

**ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL**

**Facultad de Ingeniería en Mecánica y Ciencias de la  
Producción**

“Sistema de monitoreo de condición para rodamientos a  
partir de mediciones de aceleración”

**PROYECTO INTEGRADOR**

Previo a la obtención del Título de:

**Ingeniero Mecánico**

Presentado por:

Luis Elías Márquez Játiva

Ricardo David Ortiz Pozo

GUAYAQUIL - ECUADOR

Año: 2020

# DEDICATORIA

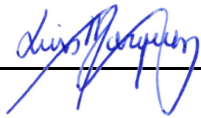
Este proyecto lo dedicamos a nuestros padres, quienes desde los inicios de nuestra formación académica se esforzaron por darnos una educación de calidad y que inclusive hoy en día están presentes y dispuestos a ayudarnos a obtener nuestro título profesional.

# AGRADECIMIENTO

Nuestro más sincero agradecimiento a Alfredo Valenzuela, Jesús Miranda y Valery Vargas, por otorgar su apoyo incondicional durante los inicios de este proyecto. También queremos dar un especial agradecimiento al Ph.D. Christian Silva por darnos la oportunidad de trabajar en este proyecto y por su gran significativo asesoramiento e interés en la culminación del mismo, buscando hasta última instancia los mejores resultados posibles.

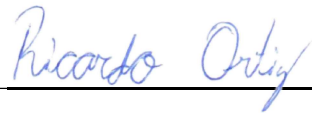
# DECLARACIÓN EXPRESA

“Los derechos de titularidad y explotación, nos corresponde conforme al reglamento de propiedad intelectual de la institución; Luis Márquez, Ricardo Ortiz y damos nuestro consentimiento para que la ESPOL realice la comunicación pública de la obra por cualquier medio con el fin de promover la consulta, difusión y uso público de la producción intelectual”



---

**Luis Márquez**



---

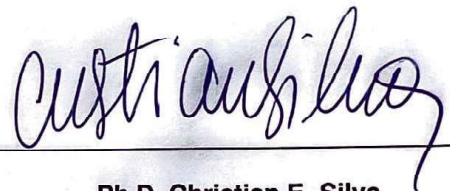
**Ricardo Ortiz**

## EVALUADORES



---

**Ph.D. Francis Loayza**  
PROFESOR DE LA MATERIA



---

**Ph.D. Christian E. Silva**  
PROFESOR TUTOR

# RESUMEN

El mantenimiento predictivo busca determinar el estado actual del equipo para tomar decisiones a futuro. El proyecto busca diseñar un sistema de extracción de características de fallo en rodamientos, simulando señales vibratorias y técnicas de Machine-Learning para determinar el estado del mismo. Se justifica ante el reto de inventar nuevas tecnologías que no solo midan pasivamente sino que también puedan tomar decisiones. Se tomaron como referencia las ecuaciones de movimiento propuestas en la literatura para simular en Simulink2016b la dinámica vibratoria de un rodamiento. Luego, se emplearon técnicas de procesamiento de señal descritas en una guía técnica especializada en mantenimiento de rodamientos. De las señales procesadas, se extrajeron características específicas y se usó el Classification Learner toolbox para determinar el estado simulado del rodamiento. Los resultados mostraron que es posible generar un clasificador SVM con error no mayor a 1.4%, a pesar de existir una enorme similitud entre la respuesta dinámica de un rodamiento con falla en carril externo y uno saludable. Se pudo elaborar un algoritmo clasificador que permita distinguir entre cuatro escenarios diferentes de un rodamiento: falla en carrera externa, falla en carrera interna, falla en bolla y finalmente un rodamiento sin falla. Veremos como a pesar de haber de tenido señales bastante similares como las de falla en carrera externa y sin falla, el clasificador es lo suficientemente sensible para clasificarlas de manera correcta, obteniendo la menor sensibilidad para la clase de 97% para los rodamientos sin falla.

**Palabras Clave:** Señales vibratorias, rodamientos, falla, mantenimiento predictivo, clasificador

# ABSTRACT

*Predictive maintenance seeks to determine the current state of the equipment to make future decisions. The project seeks to design a system for the extraction of bearing failure characteristics, simulating vibratory signals and Machine-Learning techniques to determine their condition. It is justified before the challenge of inventing new technologies that not only passively measure but can also make decisions. The equations of motion proposed in the literature were taken as a reference to simulate the vibratory dynamics of a bearing in Simulink2016b. Then, signal processing techniques described in a specialized technical guide on bearing maintenance were used. From the processed signals, specific characteristics were extracted and the Classification Learner toolbox was used to determine the simulated state of the bearing. The results showed that it is possible to generate an SVM classifier with an error of no greater than 1.4 %, despite the fact that there is an enormous similarity between the dynamic response of a bearing with outer race failure and a healthy one. It was possible to develop a classifying algorithm that allows distinguishing between four different bearing scenarios: external race failure, internal race failure, ball failure and finally a bearing without failure. We will see how despite having had quite similar signals such as those of failure in external race and without failure, the classifier is sensitive enough to classify them correctly, obtaining the lowest sensitivity for the class of 97 % for bearings without failure.*

**Key Words:** *Vibratory signals, bearings, fault, predictive maintenance, classifier*

# ÍNDICE GENERAL

RESUMEN.....	I
ABSTRACT .....	II
ÍNDICE GENERAL.....	III
SIMBOLOGÍA .....	V
ABREVIATURAS .....	VI
ÍNDICE DE FIGURAS .....	VII
ÍNDICE DE TABLAS .....	IX
CAPÍTULO 1.....	1
1 INTRODUCCIÓN.....	1
1.1 Definición del Problema .....	1
1.2 Antecedentes .....	2
1.3 Justificación .....	2
1.4 Objetivo General .....	3
1.5 Objetivos específicos .....	3
1.6 Marco Teórico .....	3
1.6.1 Modelos matemáticos .....	4
1.6.2 Herramientas de programación.....	8
1.6.3 Algoritmo de Reconocimiento .....	8
1.6.4 Support Vector Machines .....	9
CAPÍTULO 2.....	13
2 METODOLOGÍA.....	13
2.1 Alternativas del modelo dinámico .....	13
2.2 Selección de la mejor Alternativa.....	15
2.3 Diseño detallado .....	17
2.3.1 Modelado Dinámico .....	19
2.3.2 Simulación .....	19
2.4 Procesamiento de Señal .....	22
2.4.1 Filtrado de señal .....	23
2.4.2 Señal envolvente .....	24
2.4.3 Transformada rápida de Fourier .....	25
2.4.4 Modelado de Fallas.....	25
2.5 Algoritmo de reconocimiento .....	28
2.5.1 Extracción de características .....	28
2.5.2 Aprendizaje de Máquina .....	30
2.5.3 Validación del Modelo .....	32



CAPÍTULO 3.....	36
3 RESULTADOS Y ANÁLISIS .....	36
3.1 Resultados en dominio del tiempo .....	37
3.2 Resultados en el dominio de la frecuencia .....	41
3.3 Características extraídas.....	43
3.4 Clasificador.....	45
3.5 Análisis de Costos.....	50
CAPÍTULO 4.....	51
4 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	51
4.1 Conclusiones.....	53
4.2 Recomendaciones.....	54
BIBLIOGRAFÍA	
APÉNDICES	

# SIMBOLOGÍA

$M_p$	Masa del Pedestal del rodamiento	12,638 kg
$M_r$	Masa de prueba del modelo matemático	1,0 kg
$M_s$	Masa del eje	6,2638 kg
$C$	Coeficiente de amortiguamiento en la bola	451 N · s/m
$C_p$	Coeficiente de amortiguamiento del pedestal	2210,7 N · s/m
$C_r$	Coeficiente de amortiguamiento de la masa de prueba	N · s/m
$C_s$	Coeficiente de amortiguamiento del material del eje	1376,8 N · s/m
$K$	Coeficiente de restitución de las bolas	$10^6$ N/m
$K_s$	Coeficiente de restitución del material del eje	$1,89 \times 10^{10}$ N/m <sup>1,5</sup>
$K_p$	Coeficiente de restitución del pedestal	$1,51 \times 10^6$ N/m
$K_r$	Coeficiente de restitución de la masa de prueba	N/m
$\ddot{X}_o$	Aceleración horizontal del centro de masa del carril externo	m/s <sup>2</sup>
$\dot{X}_o$	Velocidad horizontal del centro de masa del carril externo	m/s
$X_o$	Desplazamiento horizontal del centro de masa del carril externo	m
$\ddot{X}_i$	Aceleración horizontal del centro de masa del carril interno	m/s <sup>2</sup>
$\dot{X}_i$	Velocidad horizontal del centro de masa del carril interno	m/s
$X_i$	Desplazamiento horizontal del centro de masa del carril	m
$\ddot{Y}_o$	Aceleración vertical del centro de masa del carril externo	m/s <sup>2</sup>
$\dot{Y}_o$	Velocidad vertical del centro de masa del carril externo	m/s
$Y_o$	Desplazamiento vertical del centro de masa del carril externo	m
$\ddot{Y}_i$	Aceleración vertical del centro de masa del carril interno	m/s <sup>2</sup>
$\dot{Y}_i$	Velocidad vertical del centro de masa del carril interno	m/s
$Y_i$	Desplazamiento vertical del centro de masa del carril interno	m
$cl$	claro del rodamiento	m
$cd$	Perturbación del sistema	m
$\theta_j$	Posición angular de cada bola	rad
$W_s$	Velocidad angular del eje	rad/s
$W_c$	Velocidad angular de la jaula del rodamiento	rad/s
$W_{sp}$	Velocidad spin de la bola	rad/s
$t$	Tiempo	s
$N$	Número de bolas del rodamiento	adimensional
$D$	Diámetro Pitch	m
$d$	Diámetro de elemento rodante en rodamiento	m

# ABREVIATURAS

BPFO	Ball Pass Frequency Outer
BPIF	Ball Pass Frequency Inner
BSF	Ball Spin Frequency
FTF	Fundamental Train Frequency
EDF	Element Defect Frequency
SVM	Support Vector Machine
KNN	K-Nearest Neighbours
FCE	Falla Carril Externo
FCI	Falla Carril Interno
RSF	Rodamiento Sin Falla
FeB	Falla en Bola
FFT	Fast Fourier Transform
IoT	Internet of Things
HOQ	House Of Quality
ESPOL	Escuela Superior Politécnica del Litoral

# ÍNDICE DE FIGURAS

1.1	Representación física del modelo. La figura (a) es una ilustración de un cojinete real y la figura (b) su equivalente matemático. ....	4
1.2	Modelo del sistema mecánico. ....	4
1.3	Esquema de defectos en rodamiento ....	5
1.4	Diagrama de fuerzas en $X$ del carril externo ....	6
1.5	Diagrama de fuerzas en $Y$ del carril externo ....	6
1.6	Diagramas de fuerza en $X$ y $Y$ del carril interno ....	7
1.7	Diagrama de fuerza de la masa de prueba ....	7
1.8	Etapas para la elaboración de un algoritmo de clasificación de señales ....	8
1.9	Ejemplo de muestras plasmadas en un plano. ....	9
1.10	Posibles planos que permiten la clasificación de lo datos ....	9
1.11	Máximo margen para la clasificación de datos ....	10
1.12	Selección del hiperplano mas adecuado para la clasificación ....	11
2.1	Diseño de forma Alternativa 1 ....	14
2.2	Diseño de forma Alternativa 2 ....	14
2.3	Diseño de forma Alternativa 3 ....	15
2.4	Casa de Calidad. La correlación entre requerimientos del cliente y requerimientos funcionales se mide en un rango 1 – 7, siendo 7 la correlación más fuerte, y 1 la correlación más débil ....	16
2.5	Diseño detallado del algoritmo ....	18
2.6	Diagrama de bloques del sistema dinámico (Simulado en Simulink 2016b) ..	20
2.7	Modelado de la Fuerza de Contacto en $X$ y $Y$ ....	21
2.8	Modelado dinámico de una falla en carril interno visto desde una de las bolas	22
2.9	Código del filtro digital (MATLAB 2016b) ....	24
2.10	Rodamiento con falla en la pista externa ....	26
2.11	Rodamiento con falla en la pista interna ....	26
2.12	Diagramas de falla en elemento rodante ....	27
2.13	Comandos para la elaboración del modelo clasificador (MATLAB 2016b.) ....	30
2.14	Comandos para la elaboración del modelo clasificador (MATLAB 2016b.) ...	31
2.15	Comandos para la elaboración del modelo clasificador (MATLAB 2016b.) ...	32
3.1	Aceleración en el tiempo de un rodamiento con falla en carril externo, velocidad angular 5Hz. ....	37
3.2	Porción de la señal filtrada producida por una falla en carril externo ....	38
3.3	Aceleración en el tiempo de un rodamiento con falla en carril interno, velocidad angular 5Hz. ....	38
3.4	Porción de la señal filtrada producida por una falla en carril interno. ....	39

3.5	Aceleración en el tiempo de un rodamiento con falla en elemento rodante, velocidad angular 5Hz.....	39
3.6	Porción de la señal filtrada producida por una falla en un elemento rodante .	40
3.7	Aceleración en el tiempo de un rodamiento saludable, velocidad angular 5Hz	40
3.8	Porción de la señal filtrada producida por un rodamiento saludable.....	41
3.9	Respuesta en frecuencia de un rodamiento con falla en el carril externo, 5Hz de velocidad angular .....	41
3.10	Respuesta en frecuencia de un rodamiento con falla en el carril interno, 5Hz de velocidad angular .....	42
3.11	Respuesta en frecuencia de un rodamiento con falla en un elemento rodante, 5Hz de velocidad angular .....	42
3.12	Respuesta en frecuencia de un rodamiento sin falla, 5Hz de velocidad angular	43
3.13	Uso de la aplicación de MATLAB .....	45
3.14	Comparación de distintas características extraídas .....	46
3.15	Comparación de los distintos clasificadores.....	46
3.16	Matriz de confusión. Donde las casillas verdes indican predicciones acertadas y las rojas las erróneas .....	47
3.17	Evolución de la efectividad del clasificador ante el aumento de datos .....	47
3.18	Matriz de confusión. Se aprecia un falso positivo y un falso negativo tanto para falla en carrera externa como para rodamiento sin falla .....	49

# ÍNDICE DE TABLAS

2.1	Matriz de decisión. Los pesos de correlación se miden en el rango 1 – 7, en el que 1 implica relación más débil, y 7 relación más fuerte .....	17
2.2	Herramientas de modelado .....	19
2.3	Ecuaciones de las características extraídas en las señales procesadas.....	29
2.4	Métricas del aprendizaje de máquina .....	32
2.5	Parámetros de las distintas señales que se usaron para validar el modelo clasificador .....	33
3.1	Frecuencias de excitación en elementos rodantes .....	36
3.2	Ejemplo cálculos de frecuencia de excitación en elementos rodantes .....	37
3.3	Matriz de correlación para las características extraídas.....	43
3.4	Ejemplo de cálculo de extracción de características.....	44
3.5	Costos estimados del Proyecto.....	50

# CAPÍTULO 1

## 1. INTRODUCCIÓN

### 1.1. Definición del Problema

Toda estructura de ingeniería requiere algún tipo de mantenimiento para operar a una condición óptima de funcionamiento. Esto se hace con el objetivo de prolongar al máximo posible su período de vida útil. Avances en tecnología estructural inteligente y descripción de fallas, combinado con el desarrollo de sensores han dado cabida al interés y necesidad del desarrollo de metodologías de diagnóstico que minimicen la participación humana en el proceso de inspección estructural (Chang, 1998). Por otra parte, el mercado actual demanda y este proyecto busca cumplir, con procesos de inspección y determinación de fallas acordes a varios aspectos tales como: (1) **Salud pública**, ya que todo proceso industrial debe salvaguardar imperativamente la integridad física de operarios y usuarios; (2) **seguridad y bienestar**. Ambos aspectos se incluyen como requerimientos del proyecto, debido a que cualquier técnica de mantenimiento no solo tiene como objetivo prolongar la vida útil de un equipo, sino también asegurar que el proceso sea seguro para la vida humana. (3) El proyecto debe tener impacto sobre el ámbito **cultural**, al promover el cambio de paradigmas de inspección. Muchas industrias se basan en mantenimiento correctivo aludiendo que es más económico cambiar una pieza pequeña que invertir en mejores técnicas de mantenimiento. (4) Como aspecto **social y económico**, se busca que el sistema propuesto en este documento sea de fácil implementación y bajo costo, con el fin de no requerir de un operario con conocimientos avanzados en computación o ingeniería. Por otra parte, el mercado demanda actualizar las técnicas que se han aplicado durante mucho tiempo que, por resistencia al cambio, no se han querido modificar a la par de los avances en tecnología. (5) Métodos relacionados con IoT y empleo de simuladores virtuales son un aspecto **global** del proyecto. (6) Finalmente, el aspecto **ambiental** tiene que ver con el planteamiento de actividades de mantenimiento utilizando mediciones de aceleración únicamente, lo cual permite alargar la vida del equipo monitoreado evitando el desperdicio de recursos. Este proyecto busca utilizar mediciones de aceleración de la respuesta vibratoria de un sistema con la finalidad de monitorear cambios en sus propiedades dinámicas para extraer características únicas de problemas relacionados con la operación en rodamientos. La información recogida y procesada permitirá determinar con mayor precisión y en tiempo real la naturaleza del daño, con el objetivo de optimizar los procesos de mantenimiento y reparación.

## **1.2. Antecedentes**

Modelos teóricos de rodamientos son herramientas útiles para entender el comportamiento de los rodamientos en presencia de una o varias fallas. En los años 70 se llevó a cabo el primer intento de modelar los rodamientos, mediante un modelo analítico de las bolas, jaula y pistas. Dicha investigación se enfocó en los efectos del desalineamiento de las pistas, lo que producía el deslizamiento de los elementos rodantes. Para reducir esto, el modelo probó que el deslizamiento se podía reducir mediante el uso de lubricantes de alta tracción (Gupta, 1979). Por otra parte, también se han desarrollado modelos para entender la dinámica de las fallas localizadas en rodamientos, como lo presentó (Fukata et al., 1985), cuyo modelo propone conocer la respuesta en frecuencia de un rodamiento sin falla, tomando en cuenta sólo el claro presente en cualquier rodamiento. Aquí, el investigador asume que el carril externo es fijo, y que las bolas no tienen masa pero sí una constante de deformación y amortiguamiento. Más tarde, (Patil et al., 2010) propondría una expresión para simular una falla externa e interna, empleando el mismo modelo de (Fukata et al., 1985) (2 grados de libertad). (Feng et al., 2002) retomaron el modelo de Fukata et al. y agregaron dos grados de libertad más al modelo, asumiendo vibración en el carril externo, tomando en cuenta los coeficientes de deformación y amortiguamiento de los pedestales en contacto con la parte externa del rodamiento. Finalmente, el modelo que emplea el presente proyecto es el propuesto por (Sawalhi and Randall, 2008), quienes agregaron una masa de prueba al sistema dinámico con el objetivo de excitar una frecuencia natural típica en rodamientos, 15 kHz. Para la validación del mismo, se comprobaron los resultados con los simulados por (Mishra et al., 2017) quienes usaron el modelo propuesto por Sawalhi y Randall.

## **1.3. Justificación**

Las prácticas de mantenimiento han cambiado mucho durante los últimos años, dada la disponibilidad de mejores sensores y sistemas de procesamiento de datos. Sin embargo, ante el advenimiento de la internet de las cosas y superiores capacidades computacionales, se hacen necesarios sistemas inteligentes, que sean capaces no sólo de medir pasivamente, sino de tomar decisiones ante cambios en las mediciones. Los resultados propuestos de este proyecto pueden ser la respuesta a este reto: el análisis de señales de vibraciones de equipos y sistemas en tiempo real, que sean capaces de realizar diagnósticos y provean al analista de información precisa sobre el origen de un posible daño que requiere de atención.



## 1.4. Objetivo General

El proyecto tiene como objetivo desarrollar, simular y verificar experimentalmente un sistema de extracción de características de fallo en rodamientos, basado en señales de aceleración, para mantenimiento predictivo, mediante el uso de algoritmos de comparación de estados de condición.

## 1.5. Objetivos específicos

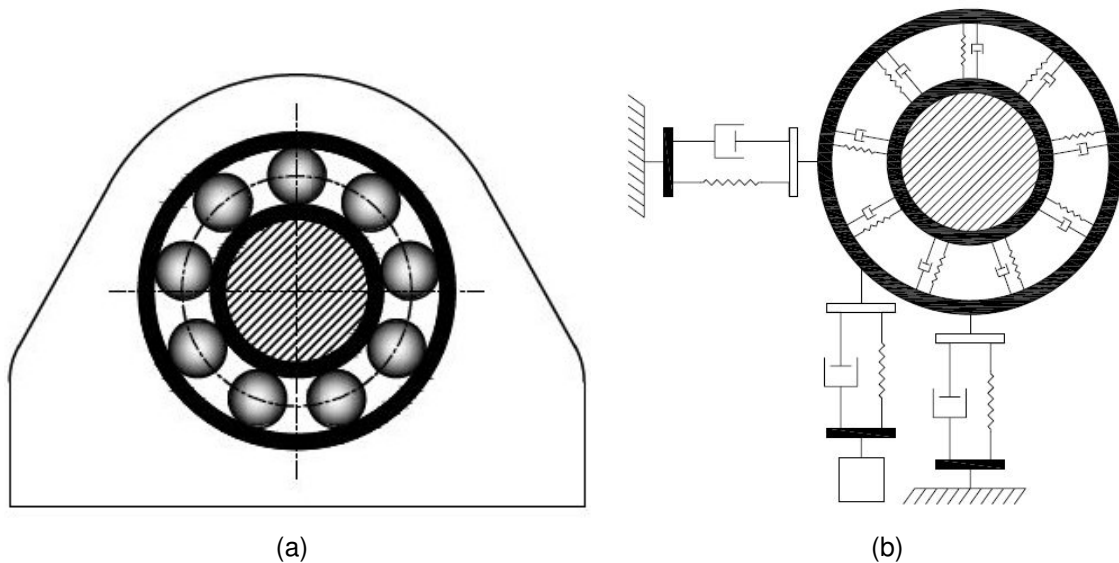
Como objetivos específicos se plantean los siguientes puntos:

- Generar un modelo que permita simular el comportamiento dinámico de un rodamiento.
- Generar una base de datos con los tres tipos de falla, variando la geometría de la falla y las velocidades angulares del eje soportado por el rodamiento.
- Extraer características únicas de la señal medida en el dominio de la frecuencia que sirvan de entradas al algoritmo de identificación.
- Desarrollar un algoritmo clasificador a partir de las características extraídas en las señales medidas.

## 1.6. Marco Teórico

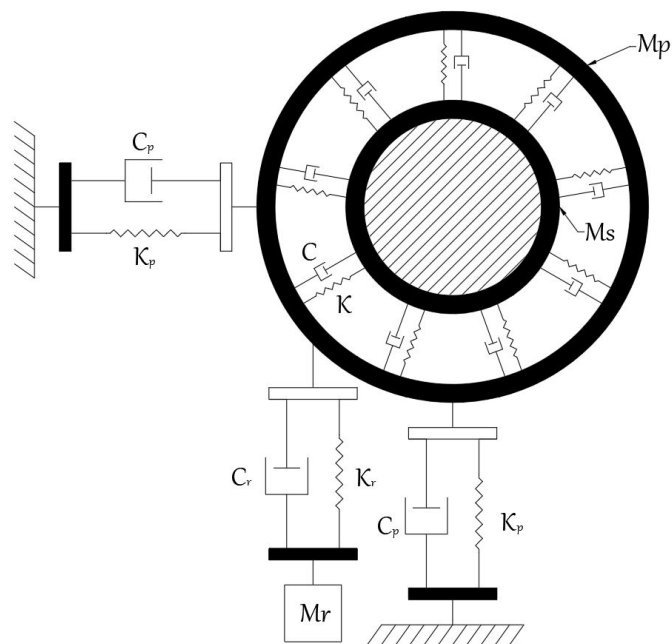
El primer paso del proyecto es el desarrollo del modelo de un apoyo para un equipo rotacional, que consta de un pedestal, el eje y el rodamiento, que permita simular una respuesta de aceleración en el tiempo. Para ello, se debe entender el comportamiento mecánico de un rodamiento bajo condiciones normales. En términos generales se puede describir este sistema en tres componentes principales: el eje, el rodamiento, y el pedestal donde se encuentra apoyado el rodamiento. Con el fin de validar posteriormente el modelo presentado, se analiza un sistema en el que actúa un rodamiento de nueve bolas, parecido al mostrado por Mishra et. al. (2017). No obstante, vale resaltar que el modelo es aplicable para cualquier rodamiento sin importar el número de bolas y el tipo de elemento rodante (ya sea bolas o rodillos). Para lograr el objetivo planteado, se generan las respectivas ecuaciones de movimiento a partir de la segunda Ley de Newton de Movimiento ( $\sum F = ma$ ). Además, se analizan tres tipos de defectos en el rodamiento: (1) Grietas en la pista externa; (2) grietas en la pista interna y; (3) grietas en una de las bolas. De esta forma se pueden analizar los efectos que estas tres fallas tienen sobre el comportamiento mecánico del rodamiento.

### 1.6.1. Modelos matemáticos



**Figura 1.1: Representación física del modelo. La figura (a) es una ilustración de un cojinete real y la figura (b) su equivalente matemático.**

Considere un pedestal con un rodamiento como el que se muestra en la Figura 1.1(a). Este sistema puede ser modelado mediante tres resortes-amortiguadores montados sobre el piso, conectados a un sistema de resortes amortiguadores radiales montados sobre una masa circular, como se muestra en la Figura 1.1(b). La Figura 1.2 muestra el modelo matemático de un rodamiento de 9 bolas en un pedestal. La fuerza de contacto



**Figura 1.2: Modelo del sistema mecánico.**

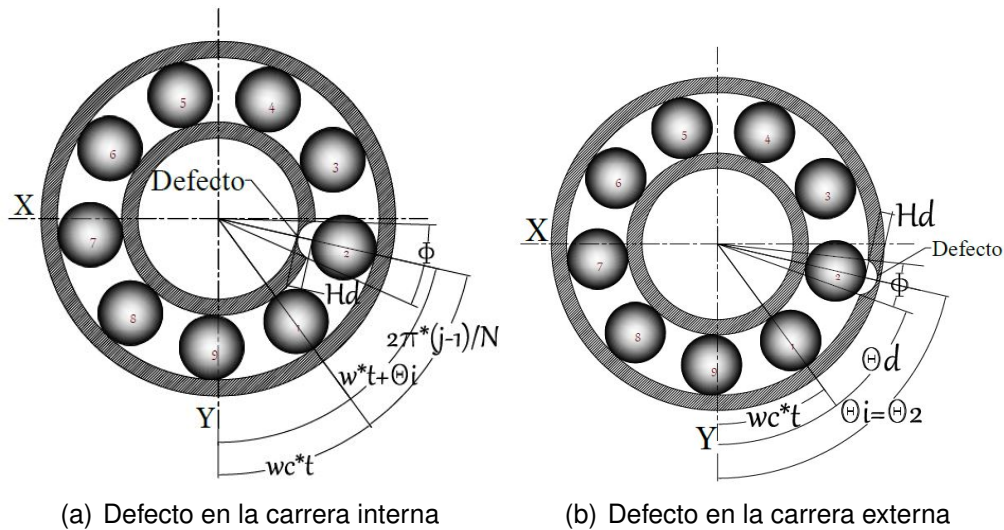
Hertziana depende de la deformación de cada bola, además del material. Se asume solo deformación por compresión, asegurando que la deformación nunca tome valores negativos. Se expresa la fuerza de contacto:

$$F = K\delta_j^n, \quad (1.1)$$

donde  $K$  es la constante elástica,  $\delta_j$ , es la deformación de la  $j$ -ésima bola, y  $n$  es un factor que depende del tipo de elemento rodante ( $n = 3/2$  en bolas y  $n = 9/10$  en rodillos). Este proyecto se enfoca en rodamientos con bolas por lo que el valor de  $n$  se mantendrá en  $3/2$ . Adicionalmente, el término  $\delta_j$  está dado por:

$$\delta_j = \begin{cases} (X_i - X_o) \cos(\theta_j) + (Y_i - Y_o) \sin(\theta_j) - cl - cd & \delta_j > 0 \\ 0 & \text{el resto} \end{cases}, \quad (1.2)$$

Donde  $cl$  representa el claro de un rodamiento,  $cd$  representa un claro adicional debido a una grieta o defecto. La Figura 1.3(a) muestra para defecto en el carril interno, mientras que la Figura 1.3(b) muestra un defecto en el carril externo. La variable  $\theta_j$  representa la



**Figura 1.3: Esquema de defectos en rodamiento**

posición angular de cada  $j$ -ésima ( $j = 1, 2, 3, \dots, N$ ) bola, la cual puede ser encontrada con la velocidad angular a la que orbita aplicando la siguiente ecuación:

$$\theta_j = W_c t + \frac{2\pi}{N}(j - 1), \quad (1.3)$$

donde  $t$  representa el tiempo en s,  $W_c$  la velocidad angular de jaula en rad/s,  $N$  representa el número total de elementos rodantes. A continuación se debe tener en cuenta que la deformación total es la suma de cada una de las deformaciones en las

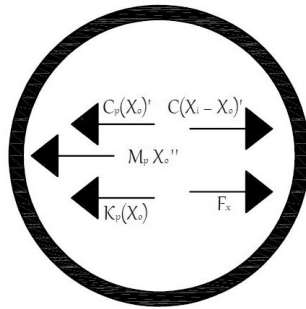
bolas. Manipulando la Eq. 1.1 se obtienen las siguientes ecuaciones en  $X$  e  $Y$ :

$$F_Y = K \sum_{j=1}^N \delta_j^{1,5} \sin(\theta_j) \quad (1.4)$$

$$F_X = K \sum_{j=1}^N \delta_j^{1,5} \cos(\theta_j) \quad (1.5)$$

El modelo matemático del rodamiento necesita cinco ecuaciones que permitan conocer su dinámica. Se asumen direcciones izquierda y abajo con signo positivo. La Eq. 1.6 describe el movimiento del sistema mostrado en la Figura. 1.4.

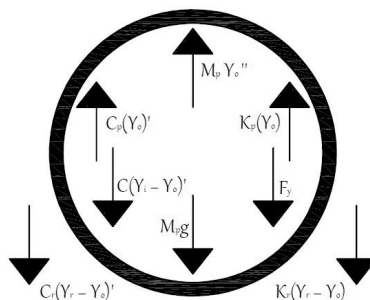
$$M_p \ddot{X}_o = F_X + C(\dot{X}_i - \dot{X}_o) - K_p X_o - C_p \dot{X}_o \quad (1.6)$$



**Figura 1.4: Diagrama de fuerzas en  $X$  del carril externo**

La fuerza  $F_X$  es la componente en  $X$  de la fuerza generada por las bolas, y varía con el tiempo pero nunca cambia de signo.  $F_X$  es una de las causantes de perturbación en el sistema. El coeficiente de amortiguamiento  $C$  se estimó proporcionalmente mediante regla de tres, comparando las magnitudes de  $K$  para este caso de 9 bolas, con el proporcionado por (Patil et al., 2010) para el caso de 7 bolas. Por otra parte, el diagrama de fuerzas correspondiente al sistema mostrado en la Fig. 1.5 es:

$$M_p \ddot{Y}_o = M_p g + F_Y + C(\dot{Y}_i - \dot{Y}_o) - K_p Y_o - C_p \dot{Y}_o + K_r(Y_r - Y_o) + C_r(\dot{Y}_r - \dot{Y}_o), \quad (1.7)$$

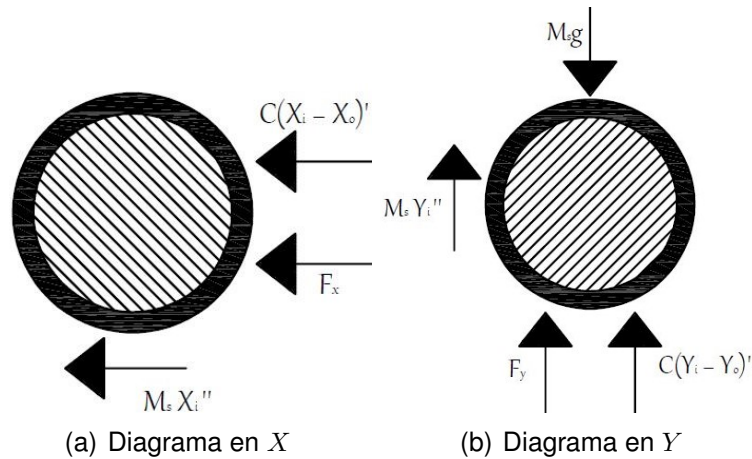


**Figura 1.5: Diagrama de fuerzas en  $Y$  del carril externo**

donde el vector  $F_Y$  muestra que la perturbación del sistema también tiene una

componente vertical. Además, se agregan las fuerzas proporcionales a  $K_r$  y  $C_r$  para procurar un modelo más realista (Sawalhi and Randall, 2008).

Vale agregar, que las fuerzas  $F_X$  y  $F_Y$  dependen enormemente del desplazamiento del centro de masa del carril interno, cuyos diagramas de cuerpo libre, tanto en  $X$  como en  $Y$  se muestran en las Fig. 1.6(a) y Fig. 1.6(b) respectivamente. Estas fuerzas se integran mediante las expresiones:



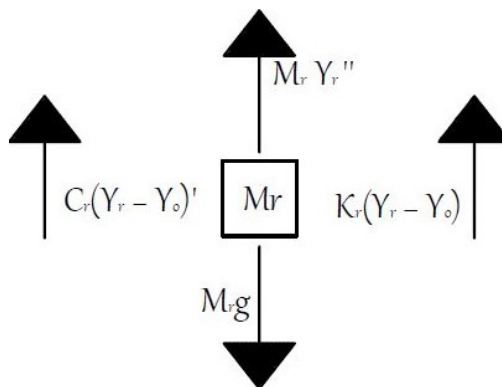
**Figura 1.6: Diagramas de fuerza en  $X$  y  $Y$  del carril interno**

$$M_s \ddot{X}_i = -F_X - C(\dot{X}_i - \dot{X}_o) \quad (1.8)$$

$$M_s \ddot{Y}_i = M_s g - F_Y - C(\dot{Y}_i - \dot{Y}_o) \quad (1.9)$$

Finalmente, el desplazamiento de la masa de prueba ocurre solo en  $Y$ , como se ilustra en la Figura. 1.7 y este se integra a partir de

$$M_r \ddot{Y}_r = M_r g - C_r(\dot{Y}_r - \dot{Y}_o) - K_r(Y_r - Y_o) \quad (1.10)$$



**Figura 1.7: Diagrama de fuerza de la masa de prueba**

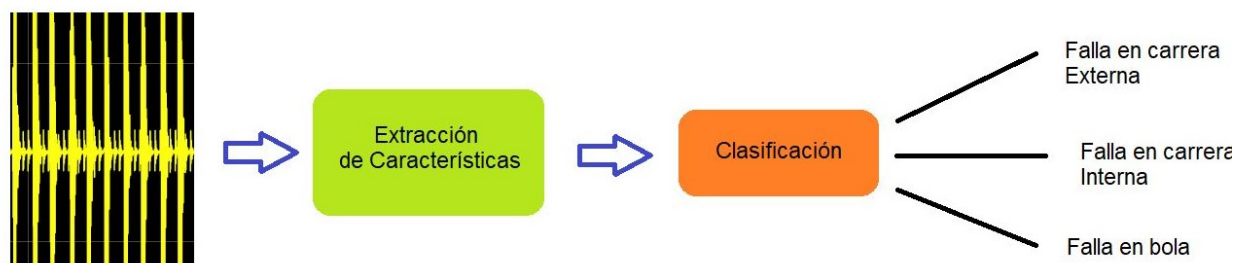
Las magnitudes  $C_r$  y  $K_r$  se escogen como lo proponen Sawalhi y Randall para asemejar la respuesta del modelo más a la realidad.

### 1.6.2. Herramientas de programación

Simulink es una herramienta que proporciona Matlab para resolver ecuaciones diferenciales. Simulink resuelve la ecuación modelada en forma de bloque por medio de métodos numéricos embebidos (*Solvers*). Existen dos tipos de Solvers, los de tamaño de paso fijo y los de tamaño de paso variables (*Fixed step sized solvers and Variable step sized solvers*).

### 1.6.3. Algoritmo de Reconocimiento

Los algoritmos de identificación son fundamentales para reconocer señales desconocidas. Estos, se encargan de comparar señales conocidas con aquellas que se desean identificar. Este tipo de algoritmos pueden llegar a representar ahorro de tiempo y dinero para una empresa, ya que al tener una mayor sensibilidad que un humano pueden identificar defectos antes de que estos empeoren y causen un daño permanente en un equipo que pueda resultar sumamente caro. La elaboración y estructura de un algoritmo de reconocimiento se puede dividir en 3 pasos generales:

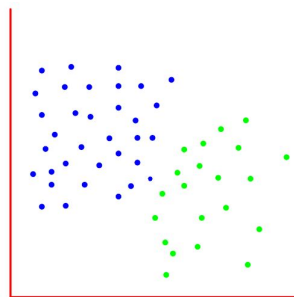


**Figura 1.8: Etapas para la elaboración de un algoritmo de clasificación de señales**

La primera etapa consiste en la elaboración de un banco de datos con diferentes señales. La segunda etapa consiste en encontrar características singulares para cada señal que permitan su identificación. Es criterio del ingeniero analista identificar aquellas características que resulten útiles para la elaboración del algoritmo. Aquí se pueden emplear métodos estadísticos, procesamiento de imágenes, entre otros para encontrar esa característica particular de cada señal. La tercera etapa consiste en clasificar cada una de estas características según la señal a la que corresponda, de esta forma el algoritmo aprende a identificar cada tipo de señal, y por consiguiente poder clasificar a futuro señales desconocidas o como el caso de este trabajo, diagnosticar la falla del rodamiento.

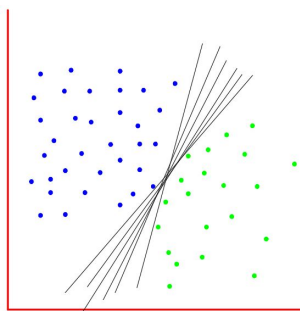
### 1.6.4. Support Vector Machines

Support-Vector-Machines (SVM) son una serie de métodos de aprendizaje supervisado que es comúnmente utilizado para clasificación y regresión. SVM pertenecen a la familia de clasificadores lineales generalizados. Se trata de una herramienta de predicción que usa teoría de Aprendizaje de Máquina (Machine-Learning) que intenta maximizar la presunción de predicción, y al mismo tiempo evitar el sobre-ajuste de datos. SVM se puede definir como sistemas que usan un espacio hipotético de funciones lineales en un espacio de características dimensional más alto, el cual ha sido entrenado con un algoritmo de aprendizaje que implementa un sesgo que se deriva de teorías estadísticas de aprendizaje. SVM es una herramienta desarrollada con el propósito de resolver problemas de clasificación (Jakkula, 2011). Para entender mejor SVM, se propone un ejemplo, donde se presentan una serie de datos, de dos clases diferentes en una gráfica como se muestra en la Figura 1.9



**Figura 1.9: Ejemplo de muestras plasmadas en un plano**

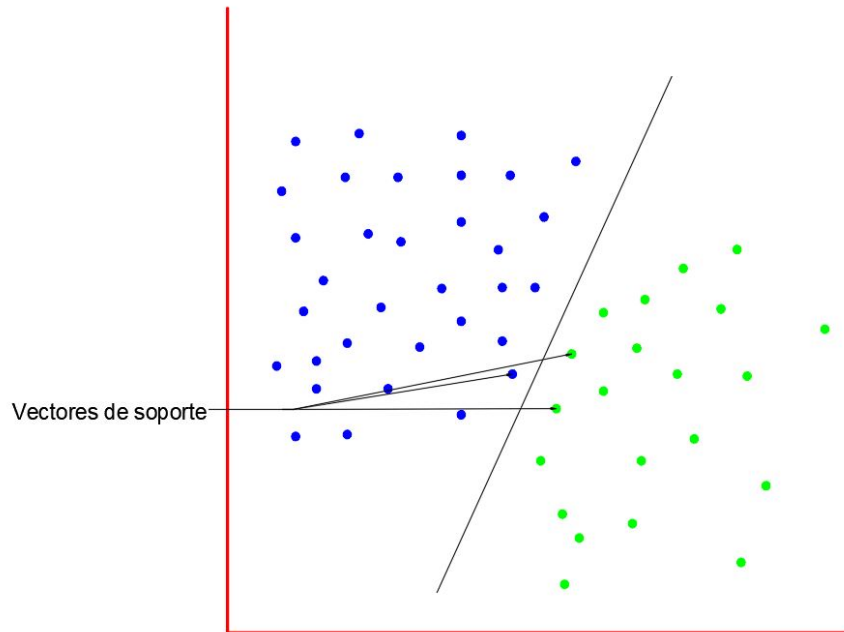
Para clasificar las dos clases de datos, se puede dividir las regiones mediante hiperplanos. Sin embargo, existe una cantidad infinita de planos que pueden emplearse para dividir estas regiones como en la Figura 1.10, por lo que el problema se centra sobre cuál es el plano más indicado. La figura muestra la gran variedad de



**Figura 1.10: Posibles planos que permiten la clasificación de lo datos**

clasificadores lineales que pueden separar los datos. Sin embargo, sólo un plano produce la separación más óptima. Es necesario seleccionar el plano más adecuado, debido a que éste podría estar ubicado más cerca de una clase de datos que de la otra

afectando la precisión del clasificador. Por ello, la solución adecuada es implementar un clasificador de margen máximo (Andrew, 2000) .



**Figura 1.11: Máximo margen para la clasificación de datos**

La Figura. 1.11 muestra un clasificador lineal máximo, el cual usa el máximo rango posible para separar los datos. Los vectores de soporte (Support-Vectors) son importantes para lograr dicho cometido. Los vectores son datos que empujan el margen de modo que este se encuentre lo más alejado posible de dichos datos. En este contexto esto es lo que se conoce como un clasificador lineal SVM. Un aspecto interesante de usar este tipo de modelos es que al minimizar el error en la posición del margen clasificador se obtiene una menor posibilidad de que ocurra una clasificación errónea de los datos (Jakkula, 2011).

Considere un ejemplo bidimensional, el hiperplano clasificador se puede plantear con la ayuda de la ecuación general de la recta.

$$y = ax + b \quad (1.11)$$

$$ax + b - y = 0 \quad (1.12)$$

Donde ya se conoce que  $a$  representa la pendiente y  $b$  el intercepto con el eje  $y$ , a su vez que  $x$  y  $y$  son los valores en los respectivos ejes. Expresando la Eq. 1.12 en términos de los vectores  $X = (x, y)$  y  $W = (a, -1)$  produce:

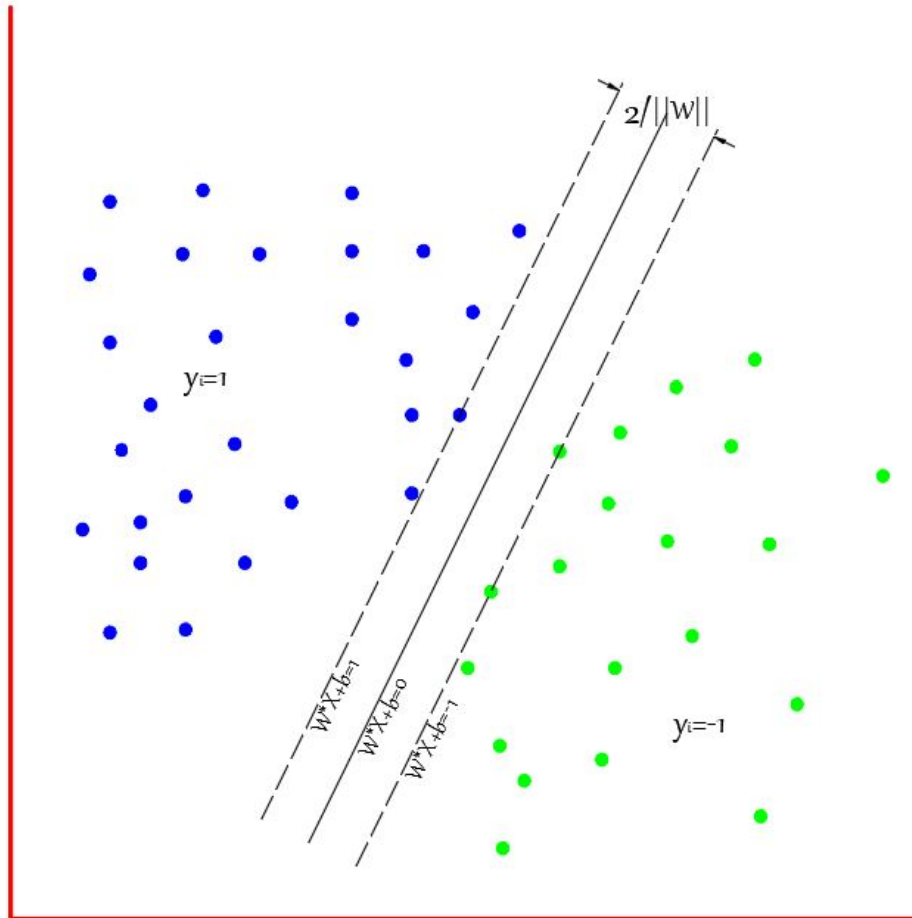
$$W \cdot X + b = 0, \quad (1.13)$$

donde  $(\cdot)$  representa el producto escalar entre los vectores  $W$  y  $X$ . A partir de aquí entra



la selección del hiperplano más adecuado. En el escenario donde existe una cantidad  $N$  de muestras y cada elemento  $x$  de una dimensión  $D$ , se denomina ya sea como  $y = +1$  o  $y = -1$ , al momento de comparar dos clases, se puede expresar los datos de entrenamiento de la siguiente manera:

$$\{x_i, y_i\}, \quad \text{donde } i = 1 \dots L, \quad y_i \in \{-1, 1\}, \quad x \in R^D. \quad (1.14)$$



**Figura 1.12: Selección del hiperplano mas adecuado para la clasificación**

Otro aspecto a tener en cuenta es que el máximo margen entre dos clases separables linealmente siempre va a ser  $\frac{2}{\|W\|}$  como se puede observar en la Figura. 1.12, en donde se muestra que la clase de color azul se ha establecido como  $y = 1$ ; y la de color verde, como  $y = -1$ . A partir de estos conceptos se aplican las siguientes relaciones para los distintas muestras que tenemos en el plano.

$$W * X + b \geq 1, \quad \text{para } y_i = 1 \quad (1.15)$$

$$W * X + b \leq -1, \quad \text{para } y_i = -1 \quad (1.16)$$

$$y_i(W * X + b) - 1 \geq 0 \quad \text{para } y_i = +1, -1 \quad (1.17)$$

Ahora se elige el plano que se encuentre lo más alejado posible de ambas regiones de datos. Este plano no solo maximiza el margen sino que también divide las líneas entre los puntos más cercanos entre las dos clases de datos. El hecho de maximizar el margen representa un problema cuadrático de optimización donde hay que encontrar los valores de  $W$  y  $b$  del plano que represente el mayor margen posible. La solución involucra un problema dual donde se asocia un multiplicador de Langlier  $\alpha_i$ . Se requiere encontrar  $W$  y  $b$  de tal modo que la siguiente función sea minimizada:

$$\phi(W) = 0,5|W'| |W| \forall \{x_i, y_i\}, \quad \text{donde} \quad y_i(W * X + b) - 1 \geq 0 \quad (1.18)$$

De modo que resolviendo nos quedan las siguientes expresiones:

$$W = \sum \alpha_i * x_i, \quad (1.19)$$

de modo que la función de clasificación resultante está dada por:

$$f(x) = \sum \alpha_i y_i x_i * x + b \quad (1.20)$$

# CAPÍTULO 2

## 2. METODOLOGÍA

El **CAPÍTULO 1** analizó la problemática a resolver y se establecieron objetivos generales del proyecto. Además, se investigaron contribuciones de investigadores en trabajos similares previos, que expandieron entendimiento de la problemática. El **CAPÍTULO 2** se enfoca en la metodología empleada siguiendo los objetivos como pasos a seguir:

- I. Determinar el comportamiento dinámico de un rodamiento.
- II. Generar un base de datos con los tres tipos de falla.
- III. Extraer características.
- IV. Desarrollar un algoritmo clasificador.

Debido a que la relevancia de los resultados depende en gran medida del primer paso, se propusieron tres alternativas para cumplir con el primer objetivo. Se seleccionó la más conveniente, tomando en cuenta requerimientos del cliente, aspectos técnicos y condiciones sociales actuales. Posterior a ello se empleó un procesamiento de señal envolvente a las señales simuladas y con el uso de la medida estadística Kurtosis, se extrajeron características, para finalmente desarrollar un algoritmo clasificador por medio de la metodología Support-Vector-Machine.

### 2.1. Alternativas del modelo dinámico

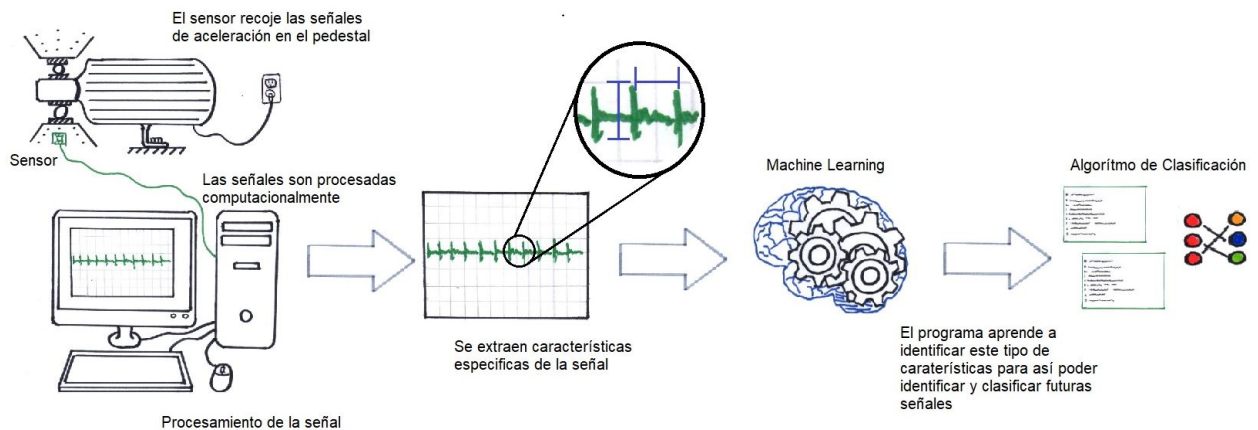
Se tomó en cuenta el apoyo de ESPOL, al proporcionar libre acceso a un laboratorio virtual con MATLAB 2016b.

#### ■ Alternativa 1

Se propone tomar datos de laboratorio midiendo la aceleración traslacional de rodamientos instalados en un motor eléctrico marca Siemens, de 8 polos, velocidad angular nominal de 900 rpm, 220 VAC @ 60 Hz. Se utilizan 9 pares de rodamientos instalados en el eje del rotor. Se busca hacer la mayor cantidad de ensayos con los recursos y tiempo disponible. Posteriormente se procesa la señal medida en el tiempo, para de ella extraer características que definan al sistema y finalmente usar dichas características para entrenar a un algoritmo de clasificación.

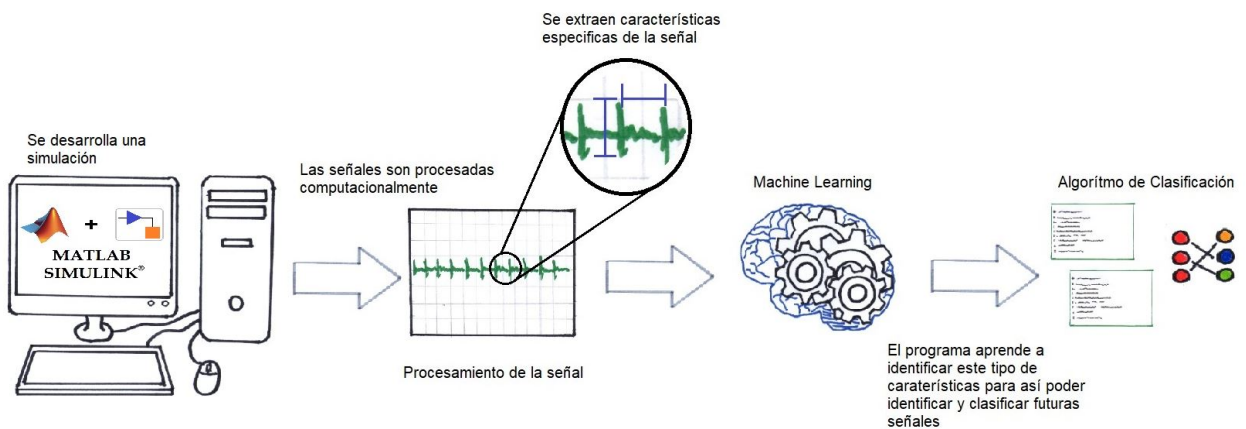
#### ■ Alternativa 2

Se plantea generar un modelo matemático en Simulink 2016b para aproximar el



**Figura 2.1: Diseño de forma Alternativa 1**

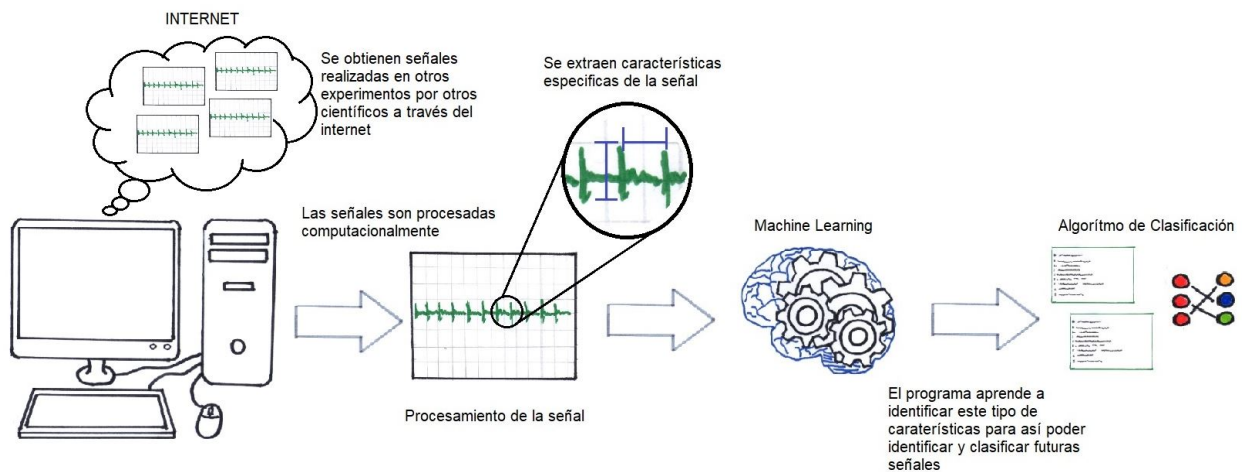
comportamiento dinámico del rodamiento sometido a diferentes tipos de falla. Se modelan no solo diferentes geometrías de falla sino también diferentes velocidades rotacionales. Posteriormente, dichas señales se procesan para extraer características específicas de cada falla, y con las últimas se procede a entrenar al algoritmo de identificación. El modelo se verifica con un banco de datos con parámetros diferentes a los datos de entrenamiento.



**Figura 2.2: Diseño de forma Alternativa 2**

### ■ Alternativa 3

Finalmente se contempla la idea de adquirir mediciones en el tiempo de los tres tipos de falla descargando información accesible en la web. Posterior a ello se procesa la señal para poder adquirir características de esta, y usar los resultados para entrenar un algoritmo de identificación. El modelo se verifica con una simulación de Montecarlo.



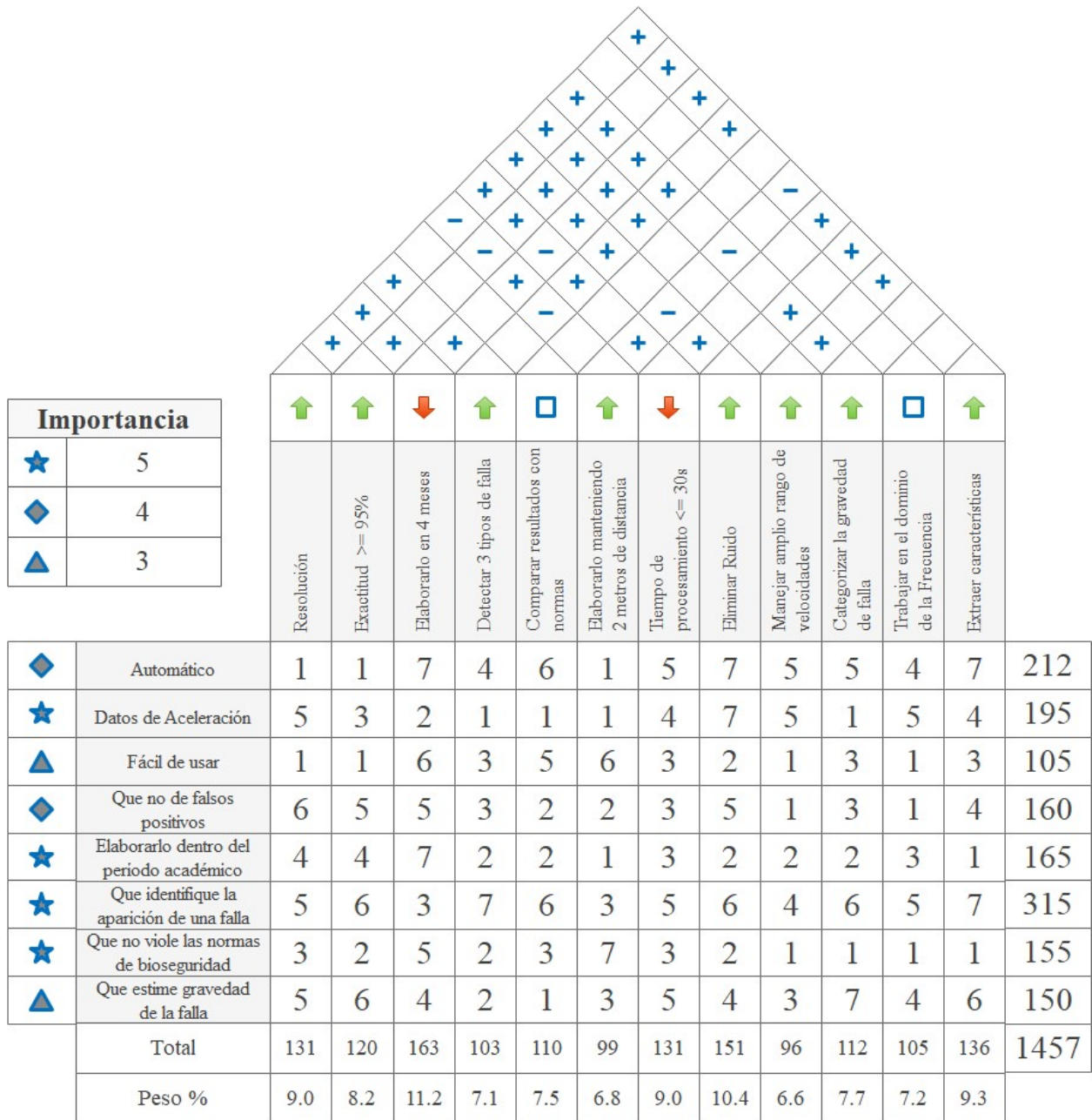
**Figura 2.3: Diseño de forma Alternativa 3**

## 2.2. Selección de la mejor Alternativa

Se comparó la correlación de los requerimientos técnicos con las 3 alternativas propuestas. La Tabla. 2.1 muestra la matriz de decisión, cuyos pesos se calcularon a partir de una *Casa de Calidad (HOQ)*, Figura. 2.4. La casa de calidad comparó 8 aspectos importantes que requiere el cliente con 12 aspectos técnicos considerados importantes. El peso de cada requerimiento del cliente se estableció entre 3 a 4, siendo 3 el más bajo y 4 el más alto. La figura también muestra la simbología empleada para cada peso. Los requerimientos del cliente se compararon con los aspectos técnicos en un rango del 1 al 7. También se determinó que aspecto es inversamente (*signo negativo*) o directamente proporcional (*signo positivo*) al otro. El sentido de las flechas indica si se desea que algún aspecto aumente o disminuya, finalmente la forma cuadrada indica que dicho aspecto no aumenta ni disminuye.

### Casa de la Calidad (House Of Quality)

En la última fila de la Casa de la Calidad se muestran los pesos en porcentaje de cada aspecto técnico, notar que si se suman todos los pesos de la última fila da un total 100 %



**Figura 2.4: Casa de Calidad. La correlación entre requerimientos del cliente y requerimientos funcionales se mide en un rango 1 – 7, siendo 7 la correlación más fuerte, y 1 la correlación más débil**

Se concluyó que la alternativa más conveniente es la Alternativa 2, proponiendo simular un modelo matemático empleando Simulink2016b que permita aproximar la dinámica traslacional de un rodamiento.

**Tabla 2.1: Matriz de decisión. Los pesos de correlación se miden en el rango 1 – 7, en el que 1 implica relación más débil, y 7 relación más fuerte**

Requerimientos técnicos	%	Alternativa 1	Alternativa 2	Alternativa 3
Resolución	9,0	4	6	6
Exactitud $\geq 95\%$	8,2	4	7	5
Elaborarlo en 4 meses	11,2	3	6	6
Detectar 3 tipos de falla	7,1	4	6	5
Comparar resultados con normas	7,5	3	7	7
Elaborarlo manteniendo 2 metros de distancia	6,8	1	7	7
Tiempo de procesamiento $\leq 3s$	9,0	5	6	6
Eliminación de ruido	10,4	5	5	5
Manejar amplio rango de velocidades	6,6	4	6	5
Categorizar la gravedad de falla	7,7	3	5	4
Trabajar en el dominio de la Frecuencia	7,2	6	6	6
Extraer características	9,3	4	6	6
<b>Total</b>	<b>100</b>	<b>3,87</b>	<b>6,05</b>	<b>5,67</b>

## 2.3. Diseño detallado

La **Alternativa 2** divide el proyecto en 4 fases: *Modelado dinámico*, *Procesamiento de señal*, *Extracción de característica*, y *Algoritmo clasificador*. Se empleó un modelo parecido al propuesto por Sawalhi et al. para aproximar la dinámica, procesar la señal con técnicas de *Hilbert*, extraer características de *Kurtosis*, y emplear el método *Support-Vector-Machine* para el algoritmo de identificación. La Figura 2.5 Muestra un diagrama de flujo con todos los pasos del algoritmo. El primer bloque representa el modelo matemático que generó una señal de aceleración vibratoria. Simulink generó señales a 2MHz, pero para más realismo se remuestreó a 10KHz. Tomando como referencia al manual de (Sanders, 2011) junto con (VAST(VibroAcustical Systems and Technologies), 2015) el cual muestra el Vibrómetro CM-21 con un rango de frecuencia de 2 a 25 KHz y rango de aceleración entre 0.1 y 1000 m/s<sup>2</sup> con error relativo  $\pm 5\%$ . Además, (Soto-Ocampo et al., 2020) propone la fabricación de un sistema de adquisición de datos de bajo costo de 16bits, frecuencia de muestreo de hasta 35KHz con rango de voltaje entre 0 y 5V. La primera simulación tuvo una duración de 10 segundos, pero solo se tomaron en cuenta los datos registrados entre 0.2 y 3 segundos. El primer límite ignora la respuesta transitoria y el segundo proporciona suficiente información.

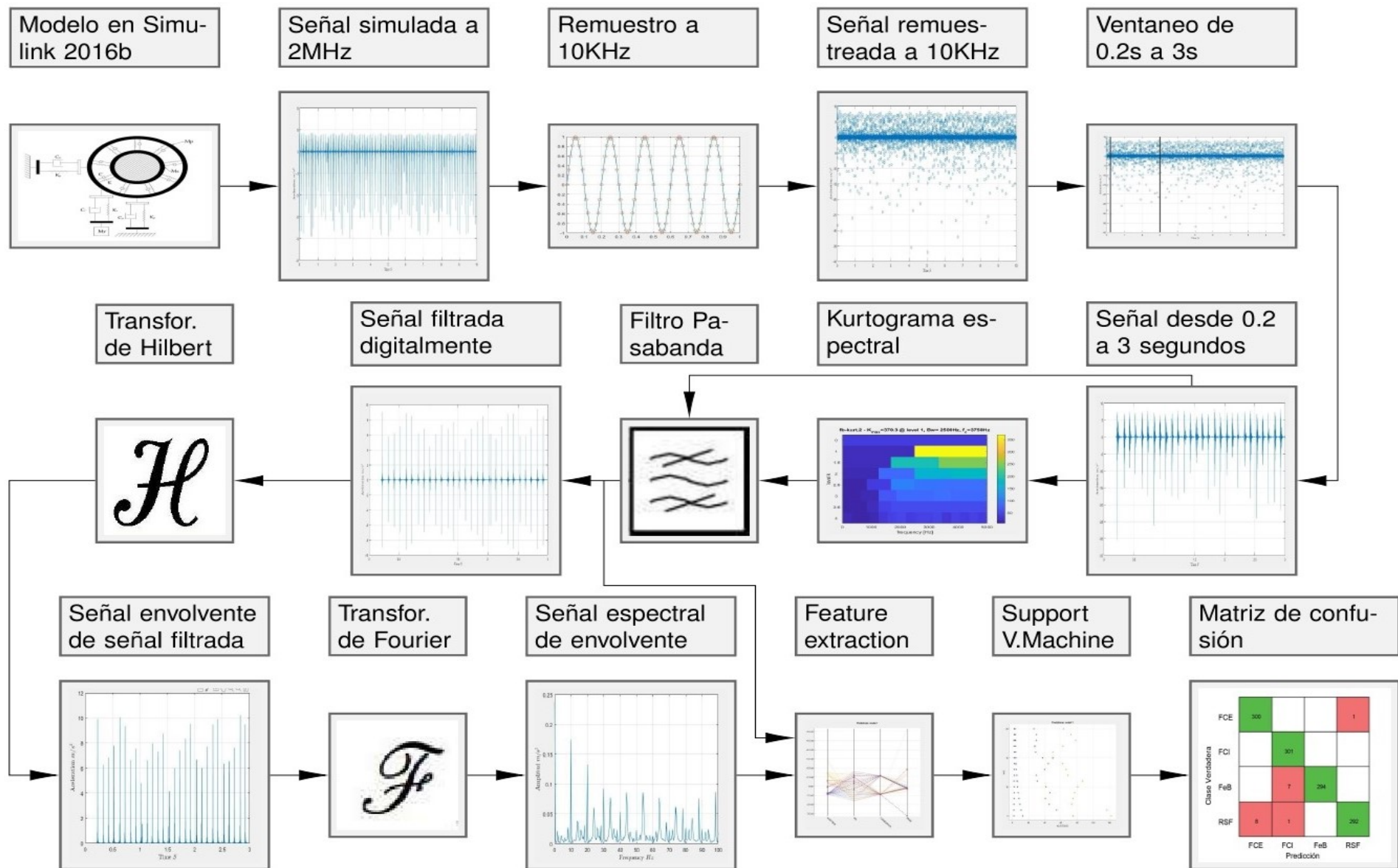




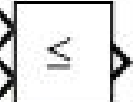
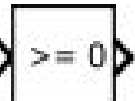

Figura 2.5: Diseño detallado del algoritmo



### 2.3.1. Modelado Dinámico

Las ecuaciones del modelo matemático debe cumplir varias condiciones. La primera es la de la Eq. 1.2 que establece toda deformación como positiva o cero. Segundo, el desplazamiento rotacional está siempre en el rango  $0 - 2\pi$ . La Tabla 2.2 muestra los bloques más importantes utilizados.

Tabla 2.2: Herramientas de modelado

Diagrama	Nombre del Bloque	Descripción
 Math Function	Función matemática	Permite usar la función <i>mod</i> , al dividir la señal de entrada para $2\pi$ la salida será el residuo de dicha división, asegurando siempre una señal de salida dentro del rango requerido (Karris, 2008).
 MATLAB Function	Función de MATLAB	Permite codificar un script para que actúe directo sobre la señal que pasa por el bloque. Es un poco lento debido a que en cada integración debe llamar al analizador de MATLAB (Karris, 2008).
 Relational Operator	Operador Relacional	Compara dos señales de entrada con el comparador que especifique ( $>$ , $<$ , $=$ ) si la comparación es verdadera, la señal de salida es 1 caso contrario es 0 (Karris, 2008).
 IsNonNegative	No es Negativo	Si la señal de entrada es un valor negativo, la salida es 0, caso contrario la salida es 1 (Karris, 2008).
 Unit Delay	Unidad de retraso	Permite que la señal de salida sea equivalente a la señal de entrada retrasada un paso de tiempo (Karris, 2008).

Figuras tomadas de MATLAB Simulink 2016b

### 2.3.2. Simulación

Las ecuaciones desde Eq. 1.6 hasta Eq. 1.10 definen la dinámica del sistema mostrado en la Figura 1.2. La representación en diagrama de bloques de dicho sistema de



el modelado de la falla en una de las bolas respectivamente. El bloque MATLAB FUNCTION en la Figura. 2.8(b) se empleó para computar una función polinómica que suavice los saltos producidos por la perturbación.

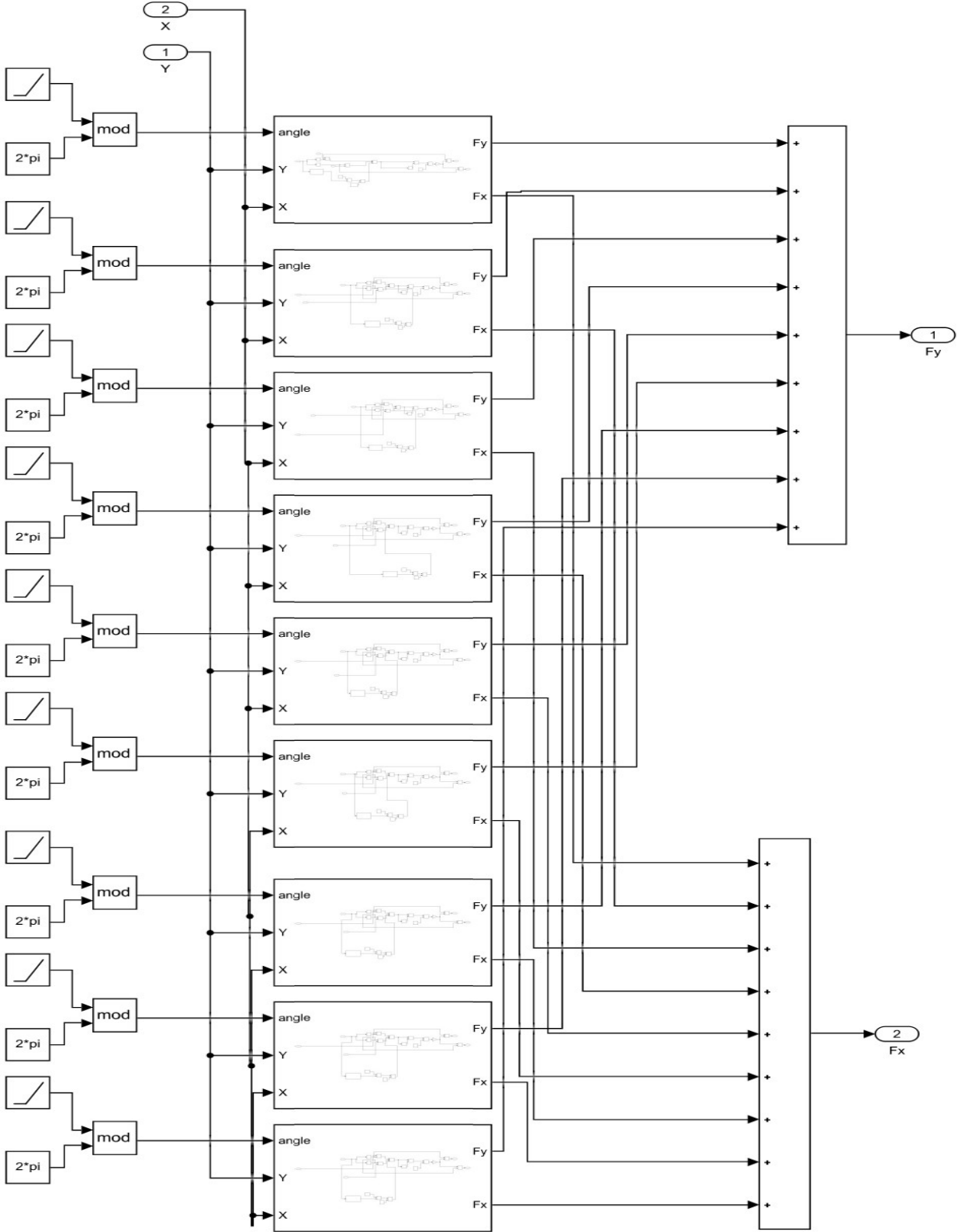
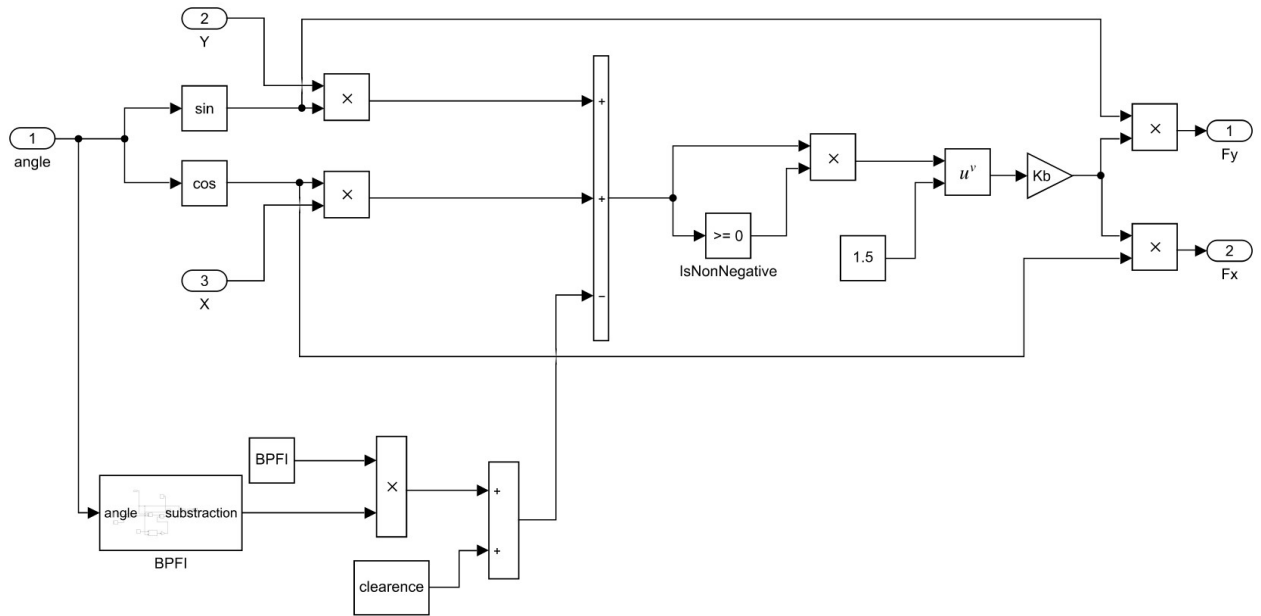
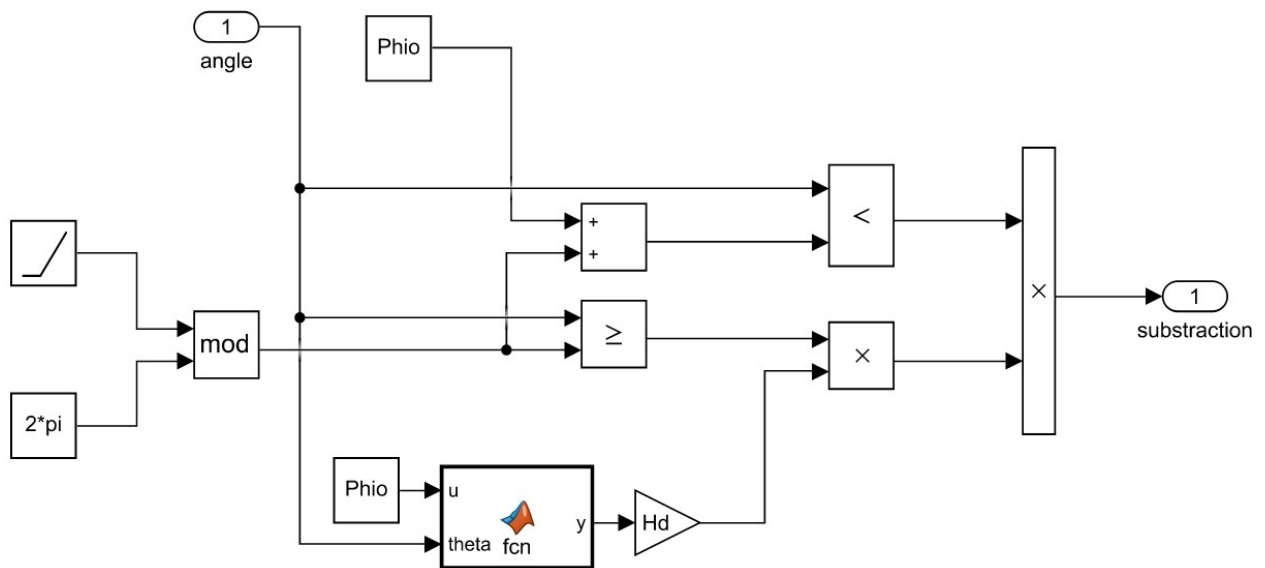


Figura 2.7: Modelado de la Fuerza de Contacto en X y Y



(a) Modelado de la perturbación en una de las bolas



(b) Modelado de una falla en carril interno

Figura 2.8: Modelado dinámico de una falla en carril interno visto desde una de las bolas

## 2.4. Procesamiento de Señal

Patil et al, presentan sus resultados a partir de 0.2 s para no tomar en cuenta la primera parte de la simulación, donde se rompe la inercia del sistema. Este proyecto empleó el mismo método, pero el tiempo de simulación fue de 3 s ya que demostró arrojar suficientes resultados en el menor tiempo de cómputo. Las respuestas vibratorias en el tiempo tuvieron la forma de señales de *Amplitud Modulada*, por lo que se empleó la técnica *Envelop Processing*, esta permite ver con más claridad el espectro de la señal

en 3 pasos (Matsushita et al., 2017):

- **Paso 1:** Filtrar la señal en un ancho de banda alejado de frecuencias bajas dominantes. El método más eficiente para determinar el ancho de Banda es mediante el empleo de la Kurtosis espectral (Antoni, 2004).
- **Paso 2:** Extraer la señal envolvente de la señal filtrada, empleando la *transformada de Hilbert*. La señal envolvente comprende las magnitudes instantáneas de los componentes complejos que salen de la transformada de Hilbert.
- **Paso 3:** Aplicar la *Transformada Rápida de Fourier* (FFT) a la señal envolvente para conocer su espectro.

### 2.4.1. Filtrado de señal

Para eliminar perturbaciones indeseables en la señal, se desarrolló un filtro digital, para filtrar solo el rango de frecuencia deseado. El filtro calcula la transformada de Fourier de la señal, luego reemplaza las magnitudes de las frecuencias no deseadas por ceros y calcula la transformada inversa de ese vector.

Sea la matriz de Fourier  $F$  de dimensión  $N \times N$  y su inversa  $F^{-1}$ , sean también las frecuencias de corte inferior y superior  $f_a$  y  $f_b$  respectivamente, se definen:

$$F = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & \varepsilon & \varepsilon^2 & \dots & \varepsilon^{N-1} \\ 1 & \varepsilon^2 & \varepsilon^4 & \dots & \varepsilon^{2(N-1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \varepsilon^{N-1} & \varepsilon^{2(N-1)} & \dots & \varepsilon^{(N-1)^2} \end{bmatrix} \quad F^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & \varepsilon^{-1} & \varepsilon^{-2} & \dots & \varepsilon^{-(N-1)} \\ 1 & \varepsilon^{-2} & \varepsilon^{-4} & \dots & \varepsilon^{-2(N-1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \varepsilon^{-(N-1)} & \varepsilon^{-2(N-1)} & \dots & \varepsilon^{-(N-1)^2} \end{bmatrix} \frac{1}{N}$$

donde cada elemento de la matriz es  $F_{jk} = \varepsilon^{jk}$ , con  $j$  y  $k = [0, 1, 2, \dots, N - 1]$  para las filas y columnas respectivamente. Además  $\varepsilon = e^{\frac{2\pi}{N}}$ . Entonces, el filtro digital primero multiplica la señal en el tiempo  $Y$  con la matriz  $F^{-1}$  dando como resultado un vector  $Z$  con las componentes de cada frecuencia.

$$\begin{bmatrix} Z_0 \\ Z_1 \\ Z_2 \\ \vdots \\ Z_{N-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_0 \\ Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_{N-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & \varepsilon^{-1} & \varepsilon^{-2} & \dots & \varepsilon^{-(N-1)} \\ 1 & \varepsilon^{-2} & \varepsilon^{-4} & \dots & \varepsilon^{-2(N-1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \varepsilon^{-(N-1)} & \varepsilon^{-2(N-1)} & \dots & \varepsilon^{-(N-1)^2} \end{bmatrix} \frac{1}{N}$$

A cada  $Z_j$  le corresponde un valor de frecuencias  $f_j \rightarrow \frac{Fs}{N}(j = 0, 1, 2, \dots, N - 1)$  con  $Fs$  equivalente a la frecuencia de muestreo (Strang, 2005). El filtro toma la primera mitad de

los elementos en los vectores  $Z_i$  y  $f_j \rightarrow j = 0, 1, 2, \dots, \lfloor \frac{N-1}{2} \rfloor$  para crear un vector lógico  $L$  tal que:

$$\begin{aligned} f_a \leq f_j \leq f_b &\implies L_j \equiv 1 \\ f_j \leq f_a \quad | \quad f_b \leq f_j &\implies L_j \equiv 0 \end{aligned} \quad (2.1)$$

Luego  $Z_j \equiv Z_j \cdot L_j \rightarrow j = 0, 1, 2, \dots, \lfloor \frac{N-1}{2} \rfloor$ . La función `flip.m` de matlab permite reflejar el nuevo vector  $Z$  para finalmente aplicarle la transformada inversa de Fourier y obtener la señal en el tiempo ya filtrada.

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & \varepsilon & \varepsilon^2 & \dots & \varepsilon^{N-1} \\ 1 & \varepsilon^2 & \varepsilon^4 & \dots & \varepsilon^{2(N-1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \varepsilon^{N-1} & \varepsilon^{2(N-1)} & \dots & \varepsilon^{(N-1)^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_0 \\ Z_1 \\ Z_2 \\ \vdots \\ Z_{N-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_0 \\ Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_{N-1} \end{bmatrix}$$

La Figura. 2.9 muestra el código en MATLAB 2016b para generar un filtro digital a base de la FFT.

```
function X2=Filtro_digital(X,fs,fa,fb)
S=X;n=length(X);
Sf=fft(S,n);
freq=(fs/n)*(0:n-1);
L=1:floor(n/2);
freq1 = freq(L);
indices = and(freq1 >= fa, freq1 <=fb ); indices=[indices , flip(indices)];
Sf2 = Sf.*indices';

X2 = ifft(Sf2);
end
```

Figura 2.9: Código del filtro digital (MATLAB 2016b)

## 2.4.2. Señal envolvente

Obtenida la señal filtrada se procedió a aplicar la transformada de Hilbert sobre la señal, esta última es una manipulación de la Transformada de Fourier que separa los componentes modulados tanto de amplitud como de frecuencia, de manera que puedan ser visualizados en una escala de tiempo. Sea  $Y$  la señal filtrada del paso anterior,  $F_s$  su frecuencia de muestreo,  $Z$  su transformada de Fourier,  $F$  y  $F^{-1}$  la matriz de Fourier y su inversa, entonces:

$$\begin{bmatrix} Z_0 \\ Z_1 \\ Z_2 \\ \vdots \\ Z_{N-1} \end{bmatrix} = Y \cdot F^{-1} \quad (2.2)$$

Se divide el vector  $Z$  para identificar las frecuencias positivas (todas antes de la frecuencia de Nyquist ( $0,5F_s$ , exceptuando la frecuencia 0 Hz). Si  $N$  es par, entonces aplica la Eq. 2.3, caso contrario se aplica la Eq. 2.4.

$$\begin{aligned} 2 \leq j \leq \frac{N}{2} &\implies Z_j \equiv 2 \cdot Z_j \\ \frac{N}{2} + 1 < j \leq N &\implies Z_j \equiv 0 \cdot Z_j \end{aligned} \quad (2.3)$$

$$\begin{aligned} 2 \leq j \leq \left\lceil \frac{N}{2} \right\rceil &\implies Z_j \equiv 2 \cdot Z_j \\ \left\lceil \frac{N}{2} \right\rceil + 1 \leq j \leq N &\implies Z_j \equiv 0 \cdot Z_j \end{aligned} \quad (2.4)$$

Finalmente se calcula la transformada inversa de Fourier del vector  $Z$  y se obtiene la señal envolvente de la señal filtrada  $F \cdot Z = Y$ . Los elementos del vector  $Y$  son todos complejos, por lo que se debe calcular la magnitud de cada elemento. Todo este proceso se realiza utilizando la función `hilbert.m` disponible en MATLAB (Cohen, 2017).

### 2.4.3. Transformada rápida de Fourier

El siguiente paso es calcular la FFT de la envolvente y es aquí que se obtiene la señal en forma tal que permite identificar el tipo de falla asociado. Sea  $Z$  el espectro de la señal envolvente antes calculada con frecuencia de muestreo  $F_s$  y frecuencia  $f$  entonces para poder observar la información

$$\begin{aligned} Z_j &\equiv \frac{2}{N} \sqrt{Z_j \cdot \overline{Z_j}} & j = 0, 1, 2, \dots, \frac{N-1}{2} \\ f_j &\equiv \frac{F_s \cdot j}{N} & j = 0, 1, 2, \dots, \frac{N-1}{2} \end{aligned} \quad (2.5)$$

### 2.4.4. Modelado de Fallas

En esta subsección se presentan las ecuaciones para modelar los diferentes tipos de falla. Todos tienen forma de función escalón, sin embargo algunos autores recomiendan suavizar dichas curvas para minimizar errores de exactitud.

- **Falla en el carril externo:** Patil et al, propone que la falla sea modelada como una función por tramos y que la perturbación aparezca en el sistema progresivamente con una función seno (Patil et al., 2010)

$$cd = \begin{cases} Hd \sin\left(\frac{\pi(\theta_j - \theta_d)}{\Phi}\right) & \theta_d < \theta_j < \theta_d + \Phi \\ 0 & \text{el resto} \end{cases} \quad (2.6)$$

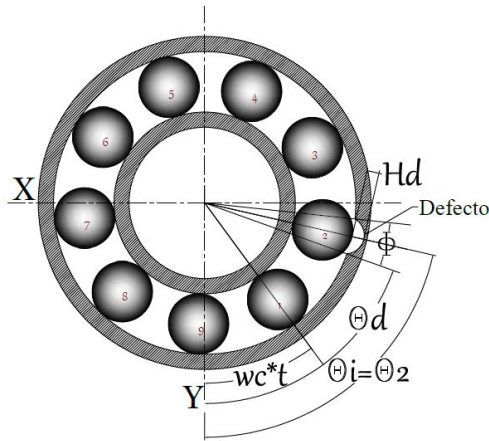


Figura 2.10: Rodamiento con falla en la pista externa

Donde  $Hd$  es la profundidad del defecto en la carrera,  $\Phi$  es el ángulo radial que contiene al defecto y  $\theta_d$  es el ángulo desde el eje de referencia vertical hasta el inicio del defecto. Al tener en cuenta la consideración  $\theta_d < \theta_j < \theta_d + \Phi$  se asegura que el factor  $cd$  sólo actúe cuando cualquiera de las bolas este pasando sobre la zona afectada.

- Falla en la carrera interna:** La falla en la carrera interna se encuentra fija al eje, rotando a su misma velocidad. Por ello, ahora  $\theta_d$  dependerá del tiempo y es equivalente a:

$$\theta_d = W_s t + \psi, \quad (2.7)$$

Donde  $W_s$  es la velocidad angular del eje y  $\psi$  representa la posición inicial del defecto respecto al eje de referencia vertical. Finalmente  $cd$  se define por:

$$cd = \begin{cases} Hd & \theta_d < \theta_j < \theta_d + \Phi \\ 0 & \text{el resto} \end{cases} \quad (2.8)$$

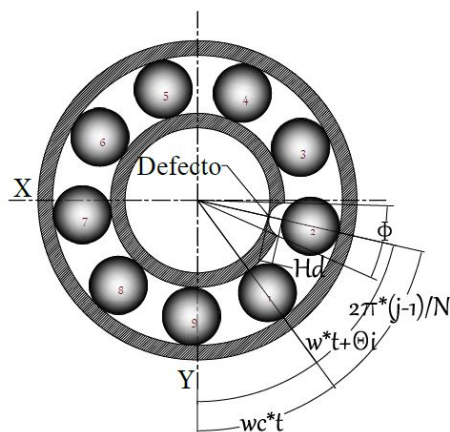


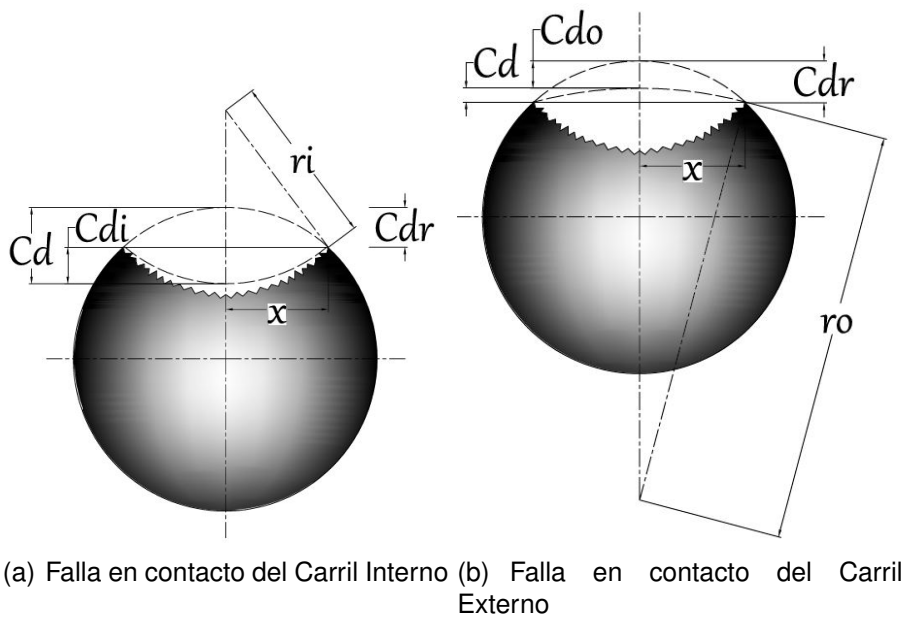
Figura 2.11: Rodamiento con falla en la pista interna



- **Falla en un elemento rodante:** La velocidad rotacional de la bola depende tanto de la geometría del rodamiento como de la velocidad del eje y se define por:

$$W_{sp} = \frac{W_s D}{2d} \left( 1 - \left( \frac{d}{D} \right)^2 \right) \quad (2.9)$$

La cantidad  $cd$  cambia dependiendo de si la falla está tocando el carril interno o el carril externo. Es normal esperar que la pérdida de contacto sea mayor cuando la falla toca el carril interno que cuando toca el carril externo, como se muestra en la Figura 2.12 (Sawalhi and Randall, 2008).



**Figura 2.12: Diagramas de falla en elemento rodante**

$$\Phi_s = W_{sp} t \quad (2.10)$$

$$Cd_i = r_i - \sqrt{r_i^2 - x^2} \quad (2.11)$$

$$Cd_o = r_o - \sqrt{r_o^2 - x^2} \quad (2.12)$$

$$Cd_r = \frac{d}{2} - \sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 - x^2} \quad (2.13)$$

$$\Delta\Phi_o = \frac{2x}{r_o} \quad (2.14)$$

$$\Delta\Phi_i = \frac{2x}{r_i} \quad (2.15)$$

Por otro lado, el procedimiento de cálculo de todos los parámetros necesarios para modelar la perturbación causada por un defecto de una de las bolas del rodamiento

está dado por:

$$cd = \begin{cases} Cd_r - Cd_o & 0 < \Phi_s < \Delta\Phi_0 \\ Cd_r + Cdi & \pi < \Phi_s < \pi + \Delta\Phi_i \\ 0 & \text{el resto} \end{cases} \quad (2.16)$$

Las ecuaciones Eq. 2.8 y Eq. 2.16 deben manipularse para evitar que tengan forma de una función escalón, como lo indican Sawalhi y Randall, por ello se modeló  $Hd$  como el valor máximo de una función polinomial, empleando la función `polyval.m` y `polyfit.m`.

## 2.5. Algoritmo de reconocimiento

Analizando las señales de aceleración en el dominio del tiempo, se emplearon factores estadísticos como características de las señales para llevar a cabo el entrenamiento del modelo. Con este objetivo, se crearon un total de 1204 señales para así tener un banco de señales para el entrenamiento del algoritmo: 301 señales para un rodamiento sin falla, 301 señales para un rodamiento con falla en la carrera externa, 301 señales para un rodamiento con falla en la carrera interna, y 301 señales para un rodamiento con falla en bola. Cada una de las señales fueron obtenidas bajo diferentes condiciones y será analizada en el intervalo de tiempo entre 0.2 y 3 s. Todas las señales son simuladas para una velocidad angular entre los 5 y 20 Hz, también se ha variado aleatoriamente los valores de profundidad y longitud de falla en los rangos de 0.5-1.5 mm y 1.5-3.5 mm respectivamente. En las Tablas 4.1, 4.2, 4.3, y 4.4 se detallan las distintas señales obtenidas bajo diferentes parámetros. Se ha asignado un código alfanumérico a cada tipo de simulación: a las simulaciones de falla en carrera externa, la letra "A"; las simulaciones de falla en carrera interna, la letra "B"; las simulaciones de falla en rodamiento, la letra "C"; y las simulaciones de un rodamiento nuevo o sin falla, la letra "N".

### 2.5.1. Extracción de características

Obtenido un banco de datos se procede a extraer las distintas características presentes en cada una de las señales, con el propósito de que estas difieran unas de otras, bajo los distintos parámetros en los que fueron tomadas. Luego, se enuncian las distintas características obtenidas. Cabe recalcar que a lo largo de este trabajo se ha considerado la variable  $N$  como el número de bolas en el rodamiento, para esta sección el  $N$  será el número de muestras de la señal.

**Tabla 2.3: Ecuaciones de las características extraídas en las señales procesadas**

Ecuación	Descripción
$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N} \quad (2.17)$	<p><b>Promedio:</b> Se obtuvo el valor promedio de aceleración en cada una de las muestras.</p>
$RMS = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i^2} \quad (2.18)$	<p><b>RMS:</b> Es el segundo momento estadístico normalizado, representa el nivel de energía en un señal de vibración (Yang et al., 2019).</p>
$Kurt = \frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^4}{(RMS)^4} \quad (2.19)$	<p><b>Kurtosis:</b> Es el cuarto momento estadístico estandarizado de una señal, este puede ser utilizado para analizar la distribución de las amplitudes de vibración en una señal (Yang et al., 2019).</p>
$FF = \frac{RMS}{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N  x_i } \quad (2.20)$	<p><b>Factor de Forma:</b> Es la relación entre el valor RMS de la señal obtenido en la ecuación. 2.18 y el promedio de el valor absoluto de los valores de la señal (Caesarendra and Tjahjowidodo, 2017).</p>
$a_{pico} = \max x_i  \quad (2.21)$	<p><b>Pico:</b> se identificó el punto máximo de aceleración que alcanza la señal en el intervalo de 0.2 a 3 segundos.</p>
$FC = \frac{a_{pico}}{RMS} \quad (2.22)$	<p><b>Factor de Cresta:</b> Permite evaluar la magnitud del impacto en señal a medida que el los elementos rodantes pasan por las carreras ya sea interna o externa, indica que tan extremos son los picos en una señal (Yang et al., 2019). Es la relación entre el pico más alto de aceleración con el valor RMS de la señal que es previamente calculado en la ecuación 2.18 (Caesarendra and Tjahjowidodo, 2017).</p>
$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2} \quad (2.23)$	<p><b>Desviación Estándar:</b> Indica que tan separados se encuentran los datos de la media. En una señal de vibración es un indicador de la cantidad de energía que hay en la señal (Kankar et al., 2011).</p>
$var = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{(N - 1)\sigma^2} \quad (2.24)$	<p><b>Varianza:</b> este valor permite medir la la dispersión de la señal tomando como referencia el valor promedio de la señal que en este caso es la aceleración (Caesarendra and Tjahjowidodo, 2017).</p>
$Sk = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^3}{(N - 1)\sigma^3} \quad (2.25)$	<p><b>Asimetría:</b> este factor nos permite cuantificar que tan asimétrica es nuestra señal (Caesarendra and Tjahjowidodo, 2017).</p>

$$\text{Rango} = \max(x_i) - \min(x_i) \quad (2.26)$$

**Rango:** en este factor se hace referencia a la diferencia entre el mayor valor de la señal con el menor (Kankar et al., 2011).

$$E = \frac{F_s}{N} \sum_{k=1}^N |X(f_k)|^2 \quad (2.27)$$

**Energía espectral:** La energía de una señal puede calcularse a partir de sus componentes complejos de la FFT (Preece et al., 2009). Sea  $X(f_k)$  de tamaño  $N$ , el vector complejo de la FFT de una señal en el tiempo  $x(n)$ , cuya frecuencia de muestreo es  $F_s$ .

$$P(f_k) = \frac{PSD(f_k)}{\sum_{k=1}^N PSD(f_k)}, \quad (2.28)$$

**Entropía espectral:** Es un indicador estadístico empleado en el dominio de la frecuencia (Sharma and Parey, 2016). De acuerdo a Sharma y Parey, se calcula con el poder espectral de la FFT. Sea  $X(f_k)$  de tamaño  $N$ , el vector complejo de la FFT de una señal en el tiempo  $x(n)$ . El poder espectral de  $X(f_k)$  es  $|X(f_k)|^2 = PSD(f_k)$  el cual debe ser convertido en una función de probabilidad  $P(f_k)$  cuya entropía espectral normalizada es  $H$ .

$$H = \frac{-\sum_{k=1}^N P(f_k) \log_2(P(f_k))}{\log_2(N)}. \quad (2.29)$$

Eq. 2.17

**Amplitud Promedio de frecuencia:** Se tomaron todos los valores de amplitud de frecuencia, y se calculó un valor promedio mediante la ecuación 2.17.

Eq. 2.18

**RMSF:** Se calculó el valor RMS a partir de los valores de frecuencia extraídos de las distintas señales.

**Magnitud de los 5 máximos componente de la FFT**

Obtenidas las distintas características para todas las señales, se procedió a elaborar un vector de entrenamiento con cada una de las muestras. Esto permite entrenar el modelo para que aprenda a identificar las diferencia en cuanto la señales para cada uno de los cuatro casos que se desean analizar en este estudio.

## 2.5.2. Aprendizaje de Máquina

Para el algoritmo clasificador se escogió máquina de soporte de vectores (SUPPORT-VECTORS-MACHINE), implementado en MATLAB (MATLAB2016b). Primero se organizaron todas las características en formato tabla en MATLAB para luego hacer uso de la funcionalidad de la plataforma y realizar los cálculos.

```
inputTable = trainingData;
predictorNames = {'KURTOSIS', 'WS', 'MEAN', 'RMS', 'SHAPE_FACTOR', 'ENERGIA', 'ENTROPIA', 'PICC'};
predictors = inputTable(:, predictorNames);
response = inputTable.CHARACTERISTIC;
```

**Figura 2.13: Comandos para la elaboración del modelo clasificador (MATLAB 2016b.)**

En la Figura 2.13 se listan los primeros pasos a realizar por el algoritmo clasificador,

aquí la información de la tabla de características que se llevó a cabo previamente es obtenida. También en este paso se especificaron cuáles datos de la tabla son los que se usarían como factores de predicción y que datos son los que se desearían tener como respuesta. Se ingresaron los factores de predicción, que incluyeron a todas las características extraídas de la señal, y se eligió como respuesta del modelo el tipo de falla, ya sea en carrera interna (FCI), en carrera externa (FCE), en bola (FeB), o sin falla (RSF). Luego se elaboró el algoritmo del modelo clasificador. La función principal que creó el modelo fue `fitcsvm.m`, o `fitcecoc.m`. Es importante mencionar que la primera función sirve para un clasificador de exactamente dos clases, mientras que la segunda permite elaborar modelos para más de dos clases. Por esta razón, se eligió la segunda (`fitcecoc.m`) ya que el presente estudio consideró cuatro clases (FCE, FCI, FeB, y RSF).

```
template = templateSVM(...
    'KernelFunction', 'linear', ...
    'PolynomialOrder', [], ...
    'KernelScale', 'auto', ...
    'BoxConstraint', 1, ...
    'Standardize', true);
classificationSVM = fitcecoc(...
    predictors, ...
    response, ...
    'Learners', template, ...
    'Coding', 'onevsone', ...
    'ClassNames', ['F' 'C' 'E'; 'F' 'C' 'I'; 'F' 'e' 'B'; 'R' 'S' 'F']);
```

**Figura 2.14: Comandos para la elaboración del modelo clasificador (MATLAB 2016b.)**

En la Fig. 2.14 se muestra cómo primero hay que definir los parámetros de funcionamiento del modelo, entre los cuales se destaca un Kernel lineal, lo cual quiere decir que los hiper planos que separan las características son de carácter lineal, como se mencionó en el Capítulo 1. Se emplea la función `fitcecoc.m` para más de dos clases, donde se insertan los factores de predicción o características extraídas de las señales junto con las clases a las que corresponden, es decir a qué clase pertenece cada señal. Es importante aclarar que el modo de comparación será `onevsone.m`, esto quiere decir que se compara una clase con otra a la vez. Con esto, MATLAB tiene las herramientas necesarias para crear el modelo sin embargo se desconoce la veracidad del clasificador. Por lo tanto es importante que al realizar el modelo, se lleve a cabo una validación cruzada de doblez 5 (*5-fold cross validation*), que consiste en dividir todas las muestras en 5 grupos aleatorios, de los cuales MATLAB tomará 4 grupos para entrenar el modelo mientras que el quinto grupo restante será una analizado como datos desconocidos que necesitan ser clasificados. Las funciones requeridas para realizar esta tarea se muestran en el código de la Figura 2.15.

```

partitionedModel = crossval(trainedClassifier.ClassificationSVM, 'KFold', 5);

[validationPredictions, validationScores] = kfoldPredict(partitionedModel);

validationAccuracy = 1 - kfoldLoss(partitionedModel, 'LossFun', 'ClassifError');

```

**Figura 2.15: Comandos para la elaboración del modelo clasificador (MATLAB 2016b.)**

Existe otra funcionalidad en MATLAB llamada *Classification Learner*, en la cual se ingresa directamente la tabla con las características de las señales y el programa genera el modelo de acuerdo a los parámetros que se elija sin necesidad de escribir un algoritmo. Adicionalmente para analizar la validez del modelo se analizaron las distintas métricas del aprendizaje de maquina que permitirán medir la eficacia del algoritmo clasificador.

**Tabla 2.4: Métricas del aprendizaje de máquina**

Ecuación	Descripción
$Ac = \frac{P_c}{P} \quad (2.30)$	<p><b>Exactitud:</b> Métrica que establece la relación entre el número de predicciones correctas y el total de predicciones, donde <math>P_c</math> es la cantidad de predicciones correctas y <math>P</math> el total de predicciones.</p>
$Pr(i) = \frac{PV(i)}{PV(i) + PF(i)} \quad (2.31)$	<p><b>Precisión:</b> Métrica aplicada a cada una de clases, que permite analizar la precisión del clasificador en cada una de las clases, donde <math>PF(i)</math> son los falsos positivos y <math>PV(i)</math> son los verdaderos positivos para una determinada clases <math>i</math>.</p>
$Re(i) = \frac{PV(i)}{PV(i) + NF(i)} \quad (2.32)$	<p><b>Sensibilidad:</b> Fracción de muestras que han sido predichas correctamente, donde <math>NF(i)</math> es la cantidad de falsos negativos para una determinada clase.</p>
$F1(i) = \frac{2 * Pr(i) * Re(i)}{Pr(i) + Re(i)} \quad (2.33)$	<p><b>Valor F1:</b> Esta métrica combina precisión con el <i>recall</i>, se la considera como el promedio armónico de ambos.</p>

### 2.5.3. Validación del Modelo

A pesar de que se ha aplicado una validación cruzada para comprobar el clasificador, se considera que esto no es una validación lo suficientemente grande como para probar la veracidad del modelo desarrollado en el presente estudio. Por lo tanto se realizará un total de 20 señales con parámetros totalmente diferentes a las que se usaron como entrenamiento del modelo. Estas señales se ingresaron con el propósito de obtener una predicción realizada por el modelo. Una vez obtenida la predicción se compara con las verdaderas clases de las señales. A continuación se muestran las diferentes señales utilizadas para la validación del clasificador.

**Tabla 2.5: Parámetros de las distintas señales que se usaron para validar el modelo clasificador**

<b>Id</b>	<b>Parámetro</b>	<b>Magnitud</b>	<b>Id</b>	<b>Parámetro</b>	<b>Magnitud</b>
P1 FCE	$M_p$	12,638 Kg	P2 FCI	$M_p$	12,638 Kg
	$M_r$	1,0 Kg		$M_r$	1,0 Kg
	$M_s$	6,238 Kg		$M_s$	6,238 Kg
	$C$	451N · s/m		$C$	451N · s/m
	$C_p$	2210,7N · s/m		$C_p$	2210,7N · s/m
	$C_s$	1376,8N · s/m		$C_s$	1376,8N · s/m
	$K$	$10^6$ N/m		$K$	$10^6$ N/m
	$K_s$	$1,89 \times 10^{10}$ N/m		$K_s$	$1,89 \times 10^{10}$ N/m
	$K_p$	$1,51 \times 10^6$ N/m		$K_p$	$1,51 \times 10^6$ N/m
	$cl$	$11 \times 10^{-6}$ m		$cl$	$11 \times 10^{-6}$ m
	$d$	$7,94 \times 10^{-3}$ m		$d$	$7,94 \times 10^{-3}$ m
	$D$	$39,32 \times 10^{-3}$ m		$D$	$39,32 \times 10^{-3}$ m
	$W_s$	7,5 Rev/s		$W_s$	10,5 Rev/s
	$Long$	2,75 mm		$Long$	3,25 mm
$Hd$	1 mm	$Hd$	0,75 mm		
$N$	9	$N$	9		
P3 FeB	$M_p$	12,638 Kg	P4 RSF	$M_p$	12,638 Kg
	$M_r$	1,0 Kg		$M_r$	1,0 Kg
	$M_s$	6,238 Kg		$M_s$	6,238 Kg
	$C$	451N · s/m		$C$	451N · s/m
	$C_p$	2210,7N · s/m		$C_p$	2210,7N · s/m
	$C_s$	1376,8N · s/m		$C_s$	1376,8N · s/m
	$K$	$10^6$ N/m		$K$	$10^6$ N/m
	$K_s$	$1,89 \times 10^{10}$ N/m		$K_s$	$1,89 \times 10^{10}$ N/m
	$K_p$	$1,51 \times 10^6$ N/m		$K_p$	$1,51 \times 10^6$ N/m
	$cl$	$11 \times 10^{-6}$ m		$cl$	$11 \times 10^{-6}$ m
	$d$	$7,94 \times 10^{-3}$ m		$d$	$7,94 \times 10^{-3}$ m
	$D$	$39,32 \times 10^{-3}$ m		$D$	$39,32 \times 10^{-3}$ m
	$W_s$	7 Rev/s		$W_s$	10,5 Rev/s
	$Long$	1,25 mm		$Long$	...
$Hd$	1 mm	$Hd$	...		
$N$	9	$N$	9		
P5 FCE	$M_p$	12,638 Kg	P6 FCI	$M_p$	12,638 Kg
	$M_r$	1,0 Kg		$M_r$	1,0 Kg
	$M_s$	6,238 Kg		$M_s$	6,238 Kg
	$C$	451N · s/m		$C$	451N · s/m
	$C_p$	2210,7N · s/m		$C_p$	2210,7N · s/m
	$C_s$	1376,8N · s/m		$C_s$	1376,8N · s/m
	$K$	$10^6$ N/m		$K$	$10^6$ N/m
	$K_s$	$1,89 \times 10^{10}$ N/m		$K_s$	$1,89 \times 10^{10}$ N/m
	$K_p$	$1,51 \times 10^6$ N/m		$K_p$	$1,51 \times 10^6$ N/m
	$cl$	$11 \times 10^{-6}$ m		$cl$	$11 \times 10^{-6}$ m
	$d$	$7,94 \times 10^{-3}$ m		$d$	$7,94 \times 10^{-3}$ m
	$D$	$39,32 \times 10^{-3}$ m		$D$	$39,32 \times 10^{-3}$ m
	$W_s$	17 Rev/s		$W_s$	7,5 Rev/s
	$Long$	2,5 mm		$Long$	2,75 mm
$Hd$	0,75 mm	$Hd$	1,25 mm		
$N$	9	$N$	9		
	$M_p$	12,638 Kg		$M_p$	12,638 Kg
	$M_r$	1,0 Kg		$M_r$	1,0 Kg
	$M_s$	6,238 Kg		$M_s$	6,238 Kg
	$C$	451N · s/m		$C$	451N · s/m
	$C_p$	2210,7N · s/m		$C_p$	2210,7N · s/m
	$C_s$	1376,8N · s/m		$C_s$	1376,8N · s/m

P7 FeB	$K$	$10^6 \text{ N/m}$	P8 RSF	$K$	$10^6 \text{ N/m}$
	$K_s$	$1,89 \times 10^{10} \text{ N/m}$		$K_s$	$1,89 \times 10^{10} \text{ N/m}$
	$K_p$	$1,51 \times 10^6 \text{ N/m}$		$K_p$	$1,51 \times 10^6 \text{ N/m}$
	$cl$	$11 \times 10^{-6} \text{ m}$		$cl$	$11 \times 10^{-6} \text{ m}$
	$d$	$7,94 \times 10^{-3} \text{ m}$		$d$	$7,94 \times 10^{-3} \text{ m}$
	$D$	$39,32 \times 10^{-3} \text{ m}$		$D$	$39,32 \times 10^{-3} \text{ m}$
	$W_s$	$9 \text{ Rev/s}$		$W_s$	$12,5 \text{ Rev/s}$
	$Long$	$1,25 \text{ mm}$		$Long$	$\dots$
	$Hd$	$0,75 \text{ mm}$		$Hd$	$\dots$
	$N$	$9$		$N$	$9$
P9 FCE	$M_p$	$12,638 \text{ Kg}$	P10 FCI	$M_p$	$12,638 \text{ Kg}$
	$M_r$	$1,0 \text{ Kg}$		$M_r$	$1,0 \text{ Kg}$
	$M_s$	$6,238 \text{ Kg}$		$M_s$	$6,238 \text{ Kg}$
	$C$	$451 \text{ N} \cdot \text{s/m}$		$C$	$451 \text{ N} \cdot \text{s/m}$
	$C_p$	$2210,7 \text{ N} \cdot \text{s/m}$		$C_p$	$2210,7 \text{ N} \cdot \text{s/m}$
	$C_s$	$1376,8 \text{ N} \cdot \text{s/m}$		$C_s$	$1376,8 \text{ N} \cdot \text{s/m}$
	$K$	$10^6 \text{ N/m}$		$K$	$10^6 \text{ N/m}$
	$K_s$	$1,89 \times 10^{10} \text{ N/m}$		$K_s$	$1,89 \times 10^{10} \text{ N/m}$
	$K_p$	$1,51 \times 10^6 \text{ N/m}$		$K_p$	$1,51 \times 10^6 \text{ N/m}$
	$cl$	$11 \times 10^{-6} \text{ m}$		$cl$	$11 \times 10^{-6} \text{ m}$
	$d$	$7,94 \times 10^{-3} \text{ m}$		$d$	$7,94 \times 10^{-3} \text{ m}$
$D$	$39,32 \times 10^{-3} \text{ m}$	$D$	$39,32 \times 10^{-3} \text{ m}$		
$W_s$	$15 \text{ Rev/s}$	$W_s$	$16,5 \text{ Rev/s}$		
$Long$	$3 \text{ mm}$	$Long$	$3,25 \text{ mm}$		
	$Hd$	$1 \text{ mm}$		$Hd$	$1,25 \text{ mm}$
	$N$	$9$		$N$	$9$
P11 FeB	$M_p$	$12,638 \text{ Kg}$	P12 RSF	$M_p$	$12,638 \text{ Kg}$
	$M_r$	$1,0 \text{ Kg}$		$M_r$	$1,0 \text{ Kg}$
	$M_s$	$6,238 \text{ Kg}$		$M_s$	$6,238 \text{ Kg}$
	$C$	$451 \text{ N} \cdot \text{s/m}$		$C$	$451 \text{ N} \cdot \text{s/m}$
	$C_p$	$2210,7 \text{ N} \cdot \text{s/m}$		$C_p$	$2210,7 \text{ N} \cdot \text{s/m}$
	$C_s$	$1376,8 \text{ N} \cdot \text{s/m}$		$C_s$	$1376,8 \text{ N} \cdot \text{s/m}$
	$K$	$10^6 \text{ N/m}$		$K$	$10^6 \text{ N/m}$
	$K_s$	$1,89 \times 10^{10} \text{ N/m}$		$K_s$	$1,89 \times 10^{10} \text{ N/m}$
	$K_p$	$1,51 \times 10^6 \text{ N/m}$		$K_p$	$1,51 \times 10^6 \text{ N/m}$
	$cl$	$11 \times 10^{-6} \text{ m}$		$cl$	$11 \times 10^{-6} \text{ m}$
	$d$	$7,94 \times 10^{-3} \text{ m}$		$d$	$7,94 \times 10^{-3} \text{ m}$
$D$	$39,32 \times 10^{-3} \text{ m}$	$D$	$39,32 \times 10^{-3} \text{ m}$		
$W_s$	$20 \text{ Rev/s}$	$W_s$	$13,5 \text{ Rev/s}$		
$Long$	$0,75 \text{ mm}$	$Long$	$\dots$		
	$Hd$	$0,75 \text{ mm}$		$Hd$	$\dots$
	$N$	$9$		$N$	$9$
P13 FCE	$M_p$	$12,638 \text{ Kg}$	P14 FCI	$M_p$	$12,638 \text{ Kg}$
	$M_r$	$1,0 \text{ Kg}$		$M_r$	$1,0 \text{ Kg}$
	$M_s$	$6,238 \text{ Kg}$		$M_s$	$6,238 \text{ Kg}$
	$C$	$451 \text{ N} \cdot \text{s/m}$		$C$	$451 \text{ N} \cdot \text{s/m}$
	$C_p$	$2210,7 \text{ N} \cdot \text{s/m}$		$C_p$	$2210,7 \text{ N} \cdot \text{s/m}$
	$C_s$	$1376,8 \text{ N} \cdot \text{s/m}$		$C_s$	$1376,8 \text{ N} \cdot \text{s/m}$
	$K$	$10^6 \text{ N/m}$		$K$	$10^6 \text{ N/m}$
	$K_s$	$1,89 \times 10^{10} \text{ N/m}$		$K_s$	$1,89 \times 10^{10} \text{ N/m}$
	$K_p$	$1,51 \times 10^6 \text{ N/m}$		$K_p$	$1,51 \times 10^6 \text{ N/m}$
	$cl$	$11 \times 10^{-6} \text{ m}$		$cl$	$11 \times 10^{-6} \text{ m}$
	$d$	$7,94 \times 10^{-3} \text{ m}$		$d$	$7,94 \times 10^{-3} \text{ m}$
$D$	$39,32 \times 10^{-3} \text{ m}$	$D$	$39,32 \times 10^{-3} \text{ m}$		
$W_s$	$9 \text{ Rev/s}$	$W_s$	$11,5 \text{ Rev/s}$		
$Long$	$2,5 \text{ mm}$	$Long$	$2,75 \text{ mm}$		
	$Hd$	$1,25 \text{ mm}$		$Hd$	$1,25 \text{ mm}$
	$N$	$9$		$N$	$9$
	$M_p$	$12,638 \text{ Kg}$		$M_p$	$12,638 \text{ Kg}$
	$M_r$	$1,0 \text{ Kg}$		$M_r$	$1,0 \text{ Kg}$
	$M_s$	$6,238 \text{ Kg}$		$M_s$	$6,238 \text{ Kg}$



P15 FeB	$C$	451N · s/m	P16 RSF	$C$	451N · s/m
	$C_p$	2210,7N · s/m		$C_p$	2210,7N · s/m
	$C_s$	1376,8N · s/m		$C_s$	1376,8N · s/m
	$K$	$10^6$ N/m		$K$	$10^6$ N/m
	$K_s$	$1,89 \times 10^{10}$ N/m		$K_s$	$1,89 \times 10^{10}$ N/m
	$K_p$	$1,51 \times 10^6$ N/m		$K_p$	$1,51 \times 10^6$ N/m
	$cl$	$11 \times 10^{-6}$ m		$cl$	$11 \times 10^{-6}$ m
	$d$	$7,94 \times 10^{-3}$ m		$d$	$7,94 \times 10^{-3}$ m
	$D$	$39,32 \times 10^{-3}$ m		$D$	$39,32 \times 10^{-3}$ m
	$W_s$	19 Rev/s		$W_s$	14,5 Rev/s
$Long$	1,25 mm	$Long$	...		
$Hd$	0,75 mm	$Hd$	...		
$N$	9	$N$	9		
P17 FCE	$M_p$	12,638 Kg	P18 FCI	$M_p$	12,638 Kg
	$M_r$	1,0 Kg		$M_r$	1,0 Kg
	$M_s$	6,238 Kg		$M_s$	6,238 Kg
	$C$	451N · s/m		$C$	451N · s/m
	$C_p$	2210,7N · s/m		$C_p$	2210,7N · s/m
	$C_s$	1376,8N · s/m		$C_s$	1376,8N · s/m
	$K$	$10^6$ N/m		$K$	$10^6$ N/m
	$K_s$	$1,89 \times 10^{10}$ N/m		$K_s$	$1,89 \times 10^{10}$ N/m
	$K_p$	$1,51 \times 10^6$ N/m		$K_p$	$1,51 \times 10^6$ N/m
	$cl$	$11 \times 10^{-6}$ m		$cl$	$11 \times 10^{-6}$ m
$d$	$7,94 \times 10^{-3}$ m	$d$	$7,94 \times 10^{-3}$ m		
$D$	$39,32 \times 10^{-3}$ m	$D$	$39,32 \times 10^{-3}$ m		
$W_s$	12 Rev/s	$W_s$	18,5 Rev/s		
$Long$	3,25 mm	$Long$	3,25 mm		
$Hd$	0,75 mm	$Hd$	1,5 mm		
$N$	9	$N$	9		
P19 FeB	$M_p$	12,638 Kg	P20 RSF	$M_p$	12,638 Kg
	$M_r$	1,0 Kg		$M_r$	1,0 Kg
	$M_s$	6,238 Kg		$M_s$	6,238 Kg
	$C$	451N · s/m		$C$	451N · s/m
	$C_p$	2210,7N · s/m		$C_p$	2210,7N · s/m
	$C_s$	1376,8N · s/m		$C_s$	1376,8N · s/m
	$K$	$10^6$ N/m		$K$	$10^6$ N/m
	$K_s$	$1,89 \times 10^{10}$ N/m		$K_s$	$1,89 \times 10^{10}$ N/m
	$K_p$	$1,51 \times 10^6$ N/m		$K_p$	$1,51 \times 10^6$ N/m
	$cl$	$11 \times 10^{-6}$ m		$cl$	$11 \times 10^{-6}$ m
$d$	$7,94 \times 10^{-3}$ m	$d$	$7,94 \times 10^{-3}$ m		
$D$	$39,32 \times 10^{-3}$ m	$D$	$39,32 \times 10^{-3}$ m		
$W_s$	15 Rev/s	$W_s$	16,5 Rev/s		
$Long$	1,25 mm	$Long$	...		
$Hd$	0,5 mm	$Hd$	...		
$N$	9	$N$	9		

Una vez obtenidas todas las señales, se procede a sacar cada una de sus características de la misma forma que se hizo con el banco de señales para el entrenamiento del modelo. A diferencia del caso de entrenamiento esta vez no se especificará la clase a la que pertenecen cada una de las señales; sin embargo, esta información se almacena para su uso posterior. Con la ayuda de la función `predict(modelo,NuevasCaracterísticas)` de MATLAB se ingresará la nueva gama de características obtenidas de las señales de la Tabla 2.5 de modo que la función no arroja un vector con todas las predicciones realizadas por nuestro modelo, pues de esta forma se comparan los resultados con la información conocida.

# CAPÍTULO 3

## 3. RESULTADOS Y ANÁLISIS

En este capítulo se documentan las señales obtenidas por el sistema dinámico desarrollado en Simulink, las respuestas en el dominio de la frecuencia y los resultados de validación del algoritmo desarrollados en el **CAPÍTULO 2**.

El cálculo de las frecuencias excitadas para cada tipo de falla se resume en la La Tabla. 3.1.

**Tabla 3.1: Frecuencias de excitación en elementos rodantes**

Frecuencia	Ecuación
Frecuencia fundamental de tren Defectos en la jaula o movimiento indebido	$FTF = \left(\frac{f_s}{2}\right) \left(1 - \frac{d}{D}\right)$
Frecuencia de deterioro de la pista exterior Defecto en carril externo	$BPFO = \left(\frac{N \cdot f_s}{2}\right) \left(1 - \frac{d}{D}\right)$
Frecuencia de deterioro de la pista interior Defecto en carril interno	$BPFI = \left(\frac{N \cdot f_s}{2}\right) \left(1 + \frac{d}{D}\right)$
Frecuencia de elemento defectuoso Se relaciona con la BSF	$EDF = \left(\frac{f_s \cdot D}{d}\right) \left(1 - \left(\frac{d}{D}\right)^2\right)$
Frecuencia giratoria de bola Defecto en elemento rodante	$BSF = \left(\frac{f_s \cdot D}{2 \cdot d}\right) \left(1 - \left(\frac{d}{D}\right)^2\right)$

(Mishra et al., 2017)

Donde  $f_s$  es la frecuencia angular del eje en Hz,  $N$  el número de bolas en el rodamiento,  $d$  el diámetro de la bola, y  $D$  el diámetro pitch del rodamiento.

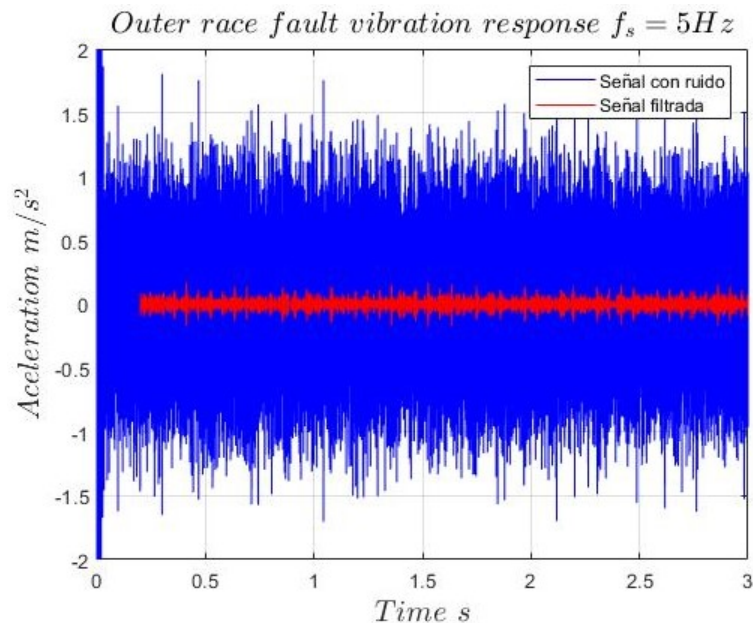
Un ejemplo de como encontrar las frecuencias de excitación a 5 Hz de velocidad angular se desarrolla a continuación:

**Tabla 3.2: Ejemplo cálculos de frecuencia de excitación en elementos rodantes**

Frecuencia	Cálculo
FTF	$\left(\frac{5 \text{ Hz}}{2}\right) \left(1 - \frac{7,94 \text{ mm}}{39,32 \text{ mm}}\right) = 1,99 \text{ Hz}$
BPFO	$\left(\frac{9 \cdot 5 \text{ Hz}}{2}\right) \left(1 - \frac{7,94 \text{ mm}}{39,32 \text{ mm}}\right) = 17,91 \text{ Hz}$
BPFI	$\left(\frac{9 \cdot 5 \text{ Hz}}{2}\right) \left(1 + \frac{7,94 \text{ mm}}{39,32 \text{ mm}}\right) = 27,04 \text{ Hz}$
EDF	$\left(\frac{5 \text{ Hz} \cdot 39,32 \text{ mm}}{7,94 \text{ mm}}\right) \left(1 - \left(\frac{7,94 \text{ mm}}{39,32 \text{ mm}}\right)^2\right) = 23,75 \text{ Hz}$
BSF	$\left(\frac{5 \text{ Hz} \cdot 39,32 \text{ mm}}{2 \cdot 7,94 \text{ mm}}\right) \left(1 - \left(\frac{7,94 \text{ mm}}{39,32 \text{ mm}}\right)^2\right) = 11,88 \text{ Hz}$

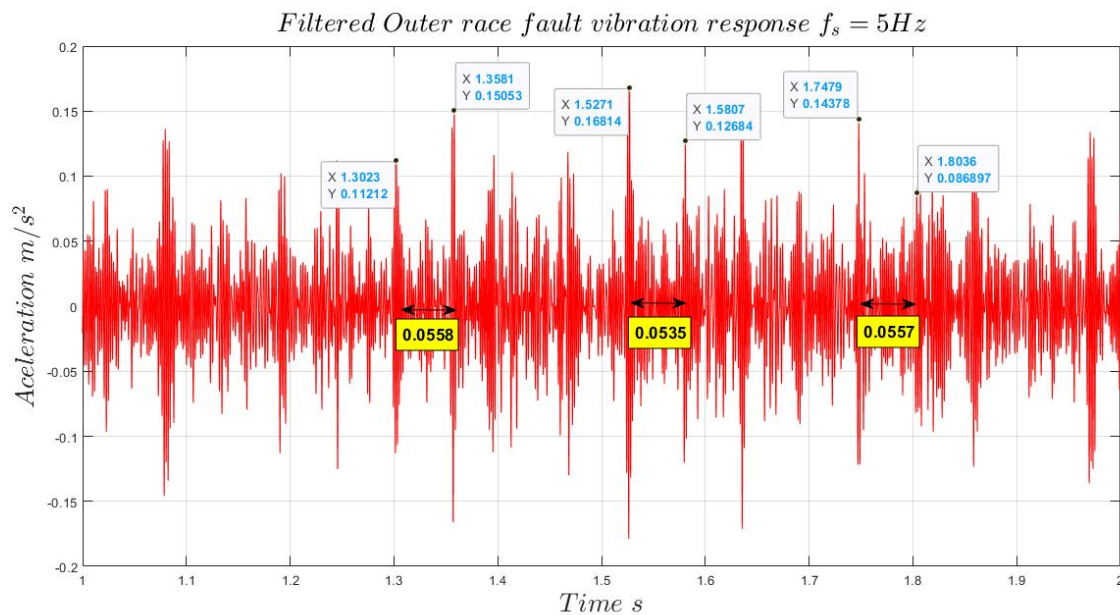
Estos cálculos se repiten para el resto de señales y se verifica que existan picos aproximadamente en los valores descritos.

### 3.1. Resultados en dominio del tiempo



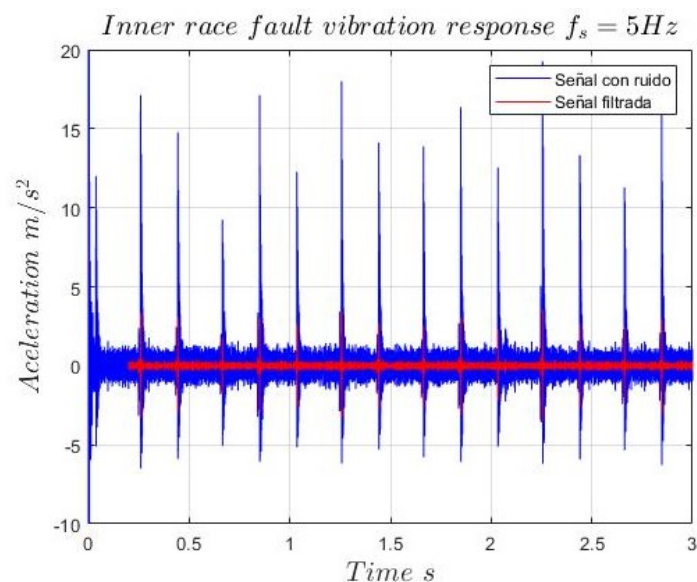
**Figura 3.1: Aceleración en el tiempo de un rodamiento con falla en carril externo, velocidad angular 5Hz**

La Figura. 3.1 muestra la señal más baja que el algoritmo pudo detectar. Se aprecia en color rojo la señal filtrada y por ende la que se utilizará para extraer características, tanto en el tiempo como en el dominio de la frecuencia. Se pudo apreciar de la Figura. 3.2



**Figura 3.2: Porción de la señal filtrada producida por una falla en carril externo**

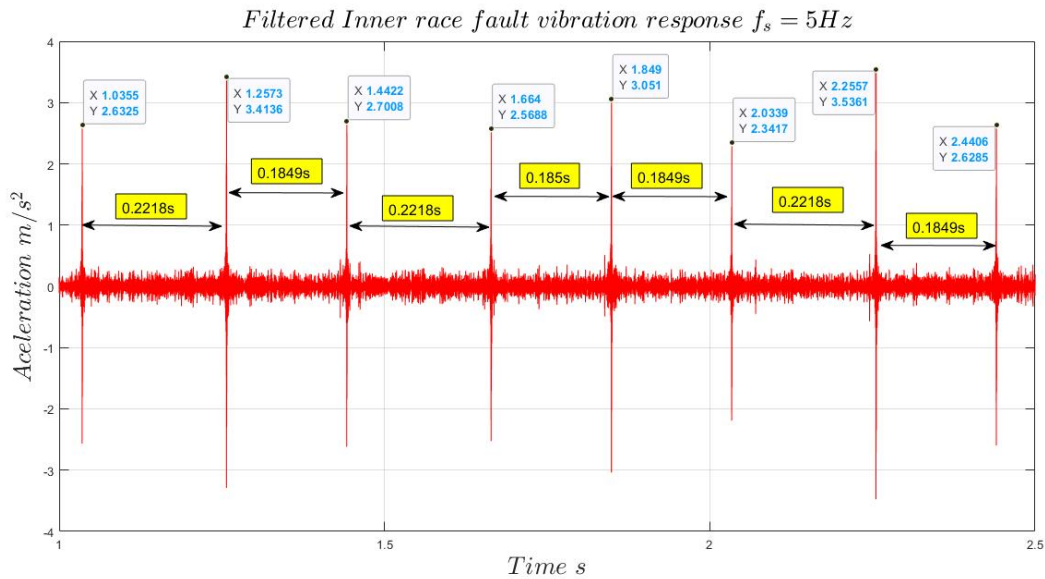
que la señal de una falla en el carril externo presenta cierto patrón de picos, cada uno ocurriendo casi al mismo intervalo de tiempo. Para este caso, ocurrió cada  $(55 \pm 1)$  ms el cual indica aproximadamente el intervalo en el que una bola pasó por la falla en el carril externo. La respuesta vibratoria de la falla en carril interno resultó ser de mayor



**Figura 3.3: Aceleración en el tiempo de un rodamiento con falla en carril interno, velocidad angular 5Hz**

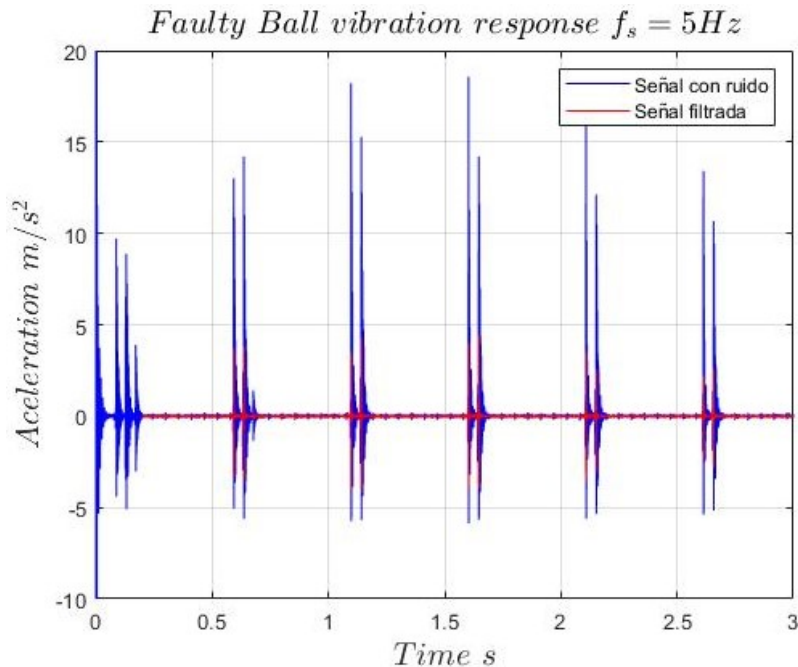
magnitud que la respuesta con falla en carril externo tal y como lo muestra la Figura 3.3. Además, se pudo apreciar que la señal filtrada parece ser más simétrica con respecto al eje horizontal. La asimetría de la señal con ruido puede deberse a la suposición de deformaciones solo por compresión. El filtro redujo el exceso de magnitud en la señal.

La Figura 3.4 muestra un patrón interesante casi constante entre picos. Si se calcula el



**Figura 3.4: Porción de la señal filtrada producida por una falla en carril interno**

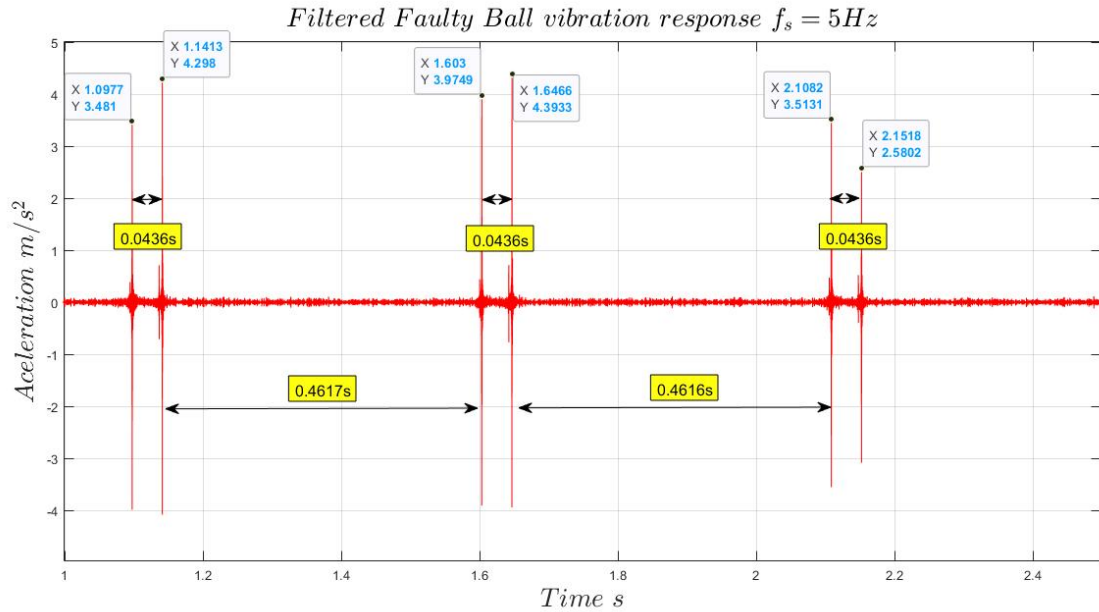
inverso de 0.185 s aparece un valor correspondiente a la geometría del rodamiento también conocido como multiplicador. Además, el inverso de 0.222 s se acerca un poco a la velocidad angular del eje. La Figura 3.5 muestra la señal vibratoria de un



**Figura 3.5: Aceleración en el tiempo de un rodamiento con falla en elemento rodante, velocidad angular 5Hz**

rodamiento con falla en un elemento rodante. En ella se pudo observar que la señal con ruido presenta picos con un patrón casi sinusoidal, sin embargo el filtro elimina ese comportamiento de la señal reemplazándolo por uno más simétrico en el eje horizontal.

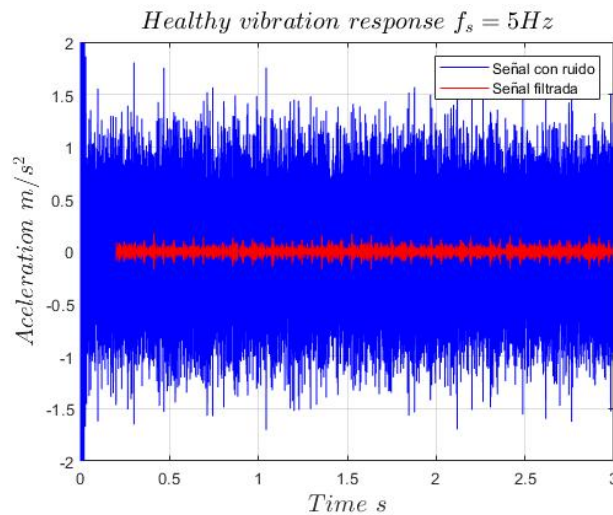
La señal filtrada mostró dos patrones de tiempo, el más pequeño se relaciona con la



**Figura 3.6: Porción de la señal filtrada producida por una falla en un elemento rodante**

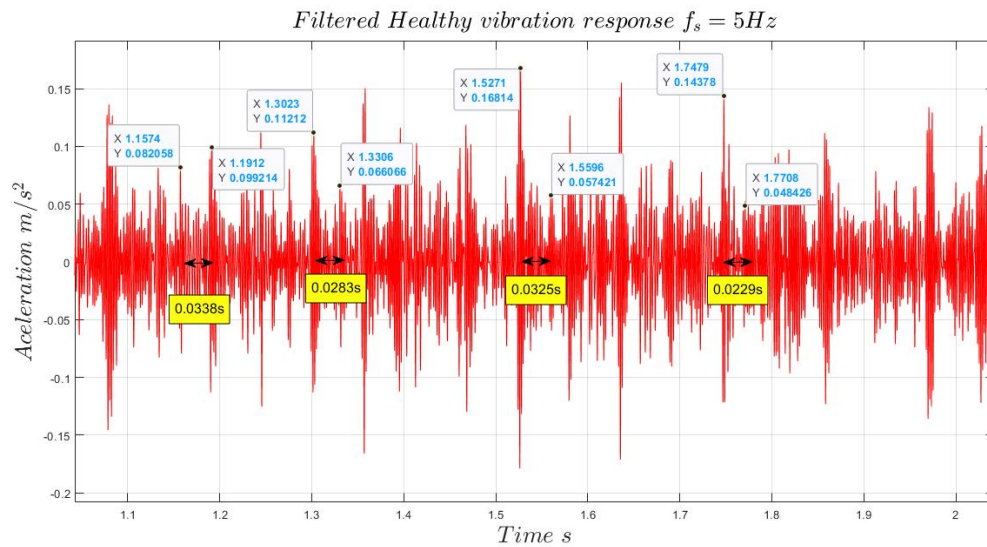
frecuencia de defecto en elemento, y el más grande con la frecuencia de fundamental de tren.

Finalmente, la Figura. 3.7 muestra la señal vibratoria de un rodamiento en buen estado.



**Figura 3.7: Aceleración en el tiempo de un rodamiento saludable, velocidad angular 5Hz**

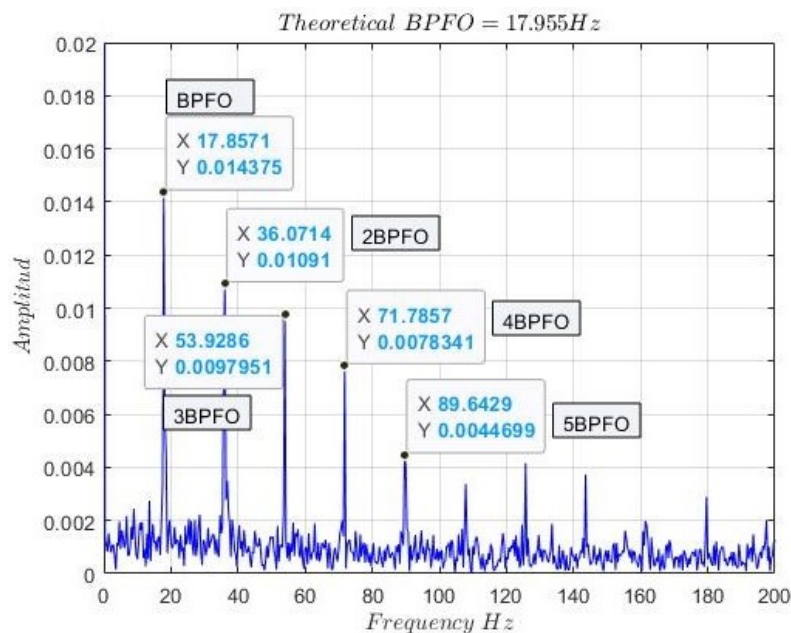
A simple vista mostró similitud con la respuesta vibratoria de un rodamiento con falla en carril externo, lo cual tiene sentido puesto que todo rodamiento presenta un claro por defecto de fábrica el cual no es más que una pequeña sección en la que los elementos rodantes pierden contacto con al carril externo. La Figura. 3.8 muestra una señal con patrón de picos parecido al de falla en carril externo. Sin embargo el inverso del tiempo entre picos parece relacionarse con el duplo de la BPFO.



**Figura 3.8:** Porción de la señal filtrada producida por un rodamiento saludable

### 3.2. Resultados en el dominio de la frecuencia

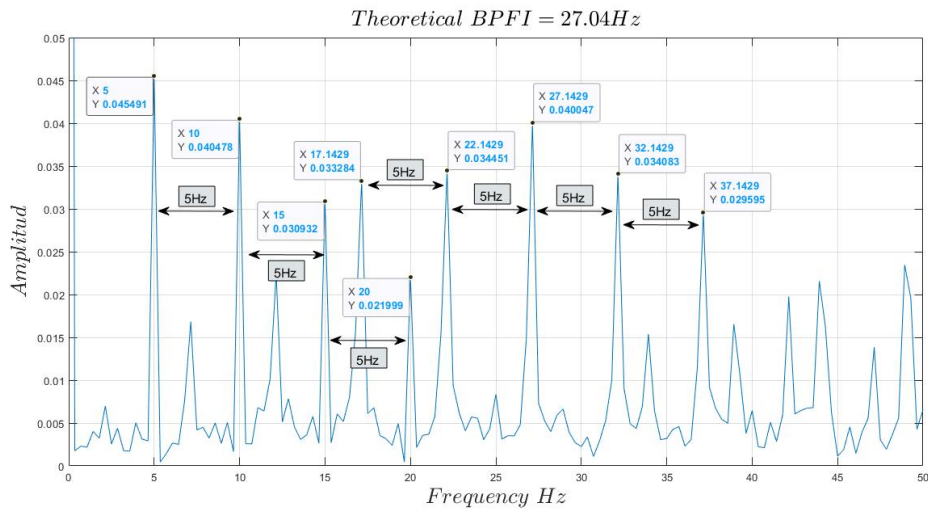
Las gráficas en el dominio de la frecuencia muestran a simple vista las frecuencias más importantes dentro del sistema. Para el caso de falla en el carril externo, Figura. 3.9, se observó que se presentan varios picos múltiplos de BPFO, además de ser de bajas amplitudes.



**Figura 3.9:** Respuesta en frecuencia de un rodamiento con falla en el carril externo, 5Hz de velocidad angular

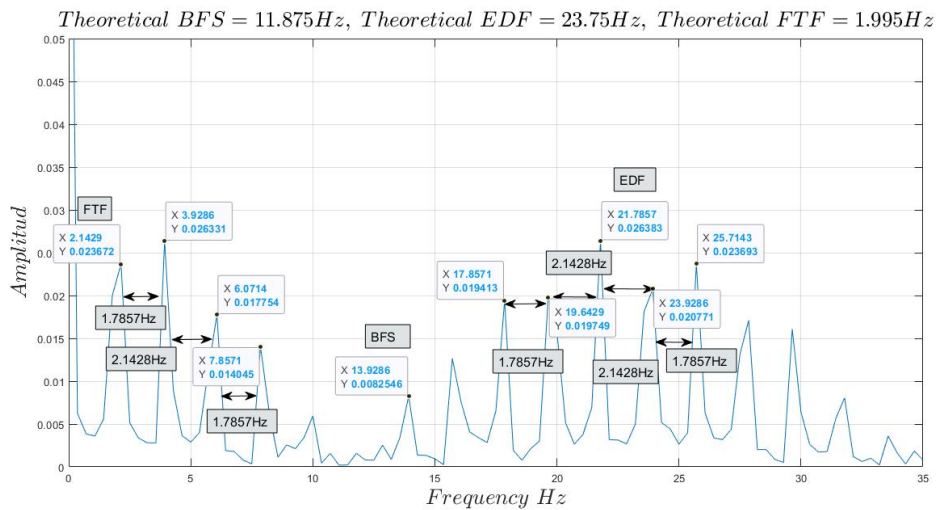
Por otra parte, la Figura. 3.10 muestra la respuesta en frecuencia de un rodamiento con falla en carril interno, se observa que el primer y mayor pico representa a la velocidad angular del eje, mientras que el siguiente pico principal representa el BPFI del sistema.

Además, se observaron existencia de bandas laterales todas a un intervalo equivalente a la velocidad angular del eje.



**Figura 3.10: Respuesta en frecuencia de un rodamiento con falla en el carril interno, 5Hz de velocidad angular**

La Figura. 3.11 presenta tres frecuencias importantes, la FTF, BSF, y EDF. Se puede apreciar que existen bandas laterales y todas están separadas por una cantidad de Hertz similar al FTF. El pico de mayor prominencia fue el EDF.



**Figura 3.11: Respuesta en frecuencia de un rodamiento con falla en un elemento rodante, 5Hz de velocidad angular**

Finalmente, la respuesta en el dominio de la frecuencia de una rodamiento sin falla se ve similar mas no igual al de un rodamiento con falla externa, tal y como lo muestra la Figura. 3.12.



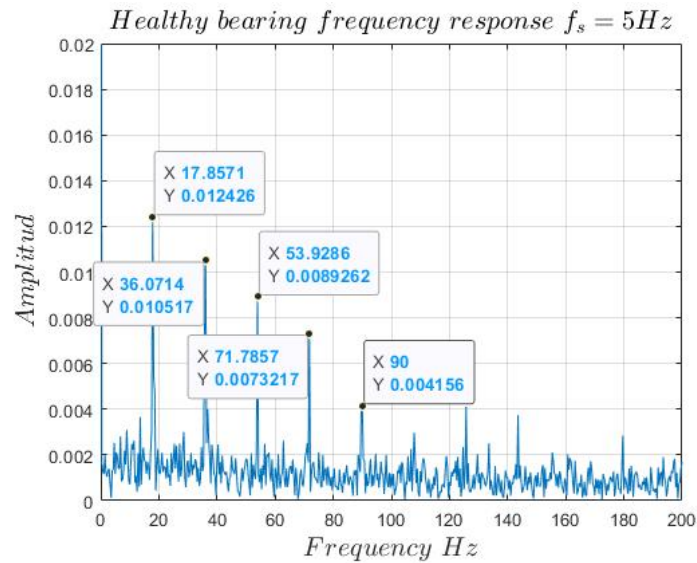


Figura 3.12: Respuesta en frecuencia de un rodamiento sin falla, 5Hz de velocidad angular

### 3.3. Características extraídas

Las características de las señales se extrajeron de ecuaciones estadísticas presentadas en el **CAPÍTULO 2** (Se las puede encontrar en los apéndices en la Tabla 4.5). Como los vectores son de dimensión 1x28000 solo se muestran 6 elementos de cada uno. Se repitieron las operaciones de la Tabla. 3.4 para cada una de las señales de aceleración y su respectiva respuesta en el dominio de la frecuencia. Una vez obtenidas todas la características, se procede a realizar una matriz de correlación de Pearson para las características de las distintas clases. Para ello las características fueron normalizadas de modo que se obtuvo las siguientes matrices de correlación.

Tabla 3.3: Matriz de correlación para las características extraídas

	Kur	$W_s$	$\bar{x}$	RMS	FF	$E$	H	$a_{rms}$	FC	Sk	var	$\sigma$	Rango	AMP PRO	RMS F	1 <sup>o</sup>	2 <sup>do</sup>	3 <sup>o</sup>	4 <sup>o</sup>	5 <sup>o</sup>
Kur	1.000	-0.612	0.007	-0.433	0.801	-0.378	0.373	-0.414	0.416	-0.077	-0.434	-0.433	-0.393	-0.287	-0.278	-0.451	-0.255	-0.270	-0.312	-0.258
$W_s$	-0.612	1.000	-0.037	0.789	-0.109	0.690	-0.619	0.765	-0.747	-0.183	0.641	0.789	0.752	0.804	0.797	0.615	0.712	0.768	0.755	0.686
$\bar{x}$	0.007	-0.037	1.000	-0.083	-0.040	-0.084	-0.011	-0.081	0.087	0.162	-0.064	-0.083	-0.087	-0.070	-0.070	-0.056	-0.066	-0.104	-0.117	-0.148
RMS	-0.433	0.789	-0.083	1.000	0.097	0.979	-0.556	0.993	-0.731	-0.498	0.951	1.000	0.995	0.892	0.894	0.930	0.852	0.864	0.825	0.818
FF	0.801	-0.109	-0.040	0.097	1.000	0.119	-0.065	0.100	-0.087	-0.317	0.019	0.097	0.122	0.260	0.270	-0.020	0.250	0.259	0.181	0.201
$E$	-0.378	0.690	-0.084	0.979	0.119	1.000	-0.492	0.974	-0.684	-0.500	0.992	0.979	0.978	0.840	0.843	0.965	0.830	0.843	0.797	0.802
H	0.373	-0.619	-0.011	-0.556	-0.065	-0.492	1.000	-0.523	0.578	0.122	-0.456	-0.556	-0.515	-0.727	-0.723	-0.438	-0.676	-0.597	-0.479	-0.392
$a_{rms}$	-0.414	0.765	-0.081	0.993	0.100	0.974	-0.523	1.000	-0.664	-0.502	0.950	0.993	0.997	0.873	0.875	0.932	0.832	0.840	0.805	0.803
FC	0.416	-0.747	0.087	-0.731	-0.087	-0.684	0.578	-0.664	1.000	0.321	-0.638	-0.731	-0.684	-0.729	-0.730	-0.613	-0.681	-0.698	-0.658	-0.634
Sk	-0.077	-0.183	0.162	-0.498	-0.317	-0.500	0.122	-0.502	0.321	1.000	-0.427	-0.498	-0.528	-0.475	-0.487	-0.394	-0.505	-0.506	-0.459	-0.488
var	-0.434	0.641	-0.064	0.951	0.019	0.982	-0.456	0.950	-0.638	-0.427	1.000	0.951	0.951	0.754	0.755	0.997	0.737	0.753	0.719	0.717
$\sigma$	-0.433	0.789	-0.083	1.000	0.097	0.979	-0.556	0.993	-0.731	-0.498	0.951	1.000	0.995	0.892	0.894	0.930	0.852	0.864	0.825	0.818
Rango	-0.393	0.752	-0.087	0.995	0.122	0.978	-0.515	0.997	-0.684	-0.528	0.951	0.995	1.000	0.879	0.881	0.931	0.843	0.842	0.804	0.809
AMP PRO	-0.287	0.804	-0.070	0.892	0.260	0.840	-0.727	0.873	-0.729	-0.475	0.754	0.892	0.879	1.000	0.999	0.713	0.957	0.877	0.784	0.781
RMS F	-0.278	0.797	-0.070	0.894	0.270	0.843	-0.723	0.875	-0.730	-0.487	0.755	0.894	0.881	0.999	1.000	0.713	0.966	0.877	0.777	0.776
1 <sup>o</sup>	-0.451	0.615	-0.056	0.930	-0.020	0.965	-0.438	0.932	-0.613	-0.394	0.997	0.930	0.931	0.713	0.713	1.000	0.693	0.710	0.681	0.677
2 <sup>do</sup>	-0.255	0.712	-0.066	0.852	0.250	0.830	-0.676	0.832	-0.681	-0.505	0.737	0.852	0.843	0.957	0.966	0.693	1.000	0.841	0.702	0.726
3 <sup>o</sup>	-0.270	0.768	-0.104	0.864	0.259	0.843	-0.597	0.840	-0.698	-0.506	0.753	0.864	0.842	0.877	0.877	0.710	0.841	1.000	0.946	0.853
4 <sup>o</sup>	-0.312	0.755	-0.117	0.825	0.181	0.797	-0.479	0.805	-0.658	-0.459	0.719	0.825	0.804	0.784	0.777	0.681	0.702	0.946	1.000	0.914
5 <sup>o</sup>	-0.259	0.687	-0.149	0.819	0.209	0.802	-0.383	0.803	-0.634	-0.488	0.717	0.819	0.810	0.781	0.776	0.677	0.726	0.853	0.914	1.000

**Tabla 3.4: Ejemplo de cálculo de extracción de características**

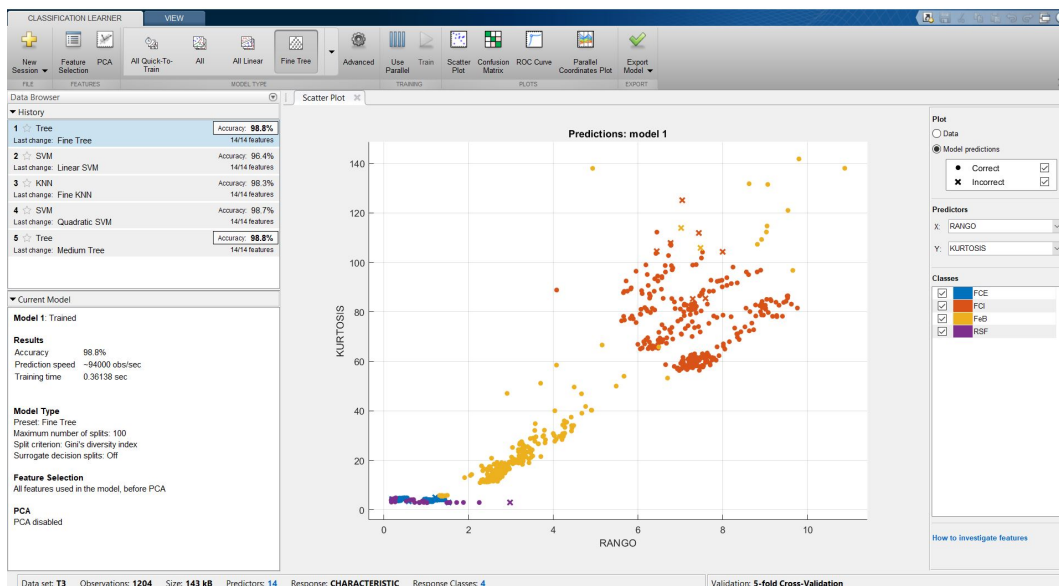
$V_{1x28000} = [-0,0926; -0,0896; -0,0794 \dots - 0,0599; -0,0770; -0,0882]$	
$\bar{x} = \frac{-0,0926 - 0,0896 - 0,0794 \dots - 0,0599 - 0,0770 - 0,0882}{28000} = 3,5686 \times 10^{-20}$	
$RMS = \sqrt{\frac{0,0926^2 + 0,0896^2 + 0,0794^2 + \dots + 0,0599^2 + 0,0770^2 + 0,0882^2}{28000}} = 0,0383$	
$Kurt = \frac{(-0,0926 - \bar{x})^4 + (-0,0896 - \bar{x})^4 + (-0,0794 - \bar{x})^4 + \dots + (-0,0599 - \bar{x})^4 + (-0,0770 - \bar{x})^4 + (-0,0882 - \bar{x})^4}{28000 \cdot 0,0383^4} = 3,9181$	
$FF = \frac{28000 \cdot 0,0383}{ 0,0926  +  0,0896  +  0,0794  + \dots +  0,0599  +  0,0770  +  0,0882 } = 1,2978$	
$a_{pico} = \max[ -0,0926 ;  -0,0896 ;  -0,0794  \dots  -0,0599 ;  -0,0770 ;  -0,0882 ] = 0,1748$	
$FC = \frac{0,1748}{0,0383} = 4,5604$	
$\sigma = \sqrt{\frac{(-0,0926 - \bar{x})^2 + (-0,0896 - \bar{x})^2 + (-0,0794 - \bar{x})^2 + \dots + (-0,0599 - \bar{x})^2 + (-0,0770 - \bar{x})^2 + (-0,0882 - \bar{x})^2}{28000}} = 0,0383$	
$\text{var} = \frac{(-0,0926 - \bar{x})^2 + (-0,0896 - \bar{x})^2 + (-0,0794 - \bar{x})^2 + \dots + (-0,0599 - \bar{x})^2 + (-0,0770 - \bar{x})^2 + (-0,0882 - \bar{x})^2}{(28000 - 1) \cdot 0,0383^2} = 0,0015$	
$Sk = \frac{(-0,0926 - \bar{x})^3 + (-0,0896 - \bar{x})^3 + (-0,0794 - \bar{x})^3 + \dots + (-0,0599 - \bar{x})^3 + (-0,0770 - \bar{x})^3 + (-0,0882 - \bar{x})^3}{(28000 - 1) \cdot 0,0383^3} = 1,2384 \times 10^{-18}$	
$\text{Rango} = 0,1748 - \min[ -0,0926 ;  -0,0896 ;  -0,0794  \dots  -0,0599 ;  -0,0770 ;  -0,0882 ] = 0,3537$	
$f_{1x1400} = [0,0016; 0,0013; 0,0012 \dots 7,9144 \times 10^{-8}; 3,5133 \times 10^{-7}; 2,1674 \times 10^{-7}]$	
$E = \frac{10000 \cdot (523,381^2 + 338,11^2 + 260,69^2 + \dots + (1,2277 \times 10^{-6})^2 + (2,4193 \times 10^{-5})^2 + (9,2072 \times 10^{-6})^2)}{14000} = 2,1971 \times 10^5$	
$P(f)_{1x14000} = [2,6231 \times 10^{-4}; 1,6946 \times 10^{-4}; 1,3066 \times 10^{-4} \dots 6,1532 \times 10^{-13}; 1,2125 \times 10^{-11}; 4,6146 \times 10^{-12}]$	
$H = -\frac{2,6231E^{-4} \log_2(2,6231E^{-4}) + 1,6946E^{-4} \log_2(1,6946E^{-4}) + 1,3066E^{-4} \log_2(1,3066E^{-4}) \dots 6,1532E^{-13} \log_2(6,1532E^{-13})}{\log_2(14000)} = 0,1159$	

Al revisar la matriz de correlación se busca aquellas características que presentan una alta correlación. Aquellas con una alta correlación son descartadas ya que una correlación muy cercana a 1 implica que un par de características son sumamente parecidas y en el proceso del aprendizaje de maquina implicaría como si estaría repitiendo la misma característica. Una vez analizada la matriz de correlación se decidió descartar las variables con una alta correlación:

- RMS
- Varianza
- Desviación estándar
- Rango
- RMS (frecuencia)

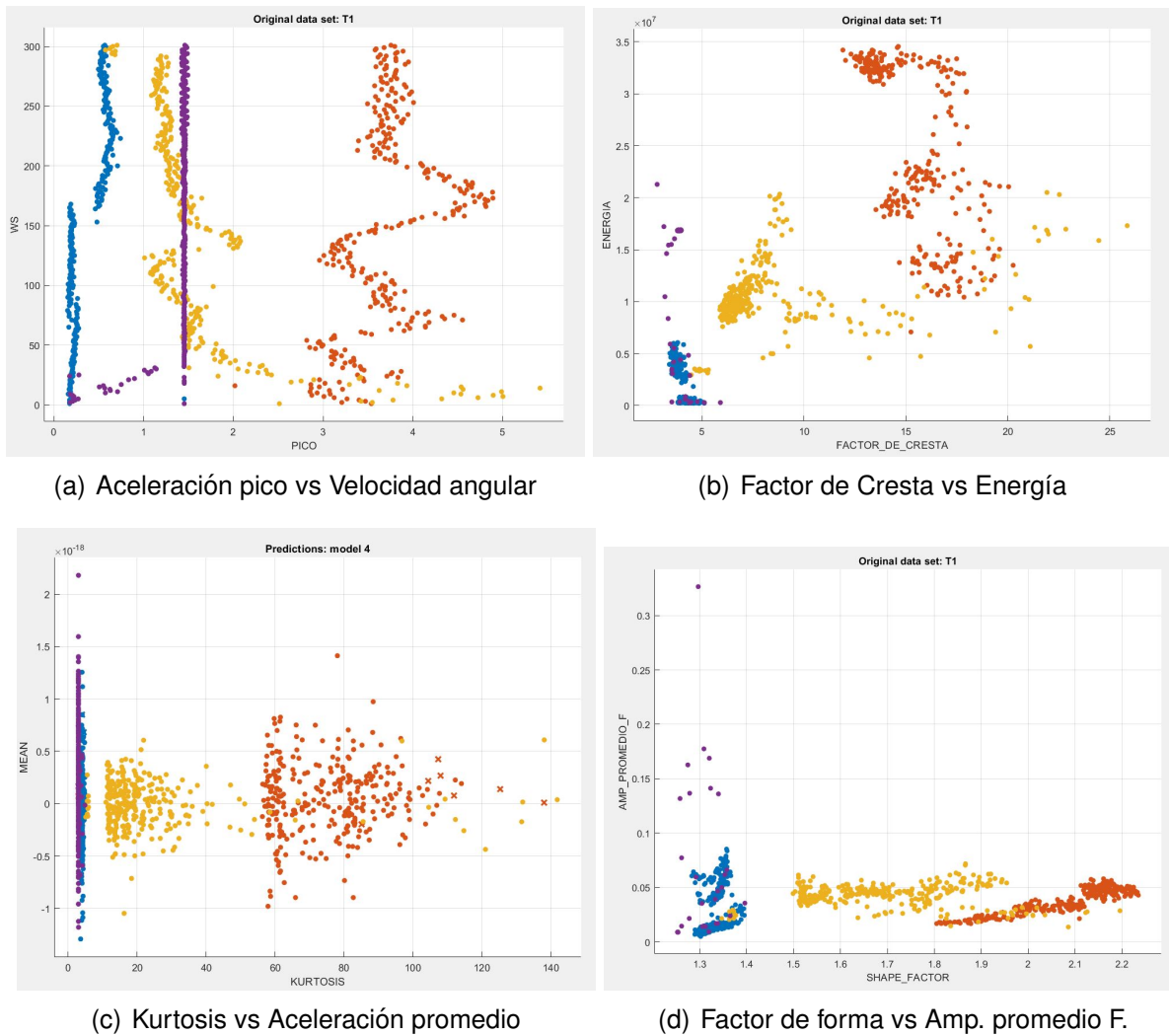
### 3.4. Clasificador

Para desarrollar el algoritmo clasificador se uso la aplicación *Classification Learner* de MATLAB 2016b. Donde se analizó los distintos tipos de clasificadores para escoger el más eficiente, aplicando una "validación cruzada de cinco". Esto quiere decir que se dividió el universo de señales en cinco grupos formados de manera aleatoria, de las cuales cuatro se usaron para entrenar el modelo y la quinta parte restante se uso para validarlo. Se realizaron un total de 1204 señales, 301 por cada clase.



**Figura 3.13: Uso de la aplicación de MATLAB**

En la Figura. 3.15 se puede apreciar que el árbol de decisión (SVM) presenta los mejores resultados como clasificador; por lo tanto, será el idóneo para este proyecto. Al elaborar el clasificador se le aplicó con una validación cruzada de 5 para la cual se aprecian los resultado en la matriz de decisión en la Figura. 3.16.



**Figura 3.14: Comparación de distintas características extraídas**

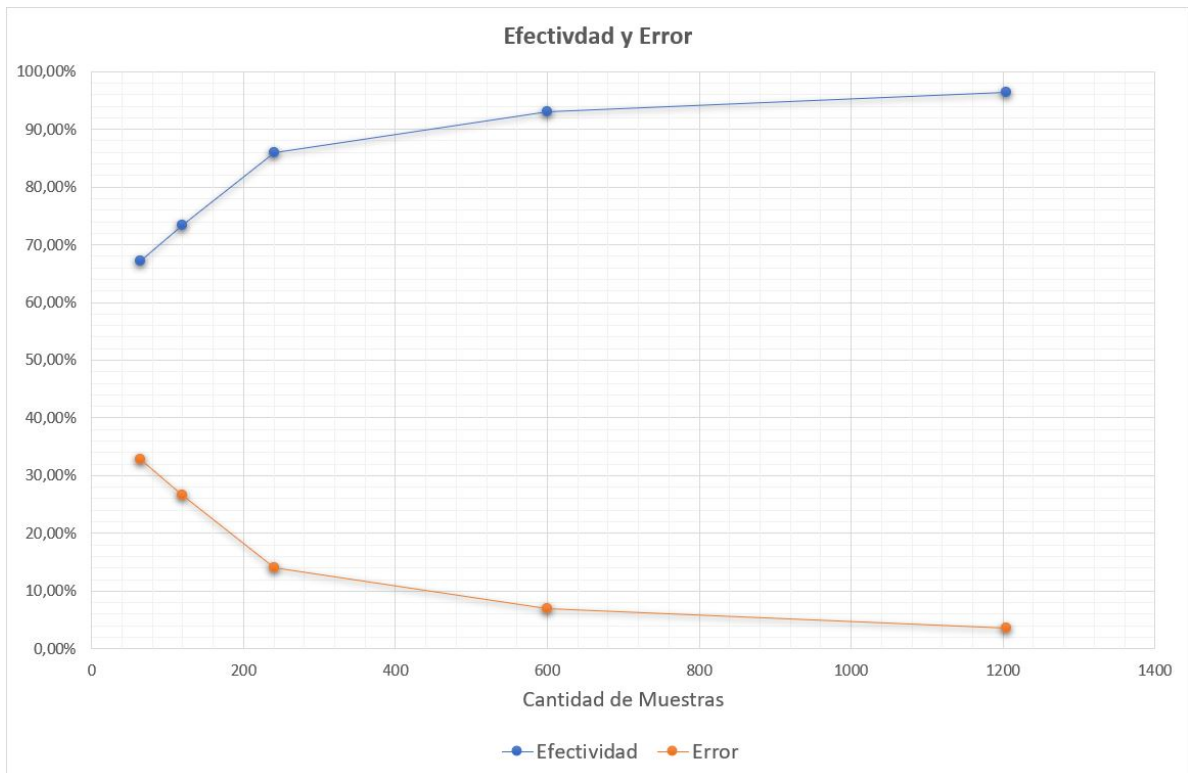
▼ History		
1 ☆ Tree	Accuracy: 98.4%	15/20 features
Last change: Removed 5 features		
2 ☆ SVM	Accuracy: 97.3%	15/20 features
Last change: Linear SVM		
3 ☆ Tree	Accuracy: 98.4%	15/20 features
Last change: Medium Tree		
4 ☆ SVM	Accuracy: <b>98.6%</b>	15/20 features
Last change: Quadratic SVM		
5 ☆ KNN	Accuracy: <b>98.6%</b>	15/20 features
Last change: Fine KNN		

**Figura 3.15: Comparación de los distintos clasificadores**

Clase Verdadera	FCE	300			1
	FCI		301		
	FeB		7	294	
	RSF	8	1		292
		FCE	FCI	FeB	RSF
		Predicción			

**Figura 3.16: Matriz de confusión. Donde las casillas verdes indican predicciones acertadas y las rojas las erróneas**

A medida que se aumenta la cantidad de datos en el banco de señales, se incrementa la efectividad de los clasificadores. Un claro ejemplo es el caso de SVM, donde la Figura 3.17 muestra el cambio en la efectividad final del algoritmo.



**Figura 3.17: Evolución de la efectividad del clasificador ante el aumento de datos**

Con los datos que se pueden apreciar en la Figura 3.16 se puede calcular las distintas métricas del aprendizaje de maquina que se encuentran en la tabla 2.4. Los cálculos se muestran a continuación.

### Exactitud

$$Ac = \frac{300 + 301 + 294 + 292}{1204} = 0,986 = 98,6\% \quad (3.1)$$

### Precisión

$$Pr(FCE) = \frac{300}{300 + 8} = 0,974 = 97,4\% \quad (3.2)$$

$$Pr(FCI) = \frac{301}{301 + 8} = 0,974 = 97,4\% \quad (3.3)$$

$$Pr(FeB) = \frac{294}{294 + 0} = 1 = 100\% \quad (3.4)$$

$$Pr(RSF) = \frac{292}{292 + 1} = 0,996 = 99,6\% \quad (3.5)$$

### Sensibilidad

$$Re(FCE) = \frac{300}{300 + 1} = 0,996 = 99,6\% \quad (3.6)$$

$$Re(FCI) = \frac{301}{301 + 0} = 1 = 100\% \quad (3.7)$$

$$Re(FeB) = \frac{294}{294 + 7} = 0,978 = 97,8\% \quad (3.8)$$

$$Re(RSF) = \frac{292}{292 + 9} = 0,970 = 97,0\% \quad (3.9)$$

## Valor F1

$$F1(FCE) = \frac{2 * 0,974 * 0,996}{0,974 + 0,996} = 0,98 \quad (3.10)$$

$$F1(FCI) = \frac{2 * 0,974 * 1}{0,974 + 1} = 0,98 \quad (3.11)$$

$$F1(FeB) = \frac{2 * 1 * 0,978}{1 * 0,978} = 0,98 \quad (3.12)$$

$$F1(RSF) = \frac{2 * 0,996 * 0,97}{0,996 + 0,97} = 0,98 \quad (3.13)$$

Una vez que se ha elaborado el clasificador con éxito, se procede a probar el clasificador con un banco de 20 señales nuevas donde consta 5 señales para cada clase. Una vez pasadas estas señales por el clasificador se obtuvieron los siguientes resultados.

Clase Verdadera	FCE	4			1
	FCI		5		
	FeB			5	
	RSF	1			4
		FCE	FCI	FeB	RSF
		Predicción			

**Figura 3.18: Matriz de confusión. Se aprecia un falso positivo y un falso negativo tanto para falla en carrera externa como para rodamiento sin falla**

### 3.5. Análisis de Costos

El proyecto se elaboró con la versión del software proporcionada por ESPOL, sin embargo se estimó el precio del software en \$ 350 tomando en cuenta dos licencias individuales, caso contrario el precio se dispararía. Por otra parte se emplearon dos computadoras, una con procesador Intel(R) CORE(TM) i7-7700HQ CPU @ 2.80GHz, RAM instalada 16.0 GB valorada en \$ 1250 y otra con procesador Intel(R) Pentium (R) CPU N3540 @ 2.16GHz, RAM instalada 8.0GB valorada en \$ 300. Para la aplicación del algoritmo de identificación, se necesitan datos de aceleración a una frecuencia mínima de 10KHz, por ello el precio de un sistema de adquisición de datos y acelerómetros se toman en cuenta y se detallan en la Tabla 3.5.

**Tabla 3.5: Costos estimados del Proyecto**

Producto	Costo
MATLAB and Simulink Student Suit	\$ 55
Simulink Coder	\$ 6
Simulink Design Optimization	\$ 6
MATLAB coder	\$ 6
Acelerómetros	\$ 500
Sistema de adquisición de datos	\$ 700
Equipo computacional	\$ 1550
Número de personas	2
Horas Hombre	\$ 10/h
Horas necesarias	360 horas
Asesoría técnica	\$ 3000
<b>Total</b>	<b>\$ 13023</b>



# CAPÍTULO 4

## 4. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

En el presente estudio, fue posible estudiar la dinámica de rodamientos con falla y sin falla en sistemas de ingeniería rotativos. El estudio fue realizado tanto en el dominio del tiempo como en el de la frecuencia. Este último permitió definir los patrones de picos presentes en cada tipo de falla (poder identificar una señal en el dominio de la frecuencia es un requisito importante en el campo del mantenimiento con la ayuda de mediciones de vibraciones). En el presente proyecto se simularon las ecuaciones de movimiento de sistemas rotativos que incluyen rodamientos con falla y sin falla, tomando como referencia las ecuaciones propuestas por (Sawalhi and Randall, 2008) y los resultados observados en el dominio de la frecuencia, mismos que fueron similares a los verificados por (Mishra et al., 2017), quien calificó las respuestas dinámicas de la simulación para falla en carril externo e interno, como muy similares a la realidad, y la falla en bola que, aunque no produjo una similitud perfecta, permitió simular varias características de los síntomas provocados por una falla real.

No obstante, el método utilizado para simular el sistema de ecuaciones diferenciales de cada caso no está libre de limitaciones. Por ejemplo, el tiempo de cómputo en cada simulación fue muy extenso. Una de las razones principales para esto es el haber empleado *solvers* de tamaños de paso (*step size*) fijos. Más aún, fue necesario un *step size* 2000 veces menor al propuesto por (Sawalhi and Randall, 2008) y (Mishra et al., 2017) para que la simulación diera un resultado convergente. Ellos propusieron el *solver* ode45 con máximo *step size* equivalente a 1 ms. Adicionalmente, sus modelos de Simulink emplearon bloques diferentes, como S-Function, Matlab interpreter y ellos no documentan haber empleado atrasos como Unit Delay para minimizar errores de lazos algebraicos. Esto sugiere que aun se puede mejorar la eficiencia de la simulación. Por otra parte, las expresiones de la Eq. 2.8 y Eq. 2.16 se multiplicaron por un polinomio de 4to orden (ordenes menores daban errores, y mayores no parecían presentar diferencias a las logradas con la curva de 4to orden), con valor máximo valor unitario, para no alterar la dimensión original de la falla, y valor mínimo cero, tomando la sugerencia de (Sawalhi and Randall, 2008) de suavizar la función escalón generada por dichas expresiones y asegurar que la perturbación dependiera de la posición angular, mas no del tiempo. Esto demostró mejorar la exactitud de los resultados en el dominio de la frecuencia, consiguiendo que los picos más prominentes ocurrieran en las frecuencias principales de excitación (BPFO, BPFI, BSF, EDF, FTF). De la misma forma se tomó en cuenta la sugerencia por (Patil et al., 2010), de modelar la Eq. 2.6 con una función sinusoidal, pese a que esta depende del tiempo. Los resultados en el dominio de la frecuencia tuvieron errores menores al 1%. Antes de empezar con la fase de

procesamiento de señal, se optó por remuestrear las señales a 10KHz en base a lo descrito por (Sanders, 2011), (VAST(VibroAcustical Systems and Technologies), 2015) y (Soto-Ocampo et al., 2020) quienes reportaron que esa era una frecuencia de muestro típica en operaciones relacionadas al mantenimiento en rodamientos. Además, (Sanders, 2011), (Patil et al., 2010), (Mishra et al., 2017), (Sawalhi and Randall, 2008) hicieron hincapié en que se debía procesar la señal por el método de la envolvente, pues solo una simple observación al espectrograma de la señal daba información insuficiente e indescriptible. Por otra parte, se empleó el método de la Kurtosis espectral para determinar de forma automática el rango de frecuencias en que era más favorable filtrar la señal tal y como lo mencionaron (Antoni, 2004), (Sawalhi and Randall, 2008) y (Sharma and Parey, 2016). También, (Sharma and Parey, 2016) aseguraba se debía aprovechar las facilidades actuales de programación para filtrar las señales digitalmente, y se siguieron los pasos de (Brunton and Kutz, 2019) y (Strang, 2005) para diseñar el filtro. Para la extracción de características se emplearon las ecuaciones descritas en la Tabla 2.3 para que el computador pueda identificar la señal. (Preece et al., 2009) y (Sharma and Parey, 2016) mencionaron que la energía espectral y la entropía espectral se pueden utilizar como características para definir una señal, esto se contrasta en la Tabla 3.3 donde se observa que la entropía espectral se relaciona negativamente con la mayoría de las otras características, la energía espectral sin embargo solo guarda relación con la varianza. Vale mencionar que el proyecto encontró mayor dificultad en diferenciar la simulación de una falla en el carril externo de la simulación de un rodamiento en perfecto estado, esto puede deberse a que todas las ecuaciones de movimiento dependían principalmente de la velocidad angular de la jaula (la cual se relaciona con la falla en carril externo) valdría la pena hacer mediciones de la señal vibratoria en rodamientos en perfecto estado y verificar si con eso aumenta la precisión del clasificador. Contrariamente, el comportamiento dinámico de una falla en carril interno parece ser el más fácil de identificar, en segundo lugar se encuentra el comportamiento dinámico de un rodamiento con falla en un elemento rodante. Esto último tiene consistencia con lo mencionado por (Patil et al., 2010), (Mishra et al., 2017) y (Sawalhi and Randall, 2008), quienes aseguran dichas fallas causan vibraciones de mayor magnitud que las vibraciones generadas por una falla en carril externo. De igual forma, este proyecto no pretende ignorar ni mucho menos reemplazar ensayos en laboratorio. Los autores somos conscientes de que no se puede tener la certeza que todos los resultados obtenidos cumplan para una situación real, en futuros trabajos se podría integrar mediciones reales y observar el comportamiento del clasificador.

Al comparar las distintas características extraídas en la Figura 3.14 se observan zonas muy diferenciadas entre cada una de las clases. Como se mencionó antes, un rodamiento sin falla y un rodamiento con falla en la carrera externa (morado y azul respectivamente) presentan bastante similitud en las señales por lo que esto se ve

reflejado en la cercanía de sus características. Sin embargo la diferencia en rodamiento con falla en bola y falla en carrera interna (amarillo y rojo respectivamente) son muchas más marcadas, lo cual es consistente en los estudios realizados por otros estudios como (Sawalhi and Randall, 2008) y (Mishra et al., 2017). Al aplicar el aprendizaje de máquina con la ayuda de la aplicación 'Classification Learner' de MATLAB, se pudo elaborar el algoritmo clasificador obteniendo así resultados superiores al 95% de exactitud. Entre ellos destacan SVM cuadrático alcanzando una exactitud del 98.6%, detalle que concuerda con lo mencionado por (Kankar et al., 2011) donde menciona la gran eficacia de este clasificador para diagnósticos de falla. Hay que destacar que la alta exactitud del clasificador se debe en gran medida al banco de datos extenso que se uso para entrenarlo, en donde se incluyeron 1204 datos y se aplicó una validación cruzada de 5. En la Figura 3.17 se observa cómo, a medida que se fueron aumentando el número de datos de entrenamiento, la efectividad del clasificador fue aumentando considerablemente al mismo tiempo que el error disminuía. Se procedió a analizar el clasificador por medio métricas como la precisión, exactitud, sensibilidad y valor F1 como lo hacen otros estudios como (Russo et al., 2018). La precisión es una métrica del aprendizaje de máquina sumamente importante. Esta permite analizar la efectividad del algoritmos una clase a la vez. Se busca que la precisión entre diferentes clases no sea extremadamente diferente, ya que esto implicaría que el clasificador es muy efectivo para alguna clase determinada, mientras que para otras no tiene éxito suficiente. En este caso se puede apreciar que los valores de precisión para cada una de las clases no sólo es alto sino también es muy cercano entre lo que indica que no hay ningún desfase y por lo tanto el clasificador es muy eficaz en para cada clase. Algo interesante que se puede destacar es el hecho de que la clase de rodamiento sin falla es la presenta la mayor cantidad de falsos negativos. Se puede apreciar que 8 señales conocidas de un rodamiento sin falla son clasificadas como un rodamiento con falla en la carrera externa. Esto se debe a la similitud que existe entre las señales, lo cual se ve reflejado también en la sensibilidad del clasificador para con la clase de rodamiento sin falla donde se ve la menor sensibilidad de todas con un 97%, algo que sigue estando dentro un rango bastante aceptable.

## 4.1. Conclusiones

- Este estudio presenta, en primera instancia, el desarrollo de un modelo computacional que simula el comportamiento dinámico de un rodamiento para cuatro diferentes escenarios de falla, de manera que se pueda generar señales sintéticas de aceleración; y, en segunda instancia, un algoritmo de análisis que procesa dichas señales en en el dominio del tiempo y la frecuencia y determina si

en la señal analizada ocurre alguna de los cuatro escenarios de falla predefinidos.

- Mediante este modelo dinámico se pudo elaborar una extensa base de datos, utilizando simulaciones bajo diferentes parámetros, como por ejemplo profundidad de falla, velocidad angular y longitud de falla. Con las señales generadas, se extrajo un total de 20 características, que fueron posteriormente depuradas mediante post procesamiento, eliminando aquellas que presentaban una alta correlación reduciendo el número a 15 características en los dominios del tiempo y la frecuencia.
- Con la ayuda de la funcionalidad 'Classification Learner' de MATLAB se construyó un procedimiento para generar un algoritmo clasificador de fallas. Los resultados determinaron que SVM (Support Vector Machine) ofrece la mayor efectividad en comparación con los otros clasificadores.
- Cabe agregar que los resultados del proceso de identificación arrojan similitudes en las señales para rodamientos sin falla y rodamientos con falla en carrera externa, sin llegar a ser exactamente iguales.
- Esto sugiere que existe una relación entre la dinámica de un rodamiento con falla en carrera externa y un rodamiento sin falla (Al menos en la simulación).
- Por otro lado, no se encontraron similitudes significativas entre las señales correspondientes a los otros dos escenarios de falla. Esto es consecuente con la alta precisión que se pudo lograr en el proceso de identificación.
- El presente estudio confirma la aplicación potencial de algoritmos clasificadores, a partir de mediciones de aceleración en aplicaciones industriales, para el diagnóstico temprano de fallas en maquinarias, permitiendo realizar mantenimientos de forma proactiva en vez de reactiva, es decir antes de que la máquina llegue a una falla catastrófica, lo que garantizaría significativos ahorros para las compañías, no sólo en costos de mantenimiento y reparación, sino también en costos de parada de equipos.

## **4.2. Recomendaciones**

- Los autores recomiendan un análisis más profundo de la relación existente entre un rodamiento sin falla y uno con falla en carril externo, para poder entender mejor la alta correlación entre los mismos.

- Los bloques empleados para la simulación de las señales vibratorias aun pueden mejorarse. El tiempo de cómputo por cada simulación fue de aproximadamente 360 segundos, debido al *step size* empleado.
- Un *step size* más grande es recomendable para acelerar la simulación, sin embargo los bloques utilizados no permitieron tener una respuesta convergente con pasos de tiempo mayores a  $5 \times 10^{-7}$ s.
- Además, mayores *step size* reducirían el espacio de almacenamiento necesario para cada señal, disminuyendo el costo de RAM y previniendo errores al manipular los datos.
- También, se puede reducir el número de bloques, ya que existen varias redundancias dentro del sistema de ecuaciones diferenciales.
- En lo que respecta al procesamiento de señal, versiones más recientes de MATLAB disponen de funciones diseñadas exclusivamente para *envelope processing*, pues emplear funciones embebidas de MATLAB siempre es mejor que programarlas, ya que estas realizan operaciones en forma vectorial, disminuyendo el tiempo de respuesta del código.
- Se debe considerar que el aprendizaje de máquina es un proceso en el cual la computadora aprende de experiencias conocidas, por esta razón el banco de datos para entrenar el algoritmo debe ser los mas grande y variado posible para obtener los mejores resultados.
- Por esto se decidió emplear un banco de 1204 modelos de señales con diferentes parámetros, donde se ha variado la velocidad angular del entre un rango de 5 a 20 Hz y la profundidad y longitud de falla de manera aleatoria. Finalmente se podría incrementar el grado de exactitud del algoritmo mediante simulaciones de Montecarlo.

# BIBLIOGRAFÍA

- Andrew, A. M. (2000). An introduction to support vector machines and other kernel-based learning methods by nello christianini and john shawe-taylor, cambridge university press, cambridge, 2000, xiii 189 pp., isbn 0-521-78019-5 . *Robotica*, 18(6):687–689.
- Antoni, J. (2004). The spectral kurtosis: A useful tool for characterising non-stationary signals. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 20(2):282–307.
- Brunton, S. L. and Kutz, J. N. (2019). *Data-Driven Science and Engineering: Machine Learning, Dynamical Systems, and Control*. Cambridge University Press.
- Caesarendra, W. and Tjahjowidodo, T. (2017). A review of feature extraction methods in vibration-based condition monitoring and its application for degradation trend estimation of low-speed slew bearing. *Machines*, 5(4):28.
- Chang, F.-K. (1998). *Structural health monitoring: current status and perspectives*. CRC Press.
- Cohen, M. X. (2017). *MATLAB for Brain and Cognitive Scientists*, volume 369. MIT Press, Cambridge, Massachusetts, London, England.
- Feng, N., Hahn, E., and Randall, R. (2002). Using transient analysis software to simulate vibration signals due to rolling element bearing defects. pages 689–694.
- Fukata, S., Gad, E., Kondou, T., Ayabe, T., and Tamura, H. (1985). On the radial vibration of ball bearings. (computer simulation). *Bulletin of the JSME*, 28(239):899–904.
- Gupta, P. K. (1979). Dynamics of rolling-element bearings part II: Cylindrical roller bearing results. *Journal of Tribology*, 101(3):305–311.
- Jakkula, V. (2011). Tutorial on Support Vector Machine (SVM). *School of EECS, Washington State University*, pages 1–13.
- Kankar, P. K., Sharma, S. C., and Harsha, S. P. (2011). Fault diagnosis of ball bearings using machine learning methods. *Expert Systems with Applications*, 38(3):1876–1886.
- Karris, S. T. (2008). *Introduction to Simulink ® with Engineering Applications*. Orchard Publications, 2 edition.
- Matsushita, O., Tanaka, M., Kanki, H., Kobayashi, M., and Keogh, P. (2017). *Vibrations of Rotating Machinery*, volume 17. Springer Japan, 1 edition.

- Mishra, C., Samantaray, A. K., and Chakraborty, G. (2017). Ball bearing defect models: A study of simulated and experimental fault signatures. *Journal of Sound and Vibration*, 400:86–112.
- Patil, M. S., Mathew, J., Rajendrakumar, P. K., and Desai, S. (2010). A theoretical model to predict the effect of localized defect on vibrations associated with ball bearing. *International Journal of Mechanical Sciences*, 52(9):1193–1201.
- Preece, S. J., Goulermas, J. Y., Kenney, L. P. J., and Howard, D. (2009). A comparison of Feature Extraction Methods for the Classification of Dynamic Activities from Accelerometer. *IEEE Transactions on biomedical engineering*, 56(3):871–879.
- Russo, D. P., Zorn, K. M., Clark, A. M., Zhu, H., and Ekins, S. (2018). Comparing Multiple Machine Learning Algorithms and Metrics for Estrogen Receptor Binding Prediction. *Molecular Pharmaceutics*, 15(10):4361–4370.
- Sanders, C. (2011). Maintenance Best Practice Guide A Guide to Vibration Analysis and Associated Techniques In Condition Monitoring Written by Maintenance Best Practice Guide. Technical Report 0, DAK Consulting Directon and Knowledge, Oxford.
- Sawalhi, N. and Randall, R. B. (2008). Simulating gear and bearing interactions in the presence of faults. Part I. The combined gear bearing dynamic model and the simulation of localised bearing faults. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 22(8):1924–1951.
- Sharma, V. and Parey, A. (2016). A Review of Gear Fault Diagnosis Using Various Condition Indicators. *Procedia Engineering*, 144:253–263.
- Soto-Ocampo, C. R., Mera, J. M., Cano-Moreno, J. D., and Garcia-Bernardo, J. L. (2020). Low-cost, high-frequency, data acquisition system for condition monitoring of rotating machinery through vibration analysis-case study. *Sensors*, 20(12):3493.
- Strang, G. (2005). *Linear Algebra and its Applications: Preface*. Massachusetts Institute of Technology (MIT), Cambridge, 4 edition.
- VAST(VibroAcustical Systems and Technologies) (2015). Vibrometer CM-21 User Manual.
- Yang, Y., Xia, W., Han, J., Song, Y., Wang, J., and Dai, Y. (2019). International Journal of Mechanical Sciences Vibration analysis for tooth crack detection in a spur gear system with clearance nonlinearity. *International Journal of Mechanical Sciences*, 158(May):648–661.

# APÉNDICES



# APÉNDICE A

Tabla 4.1: Simulaciones realizadas para falla en carrera externa

Id	Parámetro	Magnitud	Id	Parámetro	Magnitud
A5	$M_p$	12,638 Kg	A6	$M_p$	12,638 Kg
	$M_r$	1,0 Kg		$M_r$	1,0 Kg
	$M_s$	6,238 Kg		$M_s$	6,238 Kg
	$C$	451 N · s/m		$C$	451 N · s/m
	$C_p$	2210,7 N · s/m		$C_p$	2210,7 N · s/m
	$C_s$	1376,8 N · s/m		$C_s$	1376,8 N · s/m
	$K$	$10^6$ N/m		$K$	$10^6$ N/m
	$K_s$	$1,89 \times 10^{10}$ N/m		$K_s$	$1,89 \times 10^{10}$ N/m
	$K_p$	$1,51 \times 10^6$ N/m		$K_p$	$1,51 \times 10^6$ N/m
	$cl$	$11 \times 10^{-6}$ m		$cl$	$11 \times 10^{-6}$ m
	$d$	$7,94 \times 10^{-3}$ m		$d$	$7,94 \times 10^{-3}$ m
	$D$	$39,32 \times 10^{-3}$ m		$D$	$39,32 \times 10^{-3}$ m
	$W_s$	5 Rev/s		$W_s$	6 Rev/s
	$Long$	3 mm		$Long$	2,75 mm
	$Hd$	1 mm	$Hd$	1,25 mm	
	$N$	9	$N$	9	
A7	$M_p$	12,638 Kg	A8	$M_p$	12,638 Kg
	$M_r$	1,0 Kg		$M_r$	1,0 Kg
	$M_s$	6,238 Kg		$M_s$	6,238 Kg
	$C$	451 N · s/m		$C$	451 N · s/m
	$C_p$	2210,7 N · s/m		$C_p$	2210,7 N · s/m
	$C_s$	1376,8 N · s/m		$C_s$	1376,8 N · s/m
	$K$	$10^6$ N/m		$K$	$10^6$ N/m
	$K_s$	$1,89 \times 10^{10}$ N/m		$K_s$	$1,89 \times 10^{10}$ N/m
	$K_p$	$1,51 \times 10^6$ N/m		$K_p$	$1,51 \times 10^6$ N/m
	$cl$	$11 \times 10^{-6}$ m		$cl$	$11 \times 10^{-6}$ m
	$d$	$7,94 \times 10^{-3}$ m		$d$	$7,94 \times 10^{-3}$ m
	$D$	$39,32 \times 10^{-3}$ m		$D$	$39,32 \times 10^{-3}$ m
	$W_s$	7 Rev/s		$W_s$	8 Rev/s
	$Long$	3,25 mm		$Long$	2,5 mm
	$Hd$	0,75 mm	$Hd$	1,5 mm	
	$N$	9	$N$	9	
A9	$M_p$	12,638 Kg	A10	$M_p$	12,638 Kg
	$M_r$	1,0 Kg		$M_r$	1,0 Kg
	$M_s$	6,238 Kg		$M_s$	6,238 Kg
	$C$	451 N · s/m		$C$	451 N · s/m
	$C_p$	2210,7 N · s/m		$C_p$	2210,7 N · s/m
	$C_s$	1376,8 N · s/m		$C_s$	1376,8 N · s/m
	$K$	$10^6$ N/m		$K$	$10^6$ N/m
	$K_s$	$1,89 \times 10^{10}$ N/m		$K_s$	$1,89 \times 10^{10}$ N/m
	$K_p$	$1,51 \times 10^6$ N/m		$K_p$	$1,51 \times 10^6$ N/m
	$cl$	$11 \times 10^{-6}$ m		$cl$	$11 \times 10^{-6}$ m
	$d$	$7,94 \times 10^{-3}$ m		$d$	$7,94 \times 10^{-3}$ m
	$D$	$39,32 \times 10^{-3}$ m		$D$	$39,32 \times 10^{-3}$ m
	$W_s$	9 Rev/s		$W_s$	10 Rev/s
	$Long$	3 mm		$Long$	2,75 mm
	$Hd$	1 mm	$Hd$	1,25 mm	
	$N$	9	$N$	9	
	$M_p$	12,638 Kg		$M_p$	12,638 Kg
	$M_r$	1,0 Kg		$M_r$	1,0 Kg
	$M_s$	6,238 Kg		$M_s$	6,238 Kg
	$C$	451 N · s/m		$C$	451 N · s/m
	$C_p$	2210,7 N · s/m		$C_p$	2210,7 N · s/m
	$C_s$	1376,8 N · s/m		$C_s$	1376,8 N · s/m

A11	$K$	$10^6 \text{ N/m}$	A12	$K$	$10^6 \text{ N/m}$
	$K_s$	$1,89 \times 10^{10} \text{ N/m}$		$K_s$	$1,89 \times 10^{10} \text{ N/m}$
	$K_p$	$1,51 \times 10^6 \text{ N/m}$		$K_p$	$1,51 \times 10^6 \text{ N/m}$
	$cl$	$11 \times 10^{-6} \text{ m}$		$cl$	$11 \times 10^{-6} \text{ m}$
	$d$	$7,94 \times 10^{-3} \text{ m}$		$d$	$7,94 \times 10^{-3} \text{ m}$
	$D$	$39,32 \times 10^{-3} \text{ m}$		$D$	$39,32 \times 10^{-3} \text{ m}$
	$W_s$	$11 \text{ Rev/s}$		$W_s$	$12 \text{ Rev/s}$
	$Long$	$3,25 \text{ mm}$		$Long$	$2,5 \text{ mm}$
	$Hd$	$0,75 \text{ mm}$	$Hd$	$1,5 \text{ mm}$	
	$N$	$9$	$N$	$9$	
A13	$M_p$	$12,638 \text{ Kg}$	A14	$M_p$	$12,638 \text{ Kg}$
	$M_r$	$1,0 \text{ Kg}$		$M_r$	$1,0 \text{ Kg}$
	$M_s$	$6,238 \text{ Kg}$		$M_s$	$6,238 \text{ Kg}$
	$C$	$451 \text{ N} \cdot \text{s/m}$		$C$	$451 \text{ N} \cdot \text{s/m}$
	$C_p$	$2210,7 \text{ N} \cdot \text{s/m}$		$C_p$	$2210,7 \text{ N} \cdot \text{s/m}$
	$C_s$	$1376,8 \text{ N} \cdot \text{s/m}$		$C_s$	$1376,8 \text{ N} \cdot \text{s/m}$
	$K$	$10^6 \text{ N/m}$		$K$	$10^6 \text{ N/m}$
	$K_s$	$1,89 \times 10^{10} \text{ N/m}$		$K_s$	$1,89 \times 10^{10} \text{ N/m}$
	$K_p$	$1,51 \times 10^6 \text{ N/m}$		$K_p$	$1,51 \times 10^6 \text{ N/m}$
	$cl$	$11 \times 10^{-6} \text{ m}$		$cl$	$11 \times 10^{-6} \text{ m}$
$d$	$7,94 \times 10^{-3} \text{ m}$	$d$	$7,94 \times 10^{-3} \text{ m}$		
$D$	$39,32 \times 10^{-3} \text{ m}$	$D$	$39,32 \times 10^{-3} \text{ m}$		
$W_s$	$13 \text{ Rev/s}$	$W_s$	$14 \text{ Rev/s}$		
$Long$	$3 \text{ mm}$	$Long$	$2,75 \text{ mm}$		
	$Hd$	$1 \text{ mm}$	$Hd$	$1,25 \text{ mm}$	
	$N$	$9$	$N$	$9$	
A15	$M_p$	$12,638 \text{ Kg}$	A16	$M_p$	$12,638 \text{ Kg}$
	$M_r$	$1,0 \text{ Kg}$		$M_r$	$1,0 \text{ Kg}$
	$M_s$	$6,238 \text{ Kg}$		$M_s$	$6,238 \text{ Kg}$
	$C$	$451 \text{ N} \cdot \text{s/m}$		$C$	$451 \text{ N} \cdot \text{s/m}$
	$C_p$	$2210,7 \text{ N} \cdot \text{s/m}$		$C_p$	$2210,7 \text{ N} \cdot \text{s/m}$
	$C_s$	$1376,8 \text{ N} \cdot \text{s/m}$		$C_s$	$1376,8 \text{ N} \cdot \text{s/m}$
	$K$	$10^6 \text{ N/m}$		$K$	$10^6 \text{ N/m}$
	$K_s$	$1,89 \times 10^{10} \text{ N/m}$		$K_s$	$1,89 \times 10^{10} \text{ N/m}$
	$K_p$	$1,51 \times 10^6 \text{ N/m}$		$K_p$	$1,51 \times 10^6 \text{ N/m}$
	$cl$	$11 \times 10^{-6} \text{ m}$		$cl$	$11 \times 10^{-6} \text{ m}$
$d$	$7,94 \times 10^{-3} \text{ m}$	$d$	$7,94 \times 10^{-3} \text{ m}$		
$D$	$39,32 \times 10^{-3} \text{ m}$	$D$	$39,32 \times 10^{-3} \text{ m}$		
$W_s$	$15 \text{ Rev/s}$	$W_s$	$16 \text{ Rev/s}$		
$Long$	$3,25 \text{ mm}$	$Long$	$2,5 \text{ mm}$		
	$Hd$	$0,75 \text{ mm}$	$Hd$	$1,5 \text{ mm}$	
	$N$	$9$	$N$	$9$	
A17	$M_p$	$12,638 \text{ Kg}$	A18	$M_p$	$12,638 \text{ Kg}$
	$M_r$	$1,0 \text{ Kg}$		$M_r$	$1,0 \text{ Kg}$
	$M_s$	$6,238 \text{ Kg}$		$M_s$	$6,238 \text{ Kg}$
	$C$	$451 \text{ N} \cdot \text{s/m}$		$C$	$451 \text{ N} \cdot \text{s/m}$
	$C_p$	$2210,7 \text{ N} \cdot \text{s/m}$		$C_p$	$2210,7 \text{ N} \cdot \text{s/m}$
	$C_s$	$1376,8 \text{ N} \cdot \text{s/m}$		$C_s$	$1376,8 \text{ N} \cdot \text{s/m}$
	$K$	$10^6 \text{ N/m}$		$K$	$10^6 \text{ N/m}$
	$K_s$	$1,89 \times 10^{10} \text{ N/m}$		$K_s$	$1,89 \times 10^{10} \text{ N/m}$
	$K_p$	$1,51 \times 10^6 \text{ N/m}$		$K_p$	$1,51 \times 10^6 \text{ N/m}$
	$cl$	$11 \times 10^{-6} \text{ m}$		$cl$	$11 \times 10^{-6} \text{ m}$
$d$	$7,94 \times 10^{-3} \text{ m}$	$d$	$7,94 \times 10^{-3} \text{ m}$		
$D$	$39,32 \times 10^{-3} \text{ m}$	$D$	$39,32 \times 10^{-3} \text{ m}$		
$W_s$	$17 \text{ Rev/s}$	$W_s$	$18 \text{ Rev/s}$		
$Long$	$3 \text{ mm}$	$Long$	$2,75 \text{ mm}$		
	$Hd$	$1 \text{ mm}$	$Hd$	$1,25 \text{ mm}$	
	$N$	$9$	$N$	$9$	
	$M_p$	$12,638 \text{ Kg}$		$M_p$	$12,638 \text{ Kg}$
	$M_r$	$1,0 \text{ Kg}$		$M_r$	$1,0 \text{ Kg}$
	$M_s$	$6,238 \text{ Kg}$		$M_s$	$6,238 \text{ Kg}$

A19	$C$	451 N · s/m	A20	$C$	451 N · s/m
	$C_p$	2210,7 N · s/m		$C_p$	2210,7 N · s/m
	$C_s$	1376,8 N · s/m		$C_s$	1376,8 N · s/m
	$K$	$10^6$ N/m		$K$	$10^6$ N/m
	$K_s$	$1,89 \times 10^{10}$ N/m		$K_s$	$1,89 \times 10^{10}$ N/m
	$K_p$	$1,51 \times 10^6$ N/m		$K_p$	$1,51 \times 10^6$ N/m
	$cl$	$11 \times 10^{-6}$ m		$cl$	$11 \times 10^{-6}$ m
	$d$	$7,94 \times 10^{-3}$ m		$d$	$7,94 \times 10^{-3}$ m
	$D$	$39,32 \times 10^{-3}$ m		$D$	$39,32 \times 10^{-3}$ m
	$W_s$	19 Rev/s		$W_s$	20 Rev/s
	$Long$	3,25 mm		$Long$	2,5 mm
	$Hd$	0,75 mm		$Hd$	1,5 mm
	$N$	9		$N$	9

# APÉNDICE B

Tabla 4.2: Simulaciones realizadas para falla en carrera interna

Id	Parámetro	Magnitud	Id	Parámetro	Magnitud
B5	$M_p$	12,638 Kg	B6	$M_p$	12,638 Kg
	$M_r$	1,0 Kg		$M_r$	1,0 Kg
	$M_s$	6,238 Kg		$M_s$	6,238 Kg
	$C$	451N · s/m		$C$	451N · s/m
	$C_p$	2210,7 N · s/m		$C_p$	2210,7 N · s/m
	$C_s$	1376,8 N · s/m		$C_s$	1376,8 N · s/m
	$K$	$10^6$ N/m		$K$	$10^6$ N/m
	$K_s$	$1,89 \times 10^{10}$ N/m		$K_s$	$1,89 \times 10^{10}$ N/m
	$K_p$	$1,51 \times 10^6$ N/m		$K_p$	$1,51 \times 10^6$ N/m
	$cl$	$11 \times 10^{-6}$ m		$cl$	$11 \times 10^{-6}$ m
	$d$	$7,94 \times 10^{-3}$ m		$d$	$7,94 \times 10^{-3}$ m
	$D$	$39,32 \times 10^{-3}$ m		$D$	$39,32 \times 10^{-3}$ m
	$W_s$	5 Rev/s		$W_s$	6 Rev/s
	$Long$	3 mm		$Long$	2,75 mm
	$Hd$	1 mm	$Hd$	1,25 mm	
	$N$	9	$N$	9	
B7	$M_p$	12,638 Kg	B8	$M_p$	12,638 Kg
	$M_r$	1,0 Kg		$M_r$	1,0 Kg
	$M_s$	6,238 Kg		$M_s$	6,238 Kg
	$C$	451N · s/m		$C$	451N · s/m
	$C_p$	2210,7 N · s/m		$C_p$	2210,7 N · s/m
	$C_s$	1376,8 N · s/m		$C_s$	1376,8 N · s/m
	$K$	$10^6$ N/m		$K$	$10^6$ N/m
	$K_s$	$1,89 \times 10^{10}$ N/m		$K_s$	$1,89 \times 10^{10}$ N/m
	$K_p$	$1,51 \times 10^6$ N/m		$K_p$	$1,51 \times 10^6$ N/m
	$cl$	$11 \times 10^{-6}$ m		$cl$	$11 \times 10^{-6}$ m
	$d$	$7,94 \times 10^{-3}$ m		$d$	$7,94 \times 10^{-3}$ m
	$D$	$39,32 \times 10^{-3}$ m		$D$	$39,32 \times 10^{-3}$ m
	$W_s$	7 Rev/s		$W_s$	8 Rev/s
	$Long$	3,25 mm		$Long$	2,5 mm
	$Hd$	0,75 mm	$Hd$	1,5 mm	
	$N$	9	$N$	9	
B9	$M_p$	12,638 Kg	B10	$M_p$	12,638 Kg
	$M_r$	1,0 Kg		$M_r$	1,0 Kg
	$M_s$	6,238 Kg		$M_s$	6,238 Kg
	$C$	451N · s/m		$C$	451N · s/m
	$C_p$	2210,7 N · s/m		$C_p$	2210,7 N · s/m
	$C_s$	1376,8 N · s/m		$C_s$	1376,8 N · s/m
	$K$	$10^6$ N/m		$K$	$10^6$ N/m
	$K_s$	$1,89 \times 10^{10}$ N/m		$K_s$	$1,89 \times 10^{10}$ N/m
	$K_p$	$1,51 \times 10^6$ N/m		$K_p$	$1,51 \times 10^6$ N/m
	$cl$	$11 \times 10^{-6}$ m		$cl$	$11 \times 10^{-6}$ m
	$d$	$7,94 \times 10^{-3}$ m		$d$	$7,94 \times 10^{-3}$ m
	$D$	$39,32 \times 10^{-3}$ m		$D$	$39,32 \times 10^{-3}$ m
	$W_s$	9 Rev/s		$W_s$	10 Rev/s
	$Long$	3 mm		$Long$	2,75 mm
	$Hd$	1 mm	$Hd$	1,25 mm	
	$N$	9	$N$	9	
	$M_p$	12,638 Kg		$M_p$	12,638 Kg
	$M_r$	1,0 Kg		$M_r$	1,0 Kg
	$M_s$	6,238 Kg		$M_s$	6,238 Kg
	$C$	451N · s/m		$C$	451 N · s/m
	$C_p$	2210,7 N · s/m		$C_p$	2210,7 N · s/m
	$C_s$	1376,8 N · s/m		$C_s$	1376,8 N · s/m

B11	$K$	$10^6 \text{ N/m}$	B12	$K$	$10^6 \text{ N/m}$
	$K_s$	$1,89 \times 10^{10} \text{ N/m}$		$K_s$	$1,89 \times 10^{10} \text{ N/m}$
	$K_p$	$1,51 \times 10^6 \text{ N/m}$		$K_p$	$1,51 \times 10^6 \text{ N/m}$
	$cl$	$11 \times 10^{-6} \text{ m}$		$cl$	$11 \times 10^{-6} \text{ m}$
	$d$	$7,94 \times 10^{-3} \text{ m}$		$d$	$7,94 \times 10^{-3} \text{ m}$
	$D$	$39,32 \times 10^{-3} \text{ m}$		$D$	$39,32 \times 10^{-3} \text{ m}$
	$W_s$	$11 \text{ Rev/s}$		$W_s$	$12 \text{ Rev/s}$
	$Long$	$3,25 \text{ mm}$		$Long$	$2,5 \text{ mm}$
	$Hd$	$0,75 \text{ mm}$	$Hd$	$1,5 \text{ mm}$	
	$N$	$9$	$N$	$9$	
B13	$M_p$	$12,638 \text{ Kg}$	B14	$M_p$	$12,638 \text{ Kg}$
	$M_r$	$1,0 \text{ Kg}$		$M_r$	$1,0 \text{ Kg}$
	$M_s$	$6,238 \text{ Kg}$		$M_s$	$6,238 \text{ Kg}$
	$C$	$451 \text{ N} \cdot \text{s/m}$		$C$	$451 \text{ N} \cdot \text{s/m}$
	$C_p$	$2210,7 \text{ N} \cdot \text{s/m}$		$C_p$	$2210,7 \text{ N} \cdot \text{s/m}$
	$C_s$	$1376,8 \text{ N} \cdot \text{s/m}$		$C_s$	$1376,8 \text{ N} \cdot \text{s/m}$
	$K$	$10^6 \text{ N/m}$		$K$	$10^6 \text{ N/m}$
	$K_s$	$1,89 \times 10^{10} \text{ N/m}$		$K_s$	$1,89 \times 10^{10} \text{ N/m}$
	$K_p$	$1,51 \times 10^6 \text{ N/m}$		$K_p$	$1,51 \times 10^6 \text{ N/m}$
	$cl$	$11 \times 10^{-6} \text{ m}$		$cl$	$11 \times 10^{-6} \text{ m}$
$d$	$7,94 \times 10^{-3} \text{ m}$	$d$	$7,94 \times 10^{-3} \text{ m}$		
$D$	$39,32 \times 10^{-3} \text{ m}$	$D$	$39,32 \times 10^{-3} \text{ m}$		
$W_s$	$13 \text{ Rev/s}$	$W_s$	$14 \text{ Rev/s}$		
$Long$	$3 \text{ mm}$	$Long$	$2,75 \text{ mm}$		
	$Hd$	$1 \text{ mm}$	$Hd$	$1,25 \text{ mm}$	
	$N$	$9$	$N$	$9$	
B15	$M_p$	$12,638 \text{ Kg}$	B16	$M_p$	$12,638 \text{ Kg}$
	$M_r$	$1,0 \text{ Kg}$		$M_r$	$1,0 \text{ Kg}$
	$M_s$	$6,238 \text{ Kg}$		$M_s$	$6,238 \text{ Kg}$
	$C$	$451 \text{ N} \cdot \text{s/m}$		$C$	$451 \text{ N} \cdot \text{s/m}$
	$C_p$	$2210,7 \text{ N} \cdot \text{s/m}$		$C_p$	$2210,7 \text{ N} \cdot \text{s/m}$
	$C_s$	$1376,8 \text{ N} \cdot \text{s/m}$		$C_s$	$1376,8 \text{ N} \cdot \text{s/m}$
	$K$	$10^6 \text{ N/m}$		$K$	$10^6 \text{ N/m}$
	$K_s$	$1,89 \times 10^{10} \text{ N/m}$		$K_s$	$1,89 \times 10^{10} \text{ N/m}$
	$K_p$	$1,51 \times 10^6 \text{ N/m}$		$K_p$	$1,51 \times 10^6 \text{ N/m}$
	$cl$	$11 \times 10^{-6} \text{ m}$		$cl$	$11 \times 10^{-6} \text{ m}$
$d$	$7,94 \times 10^{-3} \text{ m}$	$d$	$7,94 \times 10^{-3} \text{ m}$		
$D$	$39,32 \times 10^{-3} \text{ m}$	$D$	$39,32 \times 10^{-3} \text{ m}$		
$W_s$	$15 \text{ Rev/s}$	$W_s$	$16 \text{ Rev/s}$		
$Long$	$3,25 \text{ mm}$	$Long$	$2,5 \text{ mm}$		
	$Hd$	$0,75 \text{ mm}$	$Hd$	$1,5 \text{ mm}$	
	$N$	$9$	$N$	$9$	
B17	$M_p$	$12,638 \text{ Kg}$	B18	$M_p$	$12,638 \text{ Kg}$
	$M_r$	$1,0 \text{ Kg}$		$M_r$	$1,0 \text{ Kg}$
	$M_s$	$6,238 \text{ Kg}$		$M_s$	$6,238 \text{ Kg}$
	$C$	$451 \text{ N} \cdot \text{s/m}$		$C$	$451 \text{ N} \cdot \text{s/m}$
	$C_p$	$2210,7 \text{ N} \cdot \text{s/m}$		$C_p$	$2210,7 \text{ N} \cdot \text{s/m}$
	$C_s$	$1376,8 \text{ N} \cdot \text{s/m}$		$C_s$	$1376,8 \text{ N} \cdot \text{s/m}$
	$K$	$10^6 \text{ N/m}$		$K$	$10^6 \text{ N/m}$
	$K_s$	$1,89 \times 10^{10} \text{ N/m}$		$K_s$	$1,89 \times 10^{10} \text{ N/m}$
	$K_p$	$1,51 \times 10^6 \text{ N/m}$		$K_p$	$1,51 \times 10^6 \text{ N/m}$
	$cl$	$11 \times 10^{-6} \text{ m}$		$cl$	$11 \times 10^{-6} \text{ m}$
$d$	$7,94 \times 10^{-3} \text{ m}$	$d$	$7,94 \times 10^{-3} \text{ m}$		
$D$	$39,32 \times 10^{-3} \text{ m}$	$D$	$39,32 \times 10^{-3} \text{ m}$		
$W_s$	$17 \text{ Rev/s}$	$W_s$	$18 \text{ Rev/s}$		
$Long$	$3 \text{ mm}$	$Long$	$2,75 \text{ mm}$		
	$Hd$	$1 \text{ mm}$	$Hd$	$1,25 \text{ mm}$	
	$N$	$9$	$N$	$9$	
	$M_p$	$12,638 \text{ Kg}$		$M_p$	$12,638 \text{ Kg}$
	$M_r$	$1,0 \text{ Kg}$		$M_r$	$1,0 \text{ Kg}$
	$M_s$	$6,238 \text{ Kg}$		$M_s$	$6,238 \text{ Kg}$

B19	$C$	451 N · s/m	B20	$C$	451 N · s/m
	$C_p$	2210,7 N · s/m		$C_p$	2210,7 N · s/m
	$C_s$	1376,8 N · s/m		$C_s$	1376,8 N · s/m
	$K$	$10^6$ N/m		$K$	$10^6$ N/m
	$K_s$	$1,89 \times 10^{10}$ N/m		$K_s$	$1,89 \times 10^{10}$ N/m
	$K_p$	$1,51 \times 10^6$ N/m		$K_p$	$1,51 \times 10^6$ N/m
	$cl$	$11 \times 10^{-6}$ m		$cl$	$11 \times 10^{-6}$ m
	$d$	$7,94 \times 10^{-3}$ m		$d$	$7,94 \times 10^{-3}$ m
	$D$	$39,32 \times 10^{-3}$ m		$D$	$39,32 \times 10^{-3}$ m
	$W_s$	19 Rev/s		$W_s$	20 Rev/s
	$Long$	3,25 mm		$Long$	2,5 mm
	$Hd$	0,75 mm		$Hd$	1,5 mm
	$N$	9		$N$	9

# APÉNDICE C

Tabla 4.3: Simulaciones realizadas para falla en Bola

Id	Parámetro	Magnitud	Id	Parámetro	Magnitud
C5	$M_p$	12,638 Kg	C6	$M_p$	12,638 Kg
	$M_r$	1,0 Kg		$M_r$	1,0 Kg
	$M_s$	6,238 Kg		$M_s$	6,238 Kg
	$C$	451N · s/m		$C$	451N · s/m
	$C_p$	2210,7 N · s/m		$C_p$	2210,7 N · s/m
	$C_s$	1376,8 N · s/m		$C_s$	1376,8 N · s/m
	$K$	$10^6$ N/m		$K$	$10^6$ N/m
	$K_s$	$1,89 \times 10^{10}$ N/m		$K_s$	$1,89 \times 10^{10}$ N/m
	$K_p$	$1,51 \times 10^6$ N/m		$K_p$	$1,51 \times 10^6$ N/m
	$cl$	$11 \times 10^{-6}$ m		$cl$	$11 \times 10^{-6}$ m
	$d$	$7,94 \times 10^{-3}$ m		$d$	$7,94 \times 10^{-3}$ m
	$D$	$39,32 \times 10^{-3}$ m		$D$	$39,32 \times 10^{-3}$ m
	$W_s$	5 Rev/s		$W_s$	6 Rev/s
	$Long$	0,75 mm		$Long$	1,25 mm
	$Hd$	1 mm	$Hd$	0,75 mm	
	$N$	9	$N$	9	
C7	$M_p$	12,638 Kg	C8	$M_p$	12,638 Kg
	$M_r$	1,0 Kg		$M_r$	1,0 Kg
	$M_s$	6,238 Kg		$M_s$	6,238 Kg
	$C$	451N · s/m		$C$	451N · s/m
	$C_p$	2210,7 N · s/m		$C_p$	2210,7 N · s/m
	$C_s$	1376,8 N · s/m		$C_s$	1376,8 N · s/m
	$K$	$10^6$ N/m		$K$	$10^6$ N/m
	$K_s$	$1,89 \times 10^{10}$ N/m		$K_s$	$1,89 \times 10^{10}$ N/m
	$K_p$	$1,51 \times 10^6$ N/m		$K_p$	$1,51 \times 10^6$ N/m
	$cl$	$11 \times 10^{-6}$ m		$cl$	$11 \times 10^{-6}$ m
	$d$	$7,94 \times 10^{-3}$ m		$d$	$7,94 \times 10^{-3}$ m
	$D$	$39,32 \times 10^{-3}$ m		$D$	$39,32 \times 10^{-3}$ m
	$W_s$	7 Rev/s		$W_s$	8 Rev/s
	$Long$	1 mm		$Long$	0,75 mm
	$Hd$	0,5 mm	$Hd$	1,5 mm	
	$N$	9	$N$	9	
C9	$M_p$	12,638 Kg	C10	$M_p$	12,638 Kg
	$M_r$	1,0 Kg		$M_r$	1,0 Kg
	$M_s$	6,238 Kg		$M_s$	6,238 Kg
	$C$	451N · s/m		$C$	451N · s/m
	$C_p$	2210,7 N · s/m		$C_p$	2210,7 N · s/m
	$C_s$	1376,8 N · s/m		$C_s$	1376,8 N · s/m
	$K$	$10^6$ N/m		$K$	$10^6$ N/m
	$K_s$	$1,89 \times 10^{10}$ N/m		$K_s$	$1,89 \times 10^{10}$ N/m
	$K_p$	$1,51 \times 10^6$ N/m		$K_p$	$1,51 \times 10^6$ N/m
	$cl$	$11 \times 10^{-6}$ m		$cl$	$11 \times 10^{-6}$ m
	$d$	$7,94 \times 10^{-3}$ m		$d$	$7,94 \times 10^{-3}$ m
	$D$	$39,32 \times 10^{-3}$ m		$D$	$39,32 \times 10^{-3}$ m
	$W_s$	9 Rev/s		$W_s$	10 Rev/s
	$Long$	0,75 mm		$Long$	1,25 mm
	$Hd$	1 mm	$Hd$	0,75 mm	
	$N$	9	$N$	9	
	$M_p$	12,638 Kg		$M_p$	12,638 Kg
	$M_r$	1,0 Kg		$M_r$	1,0 Kg
	$M_s$	6,238 Kg		$M_s$	6,238 Kg
	$C$	451N · s/m		$C$	451N · s/m
	$C_p$	2210,7 N · s/m		$C_p$	2210,7 N · s/m
	$C_s$	1376,8 N · s/m		$C_s$	1376,8 N · s/m

C11	$K$	$10^6 \text{ N/m}$	C12	$K$	$10^6 \text{ N/m}$
	$K_s$	$1,89 \times 10^{10} \text{ N/m}$		$K_s$	$1,89 \times 10^{10} \text{ N/m}$
	$K_p$	$1,51 \times 10^6 \text{ N/m}$		$K_p$	$1,51 \times 10^6 \text{ N/m}$
	$cl$	$11 \times 10^{-6} \text{ m}$		$cl$	$11 \times 10^{-6} \text{ m}$
	$d$	$7,94 \times 10^{-3} \text{ m}$		$d$	$7,94 \times 10^{-3} \text{ m}$
	$D$	$39,32 \times 10^{-3} \text{ m}$		$D$	$39,32 \times 10^{-3} \text{ m}$
	$W_s$	$11 \text{ Rev/s}$		$W_s$	$12 \text{ Rev/s}$
	$Long$	$1 \text{ mm}$		$Long$	$0,75 \text{ mm}$
	$Hd$	$0,5 \text{ mm}$		$Hd$	$1,5 \text{ mm}$
	$N$	$9$		$N$	$9$
	$M_p$	$12,638 \text{ Kg}$		$M_p$	$12,638 \text{ Kg}$
	$M_r$	$1,0 \text{ Kg}$		$M_r$	$1,0 \text{ Kg}$
	$M_s$	$6,238 \text{ Kg}$		$M_s$	$6,238 \text{ Kg}$
	$C$	$451 \text{ N} \cdot \text{s/m}$		$C$	$451 \text{ N} \cdot \text{s/m}$
	$C_p$	$2210,7 \text{ N} \cdot \text{s/m}$		$C_p$	$2210,7 \text{ N} \cdot \text{s/m}$
	$C_s$	$1376,8 \text{ N} \cdot \text{s/m}$		$C_s$	$1376,8 \text{ N} \cdot \text{s/m}$
C13	$K$	$10^6 \text{ N/m}$	C14	$K$	$10^6 \text{ N/m}$
	$K_s$	$1,89 \times 10^{10} \text{ N/m}$		$K_s$	$1,89 \times 10^{10} \text{ N/m}$
	$K_p$	$1,51 \times 10^6 \text{ N/m}$		$K_p$	$1,51 \times 10^6 \text{ N/m}$
	$cl$	$11 \times 10^{-6} \text{ m}$		$cl$	$11 \times 10^{-6} \text{ m}$
	$d$	$7,94 \times 10^{-3} \text{ m}$		$d$	$7,94 \times 10^{-3} \text{ m}$
	$D$	$39,32 \times 10^{-3} \text{ m}$		$D$	$39,32 \times 10^{-3} \text{ m}$
	$W_s$	$13 \text{ Rev/s}$		$W_s$	$14 \text{ Rev/s}$
	$Long$	$0,75 \text{ mm}$		$Long$	$1,25 \text{ mm}$
	$Hd$	$1 \text{ mm}$		$Hd$	$0,75 \text{ mm}$
	$N$	$9$		$N$	$9$
	$M_p$	$12,638 \text{ Kg}$		$M_p$	$12,638 \text{ Kg}$
	$M_r$	$1,0 \text{ Kg}$		$M_r$	$1,0 \text{ Kg}$
	$M_s$	$6,238 \text{ Kg}$		$M_s$	$6,238 \text{ Kg}$
	$C$	$451 \text{ N} \cdot \text{s/m}$		$C$	$451 \text{ N} \cdot \text{s/m}$
	$C_p$	$2210,7 \text{ N} \cdot \text{s/m}$		$C_p$	$2210,7 \text{ N} \cdot \text{s/m}$
	$C_s$	$1376,8 \text{ N} \cdot \text{s/m}$		$C_s$	$1376,8 \text{ N} \cdot \text{s/m}$
C15	$K$	$10^6 \text{ N/m}$	C16	$K$	$10^6 \text{ N/m}$
	$K_s$	$1,89 \times 10^{10} \text{ N/m}$		$K_s$	$1,89 \times 10^{10} \text{ N/m}$
	$K_p$	$1,51 \times 10^6 \text{ N/m}$		$K_p$	$1,51 \times 10^6 \text{ N/m}$
	$cl$	$11 \times 10^{-6} \text{ m}$		$cl$	$11 \times 10^{-6} \text{ m}$
	$d$	$7,94 \times 10^{-3} \text{ m}$		$d$	$7,94 \times 10^{-3} \text{ m}$
	$D$	$39,32 \times 10^{-3} \text{ m}$		$D$	$39,32 \times 10^{-3} \text{ m}$
	$W_s$	$15 \text{ Rev/s}$		$W_s$	$16 \text{ Rev/s}$
	$Long$	$1 \text{ mm}$		$Long$	$0,75 \text{ mm}$
	$Hd$	$0,5 \text{ mm}$		$Hd$	$1,5 \text{ mm}$
	$N$	$9$		$N$	$9$
	$M_p$	$12,638 \text{ Kg}$		$M_p$	$12,638 \text{ Kg}$
	$M_r$	$1,0 \text{ Kg}$		$M_r$	$1,0 \text{ Kg}$
	$M_s$	$6,238 \text{ Kg}$		$M_s$	$6,238 \text{ Kg}$
	$C$	$451 \text{ N} \cdot \text{s/m}$		$C$	$451 \text{ N} \cdot \text{s/m}$
	$C_p$	$2210,7 \text{ N} \cdot \text{s/m}$		$C_p$	$2210,7 \text{ N} \cdot \text{s/m}$
	$C_s$	$1376,8 \text{ N} \cdot \text{s/m}$		$C_s$	$1376,8 \text{ N} \cdot \text{s/m}$
C17	$K$	$10^6 \text{ N/m}$	C18	$K$	$10^6 \text{ N/m}$
	$K_s$	$1,89 \times 10^{10} \text{ N/m}$		$K_s$	$1,89 \times 10^{10} \text{ N/m}$
	$K_p$	$1,51 \times 10^6 \text{ N/m}$		$K_p$	$1,51 \times 10^6 \text{ N/m}$
	$cl$	$11 \times 10^{-6} \text{ m}$		$cl$	$11 \times 10^{-6} \text{ m}$
	$d$	$7,94 \times 10^{-3} \text{ m}$		$d$	$7,94 \times 10^{-3} \text{ m}$
	$D$	$39,32 \times 10^{-3} \text{ m}$		$D$	$39,32 \times 10^{-3} \text{ m}$
	$Long$	$0,75 \text{ mm}$		$Long$	$1,25 \text{ mm}$
	$Hd$	$1 \text{ mm}$		$Hd$	$0,75 \text{ mm}$
	$Hd$	$1 \text{ mm}$		$Hd$	$1,25 \text{ mm}$
	$N$	$9$		$N$	$9$
	$M_p$	$12,638 \text{ Kg}$		$M_p$	$12,638 \text{ Kg}$
	$M_r$	$1,0 \text{ Kg}$		$M_r$	$1,0 \text{ Kg}$
	$M_s$	$6,238 \text{ Kg}$		$M_s$	$6,238 \text{ Kg}$



C19	$C$	451 N · s/m	C20	$C$	451 N · s/m
	$C_p$	2210,7 N · s/m		$C_p$	2210,7 N · s/m
	$C_s$	1376,8 N · s/m		$C_s$	1376,8 N · s/m
	$K$	$10^6$ N/m		$K$	$10^6$ N/m
	$K_s$	$1,89 \times 10^{10}$ N/m		$K_s$	$1,89 \times 10^{10}$ N/m
	$K_p$	$1,51 \times 10^6$ N/m		$K_p$	$1,51 \times 10^6$ N/m
	$cl$	$11 \times 10^{-6}$ m		$cl$	$11 \times 10^{-6}$ m
	$d$	$7,94 \times 10^{-3}$ m		$d$	$7,94 \times 10^{-3}$ m
	$D$	$39,32 \times 10^{-3}$ m		$D$	$39,32 \times 10^{-3}$ m
	$W_s$	19 Rev/s		$W_s$	20 Rev/s
	$Long$	1 mm		$Long$	0,75 mm
	$Hd$	0,5 mm		$Hd$	1,5 mm
	$N$	9		$N$	9

# APÉNDICE D

Tabla 4.4: Simulaciones realizadas para sin falla

Id	Parámetro	Magnitud	Id	Parámetro	Magnitud
N5	$M_p$	12,638 Kg	N6	$M_p$	12,638 Kg
	$M_r$	1,0 Kg		$M_r$	1,0 Kg
	$M_s$	6,238 Kg		$M_s$	6,238 Kg
	$C$	451N · s/m		$C$	451N · s/m
	$C_p$	2210,7 N · s/m		$C_p$	2210,7 N · s/m
	$C_s$	1376,8 N · s/m		$C_s$	1376,8 N · s/m
	$K$	$10^6$ N/m		$K$	$10^6$ N/m
	$K_s$	$1,89 \times 10^{10}$ N/m		$K_s$	$1,89 \times 10^{10}$ N/m
	$K_p$	$1,51 \times 10^6$ N/m		$K_p$	$1,51 \times 10^6$ N/m
	$cl$	$11 \times 10^{-6}$ m		$cl$	$11 \times 10^{-6}$ m
	$d$	$7,94 \times 10^{-3}$ m		$d$	$7,94 \times 10^{-3}$ m
	$D$	$39,32 \times 10^{-3}$ m		$D$	$39,32 \times 10^{-3}$ m
	$W_s$	5 Rev/s		$W_s$	6 Rev/s
	$N$	9		$N$	9
N7	$M_p$	12,638 Kg	N8	$M_p$	12,638 Kg
	$M_r$	1,0 Kg		$M_r$	1,0 Kg
	$M_s$	6,238 Kg		$M_s$	6,238 Kg
	$C$	451N · s/m		$C$	451N · s/m
	$C_p$	2210,7 N · s/m		$C_p$	2210,7 N · s/m
	$C_s$	1376,8 N · s/m		$C_s$	1376,8 N · s/m
	$K$	$10^6$ N/m		$K$	$10^6$ N/m
	$K_s$	$1,89 \times 10^{10}$ N/m		$K_s$	$1,89 \times 10^{10}$ N/m
	$K_p$	$1,51 \times 10^6$ N/m		$K_p$	$1,51 \times 10^6$ N/m
	$cl$	$11 \times 10^{-6}$ m		$cl$	$11 \times 10^{-6}$ m
	$d$	$7,94 \times 10^{-3}$ m		$d$	$7,94 \times 10^{-3}$ m
	$D$	$39,32 \times 10^{-3}$ m		$D$	$39,32 \times 10^{-3}$ m
	$W_s$	7 Rev/s		$W_s$	8 Rev/s
	$N$	9		$N$	9
N9	$M_p$	12,638 Kg	N10	$M_p$	12,638 Kg
	$M_r$	1,0 Kg		$M_r$	1,0 Kg
	$M_s$	6,238 Kg		$M_s$	6,238 Kg
	$C$	451N · s/m		$C$	451N · s/m
	$C_p$	2210,7 N · s/m		$C_p$	2210,7 N · s/m
	$C_s$	1376,8 N · s/m		$C_s$	1376,8 N · s/m
	$K$	$10^6$ N/m		$K$	$10^6$ N/m
	$K_s$	$1,89 \times 10^{10}$ N/m		$K_s$	$1,89 \times 10^{10}$ N/m
	$K_p$	$1,51 \times 10^6$ N/m		$K_p$	$1,51 \times 10^6$ N/m
	$cl$	$11 \times 10^{-6}$ m		$cl$	$11 \times 10^{-6}$ m
	$d$	$7,94 \times 10^{-3}$ m		$d$	$7,94 \times 10^{-3}$ m
	$D$	$39,32 \times 10^{-3}$ m		$D$	$39,32 \times 10^{-3}$ m
	$W_s$	9 Rev/s		$W_s$	10 Rev/s
	$N$	9		$N$	9
N11	$M_p$	12,638 Kg	N12	$M_p$	12,638 Kg
	$M_r$	1,0 Kg		$M_r$	1,0 Kg
	$M_s$	6,238 Kg		$M_s$	6,238 Kg
	$C$	451N · s/m		$C$	451N · s/m
	$C_p$	2210,7 N · s/m		$C_p$	2210,7 N · s/m
	$C_s$	1376,8 N · s/m		$C_s$	1376,8 N · s/m
	$K$	$10^6$ N/m		$K$	$10^6$ N/m
	$K_s$	$1,89 \times 10^{10}$ N/m		$K_s$	$1,89 \times 10^{10}$ N/m
	$K_p$	$1,51 \times 10^6$ N/m		$K_p$	$1,51 \times 10^6$ N/m
	$cl$	$11 \times 10^{-6}$ m		$cl$	$11 \times 10^{-6}$ m
	$d$	$7,94 \times 10^{-3}$ m		$d$	$7,94 \times 10^{-3}$ m
	$D$	$39,32 \times 10^{-3}$ m		$D$	$39,32 \times 10^{-3}$ m

	$W_s$	11 Rev/s		$W_s$	12 Rev/s
	$N$	9		$N$	9
N13	$M_p$	12,638 Kg	N14	$M_p$	12,638 Kg
	$M_r$	1,0 Kg		$M_r$	1,0 Kg
	$M_s$	6,238 Kg		$M_s$	6,238 Kg
	$C$	451N · s/m		$C$	451N · s/m
	$C_p$	2210,7 N · s/m		$C_p$	2210,7 N · s/m
	$C_s$	1376,8 N · s/m		$C_s$	1376,8 N · s/m
	$K$	$10^6$ N/m		$K$	$10^6$ N/m
	$K_s$	$1,89 \times 10^{10}$ N/m		$K_s$	$1,89 \times 10^{10}$ N/m
	$K_p$	$1,51 \times 10^6$ N/m		$K_p$	$1,51 \times 10^6$ N/m
	$cl$	$11 \times 10^{-6}$ m		$cl$	$11 \times 10^{-6}$ m
	$d$	$7,94 \times 10^{-3}$ m		$d$	$7,94 \times 10^{-3}$ m
	$D$	$39,32 \times 10^{-3}$ m		$D$	$39,32 \times 10^{-3}$ m
	$W_s$	13 Rev/s		$W_s$	14 Rev/s
$N$	9	$N$	9		
N15	$M_p$	12,638 Kg	N16	$M_p$	12,638 Kg
	$M_r$	1,0 Kg		$M_r$	1,0 Kg
	$M_s$	6,238 Kg		$M_s$	6,238 Kg
	$C$	451N · s/m		$C$	451N · s/m
	$C_p$	2210,7 N · s/m		$C_p$	2210,7 N · s/m
	$C_s$	1376,8 N · s/m		$C_s$	1376,8 N · s/m
	$K$	$10^6$ N/m		$K$	$10^6$ N/m
	$K_s$	$1,89 \times 10^{10}$ N/m		$K_s$	$1,89 \times 10^{10}$ N/m
	$K_p$	$1,51 \times 10^6$ N/m		$K_p$	$1,51 \times 10^6$ N/m
	$cl$	$11 \times 10^{-6}$ m		$cl$	$11 \times 10^{-6}$ m
	$d$	$7,94 \times 10^{-3}$ m		$d$	$7,94 \times 10^{-3}$ m
	$D$	$39,32 \times 10^{-3}$ m		$D$	$39,32 \times 10^{-3}$ m
	$W_s$	15 Rev/s		$W_s$	16 Rev/s
$N$	9	$N$	9		
N17	$M_p$	12,638 Kg	N18	$M_p$	12,638 Kg
	$M_r$	1,0 Kg		$M_r$	1,0 Kg
	$M_s$	6,238 Kg		$M_s$	6,238 Kg
	$C$	451N · s/m		$C$	451N · s/m
	$C_p$	2210,7 N · s/m		$C_p$	2210,7 N · s/m
	$C_s$	1376,8 N · s/m		$C_s$	1376,8 N · s/m
	$K$	$10^6$ N/m		$K$	$10^6$ N/m
	$K_s$	$1,89 \times 10^{10}$ N/m		$K_s$	$1,89 \times 10^{10}$ N/m
	$K_p$	$1,51 \times 10^6$ N/m		$K_p$	$1,51 \times 10^6$ N/m
	$cl$	$11 \times 10^{-6}$ m		$cl$	$11 \times 10^{-6}$ m
	$d$	$7,94 \times 10^{-3}$ m		$d$	$7,94 \times 10^{-3}$ m
	$D$	$39,32 \times 10^{-3}$ m		$D$	$39,32 \times 10^{-3}$ m
	$W_s$	17 Rev/s		$W_s$	18 Rev/s
$N$	9	$N$	9		
N19	$M_p$	12,638 Kg	N20	$M_p$	12,638 Kg
	$M_r$	1,0 Kg		$M_r$	1,0 Kg
	$M_s$	6,238 Kg		$M_s$	6,238 Kg
	$C$	451N · s/m		$C$	451N · s/m
	$C_p$	2210,7 N · s/m		$C_p$	2210,7 N · s/m
	$C_s$	1376,8 N · s/m		$C_s$	1376,8 N · s/m
	$K$	$10^6$ N/m		$K$	$10^6$ N/m
	$K_s$	$1,89 \times 10^{10}$ N/m		$K_s$	$1,89 \times 10^{10}$ N/m
	$K_p$	$1,51 \times 10^6$ N/m		$K_p$	$1,51 \times 10^6$ N/m
	$cl$	$11 \times 10^{-6}$ m		$cl$	$11 \times 10^{-6}$ m
	$d$	$7,94 \times 10^{-3}$ m		$d$	$7,94 \times 10^{-3}$ m
	$D$	$39,32 \times 10^{-3}$ m		$D$	$39,32 \times 10^{-3}$ m
	$W_s$	19 Rev/s		$W_s$	20 Rev/s
$N$	9	$N$	9		

Tabla 4.5: Características extraídas. (Solo se muestran 64 señales debido al espacio, pero se calcularon 1204)

Id	Kur	W <sub>s</sub>	$\bar{x}$	RMS	FF	E	H	$a_{pico}$	FC	Sk	var	$\sigma$	Rango	AMP PRO	RMS F	1 <sup>ro</sup>	2 <sup>do</sup>	3 <sup>ro</sup>	4 <sup>to</sup>	5 <sup>to</sup>
A5	3,918	5	5,452E-20	3,832E-02	1,298E0	2,197E5	1,159E-01	1,748E-01	4,560E0	1,238E-18	1,469E-03	3,832E-02	3,537E-01	6,539E-03	7,271E-03	1,688E6	3,027E4	2,168E4	1,562E4	1,210E4
A6	4,179	6	-6,443E-21	4,152E-02	1,318E0	2,796E5	1,199E-01	1,792E-01	4,314E0	4,272E-18	1,724E-03	4,152E-02	3,645E-01	9,729E-03	1,067E-02	1,921E6	5,634E4	3,397E4	2,339E4	1,596E4
A7	4,530	7	-9,070E-20	4,953E-02	1,352E1	4,470E6	1,192E-01	2,180E-01	4,401E1	1,756E-18	2,454E-03	4,953E-02	4,516E-01	1,747E-02	1,882E-02	2,596E7	1,350E6	8,593E5	4,587E5	4,068E5
A8	4,551	8	1,090E-20	5,681E-02	1,365E2	6,119E7	1,171E-01	2,363E-01	4,159E2	-4,440E-18	3,228E-03	5,681E-02	4,762E-01	1,631E-02	1,852E-02	3,348E8	1,849E7	1,308E7	1,172E7	3,824E6
A9	4,731	9	6,245E-20	6,364E-02	1,388E3	8,159E8	1,138E-01	2,688E-01	4,224E3	6,521E-18	4,050E-03	6,364E-02	5,248E-01	2,052E-02	2,310E-02	4,065E9	2,280E8	2,242E8	2,091E8	3,518E7
A10	4,000	10	3,150E-19	4,235E-02	1,311E4	2,823E9	1,194E-01	1,631E-01	3,852E4	2,265E-02	1,793E-03	4,235E-02	3,401E-01	1,136E-02	1,177E-02	2,021E10	4,525E8	3,955E8	2,482E8	1,987E8
A11	4,384	11	-3,554E-19	4,684E-02	1,341E5	3,865E10	1,228E-01	2,047E-01	4,371E5	-1,207E-02	2,194E-03	4,684E-02	4,031E-01	1,433E-02	1,550E-02	2,358E11	8,178E9	7,995E9	5,308E9	3,690E9
A12	3,893	12	-6,124E-19	4,596E-02	1,311E6	3,313E11	1,160E-01	1,945E-01	4,233E6	8,787E-02	2,112E-03	4,596E-02	3,688E-01	1,404E-02	1,457E-02	2,384E12	7,642E10	4,226E10	3,219E10	2,270E10
A13	3,857	13	6,542E-19	4,541E-02	1,299E7	3,106E12	1,121E-01	1,934E-01	4,258E7	1,250E-01	2,062E-03	4,541E-02	3,748E-01	1,330E-02	1,399E-02	2,363E13	7,866E11	3,372E11	2,833E11	1,979E11
A14	4,125	14	1,497E-19	4,235E-02	1,311E8	2,823E13	1,176E-01	1,667E-01	3,923E8	-1,162E-01	1,667E-02	1,291E-01	1,048E8	4,100E-02	4,604E-02	1,816E15	1,331E14	2,645E13	1,687E13	1,672E13
A15	4,092	15	-8,327E-20	1,624E-01	1,350E9	4,732E15	1,060E-01	1,920E-01	3,646E9	-6,941E-02	2,636E-02	1,624E-01	1,279E9	7,085E-02	8,009E-02	2,808E16	2,934E15	5,976E14	2,396E14	1,816E14
A16	4,234	16	2,364E-19	1,764E-01	1,357E10	5,643E16	9,988E-02	6,222E-01	3,528E10	-7,751E-02	3,111E-02	1,764E-01	1,411E10	8,526E-02	9,376E-02	3,297E17	3,782E16	9,503E15	4,377E15	2,310E15
A17	4,089	17	1,586E-19	1,551E-01	1,351E11	4,319E17	1,015E-01	6,119E-01	3,946E11	-8,813E-02	2,405E-02	1,551E-01	1,252E11	6,709E-02	7,371E-02	2,561E18	2,698E17	8,115E16	4,755E16	2,744E16
A18	3,924	18	2,776E-20	1,568E-01	1,338E12	4,203E18	9,350E-02	6,024E-01	3,841E12	-2,316E-02	2,460E-02	1,568E-01	1,202E12	6,720E-02	7,386E-02	2,680E19	2,708E18	7,952E17	5,179E17	2,564E17
A19	3,537	19	1,983E-19	1,408E-01	1,308E13	3,067E19	9,876E-02	4,957E-01	3,521E13	-2,624E-02	1,982E-02	1,408E-01	1,032E13	6,107E-02	6,572E-02	2,249E20	1,773E19	4,532E18	1,339E18	1,092E18
A20	3,330	20	4,768E-19	1,579E-01	1,287E14	3,513E20	9,116E-02	5,668E-01	3,590E14	1,320E-01	2,492E-02	1,579E-01	1,126E14	6,435E-02	6,967E-02	2,924E21	2,043E20	4,059E19	4,059E19	1,067E19
B5	114,046	5	1,923E-19	1,827E-01	1,899E15	1,247E22	3,771E-01	3,536E15	1,935E16	2,775E-16	3,338E-02	1,827E-01	3,475E15	1,883E-02	2,004E-02	1,743E22	4,056E20	3,211E20	3,143E20	2,326E20
B6	66,909	6	4,342E-19	2,187E-01	2,001E16	1,885E23	3,780E-01	2,959E16	1,353E17	2,958E-17	4,781E-02	2,187E-01	3,035E16	3,272E-02	3,480E-02	2,220E23	1,162E22	7,689E21	7,155E21	4,946E21
B7	85,560	7	5,725E-20	2,889E-01	1,903E17	1,339E24	3,752E-01	3,204E17	1,697E18	1,430E-16	3,568E-02	1,889E-01	3,068E17	2,048E-02	2,195E-02	1,844E24	4,605E22	3,547E22	3,504E22	2,899E22
B8	85,409	8	-1,844E-19	2,568E-01	1,984E18	1,650E25	3,809E-01	3,422E18	1,664E19	-3,432E-16	4,227E-02	2,056E-01	3,373E18	2,334E-02	2,538E-02	2,009E25	5,648E23	5,344E23	5,172E23	4,472E23
B9	87,460	9	-2,430E-19	2,339E-01	2,097E19	2,239E26	3,948E-01	3,799E19	1,624E20	2,081E-16	5,471E-02	2,339E-01	3,714E19	3,345E-02	3,572E-02	2,311E26	1,305E25	8,723E24	7,772E24	7,227E24
B10	81,833	10	2,220E-19	2,314E-01	2,074E20	2,173E27	3,979E-01	3,793E20	1,640E21	1,947E-17	5,353E-02	2,314E-01	3,556E20	3,499E-02	3,702E-02	2,310E27	4,422E26	5,119E25	5,414E25	5,195E25
B11	66,909	11	4,342E-19	2,187E-01	2,001E21	1,885E28	3,780E-01	2,959E21	1,353E22	2,598E-17	4,781E-02	2,187E-01	3,035E21	3,272E-02	3,480E-02	2,220E28	1,136E27	7,689E26	7,155E26	4,946E26
B12	68,767	12	-2,181E-20	2,283E-01	2,034E22	2,086E29	3,782E-01	3,263E22	1,429E23	-1,437E-16	5,213E-02	2,283E-01	3,324E22	3,168E-02	3,426E-02	2,335E29	9,298E27	8,992E27	8,927E27	8,473E27
B13	82,806	13	5,174E-19	2,584E-01	2,160E23	2,791E30	3,962E-01	4,451E23	1,722E24	-1,401E-16	6,679E-02	2,584E-01	4,320E23	3,729E-02	4,036E-02	2,658E30	1,339E29	1,287E29	1,189E29	1,153E29
B14	78,784	14	1,566E-19	2,782E-01	2,224E24	3,307E31	4,011E-01	4,520E24	1,625E25	-3,867E-16	7,740E-02	2,782E-01	4,393E24	4,684E-02	5,035E-02	2,877E31	2,454E30	1,698E30	1,584E30	1,161E30
B15	64,997	15	-1,071E-19	2,796E-01	2,184E25	3,300E32	3,848E-01	4,097E25	1,466E26	1,673E-16	7,815E-02	2,796E-01	3,950E25	5,167E-02	5,601E-02	3,015E32	3,163E31	1,968E31	1,761E31	1,592E31
B16	57,973	16	-2,974E-19	2,849E-01	2,182E26	3,421E33	3,890E-01	3,393E26	1,191E27	1,953E-16	8,118E-02	2,849E-01	4,081E26	5,288E-02	5,637E-02	3,152E33	3,045E32	1,484E32	1,431E32	1,331E32
B17	60,036	17	1,031E-19	2,764E-01	2,182E27	3,224E34	3,944E-01	3,824E27	1,383E28	1,449E-16	7,639E-02	2,764E-01	4,427E27	4,247E-02	4,635E-02	2,950E34	1,884E33	1,734E33	1,600E33	1,520E33
B18	61,130	18	4,183E-19	2,756E-01	2,142E28	3,165E35	3,871E-01	3,807E28	1,381E29	1,758E-16	7,594E-02	2,756E-01	4,237E28	4,315E-02	4,666E-02	3,045E35	1,878E34	1,688E34	1,413E34	1,372E34
B19	60,820	19	2,478E-19	2,781E-01	2,138E29	3,223E36	3,858E-01	3,685E29	1,325E30	1,160E-17	7,737E-02	2,782E-01	4,238E29	4,967E-02	5,288E-02	3,106E36	2,970E35	1,309E35	1,206E35	1,084E35
B20	58,194	20	-1,546E-20	2,783E-01	2,138E30	3,222E37	3,704E-01	3,755E30	1,349E31	-1,986E-17	7,743E-02	2,783E-01	4,257E30	5,639E-02	6,092E-02	3,119E37	2,732E36	1,712E36	1,633E36	1,363E36
C5	214,400	5	-1,190E-20	1,744E-01	2,366E31	1,330E38	4,396E-01	4,699E31	2,694E32	3,602E-17	3,041E-02	1,744E-01	9,054E31	2,022E-02	2,165E-02	1,044E38	4,655E36	4,342E36	3,945E36	3,524E36
C6	128,346	6	1,804E-19	1,705E-01	1,842E32	1,048E39	3,680E-01	3,833E32	2,248E33	1,932E-16	2,906E-02	1,705E-01	7,644E32	1,536E-02	1,639E-02	1,623E39	2,492E37	2,251E37	2,121E37	1,827E37
C7	100,346	7	2,939E-19	1,834E-01	1,889E33	1,249E40	3,684E-01	3,264E33	1,780E34	2,653E-16	3,365E-02	1,834E-01	6,468E33	1,960E-02	2,091E-02	1,780E40	4,367E38	4,253E38	3,204E38	2,758E38
C8	110,999	8	-2,577E-20	1,921E-01	1,951E34	1,413E41	3,743E-01	3,829E34	1,993E35	3,668E-18	3,692E-02	1,921E-01	7,620E34	2,176E-02	2,332E-02	1,833E41	5,638E39	4,014E39	3,351E39	3,285E39
C9	127,252	9	7,137E-20	2,003E-01	2,005E35	1,575E42	3,867E-01	4,539E35	2,260E36	4,806E-16	4,013E-02	2,003E-01	8,835E35	2,389E-02	2,556E-02	1,884E42	6,767E40	5,800E40	4,243E40	4,027E40
C10	126,735	10	2,567E-19	1,627E-01	2,372E36	1,156E43	3,990E-01	3,194E36	1,964E37	-4,085E-16	2,646E-02	1,627E-01	6,661E36	2,842E-02	3,052E-02	9,127E42	9,356E41	5,379E41	4,958E41	4,763E41
C11	146,162	11	5,313E-19	2,212E-01	2,126E37	2,012E44	4,096E-01	5,513E37	2,492E38	3,213E-16	4,895E-02	2,212E-01	1,058E38	2,609E-02	2,834E-02	2,041E44	8,174E42	7,335E42	5,901E42	5,134E42
C12	123,438	12	-3,668E-20	2,209E-01	2,110E38	1,998E45	4,005E-01	5,012E38	2,268E39	-3,067E-16	4,882E-02	2,209E-01	9,940E38	2,792E-02	3,022E-02	2,060E45	8,094E43	6,672E43	6,067E43	5,830E43
C13	106,237	13	-4,758E-20	2,072E-01	2,009E39	1,690E46	3,855E-01	4,450E39	2,148E40	1,061E-16	4,292E-02	2,072E-01	8,757E39	2,445E-02	2,652E-02	1,997E46	6,567E44	6,183E44	4,750E44	4,224E44
C14	104,176	14	7,732E-20	2,068E-01	1,983E40	1,666E47	4,856E-01	4,371E40	2,113E41	-2,292E-16	4,278E-02	2,068E-01	8,674E40	2,395E-02	2,606E-02	2,042E47	6,283E45	5,563E45	4,583E45	4,236E45
C15	95,420	15	2,186E-19	2,023E-01	1,942E41	1,562E48	3,750E-01	4,789E41	2,367E42	5,744E-16	4,094E-02	2,023E-01	9,237E41	2,751E-02	2,967E-02	2,046E48	8,346E46	5,096E46	4,751E46	4,518E46
C16	87,290	16	3,965E-21	2,199E-01	1,906E42	1,485E49	3,643E-01	3,701E42	1,859E43	-5,278E-16	3,963E-02	1,991E-01	7,512E42	2,997E-02	3,261E-02	2,055E49	9,892E47	7,342E47	5,204E47	4,517E47
C17	108,547	17	-1,100E-19	2,076E-01	1,976E43	1,672E50	3,691E-01	4,288E43	2,065E44	-6,063E-16	4,312E-02	2,076E-01	8,46							

# CRONOGRAMA DE ACTIVIDADES



**Materia Integradora de Ingeniería Mecánica MECG1066, 2020 - Termino I**  
**Registro de Reuniones del Proyecto**

**Paralelo: 3**

**Profesor del Paralelo:** Ph.D. Francis Loayza

**Profesor Tutor :** Ph.D. Christian Silva

**Proyecto:** Sistema de monitoreo de condición para rodamientos a partir de mediciones de aceleración

<b>Reunión No.</b>	<b>Fecha</b>	<b>Estudiante</b>	<b>Profesor Tutor</b>	<b>Retroalimentación del Tutor</b>
1	05/06/2020	Luis Márquez Ricardo Ortiz	Ph.D. Christian Silva	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Presentación del grupo de trabajo.</li> <li>• Búsqueda de información literaria respecto al tema de tesis.</li> <li>• Búsqueda de modelos matemáticos de papers.</li> </ul>
2	12/06/2020	Luis Márquez Ricardo Ortiz	Ph.D. Christian Silva	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Selección del modelo matemático a ser empleado.</li> <li>• Investigar sobre como simular el proyecto utilizando un script de Matlab.</li> </ul>
3	19/06/2020	Luis Márquez Ricardo Ortiz	Ph.D. Christian Silva	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Se recomendó intentar simular el modelo solo con 2 elementos rodantes e ir subiendo dicho número hasta llegar a 9.</li> <li>• Investigar sobre procesamiento de Señales.</li> <li>• Recomendaciones acerca del impacto del proyecto para la sección de definición del problema</li> </ul>
4	26/06/2020	Luis Márquez Ricardo Ortiz	Ph.D. Christian Silva	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Se recomendó emplear Simulink2016b para simular el modelo matemático.</li> <li>• Investigar sobre la transformada de Fourier y como implementarla.</li> </ul>

**Materia Integradora de Ingeniería Mecánica MECG1066, 2020 - Termino I**  
**Registro de Reuniones del Proyecto**

**Paralelo: 3**

**Profesor del Paralelo:** Ph.D. Francis Loayza

**Profesor Tutor :** Ph.D. Christian Silva

**Proyecto:** Sistema de monitoreo de condición para rodamientos a partir de mediciones de aceleración

Reunión No.	Fecha	Estudiante	Profesor Tutor	Retroalimentación del Tutor
5	03/07/2020	Luis Márquez Ricardo Ortiz	Ph.D. Christian Silva	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Se recomendó simular el modelo en Simulink empezando solo con 2 elementos rodantes e ir subiendo hasta 9 para encontrar el error que diverge a la solución.</li> <li>• Se recomendó utilizar el libro de Strang para entender la transformada de Fourier desde el punto de vista de álgebra lineal.</li> <li>• Analizar las posibles alternativas de solución del proyecto</li> </ul>
6	10/07/2020	Luis Márquez Ricardo Ortiz	Ph.D. Christian Silva	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Se mencionaron dos bloques nuevos para intentar reducir el número de conexiones en el modelo de simulink.</li> <li>• Investigar más a fondo filtrado y procesamiento de señal.</li> <li>• Recomendaciones para la casa de la calidad</li> </ul>
7	17/07/2020	Luis Márquez Ricardo Ortiz	Ph.D. Christian Silva	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Se mencionó el bloque Unit delay para ayudar a compilar el modelo en simulink.</li> <li>• Búsqueda de información literaria sobre aprendizaje de máquina.</li> </ul>
8	24/07/2020	Luis Márquez Ricardo Ortiz	Ph.D. Christian Silva	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Se recomendó utilizar solo solvers de step size fijo e ir probando cada uno de ellos.</li> <li>• Investigar características que se puedan extraer de señales</li> </ul>
9	31/07/2020	Luis Márquez Ricardo Ortiz	Ph.D. Christian Silva	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Se recomendó emplear el solver ode3.</li> </ul>

**Materia Integradora de Ingeniería Mecánica MECG1066, 2020 - Termino I**  
**Registro de Reuniones del Proyecto**

**Paralelo: 3**

**Profesor del Paralelo:** Ph.D. Francis Loayza

**Profesor Tutor :** Ph.D. Christian Silva

**Proyecto:** Sistema de monitoreo de condición para rodamientos a partir de mediciones de aceleración

Reunión No.	Fecha	Estudiante	Profesor Tutor	Retroalimentación del Tutor
10	07/08/2020	Luis Márquez Ricardo Ortiz	Ph.D. Christian Silva	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Recomendación de emplear <i>decision blocks</i>.</li> <li>• Utilizar el solver ode4 pero con step size no mayor a 0.5 micro segundos.</li> </ul>
11	14/08/2020	Luis Márquez Ricardo Ortiz	Ph.D. Christian Silva	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Investigar sobre procesamiento de señal envolvente.</li> <li>• Investigar sobre la transformada de Hilbert.</li> </ul>
12	21/08/2020	Luis Márquez Ricardo Ortiz	Ph.D. Christian Silva	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Investigar como determinar el correcto filtro pasa-banda.</li> </ul>
13	28/08/2020	Luis Márquez Ricardo Ortiz	Ph.D. Christian Silva	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Comprender el funcionamiento de la aplicación de Matlab Classification Learner.</li> <li>• Insertar ruido Gaussiano a la Señal.</li> </ul>
14	04/09/2020	Luis Márquez Ricardo Ortiz	Ph.D. Christian Silva	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Entender la matemática de support vector machine y KNN.</li> <li>• Investigar sobre métricas de Machine Learning.</li> </ul>
15	11/09/2020	Luis Márquez Ricardo Ortiz	Ph.D. Christian Silva	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Recomendaciones acerca de como escribir la sección de conclusiones y discusiones.</li> </ul>

Ph.D Christian Silva



**Materia Integradora de Ingeniería Mecánica MCEG1066, I Terminó 2020**  
**Registro de Entrevistas con Contactos Externos**

**Paralelo:** 3

**Profesor del Paralelo:** Ph. D. Francis Loayza Paredes

**Proyecto:** Sistema de monitoreo de condición para rodamientos a partir de mediciones de aceleración

Reunión No.	Fecha	Estudiante	Nombre del Contacto	Email / teléfono de Contacto
<b>1</b>	08/06/2020	Ricardo Ortiz	Fernando Gómez Sánchez	gmzsnch2@illinois.edu
<b>Descripción del Contacto:</b> Smart Structures Technology Lab University of Illinois				
<b>Comentarios:</b> Proporcionó información acerca de los métodos actuales para monitoreo estructural.				
Reunión No.	Fecha	Estudiante	Nombre del Contacto	Email / teléfono de Contacto
<b>2</b>	17/06/2020	Ricardo Ortiz	Édgar Landívar	edgar@palosanto.com
<b>Descripción del Contacto:</b> Propietario Yúbox				
<b>Comentarios:</b> Dio información respecto a sensores inalámbricos, y al inicio del proyecto proporcionó sensores.				
Reunión No.	Fecha	Estudiante	Nombre del Contacto	Email / teléfono de Contacto
<b>3</b>	18/08/2020	Luis Márquez	Javier Benítez	bx@vast.su
<b>Descripción del Contacto:</b> Ingeniero de Implementación de la empresa VAST				
<b>Comentarios:</b> Presentó la cotización del vibrómetro CM-1				