

1.1 Proposiciones

1. Indique si cada enunciado es o no una proposición:
 - a) 7415 es un número par.
 - b) ¿Qué hora es?
 - c) Los números divisibles para 8 son divisibles para 2.
 - d) ¡Pare, por favor!
 - e) El atardecer en la playa es romántico.
 - f) La edad de Gloria es 17 años.
 - g) Guayaquil es la capital económica de Ecuador.
 - h) Galápagos es considerado Patrimonio Cultural de la Humanidad.
 - i) Mi familia y yo viajaremos a la Sierra en fin de año.
 - j) Ayer estuvo soleado pero hoy llueve torrencialmente.
 - k) Mi palabra se siente levantada por un caballo lírico que salta.
 - l) El mejor gobierno es el que gobierna menos.
2. Indique cuál de los siguientes enunciados no es una proposición:
 - a) Hubo escasez de lluvias.
 - b) Mi correo electrónico es turista@espol.edu.ec
 - c) $5(3+4)=36$.
 - d) 3 es un número par.
 - e) Turismo.
3. Indique cuál de los siguientes enunciados es una proposición:
 - a) ¿Qué estás haciendo?
 - b) $3-x=7$.
 - c) ¡Márchate!
 - d) $3+x>7$.
 - e) Neil Armstrong caminó sobre la Luna.
4. Indique cuál de los siguientes enunciados es una proposición:
 - a) El sabor del color azul es dulce.
 - b) 314159 es un número primo.
 - c) $x^2+2x+1=0$.
 - d) Disparen al ladrón.
 - e) La edad del universo es de unos 15 mil millones de años.
5. Indique cuál de los siguientes enunciados es una proposición:
 - a) Las rosas me cautivan.
 - b) El amanecer es bello.
 - c) 4 es divisible para 2.
 - d) $45+18$.
 - e) La Química es complicada.
6. Dados los siguientes enunciados:
 - I: Disminuya la velocidad.
 - II: $10-8=1$.
 - III: Mi banca es gris.
 - IV: Hola, ¿cómo estás?.Es verdad que:
 - a) I y II son proposiciones.
 - b) I y III son proposiciones.
 - c) I y IV son proposiciones.
 - d) II y III son proposiciones.
 - e) Todas son proposiciones.

1.2 Operadores lógicos

7. Dadas las siguientes proposiciones:

- a*: Elizabeth cumple con sus obligaciones.
- b*: Elizabeth aprueba el examen.
- c*: Elizabeth se va de vacaciones.
- d*: Elizabeth trabaja.
- e*: Elizabeth no come.

Traducir literalmente las siguientes proposiciones:

- I) $a \rightarrow \neg [b \rightarrow (\neg c \vee d)]$
- II) $[b \wedge \neg (d \leftrightarrow \neg a)] \vee [(c \vee d) \rightarrow (d \wedge e)]$
- III) $c \rightarrow [(a \leftrightarrow d) \wedge (b \leftrightarrow \neg e)]$
- IV) $(a \wedge b) \leftrightarrow [c \vee (d \rightarrow \neg e)]$

8. Sean las proposiciones:

- a*: Como espinaca. *b*: La Lógica es fácil. *c*: Me divierto con este deber.

Parafrasear las siguientes proposiciones:

- a) $(a \wedge b) \leftrightarrow c$ b) $(b \wedge c) \rightarrow a$ c) $\neg a \rightarrow (\neg b \vee \neg c)$

9. Si la disyunción entre dos proposiciones es falsa, entonces la enunciación hipotética entre ellas también es falsa.

- a) Verdadero b) Falso

10. Si la negación de la disyunción entre dos proposiciones es verdadera, entonces la enunciación hipotética entre ellas también es verdadera:

- a) Verdadero b) Falso

11. Una contrarrecíproca de la proposición "Si estudio conscientemente, apruebo el curso de nivel cero" es "Si no estudio conscientemente, no apruebo el curso de nivel cero".

- a) Verdadero b) Falso

12. Defina simbólicamente las proposiciones e indique la traducción al lenguaje formal:

- a) La decisión depende del juicio o la intuición, pero no del dinero.
- b) Iré al estadio o al cine, en caso de que consiga dinero.
- c) El Sol brilla porque es el día del amor.
- d) A Juan no le agrada este ejercicio, pues no lo puede resolver.

13. Considerando las proposiciones:

- a*: La información es correcta.
- b*: Existe un incremento en los costos de producción.
- c*: El analista tiene un error de apreciación.

Traduzca al lenguaje formal la proposición: La información es incorrecta, sólo si existe un incremento en los costos de producción o el analista tiene un error de apreciación.

14. Determine el valor de verdad de las siguientes proposiciones:
- Quito es capital de Argentina o Buenos Aires es capital de Ecuador.
 - 5 es menor que 10 y 8 no es un número primo.
 - $[9-16=(3-4)(3+4)] \vee [(-5)(-2)>0]$
15. Indique cuál de las siguientes proposiciones es falsa:
- Si $2(3+5)=16$ entonces $5(6+1)=35$.
 - Si $(4+5)=20$ entonces $(6+7)=12$.
 - Si $(9+5)=14$ entonces $(6+5)=11$.
 - Si $9(4+2)=54$ entonces $9(4+1)=14$.
 - Si $3(4+5)=28$ entonces $7(6+5)=37$.
16. Una recíproca de la proposición "Carlos llega impuntual, siempre que se levanta tarde" es:
- Si Carlos se levanta tarde, entonces llega impuntual.
 - Si Carlos llega impuntual, entonces se levanta tarde.
 - Si Carlos no llega impuntual, entonces no se levanta tarde.
 - Carlos llega impuntual, si no se levanta tarde.
 - Si Carlos no llega impuntual, entonces se levanta tarde.
17. La traducción en el lenguaje formal de la proposición "Si tu eres inteligente y no actúas con prudencia, eres un ignorante en la materia", siendo las proposiciones:
- m : Tú eres inteligente.
 n : Tú actúas con prudencia.
 p : Tú eres un ignorante en la materia.
- es:
- $(m \wedge \neg n) \rightarrow p$
 - $m \vee (n \vee p)$
 - $p \rightarrow (m \wedge \neg n)$
 - $(m \wedge \neg p) \rightarrow n$
 - $m \rightarrow \neg(n \wedge \neg p)$
18. Empleando tablas de verdad, identifique una contrarrecíproca de la proposición "Siempre que tengo hambre y no tengo tiempo para comer, no me siento bien y no puedo estudiar".
- Si no tengo tiempo para comer y tengo hambre, me siento bien y puedo estudiar.
 - Si no me siento bien ni puedo estudiar, tengo hambre o no tengo tiempo para comer.
 - Si me siento bien y puedo estudiar, tengo hambre o no tengo tiempo para comer.
 - Si no tengo hambre ni tengo tiempo para comer, me siento bien o puedo estudiar.
 - Si me siento bien o puedo estudiar, no tengo hambre o tengo tiempo para comer.

19. Siendo la proposición "Si el país está bien económicamente, yo tengo empleo" verdadera, entonces la condición necesaria de la proposición es:

- a) El país no está bien económicamente.
- b) Yo tengo empleo.
- c) Yo no tengo empleo.
- d) El país está bien económicamente y yo tengo empleo.
- e) Ni tengo empleo ni el país está bien económicamente.

20. "Si una función es diferenciable, es continua" es una proposición verdadera, ¿cuál de las siguientes proposiciones es verdadera?

- a) Una función es diferenciable sólo si es continua.
- b) Una función es continua sólo si es diferenciable.
- c) La diferenciable de una función es condición necesaria para la continuidad de la misma.
- d) La diferenciable de una función es condición suficiente para la continuidad de la misma.
- e) La diferenciable de una función es condición suficiente y necesaria para que sea continua.

21. Considere la proposición "Compro y uso el traje gris, si me pagan". Empleando tablas de verdad, identifique:

- I) Una recíproca de la proposición dada.
 - a) Si compro y uso el traje gris, entonces me pagan.
 - b) Si no compro y no uso el traje gris, entonces no me pagan.
 - c) Si no compro o no uso el traje gris, entonces me pagan.
 - d) Si no me pagan, entonces no compro o no uso el traje gris.
 - e) Si me pagan, entonces compro y uso el traje gris.
- II) Una inversa de la proposición dada.
 - a) Si compro y uso el traje gris, entonces me pagan.
 - b) Si no compro o no uso el traje gris, entonces no me pagan.
 - c) Si no compro o no uso el traje gris, entonces me pagan.
 - d) Si no me pagan, entonces no compro o no uso el traje gris.
 - e) Si me pagan, entonces compro y uso el traje gris.
- III) Una contrarrecíproca de la proposición dada.
 - a) Si compro y uso el traje gris, entonces me pagan.
 - b) Si no compro o no uso el traje gris, entonces no me pagan.
 - c) Si no compro o no uso el traje gris, entonces me pagan.
 - d) Si no me pagan, entonces no compro o no uso el traje gris.
 - e) Si me pagan, entonces compro y uso el traje gris.

22. Considere las proposiciones:

a : Hoy es lunes.

b : Obtengo un buen resultado.

La traducción de la proposición "Es suficiente que hoy sea lunes para que obtenga un buen resultado" es $b \rightarrow a$.

- a) Verdadero
- b) Falso

1.3 Proposiciones simples y compuestas

23. Una traducción al lenguaje formal de "Guayaquil mejora su imagen si la Municipalidad realiza obras o los ciudadanos colaboran en el aseo de las calles", siendo las proposiciones simples:

m : La Municipalidad realiza obras.

n : Los ciudadanos colaboran en el aseo de las calles.

p : Guayaquil mejora su imagen.

es: $p \rightarrow (m \vee n)$

a) Verdadero

b) Falso

24. Considere las proposiciones simples:

a : Utilizo mis habilidades matemáticas.

b : Resuelvo bien los ejercicios.

c : Hago un buen deber.

La traducción de la proposición compuesta "Es necesario que utilice mis habilidades matemáticas para que resuelva bien los ejercicios y haga un buen deber", es $a \rightarrow (b \wedge c)$.

a) Verdadero

b) Falso

25. Una traducción al lenguaje formal de "Mis padres me compran un carro sólo si me porto bien y apruebo este curso", siendo las proposiciones simples:

m : Mis padres me compran un carro.

n : Yo me porto bien.

p : Yo apruebo este curso.

es: $(n \wedge p) \rightarrow m$

a) Verdadero

b) Falso

26. Si la proposición $\neg(p \wedge \neg q \wedge \neg r)$ es falsa, entonces la proposición $p \rightarrow (q \wedge r)$ es:

a) Verdadera

b) Falsa

27. Si se consideran las siguientes proposiciones simples:

m : Viajo al exterior.

n : Apruebo el curso de nivel cero.

p : Obtengo una beca.

Una traducción al lenguaje formal de la proposición compuesta "Viajo al exterior sólo si apruebo el curso de nivel cero y obtengo una beca", es:

a) $\neg p \rightarrow (m \wedge n)$

d) $m \rightarrow (n \wedge p)$

b) $\neg m \rightarrow \neg(n \wedge p)$

e) $(n \wedge \neg p) \rightarrow m$

c) $\neg(n \wedge \neg p) \vee m$

33. Dadas las proposiciones simples:

p : Hoy es domingo.

q : Tengo que estudiar teorías de aprendizaje.

r : Aprobaré el curso.

Una traducción al lenguaje formal de la proposición compuesta "Hoy es domingo pero tengo que estudiar teorías de aprendizaje, o no aprobaré el curso", es:

a) $(p \wedge q) \vee r$

d) $(p \wedge q) \vee \neg r$

b) $p \wedge q \wedge r$

e) $(p \wedge q) \rightarrow r$

c) $(p \vee q) \vee r$

34. Dadas las proposiciones simples:

a : Luis llega a tiempo.

b : Luis se levanta temprano.

c : Luis desayuna.

Una traducción al lenguaje formal de la proposición compuesta "Para que Luis desayune y llegue a tiempo es necesario que se levante temprano", es:

a) $c \rightarrow (a \wedge b)$

d) $(c \wedge a) \rightarrow b$

b) $(a \wedge b) \rightarrow c$

e) $(c \rightarrow b) \wedge a$

c) $a \rightarrow (b \wedge c)$

35. Si se consideran las siguientes proposiciones simples:

m : Se realiza una gran fiesta.

n : Hago bien este deber.

p : Mis amigos están de acuerdo.

Una traducción al lenguaje formal de la proposición compuesta "Se realiza una gran fiesta sólo si hago bien este deber y mis amigos están de acuerdo", es:

a) $(n \wedge \neg p) \rightarrow m$

d) $m \rightarrow (n \wedge p)$

b) $\neg p \rightarrow (m \wedge n)$

e) $\neg m \rightarrow \neg(n \wedge p)$

c) $\neg(n \wedge \neg p) \vee m$

36. Dadas las proposiciones simples:

p : Estudio Historia.

q : Estudio Geografía.

r : Estudio Matemáticas.

Empleando tablas de verdad, identifique una traducción al lenguaje formal de la proposición compuesta "Si estudio Historia o Geografía, entonces estudio Matemáticas".

a) $(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)$

d) $\neg r \rightarrow (p \wedge q)$

b) $\neg p \rightarrow (q \wedge r)$

e) $q \rightarrow (\neg p \wedge r)$

c) $(p \rightarrow r) \wedge \neg q$

1.5 Propiedades de los operadores lógicos

52. Empleando álgebra proposicional, identifique cuál de las siguientes formas proposicionales NO es tautológica.
- a) $[(p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s)] \rightarrow [(p \wedge r) \rightarrow (q \wedge s)]$
 - b) $[p \wedge (p \rightarrow q)] \rightarrow q$
 - c) $[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow (p \wedge r)$
 - d) $[(p \rightarrow q) \wedge p] \rightarrow q$
 - e) $(p \rightarrow 0) \rightarrow \neg p$
53. Dada la proposición: "No estoy satisfecho, puesto que no me dieron el aumento de sueldo", identifique cuál de las siguientes proposiciones no es equivalente.
- a) Si me dan aumento de sueldo, estoy satisfecho.
 - b) Si no me dan aumento de sueldo, no estoy satisfecho.
 - c) Si estoy satisfecho, me dan aumento de sueldo.
 - d) Me dieron aumento de sueldo o no estoy satisfecho.
 - e) No me dieron aumento de sueldo sólo si no estoy satisfecho.
54. Empleando álgebra proposicional, identifique cuál de las siguientes formas proposicionales NO es una tautología.
- a) $\neg(p \vee q) \rightarrow (\neg p \vee \neg q)$
 - b) $(\neg p \wedge \neg q) \rightarrow \neg(p \vee q)$
 - c) $\neg(\neg p \wedge \neg q) \vee \neg q$
 - d) $[\neg p \wedge (\neg p \vee q)] \vee p$
 - e) $[p \wedge (p \vee q)] \rightarrow q$
55. Considere las variables proposicionales p , q y r . Empleando álgebra proposicional, determine si la forma proposicional $(p \rightarrow q) \wedge \neg(q \rightarrow r)$ es tautología, contradicción o contingencia.
56. Demuestre que la siguiente forma proposicional es tautológica.
- $$[(p \rightarrow q) \rightarrow r] \rightarrow [p \rightarrow (q \rightarrow r)]$$
57. Empleando álgebra proposicional, determine si las siguientes formas proposicionales son tautología, contradicción o contingencia.
- a) $(r \wedge s) \vee \neg s$
 - b) $(p \rightarrow q) \rightarrow (q \rightarrow \neg p)$
 - c) $\neg p \rightarrow (p \wedge q)$
 - d) $(p \wedge q) \wedge (p \rightarrow \neg q)$
 - e) $(p \vee q) \rightarrow [p \vee (\neg p \wedge q)]$
58. Empleando álgebra proposicional, determine si las siguientes formas proposicionales son: tautología, contradicción o contingencia.
- I) $\neg p \wedge (p \leftrightarrow q)$
 - II) $(p \wedge q) \wedge (p \rightarrow \neg q)$
 - III) $(p \wedge q) \wedge \neg r$
 - IV) $[(p \rightarrow q) \wedge \neg r] \rightarrow \neg r$
59. Una negación de la proposición "Me comporto bien en mi hogar sólo si soy un buen hijo" es la proposición "Me comporto bien y no soy un buen hijo".
- a) Verdadero
 - b) Falso

68. Dado el razonamiento $(H_1 \wedge H_2) \rightarrow C$, donde:

H_1 : Si lo intento con ahínco y tengo talento, entonces me convierto en músico.

H_2 : Si me convierto en músico, seré feliz.

Una conclusión C que hace válido este razonamiento es:

- a) Voy a ser feliz.
- b) Si me convierto en músico, entonces lo intento con ahínco.
- c) No me convierto en músico.
- d) No tengo talento.
- e) Si no voy a ser feliz, entonces no lo intento con ahínco o no tengo talento.

69. Dado el razonamiento $(H_1 \wedge H_2) \rightarrow C$, donde:

H_1 : Si apruebo todas las materias entonces me voy de vacaciones por un mes.

H_2 : Me voy de vacaciones por un mes y compraré muchos recuerdos

Una conclusión C que hace válido este razonamiento es:

- a) No me voy de vacaciones por un mes.
- b) Apruebo todas las materias y compraré muchos recuerdos.
- c) No apruebo todas las materias y no me voy de vacaciones por un mes.
- d) Me voy de vacaciones por un mes.
- e) Apruebo todas las materias.

70. Dadas las siguientes hipótesis:

H_1 : Si el Gobierno no realiza las gestiones apropiadas, entonces el evento no se realizará en nuestro país.

H_2 : El turismo se reactiva en nuestro país.

H_3 : El evento se realizará en nuestro país.

Una conclusión que puede inferirse a partir de ellas es:

- a) El evento no se realizará en nuestro país.
- b) El turismo no se reactiva en nuestro país.
- c) El turismo se reactiva en nuestro país y el Gobierno no realiza las gestiones apropiadas.
- d) El Gobierno no realiza las gestiones apropiadas.
- e) Si el Gobierno realiza las gestiones apropiadas, el turismo se reactiva en nuestro país.

71. Para que el razonamiento $[p \wedge (p \rightarrow q)] \rightarrow C$ sea válido, la conclusión C puede ser reemplazada por una de las siguientes formas proposicionales:

- a) $\neg q$ b) $\neg p \wedge q$ c) $\neg p \wedge \neg q$ d) $p \wedge q$ e) $\neg p$

72. Dado el razonamiento $(H_1 \wedge H_2) \rightarrow C$, donde:

H_1 : Si estudio, apruebo el curso de nivel cero.

H_2 : Apruebo el curso de nivel cero y viajo a Galápagos.

Una conclusión C que hace válido este razonamiento es:

- a) No apruebo el curso de nivel cero.
b) No estudio y no apruebo el curso de nivel cero.
c) Estudio y viajo a Galápagos.
d) Apruebo el curso de nivel cero.
e) Estudio y no viajo a Galápagos.

73. Dadas las siguientes hipótesis de un razonamiento.

H_1 : $\neg p \rightarrow q$

H_2 : $p \wedge \neg r$

H_3 : $\neg p \rightarrow r$

Una conclusión para que el razonamiento sea válido es:

- a) $p \wedge q$ b) $p \rightarrow q$ c) $\neg p \rightarrow r$ d) $p \rightarrow r$ e) $p \rightarrow (q \wedge r)$

74. Dado el razonamiento $(H_1 \wedge H_2) \rightarrow C$, donde:

H_1 : Si se concluye con éxito la construcción del nuevo parque en el Barrio del Centenario, se cooperará para el embellecimiento de la urbe.

H_2 : Se cooperará para el embellecimiento de la urbe y se incrementará la captación de más turistas.

Una conclusión C que hace válido este razonamiento es:

- a) No se cooperará para el embellecimiento de la urbe.
b) Se cooperará para el embellecimiento de la urbe.
c) Se concluye con éxito la construcción del nuevo parque en el Barrio del Centenario y se incrementará la captación de más turistas.
d) No se incrementará la captación de más turistas y no se cooperará para el embellecimiento de la urbe.
e) Se concluye con éxito la construcción del nuevo parque en el Barrio del Centenario.

75. Dado el razonamiento $[H_1 \wedge H_2 \wedge H_3 \wedge H_4] \rightarrow C$, donde:

H_1 : Si $\hat{\alpha} = \hat{\beta}$ entonces $m(\hat{\beta}) = 45^\circ$

H_2 : Si $m(\hat{\beta}) = 45^\circ$ entonces $m(\hat{\alpha}) = 90^\circ$

H_3 : O $\hat{\beta}$ es recto o $m(\hat{\beta})$ no es igual a 90°

H_4 : $\hat{\theta}$ no es recto

Una conclusión C que hace el razonamiento válido es:

- a) $\hat{\alpha} = \hat{\beta}$ b) $\neg(\hat{\alpha} = \hat{\beta})$ c) $m(\hat{\theta}) = 90^\circ$ d) $m(\hat{\beta}) = 45^\circ$
e) Marque esta opción si todas las anteriores NO hacen válido el razonamiento.

76. Dadas las siguientes proposiciones:

H₁: Si el reloj está adelantado, entonces Juan llegó antes de las diez y vio partir el coche de Andrés.

H₂: Si Andrés no dice la verdad, entonces Juan no vio partir el coche de Andrés.

H₃: Andrés dice la verdad o estaba en el edificio en el momento del crimen.

H₄: El reloj está adelantado.

Se puede inferir que:

- a) Juan no llegó antes de las diez.
b) Andrés estaba en el edificio en el momento del crimen.
c) Juan no vio partir el coche de Andrés o éste estaba en el edificio en el momento del crimen.
d) Andrés dice la verdad.
e) Marque esta opción si ninguna de las anteriores es una conclusión válida.

77. Determine si el siguiente razonamiento es o no válido: "Si estudio o si soy un genio, aprobaré el nivel 0. Me permitirán tomar el nivel 100 si apruebo el nivel 0. Por lo tanto, no me permiten tomar el nivel 100 sólo si no soy un genio".

78. Sin usar tablas de verdad, determine la validez del siguiente razonamiento: "Si el Congreso asigna los fondos, el proyecto será ejecutado. El Congreso asigna los fondos sólo si hay consenso entre los diputados. No hay consenso entre los diputados. Por lo tanto, el proyecto no será ejecutado".

79. Demostrar que el siguiente razonamiento es válido: "Esta ley será aprobada en esta sesión del Congreso si y sólo si es apoyada por la mayoría legislativa. Es apoyada por la mayoría legislativa o el Presidente de la República se opone a ella. Si el primer mandatario se opone a ella, entonces será pospuesta en las deliberaciones del Congreso Nacional. Por lo tanto, esta ley será aprobada en esta sesión o será pospuesta en las deliberaciones del Congreso Nacional".

88. Dado el referencial $Re = \{x/x \text{ es la letra del alfabeto castellano}\}$ y los conjuntos A, B, C y D definidos por:

$A = \{x/x \text{ es de la palabra COMPUTACION}\}$

$B = \{x/x \text{ es de la palabra ELECTRONICA}\}$

$C = \{x/x \text{ es de la palabra BARCELONA}\}$

$D = \{x/x \text{ es de la palabra ENUMERACION}\}$

a) Tabular A, B, C y D.

b) Determine el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

I) $N(A) = N(B)$

II) $A = B$

III) $E \in A$

89. ¿Cuál de las siguientes agrupaciones define un conjunto?

Si define un conjunto, identifique si es vacío, unitario, finito o infinito.

a) $M = \{\text{los números con más suerte en la lotería}\}$

b) $N = \{\text{los números pares mayores que tres}\}$

c) $P = \{\text{los libros más interesantes de matemáticas}\}$

d) $Q = \{\text{un número primo par}\}$

90. Sea el conjunto $Re = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. Entonces es verdad que:

a) $\exists x (x + 3 < 1)$

d) $\exists x (x + 3 < 5)$

b) $\forall x (x + 3 < 5)$

e) $\forall x (x^2 - 4x + 3 = 0)$

c) $\forall x (x > 1)$

91. Sean los predicados $p(x)$: x come zanahorias y $q(x)$: x es vegetariano, donde $Re = \{x/x \text{ es ser humano}\}$. Traduzca al lenguaje común las siguientes proposiciones.

a) $\forall x [q(x) \wedge p(x)]$

b) $\exists x [q(x) \vee p(x)]$

c) $\forall x [q(x) \wedge \neg p(x)]$

92. Describa el conjunto potencia de los siguientes conjuntos dados.

a) $A = \{1, 2, 3, 4\}$

b) $B = \{\square, \circ, \triangle\}$

c) $C = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$

93. Sea $A = \{a, \{b\}\}$. Entonces es verdad que:

a) $\emptyset \in A$

b) $a \subseteq A$

c) $\{\{b\}\} \in A$

d) $N(P(P(A))) = 8$

e) $\{\{b\}\} \in P(A)$

94. Sean A y B dos conjuntos no vacíos, determine el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

- a) $(A \subseteq B) \leftrightarrow \forall x [(x \in A) \rightarrow (x \in B)]$
- b) $(A \subseteq B) \rightarrow [(A \subseteq B) \wedge \neg(B \subseteq A)]$
- c) $(A \subset B) \rightarrow [(A \subseteq B) \wedge (B \subseteq A)]$
- d) $(x \in \emptyset) \rightarrow (x \notin A)$
- e) $(x \in \emptyset) \rightarrow (x \in A)$
- f) $(A \subseteq B) \leftrightarrow [\forall x [(x \in A) \rightarrow (x \in B)] \wedge \exists x [(x \in B) \wedge (x \in A)]]$
- g) $(A = B) \rightarrow [(A \subset B) \wedge (B \subset A)]$

95. Parafrasear los literales del ejercicio anterior.

96. Sea $B = \{*, \alpha\}$, entonces es verdad que:

- a) $N(P(P(B))) = 8$
- b) $* \in P(B)$
- c) $\emptyset \in P(B)$
- d) $\{*, \alpha\} \in P(B)$
- e) $\{*, \alpha\} \subset B$

97. Escribir las siguientes proposiciones en lenguaje simbólico e indicar su valor de verdad.

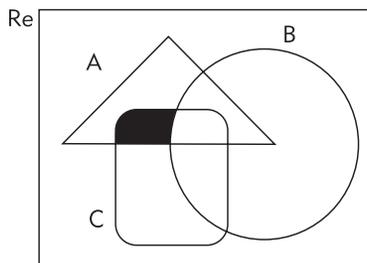
- I) Todo número es impar.
- II) Existe un x perteneciente a los enteros tal que $3x^2 - 5 = 0$.
- III) Si existe un x perteneciente a los enteros tal que $x + 1 < 0$, entonces para todo x perteneciente a los naturales se cumple que x es un entero.

1.10 Operaciones entre conjuntos

98. Si $A = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$, entonces $\{\emptyset\} \in A \cap P(A)$.

- a) Verdadero
- b) Falso

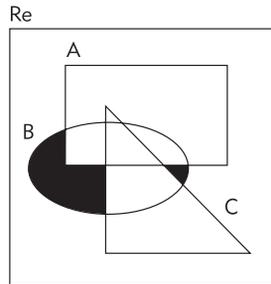
99. Sean A, B, C conjuntos no vacíos. Respecto del siguiente diagrama de Venn.



La región sombreada corresponde a:

- a) $(A \cap B) - C$
- b) $(A \cap B) - A$
- c) $(A \cup B) - C$
- d) $(A - B) \cap C$
- e) $(B - A) \cup C$

100. Sean A, B y C conjuntos no vacíos. Respecto del siguiente diagrama de Venn:



La región sombreada corresponde a:

- a) $A^c \cup (B \cap C)$ d) $A - (B \cup C)$
 b) $B - (A \cup C)$ e) $B \cap (A \cup C^c)$
 c) $A \cap (B \cup C)$

101. Dado un conjunto referencial Re con 3 subconjuntos no vacíos, A, B y C, encuentre los elementos de dichos conjuntos, tales que se cumplan las siguientes características:

- a) $Re = \{*, ?, \#, \Omega, \exists, \forall, \Psi, \pi, e\}$ d) $B \cap C^c = \{\#, \exists, \Psi, \pi\}$
 b) $C \subseteq B$ e) $(A \cap B) \cup C = \{\#, \Omega, \pi, e\}$
 c) A y C son disjuntos f) $(A \cup B \cup C)^c = \{\forall\}$

102. Sea el conjunto referencial Re y los conjuntos no vacíos A, B y C definidos así:

$$Re = \{*, !, \#, \$, \%, \&, ?\}$$

$$A = \{*, !, \#, \$\}$$

$$B = \{!, \%, \&, ?\}$$

$$C = \{\%, \&, ?\}$$

Entonces el conjunto $[(A - B)^c \cup C]^c$ es:

- a) Re b) \emptyset c) $\{\%, \&, ?\}$ d) $\{!\}$ e) $A - B$

103. Sean A, B y C tres conjuntos no vacíos de un referencial Re. Represente en un diagrama de Venn las siguientes operaciones:

- a) $A \cup B \cup C^c$ b) $B - (A \cup C)$ c) $(A \cap B)^c \cap C$ d) $A \Delta (B - C)$

104. Empleando diagramas de Venn, califique cada proposición como verdadera o falsa. Considere A, B y C tres conjuntos no vacíos de un referencial Re.

- * Si $A \subseteq (B \cap C)$, se cumple que $(A \subseteq B) \wedge (A \subseteq C)$.
- * Si A y B son conjuntos disjuntos, entonces $N(P(A \cap B)) = 0$.
- * Si A es un conjunto tal que $N(A)=2$, entonces $N(P(A))=16$.
- * $A - (B \cup C)^c = (A - B^c)$.
- * $N(A)=4$, $N(B)=3$ y $N(A \cap B)=2$, entonces $N(P(A \cup B))=16$.
- * Si $C \subset (A \cap B)$, entonces $[C^c \cap (A \cup B)] = \emptyset$.

105. Sean A, B, C subconjuntos del referencial Re, tal que:

$$A \cap B = \{a, \delta, f\}; \quad Re = \{a, \Delta, ?, f, \delta, +, \pi, e, \theta, \alpha, *\};$$

$$A - B = \{\theta, \pi, e\}; \quad B - (A \cup C) = \{*, ?, \Delta\}; \quad (A \cup B \cup C)^c = \{\alpha\};$$

$$A \cap C = C \cap B = \{f\}; \quad C - (A \cap B \cap C) = \{+\};$$

- a) Hallar los elementos de A, B y C.
 b) Determine el valor de verdad de las siguientes proposiciones:
 I) $N(C) = N(B) - N(A)$ II) $A \cup B = \{\theta, \pi, e, *, ?, \delta\}$

106. Dados los conjuntos no vacíos A y B, tales que $A \cup B = B$, entonces es verdad que:

- a) $A \cap B = A$ b) $A - B = A$ c) $B - A = A$ d) $B^c = A$ e) $B \subseteq A$

107. Dados tres conjuntos A, B y C, no vacíos y diferentes, tal que $C \subset (A \cap B)$, entonces es verdad que:

- a) $(A \cup C) \subset (B \cap C)$ d) $(A - B) \cup (B - A) = C$
 b) $(A - B) = \emptyset$ e) $(C - A) = \emptyset$
 c) $(A - B) \subset C$

108. Sean A, B, C subconjuntos del referencial Re, tales que:

$$A \cap B = \{a, f\}; \quad Re = \{a, \Delta, *, ?, f, \delta, +, \pi, e, \theta, \alpha\};$$

$$A - B = \{\theta, \pi, e\}; \quad B - (A \cup C) = \{*, ?, \Delta\}; \quad (A \cup B \cup C)^c = \{+\};$$

$$A \cap C = \{f, e\}; \quad B \cap C = \{f, \delta\}; \quad C - (A \cup B) = \{\alpha\}$$

- a) Hallar los elementos de A, B y C.
 b) Determinar el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

- 1) $A \cup B = \{\theta, \pi, e, *, ?, \delta, \Delta, f, a\}$
 2) $(B \cap C) - (A \cap B \cap C) = \emptyset$

109. Siendo $A = \{\emptyset, \{1, 2\}, \{1\}, \{\emptyset\}, 1, \{2\}\}$, identificar la proposición falsa.

- a) $(1 \cup A) = A \vee (\{1\} \in A)$ d) $(\{1, 2\} \in A) \vee (\emptyset \subseteq A)$
 b) $(\emptyset \subseteq A) \wedge (\emptyset \in A)$ e) $(1 \in A) \rightarrow (2 \in A)$
 c) $(1 \in A) \rightarrow (\{2\} \in A)$

110. Determine los elementos de A, B y C, si se conoce que:

$$\begin{aligned} Re &= \{1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\} & (A \cap B) \cup (B \cap C) &= \{4, 8\} \\ B - (A \cup C) &= \{6, 7\} & A - (B \cup C) &= \{1, 3\} & C - A &= \{8, 9\} \\ (B \cup C)^c &= \{1, 3, 5\} & B^c \cup A &= \{1, 3, 4, 5, 9\} \end{aligned}$$

A y C no son intersecantes.

111. Determine los elementos de A, B y C, si:

$$\begin{aligned} Re &= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15\} \\ (A \cup C) \cap B^c &= \{6, 10, 11, 12, 14\} \\ B \cup (A \cap C) &= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 12, 13, 15\} \\ (A \cap B) \cup (B \cap C) &= \{3, 4, 5, 7, 8, 15\} \\ (A \cap B) \cup (A \cap C) &= \{3, 4, 6, 7, 8, 12\} \\ (B^c \cap C^c)^c &= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 13, 14, 15\} \\ B \cap C^c &= \{1, 2, 3, 9, 13\} \end{aligned}$$

112. Sean los conjuntos A, B y C, tales que:

C y A no son intersecantes, B y C son disjuntos, A y B no son disjuntos.

$$\begin{aligned} (A \cup B)^c &= \{10, 11, 12, 13, 14, 15\} \\ C^c &= \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 14, 15\} \end{aligned}$$

$$B - A = \{8, 9\}; \quad (A \cap B)^c = \{2, 3, 4, 5\}$$

Halle los elementos de A, B y C.

113. Dado el referencial $Re = \{x/x \text{ es letra del alfabeto}\}$ y los conjuntos A, B, C definidos por:

$A = \{x/x \text{ es vocal de la palabra computación}\}$

$B = \{x/x \text{ es vocal de la palabra básica}\}$

$P(B) = \text{Conjunto potencia de B}$

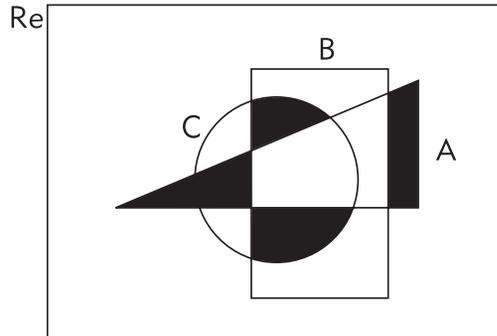
$C = \{x/x \text{ es vocal de la palabra onu}\}$

Determine el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

- a) $N(C) = 3$ d) $A \cup C = B$
 b) $C - A = \{o, u\}$ e) $A - B = \emptyset$
 c) $N[P(B)] = 32$

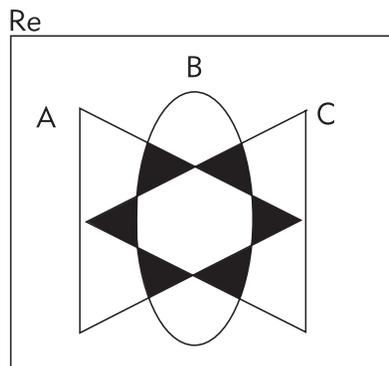
114. Dados los conjuntos no vacíos A, B y C, entonces la región sombreada del gráfico adjunto corresponde a:

- a) $(A - B) \cap (C \cap B)$
- b) $(A \cap B \cap C)^c$
- c) $[(C - A) \cap B] \cup (A - B)$
- d) $(C^c \cap A) - B$
- e) $[(A - C) \cap (B - C)] \cup (B \cap C)$

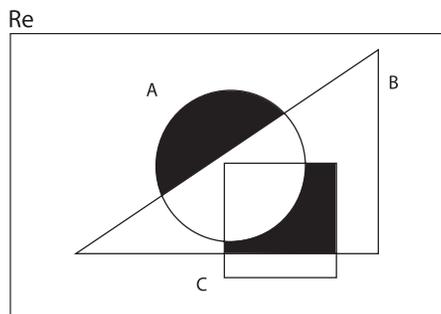


115. Dados los conjuntos no vacíos A, B y C, entonces la región sombreada del gráfico adjunto corresponde a:

- a) $[(A - B) \cup (B - A)] \cup [(A - B) \cup (B - A) - C]$
- b) $[(A \cap B) - C] \cup [(A - B) \cap C] \cup [(B - A) \cap C]$
- c) $[(A \cap B) \cap C^c] \cup [(A \cap B)^c \cap C]$
- d) $[(A^c \cup B^c) \cap C] \cup [(A \cup B) \cap C^c]$
- e) $[(A - B) \cup (B - A) - C] \cup [C - (A \cap B)]$



116. Escriba una expresión con operaciones entre conjuntos que represente la región sombreada del siguiente diagrama de Venn:



117. Si $Re = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ y A y B son conjuntos no vacíos, tales que:

* $(A \cap B)^c = \{1, 2, 6, 7, 8\}$

* $Re - (A \cup B) = \{8\}$

* $B - A = \{6, 7\}$

Entonces es verdad que:

a) $A - B = \{3, 4, 5\}$

d) $A = \{1, 2, 4, 5\}$

b) $B = \{3, 4, 6, 7\}$

e) $A \cap (A - B) = \emptyset$

c) $(A - B) \cap (B \cup A) = \{1, 2\}$

118. Si A, B y C son tres subconjuntos del conjunto referencial Re, donde:

* $N(Re) = 20$

* $N[A - (B \cup C)] = 5$

* $N[B - (A \cup C)] = 4$

* $N[C - (A \cup B)] = 3$

* $N(A - B) = 7$

* $N[(A \cup B \cup C)^c] = 2$

Entonces el número de elementos del conjunto $(A \cap B) \cup (A \cap C) \cup (B \cap C)$ es:

a) 4

b) 6

c) 3

d) 5

e) 2

119. Si $Re = \{i, \Delta, a, \square, \emptyset, o, \bullet, \nabla\}$, A y B son conjuntos no vacíos, tales que $(A \cup B)^c = \{i, \Delta, a, \square, \emptyset\}$, $(A \cup B)^c = \{a\}$ y $B - A = \{\square, \emptyset\}$:

Entonces es verdad que:

a) $A - B = \{o, \bullet, \nabla\}$

d) $A = \{i, \Delta, \nabla, o\}$

b) $B = \{\bullet, \nabla, \square, \emptyset\}$

e) $A \cap (A - B) = \{o, i, \Delta\}$

c) $(A - B) \cap (A \cup B) = \{i, \Delta\}$

1.11 Propiedades de las Operaciones entre conjuntos

120. Si $(A \subseteq B)$, entonces $(A \cup B) = B$.

a) Verdadero

b) Falso

121. Dado un conjunto A, los elementos de $P(A)$ son subconjuntos del conjunto A.

a) Verdadero

b) Falso

122. Sea Re un conjunto referencial, A y B subconjuntos de Re.

Entonces: $[(A \cap (B \cup A))] \cap A^c = Re$

a) Verdadero

b) Falso

123. Si A y B son conjuntos, tales que $A \cup B = \emptyset$, entonces $(A = \emptyset) \wedge (B = \emptyset)$.

a) Verdadero

b) Falso

128. En una encuesta a 100 inversionistas, se observa lo siguiente:

- * 5 sólo poseen acciones.
- * 15 poseen solamente valores.
- * 70 son propietarios de bonos.
- * 13 poseen acciones y valores.
- * 23 tienen valores y bonos.
- * 10 son propietarios sólo de acciones y bonos.

Cada uno de los 100 invierte por lo menos en algo. Hallar el número de inversionistas que:

- a) Tienen valores, bonos y acciones.
- b) Tienen sólo una de ellas.
- c) Tienen al menos una.
- d) Tienen, cuanto mucho, dos de ellas.

129. Para los votantes de una cierta comunidad de 300 personas, se tiene que:

- * 110 son mayores a 20 años.
- * 120 son mujeres y 50 mujeres son mayores a 20 años.

Determine el número de votantes que:

- a) Son hombres.
- b) Son hombres mayores de 20 años.
- c) Son mujeres con 20 o menos años.
- d) Son hombres con 20 o menos años.
- e) Tienen 20 o menos años.

130. En una encuesta a 40 estudiantes del nivel cero, 27 son hombres y 20 son bachilleres técnicos; de estos últimos 8 son bachilleres (técnicos) en comercio, 6 de las mujeres no son bachilleres técnicos y 22 de los hombres no son bachilleres en comercio.

- * Determine cuántas mujeres son bachilleres técnicos pero no en comercio.
- * Halle además cuántos hombres no son bachilleres técnicos.

131. Sean A, B y C subconjuntos de un referencial, si se conoce que:

- * $C \subseteq B$
- * A y C no son intersecantes.
- * $R_e = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$
- * $B - C = \{3, 5, 7, 8\}$
- * $(A \cap B) \cup C = \{3, 4, 8, 9\}$
- * $(A \cup B \cup C)^c = 6$

Halle los elementos de A, B y C.

132. Empleando álgebra proposicional, demuestre:

- a) $A^C \cap B^C = (A \cup B)^C$ e) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
b) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ f) $A - B = A \cap B^C$
c) $(A \cup B)^C = A^C \cap B^C$ g) $A - B = (A^C \cup B)^C$
d) $A \cap A^C = \emptyset$

133. En cierta comunidad, 70% de las personas fuman, 40% tienen cáncer pulmonar, y 25% fuma y tiene cáncer pulmonar. Si F y C denotan los conjuntos de fumar y tener cáncer pulmonar, determine la cantidad de personas que:

- a) No fume y no tenga cáncer pulmonar.
b) Fume pero no tenga cáncer pulmonar.
c) No fume ni tenga cáncer pulmonar.
d) Fume o no tenga cáncer pulmonar.
e) No fume o no tenga cáncer pulmonar.
f) No fume o tenga cáncer pulmonar.

134. Sea $Re = \{a, b, c, d, e, f\}$ y los conjuntos A y B no vacíos que cumplen las siguientes condiciones:

$$A - B = \{b, c\}$$
$$A \cup B^C = \{b, c, e\}$$
$$A^C = \{a, d, e, f\}$$

Identifique cuál de los siguientes enunciados es verdadero:

- a) $N(B - A) = 1$ d) $N(B) = 1$
b) $N(A \cap B)^C = 1$ e) $N(A^C \cup B) = 4$
c) $A = \{b, c, d\}$

135. Demuestre que:

- a) $A \Delta B = B \Delta A$
b) $A \Delta (B \Delta C) = (A \Delta B) \Delta C$

136. Demuestre que:

- a) $A \cap (B \Delta C) = (A \cap B) \Delta (A \cap C)$
b) $A \Delta \emptyset = A$
c) $A \Delta A = \emptyset$

137. De 335 maestros de una institución educativa se tienen los siguientes datos: 215 son de tiempo completo, 190 hablan el inglés, 255 tienen por lo menos maestría, 70 son de tiempo completo y hablan inglés, 110 hablan el inglés y tienen por lo menos una maestría, 145 son de tiempo completo y tienen por lo menos maestría; y todos tienen al menos una de las características.

Hallar el número de maestros que tengan las tres características anteriores.

138. En una encuesta aplicada a 100 estudiantes se determinó que 50 practican básquet, 40 practican fútbol, 45 practican atletismo, 20 practican básquet y fútbol, 20 básquet y atletismo, 15 fútbol y atletismo, y 5 practican los tres deportes. Entonces es falso que:

- a) 15 no practican estos tres deportes.
- b) 15 sólo practican básquet.
- c) 75 practican básquet o atletismo.
- d) 35 practican fútbol o atletismo pero no básquet.
- e) 10 practican básquet y fútbol pero no atletismo.

1.12 Predicados

139. Sea el conjunto referencial $Re = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$ y los predicados:
 $p(x)$: x es un número impar, $q(x)$: x es un número par.

Identifique cuál de las siguientes proposiciones es falsa:

- a) $A(p(x) \rightarrow q(x)) \subseteq Aq(x)$
- b) $Re = Ap(x) \cup Aq(x)$
- c) $Ap(x) = A^c q(x)$
- d) $Aq(x) - Ap(x) = \emptyset$
- e) $A(q(x) \rightarrow p(x)) = Ap(x)$

140. Sea $Re = \{1, 2, 3, 4, 5\}$; $p(x)$: x es divisor de 12; $q(x)$: x es primo.
 Encuentre el valor de verdad de las siguientes proposiciones.

- a) $\forall x [p(x) \vee q(x)]$
- b) $\exists x [p(x) \wedge q(x)]$
- c) $\exists x [\neg p(x) \wedge q(x)]$

141. Dado el conjunto referencial $Re = \{-3, -2, -1, 1, 2, 3\}$ y los predicados:
 $p(x)$: $x(x+2)=0$, $q(x)$: $x^2 > 0$. Entonces es verdad que:

- a) $-1 \in A[p(x) \wedge q(x)]$
- b) $A[p(x) \vee q(x)] = \emptyset$
- c) $A[p(x) \rightarrow q(x)] = Re$
- d) $A \neg q(x) = \{-3, -2, -1\}$
- e) $A[q(x) \rightarrow p(x)] = \emptyset$

142. Dado el conjunto referencial $Re = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ y los predicados:
 $p(x)$: x es un número par.
 $q(x)$: x es mayor que siete.
 $r(x)$: x es menor que diez.
 $s(x)$: x es un número impar.

Determine cada uno de los siguientes conjuntos:

- | | |
|-------------------------------|---|
| a) $A p(x) \cup A q(x)$ | e) $A[(p(x) \rightarrow s(x)) \rightarrow (q(x) \rightarrow r(x))]$ |
| b) $A s(x) \cap A r(x)$ | f) $A^c r(x) \cap A s(x)$ |
| c) $A p(x) \cup A s(x)$ | g) $(Re - A p(x)) \cap (A q(x) \cup A s(x))$ |
| d) $A(p(x) \rightarrow q(x))$ | |

143. Para $Re = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ y $p(x)$: $x^2 - x + 41$ es primo.

- a) Determine $A p(x)$.
 b) Determine el valor de verdad de:
 $\exists x \neg p(x)$
 $\forall x p(x)$

144. Sea $Re = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ y los predicados:
 $p(x)$: x es divisor de 284.
 $q(x)$: $x+3 < 9$
 $r(x)$: $x+2 = 8$
 $m(x)$: x es primo

Encuentre:

- | | |
|-------------|------------------------------------|
| a) $A p(x)$ | e) $A[p(x) \vee r(x)]$ |
| b) $A q(x)$ | f) $A[q(x) \wedge m(x)]$ |
| c) $A r(x)$ | g) $A[m(x) \rightarrow \neg r(x)]$ |
| d) $A m(x)$ | h) $A[\neg r(x) \wedge q(x)]$ |

145. La negación de la proposición "Para todo número natural n , $n+2 > 8$ ", es:

- a) Para algunos naturales n , $n+2 < 8$.
 b) Existe un natural n tal que $n+2 \leq 8$.
 c) Ningún natural n cumple con $n+2 > 8$.
 d) Existe un natural n tal que $n+2 > 8$.
 e) Existe un natural n tal que $n+2 \geq 8$.

146. La negación de la expresión: $\forall x(x+2=5 \wedge x-1 \leq 3)$, es:
- a) $\exists x(x+2 \neq 5) \vee \exists x(x-1 > 3)$ d) $\exists x(x+2 \neq 5 \wedge x-1 \geq 3)$
 b) $\exists x(x+2 \neq 5 \wedge x-1 > 3)$ e) $\exists x(x+2 \neq 5 \vee x-1 \geq 3)$
 c) $\exists x(x+2 \neq 5) \wedge \exists x(x-1 > 3)$
147. Al negar y simplificar la expresión $\forall x [a(x) \wedge (\neg a(x) \rightarrow \neg b(x))]$, se obtiene:
- a) $\exists x[\neg b(x)]$ d) $\exists x[a(x) \wedge b(x)]$
 b) $\forall x[\neg a(x)]$ e) $\exists x[a(x)]$
 c) $\exists x[\neg a(x)]$
148. Sea el conjunto $\text{Re} = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. Entonces es verdad que:
- a) $\exists x(x-3=1)$ d) $\exists x(x+3 < 4)$
 b) $\forall x(x+3 < 5)$ e) $\forall x(x^2+4x+3=0)$
 c) $\forall x(x > 1)$

1.13 Pares ordenados y producto cartesiano

149. Sean A y B dos conjuntos no vacíos, si $N(A)=2$ y $N(B)=1$, entonces $N(P(A \times B))=8$.
- a) Verdadero b) Falso
150. Si A, B y C son conjuntos no vacíos, entonces $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$.
- a) Verdadero b) Falso
151. Dado el conjunto $A = \{1, \{1\}, \emptyset\}$, entonces $N(A \times A)=2$.
- a) Verdadero b) Falso
152. Sean (a, b) y (c, d) dos pares ordenados, $[(a, b) = (c, d)] \Leftrightarrow [(a = c) \wedge (b = d)]$.
- a) Verdadero b) Falso
153. Sean A y B dos conjuntos no vacíos, entonces $A \times B = B \times A$.
- a) Verdadero b) Falso
154. Si $(a, b) = (b, a)$, ¿qué condición debe cumplirse para que la igualdad sea verdadera?
155. Sean A y B dos conjuntos no vacíos, si $N(A)=2$ y $N(B)=4$, entonces $N(A \times B) + N[P(A \times B)]=20$.
- a) Verdadero b) Falso

1.15 Funciones

165. Sean $A = \{a, b, c\}$, $B = \{\nabla, \square\}$. Si R_1 y R_2 son dos relaciones de A en B, tales que $R_1 = \{(a, \nabla), (c, \nabla)\}$ y $R_2 = \{(b, \square)\}$, entonces $R_1 \cup R_2$ es una función.

a) Verdadero

b) Falso

166. En los siguientes ejercicios se dan varias relaciones de D a E. Para cada relación, identifique si se trata de una función o no.

- | | | | |
|----|-------------------------|-------------------------|--|
| a) | $D = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ | $E = \{a, b, c, d, e\}$ | $\{(1, a), (2, b), (3, c), (4, c), (5, d)\}$ |
| b) | $D = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ | $E = \{a, b, c, d, e\}$ | $\{(1, e), (2, e), (3, a), (2, b), (5, d)\}$ |
| c) | $D = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ | $E = \{a, b, c, d, e\}$ | $\{(1, a), (2, b), (1, c), (3, d), (4, e), (5, d)\}$ |
| d) | $D = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ | $E = \{a, b, c, d, e\}$ | $\{(1, e), (2, a), (3, e), (4, a), (5, b)\}$ |
| e) | $D = \{1, 2, 3, 4\}$ | $E = \{a, b, c, d, e\}$ | $\{(2, a), (1, b), (3, e), (4, c)\}$ |
| f) | $D = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ | $E = \{a, b, c, d\}$ | $\{(1, a), (2, a), (3, d), (4, c), (5, b)\}$ |
| g) | $D = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ | $E = \{a, b, c, d\}$ | $\{(1, a), (3, b), (2, c), (4, d)\}$ |
| h) | $D = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ | $E = \{a, b, c, d\}$ | $\{(1, a), (2, b), (2, c), (3, d), (5, d)\}$ |
| i) | $D = \{1, 2, 3, 4\}$ | $E = \{a, b, c, d, e\}$ | $\{(1, a), (2, b), (3, c), (1, d), (4, e)\}$ |
| j) | $D = \{1, 2, 3, 4\}$ | $E = \{a, b, c, d, e\}$ | $\{(1, b), (2, c), (3, d), (4, b)\}$ |

167. Para cada función del ejercicio anterior, escriba si es uno a uno, sobreyectiva, o biyectiva.

168. Si A y B son dos conjuntos finitos no vacíos donde $N(A) \leq N(B)$, entonces cualquier función de A en B es inyectiva.

a) Verdadero

b) Falso

169. Dados los conjuntos: $A = \{\Omega, \Delta, \pi, O\}$, $B = \{?, *, +\}$, $C = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ y las relaciones que se muestran a continuación, definidas entre ellos, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

- a) $R_1 = \{(\Omega, 1), (\Delta, 2), (\pi, 4), (O, 5)\}$; $rg R_1 = C$
b) $R_2 = \{(1, *), (3, +), (4, ?)\}$; $dom R_2 = C$
c) $R_3 = \{(\Omega, ?), (\Delta, *), (\pi, *), (O, +)\}$ es una función biyectiva.
d) Si $R_4 = \{(\Omega, 1), (\Delta, 2), (\pi, 3), (O, 5)\}$ y $R_5 = \{(1, ?), (2, *), (3, *), (4, *), (5, +)\}$, entonces R_5 o R_4 es función sobreyectiva.

170. Dados los conjuntos: $A = \{p, q, r, s\}$ y $B = \{m, n, o, p\}$ y las funciones de A en B $f = \{(p, m), (q, p), (r, m), (s, n)\}$ y $g = \{(p, p), (q, m), (r, n), (s, o)\}$, entonces es cierto que:

- a) $f \cup g$ es una función inyectiva.
- b) g es sobreyectiva pero no inyectiva.
- c) f es inyectiva pero no sobreyectiva.
- d) g es una función biyectiva.
- e) f es una función biyectiva.

171. Sea el conjunto $A = \{\text{Elena, Hessel, Elsi, Ángel, Juan}\}$ y f una función tal que $f: A \rightarrow A$ con la siguiente definición: $f(\text{Elena}) = \text{Hessel}$, $f(\text{Hessel}) = \text{Elsi}$, $f(\text{Elsi}) = \text{Ángel}$, $f(\text{Ángel}) = \text{Elena}$, $f(\text{Juan}) = \text{Elena}$, entonces es verdad que:

- a) $(f \circ f)$ es inyectiva.
- b) $(f \circ f)(\text{Juan}) = \text{Hessel}$.
- c) f es sobreyectiva.
- d) $\text{rg } f = \text{dom}(f \circ f)$
- e) Todas las proposiciones anteriores son falsas.

172. Sean $f: A \rightarrow B$ y $g: B \rightarrow A$ dos funciones, tales que:

$$f = \{(\beta, a), (b, \partial), (\bullet, a), (? , *)\}, \quad g = \{(\partial, \beta), (a, ?), (*, \beta), (!, ?)\}$$

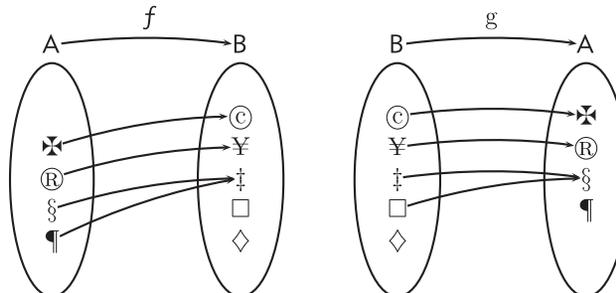
Entonces es verdad que:

- a) $f \circ g = \{(\beta, ?), (b, \beta), (*, ?), (? , \beta)\}$
- b) $f \circ g = \{(\partial, a), (a, *), (*, a), (!, *)\}$
- c) $f \circ g = \{(\beta, a), (b, \partial), (*, a), (? , \rho)\}$
- d) $f \circ g = \{(\partial, \beta), (a, ?), (*, \beta), (!, ?)\}$
- e) $f \circ g = \{(\partial, a), (a, ?), (*, a), (!, ?)\}$

173. Sea $V = \{a, e, i, o, u\}$ y se define una función $f: V \rightarrow V$ tal que: $f(a) = u$; $f(e) = i$; $f(i) = a$; $f(o) = o$ y $f(u) = i$. El rango de $f \circ f$ es:

- a) $\{a, e, i, o, u\}$
- b) $\{a, i, o, u\}$
- c) $\{a, o, u\}$
- d) $\{a, i, o\}$
- e) $\{a, e, i, u\}$

174. Dadas las relaciones:



Entonces es verdad que:

- a) f y g son funciones.
- b) $f \circ g$ es inyectiva.
- c) $g \circ f$ es biyectiva.
- d) El rango de $f \circ g$ es igual a B.
- e) El rango de $g \circ f$ es igual al rango de g .

175. Si f es un función de A en B y g es una función de B en C , entonces es verdad que:
- $\text{dom}(f \circ g) = \text{dom } g$
 - Si f es inyectiva, entonces $g \circ f$ también lo es.
 - Si f y g son sobreyectivas, entonces $g \circ f$ también lo es.
 - Si $g \circ f$ es sobreyectiva, entonces f también lo es.
 - El rango de $g \circ f$ es igual al rango de f .
176. Si $f = \{(? , 1), (\$, *), (1, *), (*, 1)\}$ y $g = \{(1, ?), (2, \$), (*, 1), (3, *)\}$, determine la proposición falsa.
- g es una función inyectiva pero f no lo es.
 - El dominio de $g \circ f$ es $(?, \$, 1, *)$.
 - El rango de $f \circ g$ es $\{1, *\}$.
 - $(1, 1) \in (f \circ g)$
 - El rango de $g \circ f$ es igual al rango de g .
177. Sean las funciones $g = \{(1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 5)\}$ y $h = \{(2, 3), (3, 4), (4, 5), (5, 6), (6, 7)\}$. Entonces el valor de $(h \circ g)(1)$ es:
- 1
 - 2
 - 3
 - 4
 - 5
178. Dado el conjunto $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ y las funciones $f: A \rightarrow A$ y $g: A \rightarrow A$, tales que $f(1)=3; f(2)=5; f(3)=3; f(4)=1; f(5)=2; g(1)=4; g(2)=1; g(3)=1; g(4)=2; g(5)=3$.

Identifique la proposición falsa:

- $(f \circ g)(2) = 3$
 - $(g \circ f)(5) = 1$
 - $(f \text{ es inyectiva}) \vee (g \text{ es inyectiva})$
 - $[(f \circ g)(1) = 3] \vee [(f \circ g)(3) = 3]$
 - $[(g \circ f)(4) = 5] \vee [(f \circ g)(1) = 2] \vee [(g \circ f)(1) = 1]$
179. Dado el conjunto $A = \{a, b, c, d\}$ y las funciones biyectivas $f: A \rightarrow A$ y $g: A \rightarrow A$, donde $f = \{(a, d), (b, c), (c, b), (d, a)\}$ y $g \circ f = \{(a, d), (b, c), (c, b), (d, a)\}$, la función g es:
- $\{(a, a), (b, b), (c, c), (d, d)\}$
 - $\{(a, d), (b, c), (c, d), (d, a)\}$
 - $\{(a, b), (b, c), (c, d), (d, a)\}$
 - $\{(a, c), (b, d), (c, a), (d, b)\}$
 - $\{(a, a), (b, d), (c, c), (d, b)\}$
180. Si $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{r, s, t\}$, f es una función de B en A y g es una función de A en B , donde:

$$f = \{(r, 2), (s, 3), (t, 1)\}$$

$$g = \{(1, r), (2, s), (3, t), (4, t)\}$$

Entonces es verdad que:

- $f \circ g$ es una función inyectiva.
- $rg(f \circ g) = A$
- $(s, r) \in g \circ f$
- $(g \circ f)^{-1} = \{(s, r), (t, s), (r, t)\}$
- $g \circ f$ no es una función inversible.