ESCUELA SUPERIOR POLITECNICA DEL LITORAL

DEPARTAMENTO DE INGENIERIA ELECTRICA

TESIS DE GRADO

" ESTUDIO DE UN SISTEMA AUTOMATICO PARA EL CONTROL Y REPARTO UNIFORME DE CARGA ENTRE DOS ALTERNADORES CONECTADOS EN PARALELO "

AUTOR : LUIS PAREDE VALVERDE

DIRECTOR : ING. RICARDO DELFINI

SECRETARIA

" LA RESPONSABILIDAD POR LOS HECHOS, IDEAS Y DOCTRINAS EXPUESTAS EN LA PRESENTE TESIS CORRESPONDE EXCLUSIVAMENTE AL AUTOR......"

(Reglamento de Exámenes y Títulos Profesionales de la Escuela Superior Politécnica del Litoral. - Numeral Seis......)

" Iris Parodi Valverde

I N T R O D U C C I O N

Tener la esperanza de encontrar en el desarrollo siguiente la guía que lleve a determinar bases concretas para la resolución de complicados sistemas de control de carga, es realmente ser más ambicioso que el autor.

La imposibilidad de tener las facilidades de orden técnico en lo que se refiere a laboratorio o implementos para la construcción de prototipos, limita el campo de acción para la observación directa de las respuestas, requisito indispensable para medir la eficiencia de todo sistema. Esta ha sido la razón fundamental para que esta tesis se denomine estudio de un control automático y no diseño de un control automático como hubiera sido lo apropiado. Aunado a esto se encuentra el hecho de que los análisis matemáticos están enmarcados en linealizaciones que siempre acarrean errores en los resultados, sinembargo quien los ha calculado se considerará satisfecho si estos no rebasan el 5% en más o en menos, banda de tolerancia aceptable.

Con esta aclaración forzosamente necesaria, se debe introducir el tema explicando su contenido, o proceso de resolución y la orientación que se le ha dado. Como se especifica posteriormente, algunas de las constantes o parámetros son estimadas ante la imposibilidad de encontrar datos ciertos, otras se han fijado de acuerdo a la conveniencia, pero se considera que todas están encuadradas dentro de la realidad o lo realizable.

Se comienza con una descripción general en la que se estudia someramente el comportamiento de dos máquinas sincrónicas que actúan en paralelo, con el objeto de señalar los factores determinantes de la división de carga y como orientación previa a las conclusiones posteriores.

Las componentes escogidas para el control así como sus diferentes funciones de transferencia y parámetros vienen luego de la descripción general, conjuntamente con un ligero avance de la forma como se espera responda el sistema.

Sigue a ésto el estudio de la estabilidad y la fijación de la ganancia para lo cual se ha aprovechado de el método de Evans o de la trayectoria de las raices, el diagrama de Bode y a partir de ésta el diagrama polar y la curva magnitud vs. fase aplicada a la carta de Nichols.

El análisis transciente en la respuesta de tiempo viene a continuación luego de que se ha fijado la ganancia apropiada de acuerdo al comportamiento deseado del sistema. Este análisis se lo ha hecho con las dos funciones clásicas, escalón y rampa. Se termina con la respuesta de estado estable y las conclusiones generales.

A quien revise el presente estudio en una forma más o menos continuada no le será difícil concluir que la orientación que se le ha dado ha sido la de obviar explicaciones y cálculos matemáticos que resulten largos pero que no son complejos y que se ha detenido en los que llevan a las respuestas de interés, para clarificarlos. Esto presupone lógicamente el conocimiento completo de los métodos de análisis.

Se presupuso al comienzo la necesidad de una malla de compensación para mejorar la respuesta, pero ésta resultó ser innecesaria dada la disposición de las raíces de las funciones de transferencia y su trayectoria, circunstancia que acertó el desarrollo, simplificándolo.

El autor aspira no a la aplicación directa de este estudio en el par de alternadores escogidos, por las razones expuestas previamente, sinó más bien a exponer una forma posible de llegar a la automatización, que dada la naturaleza de los sistemas de control con realimentación, debe resultar original.

D E S C R I P C I O N G E N E R A L

El estudio del servomecanismo materia de la presente tesis, admite como introducción al mismo el análisis del comportamiento de dos unidades generadoras sincrónicas, cuando están conectadas entre sí en paralelo alimentando a una carga a través de un juego de barras de distribución.- Para ello tres tópicos son de interés considerar por su importancia y su relación íntima con el desarrollo de este tema;

1.- Qué factor determina la división de carga entre ellos.

2.- Cómo responde el sistema cuando se varía la excitación del campo de los generadores y su influencia en la carga que toma cada generador; y

3.- El sistema operando en paralelo es o no un estado más bien estable.

Antes de referirse a cualquiera de ellos y para justificar las conclusiones posteriores es necesario, aunque sin detalle, deducir las ecuaciones de la potencia transferida entre dos fuentes de voltaje a través de una carga.

Las dos fuentes de voltaje E_1 y E_2 , esquematizadas en el diagrama 1, con ángulos de fase con respecto a un eje arbitrario d_1 y d_2 respectivamente, alimentan a una carga $Z\angle\theta$.

Las corrientes serán;

$$\vec{I}_1 = -\vec{I}_2 = \frac{\vec{E}_1 - \vec{E}_2}{Z} \quad \frac{E_1\angle d_1}{Z\angle\theta} - \frac{E_2\angle d_2}{Z\angle\theta}$$

$$\vec{I}_1 = -\vec{I}_2 = \frac{|E|}{|Z|}\angle d_1-\theta - \frac{|E|}{|Z|}\angle d_2-\theta$$

La potencia entregada por cada fuente a la carga será el producto escalar de los vectores $\vec{I}$ y $\vec{E}$

Para la fuente 1

$$P_1 = \vec{E}_1 \cdot I_1 = \frac{E_1^2}{Z} \cos \theta - \frac{E_1 E_2}{Z} \cos (d_1 - d_2 + \theta)$$

Para la fuente 2

$$P_2 = \vec{E}_2 \cdot \vec{I}_2 \quad \frac{E_2^2}{Z} \cos \theta - \frac{E_2 E_1}{Z} \cos (d_2 - d_1 + \theta)$$

Del diagrama 2 se puede observar que los ángulos que forman cada corriente con su respectivo voltaje son para la fuente 1 $[d_1 - (d_1 - \theta)]$ y $[d_1 - (d_2 - \theta)]$ que son los ángulos de las componentes con respecto a E_1. En forma similar para la corriente I_2, lo cual justifica los resultados encontrados para la potencia.

Cuando se trata de generadores las condiciones indicadas para las fuentes de voltaje son similares a diferencia de que se supone un voltaje constante V en las barras y que los ángulos de fase entre la F.E.M. inducida $\vec{E}$ y el eje de referencia se toman entre aquella y el voltaje de la barra, los cuales no son iguales ni en magnitud ni en fase.

Con esta variación podemos escribir las ecuaciones de la potencia entregada por generadores de rotor cilíndrico, que , en vista del símil a escogerse, son las que interesan en el estudio.

$$P_1 = \frac{E_1^2}{Z_1} \frac{E_1}{Z_1} - \frac{E_1 V}{Z_1} \cos (d_1 + \theta_1)$$

$$P_2 = \frac{E_2^2}{Z_2} \frac{E_2}{Z_2} - \frac{E_2 V}{Z_2} \cos (d_2 + \theta_2)$$

En las cuales Z_1 y Z_2 son las impedancias de los generadores con θ_1 y θ_2 de ángulos de impedancia.

$|Z|=\sqrt{R_a^2+X_s^2}$. Puesto que $R_a << X_s$ $\theta \approx 90°$ luego $Z \approx X_s$ Por lo tanto el primer miembro de las ecuaciones de la potencia se puede abreviar a

$$P_1 \approx \frac{E_1 V}{X_{s_1}} \text{sen}(d_1) \qquad (d_1 = \widehat{E_1 V} = \text{ángulo de torque})$$

$$P_2 \approx \frac{E_2 V}{X_{s_2}} \text{sen}(d_2) \qquad (d_2 = \widehat{E_2 V})$$

La corriente suministrada a la carga por el generador 1 será entonces:

$$\vec{I_1} = \frac{\vec{E_1} - \vec{V}}{Z_1} \qquad \frac{(E_1 \cos d_1 - V) + j E_1 \text{sen}\, d_1}{R_1 + j X_1} \approx \frac{\vec{E_1} - \vec{V}}{X_{s_1}}$$

$$\vec{I_2} = \vec{I} - \vec{I_1} = I \angle \phi - \vec{I_1}$$

El diagrama 3 es el esquema fasorial de los voltajes y corrientes despreciando los voltajes IR_a .

Con estas premisas se puede ya considerar el reparto de carga entre los generadores. Para que dos generadores sincrónicos funcionen en paralelo es necesario, por razones de estabilidad, que las características de velocidad-carga de sus unidades motrices, sean inclinadas. De acuerdo al diagrama 4 en que se grafican las curvas de dos generadores a los; que se han ajustado para que su frecuencia en vacío f_0 sea igual y cuyas curvas características son de pendientes más o menos constantes pero desiguales, se puede deducir qué porcentaje de carga toma cada uno a la frecuencia de trabajo f. Sea $\overline{of}$ esta frecuencia, proyectando esta ordenada sobre las curvas se obtendrá el porcentaje de carga que toma cada uno de ellos: $\overline{ob}$ para el generador 1 y $\overline{oc}$ para el generador 2.

Reforzando el campo del generador 1 mediante su reostato y debilitando el del generador 2 de tal forma que no varíe la tensión de la barra, si se tratara de dínamos, 1 absorbería mayor carga. Pero el generador 1 no puede hacerlo puesto que su unidad motriz acoplada sólo puede producir la potencia $\overline{ob}$ a la frecuencia f. El generador 2 no puede ceder parte de su carga puesto que tiene que tomar la cantidad $\overline{oc}$ a esa frecuencia. Los dos generadores tienen que trabajar a la misma frecuencia, condición que no se presenta en los dínamos, luego no hay cambio apreciable de carga al variar las excitaciones de los generadores. La unica forma de alterar el reparto de carga entre ellos es variando la posición de la curva velocidad-carga de sus unidades motrices. Si se desea que este sea igual para los dos será necesario desplazar la curva a lo largo del eje de la velocidad, ésto equivale a variar el valor de la frecuencia f_o. Para los generadores indicados en el diagrama 4 la curva del generador 1 se la hace subir por medio del gobernador que controla la entrada de vapor a la turbina (en caso de unidades de este tipo). Como la carga se supone que no varía, sino sólo el porcentaje que cada generador toma de ella, el punto que tendrá que alcanzar la curva del generador 1 deberá ser el promedio de la diferencia de los dos generadores. Este es el punto x en el diagrama 5 , pero a esta carga la frecuencia de trabajo del generador 1 habrá variado de f a f' si no se ha movido la curva del generador 2 con lo que se obtiene un resultado indeseable puesto que el sistema trabajaría a otra frecuencia. Para evitarlo es indispensable mover simultaneamente la curva caracteristica del generador 2 hasta el punto x de tal manera que las curvas se corten a la frecuencia prefijada de trabajo.

Las condiciones alcanzadas con esta variación se muestran en el diagrama 5 en el cual constan con lineas de trazos las condiciones iniciales indicadas en el diagrama 4.

Cuando la carga varía constantemente, caso normal en centrales eléctricas, los ajustes de la entrada de vapor a las turbinas se hacen automáticamente por medio de un gobernador centrífugo; pero cualquier gobernador que dependa de la fuerza centrífuga para actuar necesita experimentar un cambio de velocidad, por lo tanto si una máquina está operando en la curva característica <u>a</u> (diagrama 6) con una carga A y la carga aumenta a B la velocidad disminuirá. Cuando el gobernador responda a este cambio de velocidad hará actuar el control de entrada de potencia y la curva característica se deplazará hasta <u>b</u>, causando que su velocidad retorne a su valor normal. Un gobernador de respuesta muy lenta permitiría un cambio excesivo de velocidad en los cambios de carga y podría ocasionar que la máquina salga de paso antes que actúe el control de entrada de potencia. Por otra parte un gobernador demasiado sensible podría causar excesivas oscilaciones alrededor del punto de velocidad deseada. Por lo tanto la división de la carga entre alternadores en paralelo está fijada por la posición de los gobernadores y por las curvas características.

Si se supone ahora que la carga que alimentan dos generadores análogos no varía y que para facilidad del diagrama vectorial su reparto es igual, se puede clarificar, por medio de las ecuaciones deducidas para la potencia, lo que ocurre en el sistema al variar la excitación de uno de los generadores. Si por ejemplo se disminuye la excitación del generador 1 por medio de un reostato, E su F.E.M. disminuirá. Al disminuir E_1 tendrá que desfasarse puesto que si P_1 se mantiene constante el $\operatorname{sen}(d_1)$ tendrá que aumentar ya que como se dedujo

$$P_1 = \frac{E_1 V}{X_{S_1}} \operatorname{sen}(d_1) = \text{cosntante}$$

por otra parte al disminuir E_1 su corriente I_1, debido a la re - acción del inducido, se adelanta tendiendo a reforzar el campo. Este comportamiento de I_1 hará que I_2 aumente y se desfase a su vez puesto que su suma vectorial es la corriente de carga I (diagrama 7) la cual no varía ya que la carga es la misma.

El aumento de I_2 y su desplazamiento solo se explican con el aumento de E_2 puesto que su triángulo de voltajes tendrá que girar hasta que $I_2 R_a$ e $I_2 X_{s2}$ están en fase y cuadratura, respectivamente con I_2, disminuyendo así el ángulo de torque d_2 con lo que el valor del sen (d_2) disminuirá igualmente. En vista que P_2 también se supuso constante, E_2 tendrá que aumentar para que esto ocurra y en esta forma mantener también constante el voltaje de las barras V.

Al quedar E_1 y E_2 fuera defasé su diferencia E_c produciría una corriente I_c que estaría casi 90° retrasada a ella, dado el carácter altamente inductivo de los generadores, esta corriente circularía entre las dos máquinas y deberá ser la diferencia entre I_1 e I_2 y estaría casi en cuadratura con V con lo cual se confirma que no hay intercambio apreciable de potencia activa entre los generadores. Sinembargo las corrientes I_1 e I_2 han aumentado con lo que las pérdidas por calentamiento $I^2 R$ han subido causando el correspondiente descenso de rendimiento.

El cambio de la excitación de los generadores con el resultado de la disminución de E_1 y el aumento de E_2 no altera el reparto de carga entre ellos sin embargo si cambian sus factores de potencia habiendo una transferencia de vars negativos desde el alternador sobreexcitado al bajoexcitado quien producirá vars positivos.

Si al cambiar E_1 a su valor E_1' sin cambiar al mismo tiempo E_2 a su valor E_2' el voltaje V de las barras cambiará a un nuevo valor lo cual afectará a la corriente tomada por la carga y por lo tanto variará su magnitud; pero si este cambio ocurre sin un ajuste del control de entrada de potencia, al cambiar la carga, los generadores se acelerarán y descelerarán si esta disminuye o aumenta respectivamente. Esto afectará a la frecuencia lo cual hace que la operación enparalelo de dos generadores sincrónicos análogos sea un problema mas bien complejo.

El presente estudio se circunscribirá entonces a determinar una forma de control para que dos alternadores que estén conectados a las mismas barras de distribución se repartan la carga por i - gual.

Como es de mayor interés considerar este problema desde un punto de vista práctico en lugar de teorizar sobre el mismo en espe - cial en lo que se refiere a los parámetros de los generadores se han escogido los dos turbogeneradores de 12,5 MVA de la planta a vapor de la Empresa Electrica de Guayaquil, como las unidades a las cuales se les acoplaría el sistema. Las razones para ello han sido principalmente el hecho de que la operación de reparto de carga se la hace manualmente y que a pesar de ser dos genera- dores de características iguales el reparto de carga no es igual si se deja que la tomen automaticamente. Para comprobar esto úl- timo se hizo una prueba el dia 3 de agosto de 1.966 en el momento en que las dos unidades eran las únicas que suministraban energía a la ciudad los resultados obtenidos se tabulan aparte.

La operación se realizó de la siguiente forma;

En el momento en que las dos unidades de 12,5 MVA quedaron solas conectadas a las barras se fijó la frecuencia al mínimo valor permisible de 60 ciclos por segundo, en ese mismo instante se igualaron mediante los gobernadores las cargas de las dos unidades. A partir de ese momento se comenzaron a tomar lecturas de los dos megawatímetros con intervalos de 1 minuto entre lecturas, y por un espacio de 30 minutos. Durante este lapso de tiempo no se tocaron los gobernadores. Pasados 60 minutos se repitió la prueba pero ahora tomando lecturas de los kilowatímetros-hora cada minuto el tiempo que tomaba el disco del medidor en dar una vuelta completa. Como se puede observar de los datos obtenidos el generador #3 toma mayor porcentaje de carga que el #4 de lo cual son directamente responsables los parámetros del sistema de regulación automática.

Si se quiere entonces que los alternadores tomen igual carga es decir un 50% del total es necesario ultilizar un dispositivo de control automático. El que se ha ideado para este fin consta de un diferenciador de kilowatios (detector de error), un amplificador que utilice la señal de error para aprovecharla en la corrección, eventualmente un rectificador, una amplidina y servomotores para hacer la corrección respectiva, normalmente se necesitará una malla de compensación para mejorar la respuesta. Todos estos elementos se muestran esquemáticamente en el diagrama 10. Las razones del empleo de cada uno de ellos se indicarán después pero no se excluye la posibilidad de emplear otros elementos sustitutivos a éstos con igual eficiencia.

Se espera que el dispositivo de control automático responda del siguiente modo;

La señal proveniente del detector deerror es amplificada. Esta señal amplificada actuará sobre el campo de la amplidina la cual estará accionada por un motor de velocidad constante. Como la señal proveniente del amplificador es polarizada influenciará en la polaridad de las escobillas del eje directo de la amplidina. La respuesta de la amplidina actuará sobre los servomotores que regulan la posición de la válvula piloto en los servomotores de aceite que controlan la admisión de vapor a las turbinas, aumentando la entrada de vapor a la máquina con menos carga y cerrando la entrada de la otra.

El hecho altamente significativo de que las variaciones de carga no excedan en períodos de 1 minuto más alla del 2 % lleva aparejada la ventaja de que la demanda de vapor que es necesaria para suplir la diferencias no rebasa de los límites que harían suponer que el sistema pierde estabilidad por ocurrir descensos muy grandes de presión de vapor en el sistema del caldero y el evaporador.

Por esta razón se considerará que el vapor necesario para soportar los aumentos de carga está siempre disponible idealizando su suministro a una fuente de energía infinita y considerando sus respuesta con un sólo retraso de tiempo.

EL DETECTOR DE ERROR

El sistema del detector de error se lo ha dispuesto de la forma en que se detalla a continuación:

A los medidores de kilowatios-hora de los generadores se les acoplan dos tacómetros, por lo que los voltajes generados en los mismos serán proporcionales a la carga de cada uno de ellos, puesto que la velocidad del disco del medidor es proporcional a ésta. Logicamente se prevé que el diseño de los medidores de kilowatios-hora deberá ser distinto a los corrientemente usados, ya que el torque de éstos es sumamente bajo y a pesar de lo pequeño que pudiera ser el tacómetro no podría suministrarle el par suficiente para su desempeño eficaz. Teniendo los dos tacometros con tensiones proporcionales a la carga tomada por los generadores se suman éstas en un potenciómetro. La diferencia de potencial existente entre el punto medio del potenciómetro y los otros dos terminales de los tacómetros será el voltaje de error o señal que irá al amplificador. Su disposición eléctrica se muestra en el diagrama 11.

El sistema se espera que trabaje de esta manera: En el caso que el generador # 1 tomase más carga que el # 2 el voltaje existente en su tacómetro será mayor y por lo tanto el potencial entre la linea que une lo tacómetros y el centro del potenciómetro tendrá una polaridad con respecto a éste. Si el generador que toma más carga es el # 2 el potencial cambiará de polaridad con lo cual se obtiene el deseado efecto de invertir las polaridades cada vez que un generador tome más carga que otro y en esa forma hacer que los motores de corriente continua acoplados a los reguladores de entrada de vapor a las turbinas giren en uno u otro sentido aumentando o disminuyendo la entrada de vapor.

Para los estudios posteriores el detector de error intervendrá sólo como una constante K_t expresada en voltios por kilowatio y su valor numérico será determinado de acuerdo a lo que convenga.

EL AMPLIDINA

La señal polarizada proveniente del amplificador se aplica a los terminales del campo del amplidina. El comportamiento de este elemento del sistema se explica brevemente por ser conocido al igual su función de transferencia. Un esquema del mismo se muestra en el diagrama 12 y también en el diagrama 13 en el cual se lo presenta en forma de cascada para su análisis.

El campo de la máquina es alimentado por la señal proveniente del amplificador, su flujo genera un voltaje e_{aq} en el eje en cuadratura q. Sea K_{qf} este voltaje generado por amperio de la corriente de campo i_f, (para esta consideración se ignora la saturación del núcleo), cuando la velocidad es W_{so}. La corriente de cortocircuito i_q crea un flujo el que a su vez genera un voltaje e_{ad} en el eje directo. Sea K_{qd} el voltaje generado por el eje en cuadratura por amperio de la corriente i_d de la armadura, en el eje directo. Este voltaje se opondrá al e_{aq}.

Las ecuaciones diferenciales para el primer paso de la cascada se pueden escribir entonces

$$e_{aq} = \frac{K_{qf}\frac{V_f}{R_f} - K_{qd}\cdot i_d}{\tau_f D + 1} \quad ; \quad i_q = \frac{e_{aq}}{r_{aq}}\,\frac{1}{\tau_{aq} D + 1}$$

en donde τ_f = constante de tiempo del circuito del campo

y τ_{aq} = constante de tiempo del circuito de la armadura

Las ecuaciones para el segundo paso de la cascada son:

$$e_{sd} = K_{dq} \cdot i_q$$

$$i_d = \frac{e_{sd}}{Z_c} \qquad \text{(en los dos casos } W_m = W_{mo}\text{)}$$

donde K_{dq} es el voltaje generado en el eje directo por amperio de corriente de la armadura en el eje en cuadratura.

Como se puede observar la corriente de carga i_d crea una fuerte realimentación negativa en el flujo del campo por lo cual es necesario añadir una bobina compensadora cuidadosamente calculada B para contrarrestar esta realimentación . Con este complemento las ecuaciones del primer paso se reducen a:

$$e_{aq} = \frac{K_{qf} \cdot \frac{V_f}{Rf}}{\tau_f D + 1}$$

$$i_q = \frac{e_{aq}}{r_{aq}} \cdot \frac{1}{\tau_{aq} D + 1}$$

MOTOR DE CORRIENTE CONTINUA

Se ha escogido un motor D-C excitado separadamente para operar sobre el mecanismo de regulación de entrada de vapor a la turbina. El comportamiento de éste se resume a continuación.

El campo del motor se lo excita con una fuente constante V_f (diagrama 14). Para una corriente de campo i_f constante la fuerza electromotriz generada y el torque son:

$$e_a = K_m \; w_m \quad \text{voltios}$$

$$T = K_m \; i_a \quad \text{newton-metro}$$

en donde K_m es una constante que relaciona la fuerza electromotriz generada E_{ao} correspondiente a la corriente de campo i_f, a la velocidad w_{mo}. Las unidades de K_m son newton-metro por amperio o voltios-segundos por radián.

La ecuación de torque se puede escribir

$$T = J\,(D)w_m + T_c$$

donde J es el momento de inercia combinado del rotor y la carga

Las ecuaciones diferenciales para la velocidad del motor $w_m\,(t)$ en terminos del voltaje de señal V_{ta} despreciando la inductancia de la armadura L_{aq} serán:

$$V_{ta} = e_a + i_a\, r_a$$

$$T = K_m\, i_a = J\, D(w_m) + T_c + f(w_m)$$

$$e_a = K_m\, w_m \qquad \text{a flujo constante}$$

$$i_a = \frac{J\, D(w_m) + f(w_m) + T_c}{K_m}$$

Por las ecuaciones anteriores se pueden escribir las del voltaje

$$V_{ta} = K_m \cdot w_m + \frac{J\,D(w_m) + f(w_m) + T_c}{K_m} \cdot r_a$$

$$V_{ta} - \frac{T_c \cdot r_a}{K_m} = \frac{J\,r_a}{K_m} D(w_m) + \frac{f \cdot r_a + K_m^2}{K_m} (w_m)$$

Considerando despreciable la fricción para el motor la expresión para el voltaje:

$$\frac{V_{ta}}{K_m} - \frac{T_c\,r_a}{K_m^2} = \frac{J\,r_a}{K_m^2} D(w_m) + w_m$$

En el diagrama 15 se muestra una disposición en bloque de estos resultados.

EL GOBERNADOR (*)

El Gobernador se lo representa esquematicamente en el diagrama 16, en el cual:

M = Masa de los pesos

R = Distancia del centro de rotación al centro de gravedad de cada peso.

W = Velocidad angular de los pesos

$$W = K_g \frac{2\pi}{60} N$$

K_g = razón de engranaje

N = r.p.m.

La fuerza centrífuga F_c sobre los pesos es

$$F_c = 2MRW^2 \text{ o sea}$$

$$F_c = 2\left(\frac{2\pi K_g}{60}\right) M R N^2 = K_c M R N^2$$

Del diagrama se puede facilmente concluir que la fuerza ejercida por el resorte debido a la fuerza centrífuga de uno de los pesos es:

$$\frac{F_c}{2} b \operatorname{Sen}\alpha = \frac{F_s}{2} a \operatorname{Sen}\alpha$$

Por lo que F_s es proporcional a F_c. En este análisis no se considera la fu- fuerza de gravedad debido a que comparativamente con la fuerza centrífuga es muy pequeña.

$$F_s = K_r F_c$$

Reemplazando el valor F_c en la expresión anterior tenemos.

$$F_s = K_r K_c M R N^2$$

La dos variables son R y N - Linealizando la expresión queda.

(*) Tomado del libro de F. Raven - Bibliografía # 12

$$F_s = K_1 R + K_2 N$$

donde $K_1 = \left|\frac{\partial F_s}{\partial R}\right|_{t = t_0}$ $\qquad K_2 = \left|\frac{\partial F_s}{\partial N}\right|_{t = t_0}$

$$K_1 = K_r K_0 M N_0^2 \qquad K_2 = 2 K_r K_0 M R_0 N_0$$

La compresion del resorte de una longitud de referencia Z es Z - X por lo que la variación de fuerza ejercida por el resorte es

$$F_s = K_s \left(Z - X \right) \qquad K_s = \text{Constante del resorte}$$

Por lo tanto

$$K_s \left(Z - X \right) = K_1 r + K_2 N.$$

Por otra parte la variación del radio es proporcional a la variación de X por lo tanto.

$$r = -K_d x$$

Reemplazando y despejando tenemos

$$X = \frac{K_s Z - K_2 N}{K_s - K_d K_1}$$

EL MOTOR DE ACEITE

La señal $\Delta\omega_o$ del eje de la turbina hará reaccionar al gobernador el cual variará su ángulo φ_o en $\varphi_o + \Delta\varphi_o$. El signo positivo del incremento del ángulo indica un incremento $\Delta\omega_o$ también positivo. La respuesta del motor de aceite se obtiene a través de la barra que une el gobernador con la válvula piloto la cual subirá permitiendo el paso del aceite a presión al cilindro por su parte inferior (diagrama 18) lo cual, a su vez, ocasiona que se cierren las válvulas de entrada de vapor a las turbinas. Un incremento negativo de w_o activará el proceso en sentido inverso abriendo las válvulas de entrada de vapor. Si se designa por λ el desplazamiento del cilindro resulta evidente que su velocidad será proporcional al espacio que ha quedado libre en los ductos que unen el tanque a presión y el cilindro como resultado del movimiento de la válvula piloto.

Si se considera que el desplazamiento en cualquier dirección de la válvula piloto aumenta o disminuye gradualmente debido al retraso ocasionado por la turbina entonces

$$\frac{d\lambda}{dt} = K_1 \epsilon$$

en la que ϵ es la abertura variable de los ductos y K_1 una constante de proporcionalidad. Pero por otra parte ϵ es proporcional a la posición de la válvula piloto por lo tanto

$$\epsilon = K_2 \alpha$$

Reemplazando

$$\frac{d\lambda}{dt} = K_1 K_2 \alpha$$

EL GENERADOR

El comportamiento del generador se lo puede determinar a partir de su ecuación electromecánica que se puede deducir de la igualdad inicial;

$$P_{eje} = P_{inercia} + P_{electromagnética}$$

La potencia de inercia se tomará de la posición angular del eje en cualquier instante como la aceleración del ángulo $\underline{d}$ que se forma con un punto sobre él y otro de referencia que gira a velocidad sincrónica. Por lo tanto:

$$P_{inercia} = P_1 \frac{d^2(d)}{dt^2}$$

donde P_1 es la potencia de inercia por unidad de aceleración
En el caso de que $\underline{d}$ se mida engrados eléctricos y la velocidad en revoluciones por minuto se tiene que

$$P_1 = J \frac{2}{p} \cdot \frac{2\pi n}{60}$$

en donde $\frac{2\pi n}{60}$ convierte el torque en potencia.

La potencia electromagnética se puede considerar en dos componentes, una debida a la reacción de las bobinas de amortiguamiento que producen torques de inducción que ayudan a disminuir oscilaciones alrededor del punto de equilibrio. La magnitud de ésto es proporcinal aproximadamente a la velocidad de cambio del ángulo $\underline{d}$ de la velocidad sincrónica, por lo tanto

$$P_{amortig} = P_a \frac{d(d)}{dt}$$

Donde P_a es la potencia de amortiguamiento por unidad de velocidad.

La otra componente es la potencia sincrónica que se obtiene de la expresión considerada anteriormente en la descripción general o sea

$$P_s = \frac{E_1 E_2}{X_s} \cdot \text{sen}\,(d) = P_m \,\text{sen}\,(d)$$

Reemplazando estas potencias en la igualdad inicial se tiene

$$P_{eje} = P_I \frac{d^2(d)}{dt^2} + P_a \frac{d(d)}{dt} + P_m \,\text{sen}(d)$$

Se puede linealizar esta ecuación electromecánica si se considera que para pequeñas amplitudes del ángulo $\text{sen}(d) = d$, luego

$$P_{eje} = P_I \frac{d^2(d)}{dt^2} + P_a \frac{d(d)}{dt} + P_m\,(d)$$

FUNCIONES DE TRANSFERENCIA DE LOS ELEMENTOS

1.- El detector de error tal como ya se indicó interviene en el sistema como una constante por lo tanto su función de transferencia es simplemente el valor de esa constante K_t

2.- En el amplificador la razón de la salida a la entrada eh la amplificación A que es otra constante suceptible a variación y que es la que se utilizará para mejorar la respuesta de acuerdo a la conveniencia.

3.- La función de transferencia para la siguiente etapa o sea el amplidina se deduce de las ecuaciones diferenciales para su voltaje en cuadratura y su corriente. En el diagrama 19 se presenta la reducción del sistema de bloques del amplidina de donde se concluye que su función de tranferencia es

$$\frac{e_{ad}}{V_f} = \frac{K}{(\tau_f D+1)(\tau_{aq} D+1)}$$

4.- En el diagrama 15 se esquematizó el motor de corriente continua. Aprovechando el hecho de que el motor actúa solamente sobre la posición de la válvula piloto del motor de aceite puedese aceptar sin error apreciables que el torque de carga puede considerarse cero. En estas condiciones la función de transferencia del motor de corriente continua después de la reducción correspondiente de los bloques (diagrama 20) es:

$$\frac{\theta_m}{V_{tm}} = \frac{1}{K_m D(\tau_m D+1)}$$

5.- Para establecer la función de transferencia del Gobernador habrá que remitirse a la función determinada $x = f(n_\circ)$ cuando se trato de él.

Si tomamos la posición de referencia Z como proporcional a la velocidad en cualquier instante tendríamos que $Z = K_z N_z$ donde N_z es el cambio en la velocidad de régimen y

$$K_z = \left| \frac{\partial Z}{\partial N_z} \right|$$ evaluada en el punto de referencia.

Con esta consideración podemos graficar el diagrama de bloque lo cual se ha hecho a continuación de el del Gobernador.

Remitiéndonos a él se puede concluir que el Gobernador es simplemente una constante y como tal entrará en el sistema.

Ya que esta constante sirve solamente de punto de referencia para los estudios posteriores, no se han calculado sus componentes para evitar estimarlas sin objeto. Como lo que realmente actúa en la válvula del vervomotor de aceite es el Gobernador, lo único que se desea es establecer su posición relacionándola con el cambio de ubicación en los brazos de la barra debido a la variación de el punto de apoyo causada por el motor de corriente contínua.

6.- De la igualdad $\frac{d\lambda}{dt} = K_1 K_2 \alpha$ se puede establecer la función de transferencia para el motor de aceite simplemente expresándola con el operador D en lugar de usar $\frac{d\lambda}{dt}$ con lo que la igualdad queda

$$D\lambda = K_1 K_2 \alpha$$

y la función de transferencia

$$\frac{\lambda}{\alpha} = \frac{K_1 K_2}{D}$$

7.- De la misma forma para la función de transferencia del generador se puede cambiar $\frac{d(d)}{dt}$ por el operador D pero antes, con el objeto de tener la razón de la potencia en el extremo de la barra a la potencia en el eje, es necesario hacer

$$P = P_m\, d \qquad \text{de donde}$$

$$d = \frac{P}{P_m} \qquad \text{por lo tanto}$$

$$P_e = (P_1 D^2 + P_a D + P_m)\frac{P}{P_m}$$

$$\frac{P}{P_e} = \frac{P_m}{(P_1 D^2 + P_a D + P_m)}$$

En vista de que para los estudios posteriores es necesario expresar las funciones de transferencia en términos de la variable compleja de Laplace (s) a continuación se resumen todas éstas en función de (s) reemplazando el operador D por s .

PARAMETROS DE LOS ELEMENTOS

1.- Del Detector de Error

$K_t = 2.10^{-5}$ vol/kw

2.- Del Motor de Corriente Continua

$K_m = 2$ vol-seg/radian

$r_a = 8$ ohms

L_a = despreciable

$J = 0,04$ Kg-m^2

$_m = 0,08$ seg.

3.- Del Gobernador

K_g = Constante de referencia

4.- Del Servomotor de Aceite

$K_1 = 0,8$ 1/mt-seg.

$K_2 = 10$ mts.

5.- Del Generador

$P = 2$ polos

$n = 3.600$ r.p.m.

$J = 1.180$ kg-m^2 (rotor turbina)

$P_1 = 445$ Kw-seg^2/radian

$P_d = 2.000$ kw-seg/radian (estimado)

$P_m = 2.1\ 10^3$ kw/radian

INTRODUCCION AL ANALISIS DE LA ESTABILIDAD

Los parámetros de los elementos que se indican anteriormente se han escogido basándose en datos reales en lo que se refiere a la mayoría de ellos; otros han sido estimados ante la imposibilidad de obtener referencias más concretas. Deberá notarse además que se obvia la fijación de los parámetros del amplidina puesto que a esta altura del estudio presente no se sabe a cabalidad si éste es o no necesario. En el analisis de la estabilidad del sistema que se comienza a continuación se podrá determinar de cuanta amplificación se debe disponer, para llegar a resultados satisfactorios. Por el momento se va a prescindir de él y si se lo considera necesario en lo posterior se lo incluirá.

Esta medida acarreará como es natural variación en los pasos a verse ulteriormente. La inclusión del amplidina en la malla introduce dos polos más en el eje real. Ventajosamente el error que se comete será sin importancia ya que estos estarán o podrá hacerse que estén lejos del eje $j\omega$ y por lo tanto distantes de las raices dominantes. Su inclusión naturalmente hará disminuir el ángulo de las asíntotas de la trayectoria de las raices en el método de analisis de Evans. Pero a la vez el punto de unión de éstas se desplazará en el sentido negativo lo cual viene a compensar este inconveniente. Por otra parte se espera que el sistema tenga una sola oscilación, la debida a los polos complejos conjugados del generador. Por lo que se evitará salir del eje real, con lo que la inclinación de las asíntotas no influenciará mayormente en el comportamiento de todo el sistema.

ESTUDIO DE LA ESTABILIDAD

METODO DE LA TRAYECTORIA DE LAS RAICES.-

Función de Transferencia.

$$G(s) = \frac{K}{s\,(s+12,5)(s+8)(s^2+4,5\,s+47)}$$

1.- Ceros: Ninguno

Polos: 0 ; - 8 ; - 12,5 ; -2,25 j 6,5 ; -2,25 - j 6,5

2.- Puesto que sólo existe trayectoria de las raices en el eje real cuando el número de polos y ceros a la derecha de la sección considerada es impar, entonces hay trayectoria entre los polos 0 y - 8 ; y - 12,5 hasta el infinito.

3.- Las trayectorias son Asimptotas a las rectas cuyos ángulos son:

$$\theta = \frac{(2K+1)}{P-Z}\pi \quad \text{donde } K = P - Z = 0, 1, 2, 3 \ldots$$

Por lo tanto los ángulos de las asimptotas son

$$\theta_1 = 36^\circ;\ \theta_2 = 108^\circ;\ \theta_3 = 180^\circ;\ \theta_4 = -108^\circ;\ \theta_5 = -36^\circ.$$

4.- Intersección de las asimptotas

$$\sigma_1 = \frac{\sum \text{Polos} - \sum \text{Ceros}}{P - Z}$$

$$\sigma_1 = \frac{-8 \;-12,5 \;-2,25 \;\; j6,5 -2,25 - j6,5}{5}$$

$$\sigma_1 = \;\; 5$$

5.- Los puntos de salida hacia los ceros en el infinito desde la trayectoria entre los polos - 0 y - 8 se los ha calculado despejando K de la ecuación característica 1+ G(s) e igualando a cero la derivada de K con respecto a s.

$$1 + \frac{K}{s(s+8)(s+12,5)(s^2+4,5\,s+47)} = 0$$

$$K = -\,(s^5 + 25\,s^4 + 240\,s^3 + 1.415\,s^2 + 4.700\,s)$$

$$\frac{dK}{ds} = -\,(5s^4 + 100\,s^3 + 720\,s^2 + 2.830\,s + 4.700) = 0$$

Resolviendo la anterior ecuación se tiene el valor único de s = = - 3,9. Las otras raíces son complejas conjugadas. Con lo que en el eje real negativo el punto de salida hacia los ceros en el infinito de la rama de la trayectoria que se encuentra entre los polos 0 y - 8 es el punto - 3,9. El ángulo de salida es de $180°/n$ donde n es el número de trayectorias que se aproximan al punto. En este caso n = 2, luego las trayectorias salen con un ángulo de 90°.

6.- El ángulo con que sale la trayectoria de los polos complejos conjugados se lo ha calculado aprovechando la igualdad

$$G(s)H(s) = \sum_{i=1}^{m} \underline{/s+Z_i} - \sum_{j=1}^{m+n} \underline{/s+P_j} = (2K+1)\pi$$

Como no existen ceros la igualdad queda

$$-\sum \underline{/s+P_j} = (2K+1)\pi \quad K = 0, 1, 2, 3 \ldots$$

Trazando los vectores correspondientes desde cada uno de los polos a un polo infinitamente próximo al polo - 2,25 j6,5 se obtuvieron los siguientes ángulos:

$$-(90° + 110° + 45° + 32° + \theta_x) = n\,180$$

$$-281° - \theta_x = n\,180°$$

$$\theta_x = -101°$$

El diagrama completo se grafica en el plano complejo s.

RESPUESTA DE FRECUENCIA

Diagrama de Bode.- Luego del análisis del sistema por el método de Evans, el paso mas indicado a dar es el estudio del mismo para la respuesta de frecuencia por la facilidad y rapidez de calcular el margen de ganancia en comparación del método de Routh-Hurwitz que resulta largo y complicado dados los factores que aquí se estudian.

Los factores de G (jw) son:

$$G(jw) = \frac{76/47 \quad A}{(jw)(jw+8)(jw+12,5)(2,12\ 10^{-2}(jw)^2 + 9,6\ 10^{-2}(jw) + 1)}$$

$$G(jw) = \frac{76\ A/47 \ \times \ 1/100}{(jw)(0,125jw+1)(0,08jw+1)(2,12\ 10^{-2}(jw)^2 + 9,6\ 10^{-2}(jw)+1)}$$

Frecuencias de Esquina:

$jw = \quad 1$

$0,125jw+1 \quad = \quad 8$

$0,08jw+1 \quad = \quad 12,5$

$2,12\ 10^{-2}(jw)^2 \quad 9,6\ 10^{-2}(jw) \quad 1 \quad = \quad 6,85$

Factor de amortiguamiento para el término cuadrático $\xi = 0,345$

Estos factores sen encuentran graficados en papel semilogaritmico dándole a la Amplificación A el valor apropiado para que el producto de todo el numerador de G(jw) resulte ser igual a 1, con el objeto de poder observar directamente del Diagrama de Bode el margen de ganancia en decibeles. En los mismos ejes se encuentran graficadas tanto la fase como la magnitud y la resultante de esta última asimilada a sus asimptotas a excepción del término cuadrático el cual se lo ha trazado tomando en consideración el factor de amortiguamiento ξ.

Del Diagrama de Bode podemos observar que se tiene un margen de ganancia de 12 decibeles por lo tanto la amplificación deberá ser menor que 248. Para el valor de K = 1 igualmente se ha trazado el diagrama polar y el diagrama de Bode aplicado a la carta de Nichols. Con los resultados obtenidos se concluye que el sistema será estable si es que la amplificación no es mayor que 248, mas es para el presente estudio de mayor importancia considerar para que valores de la amplificación las condiciones de trabajo son mejores.

Para llegar a conclusiones razonables a este respecto es conveniente prefijar previamente las condiciones que se esperar sean las de operación en el control. Por un lado se desea que la respuesta no sea muy oscilatoria sin llegar a ser sobreamortiguada, igualmente la frecuencia de oscilación debe ser baja y el tiempo de fijación corto.

Con el objeto de poder clasificar los resultados se deberá obtener la respuesta en el dominio del tiempo, es necesario por lo tanto hacer el análisis transiente para lo cual habrá que determinar con antelación un valor de K apropiado.

La fijación de el valor más conveniente de K puede lograrse con la ayuda del diagrama de la trayectoria de las raices. Se determinó en él que el punto de salida hacia los ceros en el infinito de la trayectoria en el eje real entre los polos 0 y - 8 se encontraba en el punto - 3,9. Si se trazan vectores desde las otras trayectorias hacia ese punto considerando en forma relativa el movimiento de ellas se puede calcular un valor aproximado de K que permita esperar una sola oscilación en el sistema, la debida a los polos complejos conjugados y no dos oscilaciones como habría que esperar si se aumenta el valor de K de tal manera que los puntos de operación se encuentren en las ramas complejas de la trayectoria debida a los polos 0 y - 8. El cálculo de K se lo ha hecho aprovechando la igualdad:

$$|K| = |s|\,|s+8|\,|s+12{,}5|\,|s^2+4{,}4\,s+47|$$

el procedimiento seguido ha sido gráfico y el resultado K = 6.730 Como este valor de K puede ser mal escogido, puesto que la aproximación puede traer esta consecuencia, se ha tomado el valor de K igual a 5.000 para evitar cualquier posibilidad de salir del eje real. En estas condiciones

$$\frac{G_1(s)}{Pt/2(s)} = \frac{5.000}{(s)\,(s+12{,}5)\,(s+8)\,(s^2+4{,}5\,s+47)+5.000}$$

La igualdad anterior servirá como base para el análisis transiente en la respuesta de tiempo que sigue a continuación.

ANALISIS TRANSIENTE

$$G(S) = \frac{5.000}{s(s+12,5)(s+8)(s^2+4,5\,s+47)}$$

$$\frac{PG_1(s)}{P_{t/2}(s)} = \frac{5.000}{s(s+12,5)(s+8)(s^2+4,5s+47)+5.000}$$

$$\frac{PG_1(s)}{P_{t/2}(s)} = \frac{5.000}{(s^3+20,5\,s^2+100s)(s^2+4,5\,s+47)+5.000}$$

$$\frac{PG_1(s)}{P_{t/2}(s)} = \frac{5.000}{s^5+25\,s^4+240\,s^3+1415\,s^2+4.700\,s+5.000}$$

Resolviendo el denominador igualado a cero para factorizarlo tenemos.

$$\frac{PG_1(s)}{P_{t/2}(s)} = \frac{5.000}{(s+1,85)(s+5,49)(s+12,9)(s^2+4,78\,s+38,7)}$$

Respuesta para una función escalón.

$P_{t/2}(t) = K$ para $K = 1$ (escalon unitario)

$$P_{t/2}(s) = \frac{K}{S} = \frac{1}{s}$$

Por lo tanto

$$PG_1(s) = \frac{5.000}{s(s+1,85)(s+5,49)(s+12,9)(s^2+4,78s+38,7)}$$

$$PG_1(t) = \mathcal{L}^{-1}\frac{5.000}{s(s+1,85)(s+5,49)(s+12,9)(s^2+4,78s+38,7)}$$

$$\mathcal{L}^{-1}\ \frac{A}{s}+\frac{B}{s+1,83}+\frac{C}{s+5,49}+\frac{D}{s+12,9}+\frac{Es+F}{s^2+4,78\ s+38,7}\quad 5.000$$

$$A=\frac{5.000\ s}{s(s+1,83)(s+5,49)(s+12,9)(s^2+4,78\ s+38,7)}=\frac{5.000}{5.000}=1 \qquad s=0$$

$$B=\frac{5.000\ (s+1,83)}{s(s+1,83)(s+5,49)(s+12,9)(s^2+4,78\ s+38,7)}=-2 \qquad s=1,83$$

$$C=\frac{5.000\ (s+5,49)}{s(s+1,83)(s+5,49)(s+12,9)(s^2+4,78\ s+38,7)}=0,79 \qquad s=5,49$$

$$D=\frac{\%\ (5+12,9)}{s(s+1,83)(s+5,49)(s+17,9)(s^2+4,78\ s+38,7)}=0,0822 \qquad s=12,9$$

$E=0,24$

$F=1,49$

$$\mathcal{L}^{-1}\frac{1}{s}+2\,\mathcal{L}^{-1}\frac{1}{s+1,83}+\mathcal{L}^{-1}\frac{0,79}{s+5,49}-\mathcal{L}^{-1}\frac{0,082}{s+12,9}\ \mathcal{L}^{-1}\frac{0,24\ s}{s^2+4,78s+38,7}$$

$$+\mathcal{L}^{-1}\frac{1,49}{s^2+4,78\ s+38,7}=1-2\ e^{-1,83t}+0,79\ e^{-549\ t}-0,082\ e^{-12,9t}$$

$$+0,24\ A\ e^{-2,39t}\ \mathrm{Sen}\ (5,71t+\alpha).$$

Donde

$$k = \frac{1}{5{,}71}\left[(-2{,}39+6{,}2)^2 + 33\right]^{1/2} = 1{,}2$$

$$\alpha = tg^{-1}\ 1{,}5 \ = 56{,}4°$$

Luego $Q_1\ (t)$ para una función escalón unitaria es.

$$Q_1(t) = 1 - 2e^{-1{,}83t} + 0{,}79e^{5{,}49t} - 0{,}082e^{-12{,}9t} + 0{,}278e^{-2{,}39t}\,\mathrm{Sen}(5{,}71t + 56{,}4°)$$

RESPUESTA PARA UNA FUNCION RAMPA

$$\frac{PC_1(s)}{P_{t/2}(s)} = \frac{5.000}{(s+1,85)(s+5,49)(s+12,9)(s^2+4,78\ s+38,7}$$

$P_{t/2}(t) = Kt.$ para $K=1$

$P_{t/2}(t) = t$

$$P_{t/2}(s) = \frac{1}{s^2}$$

Por lo tanto:

$$PC_1(s) = \frac{5.000}{s^2(s+1,85)(\ s+5,49)(s+12,9)(s^2+4,78\ s+38,7)}$$

$$PC_1(t) = \mathcal{L}^{-1} \frac{5.000}{s^2(s+1,85)(s+5,49)(s+12,9)(s^2+4,78\ s+38,7)}$$

$$\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{A}{s^2}+\frac{B}{s}+\frac{C}{s+1,85}+\frac{D}{s+5,49}+\frac{E}{s+12,9}+\frac{Fs+G_1}{(s^2+4,78\ s+38,7)}\right]$$

$$A = \left[\frac{5.000\ s^2}{s^2(s+1,85)(s+5,49)(s+12,9)(s^2+4,78\ s+38,7)}\right]_{s=0}$$

$A = 1$

$$C = \left[\frac{5.000\ \ s+1,85)}{s^2\ (s+1,85)(s+5,49)(s+12,9)(s^2+4,78\ s+38,7)}\right]_{s=1,85}$$

$$C = \frac{5.000}{(-1,83)^2(3,66)(11,07)(33,26)} = \frac{5.000}{3,35(3,66)(11,07)(33,26)} = \frac{5.000}{4.560}$$

$$C = 1.1$$

$$D = \left[\frac{5.000\ (s+5,49)}{s^2(s+1,83)(s+5,49)(s+12,9)(s^2+4,78\ s+38,7)}\right]_{s\,=\,-5,49}$$

$$B = -0,145$$

$$E = \left[\frac{5.000\ (s+12,9)}{s^2(1,83)(s+5,49)(s+12,9)(s^2+4,78\ s+38,7)}\right]_{s\,=\,12,9}$$

$$E \approx 2,54 \times 10^{-3}$$

$$B = -0,94$$

$$F = -0,019$$

$$G = 0,17$$

Reemplazando

$$\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{s^2} - \frac{0,94}{s} + \frac{1.1}{s+1,83} - \frac{0,145}{s+5,49} + \frac{0,00254}{s+12,5} - \frac{0,019\ s - 0,17}{s^2+4,78\ s+38,7}\right]$$

Resolviendo

$C_1(t)$ para una función rampa de pendiente unitaria es.

$$C_1(t) = t - 0,94 + 1,1e^{-1,83t} - 0,145\ e^{-5,49t} + 0,00254\ e^{-12,9t}$$

$$-0,043\ e^{-2,39t}\ \text{Sen}\ (5,71t + 26,5°)$$

ESTADO ESTABLE

1.- Constante de error de posición K_p

$$K_p = \lim_{s \to 0} G_1(s)$$

Error de estado estable para el sistema excitado por una función escalon unitaria

$$e_{ss} = \frac{1}{1+K_p}$$

$$K_p = \lim_{s \to 0} G_1(s) = \lim_{s \to 0} \left[\frac{5.000}{s(s+12,5)(s+8)(s^2+4,5\,s+47)} \right] = \infty$$

$$e_{ss} = \frac{1}{1+\infty} = 0.-$$

Por lo tanto no habra error de estado estable para la excitación por medio de una función escalon; por ser un sistema de orden 1 al tener un polo en el origen.

2.- Constante de error de velocidad K_v

$$K_v = \lim_{s \to 0} s\,G_1(s).$$

Error de estado estable para el sistema excitado por una función rampa unitaria.

$$e_{ss} = \lim_{s \to 0} \frac{1}{s+sG_1(s)}$$

$$K_v = \lim_{s \to 0} s\,G_1(s) = \lim_{s \to 0} \left[\frac{5.000 / 4.700}{(0,065\,1)(0,125\,s\,1)(47^{-1}s^2\,0,096s\,1)} \right] = 1,06$$

$$e_{ss} = \frac{1}{1,06} = \underline{0,94}$$

CONCLUSIONES

Los resultados más importantes de señalar se refieren logicamente a las respuestas de tiempo en el análisis transiente y en las del error de estado estable.

Como se esperaba, dada la amplificación total escogida, las oscilaciones sólo son debidas a los polos complejos conjugados y éstas tienen una frecuencia de menos de 1 ciclo/seg. , resultado que es satisfactorio. El coeficiente de amortiguación es $\xi = 0{,}418$ con lo cual el sistema está adecuadamente amortiguado. Estas deducciones son llevadas a cabo facilmente luego de observar la respuesta para

$P_{t/2}(t) = K = 1$. Para esta misma función de entrada el error de estado estable es cero.

Cuando el sistema es excitado por una función rampa, la respuesta calculada deja entrever un error muy grande, lo cual se confirma en el estudio del estado estable, sinembargo este error es sólo aparentemente grande puesto que la rampa de pendiente unitaria no fue fijada con sus dimensiones. Para tener una idea aproximada del promedio de variación de carga con el tiempo, hay que remitirse a la tabulación efectuada cuando se hicieron las pruebas de carga de los generadores el dia 3 de Agosto de 1966. Se notará entonces que la diferencia

$P_{t/2} - G_1$ tiene un promedio de 200 Kw en 30 minutos, esto equivale a decir 0,111 Kw/seg. se debe concluir que 1 Kw/seg. está alejado de la realidad, la cual se podría obtener sin dificultad haciendo

$P_{t/2}(t) = 0{,}1t$. con lo que el error en el estado estable bajará a la decima parte. Aunque el porcentaje se mantenga igual, el error ya será insignificante .

El mejoramiento del error de estado estable para la función rampa puede hacerse también aumentando el valor de K_v desplazando el polo -12,5 en el sentido negativo del eje real e igualmente aumentando la amplificación, pero no se considera necesario detenerse en esto debido a que las variaciones de carga son en la realidad muy semejantes a una función escalón cuyo error de estado estable es 0

El tiempo de fijación del sistema al igual que el máximo rebasamiento son fáciles de calcular por medio de la expresión.

$$\text{Rebasamiento máximo} = e^{-\pi\xi/\sqrt{1-\xi^2}}$$

El porcentaje de rebasamiento para $\xi = 0{,}418$ es 25%[a] Y El tiempo de fijación

$$t_s = \frac{4}{\xi w_n} = \frac{4}{0{,}418 \times 5{,}71} = \frac{4}{2{,}39} = 1{,}67 \text{ seg.}$$

Todos estos resultados hacen factible la aplicación del control.

Como el rebasamiento máximo en la respuesta de frecuencia es también función de la amplificación del sistema, es posible determinarlo por medio del coeficiente de amortiguación $\xi = 0{,}418$, de igual forma la frecuencia de resonancia W_r a la cual ocurre el rebasamiento máximo. La relación de la frecuencia de resonancia y la frecuencia de oscilación transiente W_r y W_t respectivamente coadyuva a encontrar los mismos resultados por medio de la curva magnitud, fase aplicada a la carta de Nichols.

Los términos restantes aparte del de la oscilación amortiguada en respuesta a la función escalon, son de pequeña magnitud y de constante de tiempo baja, excepto el segundo término, cuya constante de tiempo es 0,55 Seg. que es mayor que la constante de tiempo de la oscilación amortiguada del sistema.

(a) Tomado del libro de Benjamin Kuo. Bibliografia # 9

Este hecho no tiene mayor importancia , ya que la velocidad de respuesta no necesariamente debe ser alta.

Todo el estudio se ha circunscrito a un solo sistema con el convencimiento que será aplicable a los dos en la suposición de que los parametros de los elementos para los dos sistemas sean exactamente iguales.

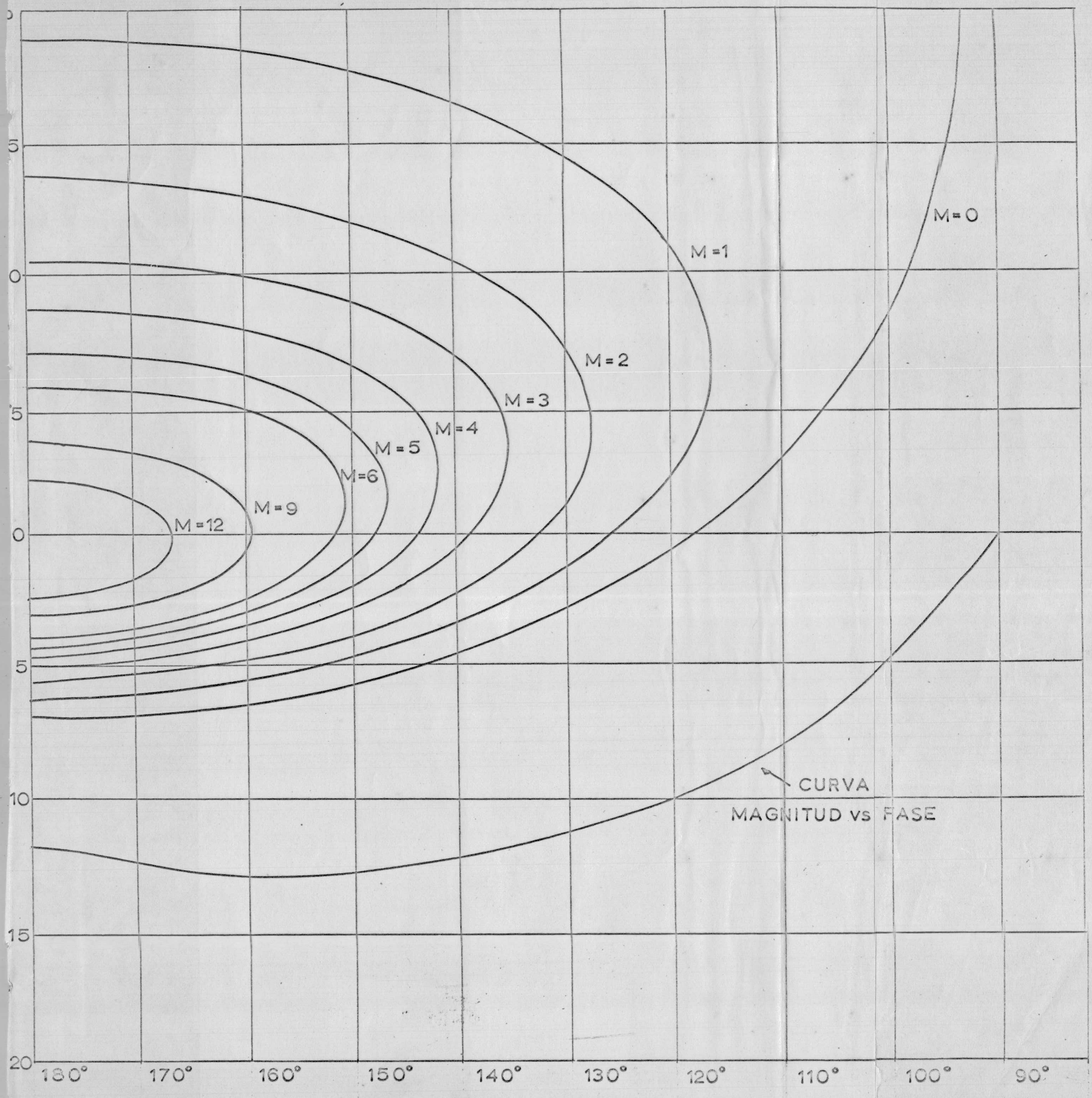
La eliminación del amplidin en la malla se llevo a cabo presuponiendo que no sería necesaria, puesto que se podría contar con un amplificador que sobrelleve la carga del motor C.C. sin embargo puede ocurrir que sea necesaria la inclusión del amplidina.

La potencia máxima que puede entregar un motor de flujo constante es proporcional al vóltaje y la corriente de carga I_a de acuerdo a la relación

$$\frac{dPm}{dI_a} = \frac{d}{dI_a}(EI_a) = 0$$

Ya que $E\,I_a = VI - I_a^2 R_a$, La potencia máxima ocurrira para un vóltaje $V = 2I_aR_a$ pero el voltaje es función de la magnitud del error por lo tanto no es constante , de la misma forma la corriente es función del voltaje y la F. E. M. inducida y esta función de la velocidad. Estimar estos valores relativos quizas no sea conveniente por lo que para el caso práctico tendrán que remitirse a conclusiones dictadas por la experiencia.

CARTA DE NICHOLS



B I B L I O G R A F I A

1.- APOSTOL, Tom M., CALCULUS, Blaisdell Publishing Company, New York, tercera edición 1965, Tomo II, 525 p.

2.- BEWLEY, L. V., ALTERNATING CURRENT MACHINERY, The Macmillan Company, New York, primera edición 1949, 376 p.

3.- CENTRAL STATION ENGINEERS OF THE WESTINGHOUSE ELECTRIC CORPORATION, ELECTRICAL TRANSMISSION AND DISTRIBUTION; Westinghouse Electric Corporation, East Pittsburgh, Pa., cuarta edición 1950, 824 p.

4.- FICH, SYLVAN; TRANSIENT ANALYSIS IN ELECTRICAL ENGINEERING, Prentice-Hall, INC., New Jersey, sexta edición 1962, 306 p.

5.- FITZGERALD, A.E.; and KINGSLEY, Jr. CHARLES; ELECTRIC MACHINERY, McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, segunda edición 1961, 568 p.

6.- FRANK, ERNEST; ELECTRICAL MEASUREMENT ANALYSIS, McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, primera edición 1959, 443 p.

7.- KLOEFFLER, ROYCE G.; KERCHNER, RUSSEL M.; and BRENNEMAN, JESSE L.; DIRECT-CURRENT MACHINERY, The MacMillan Company, New York, doceaba edición 1959, 395 p.

8.- KORN, GRANINO A.and THERESA M.; MATHEMATICAL HANDBOOK, McGraw-Hill Book Company, New York, primera edición 1961, 943 p.

9.- KUO, BENJAMIN C.; AUTOMATIC CONTROL SYSTEMS, Prentice-Hall, Inc., New Jersey, tercera edición 1964, 504 p.

10.- LANGSDORF, ALEXANDER S., THEORY OF ALTERNATING-CURRENT MACHINERY, McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, segunda edición 1955, 666 p.

11.- PONTRYAGIN, L. S.; ORDINARY DIFFERENTIAL EQUATIONS, Addison-Wesley Publishing Company, Inc. Massachusetts, primera edición 1962, 298 p.

12.- RAVEN, FRANCIS H.; AUTOMATIC CONTROL ENGINEERING, McGraw-Hill Book Company, Inc. New York, primera edición 1961, 402 p.

13.- SAVANT, Jr., C.J.; Basic Feedback Control System Design, McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, primera edición 1958, 418 p.

14.- SPIEGEL, MURRAY R.; ECUACIONES DIFERENCIALES APLICADAS, UTEHA, Mexico, primera edición español 1965, 426 p.

15.- STEVENSON, Jr., WILLIAM D.; ELEMENTS OF POWER SYSTEM ANALYSIS, McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, segundaedición 1962, 388 p.

16.- THALER, GEORGE J. and BROWN ROBERT G.; ANALYSIS AND DESIGN OF FEEDBACK CONTROL SYSTEMS, McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, segunda edición 1960, 868 p.

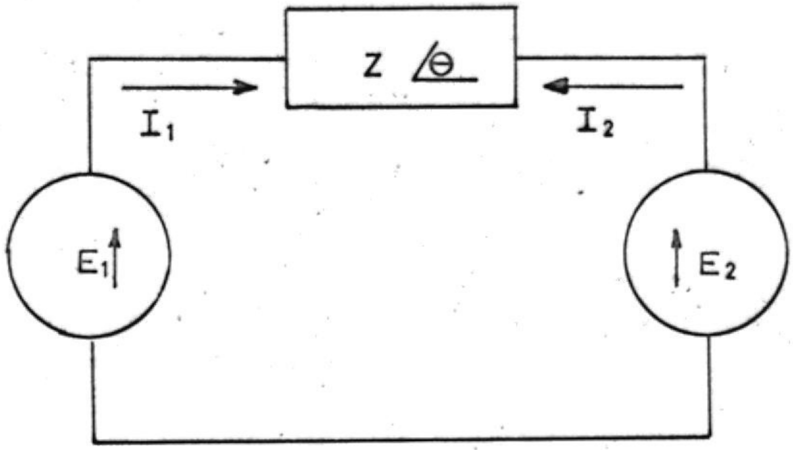


DIAGRAMA 1

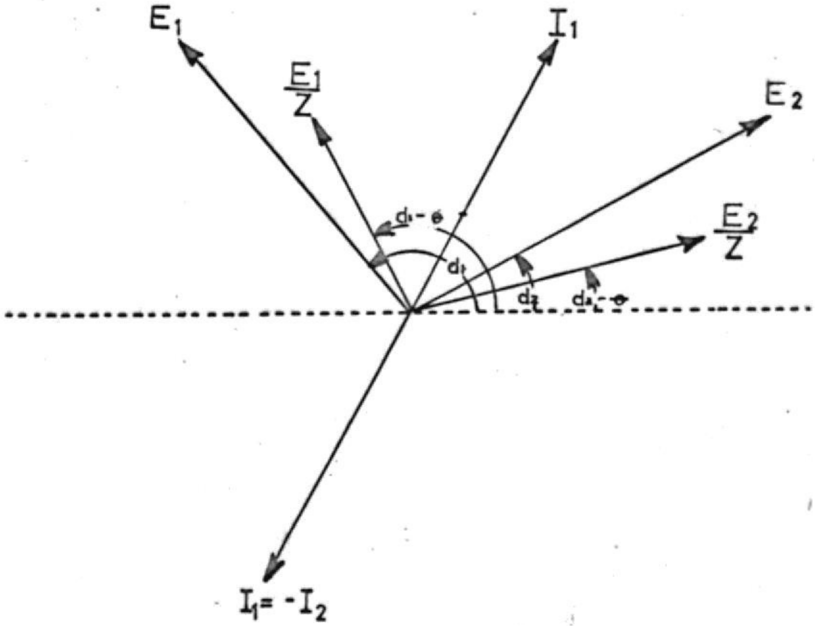


DIAGRAMA 2

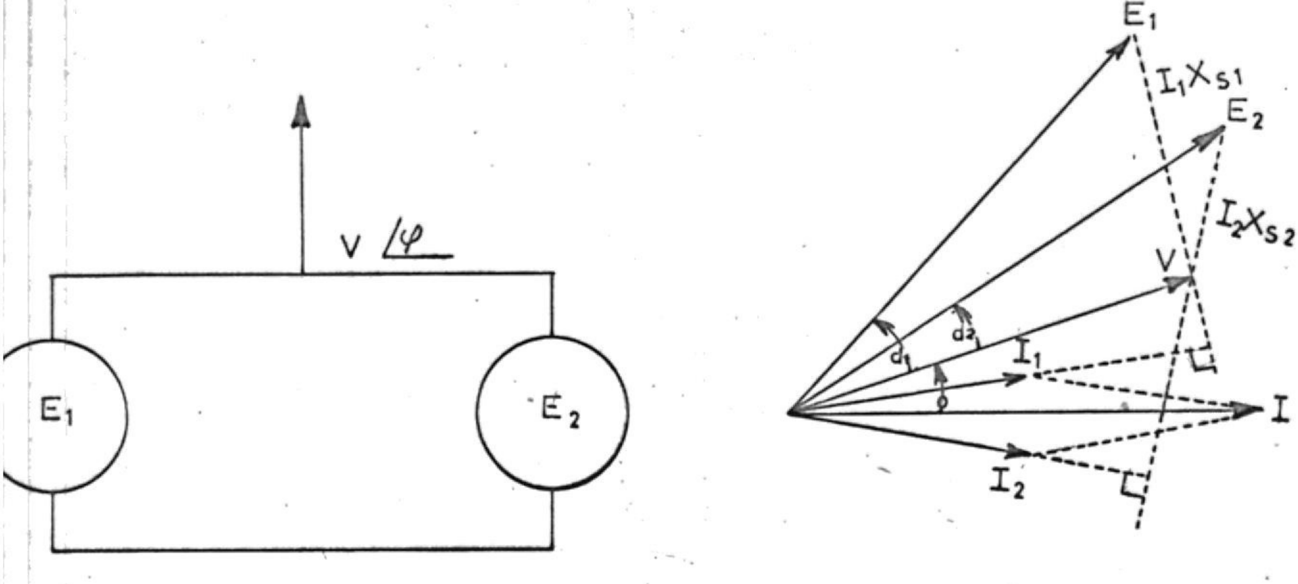


DIAGRAMA 3

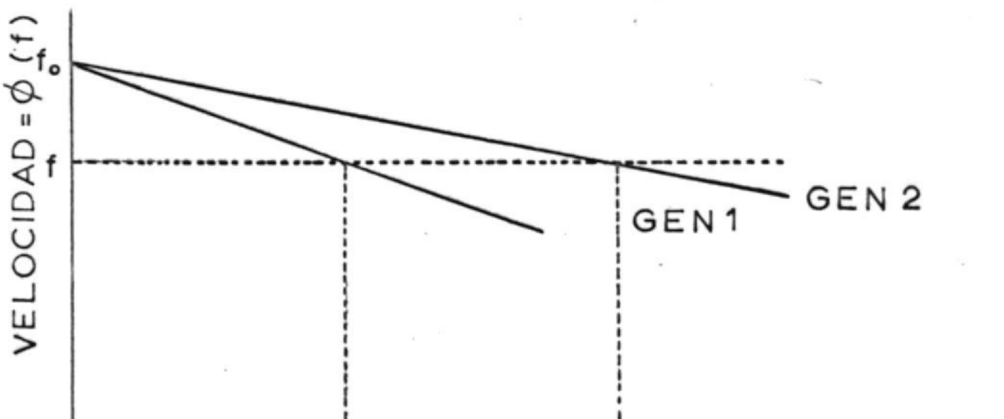


DIAGRAMA 4

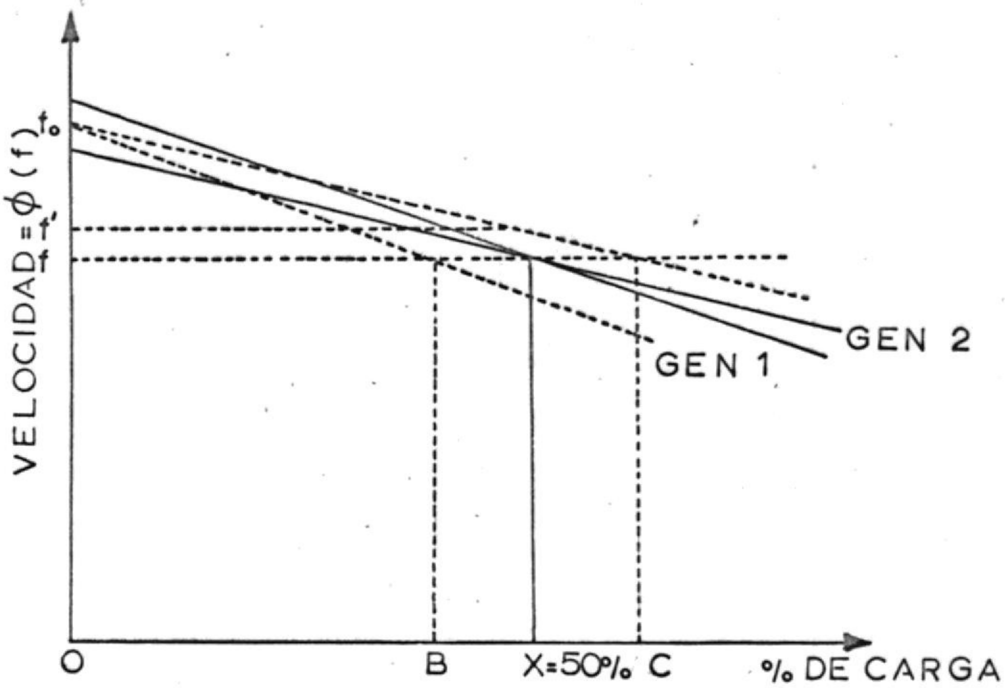


DIAGRAMA 5

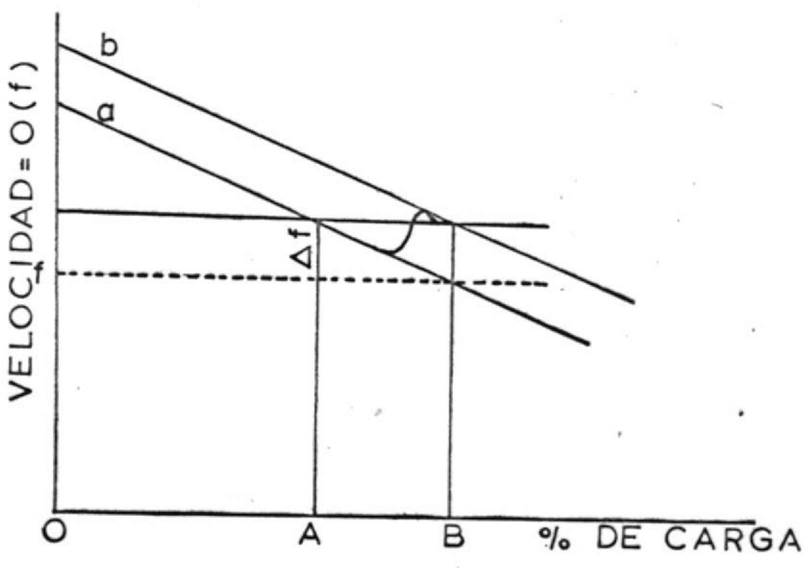
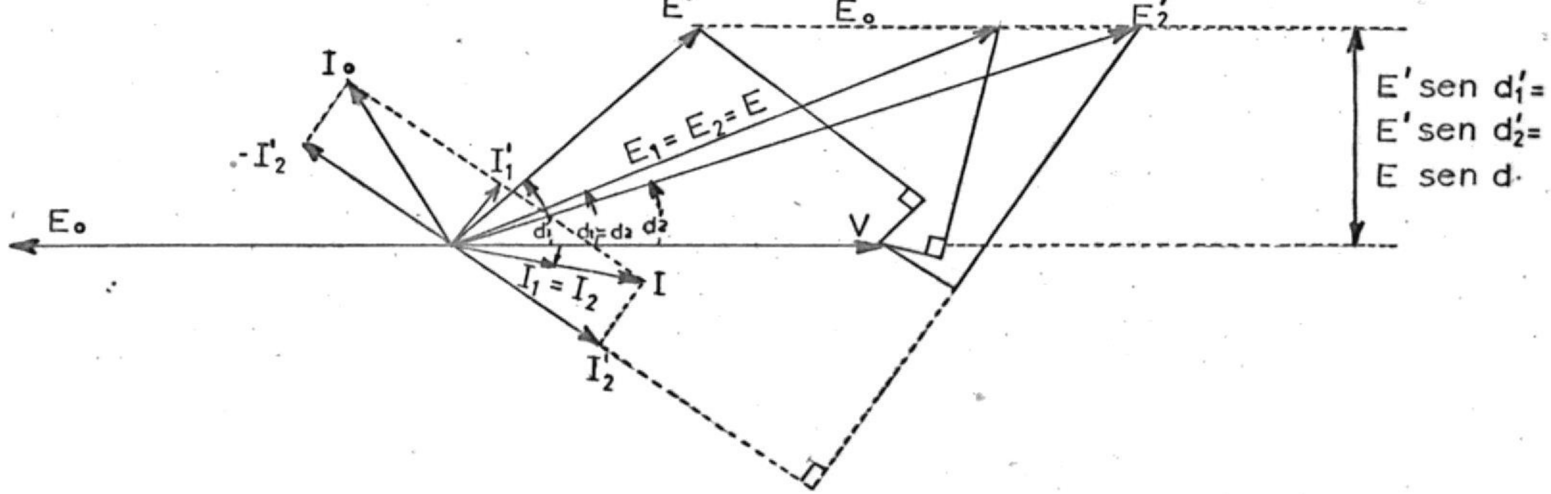


DIAGRAMA 6



E'
Eo
E'2
Io
-I'2
I'1
E1= E2= E
E'sen d'1=
E'sen d'2=
E sen d.
Eo
d1
d1=d2
d2
V
I1 = I2
I
I'2

DIAGRAMA 7

	GENERADOR No. 3 %		SUMA	GENERADOR No. 4 %	
23:31	50	10.650	21.300	50	10.650
32	49,6	10,500	21.130	50,4	10.630
33	49,9	10.600	21,230	501	10,630
34	49,7	10.500	21.120	50,3	10.620
35	49,6	10.450	21.050	50,4	10.600
36	49,3	10,300	20.880	50,7	10.580
37	49,2	10.200	20.780	50,8	10.580
38	48,9	10150	20.720	51,1	10.570
39	49,0	10100	20.600	51,0	10.500
40	48,8	9.950	20.350	51,2	10.400
41	49,3	10.050	20.350	50,7	10.300
42	49,7	10100	20300	503	10200
43	498	10100	20250	502	10150
44	49,6	10.000	20.150	50,4	10.150
45	49,6	9.900	19940	504	10040
46	500	9.950	19900	50	9.950
47	504	10.100	20.020	49,6	9.920
48	50,3	10.000	19,880	49,7	9.880
49	50,1	9.950	19.830	49,9	9.880
50	50	9.900	19,780	50	9.880
51	503	9.900	19,680	49,7	9.780
52	50,5	9.950	19.700	49,5	9,750
53	50,3	9.900	19.650	49,7	9.750
54	50,5	9.850	19.500	49,5	9.650
55	504	9.800	19.420	49,6	9,620
56	50,5	9.800	1.9400	495	9.600
57	50,5	9.800	1.9370	49,5	9.570
58	50,6	9,750	19.250	49,4	9.500
59	50,8	9750	1.9.170	49,2	9.420
60	51,0	9,800	19,200	49	9.400

PRUEBA DE CARGA (KW)

3 DE AGOSTO DE 1966

	GENERADOR N. 3 %		SUMA	GENERADOR N. 4 %	
00:31	53,7	9.700	18.050	46,3	8.350
32	53,7	9.700	18.050	46,3	8.350
33	55,0	9.800	17.820	45,0	8.200
34	53,8	9.600	17,830	46,2	8.230
35	53,7	9.550	17,780	46,3	8.180
36	54,0	9.600	17,750	46,0	8.150
37	54,2	9.550	17,600	45,8	8.050
38	54,8	9.700	17,700	45,2	8.000
39	54,6	9.700	17,750	45,4	8.050
40	54.2	9.600	17,700	45,8	8.100
41	54,4	9.550	17,550	45,6	8.000
42	54,6	9.600	17.580	45,4	7.980
43	54,6	9.600	17.580	45,4	7.980
44	54,5	9.550	17.500	45,5	7.950
45	55,3	9.650	17.450	44,7	7.800
46	55,2	9.600	17.380	44,8	7.780
47	55,3	9.550	17.250	44,7	7.750
48	55,2	9.500	17.200	44,8	7.700
49	55,6	9.600	17.250	44,4	7.650
50	55,5	9.500	17,100	44,5	7.600
51	55,4	9.450	17.050	44,6	7 600
52	55,7	9.500	17.050	44,3	7.550
53	55,6	9.550	17,150	44,5	7,600
54	55,5	9.500	17,100	44,5	7,600
55	55,5	9.500	17.100	44,5	7.600
56	55,5	9.500	17.100	44,5	7.600
57	55,5	9.500	17.100	44,5	7.600
58	56,0	9.600	17.150	44,0	7.550
59	55,8	9.550	17.100	44,2	7.550
60	55,8	9.550	17.100	44,2	7.550

PRUEBA DE CARGA (KW)

4 DE AGOSTO DE 1966

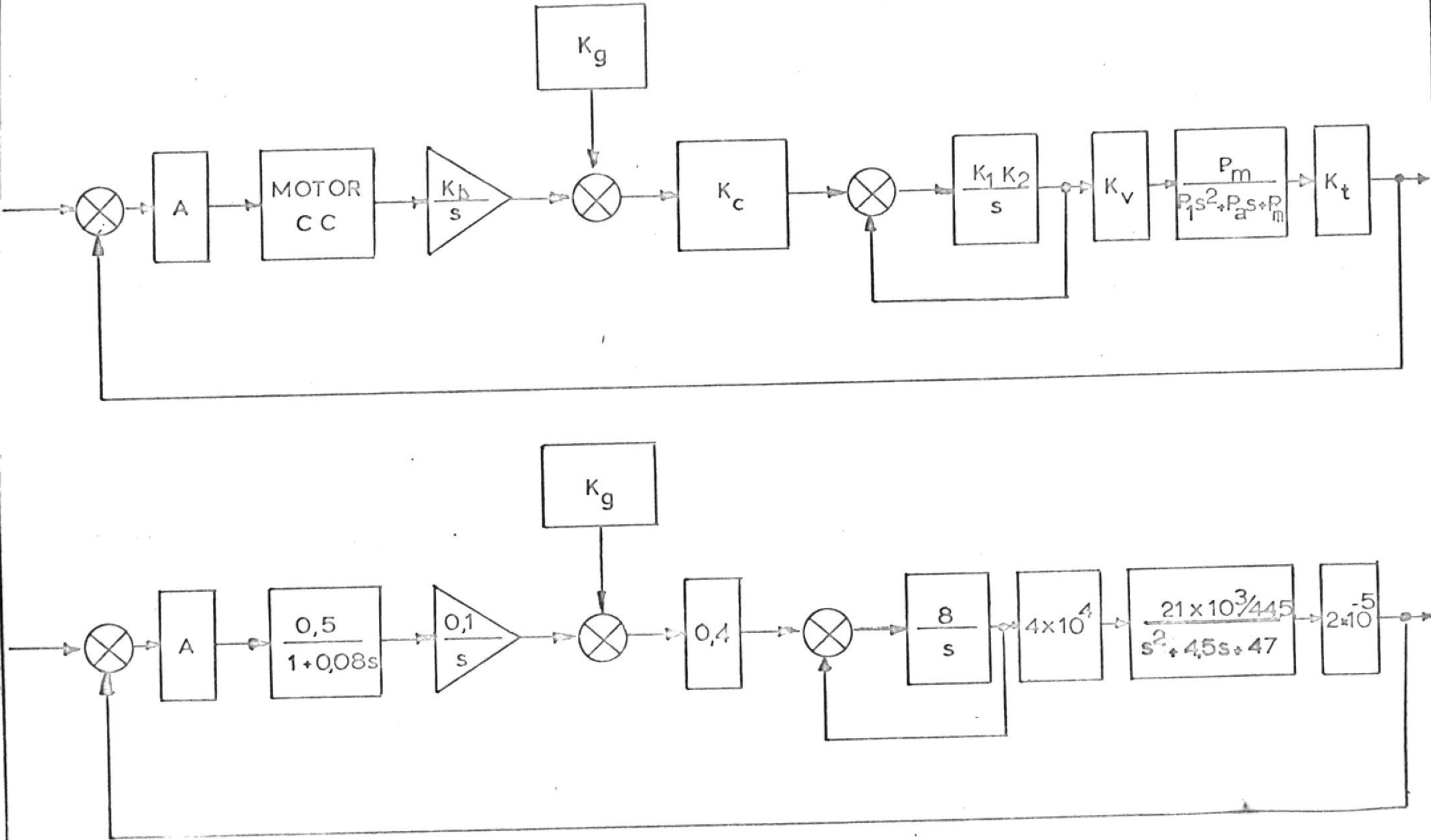


DIAGRAMA DE BLOQUE

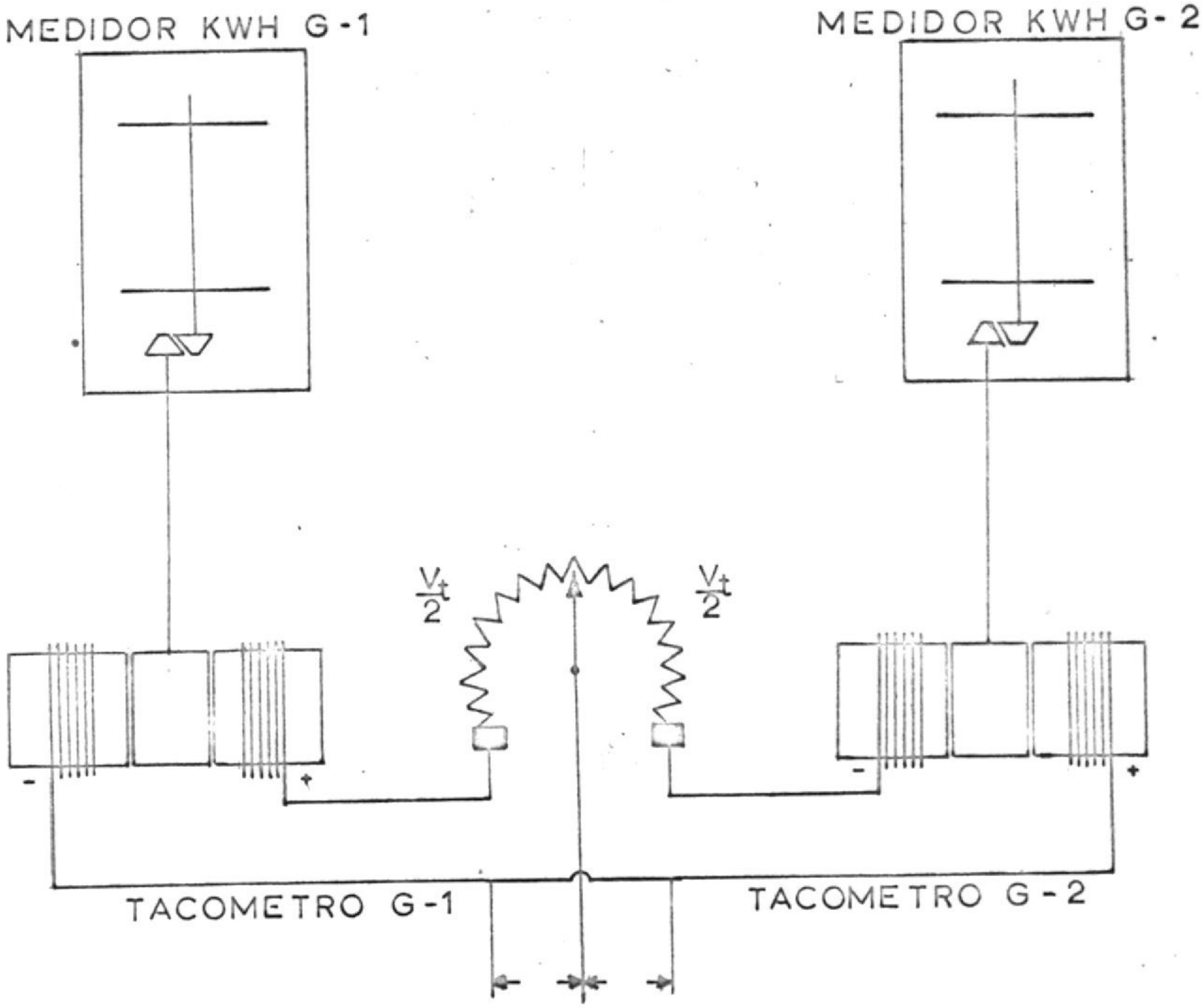

MEDIDOR KWH G-1
MEDIDOR KWH G-2
$\frac{V_t}{2}$
$\frac{V_t}{2}$
-
+
-
+
TACOMETRO G-1
TACOMETRO G-2

DIAGRAMA 11

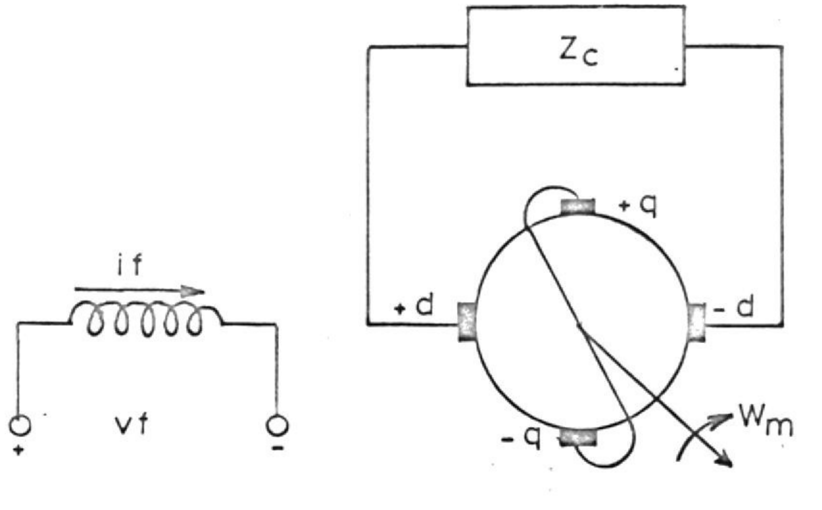


DIAGRAMA 12

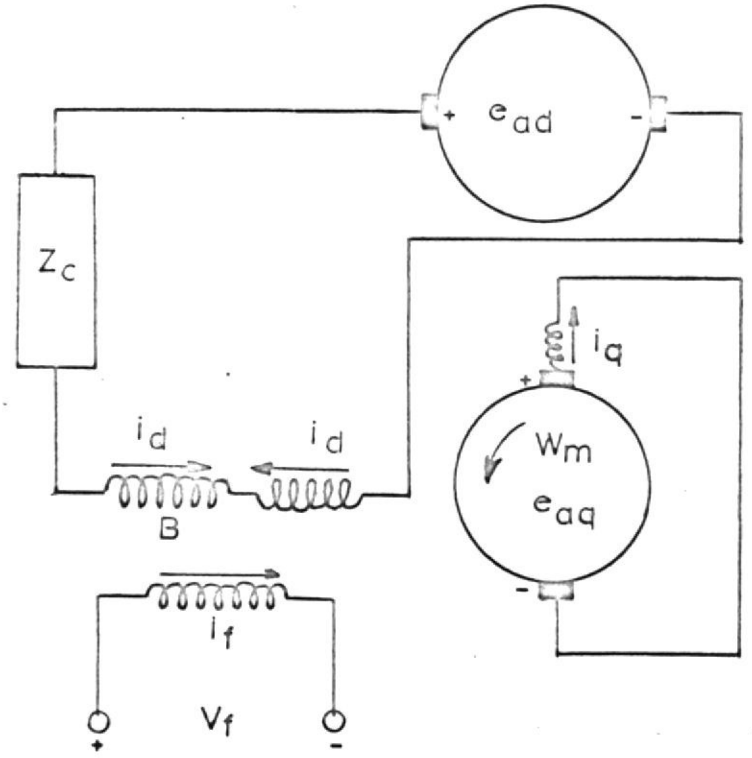


DIAGRAMA 13

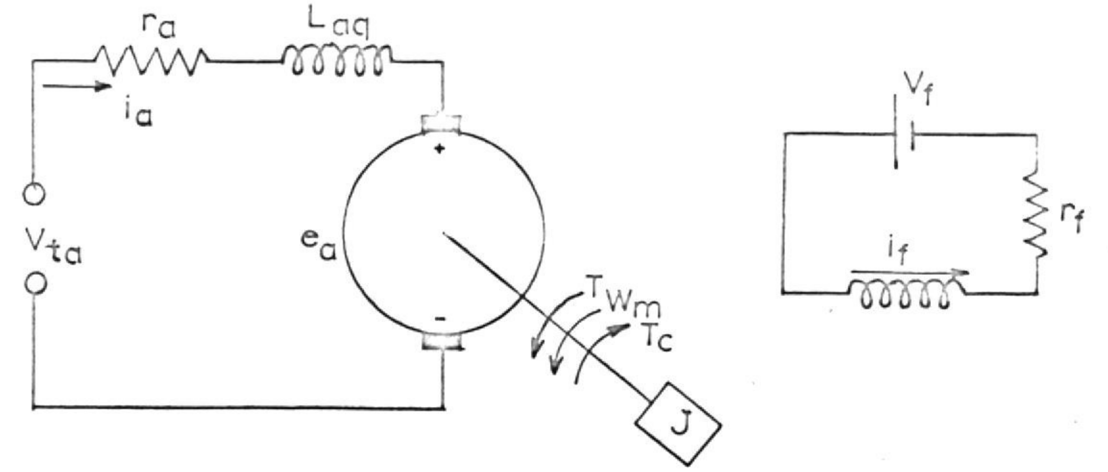


DIAGRAMA 14

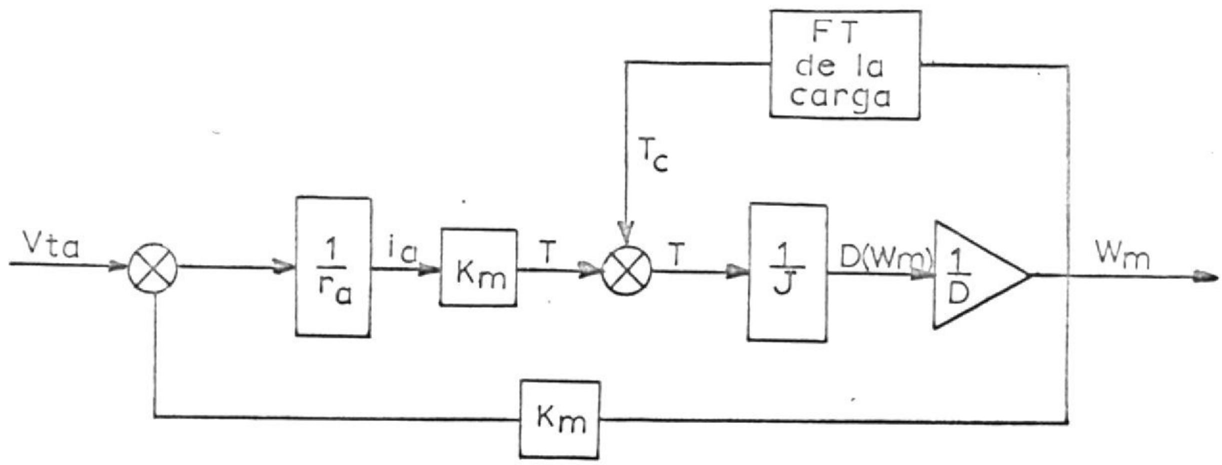


DIAGRAMA 15

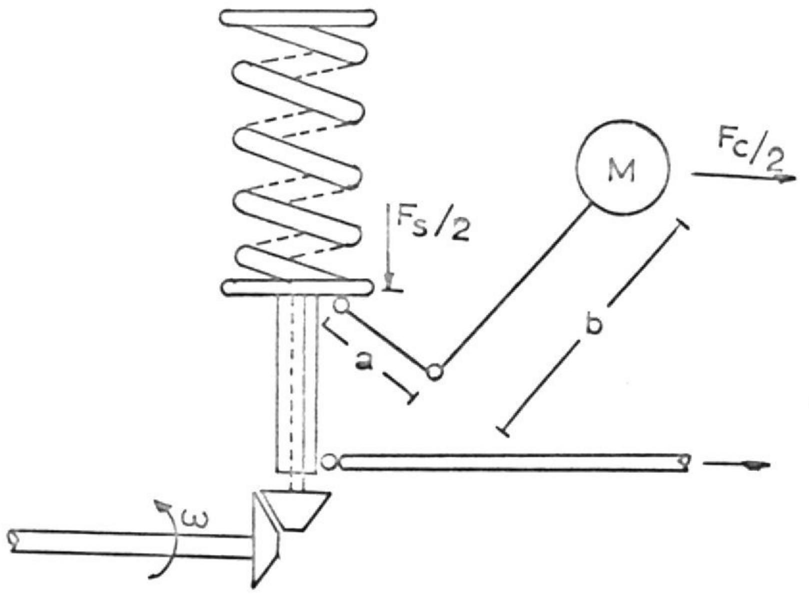


DIAGRAMA 16

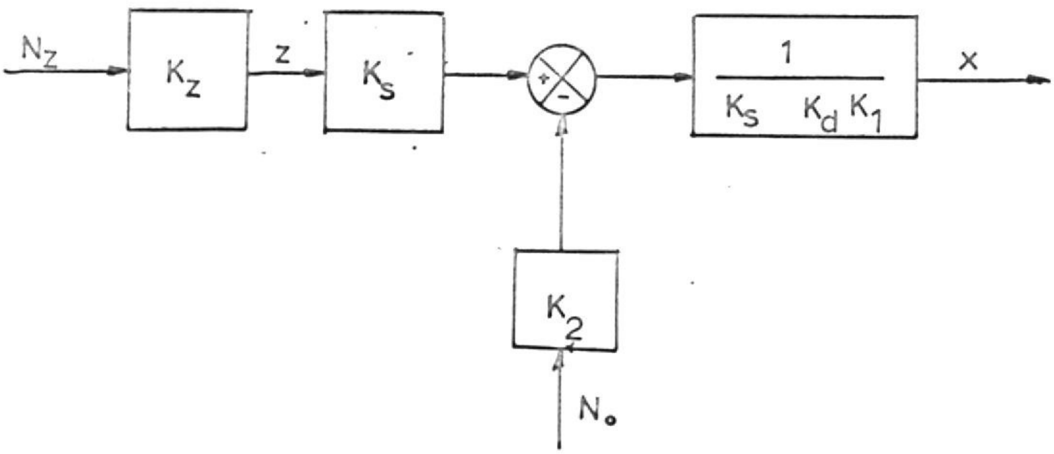


DIAGRAMA 17

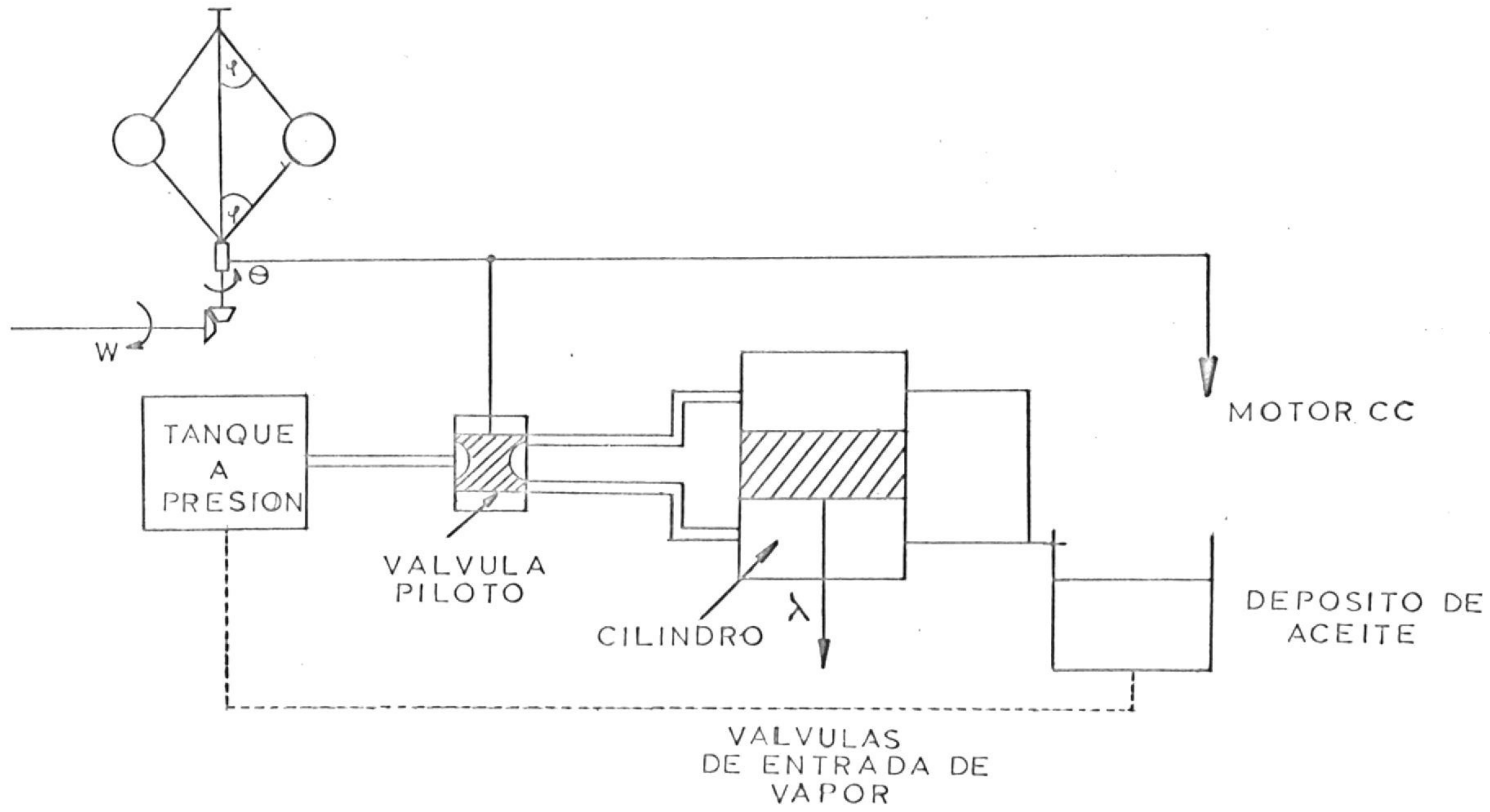
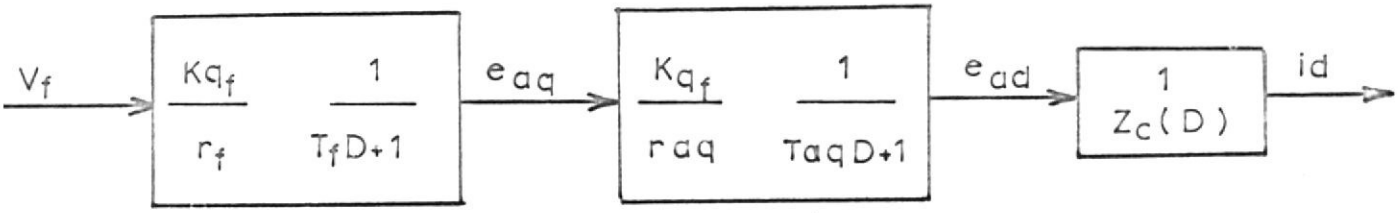

MOTOR CC
TANQUE
A
PRESION
VALVULA
PILOTO
CILINDRO
DEPOSITO DE
ACEITE
VALVULAS
DE ENTRADA DE
VAPOR

DIAGRAMA 18



$$\frac{K_{qf}}{r_f} = yK, \quad y \quad \frac{K_{dq}}{r_{aq}} = K_2 \qquad K, K_2 = K$$

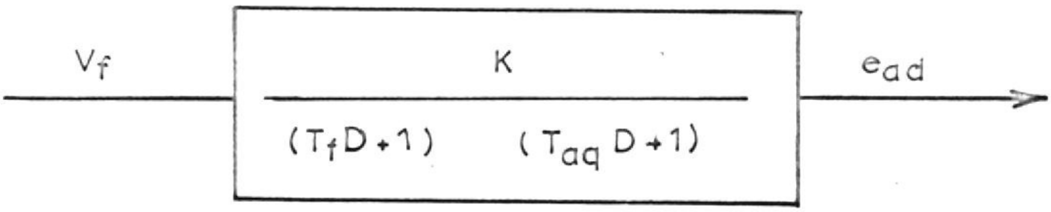
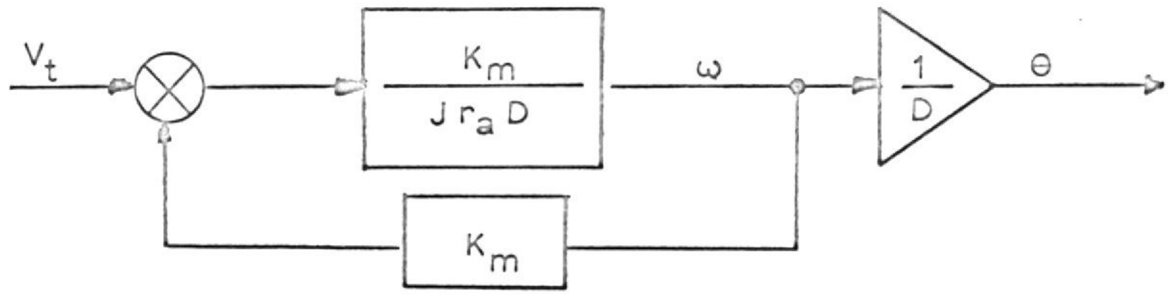
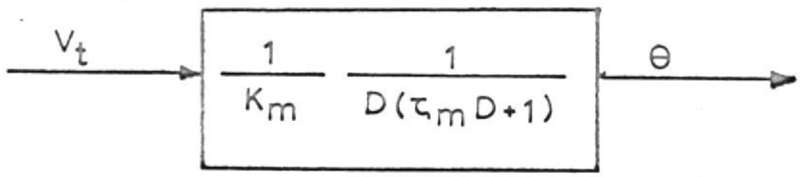


DIAGRAMA 19



V_t
$\frac{K_m}{J r_a D}$
ω
$\frac{1}{D}$
Θ
K_m



V_t
$\frac{1}{K_m} \frac{1}{D(\tau_m D+1)}$
Θ

DIAGRAMA 20

DIAGRAMA DE BLOQUES PARA
EL SISTEMA DEL GEN. 1 Y 2

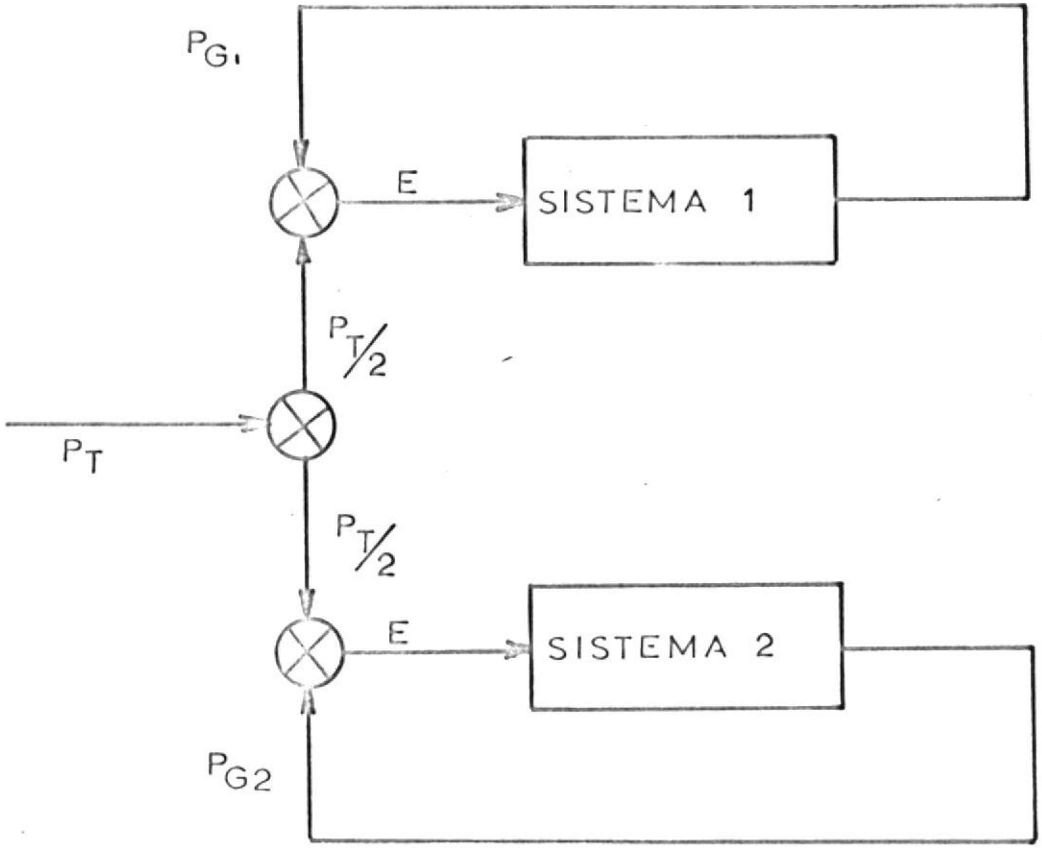
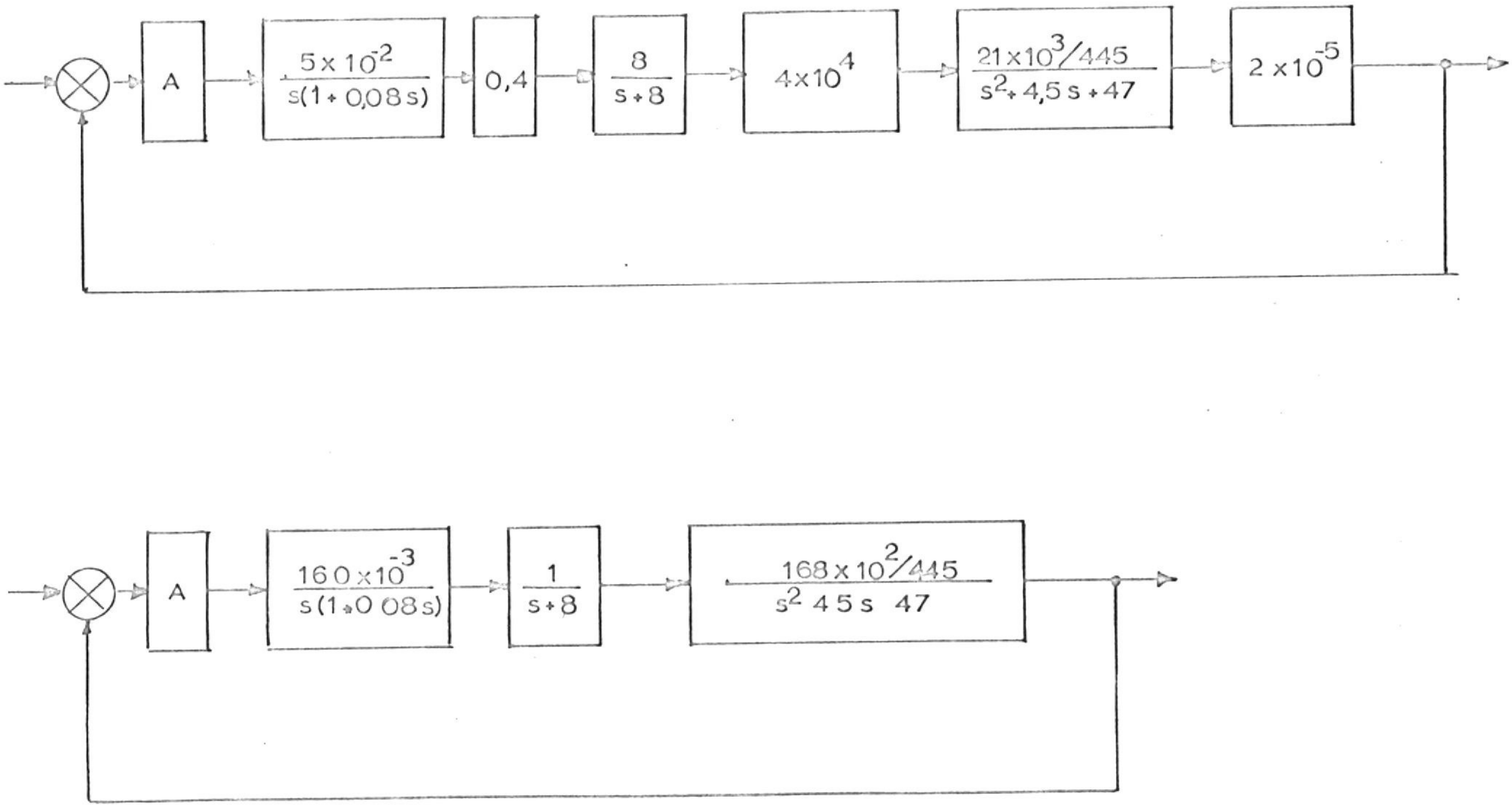
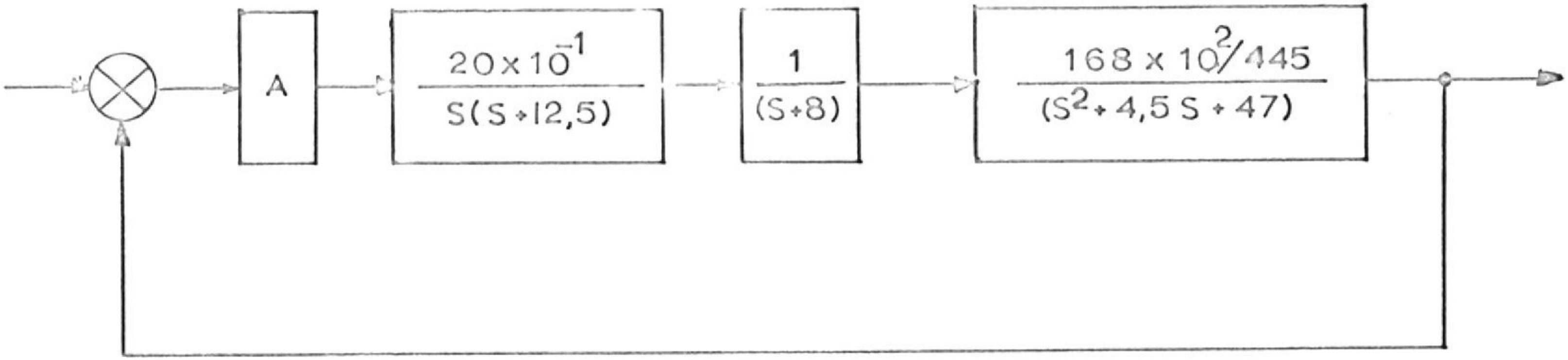
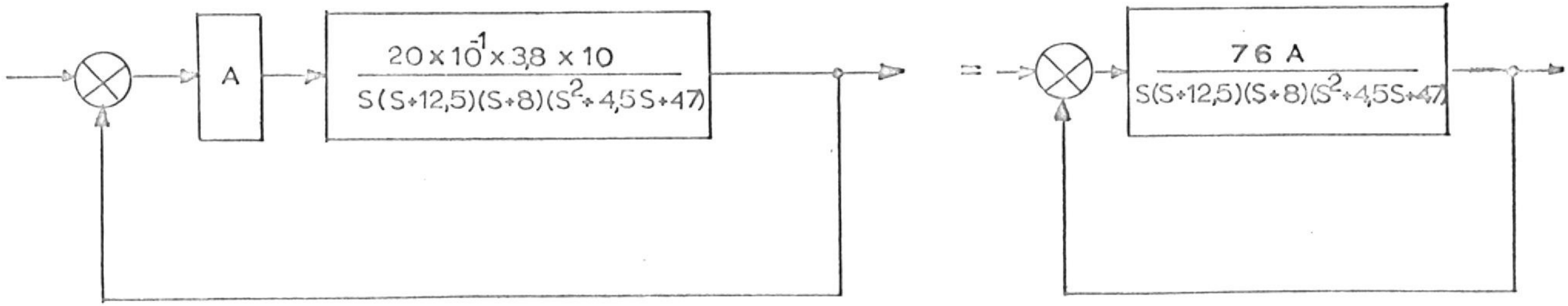


DIAGRAMA 21

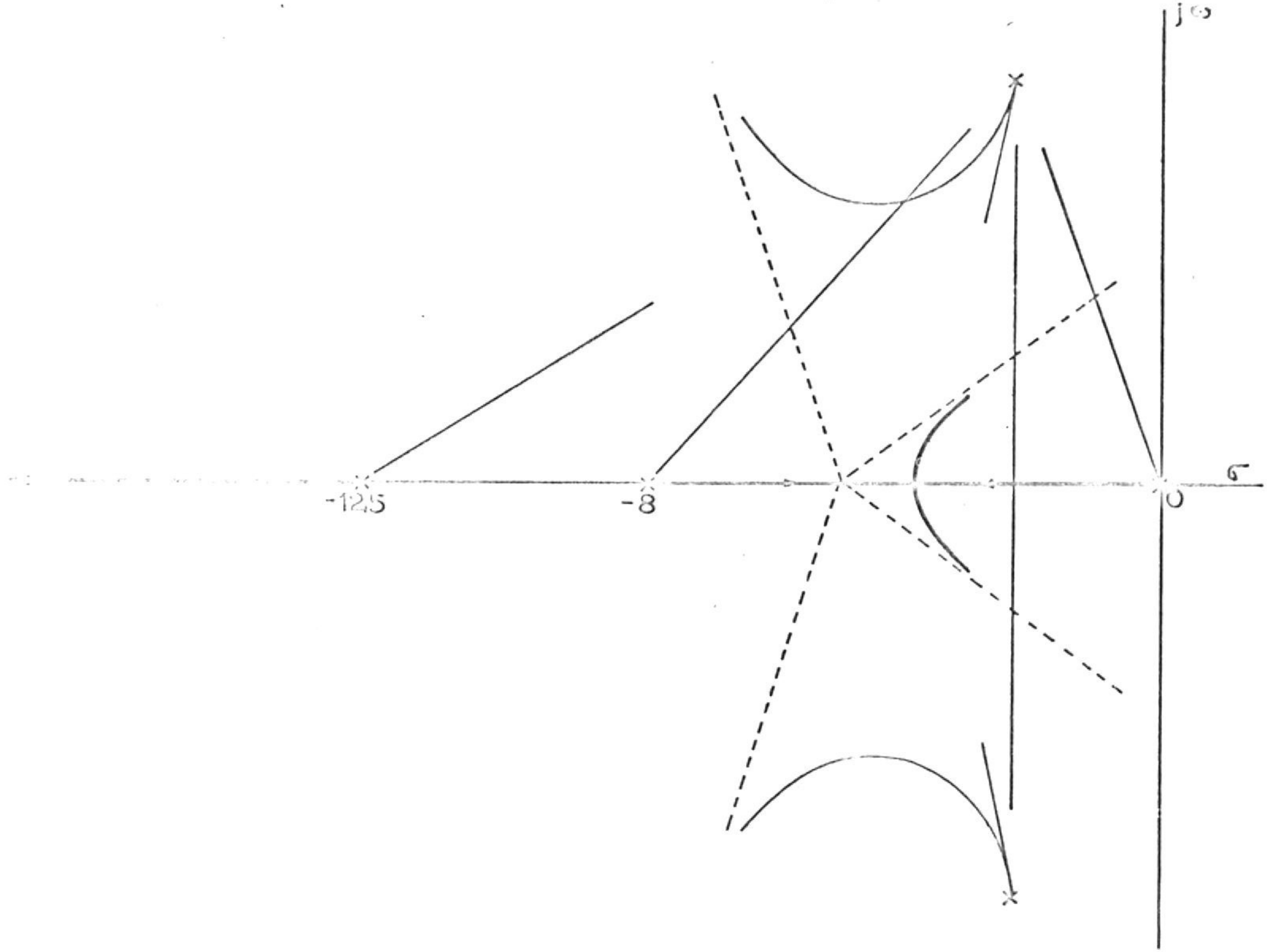


REDUCCION DE BLOQUES





FUNCION RESULTANTE



TRAYECTORIA DE
LAS RAICES

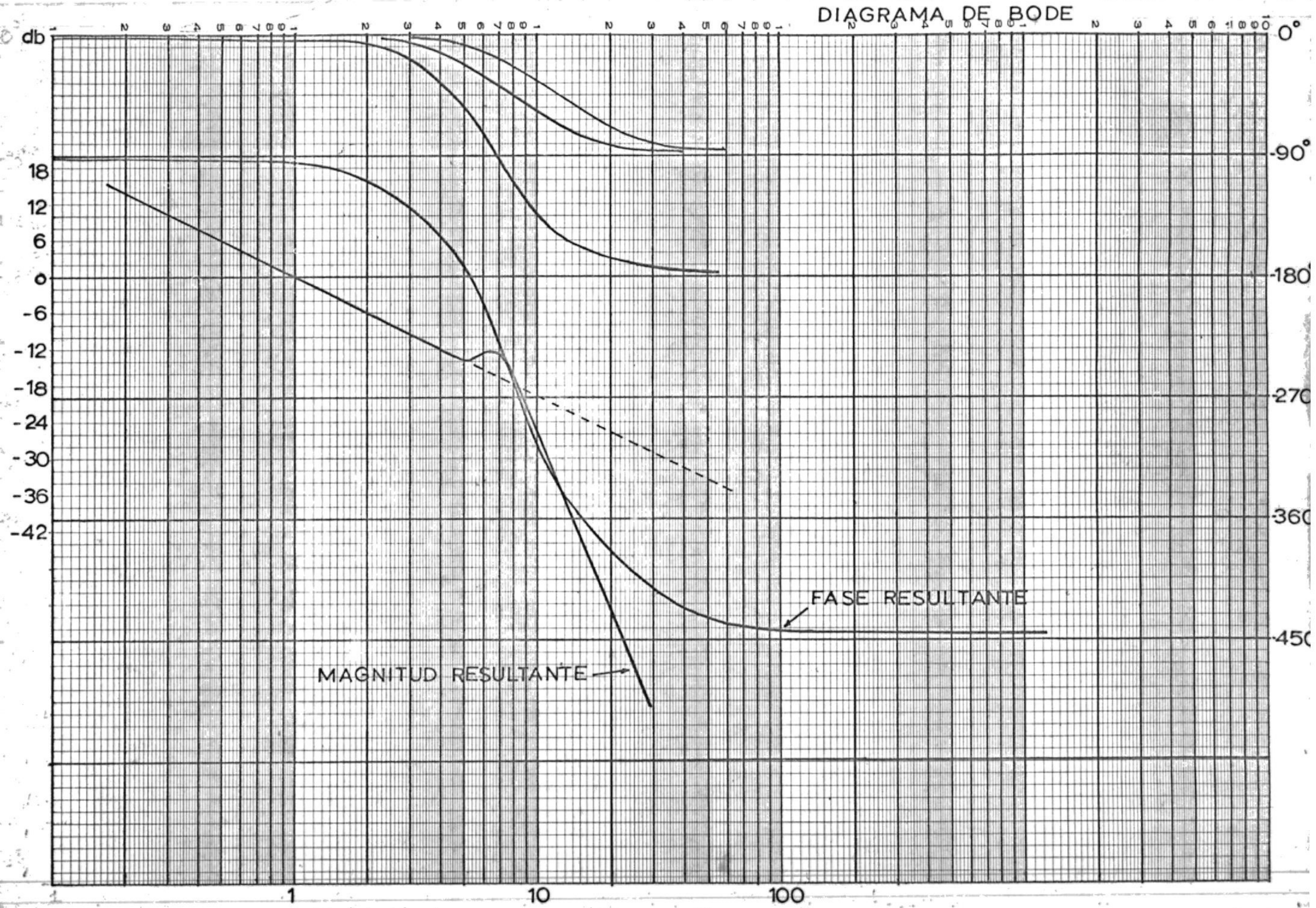


DIAGRAMA DE BODE
db
18
12
6
0
-6
-12
-18
-24
-30
-36
-42
0°
-90°
-180°
-270
-360
-450
1
10
100
FASE RESULTANTE
MAGNITUD RESULTANTE

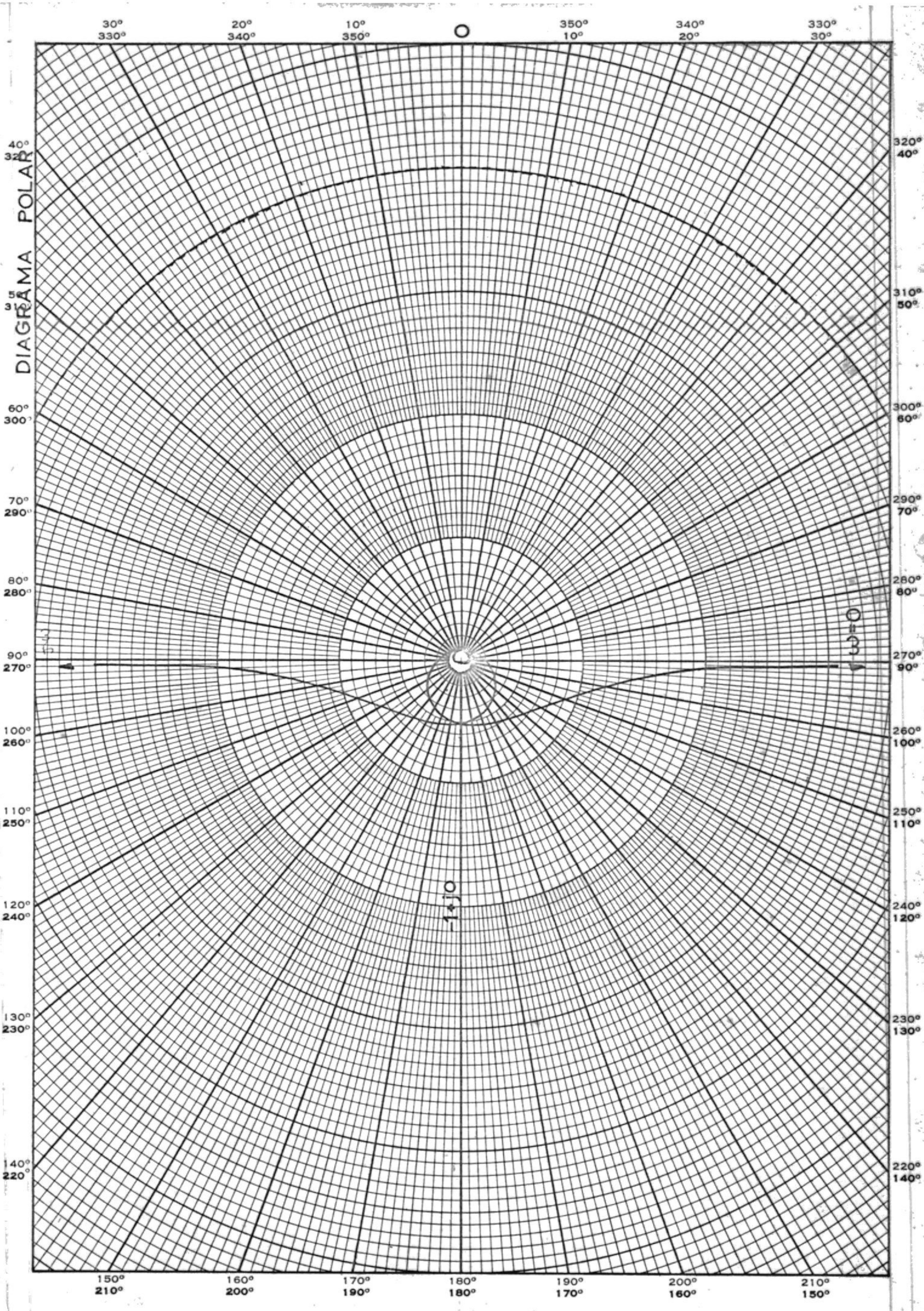


DIAGRAMA POLAR
0
30° 330°
20° 340°
10° 350°
350° 10°
340° 20°
330° 30°
40° 320°
50° 310°
60° 300°
70° 290°
80° 280°
90° 270°
100° 260°
110° 250°
120° 240°
130° 230°
140° 220°
320° 40°
310° 50°
300° 60°
290° 70°
280° 80°
270° 90°
260° 100°
250° 110°
240° 120°
230° 130°
220° 140°
150° 210°
160° 200°
170° 190°
180° 180°
190° 170°
200° 160°
210° 150°
-1+j0
ω=0