

# OPTIMIZACIÓN DE LA OPERACIÓN DE CENTRALES HIDROELÉCTRICAS APLICANDO MÉTODOS ESTOCÁSTICOS.

Zúñiga, A.

HIDROESPOL S.A.  
Campus Gustavo Galindo, Km 30.5 vía Perimetral  
Apartado 09-01-5863. Guayaquil-Ecuador  
[azuniga@espol.edu.ec](mailto:azuniga@espol.edu.ec)  
Telfs.: +593-4-2269296 ext. 1057

## **Resumen.**

El objetivo de este trabajo es la implementación de un modelo de optimización, mediante el uso de la técnica de Programación Dinámica Estocástica (PDE), aplicado a la solución del problema de la planificación energética en sistemas hidrotérmicos de potencia. El modelo propuesto abarca la representación del problema de la planificación energética para horizontes de largo plazo (mayores a 5 años), donde la incertidumbre asociada a los caudales afluentes a los embalses tiene gran influencia en la determinación de la solución óptima. El modelo será aplicado para analizar la operación aislada de una central hidroeléctrica frente a un sistema termoeléctrico equivalente y así verificar el comportamiento de la solución. No se han considerado aspectos eléctricos (como las pérdidas de transmisión y flujos de potencia entre líneas) debido a la cantidad de variables envueltas en el problema. Para representar los caudales afluentes al sistema se adoptó un modelo de series de tiempo autoregresivo de orden 1, AR(1). Además, fue implementado un modelo de simulación para analizar el comportamiento del sistema durante la operación bajo las políticas óptimas de turbinamiento determinadas a través del modelo de optimización.

## **Abstract**

The goal of this paper is present the development of an optimization method based in Stochastic Dynamic Programming, applied to the Operation Planning of Hydrothermal Power Systems. The model proposed include the representation of the energy planning in long term (5 years or more), consider that the uncertainty of the reservoir streamflow has great influence in the determination of the optimal solution. The model was applied to analyze the operation of an isolated hydropower plant with equivalent thermoelectric systems. Several electric aspects of the problem (like electrical losses and power flows) was not considered. To represent the streamflow sequences we consider a time series Autoregressive model AR(1). Also, a simulation model was applied to study the behavior of the system during the operation under the optimal policies of release.

**Palabras Clave:** Programación dinámica, sistemas hidrotérmicos, planificación de largo plazo, centrales hidroeléctricas.

## 1. Introducción.

El problema de la planificación energética en sistemas hidrotérmicos consiste en encontrar las políticas óptimas de generación que aseguren el cumplimiento de los objetivos que se tengan en un determinado momento para el sistema. En síntesis, el objetivo del problema es decidir que unidades generadoras entran a funcionar en un determinado momento de tal forma que se consiga el objetivo de minimizar costos de generación o de maximizar beneficios de los agentes generadores.

Al tratarse de un sistema hidrotérmico, el proceso de decisión se encuentra caracterizado por la incertidumbre asociada a la aleatoriedad de los caudales afluentes a los embalses. Uno de los modelos usados con mayor éxito ha sido el modelo de la Programación Dinámica Estocástica, que conjuga la incertidumbre asociada a los caudales con los diferentes estados del sistema a través del tiempo y la correlación que existe entre los caudales afluentes entre etapas consecutivas.

El objetivo de este trabajo ha sido desarrollar un modelo basado en la metodología de Programación Dinámica Estocástica Primal (PDE) [3] empleada inicialmente en el sistema eléctrico brasileño [1], [2], [6], y adoptado por el sistema ecuatoriano a través del modelo SDDP (Stochastic Dynamic Dual Programming) desarrollado por PSR-Inc [7].

## 2. Diferencia entre la operación de sistemas de generación puramente térmicos e hidrotérmicos.

La diferencia entre la operación de un sistema térmico y un sistema hidrotérmico no solo radica en la capacidad instalada de generación hidroeléctrica sino también en factores operacionales y parámetros que determinan la operación de uno u otro.

En un sistema puramente térmico, es decir, compuesto exclusivamente de unidades térmicas, el costo de operación de cada unidad dependerá exclusivamente del costo del combustible. Las políticas óptimas de generación estarán determinadas por la combinación de unidades que minimice el costo total del combustible necesario para satisfacer la demanda. La metodología normalmente usada para resolver el despacho en este tipo de sistema está basada en métodos de optimización determinísticos. Un sistema térmico tiene las siguientes características [1]:

- Es desacoplado en el tiempo, una decisión de operación en una etapa determinada no afecta la operación en la etapa siguiente.
- Las unidades tienen un costo directo de operación, es decir, el costo de operación de una unidad no depende del costo de operación de otras unidades.

Los sistemas hidrotérmicos tienen la gran ventaja de poder utilizar la energía almacenada en los embalses para satisfacer la demanda, sustituyendo la generación térmica cuyo costo es muy elevado. La oferta de energía hidroeléctrica está determinada por la capacidad de almacenamiento del embalse, y a su vez, el volumen de agua almacenado en los embalses dependerá de los caudales afluentes. La hidrología introduce una relación entre una decisión de operación en una etapa determinada y las decisiones que puedan tomarse en el futuro. En el caso de que se decida generar toda la energía almacenada en el embalse durante una etapa  $t$  y se presenta una escasez de agua fluyendo hacia el embalse durante la etapa  $t+1$ , se necesitara contratar energía térmica adicional para suplir el déficit de energía hidroeléctrica provocada por la decisión de vaciar el embalse en la etapa anterior. Por el contrario, si se decide generar más energía termoeléctrica con el

fin de ahorrar agua en el embalse, si en la etapa posterior se presentara abundancia de lluvias, se derramaría por el vertedero el exceso de energía y se desaprovecharía energía almacenada. Los sistemas hidrotérmicos poseen las siguientes características [1]:

- Es acoplado en el tiempo, es decir, se debe medir las consecuencias de una decisión en el presente. La decisión óptima debe ser un equilibrio entre el beneficio de usar el agua en el presente y el beneficio futuro de almacenarla, medidos en términos del ahorro esperado en los combustibles de las unidades térmicas.
- A esta característica se agrega el problema de la irregularidad de los caudales afluentes a los embalses, los mismos que varían estacional y regionalmente.
- Es acoplado en el espacio, si hay unidades hidroeléctricas en cascada, la decisión de operación de una central afectará a otra central ubicada aguas abajo.
- El valor de la energía generada por una central hidroeléctrica solamente puede determinarse en función del ahorro que se puede tener en los costos del combustible de las unidades térmicas o en función del déficit de energía evitado, y no directamente como resultado del estado de la central.
- Los objetivos de economía y confiabilidad de servicio del sistema son totalmente contrarios en los sistemas hidrotérmicos, pues la máxima utilización de energía hidroeléctrica es la política más económica debido a que minimiza los costos de generación; sin embargo, esta política es la menos confiable pues resultaría en mayores riesgos de déficit en etapas futuras. Por otro lado, la política más confiable sería conservar los

embalses en el nivel mas elevado posible, lo que ocasionara el ingreso de más generación térmica y por consiguiente el aumento de los costos de generación. El equilibrio entre los costos de operación y confiabilidad esta dado por un rubro llamado “costo de déficit”, que es indispensable para la determinación de las políticas de operación óptimas para un sistema.

Como se ha manifestado, el valor de la energía hidroeléctrica será el valor de la generación térmica que se pueda sustituir en el presente o en el futuro. Bajo este concepto, una central hidroeléctrica puede ser representada como una unidad térmica cuyo costo marginal de operación es el “valor del agua”. En el caso de un sistema hidrotérmico compuesto por varias centrales hidroeléctricas, el valor del agua no puede calcularse aisladamente para una central, por el contrario, se debe realizar el cálculo del costo marginal del agua considerando todo el sistema.

Las políticas de operación óptima de un sistema hidrotérmico se encuentra limitada principalmente por las energías afluentes a los embalses de las centrales hidroeléctricas y el nivel de almacenamiento que tenga el embalse en una etapa determinada. Para determinar dichas políticas, será necesario implementar un modelo de optimización que incluya la incertidumbre generada por los caudales afluentes y que además sea flexible a la variación de los niveles de almacenamiento de los embalses, parámetro que esta íntimamente relacionado con las afluencias. Dada la característica estocástica de los caudales y la dinámica del sistema, el modelo de optimización debe proporcionar la utilización óptima de los recursos de generación térmica e hidroeléctrica para la operación del sistema, a partir de la minimización de los costos esperados de operación en el horizonte de planificación

y de un análisis estocástico del comportamiento de las afluencias.

### 3. Formulación del problema.

La formulación estocástica del problema de la planificación de la operación puede ser vista como la obtención de una política óptima de decisiones de turbinamiento que minimice el costo esperado de operación del sistema a lo largo del horizonte de planificación y que cumpla con las restricciones operativas del sistema, considerando la aleatoriedad del problema. En esta formulación se considera que los caudales naturales afluentes son variables aleatorias.

En la PDE, el horizonte de estudio del problema se divide en *etapas*, y la mejor decisión en cada etapa se determina de acuerdo a las condiciones (estado) en que se encuentra el sistema. La optimización se basa en el conocimiento previo de todas las posibilidades futuras y sus consecuencias, de tal manera que sea satisfecho el principio de optimización de Bellman [4]. De esta manera, el costo total de operación está determinado por el costo de la decisión en la propia etapa considerando el costo futuro predeterminado a partir de la etapa siguiente. Ya que el problema es estocástico, la decisión en cada etapa está determinada con base en la distribución de probabilidad del caudal afluente al sistema.

La aplicación de la PDE en el presente trabajo considera que la variable aleatoria que representa al caudal afluente en la etapa  $t$  depende solamente del caudal afluente en la etapa  $t-1$ , considerando que el proceso estocástico que representa dicha variable aleatoria está representado mediante un modelo autoregresivo de orden 1, AR(1), lo que significa que el proceso estocástico describe una cadena de Markov. La consideración de modelos de orden superior provoca un indeseable aumento en la dimensión del espacio de estados del problema y, por consiguiente,

la dificultad para la aplicación de la formulación primal de la PDE.

Bajo la consideración de que el sistema se compone de una única central hidroeléctrica, las variables de estado del problema están representadas por el volumen de agua almacenada en el embalse al comienzo de cada etapa  $x_t$  (estado) y el caudal afluente en la etapa anterior  $w_{t-1}$  (parámetro aleatorio). Las variables de control están representadas por la cantidad de agua descargada del embalse durante cada etapa  $def_t$ , compuesta por el caudal turbinado  $u_t$  (decisión) y el caudal vertido  $v_t$ . El problema de la planificación energética, en su versión estocástica, puede ser formulado como [2,] [3]:

$$\min_{u_t} E_{w_t/w_{t-1}} \left\{ \sum_{t=0}^{T-1} \frac{1}{(1+\beta)^t} f_t(D_t - G_t) \right\} + \frac{1}{(1+\beta)^T} F_T(x_T) \quad (1)$$

$$G_t = k \cdot h_t \cdot u_t \quad (2)$$

$$h_t = \phi(x_t) - \theta(def_t) - pc_t \quad (3)$$

$$x_t = x_{t-1} + (w_t - def_t) \Delta t \quad (4)$$

$$def_t = u_t + v_t \quad (5)$$

$$x_{t \min} \leq x_t \leq x_{t \max} \quad (6)$$

$$def_{t \min} \leq def_t \leq def_{t \max} \quad (7)$$

$$u_{t \min} \leq u_t \leq u_{t \max} \quad (8)$$

$$v_t \geq 0 \quad (9)$$

$$x_0 \text{ dado} \quad (10)$$

$E_{w_t/w_{t-1}} \{ \}$  representa el valor esperado del costo durante la etapa  $t$ , condicionado a la ocurrencia del caudal  $w_{t-1}$ . En cada etapa las decisiones óptimas son determinadas a través de la suma del costo presente más el

costo esperado futuro, asumiendo decisiones óptimas para todas las etapas siguientes. Este costo es aditivo, en el sentido de que el costo presente en la etapa  $t$  se acumula en el tiempo.

#### 4. Solución mediante Programación Dinámica Estocástica.

En este trabajo se considera la técnica de resolución *backward* para la PDE [4], por tanto, el problema es resuelto buscando las políticas óptimas partiendo de la etapa final  $T$ . En este caso, la ecuación recursiva que corresponde a la solución de la PDE es:

$$J_t(x_t, w_{t-1}) = \min_{u_t} \left\{ f_t(D_t - G_t) + \frac{1}{1 + \beta} E_{w_t/w_{t-1}} [J_{t+1}(x_{t+1}, w_t)] \right\} \quad (11)$$

para  $t = T, T-1, \Lambda, 1$ .  $J_t(x_t, w_{t-1})$  representa el mínimo valor esperado de operación de la etapa  $t$ , suponiendo que el sistema se encuentra en el estado  $(x_t, w_{t-1})$  y que, en función de la decisión tomada, cambia hacia el estado  $(x_{t+1}, w_t)$ .

Según el principio de optimización de Bellman [4], “si  $u_t^*$  (para  $t = k, \Lambda, T-1$ ) es una política óptima, estando el sistema en el estado  $(x_k, w_{k-1})$  en el período  $t = k$ , entonces, la misma decisión  $u_t^*$ , (para  $t = k, \Lambda, T-1$ ), será una política óptima para el estado inicial  $(x_{k+1}, w_k) = g(x_k, w_{k-1}, def_k, u_k, v_k)$  en el período  $t = k+1$ , donde  $g(\bullet)$  representa la ecuación de transición de estado del modelo”. De acuerdo con el principio de optimización de Bellman, una política óptima  $u_t^*$ , para  $\forall t = 1, \Lambda, T-1$ , para el problema (1) a (10), puede obtenerse mediante la solución del siguiente problema:

$$J_t(x_t, w_{t-1}) = \min_{\Omega_t} \left\{ f_t(D_t - G_t) + \frac{1}{1 + \beta} \int_{-\infty}^{+\infty} J_{t+1}(x_{t+1}, w_t) \cdot f^k(w_t/w_{t-1}) dw_t \right\} \quad (12)$$

s.a.:

$$J_T(x_T, w_{T-1}) = F_T(x_T) \quad (13)$$

$\forall t = T-1, \Lambda, 1$ . Donde  $\Omega_t = \{u_t\}$  y está además sujeto a las restricciones (2) a (10).  $f^k(w_t/w_{t-1})$  representa la función de densidad de probabilidades de transición.

La solución de la ecuación recursiva (12) en un período  $t$  está condicionada a la energía afluente al sistema en el período anterior  $w_{t-1}$ . Si  $u_t^k$  es la decisión en el período  $t$ , representada en la figura 1, se puede observar que, una vez que las decisiones son tomadas anticipándose al conocimiento del caudal afluente en el período, la misma decisión puede llevar a valores más elevados de almacenamiento en el siguiente período  $x_{t+1}$  cuando ocurren valores elevados de afluencias  $w_t$  en el período  $t$  (indicado por el punto A de la curva), o a valores bajos de almacenamiento  $x_{t+1}$  (punto B de la curva) cuando se presentan valores bajos de caudales afluentes [8].

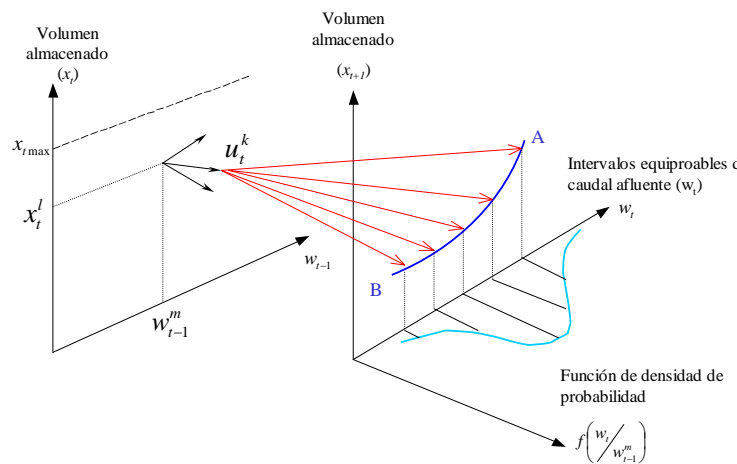


Figura 1. Esquema de la PDE.

La formulación (12) se denomina formulación del tipo *decisión-acción*; en

este tipo de formulación las decisiones son tomadas sin el conocimiento de los caudales afluentes en el propio mes, pero considerando la distribución de probabilidades.

La solución de (12) se obtiene mediante la discretización de cada variable de estado continua, de tal manera que cada espacio de estados es substituido por un conjunto de intervalos discretos, en los cuales se calcula  $J_t$ . En un problema con un solo embalse, donde la variable de estado que representa el volumen es discretizada en 100 intervalos (0 a 100%) y las variables de estado que representan el caudal afluente al sistema es discretizada en 10 intervalos, el total de estados discretizados será (100x10) estados. Si se considera más de un embalse, el número de estados crece exponencialmente con el número de centrales hidroeléctricas y el total de estados resultante es  $1000^N$ , donde  $N$  representa el número de centrales consideradas. Este aumento exponencial en el número de estados se conoce comúnmente como la Maldición de la Dimensionalidad [6], [8].

La solución del problema de PDE son tablas de decisión que proporcionan la política de decisiones óptimas  $u_t^*$  y los costos esperados  $J_t$  para el sistema en función de los niveles de almacenamiento y de los caudales afluentes al sistema en la etapa anterior  $(x_t, w_{t-1})$ .

La recursión debe iniciarse en algún momento y puede partirse de un mes lo suficientemente distante en el futuro con una tabla de costos  $J_T(x_T, w_{T-1})$ , donde  $T$  es el último mes. Es posible verificar que con la aleatoriedad de las afluencias, después de un cierto número de años, es extremadamente probable que el sistema presente déficits o vertimientos, sin importar el estado inicial. Esto quiere decir que las decisiones tomadas ahora no afectarán las decisiones a ser tomadas

después de un cierto tiempo en el futuro. Este hecho, junto con la existencia de una tasa de actualización financiera en la recursión que tiende a desvalorizar en el presente los costos futuros, ocasiona que la política óptima de decisiones para un futuro inmediato sea independiente de los costos a ser involucrados más allá de un cierto horizonte de planificación.

El algoritmo empleado para la solución el problema es el siguiente:

1. Inicializar variables y lectura de archivos de datos.
  2. Cálculo de costo terminal  $J_T(x_T, w_{T-1}) = F_T(x_T)$ , caso sea considerado.
  3. Determinar el modelo markoviano de caudales.
  4. Inicio de la recursión:
    - Para cada etapa  $t = T, T-1, \dots, 1$ .
    - Para cada intervalo de afluencia anterior  $w_{t-1} = w_{t-1}^1, \dots, w_{t-1}^m, \dots, w_{t-1}^M$
    - Para cada intervalo de volumen  $x_t = x_t^1, \dots, x_t^l, \dots, x_t^L$
- Resolver el problema de operación:
- $$J_t(x_t, w_{t-1}) = \min_{u_t} \left\{ f_t(D_t - G_t) + \frac{1}{1 + \beta} \sum_{k=1}^N P_t^{j,k} \cdot J_{t+1}(x_{t+1}, w_t) \right\}$$
- s.a.:
- $$\begin{aligned} J_T(x_T, w_{T-1}) &= F_T(x_T) \\ G_t &= k \cdot h_t \cdot u_t \\ h_t &= \phi(x_t) - \theta(def_t) - pc_t \\ x_t &= x_{t-1} + (y_t - def_t)\Delta t \\ def_t &= u_t + v_t \\ x_{t \min} &\leq x_t \leq x_{t \max} \\ u_{t \min} &\leq u_t \leq u_{t \max} \\ def_{t \min} &\leq def_t \leq def_{t \max} \\ v_t &\geq 0 \\ x_0 &\text{ dado} \end{aligned}$$
5. Impresión de las tablas de decisión óptima, tablas de costos y tablas de valor del agua.
  6. Modelo de Simulación.

## 7. Finalizar.

Para determinar las probabilidades de transición entre estados de afluencias en etapas continuos, se ha empleado la metodología propuesta por Marks & Alarcón [5] y empleada en [2] y [6], según la cual si se toma en consideración la dependencia temporal de orden 1 entre los caudales afluentes, la función de densidad de probabilidad condicionada para el histórico de caudales afluentes puede ser escrita como:

$$f(w_t/w_{t-1}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(w_t - \mu_m)^2}{2\sigma_m^2}} \quad (14)$$

El objetivo de la simulación es observar el comportamiento del sistema de acuerdo a diferentes políticas de operación. Básicamente, la simulación consiste en seguir las políticas óptimas  $u_t$  determinadas a partir de la optimización mediante la PDE, tomando como criterio los caudales afluentes y considerando que la demanda es conocida durante todo el período. La simulación requiere de las variables  $x_t$ ,  $w_{t-1}$  y  $w_t$  (afluencia en el período  $t$ ). Los valores correspondientes al caudal afluente en la etapa  $t$  pueden corresponder a series sintéticas de caudales afluentes generados a través del modelo AR(1) o a valores del histórico de caudales afluentes al embalse correspondientes al período en que se desea hacer la simulación.

## 5. Resultados de las simulaciones.

Para realizarlas pruebas del modelo desarrollado se consideraron los datos de una central hidroeléctrica empleada en [2] para un estudio de similares características. La serie histórica de caudales afluentes mensuales se presenta en la figura 2.

Parámetros Operativos					
Potencia Instalada [MW]	Volumen Mínimo [hm <sup>3</sup> ]	Volumen Máximo [hm <sup>3</sup> ]	Turbinamiento Mínimo [m <sup>3</sup> /s]	Turbinamiento Máximo [m <sup>3</sup> /s]	Productividad [MW/(m <sup>3</sup> /s)]
1312	5733	22950	196	1692	0.0086

Tabla 1. Parámetros operativos de la central bajo estudio

Polinomio Cota - Volumen $\phi(x)$				
$a_0$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$
735.246	$3.49658 \times 10^{-3}$	$-1.97437 \times 10^{-7}$	$6.91705 \times 10^{-12}$	-9.7736
Polinomio Cota del Canal de Desagüe $\theta(u)$				
$b_0$	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_4$
671.633	$1.01738 \times 10^{-3}$	$-1.79972 \times 10^{-7}$	$2.51328 \times 10^{-11}$	0

Tabla 2. Polinomios característicos del embalse de la central bajo estudio

Para la aplicación del modelo han tomado las siguientes consideraciones:

- Intervalos de volumen  $L$ : 100
- Intervalos equiprobables de afluencias  $M$ : 10
- Número de meses modelo de optimización  $T$ : 60 meses (5 años)
- Intervalos de decisión: 200
- Tasa de descuento : 10%
- Función de costo térmica:  $\frac{1}{2}G_t^2$
- Número de meses del modelo de simulación: 60 meses (5 años)

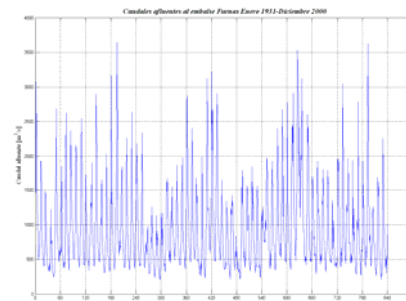
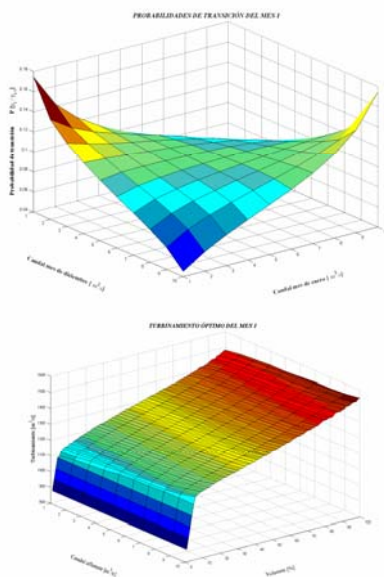


Figura 2. Serie de caudales afluentes a la central bajo estudio (1931-2000).

Una vez aplicado el modelo, se obtienen las matrices de probabilidad de transición de estados y los intervalos de afluencias (ver figura 3-a), y en un segundo paso, se calculan las políticas óptimas de turbinamiento a través del modelo de optimización (figura 3-b). En un tercer paso, el modelo simula la operación del sistema para caudales afluentes proporcionados por el usuario, considerando las políticas óptimas determinadas por el módulo de optimización.

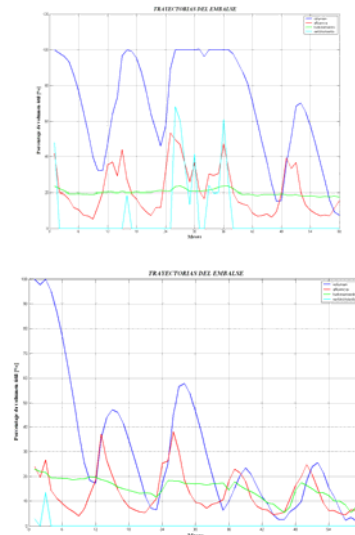


(a) (b)  
 Figura 3. (a) Matriz de probabilidades de transición entre estados mes 1, (b) Decisiones óptimas de caudal turbinado para el mes 1.

Se han elegido dos escenarios hidrológicos para la simulación de la operación de cada central: un escenario correspondiente a los últimos 5 años del histórico de caudales y otro correspondiente a 5 años de caudales pronosticados mediante un modelo AR(1). No existe un motivo especial para la elección de estos escenarios:

- Escenario 1: Período del año 1981 a 1985 (caudales históricos).
- Escenario 2: Período del año 2001 a 2005 (caudales pronosticados).

La figura 4-a resume la trayectoria del almacenamiento. Las altas afluencias registradas permiten al embalse recuperar su capacidad máxima de almacenamiento en el tercer mes del segundo año y durante casi un año (febrero de 1982 a febrero de 1983), período donde se producen importantes vertimientos, y disminuyendo luego su volumen debido al período un poco extenso de afluencias bajas (marzo 1984 a octubre de 1984). Durante el último año, el embalse recupera su volumen, llegando a un almacenamiento de 70.8%. El turbinamiento durante el periodo de simulación se mantuvo entre los 1168 y 1564 m<sup>3</sup>/s, equivalentes al 19 y 25% del volumen útil del embalse.



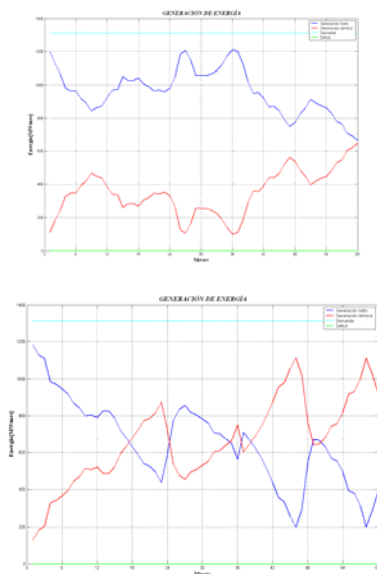
(a) (b)  
 Figura 4. (a) Resultado de la trayectoria del volumen almacenado para (a) Escenario 1, y (b) Escenario 2.

El período entre 2001 y 2005 corresponde a un período de afluencias bajas; esto afecta directamente al comportamiento de la trayectoria del volumen almacenado en el embalse, tal y como se muestra en la figura 4-b, donde se puede ver que el embalse reduce drásticamente su nivel durante los períodos de afluencias muy bajas (2003 a 2004). El comportamiento del caudal turbinado por la central fue de alrededor del 20% del volumen útil del embalse hasta el segundo año (2002),



alterando este comportamiento parsimonioso para el resto del período; este comportamiento irregular se explica por el bajo nivel de almacenamiento del embalse en estas etapas y, por tanto, la trayectoria del turbinamiento tiende a igualarse con el caudal afluente para impedir que el nivel embalse disminuya aún mas (meses 46 a 54).

El comportamiento hidrológico del sistema permite que la generación hidroeléctrica supere a la térmica durante todo el período de simulación en el escenario 1 (figura 5-a). De manera similar, la generación hidroeléctrica es superior a la térmica durante los dos primeros años, siendo inferior durante el resto del período debido a las bajas afluencias presentadas (figura 5-b).



(a) (b)

Figura 5. (a) Resultado de la trayectoria de generación térmica e hidroeléctrica para (a) Escenario 1, y (b) Escenario 2.

## 6. Conclusiones

El principal objetivo de este trabajo fue la presentación de un modelo para planificación de la operación energética de los sistemas hidrotérmicos de potencia, aplicando la técnica de la Programación Dinámica Estocástica (PDE). La

planificación de la operación energética se caracteriza por su complejidad: el problema es estocástico, dinámico y no lineal. A partir del registro histórico de caudales afluentes al embalse considerado y, como un paso previo a la optimización por PDE, fue calculado el modelo markoviano de probabilidades de transición entre estados. El espacio de estados de caudales afluentes fue dividido en 10 intervalos equiprobables de afluencias, considerando una distribución conjunta de probabilidades entre meses consecutivos de tipo log-normal. Como resultado se obtuvieron 12 matrices simétricas de probabilidades de transición.

Como era de esperarse, los mayores valores de turbinamiento y generación hidroeléctrica se presentan para los valores altos de volumen y afluencia del mes anterior, y su comportamiento, se ve alterado para valores bajos de afluencia del mes anterior y valores altos de volumen almacenado. Este comportamiento es análogo para las correspondientes soluciones de costos y valor marginal del agua, que son decrecientes mientras sea mayor la oferta de generación hidroeléctrica (ver figura 5).

Los resultados de las simulaciones mostraron que el modelo trata de decidir si es mejor generar energía en una etapa de afluencias medias o almacenar parte del agua en el embalse para utilizarla en etapas futuras donde los caudales pueden ser escasos. El modelo intenta anticiparse a la presencia de caudales futuros, vaciando el embalse en las etapas que se presentan caudales altos, en espera de que, durante el siguiente ciclo hidrológico, se presenten afluencias similares a las anteriores.

Como se ha mostrado a través de los resultados de este trabajo, el modelo de PDE es una herramienta poderosa para la optimización estocástica aplicada al problema de la planificación energética, ya que la decisión óptima calculada considera

todos los posibles estados de afluencias entre etapas consecutivas para realizar la optimización. Sin embargo, estudios realizados sobre el tema [6] han mostrado que su rendimiento disminuye a medida que aumenta la cantidad de embalses, pues debido al problema de la maldición de la dimensionalidad, el sistemas hidráulico debe ser agregado en un único embalse equivalente, y, por tanto, en el proceso de decisión no se toman en cuenta características individuales de la operación de cada central.

## 7. Bibliografía

- [1]. ASMAE, “Processo de Utilização dos modelos de otimização na formação dos preços do MAE”, Regras da Primeira Etapa do MAE Versão 2.2 ANEXO D, ANEEL, Brasil, 2001.
- [2]. Da Cruz Jr., Gelson, “Planejamento da operação energética a longo prazo de Sistemas Hidrotérmicos de Potência”, Tese de Mestrado, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, Brasil, 1994.
- [3]. Fortunato, L. A. M., “Introdução ao Planejamento da Expansão e Operação de Sistemas de Produção de Energia Elétrica”, EDUFF - ELETROBRAS, Brasil, 1990.
- [4]. Larson, R. E., Casti, J. L., “Principles of Dynamic Programming Part I: Basic Analytic and Computational Methods”, Marcel Dekker Inc., 1978.
- [5]. Marks, D. H., Alarcón, L. F., “A stochastic dynamic programming model for the operation of the High Aswan Dam”, Report No. 246, Department of Civil Engineering, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, 1979.
- [6]. Martinez, L., Soares, S., “Comparison between Closed-Loop and Partial Open-Loop Feedback Control Policies in Long Term Hydrothermal Scheduling”, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 17, No. 2, pp. 330-336, mayo 2002.
- [7]. Pereira, M. V. F., “Modelo SDDP V. 6.0, Manual de metodología”, PSR-Inc., Río de Janeiro, julio 1999.
- [8]. Terry, L. A., Pereira, M. V. F., Araripe Neto, T. A., Silva, L. F. C. A., Soares, P. R. H., “Coordinating the energy generation of the Brazilian National Hydrothermal Electrical Generating System”, Interfaces, No. 16, Vol. 1, pp. 16-38, enero-febrero 1986.
- [9]. Yevjevich, V., “Stochastic Processes in Hydrology”, Water Resources Publications, Colorado, USA, 1972.