ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO:	2018	**PERÍODO:**	PRIMER TÉRMINO
MATERIA:	Cálculo de una variable	**PROFESORES:**	Argüello G., Avilés J., Baquerizo G., Chóez M., Díaz R., Laveglia F., Mejía M., Ramos M., Ramos P., Ronquillo C., Toledo X.
EVALUACIÓN:	TERCERA	**FECHA:**	10/septiembre/2018

SOLUCIÓN y RÚBRICA

1) (10 PUNTOS) Identifique el tipo de indeterminación y luego calcule:

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{\frac{\pi}{2} - arc\,tan(x)}{e^{2/x} - 1}$$

Solución:

Se verifica que:

$$\left[\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{\pi}{2} - arc\,tan(x)\right) = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} = 0\right] \wedge \left[\lim_{x\to+\infty}\left(e^{2/x} - 1\right) = e^0 - 1 = 0\right]$$

Puesto que se tiene una indeterminación del tipo:

$$\frac{0}{0}$$

Se puede aplicar el teorema de L'Hopital:

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{\frac{\pi}{2} - arc\,tan(x)}{e^{2/x} - 1} = \lim_{x\to+\infty} \frac{\frac{d}{dx}\left(\frac{\pi}{2} - arc\,tan(x)\right)}{\frac{d}{dx}\left(e^{2/x} - 1\right)}$$

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{0 \cancel{-} \frac{1}{1+x^2}}{e^{2/x}\cdot\left(\cancel{-}\frac{2}{x^2}\right) - 0} = \lim_{x\to+\infty} \frac{\frac{x^2}{1+x^2}}{2e^{2/x}} = \lim_{x\to+\infty} \frac{\frac{1}{\frac{1}{x^2}+1}}{2e^{2/x}} = \frac{\frac{1}{0+1}}{2}$$

Por lo tanto:

$$\boxed{\lim_{x\to+\infty} \frac{\frac{\pi}{2} - arc\,tan(x)}{e^{2/x} - 1} = \frac{1}{2}}$$

Rúbrica:

Capacidades deseadas	Desempeño			
El estudiante conoce sobre cálculo de límites, el teorema de L'Hopital derivadas de funciones constantes, trigonométricas inversas y exponenciales; y, la regla de la cadena.	**Insuficiente**	**En desarrollo**	**Desarrollado**	**Excelente**
	No identifica el tipo de indeterminación o no sabe cómo calcular el límite.	Identifica el tipo de indeterminación y aplica bien el teorema de L'Hopital; pero no sabe derivar una de las cuatro funciones presentes.	Identifica el tipo de indeterminación, aplica bien el teorema de L'Hopital y deriva bien; pero tiene algún inconveniente en la simplificación algebraica o en la evaluación del límite.	Identifica el tipo de indeterminación y calcula correctamente el límite.
	0	1 – 6	7 – 9	10

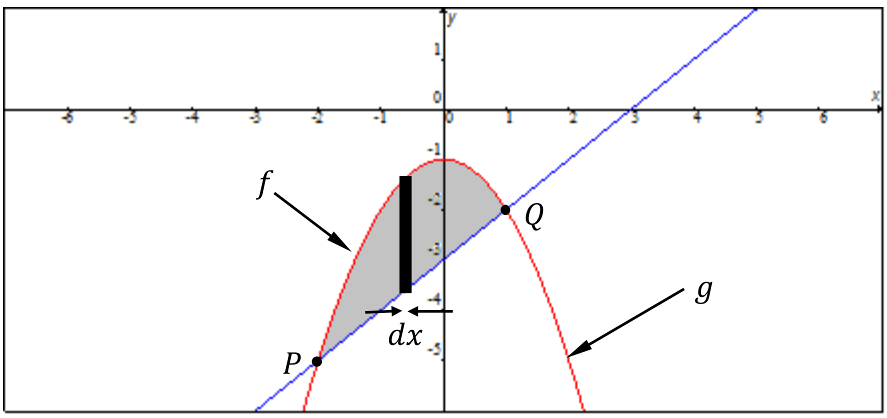
2) (12 PUNTOS) Sea R la región definida por:

$$R = \{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 \ / \ x - 3 \leq y \leq -x^2 - 1 \}$$

Bosqueje R en el plano cartesiano y, mediante la integral definida, calcule su área.

Solución:

Se bosqueja la región en el plano cartesiano:



Se determinan las coordenadas de los puntos de intersección:

$$-x^2 - 1 = x - 3 \quad \rightarrow \quad x^2 + x - 2 = 0 \quad \rightarrow \quad (x+2)(x-1) = 0$$

$$(x + 2 = 0) \ \vee \ (x - 1 = 0) \quad \rightarrow \quad (x = -2) \quad \vee \quad (x = 1)$$

Los puntos de intersección son $P(-2,-5)$ y $Q(1,-2)$.

El área de la región es:

$$\acute{A}rea = \int_{-2}^{1} [(-x^2 - 1) - (x - 3)]\, dx = \int_{-2}^{1} (-x^2 - x + 2)\, dx$$
$$= \left(-\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + 2x\right)\Big|_{-2}^{1} = \left(-\frac{1}{3} - \frac{1}{2} + 2\right) - \left(\frac{8}{3} - 2 - 4\right)$$
$$= \left(-\frac{1}{3} - \frac{8}{3}\right) - \frac{1}{2} + 2 + 2 + 4 = -3 - \frac{1}{2} + 8 = 5 - \frac{1}{2}$$

$$\boxed{\acute{A}rea = \frac{9}{2}\ [u^2]}$$

Rúbrica:

Capacidades deseadas	**Desempeño**			
El estudiante identifica la región común entre funciones de variable real en forma forma analítica y gráfica; y, con el uso de integrales definidas sabe cómo se calcula el área de dicha región.	**Insuficiente**	**En desarrollo**	**Desarrollado**	**Excelente**
	No logra identificar cómo se grafican las funciones o no sabe plantear el área como una integral definida.	**Grafica las funciones, pero no grafica bien la región común entre las funciones, o no obtiene bien los puntos de intersección, o no plantea correctamente la integral definida.**	**Grafica la región común, no sabe cómo integrar todas las expresiones que se presentan, o no integra/evalúa bien algún término.**	**Grafica la región común, integra correctamente todas las expresiones que se presentan y evalúa bien cada término.**
	0	**1 – 5**	**6 – 11**	**12**

3) (15 PUNTOS) Dada la función $f: \mathbb{R} - \{0\} \mapsto \mathbb{R}$ definida por:

$$f(x) = \frac{(x-1)^2}{x}$$

Determine:

a) Los intervalos de monotonía de f.
b) Las coordenadas de su máximo relativo.
c) Las coordenadas de su mínimo relativo.

Solución:

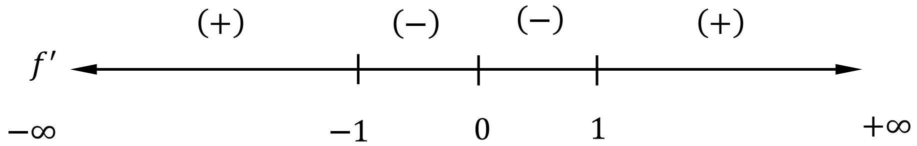
Aplicamos el criterio de la primera derivada para obtener los puntos críticos:

$$f'(x)=\frac{x[2(x-1)]-(x-1)^2}{x^2}=\frac{(x-1)[2x-(x-1)]}{x^2}=\frac{(x-1)(x+1)}{x^2}=\frac{x^2-1}{x^2}$$

Con base en los puntos críticos, que se obtienen cuando el numerador o el denominador de la función racional son iguales a cero, tenemos que:

$$(x=-1)\ \vee\ (x=0)\ \vee\ (x=1)$$

En la recta real analizamos cuando f' es positiva o es negativa:



Se concluye sobre los intervalos de monotonía que:

- $f'(x)>0$ y por ende f es estrictamente creciente en $(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$.
- $f'(x)<0$ y por ende f es estrictamente decreciente en $(-1,0)\cup(0,1)$.

Aplicamos el criterio de la segunda derivada:

$$f''(x)=\frac{x^2(2x)-(x^2-1)(2x)}{(x^2)^2}=\frac{\cancel{2x^3}-\cancel{2x^3}+2\cancel{x}}{\underbrace{x^{\cancel{4}}}_{x^3}}=\frac{2}{x^3}$$

Evaluamos en la segunda derivada, observando previamente que no está definida en $x=0$:

$$f''(-1)=\frac{2}{-1}=-2<0\quad\rightarrow\quad Máximo\ relativo$$

$$f''(1)=\frac{2}{1}=2>0\quad\rightarrow\quad Mínimo\ relativo$$

También se pudo haber verificado que la función cambia de monotonía en $x=-1$ de estrictamente creciente a estrictamente decreciente, esto es, se tiene un máximo relativo. Mientras que en $x=1$ cambia de estrictamente decreciente a estrictamente creciente, esto es, se tiene un mínimo relativo.

Se evalúa en f para obtener las coordenadas de dichos puntos extremos:

$$f(-1)=\frac{(-1-1)^2}{-1}=-4\qquad\qquad f(1)=\frac{(1-1)^2}{1}=0$$

$$Máximo\ relativo\ en\ (-1,-4).$$
$$Mínimo\ relativo\ en\ (1,0).$$

Rúbrica del literal a):

Capacidades deseadas	Desempeño			
El estudiante sabe derivar un cociente de funciones y determinar sus intervalos de monotonía.	**Insuficiente**	**En desarrollo**	**Desarrollado**	**Excelente**
	No sabe que debe derivar o no deriva bien.		**Deriva bien y plantea la inecuación, pero no determina los intervalos.**	**Deriva bien y concluye sobre los intervalos de monotonía.**
	0		**1 – 4**	**5**

Rúbrica de los literales b) y c):

Capacidades deseadas	Desempeño			
El estudiante sabe derivar un cociente de funciones y determinar sus extremos relativos.	**Insuficiente**	**En desarrollo**	**Desarrollado**	**Excelente**
	No sabe que debe derivar o no deriva bien.		**Deriva bien y plantea la ecuación, pero no determina el valor solicitado.**	**Deriva bien, evalúa correctamente y concluye sobre el tipo de extremo relativo.**
	0		**1 – 4**	**5**

4) (24 PUNTOS) Dada la función f: $\left[0, \frac{5}{2}\right] \mapsto \mathbb{R}$ tal que:

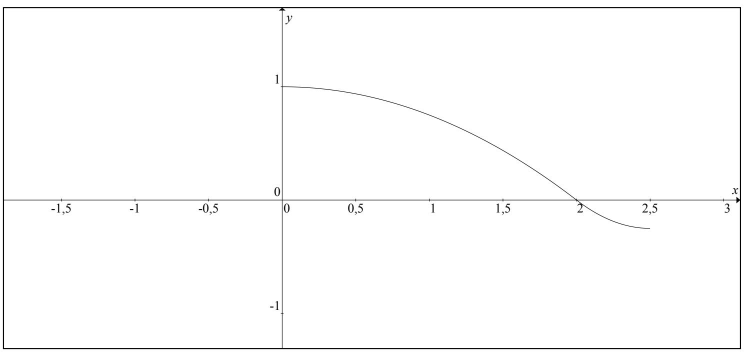
$$f(x) = \begin{cases} 1 - \dfrac{x^2}{4}, & 0 \leq x < 2 \\ x^2 - 5x + 6, & 2 \leq x \leq \dfrac{5}{2} \end{cases}$$

a) (10 PUNTOS) Determine los valores del dominio de f que satisfacen el TEOREMA DEL VALOR MEDIO (LAGRANGE) para derivadas.

b) (4 PUNTOS) Bosqueje en el plano cartesiano la gráfica de f, la recta secante y la(s) recta(s) tangente(s) a las cuales se hace referencia en el mencionado teorema.

Solución:

Se grafica la función f con base en sus dos tramos:



Se observa que f es continua en el intervalo $\left[0, \frac{5}{2}\right]$, por lo que la pendiente de la recta secante es:

$$m_{sec} = \frac{f\left(\frac{5}{2}\right) - f(0)}{\frac{5}{2} - 0} = \frac{-\frac{1}{4} - 1}{\frac{5}{2}} = \frac{-\frac{5}{\cancel{4}}}{\frac{5}{\cancel{2}}} = -\frac{1}{2}$$

Ahora derivamos cada tramo para verificar la condición de derivabilidad:

$$\forall x \in [0, 2), \qquad f'(x) = -\frac{x}{2}$$
$$\forall x \in \left[2, \frac{5}{2}\right], \qquad f'(x) = 2x - 5$$

Observe que $f'(2^-) = f'(2^+) = -1$. Como las derivadas laterales son iguales en $x = 2$, podemos aplicar el Teorema de Lagrange, pues la función es derivable en todos los puntos del intervalo $\left(0, \frac{5}{2}\right)$:

- Si $x \in [0, 2)$, $f'(x_0) = -\frac{x_0}{2} = m_{sec}$.

  $$\cancel{-}\frac{x_0}{\cancel{2}} = \cancel{-}\frac{1}{\cancel{2}} \quad \rightarrow \quad x_0 = 1$$

  Evaluamos para obtener la ordenada correspondiente:

  $$y_0 = f(1) = 1 - \frac{1^2}{4} = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

- Si $x \in \left[2, \frac{5}{2}\right]$, $f'(x_0) = 2x_0 - 5 = m_{sec}$.

  $$2x_0 - 5 = -\frac{1}{2} \quad \rightarrow \quad 2x_0 = 5 - \frac{1}{2} = \frac{9}{2} \quad \rightarrow \quad x_0 = \frac{9}{4}$$

  Evaluamos para obtener la ordenada correspondiente:

  $$y_0 = f\left(\frac{9}{4}\right) = \left(\frac{9}{4}\right)^2 - 5\left(\frac{9}{4}\right) + 6 = \frac{81}{16} - \frac{45}{4} + 6 = \frac{81 - 180 + 96}{16} = -\frac{3}{16}$$

Las ecuaciones de las rectas son:

Recta secante:

$$y - 1 = -\frac{1}{2}x$$

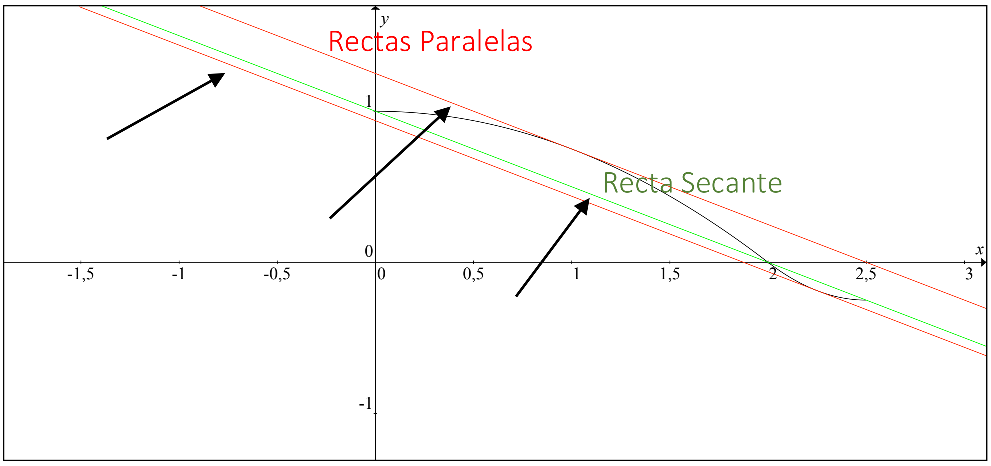
Recta tangente a la gráfica del tramo $[0, 2)$:

$$y - \frac{3}{4} = -\frac{1}{2}(x - 1)$$

Recta tangente a la gráfica del tramo $\left[2, \frac{5}{2}\right]$:

$$y + \frac{3}{16} = -\frac{1}{2}\left(x - \frac{9}{4}\right)$$

Graficamos las tres rectas solicitadas. La recta de color verde es la secante y las de color rojo son las rectas tangentes:



Rúbrica del literal a):

Capacidades deseadas	Desempeño			
El estudiante conoce sobre las condiciones de la hipótesis del teorema de Lagrange y sabe derivar funciones polnomiales.	Insuficiente	En desarrollo	Desarrollado	Excelente
	No sabe que debe verificar las condiciones de continuidad y de derivabilidad del teorema de Lagrange o no deriva bien.	Verifica la condición de continuidad del teorema pero no la de la derivabilidad y calcula directamente la pendiente de la recta secante.	Verifica las condiciones de la hipótesis del teorema de Lagrange y obtiene bien la pendiente de la recta secante, pero no obtiene correctamente alguno de los dos valores que satisfacen el teorema.	Verifica las condiciones de la hipótesis del teorema de Lagrange, obtiene bien la pendiente de la recta secante y las coordenadas de los dos puntos que satisfacen el teorema.
	0	1 – 4	5 – 8	9 – 10

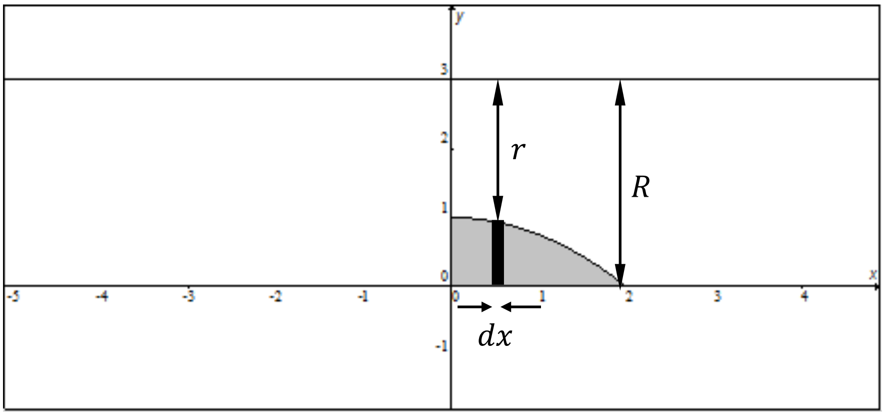
Rúbrica del literal b):

Capacidades deseadas	Desempeño			
El estudiante sabe graficar funciones de una variable real.	Insuficiente	En desarrollo	Desarrollado	Excelente
	No sabe graficar bien funciones de una variable real.		No grafica bien alguna de las cuatro funciones solicitadas.	Grafica al función por tramos, la recta secante y las dos rectas tangentes.
	0		1 – 3	4

c) **(10 PUNTOS) Calcule el volumen del sólido de revolución que se genera al rotar la región acotada en el primer cuadrante por la gráfica de f entre $x = 0$ y $x = 2$ y los ejes coordenados, alrededor del eje $y = 3$.**

Solución:

Se bosqueja la gráfica de la región en el plano cartesiano:



Las longitudes de los radios son respectivamente:

$$R = 3\ [u] \qquad \wedge \qquad r = 3 - y = 3 - \left(1 - \frac{x^2}{4}\right) = 2 + \frac{x^2}{4}\ [u]$$

Calculamos el valor solicitado del volumen V como:

$$V = \pi \int_0^2 (R^2 - r^2)dx$$

$$V = \pi \int_0^2 \left(3^2 - \left(2 + \frac{x^2}{4}\right)^2\right)dx = \pi \int_0^2 \left(9 - \left(4 + x^2 + \frac{x^4}{16}\right)\right)dx$$

$$= \pi \int_0^2 \left(5 - x^2 - \frac{x^4}{16}\right)dx = \pi \left(5x - \frac{x^3}{3} - \frac{x^5}{80}\right)\Bigg|_0^2 = \pi \left(10 - \frac{8}{3} - \frac{32}{80}\right)$$

$$= \pi \left(\frac{2\,400 - 640 - 96}{240}\right) = \frac{\overbrace{\cancel{1\,664}}^{104}}{\underbrace{\cancel{240}}_{15}}\pi$$

$$\boxed{V = \frac{104}{15}\pi\ [u^3]}$$

Rúbrica:

Capacidades deseadas	Desempeño			
El estudiante identifica una región en el plano acotada por funciones de una variable real, observa el sólido de revolución que se forma y con un análisis de cálculo integral obtiene su volumen.	**Insuficiente**	**En desarrollo**	**Desarrollado**	**Excelente**
	No logra identificar la región o no plantea correctamente la integral definida asociada al volumen.	**Identifica la región a integrar pero tiene problemas para plantear la expresión de cálculo del volumen del sólido de revolución con alguno de los métodos válidos.**	**Identifica la región a integrar, plantea correctamente la expresión de cálculo del volumen del sólido de revolución, pero se equivoca al integrar algún término.**	**Identifica la región a integrar, plantea correctamente la expresión de cálculo del volumen, integra correctamente cada término y expresa bien el resultado en unidades cúbicas.**
	0	**1 – 4**	**5 – 9**	**10**

5) **(20 PUNTOS) Obtenga las antiderivadas solicitadas:**

a) **(10 PUNTOS)** $\displaystyle\int \boldsymbol{sen^3(4x)\,dx}$

Aplicamos propiedades de los exponentes y la identidad pitagórica:

$$= \int sen^2(4x)sen(4x)\,dx = \int \left(1 - cos^2(4x)\right)sen(4x)\,dx$$

Aplicamos la propiedad de linealidad:

$$= \int sen(4x)\,dx - \int cos^2(4x)sen(4x)\,dx$$

Obtenemos cada antiderivada con la aplicación del MÉTODO DE SUSTITUCIÓN:

$$u = 4x \quad \rightarrow \quad du = 4dx$$

$$\int sen(4x)\,dx = \frac{1}{4}\int sen(u)\,du = -\frac{1}{4}cos(u) + C_1 = -\frac{1}{4}cos(4x) + C_1$$

$$t = cos(4x) \quad \rightarrow \quad dt = -4\,sen(4x)dx$$

$$\int cos^2(4x)sen(4x)\,dx = -\frac{1}{4}\int t^2\,dt = -\frac{1}{4}\left(\frac{t^3}{3}\right) + C_2 = -\frac{t^3}{12} + C_2 = -\frac{cos^3(4x)}{12} + C_2$$

Por lo tanto:

$$\int sen(4x)\,dx - \int cos^2(4x)sen(4x)\,dx = -\frac{1}{4}cos(4x) - \left(-\frac{cos^3(4x)}{12}\right) + C$$

$$\boxed{\int sen^3(4x)\,dx = \frac{1}{4}\left(\frac{cos^3(4x)}{3} - cos(4x)\right) + C}$$

b) (10 PUNTOS) $\displaystyle\int \frac{\boldsymbol{dx}}{\sqrt{\boldsymbol{8-4x-4x^2}}}$

Realizamos una manipulación algebraica previa:

$$= \int \frac{dx}{\sqrt{9-1-4x-4x^2}} = \int \frac{dx}{\sqrt{9-(1+2x)^2}}$$

Obtenemos la antiderivada con la aplicación del MÉTODO DE SUSTITUCIÓN:

$$u = 1 + 2x \quad \rightarrow \quad du = 2dx$$
$$= \frac{1}{2}\int \frac{du}{\sqrt{9-u^2}} = \frac{1}{2} arc\ sen\left(\frac{u}{3}\right) + C$$

$$\boxed{\int \frac{dx}{\sqrt{8-4x-4x^2}} = \frac{1}{2} arc\ sen\left(\frac{1+2x}{3}\right) + C}$$

Rúbrica de los literales a) y b):

Capacidades deseadas	**Desempeño**			
El estudiante sabe la técnica de integración por sustitución y conoce la antiderivada de funciones trigonométricas y racionales.	**Insuficiente**	**En desarrollo**	**Desarrollado**	**Excelente**
	No reconoce que debe aplicar integración por sustitución.	**Reconoce que debe aplicar integración por sustitución, pero tiene problemas con la diferencial o con el cambio de variable.**	**Aplica la técnica de integración por sustitución, pero tiene algún problema para integrar la expresión posterior al cambio de variable.**	**Aplica bien la integración por sustitución, integra correctamente la expresión y coloca la constante.**
	0	**1 – 5**	**6 – 8**	**9 – 10**

6) (9 PUNTOS) Calcule $\boldsymbol{(f^{-1})'(e)}$ para la función cuya regla de correspondencia es:

$$f(x) = e^{x^2+ln(x)}\ , \quad \forall x \in \mathbb{R}^+$$

Solución:

Por el teorema de derivada de la función inversa, en el punto $y_0 = e$ se tiene que:

$$(f^{-1})'(e) = \frac{1}{f\,'(x_0)}$$

donde x_0 es tal que:

$$y_0 = f(x_0) = e^{x_0^2+ln(x_0)} = e$$

Por simple inspección se deduce que $x_0 = 1$, ya que: $e^{1^2+ln(1)} = e^{1+0} = e$.

Por otro lado:

$$f\,'(x)=\frac{d}{dx}\left[e^{x^2+ln(x)}\right]=e^{x^2+ln(x)}\cdot\left(2x+\frac{1}{x}\right)$$

Entonces:

$$(f^{-1})'(e)=\frac{1}{f\,'(x_0)|_{x_0=1}}=\frac{1}{e^{x_0^2+ln(x_0)}\cdot\left(2x_0+\frac{1}{x_0}\right)\Big|_{x_0=1}}=\frac{1}{e^1(2+1)}=\frac{1}{3e}$$

$$\boxed{(f^{-1})'(e)=\frac{1}{3e}}$$

Rúbrica:

Capacidades deseadas	**Desempeño**			
El estudiante aplica correctamente el teorema de la derivada de las funciones inversibles.	**Insuficiente**	**En desarrollo**	**Desarrollado**	**Excelente**
	No logra realizar la derivada de la función original, ni la de su inversa.	**Deriva correctamente la función original, pero no determina correctamente el punto a evaluar.**	**Aplica bien el teorema de la derivada de las funciones inversibles y determina el punto, pero se equivoca al evaluar.**	**Deriva bien la función inversa y expresa correctamente el valor solicitado.**
	0	**1 – 5**	**6 – 8**	**9**

7) (10 PUNTOS) En cada instante t, medido en $[s]$, la posición de un móvil, en $[m]$, viene determinada por:

$$\begin{cases} x(t)=4\,cos^3\left(\frac{\pi t}{2}\right)\\ y(t)=4\,sen^3\left(\frac{\pi t}{2}\right)\end{cases}$$

Calcule la longitud de la distancia recorrida por el móvil, en $[m]$, entre los instantes $t=0\ [s]$ y $t=1\ [s]$.

Solución:

Se necesitan las siguientes derivadas:

$$\frac{dx}{dt}=4\cdot 3\,cos^2\left(\frac{\pi t}{2}\right)\left(-sen\left(\frac{\pi t}{2}\right)\right)\cdot\left(\frac{\pi}{2}\right)=-6\pi\,cos^2\left(\frac{\pi t}{2}\right)\,sen\left(\frac{\pi t}{2}\right)$$

$$\frac{dy}{dt}=4\cdot 3\,sen^2\left(\frac{\pi t}{2}\right)\,cos\left(\frac{\pi t}{2}\right)\cdot\left(\frac{\pi}{2}\right)=6\pi\,sen^2\left(\frac{\pi t}{2}\right)\,cos\left(\frac{\pi t}{2}\right)$$

La longitud de curva en forma paramétrica se calcula así:

$$L = \int_0^1 \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2}\ dt$$

$$L = \int_0^1 \sqrt{\left(-6\pi\, cos^2\left(\frac{\pi t}{2}\right)\ sen\left(\frac{\pi t}{2}\right)\right)^2 + \left(6\pi\, sen^2\left(\frac{\pi t}{2}\right)\ cos\left(\frac{\pi t}{2}\right)\right)^2}\ dt$$

$$L = \int_0^1 \sqrt{36\pi^2\, cos^4\left(\frac{\pi t}{2}\right)\ sen^2\left(\frac{\pi t}{2}\right) + 36\pi^2\, sen^4\left(\frac{\pi t}{2}\right)\ cos^2\left(\frac{\pi t}{2}\right)}\ dt$$

$$L = \int_0^1 \sqrt{36\pi^2\, sen^2\left(\frac{\pi t}{2}\right)\ cos^2\left(\frac{\pi t}{2}\right)\overbrace{\left(cos^2\left(\frac{\pi t}{2}\right) + sen^2\left(\frac{\pi t}{2}\right)\right)}^{1}}\ dt$$

$$L = \int_0^1 6\pi\ \left|sen\left(\frac{\pi t}{2}\right)\ cos\left(\frac{\pi t}{2}\right)\right|\ dt$$

Obtenemos la antiderivada con la aplicación del MÉTODO DE SUSTITUCIÓN:

$$u = sen\left(\frac{\pi t}{2}\right) \quad \rightarrow \quad du = \frac{\pi}{2} cos\left(\frac{\pi t}{2}\right) dt$$

$$t = 0 \quad \rightarrow \quad u = 0$$

$$t = 1 \quad \rightarrow \quad u = 1$$

Considerando que en el intervalo de integración ambas funciones son positivas:

$$L = 6\pi \int_0^1 sen\left(\frac{\pi t}{2}\right)\ cos\left(\frac{\pi t}{2}\right)\ dt = 6\pi \cdot \frac{2}{\pi}\int_0^1 u\ du$$

$$L = 12\left(\frac{u^2}{2}\right)\Bigg|_0^1 = 12\left(\frac{1}{2} - 0\right)$$

$$\boxed{L = 6\ [m]}$$

Rúbrica:

Capacidades deseadas	**Desempeño**			
El estudiante sabe cómo calcular la longitud de una curva dada en forma paramétrica.	**Insuficiente**	**En desarrollo**	**Desarrollado**	**Excelente**
	No conoce la expresión de cálculo de una longitud de curva.	**Conoce la expresión de cálculo de una longitud de curva, pero no sabe derivar funciones trigonométricas.**	**Sabe calcular una longitud de curva y cómo derivar funciones trigonométricas, pero no conoce la identidad o no integra bien el término resultante.**	**Sabe cómo calcular una longitud de curva, deriva bien funciones trigonométricas e integra correctamente y expresa la respuesta con las unidades correspondientes.**
	0	**1 – 2**	**3 – 8**	**9 – 10**