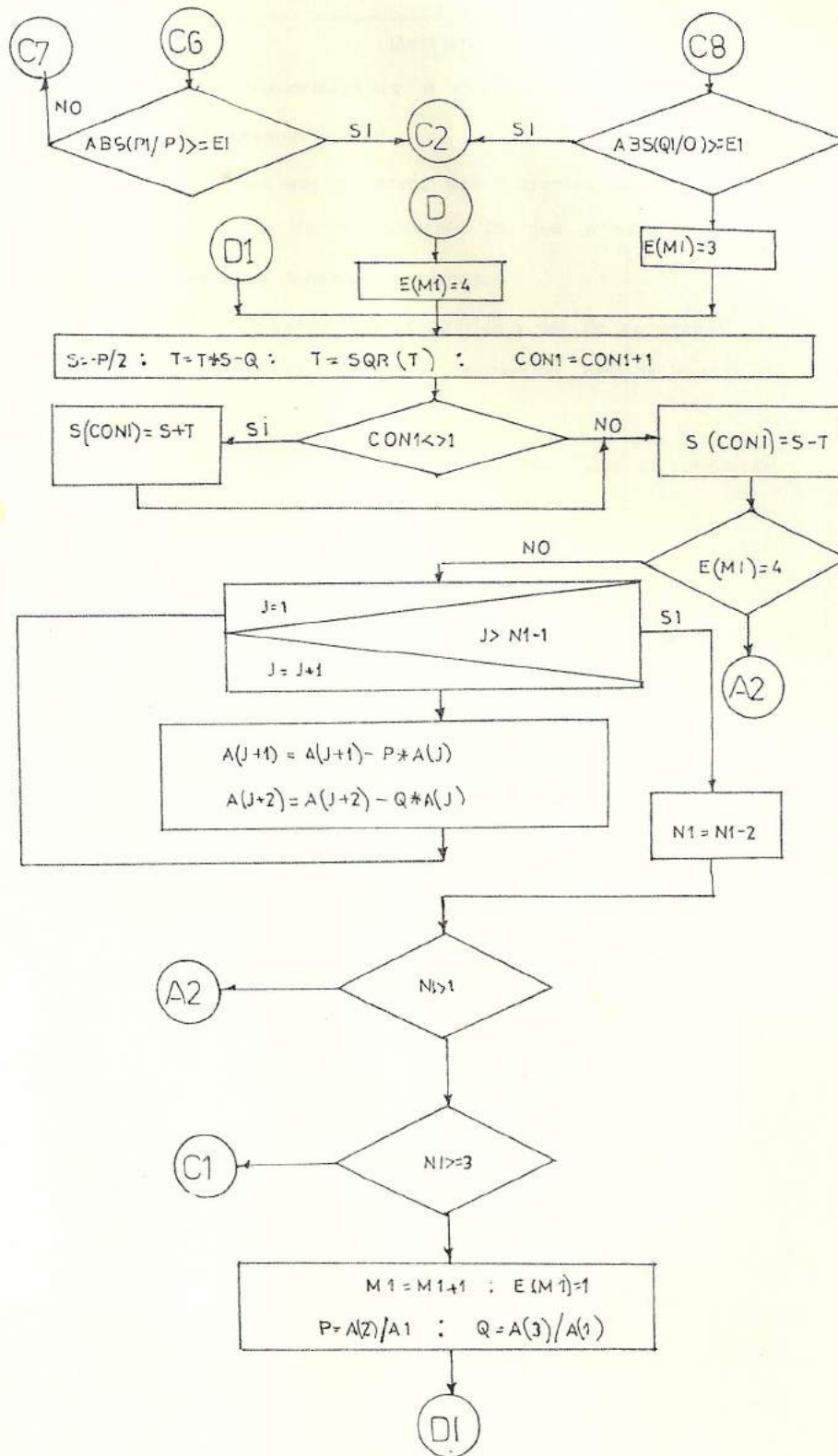


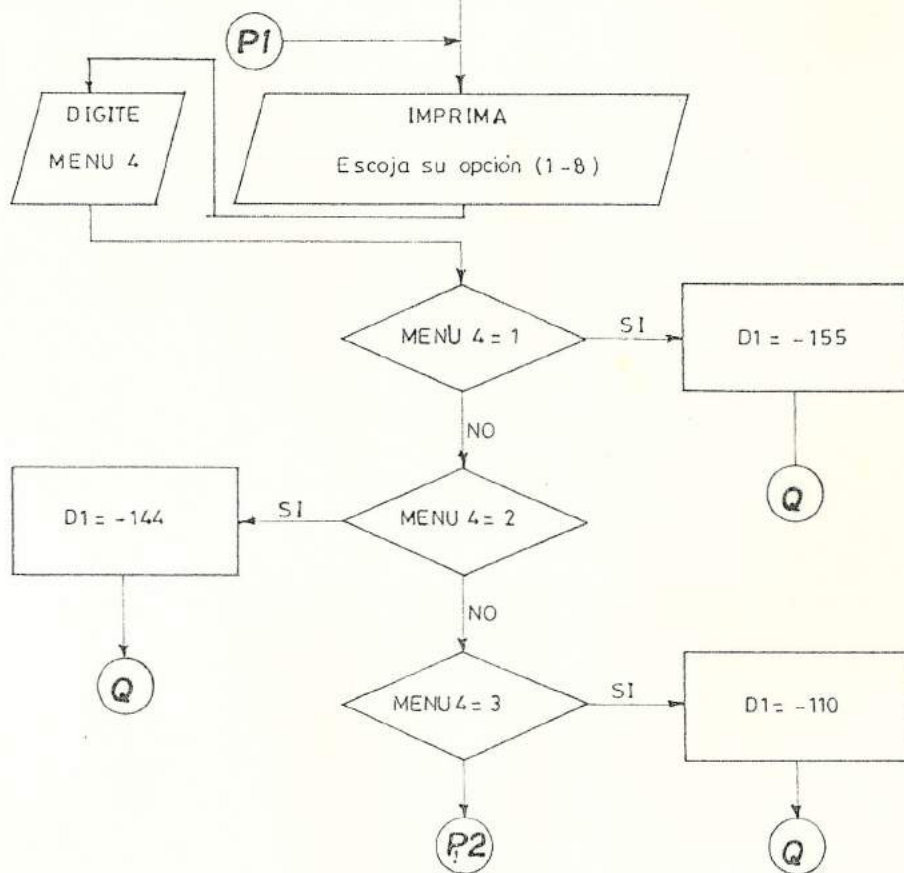
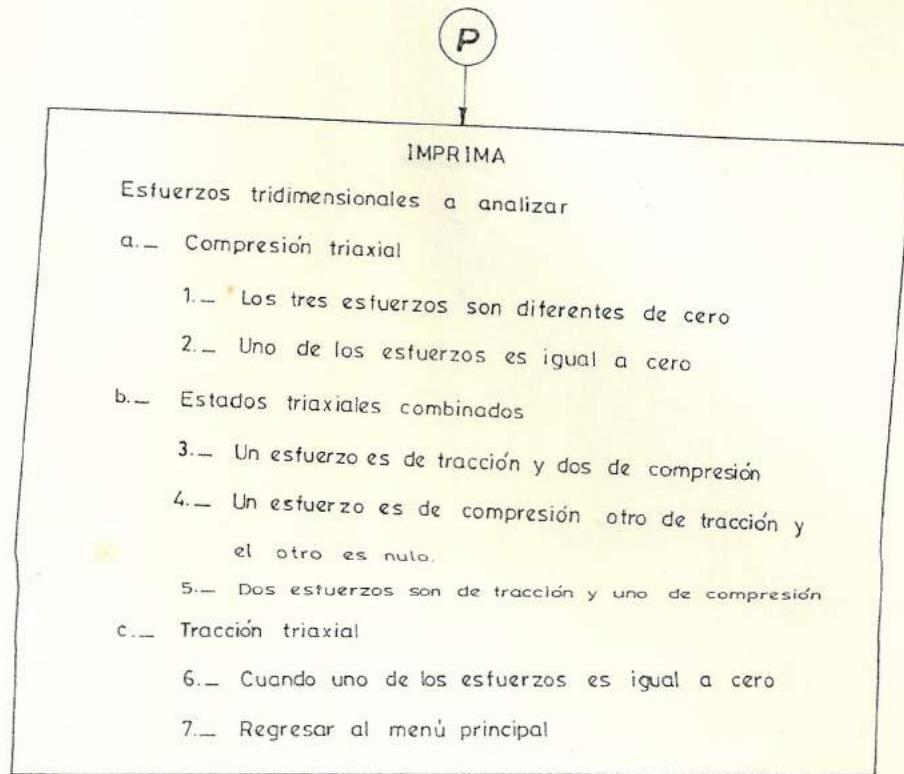


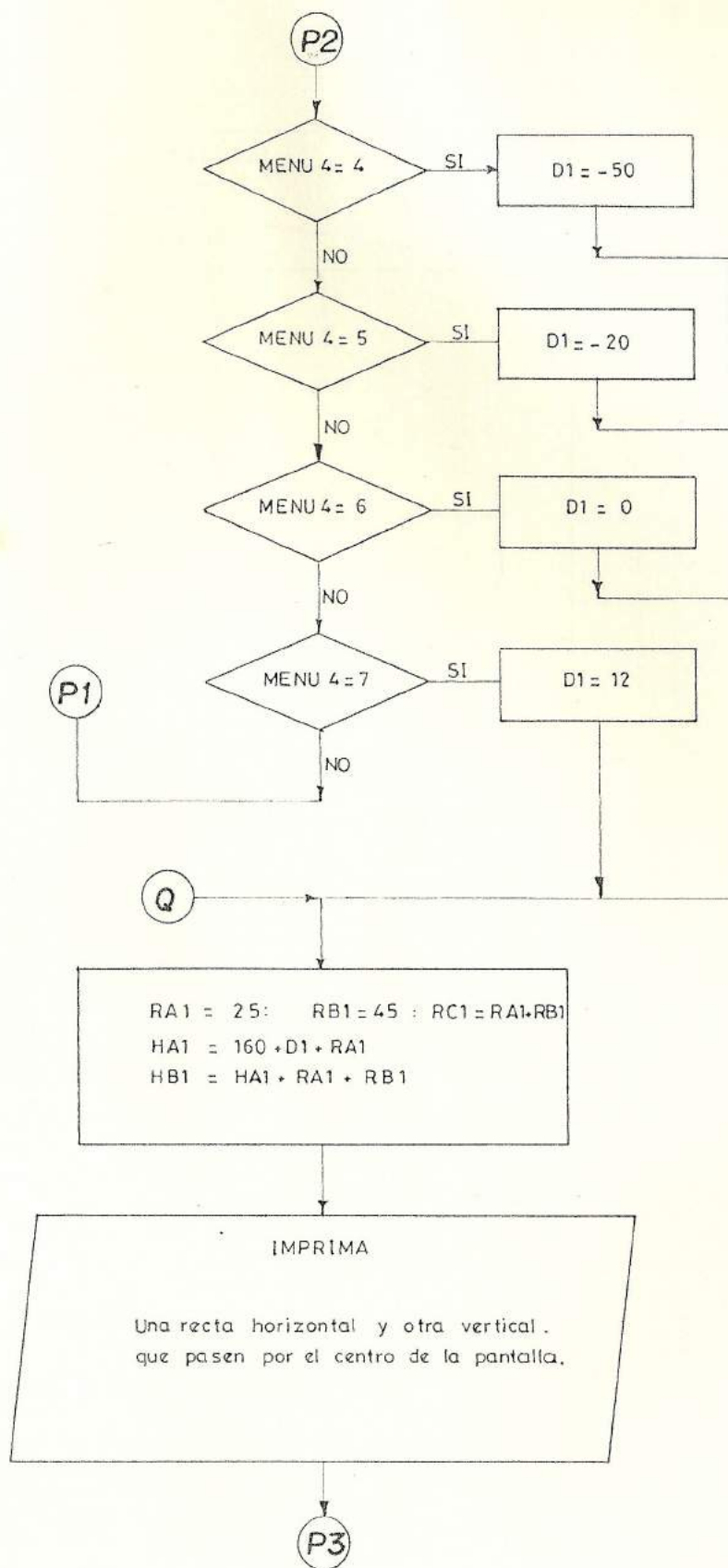


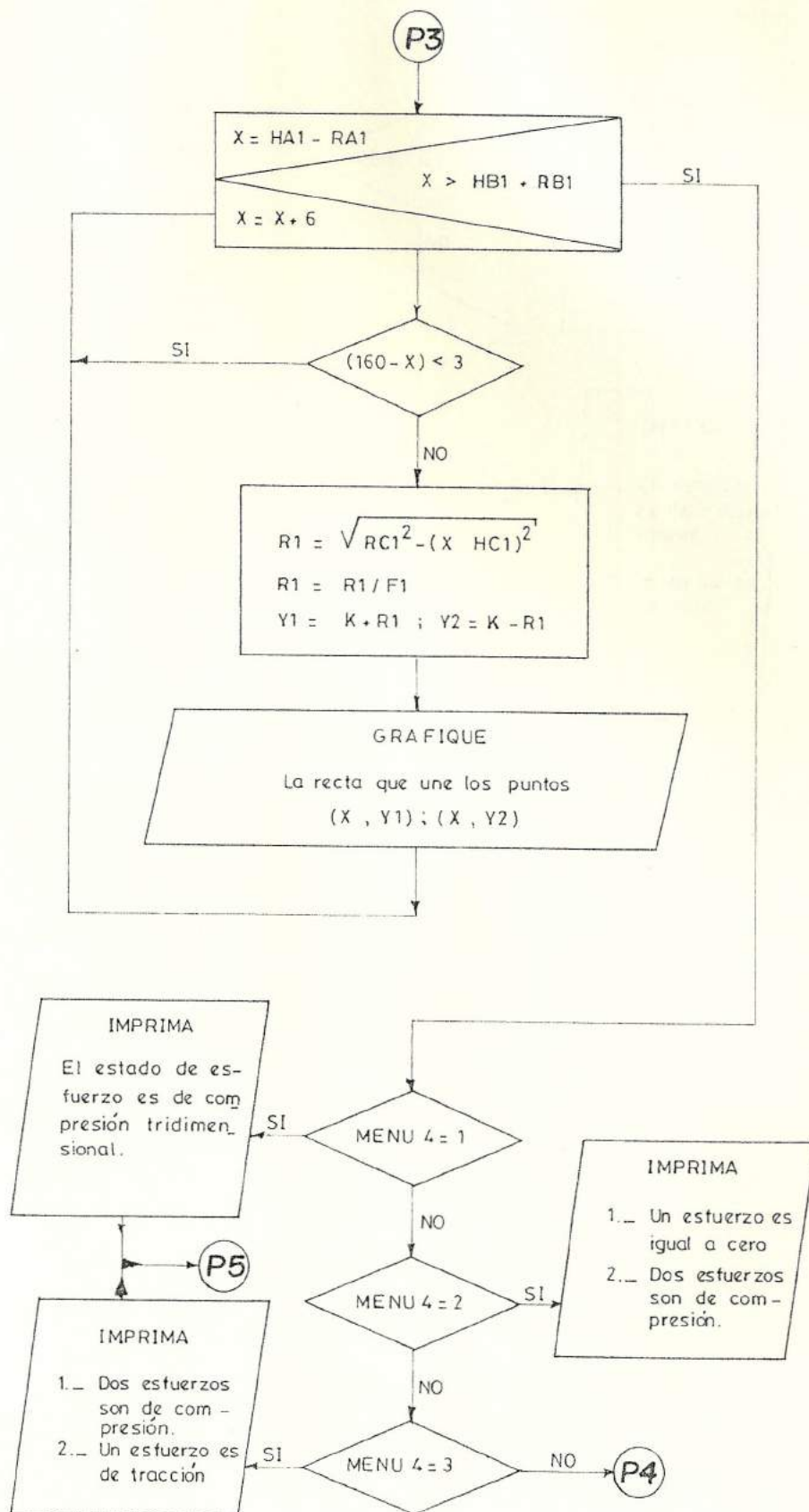


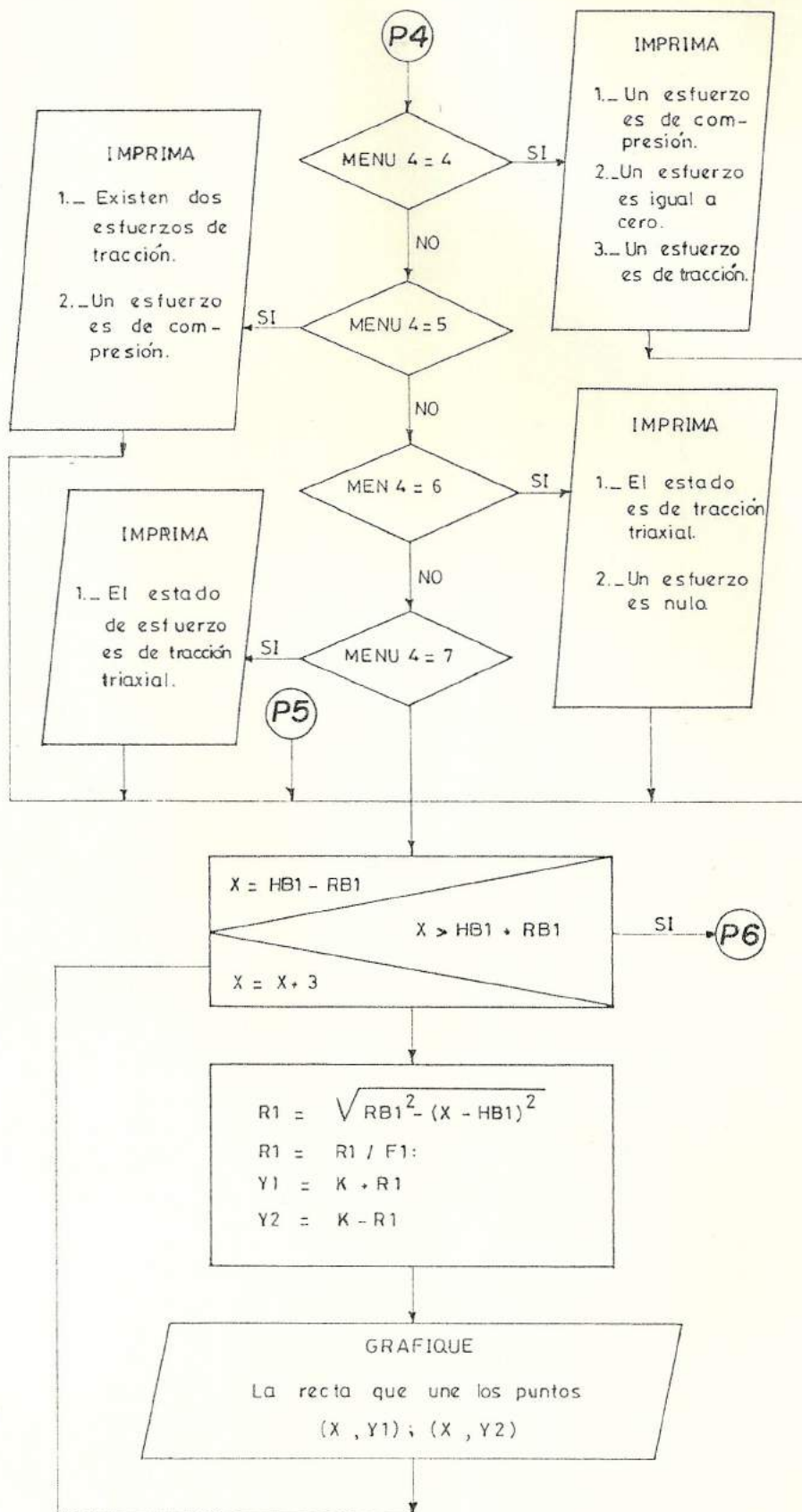


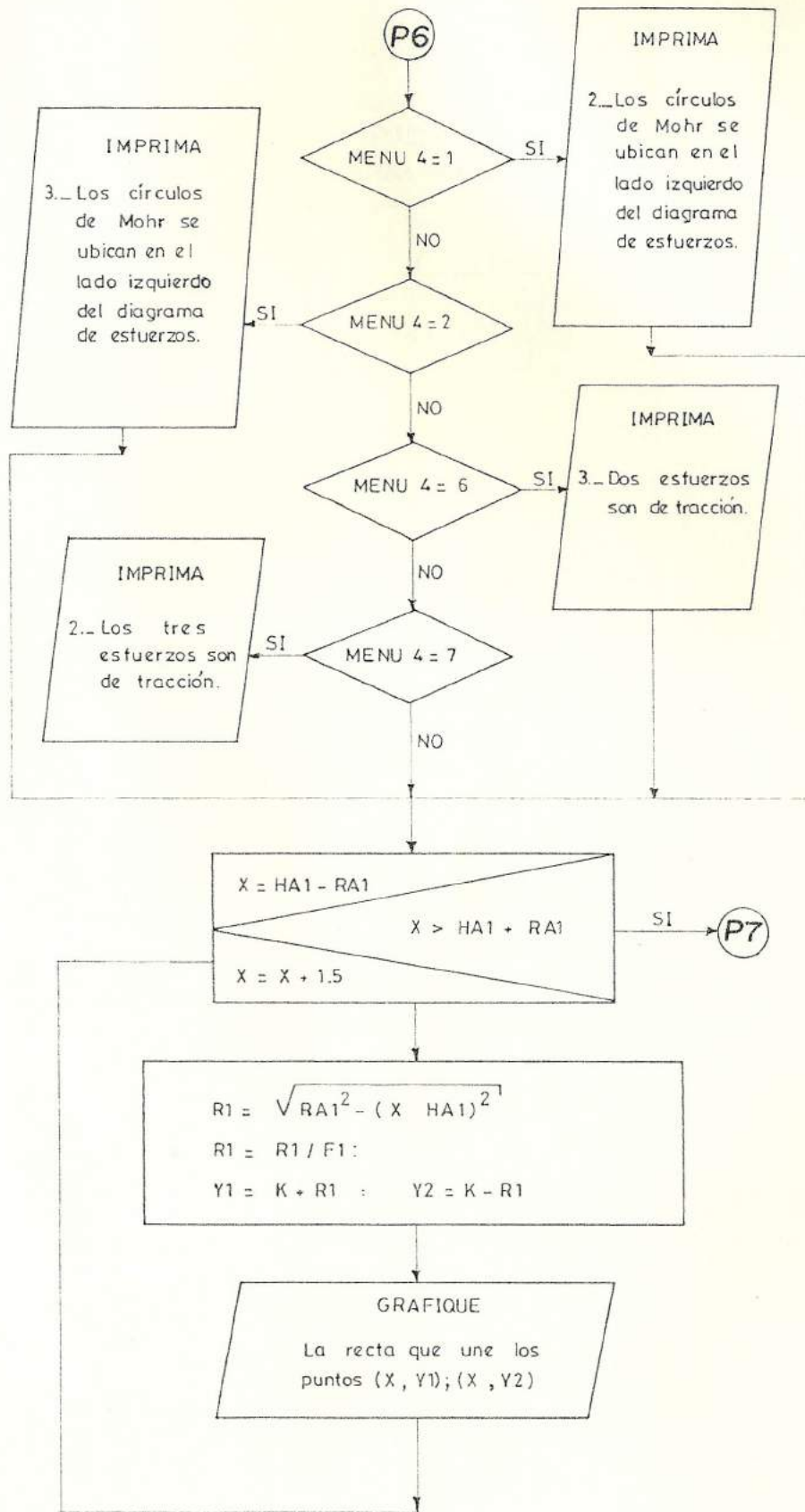


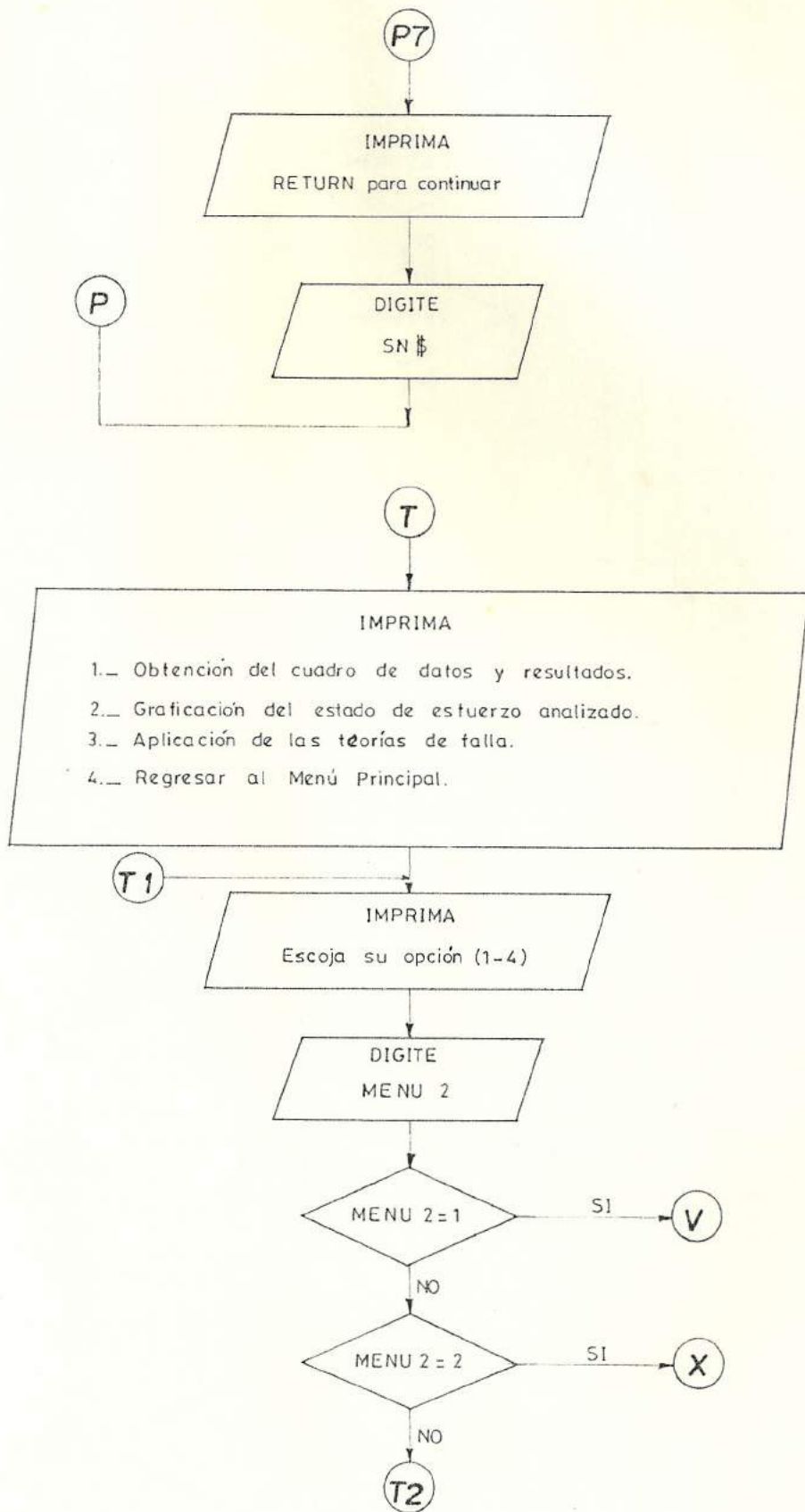


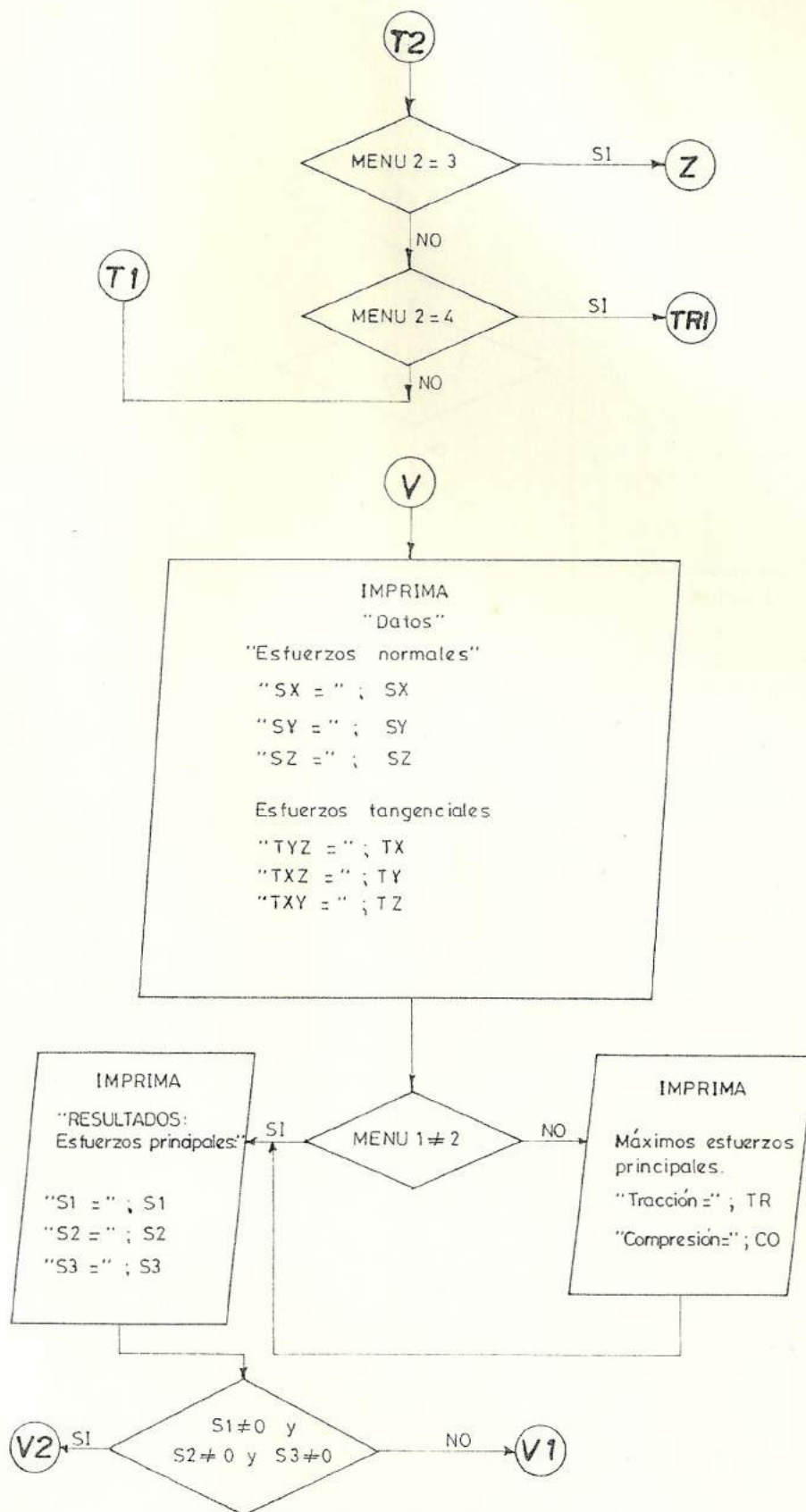


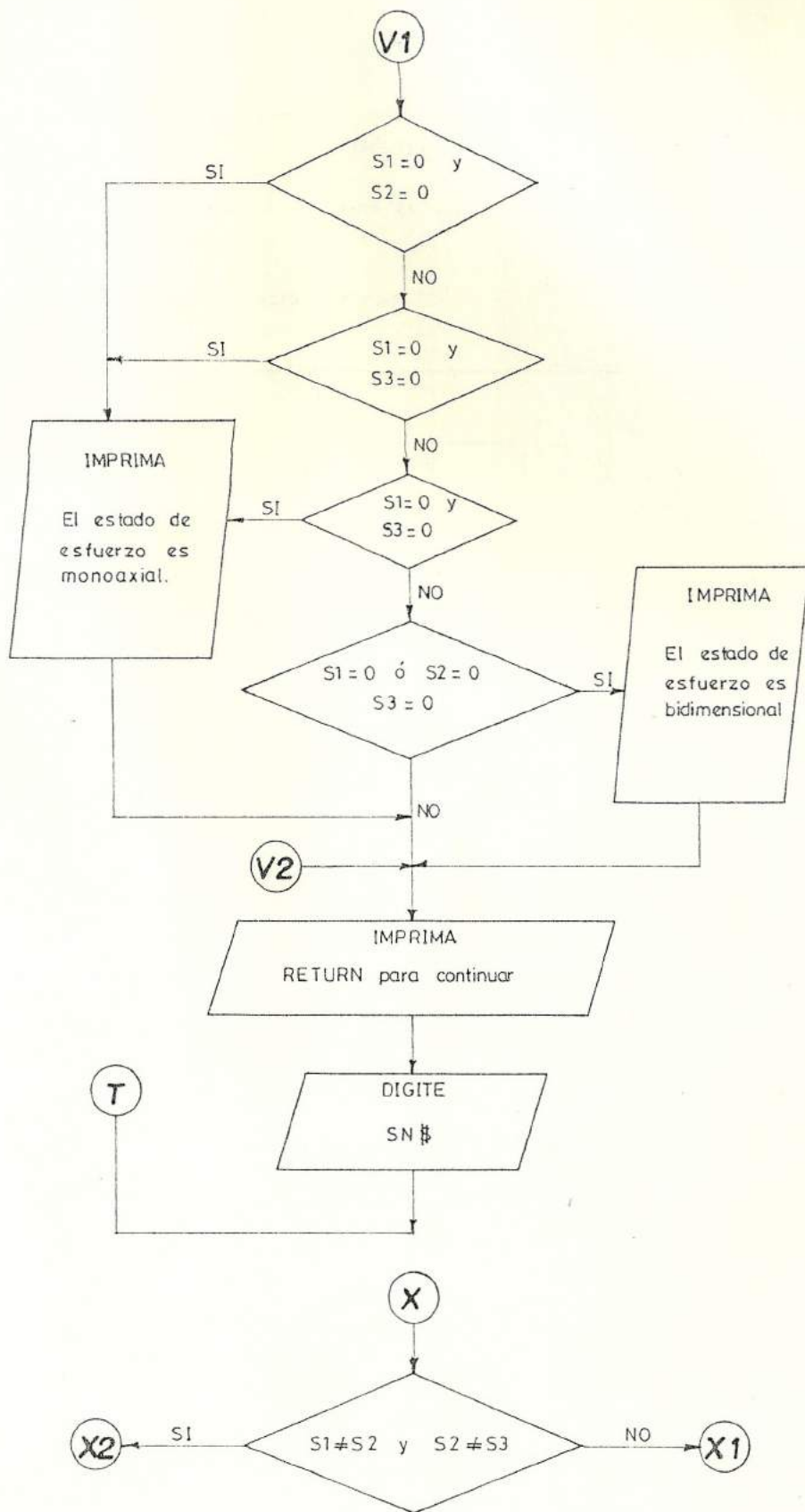


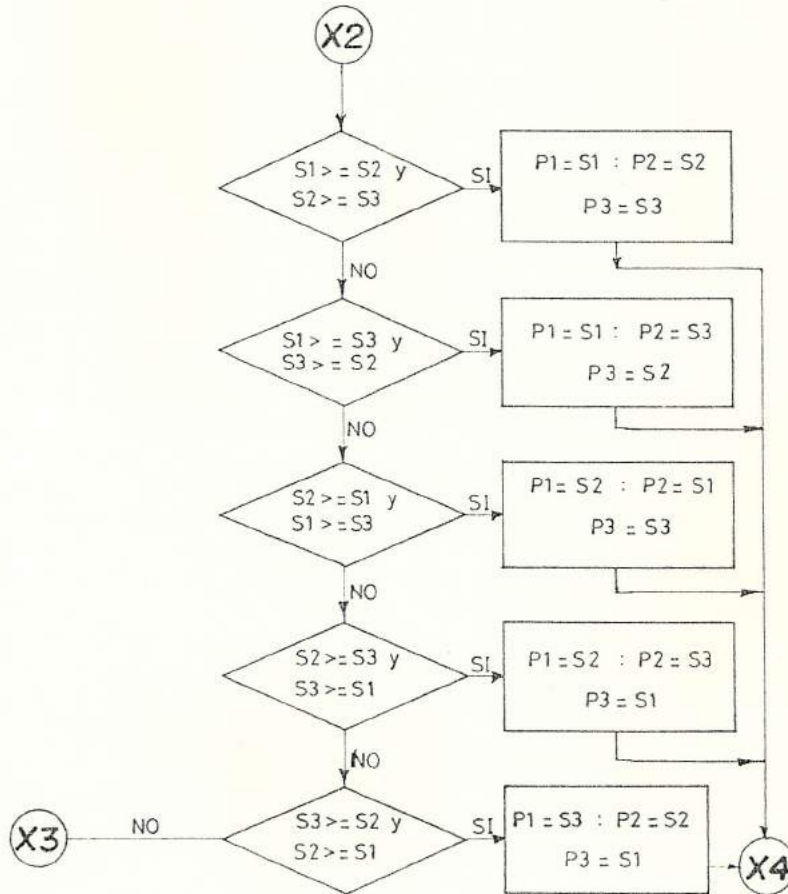
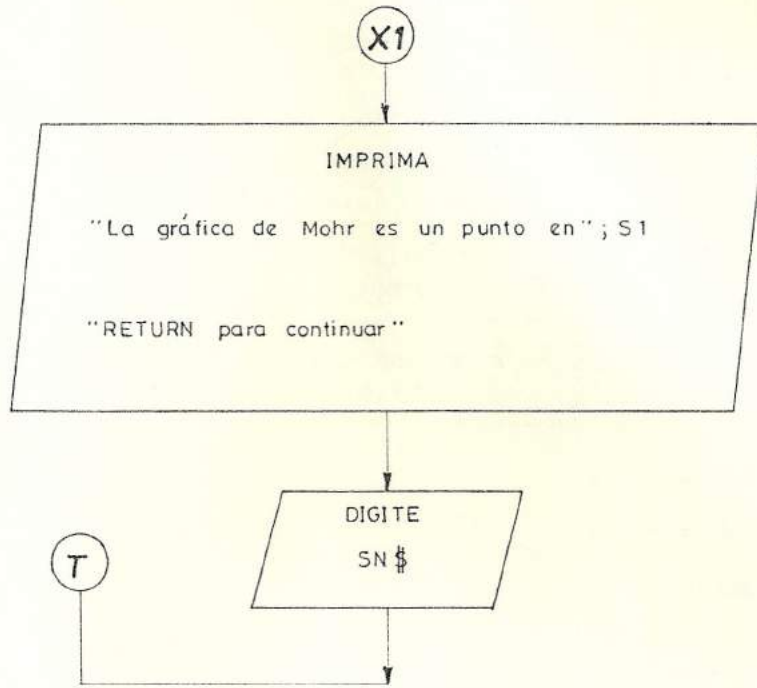


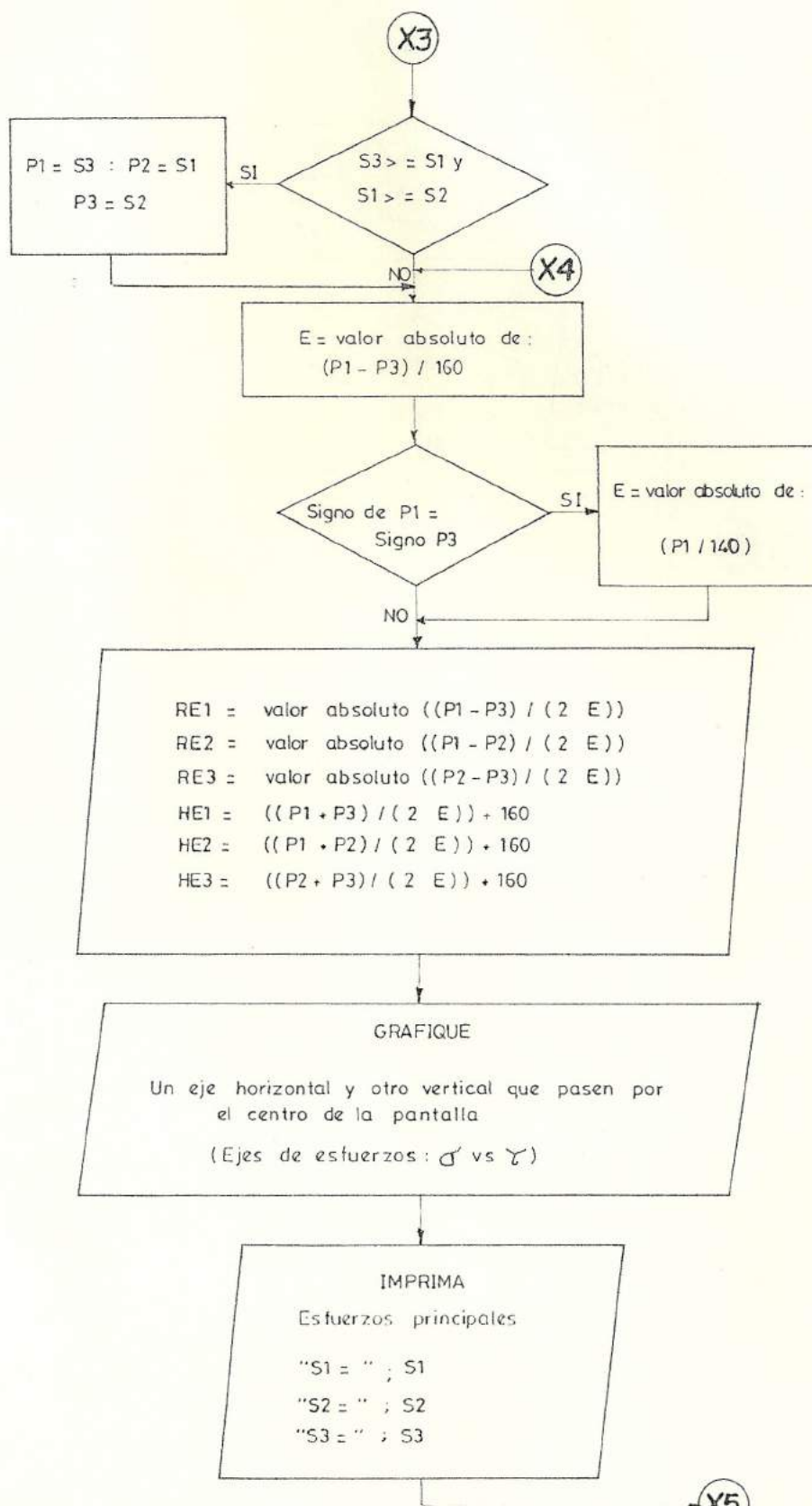


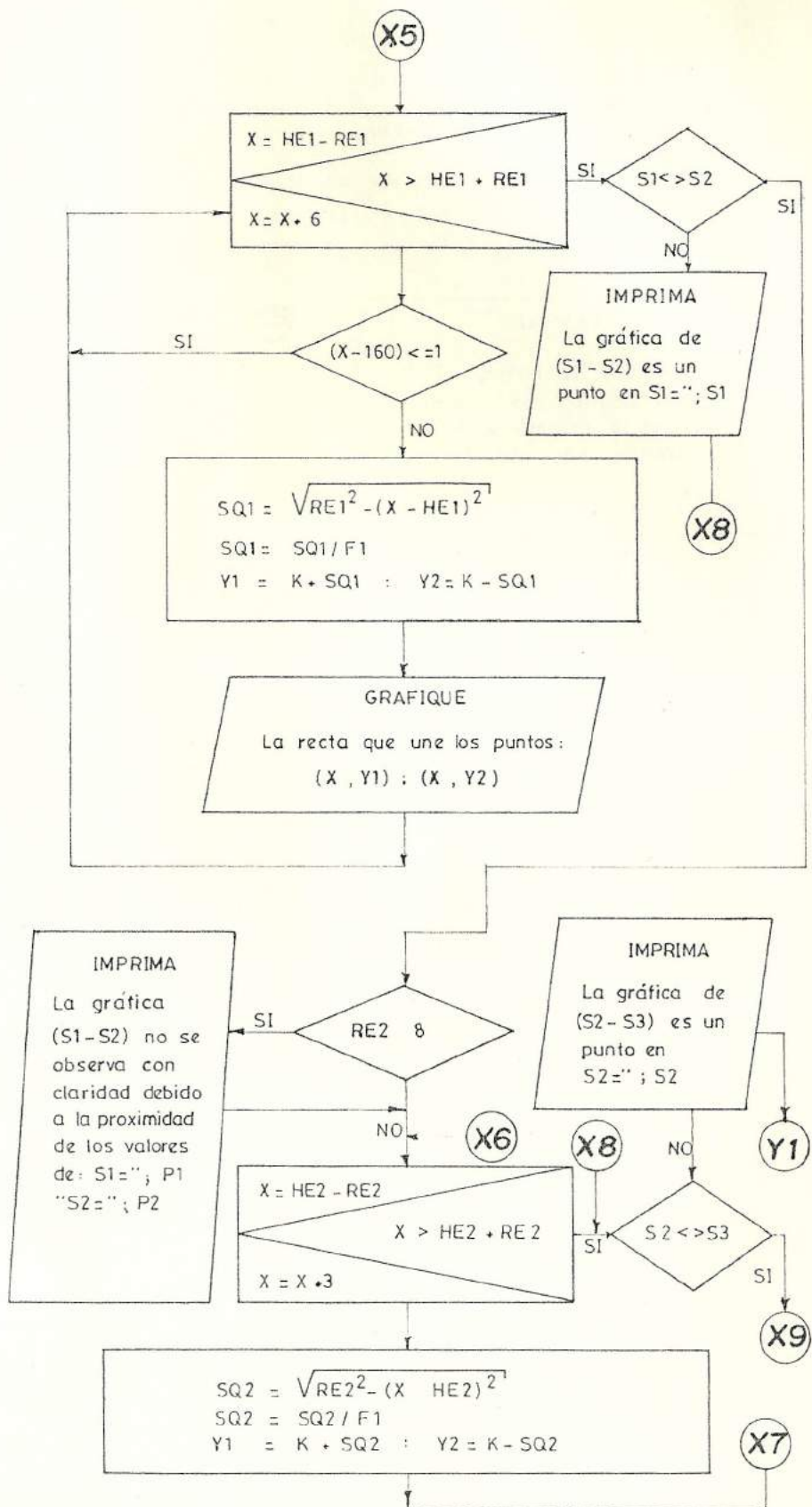


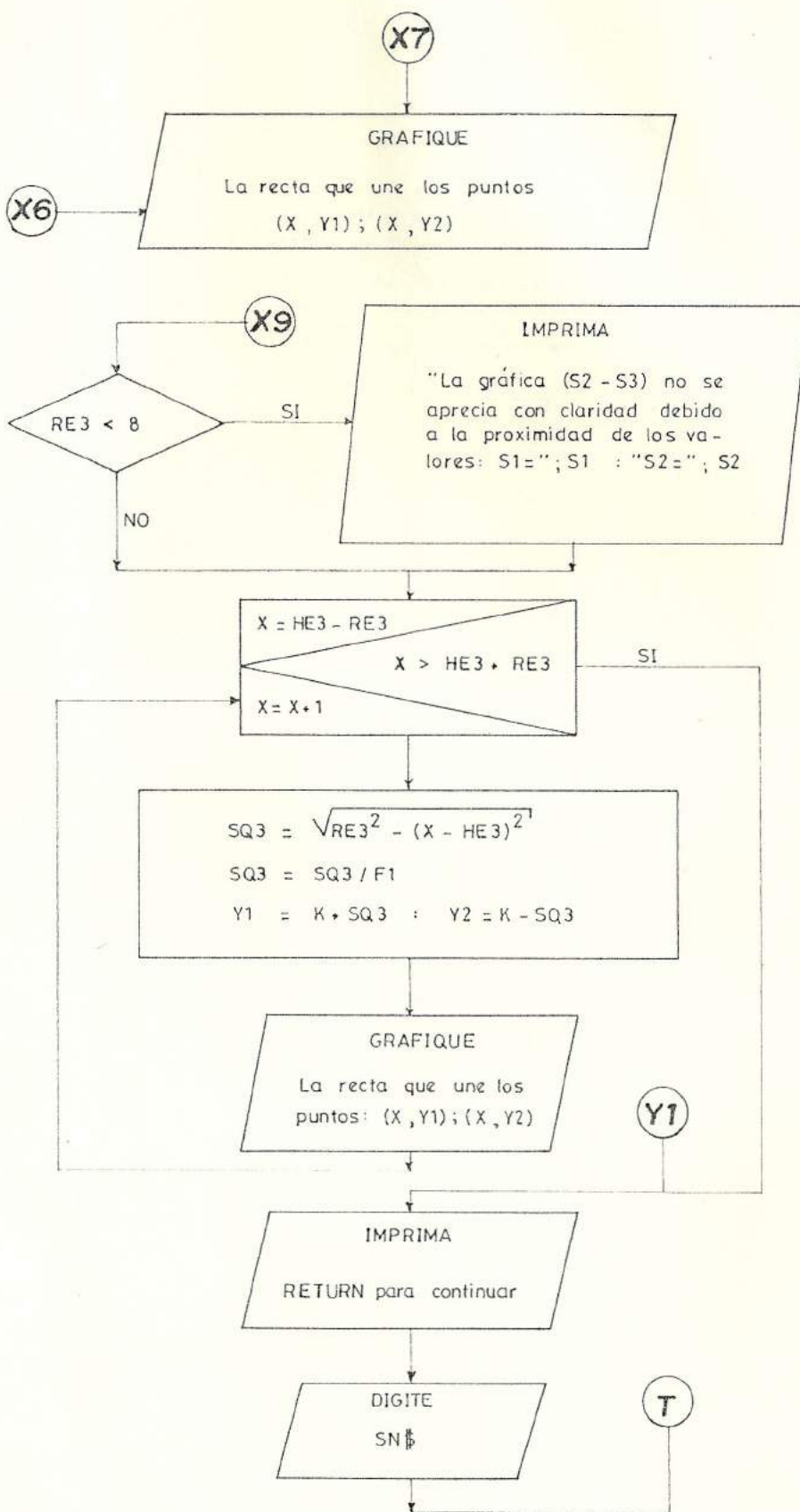


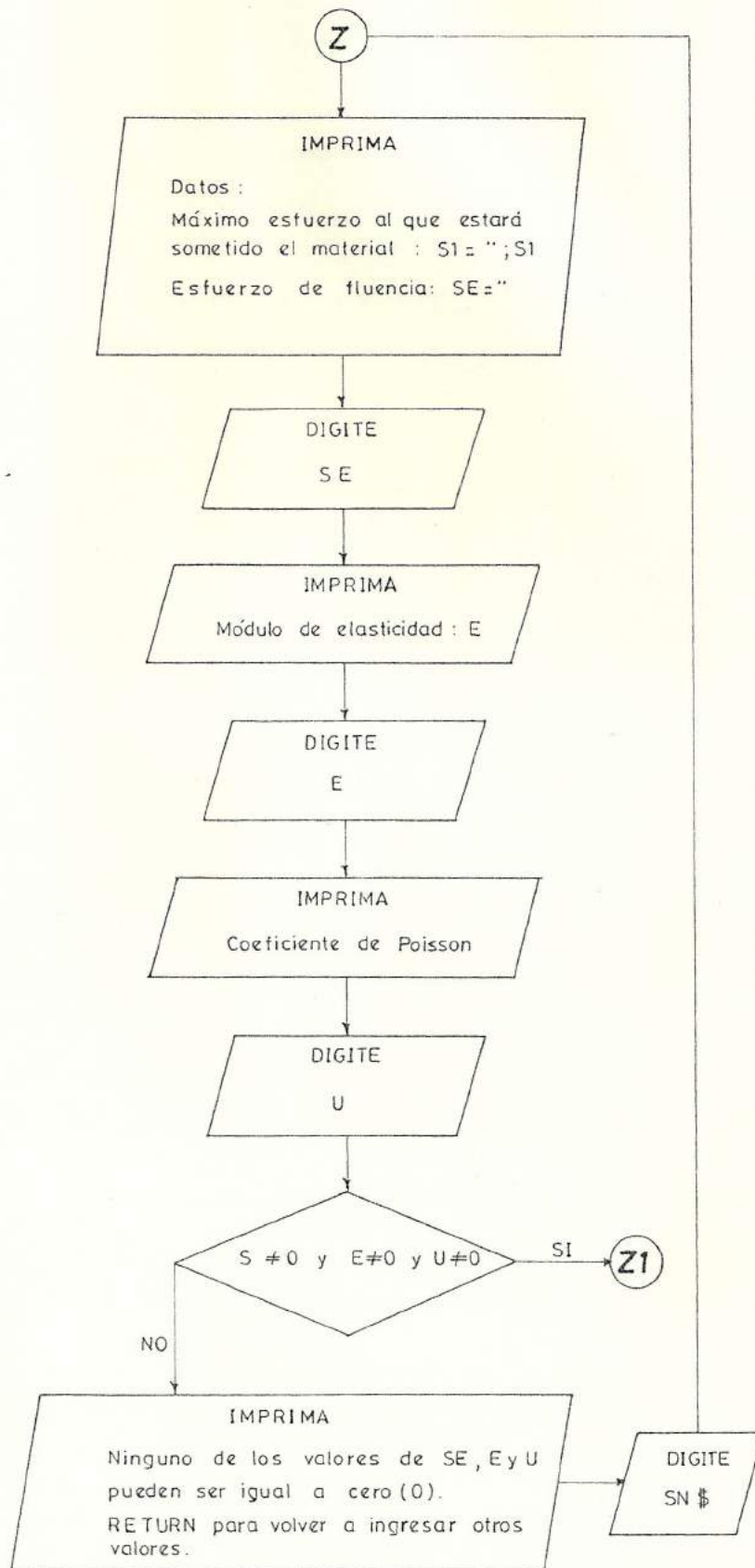


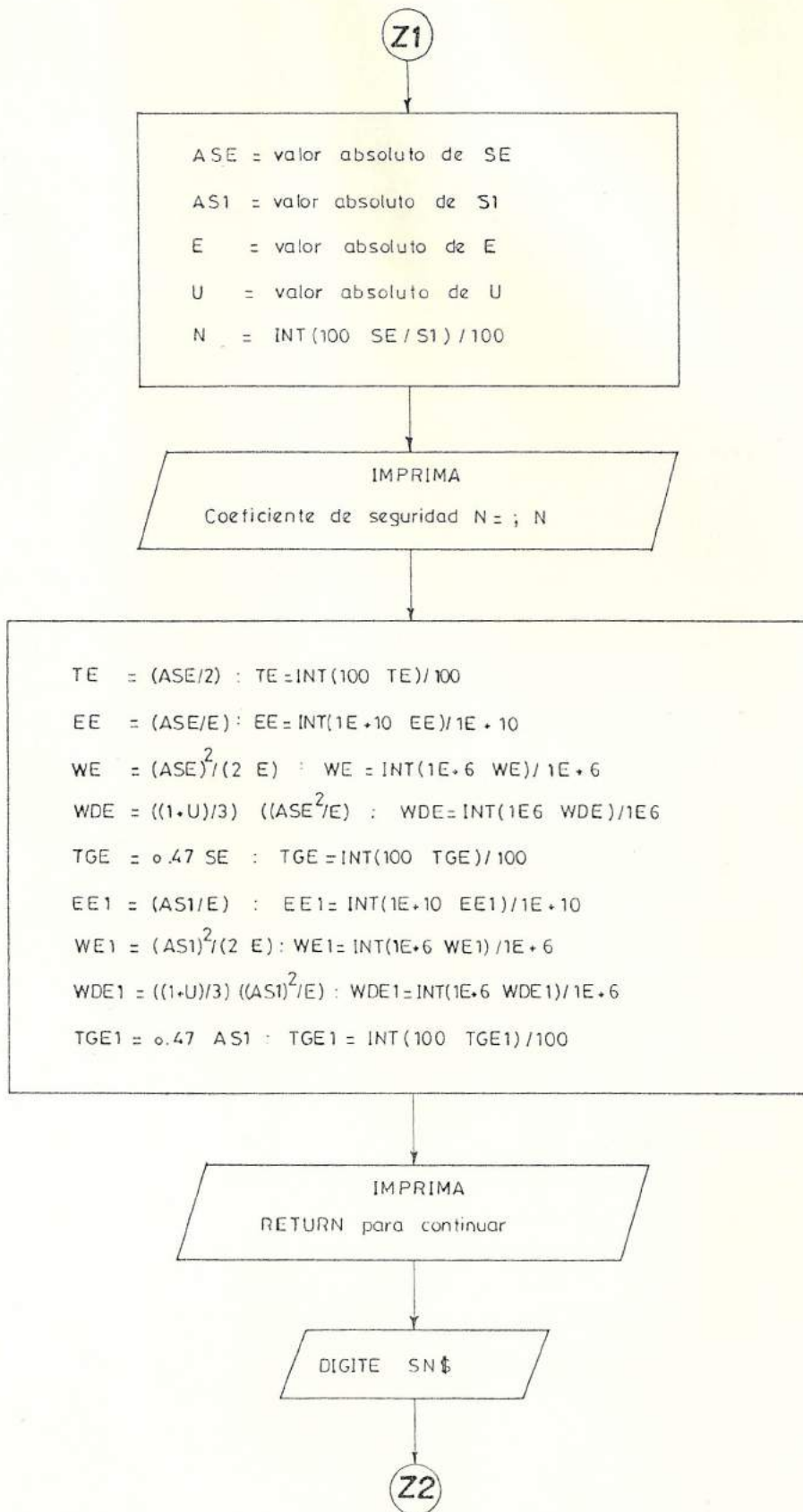


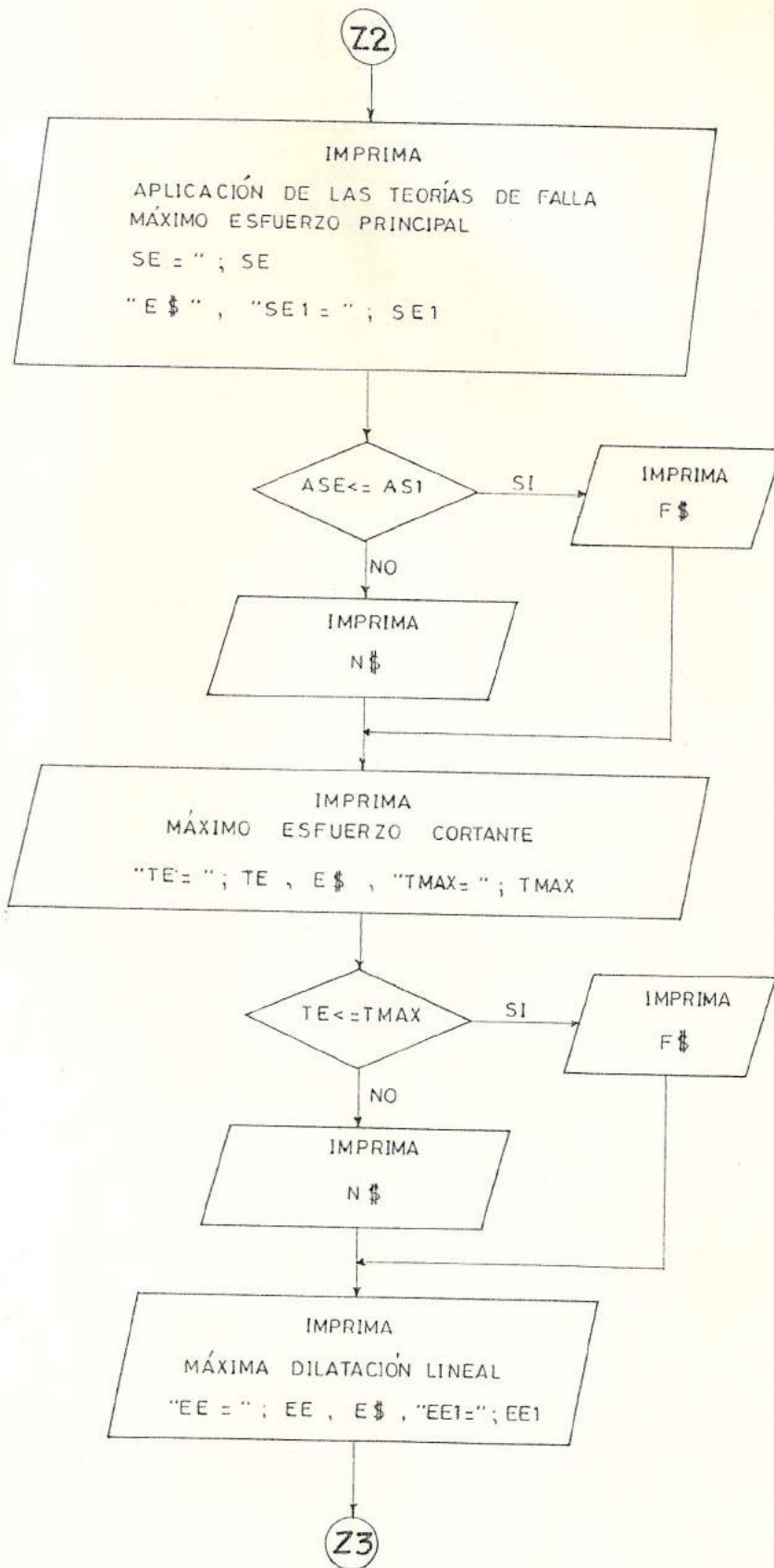


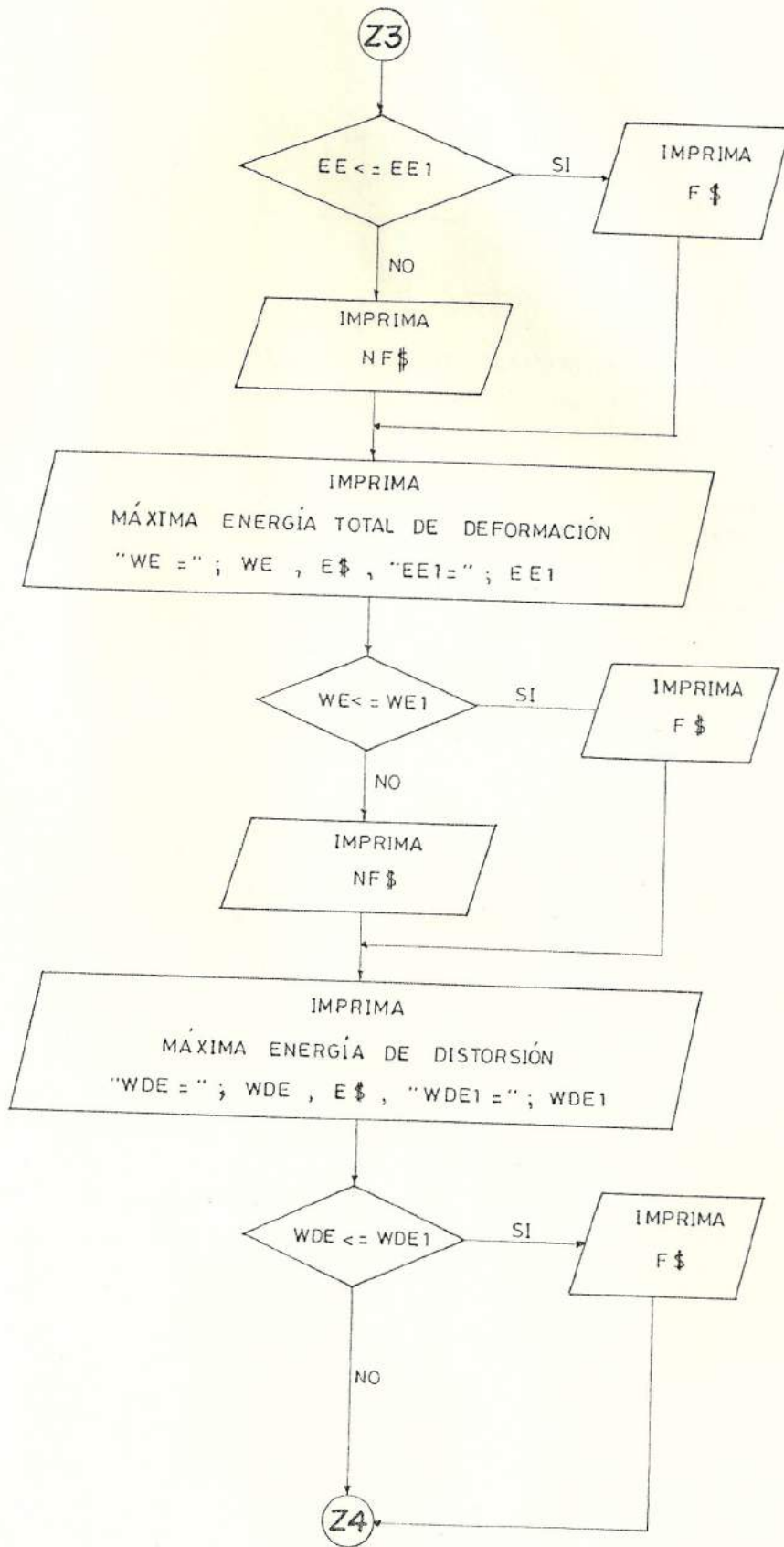


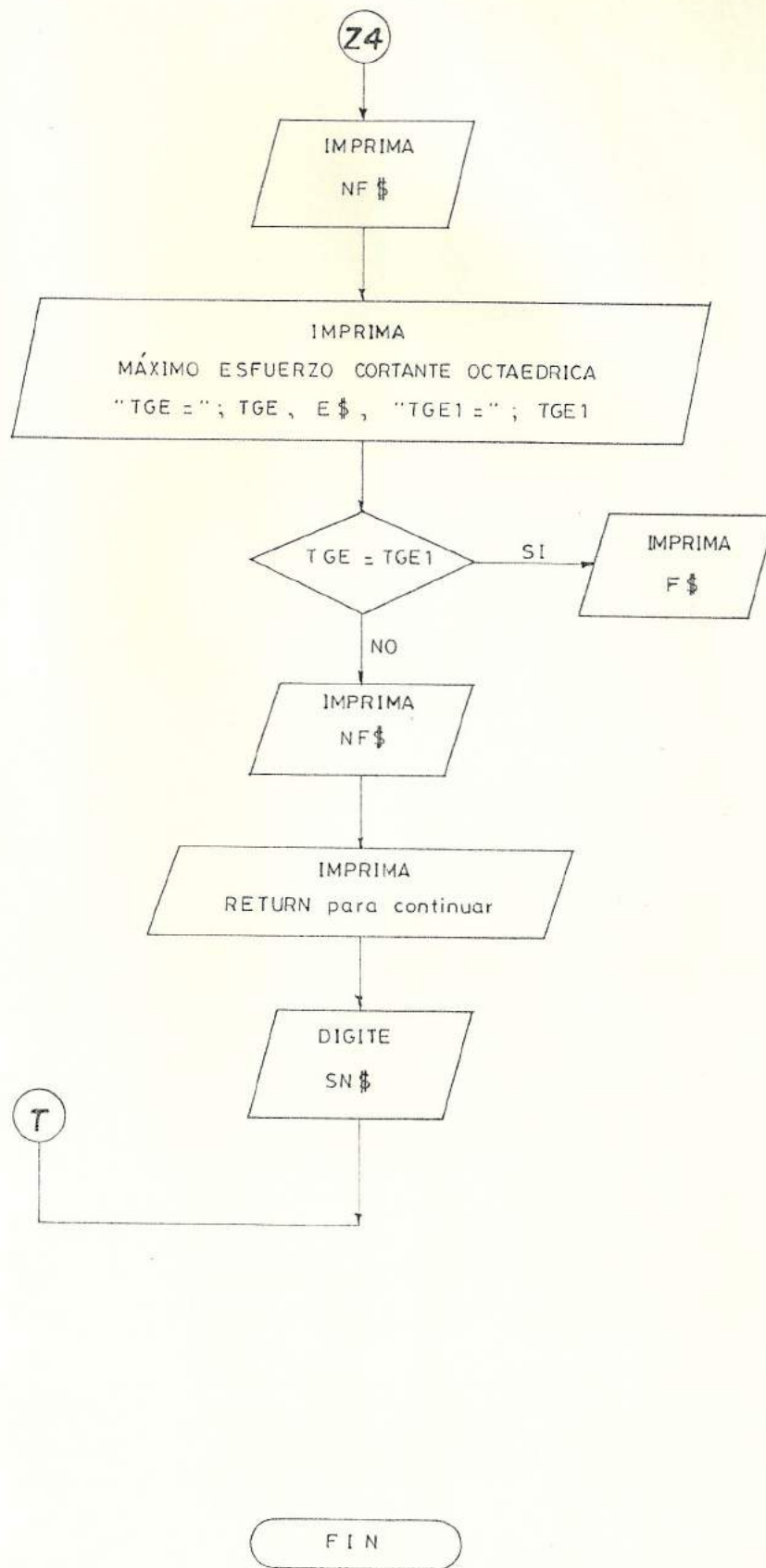












CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

CONCLUSIONES:

1. La dificultad relacionada con la creación de una teoría de los estados límites es, la insuficiencia de conocimientos sobre los procesos internos que tienen lugar en el material.
2. Las teorías de los esfuerzos límites responden a la necesidad de la creación de un método general de la apreciación de la medida de peligro de cualquier estado de esfuerzo.
3. Las teorías de falla, no tienen carácter universal
4. Para materiales dúctiles, podemos aplicar las teorías de: Máximo Esfuerzo Normal, Máximo Esfuerzo Cortante y Máxima Energía de Distorsión.
5. Ninguna teoría puede conseguir una exactitud mayor que las suposiciones originales.

El criterio definitivo sobre la veracidad y aplicación de un diagrama de cálculo o de una teoría de falla, es siempre la práctica y la experiencia.

Al abordar el cálculo de toda construcción, es

imposible tomar en cuenta todas las propiedades y fenómenos que intervienen en la construcción real.

8. El método de cálculo más difundido es el basado en los esfuerzos principales.
9. El propósito de los ensayos de compresión o tracción es la construcción de los diagramas de esfuerzos, o sea, la dependencia entre los esfuerzos y las deformaciones.
10. Las deformaciones angulares dependen de los esfuerzos cortantes; y las deformaciones lineales de los esfuerzos normales.
11. El coeficiente de seguridad, indica cuantas veces se debe de aumentar simultaneamente todas las componentes del estado de esfuerzo, para que se convierta en un estado de esfuerzo límite.
12. El problema fundamental de diseñar estriba, en utilizar los datos de ensayo de tracción o de compresión simple y relacionarlos con la resistencia de la pieza, independientemente del estado de esfuerzo o de las condiciones de carga.
13. El empleo, de los programas realizados, permite

calcular y aplicar las teorías de falla de una manera rápida y sencilla.

RECOMENDACIONES:

1. Para materiales dúctiles considero más conveniente la Teoría de la Máxima Energía de Distorsión.
2. Para materiales frágiles da mejores resultados la teoría de la Máxima Dilatación Lineal.
3. Por más que una estructura ha sido realizada con observancia total de los requisitos técnicos. Nunca, piense que las probabilidades de destrucción son nulas.
4. Para escoger el factor encuentra las estructuras análogas existentes, exactitud del cálculo de los esfuerzos máximos y las propiedades del material.
5. Al utilizar un amplio margen de seguridad, no necesariamente la estructura se vuelve más resistente.
6. Para asegurar la seguridad y confiabilidad de una estructura o máquina; su resistencia, debe ser mayor que los esfuerzos aplicados.

APENDICE

Valores comparativos de la resistencia máxima utilizable en un material, de acuerdo con las diversas teorías de Falla.

1	2	3	4
Teoría del Máximo Esfuerzo Principal	σ_e	τ_e	$\tau_e = \sigma_e$
Teoría del Máximo Esfuerzo Cortante	$\frac{\sigma_e}{2}$	τ_e	$\tau_e = 0.5 \sigma_e$
Teoría de la Máxima Dilatación Lineal	$\frac{\sigma_e}{E}$	$\frac{5 \tau_e}{4 E}$	$\tau_e = 0.8 \sigma_e$
Teoría de la Máxima Energía de Distorsión	$\frac{1+\mu}{3E} \sigma_e^2$	$\frac{1+\mu}{E} \tau_e^2$	$\tau_e = 0.577 \sigma_e$
Teoría del Máximo Esfuerzo Cortante Octaédrico	$\frac{\sqrt{2}}{3} \sigma_e$	$\frac{\sqrt{3}}{3} \tau_e$	$\tau_e = 0.577 \sigma_e$

1.- Teoría de Falla.

2.- Resistencia máxima obtenida en el ensayo a tracción.

3.- Resistencia máxima obtenida en el ensayo a torsión.

4.- Igualación de los valores 2 y 3.

BIBLIOGRAFIA

1. Asme Handbook, Metal Engineering Design; Primera Edición; McGraw-Hill Book Company Inc.; U.S.A.; 1.973; Págs. 317-326.
2. Boresi/Sidebottom/Seely/Smith; Advanced Mechanics of Material; Tercera Edición, Prentice-Hall Inc. U.S.A.; 1.978; Págs. 101-126.
3. Enciclopedia Salvat de las Ciencias Tomo 13; Salvat S. A. Ediciones; España; 1.968; Págs. 53-58.
4. Perspectiva, Escuela Superior Politécnica del Chimborazo; Departamento de Publicaciones de la ESPOCH; Riobamba-Ecuador; 1.982; Pág. 42.
5. Diaz conferencias sobre Resistencia de Materiales; Feodosiev V. I.; Editorial MIR; Rusia; 1.973; Págs. 88-102.

6. Resistencia de Materiales, Feodósiev V. I.; Editorial MIR; Rusia; 1.972; Págs. 11-12, 56-59, 64-65, 78-79, 245-265, 275-285.
7. Stress, Strain and Strength; Juvinál Robert C.; McGraw-Hill Book Company; U.S.A.; 1.973; Págs. 89-91.
8. Programación BASIC para Microcomputadoras; Kalil Jorge-Peñaloza M. Ings.; Editado por Inteldata; Guayaquil-Ecuador 1.984; Págs. 37-38
9. Problemas de Resistencia de Materiales; Mirolíubou I., Engálichev S.,; Serguiéuski N., Almamétov F., Kúritsin N; Smirnou K-Vasilian, Yáshima L.; Editorial MIR; Rusia; Págs.. 43-50.
10. Análisis Elemental de Estructuras; Norris CH.-Wilbur J. Editorial McGraw-Hill; Mexico 1.978 ; Págs. 28-29; 33-34; 49; 500-501.
11. Cubicaciones y Resistencia de Materiales; Pareja M. Ing.; Segunda Edición; Ediciones CEAG S.A.; España; 1.979; Págs.143.
12. Introduction to Mechanics of Solids; Egor P. Popov; Prentice-Hall INC U.S.A. 1.968 ; Págs. 317-325.

13. Diseño en Ingeniería Mecánica; Shigley Joseph E.; Editorial McGraw-Hill Book Company U.S.A. 1.979; Págs. 19-28, 45-55, 201-218.
14. Resistencia de Materiales; Singer Ferdinand L.; Editora del Castillo; España 1.971; Págs. 45-450, 348-354.
15. Curso Superior de Resistencia de Materiales; Fred Seely -J. Smith, A. M.; Segunda Edición; 1.952; U.S.A.; Págs. 12-18, 44, 59-65, 69-75, 76-91.
16. Elementos de Resistencia de Materiales; S. Timoshenko y D. H. Young; España 1.973; Editores MONTANER Y SIMON, S.A.; Págs. 33-36, 319-325.
17. Enrico Volterra J. H. Gaines; Advanced Strenght of Materials ; Prentice-Hall Inc. U.S.A. , 1.971; Pags. 45-53.