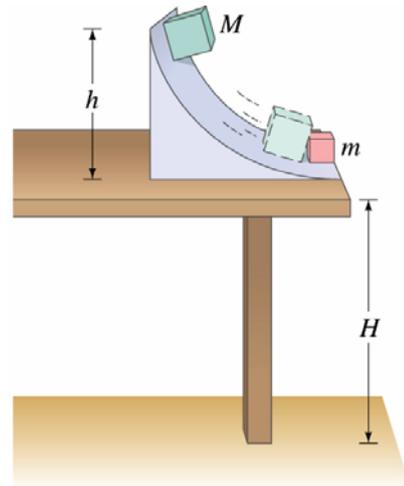


SOLUCIÓN

PREGUNTA 1 (20 puntos)

Un cubo de masa M se desliza por un plano inclinado sin fricción, como se muestra en la figura, y golpea elásticamente a otro cubo de masa $m = \frac{1}{2}M$ en el fondo del plano. Si el plano inclinado tiene una altura $h = 30$ cm y la mesa está a una altura $H = 90$ cm del suelo, ¿dónde cae cada cubo? Considere que ambos cubos dejan el plano con movimiento horizontal.



El bloque M llega al fondo del plano con una velocidad horizontal de $v_0 = \sqrt{2gh} = 2.42$ m/s.

Para una colisión elástica:

$$Mv_0 = Mv_M + mv_m \Rightarrow 2.42 = v_M + 0.5v_m \quad (1)$$

$$e = \frac{v_m - v_M}{v_0} = 1 \Rightarrow 2.42 = v_m - v_M \quad (2)$$

$$(1) + (2) \Rightarrow v_m = 3.23 \text{ m/s}$$

$$\text{Reemplazando en (1)} \Rightarrow v_M = 0.81 \text{ m/s}$$

El tiempo de caída para ambos bloques es

$$t = \sqrt{\frac{2H}{g}} = 0.43 \text{ s}$$

El bloque M recorre una distancia horizontal de

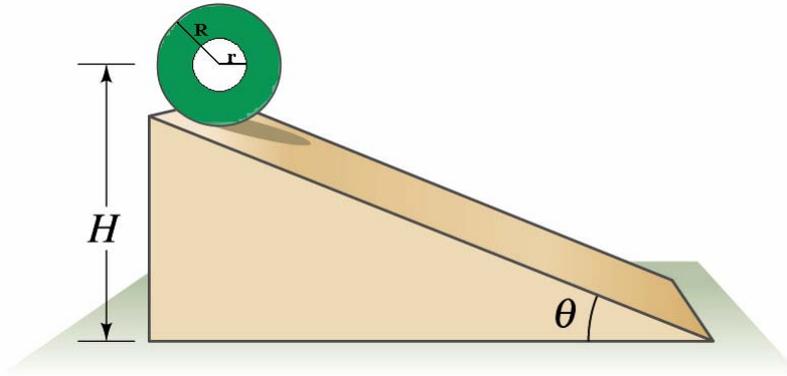
$$x_M = v_M t \Rightarrow x_M = 35 \text{ cm}$$

El bloque m recorre una distancia horizontal de

$$x_m = v_m t \Rightarrow x_m = 139 \text{ cm}$$

PREGUNTA 2 (15 puntos)

Desde la parte superior de un plano inclinado un ángulo $\theta = 37^\circ$ se suelta desde el reposo un cilindro hueco de radio interior $r = 0.20$ m y radio exterior $R = 0.40$ m para que su centro de masa descienda una altura $H = 6.00$ m hasta llegar al suelo. Encuentre la velocidad angular con la que el cilindro llega al suelo. [$I_{cm} = \frac{1}{2}m(r^2 + R^2)$]



Ya que el trabajo neto realizado por la fricción sobre el cilindro es cero, la energía mecánica del cilindro durante su movimiento se conserva:

$$K_o + U_o = K_f + U_f$$

Tomando como nivel de referencia el piso, tenemos:

$$mgH = \frac{1}{2}mv_{cm}^2 + \frac{1}{2}I_{cm}\omega^2 + mgR$$

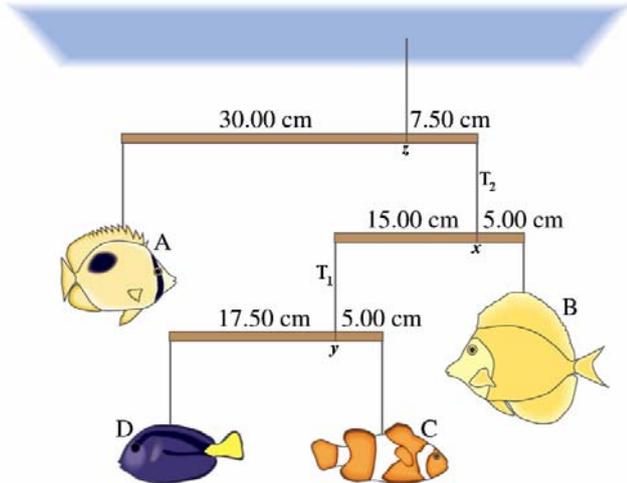
$$mgH = \frac{1}{2}m(\omega R)^2 + \frac{1}{2}\left[\frac{1}{2}m(R^2 + r^2)\right]\omega^2 + mgR$$

$$\omega = \sqrt{\frac{4g(H - R)}{3R^2 + r^2}}$$

$$\omega = 20.5 \text{ rad/s}$$

PREGUNTA 3 (15 puntos)

El sistema de la figura está en equilibrio. El objeto B tiene una masa de 1.50 kg. Determine las masas de los objetos A, C y D. (Los pesos de las barras transversales se consideran despreciables) Considere $g = 10 \text{ m/s}^2$



Para un sistema en equilibrio:

$$\sum \vec{F} = 0$$

$$\sum \vec{\tau} = 0$$

$$\sum \vec{\tau}_x = 0 \Rightarrow T_1(15) = W_B(5) \Rightarrow T_1 = 5N$$

$$\sum \vec{\tau}_y = 0 \Rightarrow W_D(17.50) = (T_1 - W_D)(5.00) \Rightarrow M_D = 0.111kg$$

$$W_C = T_1 - W_D \Rightarrow M_C = 0.389kg$$

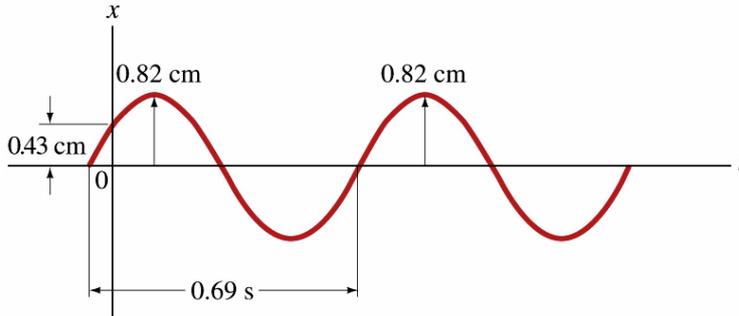
$$T_2 = T_1 + W_B \Rightarrow T_2 = 20N$$

$$\sum \vec{\tau}_z = 0 \Rightarrow W_A(30.00) = T_2(7.50) \Rightarrow M_A = 0.500kg$$

PREGUNTA 4 (12 puntos)

Una partícula realiza un movimiento armónico simple y su posición, dada por la expresión $x(t) = A \cos(\omega t + \phi)$, se muestra en el diagrama x vs. t adjunto. Determine

- a) los valores de A , ω y ϕ . (8 puntos)
 b) la posición de la partícula en $t = 0.85$ s. (4 puntos)



Del gráfico vemos que

$$A = 0.82 \text{ cm}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0.69} \Rightarrow \omega = 9.11 \text{ rad/s}$$

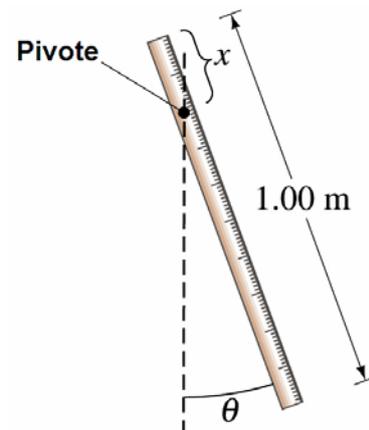
$$\text{En } t = 0 \Rightarrow x = 0.43 \text{ cm}$$

$$0.43 = 0.82 \cos(\phi) \Rightarrow \phi = 1.02 \text{ rad}$$

$$\text{En } t = 0.85 \text{ s} \Rightarrow x = 0.82 \cos[(9.11)(0.85) + 1.02] \Rightarrow x = -0.65 \text{ cm}$$

PREGUNTA 5 (8 puntos)

Una regla de 1.00 m de longitud se encuentra pivoteada a una distancia x de un extremo, como se muestra en la figura. Al ser desplazada un pequeño ángulo θ de la posición de equilibrio oscila con un periodo de 2.00 s . ¿Cuál es el (los) valor(es) de x ?



$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_P}{mgd}}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\frac{1}{12}ml^2 + m(l/2 - x)^2}{mg(l/2 - x)}} \Rightarrow x = 40.7 \text{ cm}$$

