1. Encuentre la distancia recorrida y el desplazamiento realizado por la partícula, al pasar del punto 1 al punto 2 mostrados en la figura 200.

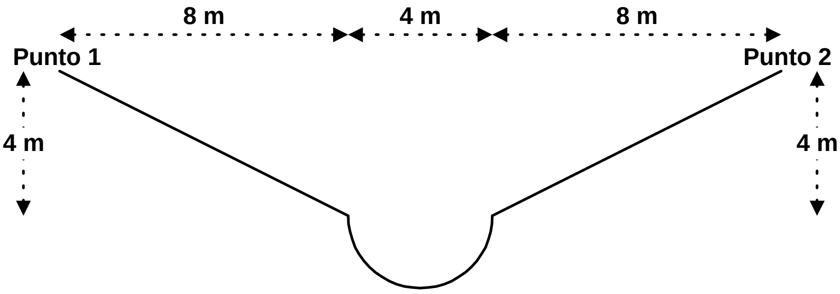


Figura 1

<u>SOLUCIÓN</u>

La partícula avanza por tres segmentos, dos son rectos y uno es curvo, específicamente una semicircunferencia. Comenzaremos calculando la longitud de la primera recta, esto es desde el punto 1 hasta donde da inicio la semicircunferencia. Fíjese que podemos formar un triángulo rectángulo, donde la hipotenusa es la longitud del primer recorrido que hará la partícula.

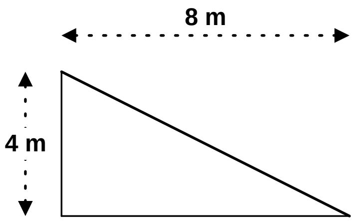


Figura 2

$$d_1 = \sqrt{(4m)^2 + (8m)^2}$$
$$d_1 = \sqrt{80}m$$

Por tanto, la primera distancia recorrida por la partícula es $\sqrt{80}m$.

La segunda distancia realizada, como ya se dijo antes, es la longitud (o perímetro) de la semicircunferencia formada. La longitud de una circunferencia está dada por C = 2πr, donde r es el radio de la circunferencia.

$$d_2 = \frac{C}{2}$$
$$d_2 = \frac{2\pi r}{2} = \pi r = (2\pi)m$$

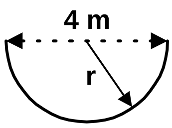


Figura 3

Por tanto, la segunda distancia recorrida por la partícula es (2π)m.
La tercer distancia es la longitud de la tercer línea, pero podemos verificar que tiene la misma longitud que la primera, porque tiene las mismas medidas. Entonces, la distancia total recorrida por la partícula es

$$d_T = d_1 + d_2 + d_3 = \sqrt{80}m + (2\pi)m + \sqrt{80}m = 24.17 \text{ m}$$

El desplazamiento, en cambio, es simplemente el vector que parte del origen del movimiento y llega al fin de él, en el gráfico adjunto, presentado en la figura 4.

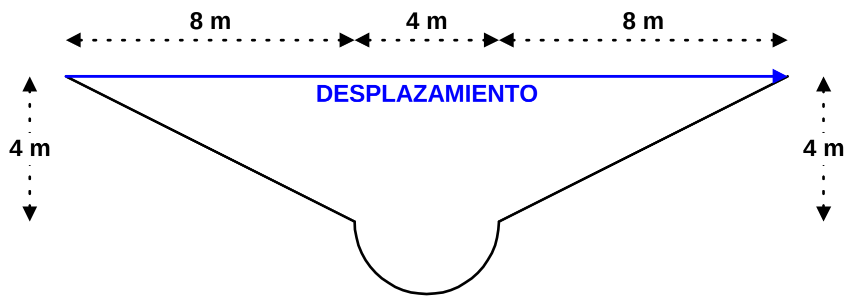


Figura 4

del gráfico mostrado podemos concluir que el vector desplazamiento es

$$\mathbf{\Delta x} = (20\,\hat{i}\,)\text{m}$$

y la magnitud del desplazamiento es

$$|\mathbf{\Delta x}| = 20\text{m}$$

2. Un auto sale del punto A y se dirige al punto B (véase la figura 5), determine cuál es el desplazamiento de la partícula y cuál es la distancia recorrida por la partícula.

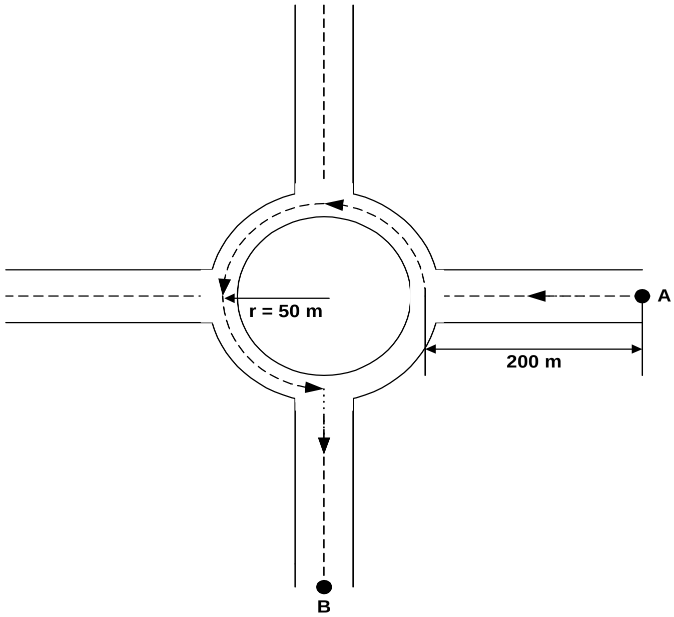


Figura 5

<u>SOLUCIÓN</u>

El desplazamiento es el vector que se muestra en la figura 6. La hipotenusa del triángulo formado es la magnitud del desplazamiento.

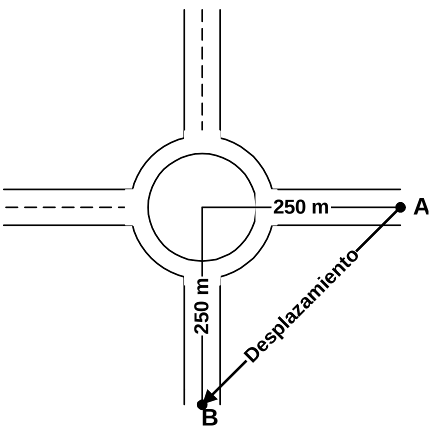


Figura 6

$$\overrightarrow{\Delta r} = \left(-250\hat{i} - 250\,\hat{j}\right) m$$

$$\left|\overrightarrow{\Delta r}\right| = \sqrt{250^2 + 250^2}\, m$$

$$\left|\overrightarrow{\Delta r}\right| = 353.55m$$

Cabe aclarar que los 250 m son la suma de los 200 m que hay hasta el inicio del tramo curvo, más los 50 m que corresponden al radio de la trayectoria circular.

La distancia es la longitud de la trayectoria recorrida por la partícula. En la figura 204 se muestra con línea roja el recorrido realizado por la partícula, y la longitud de esa línea roja es la distancia.

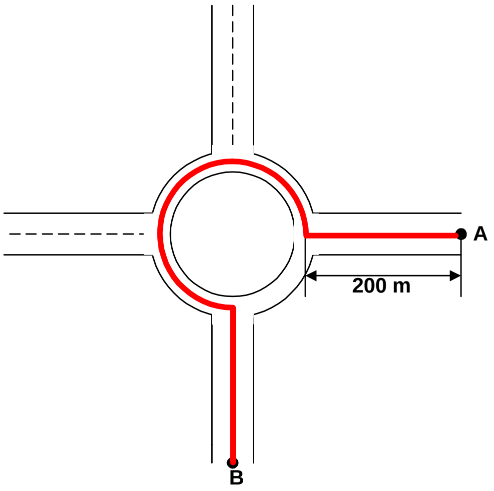


Figura 7

Por tanto la longitud recorrida es la suma de las longitudes de las rectas más la longitud de las ¾ partes de la circunferencia de radio 50 m.

$$d = 200m + 200m + \frac{3}{4}C$$

$$d = 400m + \frac{3}{4}(2 \times \pi \times 50m)$$

d = 653.92 m

3. Un auto demora 5 segundos en ir del punto A al punto B, determine la velocidad media y la rapidez media del auto entre los puntos A y B.

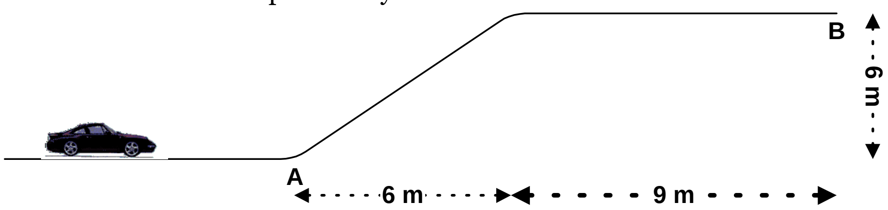


Figura 8

SOLUCIÓN

En la figura 9 se muestra el desplazamiento realizado por la partícula (recorrido que no es real) y la distancia recorrida por la partícula

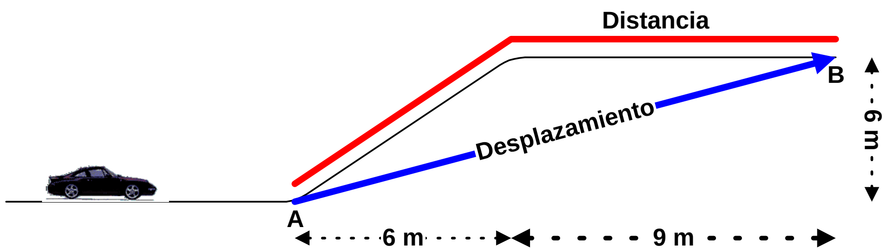


Figura 9

Se puede ver claramente que el desplazamiento es $\overrightarrow{\Delta r} = (15\hat{i} + 6\hat{j})m$, por lo tanto la velocidad media es

$$\overrightarrow{Vm} = \frac{(15\hat{i} + 6\hat{j})m}{5s}$$

$$\overrightarrow{Vm} = (3\hat{i} + 1.2\hat{j})\,m/s$$

La magnitud de la velocidad media es

$$\left|\overrightarrow{Vm}\right| = \sqrt{3^2 + 1.2^2}\ m/s$$

$$\left|\overrightarrow{Vm}\right| = 3.23\ m/s$$

La rapidez media es, en cambio,

$$Rapm = \frac{d_1 + d_2}{t}$$

donde d_1 es la hipotenusa del triángulo que tiene como base 6 m y altura también 6m, mientras que d_2 es 9m.

$$d_1 = \sqrt{(6m)^2 + (6m)^2} = \sqrt{72}\ m$$

$$Rapm = \frac{\sqrt{72}\ m + 9m}{5s}$$

$$Rapm = 3.50\ m/s$$

Fíjese que la rapidez media es mayor que la magnitud de la velocidad media.

4. Encuentre la velocidad media y la rapidez media de la pelota que está amarrada a la cuerda, y que sale del punto P y llega al punto Q, si demora 0.65 s en el recorrido.

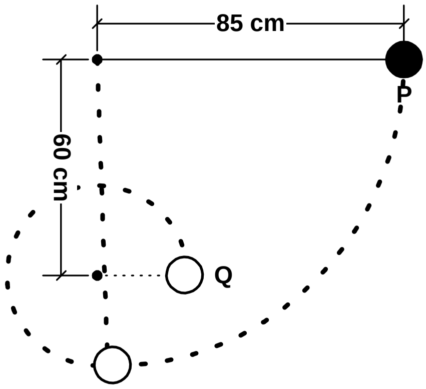


Figura 10

SOLUCIÓN

La velocidad media es la razón entre el desplazamiento y el tiempo. En la figura 11 se muestra con línea azul el desplazamiento, y con línea roja la distancia recorrida por la partícula

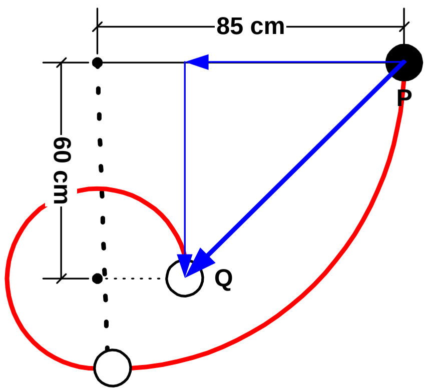


Figura 11

El desplazamiento de la partícula es $\overrightarrow{\Delta r} = \left(-0.65\hat{i} - 0.65\hat{j}\right)m$, por tanto la velocidad media será $\overrightarrow{Vm} = \frac{\left(-0.65\hat{i} - 0.65\hat{j}\right)m}{0.65s}$ = $\overrightarrow{Vm} = \left(-\hat{i} - \hat{j}\right)m/s$, y la magnitud de la velocidad media es, por tanto

$$\left|\overrightarrow{Vm}\right| = \sqrt{1^2 + 1^2}\ m/s$$
$$\left|\overrightarrow{Vm}\right| = 1.41\, m/s$$

La distancia recorrida por la partícula está compuesta de dos trayectorias circulares, la una es la cuarta parte de la longitud de la circunferencia que tiene por radio r_1 = 0.85 cm, y la otra parte de la trayectoria curvilínea son las tres cuartas partes de una circunferencia de radio r_2 = 0.25 cm.

$$d_{TOTAL} = d_1 + d_2$$
$$d_{TOTAL} = \frac{2\pi r_1}{4} + \frac{3(2\pi r_2)}{4}$$
$$d_{TOTAL} = \frac{2\pi(0.85m)}{4} + \frac{3(2\pi(0.25m))}{4}$$
$$d_{TOTAL} = 2.51m$$

Por tanto la rapidez media será

$$Rapm = \frac{2.51}{0.65}\, m/s$$
$$Rapm = 3.86m/s$$

5. Dos partículas se encuentran separadas 100 m, y se dirigen la una hacia la otra con velocidades constantes de 5 m/s y – 3 m/s. Encuentre la distancia, a partir de la ubicación de la partícula que se mueve a 5 m/s, en que ocurre el encuentro.

SOLUCIÓN
La figura 231 muestra la situación presentada en el enunciado del problema anterior.
En este caso estamos considerando nuestro sistema de referencia como positivo hacia la

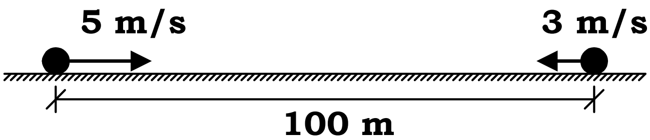


Figura 12

derecha. Recuerde que el signo en la velocidad solamente indica la dirección del movimiento, por lo tanto la partícula que se mueve en la dirección positiva (hacia la derecha) es la partícula que tiene velocidad + 5 m/s, y la partícula que se mueve hacia en la dirección negativa (hacia la izquierda) es la que tiene la velocidad – 3 m/s.

En la figura 13 mostramos el desplazamiento realizado por cada partícula.

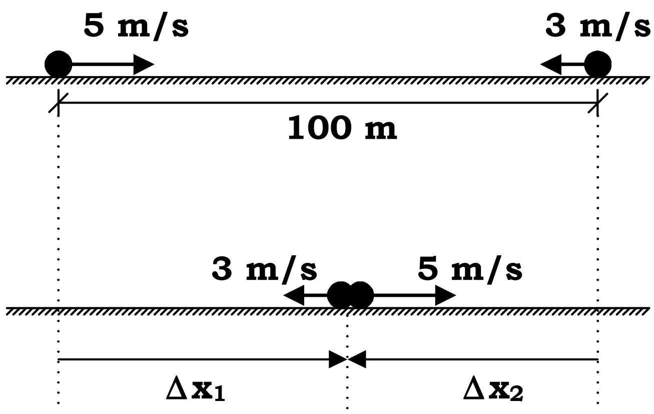


Figura 13

Note que el desplazamiento de la partícula 1 es positivo, mientras que el desplazamiento de la partícula 2 es negativo. Además, recuerde que si una partícula no cambia la dirección del movimiento, la distancia recorrida es igual a la magnitud del desplazamiento, o sea, la distancia recorrida por la partícula 1 es igual a la magnitud del desplazamiento 1, y la distancia recorrida por la partícula 2 es igual a la magnitud del desplazamiento 2. Fíjese también que de la figura 145 se puede concluir que la distancia recorrida por la partícula 1 más la distancia recorrida por la partícula 2 es igual a 100 m, en ecuaciones esto es,

$$d_1 + d_2 = 100 \text{ m}$$

pero recuerde que la distancia 1 es la magnitud del desplazamiento 1, y la distancia 2 es la magnitud del desplazamiento 2, o sea,

$$|\Delta x_1| + |\Delta x_2| = 100 \text{ m}$$

pero recordemos que en el movimiento rectilíneo uniforme (con velocidad constante) el desplazamiento es igual al producto de la velocidad por el tiempo transcurrido.

$$|v_1 t| + |v_2 t| = 100 \text{ m}$$
$$|(5 \text{ m/s})t| + |(-3 \text{ m/s})t| = 100 \text{ m}$$
$$(5 \text{ m/s})t + (3 \text{ m/s})t = 100 \text{ m}$$
$$(8 \text{ m/s})t = 100 \text{ m}$$

$$t = 12.5 \text{ s}$$

Este tiempo es el tiempo en el que se encuentran las dos partículas, luego, la distancia a partir de la ubicación de la partícula que se mueve a + 5 m/s es

$$d_1 = |\Delta x_1| = |v_1 t| = |(5 \text{ m/s})(12.5 \text{ m/s})|$$
$$d_1 = 62.5 \text{ m}$$

6. Utilizando los datos presentados en el ejercicio anterior, encuentre los mismos valores pedidos, utilizando el gráfico velocidad versus tiempo.

SOLUCIÓN

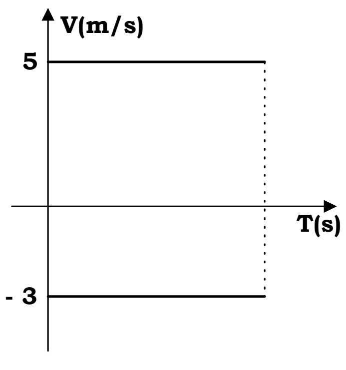


Figura 14

El gráfico velocidad versus tiempo mostrado en la figura 14, representa la situación anterior, pero esta representación es matemática, o sea no es una representación gráfica de lo que está ocurriendo en realidad.

Recuerde que el área comprendida entre la línea horizontal y el plano XY representa el desplazamiento realizado por la partícula analizada, y si no cambia la dirección de la

velocidad, la magnitud del desplazamiento es la distancia recorrida por la partícula.
A continuación presentamos otro gráfico en donde se especifica el área que corresponde a cada partícula (vea la figura 15).

La distancia recorrida por la partícula 1 sumada a la distancia recorrida por la partícula 2 da como resultado la distancia que inicialmente estaban separadas ambas partículas, o sea,

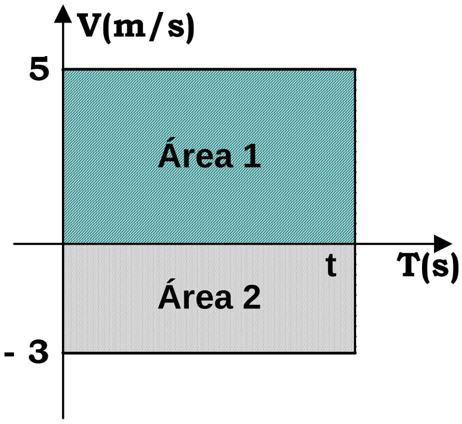


Figura 15

$$d_1 + d_2 = 100 \text{ m}$$

donde d_1 es la magnitud del desplazamiento 1, y d_2 es la magnitud del desplazamiento 2, por lo tanto la ecuación anterior queda

$$|\Delta x_1| + |\Delta x_2| = 100 \text{ m}$$

y aquí el desplazamiento es igual al área debajo de la curva.

$$|\text{Área } 1| + |\text{Área } 2| = 100 \text{ m}$$

Como bien se sabe el área de un rectángulo es el producto del área por la base, la base es la misma para ambos rectángulos, o sea, el tiempo desconocido t

$$|\text{base} * \text{altura } 1| + |\text{base} * \text{altura } 2| = 100 \text{ m}$$
$$|t(s)*(5m/s)| + |t(s)*(-3m/s)| = 100 \text{ m}$$
$$5t + 3t = 100$$
$$t = 12.5 \text{ s}$$

Que es exactamente el mismo resultado que obtuvimos antes. Luego reemplazamos este tiempo en el área 1 y obtenemos la distancia a la que ocurre el encuentro, o sea, 62.5 m

7. Utilice el gráfico posición versus tiempo para resolver el problema anterior.

SOLUCIÓN
Para trazar el gráfico posición versus tiempo tomamos una referencia cualquiera, en este caso tomaremos la posición de la partícula que viaja con 5 m/s como el origen del sistema de referencia, por tanto la posición inicial de la partícula 1 (la que viaja a 5 m/s) es cero, y la posición inicial de la partícula 2 (la que viaja a – 3 m/s) es + 100 m. Para que dos partículas se encuentren (choquen o se crucen) la posición en ese instante es la misma para ambos. Vea la figura 16 y observe los detalles de lo que ya expusimos en la líneas anteriores a estas.

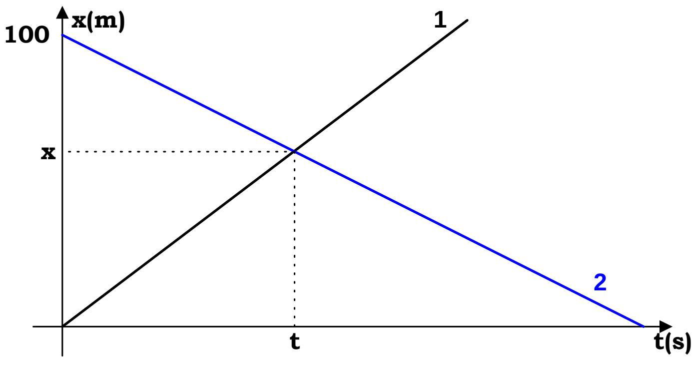


Figura 16

El punto en el que cruzan las líneas es el punto en el que se encuentran las partículas, por lo tanto la posición de las partículas en este instante es la misma, esto es,

$$x_{FINAL1} = x_{FINAL2}$$

Y sabemos muy bien que la recta está representada por la ecuación

$$x = x_0 + vt$$

Al reemplazar los datos que nos da el problema tenemos

$$x_{FINAL1} = x_{01} + v_1 t$$
$$x = 0 + 5t$$
$$x = 5t \quad (1)$$

$$x_{FINAL2} = x_{02} + v_2 t$$
$$x = 100 + (-3)t$$
$$x = 100 - 3t \quad (2)$$

Igualamos las dos ecuaciones obtenidas

$$100 - 3t = 5t$$
$$100 = 8t$$
$$t = 12.5 \text{ s}$$

Resultado que coincide con los anteriores obtenidos.

Con los tres ejercicios que hemos resuelto podemos verificar que el resultado se puede obtener mediante la aplicación directa de la ecuación característica del MRU, apoyado en un gráfico de la situación real, o podemos aplicar las características de los gráficos de velocidad versus tiempo o posición versus tiempo.

8. El operador de una estación de trenes observa en su panel de control que un tren aventaja a otro en 5 km. El tren que está rezagado lleva una velocidad de 120 km/h, mientras que el que está adelante lleva una velocidad de 80 km/h. Determine el tiempo que demora en alcanzar el tren rezagado al otro. Suponga que las longitudes de los trenes no afectan al cálculo.

<u>SOLUCIÓN</u>
Como despreciamos las longitudes de los trenes, los consideramos como puntos (que es como lo observa el operario en la pantalla de su control), observe la figura 17.

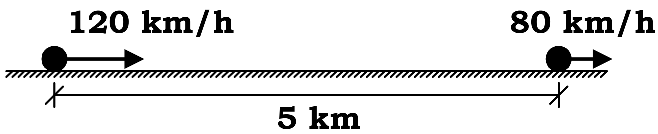


Figura 17

La figura 18 muestra el instante en que el operario de la estación comienza a medir el tiempo en que el tren que se encuentra detrás (el que se mueve a 120 km/h) comienza a alcanzar al otro tren. También es notorio que el tren que se encuentra delante se está moviendo, por lo tanto el encuentro va a ocurrir un poco más delante de donde están en ese momento los dos trenes. La figura 150 muestra la situación antes descrita.

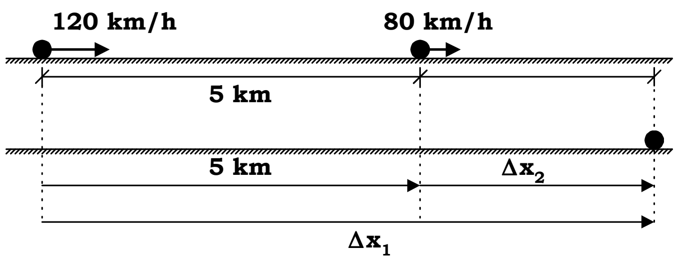


Figura 18

Se observa que el tren rezagado (lo llamaremos tren 1) se desplaza Δx_1 para poder alcanzar al tren que va delante de él (lo llamaremos tren 2), mientras que el tren 2 se desplaza Δx_2; además existe una relación entre los dos desplazamientos, se ve claramente en el gráfico que

$$5 + \Delta x_2 = \Delta x_1$$

y conocemos que el desplazamiento recorrido por cada partícula está dado por el producto de la velocidad por el tiempo, o sea

$$5 + v_2 t = v_1 t$$
$$5\text{ km} + (80\text{ km/h})t = (120\text{ km/h})t$$
$$5 = 40\,t$$
$$t = 0.125\text{ h}$$

Dejaremos expresado el tiempo en minutos para tener una mejor referencia

$$0.125h \times \frac{60\,\text{min}}{1h} = 7.5\,\text{min}$$

Por lo tanto el segundo tren alcanza al primero en siete minutos y medio.

9. Resuelva el problema anterior por medio de los gráficos velocidad versus tiempo y posición tiempo.

SOLUCIÓN
En la figura 19 se muestran ambos gráficos. En la figura 19.a se muestra el gráfico velocidad

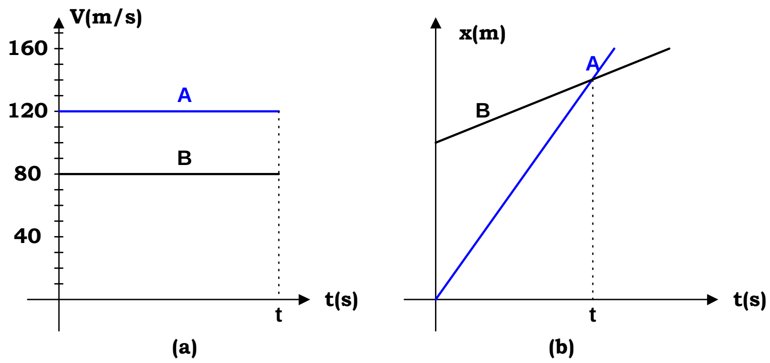


Figura 19

versus tiempo, el área debajo de la curva representa el desplazamiento recorrido. Recuerde que la posición final debe ser la misma para dos partículas que se encuentran, eso es válido para ambos gráficos.

$$\Delta x = A$$
$$\Delta x_A = 120t \qquad \Delta x_B = 80t$$

Además se sabe que el desplazamiento de cualquier partícula está dado por el cambio de posición, o sea, posición final menos posición inicial.

$$x_A - x_{oA} = 120t \quad x_B - x_{oB} = 80t$$

En ambos gráficos tomaremos como referencia a la posición de la partícula que viaja a 120 km/h, en el instante en que el otro vehículo está 5 km delante.

$x_A - 0 = 120t \qquad x_B - 5 = 80t$
$x_A = 120t \qquad x_B = 5 + 80t$

$x_B = x_A$
$5 + 80t = 120t$
$5 = 40t$
$t = 7.5$ min

En la figura 19.b el gráfico posición versus tiempo muestra que en un instante t las dos rectas se cruzan, por lo tanto en ese instante t las dos partículas se encuentran, recordemos que la ecuación de posición para cada partícula está dada por

$$x = x_o + vt$$

En esta última ecuación reemplazamos los datos dados en el enunciado del problema.

$x_A = x_{oA} + v_A t$ $\qquad$ $x_B = x_{oB} + v_B t$
$x_A = 0 + 120t$ $\qquad$ $x_B = 5 + 80t$
$x_A = 120t$

Ecuaciones que son las mismas que las que antes obtuvimos.

10. Un corredor pasa por un punto A con una velocidad de 5 m/s y se mantiene con esa misma velocidad hasta pasar por otro punto B. Otro corredor pasa por un punto situado 10 m más delante de A con una velocidad de 12 m/s en el instante en que el primer corredor está a 20 m de B, y se mantiene con la misma velocidad hasta pasar por el punto B. Encuentre la distancia entre A y B, si el primer corredor sale dos segundos antes que el segundo y llegan a B al mismo instante.

SOLUCIÓN
La figura 20 muestra un gráfico de la situación presentada en el enunciado.
Para resolver el problema utilizaremos la ecuación que representa al movimiento rectilíneo

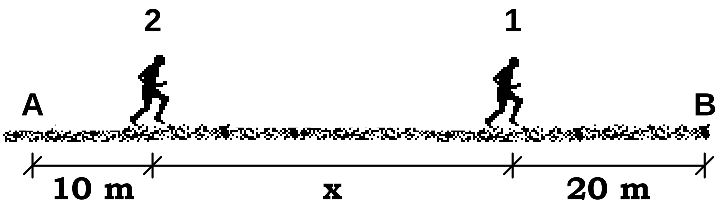


Figura 20

uniforme, $\mathbf{\Delta x} = \mathbf{V}t$, el desplazamiento realizado por el segundo corredor, desde el instante en que el primero está a 20 m antes de la meta es x + 20 m.

$20 = 5t$
$t = 4s$

$x + 20 = 12(t-2)$
$x = 12(4-2) - 20$
$x = 4$ m

Por lo tanto la distancia entre A y B es de 34 m.

EJEMPLO 7

La gráfica velocidad versus tiempo representa el movimiento de dos partículas que se mueven en línea recta.

La dos partículas salen desde posiciones diferentes (B delante de A) en tiempos diferentes, si están separados 12 m al inicio del análisis del movimiento, y desean llegar a un punto que está a 100 m de la partícula que está retrasada, encuentre el tiempo en que llegan ambas partículas a la meta y las velocidades con que se mueven las partículas si la partícula A tiene una velocidad

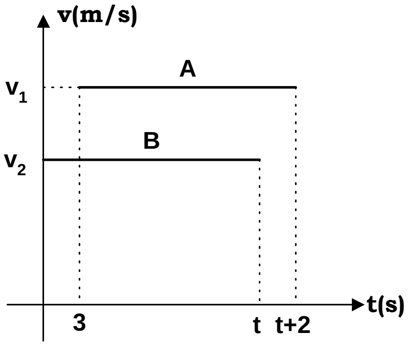


Figura 21

cinco unidades mayor que la B.

SOLUCIÓN

La figura 22 muestra la ubicación de cada partícula en el momento en el que comienza el análisis del movimiento.

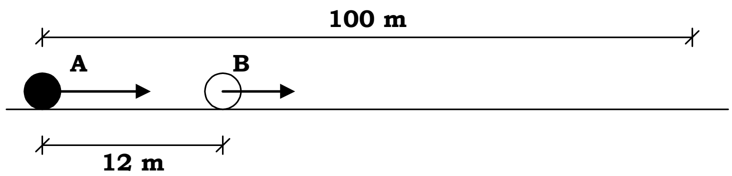


Figura 22

Para ambas partículas aplicamos la ecuación característica del MRU

$\Delta x_A = v_A t_A$ $\Delta x_B = v_B t_B$

$100 = (v_2 + 5)(t - 1)$ (1) $88 = v_2 t$ (2)

Note que el tiempo de movimiento de la partícula A no es t+2, sino (t+2) – 3, o sea tiempo final menos tiempo inicial, porque no comenzó desde cero sino desde t=3 s. Podemos despejar v_2 (o despejar t) de la ecuación (2) y la reemplazamos en la ecuación (1).

$$100 = \left(\frac{88}{t} + 5\right)(t - 1)$$
$$100t = (88 + 5t)(t - 1)$$
$$100t = 88t - 88 + 5t^2 - 5t$$
$$0 = 5t^2 - 17t - 88$$
$$t = \frac{-(-17) \pm \sqrt{(-17)^2 - 4(5)(-88)}}{2(10)}$$
$$t_1 = 3.11s \quad \vee \quad t_2 = -1.412s$$

De los últimos resultado seleccionamos el tiempo positivo, puesto que los tiempos negativos no existen.

Con este resultado, t = 3.11s, encontramos las dos velocidades. Reemplazando en la ecuación 2 obtenemos

$88 = 3.11(v_2) \Rightarrow v_2 = 28.3$ m/s
y sabiendo que $v_1 = v_2 + 5 \Rightarrow v_1 = 33.3$ m/s

11. El gráfico posición versus tiempo presentado en la figura 242, representa el movimiento de dos partículas en línea recta, que se mueven con velocidades de +15 m/s y –12 m/s. Si inicialmente se encuentran separadas 243 m, determine el tiempo en que se encuentran y la posición en la que ocurre el encuentro.

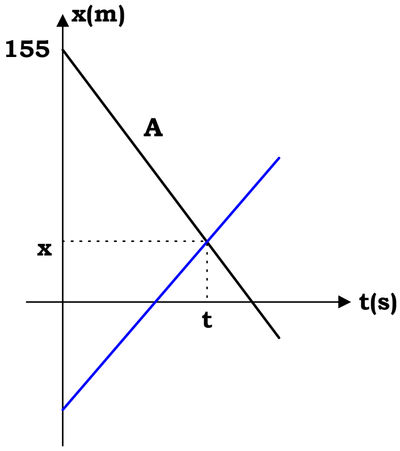


Figura 23

SOLUCIÓN

Primero realizamos un gráfico que represente de forma más real lo que muestra el gráfico posición versus tiempo, observe la figura 24.

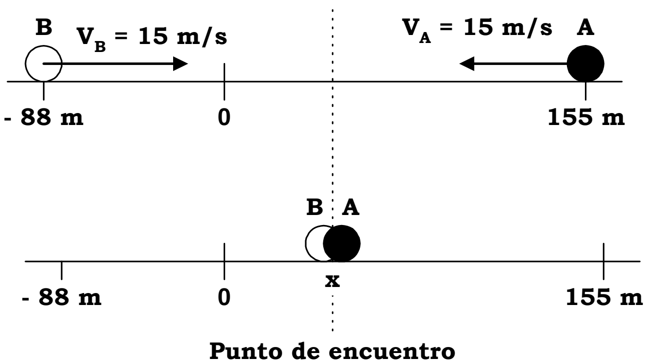


Figura 24

Sabemos que para que dos partículas se encuentren debe ocurrir que la posición final de ambas debe ser la misma, además la ecuación que representa a las dos rectas es $x = x_o + vt$

(1) $x = 155 - 12t$
(2) $x = -88 + 15t$

Aquí la ecuación (1) representa a la partícula A, y la (2) representa a la partícula B. Igualamos las dos ecuaciones posteriormente para encontrar el tiempo.

$155 - 12t = - 88 + 15t$
$243 = 27t$
$t = 9s$

Con este ultimo resultado encontramos que la posición en la que se encuentran ambas partículas es

$x = - 88 + 15(9)$
$x = 47$ m

12. Dos vehículos A y B se encuentran en la misma posición al tiempo t = 0. Ambos se mueven en línea recta, A se mueve con velocidad constante de 20 m/s, dos segundos después sale B desde el reposo y en la misma dirección. Determine la aceleración, en m/s², que deberá imprimir B para alcanzar al móvil A a una distancia de 200 m desde el punto de partida. (Primer examen de ingreso 1989)
a) 2.8 b) 4.0 c) 5.1 d) 6.2 e) 7.5

SOLUCIÓN
La figura 293 muestra la situación que se presenta en el enunciado del ejercicio.

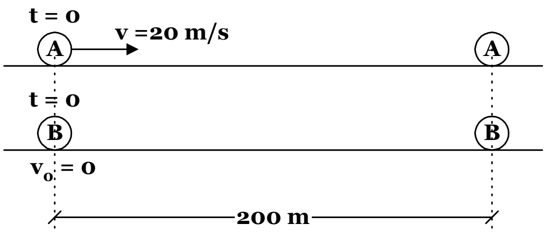


Figura 25

Se puede apreciar que si las partículas salen del mismo punto y llegan al mismo lugar, el desplazamiento es el mismo para ambas partículas, o sea,

$$\Delta x_A = \Delta x_B \qquad (1)$$

Puesto que la partícula A se mueve con velocidad constante utilizamos la ecuación

$$\Delta x = vt \qquad (2)$$

Donde v = 20 m/s, y el tiempo de movimiento es t. El tiempo ya se lo puede calcular sabiendo que el desplazamiento es 200 m.

$$200 \text{ m} = (20 \text{ m/s})t$$
$$\frac{200\text{m}}{20\frac{\text{m}}{\text{s}}} = \text{t}$$
$$\text{t} = 10\text{s}$$

Para la partícula B el movimiento es uniformemente variado, en el que utilizamos la ecuación

$$\Delta x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \qquad (3)$$

Aquí Vo = 0 y el tiempo es t – 2, puesto que salió dos segundos después que la partícula A, por lo tanto tiene dos segundos menos moviéndose. Al reemplazar las ecuaciones (2) y (3) en la ecuación (1), tenemos

$$200\text{m} = 0 + \frac{1}{2}\text{a}(8\text{s})^2$$
$$200\text{m} = 0 + \frac{1}{2}\text{a}(64\text{s}^2)$$
$$\frac{200\text{m}}{32\text{s}^2} = \text{a}$$
$$\text{a} = 6.25\text{m}/\text{s}^2$$

Respuesta: d)

13. Un fabricante de automóviles afirma que uno de sus autos, partiendo desde el reposo, puede acelerar y alcanzar una velocidad de 80 km/h en 8 segundos. Si la aceleración es constante. ¿Qué distancia recorre durante los 8 segundos? (Segundo examen de ingreso 1989)
a) 20.4 m b) 38.7 m c) 42.8 m d) 66.6 m e) 80.3 m

SOLUCIÓN
Primero convertimos la velocidad, que está en km/h a m/s

$$80\frac{km}{h}\times\frac{1000m}{1km}\times\frac{1h}{3600s} = 22.22m/s$$

Ya con esto podemos calcular la distancia, asumiendo que no cambia la dirección del movimiento y por lo tanto la magnitud del desplazamiento es igual a la distancia recorrida.

$$\Delta x = \left(\frac{v_0 + v}{2}\right)t$$

$$\Delta x = \left(\frac{0 + 22.22\frac{m}{s}}{2}\right)8s$$

$$\Delta x = 66.7m$$

Respuesta: d)

14. ¿Con qué velocidad inicial debe partir un móvil para que en 10 s alcance una velocidad de 20 m/s si acelera constantemente a razón de 2 m/s^2. (Primer aporte, 28 de marzo de 1990)
a) 40 m/s b) 10 m/s c) 5 m/s d) 0 e) – 40 m/s

SOLUCIÓN
Con los datos dados podemos directamente calcular la velocidad inicial con la ecuación $v = v_0 + at$

$$v = v_0 + at$$

$$20\frac{m}{s} = v_0 + \left(2\frac{m}{s^2}\right)(10s)$$

$$20\frac{m}{s} = v_0 + 20\frac{m}{s}$$

$$20\frac{m}{s} - 20\frac{m}{s} = v_0$$

$$v_0 = 0$$

Respuesta: d)

15. Cuando un vehículo pasa por el punto A su velocidad es de 10 m/s y después de recorrer 100 m su velocidad es 30 m/s. Calcule la velocidad del vehículo 2 s antes de llegar al punto A. (El movimiento es rectilíneo y con aceleración constante) (Primer aporte, 28 de marzo de 1990).
a) 0 b) 2 m/s c) 4 m/s d) 5 m/s e) 10 m/s

SOLUCIÓN
En la figura 26 se muestra la situación presentada en el enunciado del ejercicio.

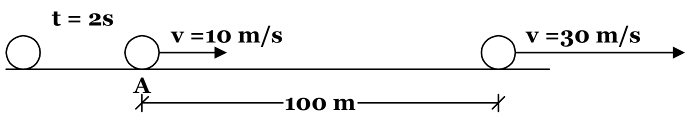


Figura 26

Calculamos la aceleración con los datos dados para el segundo tramo

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x$$

$$\left(30\frac{m}{s}\right)^2 = \left(10\frac{m}{s}\right)^2 + 2a(100m)$$

$$900\frac{m^2}{s^2} - 100\frac{m^2}{s^2} = (200m)a$$

$$a = \frac{800\frac{m^2}{s^2}}{200m} = 4\frac{m}{s^2}$$

Puesto que la aceleración es constante, podemos calcular la velocidad en el primer tramo con este mismo valor.

$$v = v_0 + at$$

$$10\frac{m}{s} = v_0 + \left(4\frac{m}{s^2}\right)(2s)$$

$$10\frac{m}{s} - 8\frac{m}{s} = v_0$$

$$v_0 = 2\frac{m}{s}$$

<u>Solución:</u> b)

16. En un experimento un estudiante observa que la velocidad de una partícula es de – 20 m/s y que al cabo de 40 s su velocidad es de 40 m/s. Asumiendo aceleración constante y movimiento rectilíneo, determine la distancia total recorrida por la partícula durante ese intervalo de tiempo. (Primer aporte, 28 de marzo de 1990)
a) 2000 m b) 1600 m c) 1200 m d) 667 m e) 400 m

<u>SOLUCIÓN</u>

En la figura 27 se presenta la situación mostrada en el enunciado del ejercicio.

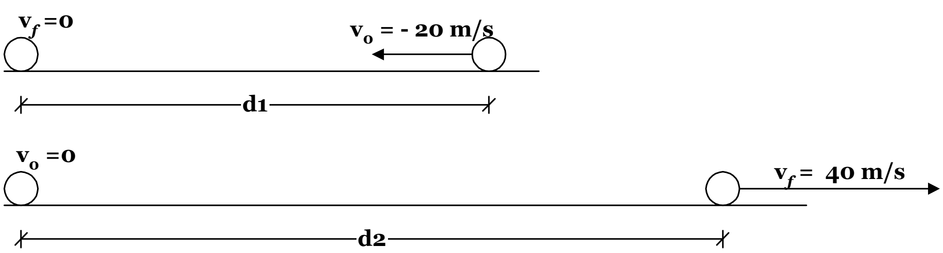


Figura 27

En el primer gráfico se muestra el recorrido que hace la partícula con velocidad negativa, puesto que luego de 40 s la velocidad es positiva, se asume que en algún momento la velocidad debe ser cero, y debido que hasta ese momento la dirección del movimiento no cambia la magnitud del desplazamiento es igual a la distancia recorrida. Puesto que la aceleración es constante, calculamos primero la aceleración y posterior a ello calculamos las dos distancias

$$v_f = v_0 + at$$
$$40\frac{m}{s} = -20\frac{m}{s} + a(40s)$$
$$60\frac{m}{s} = a(40s)$$
$$a = 1.5\frac{m}{s^2}$$
$$v_f^2 = v_0^2 + 2ad_1$$
$$0 = \left(-20\frac{m}{s}\right)^2 + 2\left(1.5\frac{m}{s^2}\right)d_1$$
$$\left|-400\frac{m^2}{s^2}\right| = \left(3\frac{m}{s^2}\right)d_1$$
$$d_1 = \frac{400}{3}m$$

Para calcular la segunda distancia usamos la misma ecuación anterior

$$v_f^2 = v_0^2 + 2ad_2$$
$$\left(40\frac{m}{s}\right)^2 = 0 + 2\left(1.5\frac{m}{s^2}\right)d_2$$
$$\left|1600\frac{m^2}{s^2}\right| = \left(3\frac{m}{s^2}\right)d_2$$
$$d_2 = \frac{1600}{3}m$$

Por lo tanto la distancia total es

$$d_T = d_1 + d_2$$
$$d_T = \frac{400}{3}m + \frac{1600}{3}m$$
$$d_T = \frac{2000}{3}m \approx 667m$$

Puede ser que estemos tentados a usar la ecuación $\Delta x = \left(\frac{v_0 + v_f}{2}\right)t$ para calcular la distancia total recorrida, pero es incorrecto debido a que esta, al igual que todas las ecuaciones, son vectoriales y encontraríamos el desplazamiento realizado por la partícula y no la distancia, puesto que al tomar todo el tiempo de 40 s, estamos tomando en cuenta las velocidades negativa y positiva, sin tomar en cuenta el cambio en la dirección del movimiento, y la "distancia" así calculada sería

$$\Delta x = \left(\frac{-20\frac{m}{s} + 40\frac{m}{s}}{2}\right)(40s)$$
$$\Delta x = 400m$$

Resultado que también lo obtenemos si realizamos la suma vectorial de los dos desplazamientos realizados.

<u>**Respuesta:**</u> **d)**

17. El movimiento de una partícula en línea recta está dado por la relación x = – 2t + 8, donde t está en segundos y x en metros. Encuentre el tiempo en que la partícula pasa por el origen. (Segundo examen de ingreso 1990)
a) 8 s b) 6 s c) 4 s d) 2 s e) Nunca pasa por el origen

SOLUCIÓN
Para que la partícula se encuentre en el origen debe estar ubicada en la posición x = 0; si hacemos este reemplazo en la ecuación que se presenta, podremos calcular esl tiempo en que ocurre esto.

$0 = -2t + 8$
$2t = 8$
$t = 4$ s

Respuesta: c)

18. Si la ecuación de movimiento de una partícula es $x-6t^2=5+3t$, donde x está en metros y t en segundos. El tiempo que se demora en duplicar su velocidad inicial es:
a) 0.25 s b) 3 s c) 4 s d) 0.75 s e) 36 s

SOLUCIÓN
Dejamos expresada la ecuación en función del tiempo como se muestra a continuación

$$x = 5 + 3t + 6t^2$$

Ahora podemos comparar esta ecuación con la ecuación de posición de la partícula, para el movimiento rectilíneo uniformemente variado.

$$x = x_0 + v_0 + \frac{1}{2} at^2$$

De la ecuación de posición podemos observar que la posición inicial de la partícula, x_0, es 5 m, la velocidad inicial de la partícula, v_0, es 3 m/s, y, la aceleración de la partícula, a, es 12 m/s². Puesto que nos piden el tiempo en el que se duplica la velocidad inicial, ya conocemos también la velocidad final, v, y esta es 6 m/s. Con estos datos podemos calcular ahora si el tiempo necesario para duplicar la velocidad inicial.

$v = v0 + at$
$6 = 3 + 12t$
$6 - 3 = 12t$
$3 = 12t$
$t = 0.25$ s

Respuesta: a)

19. En la figura 28 se muestra el diagrama velocidad tiempo de una partícula que se mueve en línea recta. Determine la distancia total recorrida y la aceleración durante el intervalo de 6 s a partir del punto inicial.
   a. 50 m, 5 m/s²
   b. 40 m, 5 m/s²
   c. 60 m, 0 m/s²
   d. 40 m, - 5 m/s²
   e. 50 m, - 5 m/s²

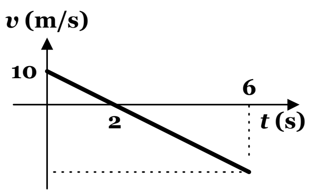


Figura 28

SOLUCIÓN
Podemos calcular la aceleración de la partícula por medio de la pendiente de la recta, y con este resultado podemos calcular el valor de la velocidad en el tiempo t = 6 s.

$$a = \frac{10\frac{m}{s} - 0\frac{m}{s}}{0s - 2s} = \frac{10\frac{m}{s}}{-2s}$$
$$a = -5\frac{m}{s^2}$$

Para calcular la velocidad a los 6 segundos usamos la ecuación $v = v_o + at$.

$$v = 10\frac{m}{s} + \left(-5\frac{m}{s^2}\right)(6s)$$
$$v = -20\frac{m}{s}$$

Las distancias las podemos calcular de dos maneras distintas, la primera, utilizando el criterio de que el área debajo de la curva velocidad versus tiempo representa el desplazamiento de la partícula, y como sabemos, mientras no cambie la dirección en el movimiento de la partícula, la magnitud del desplazamiento es igual a la distancia recorrida por la partícula en ese tramo. Desde t = 0 hasta t = 2s la partícula se mueve en la dirección positiva de la referencia, y desde t = 2s hasta t = 6s la partícula se mueve en la dirección negativa de la referencia.

Por lo tanto la distancia total es el valor absoluto de cada una de las áreas encontradas, o sea,

$$d_{TOTAL} = |A_1| + |A_2|$$

$$A_1 = \frac{base \times altura}{2}$$
$$A_1 = \frac{(2s)\left(10\frac{m}{s}\right)}{2} = 10m$$

$$A_2 = \frac{base \times altura}{2}$$
$$A_2 = \frac{(4s)\left(-20\frac{m}{s}\right)}{2} = -40m$$

$$d_{TOTAL} = |10m| + |-40m|$$
$$d_{TOTAL} = 50m$$

La otra posibilidad es de encontrar la distancia a partir de las ecuaciones deducidas para el movimiento rectilíneo uniformemente variado.

$$d_1 = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$
$$d_1 = \left(10\frac{m}{s}\right)(2s) + \frac{1}{2}\left(-5\frac{m}{s^2}\right)(2s)^2$$
$$d_1 = 20m - 10m$$
$$d_1 = 10m$$

$$d_2 = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$d_2 = \left(0\frac{m}{s}\right)(4s) + \frac{1}{2}\left(-5\frac{m}{s^2}\right)(4s)^2$$

$$d_2 = 0m - 40m$$

$$d_2 = |-40m|$$

$$d_2 = 40m$$

<u>Respuesta:</u> e)

20. El movimiento de una partícula en línea recta se describe por el siguiente gráfico v vs t, ¿cuál debe ser el valor de T para que la velocidad media de la partícula hasta ese instante sea de 8 m/s?
    f. 12 s
    g. 15 s
    h. 18 s
    i. 20 s
    j. 25 s

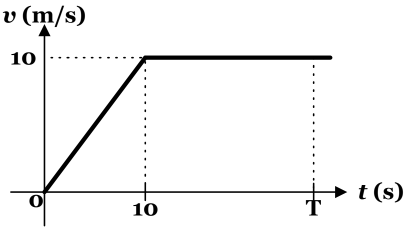


Figura 29

<u>SOLUCIÓN</u>

La velocidad media de una partícula se define como la razón de cambio del desplazamiento, mismo que matemáticamente se expresa

$$\overrightarrow{v_m} = \frac{\overrightarrow{\Delta x}}{\Delta t}$$

El desplazamiento lo podemos calcular por medio de las ecuaciones de cinemática o por el área debajo de una curva en el gráfico velocidad versus tiempo. Observe que el gráfico indica que el movimiento de la partícula es uniformemente variado desde t = 0 hasta t = 10 s, y el rectilíneo uniforme desde t = 10 s hasta t = T s. Solo haremos el cálculo del desplazamiento por medio del área debajo de la curva velocidad versus tiempo. Dejamos planteado el cálculo por medio de las ecuaciones de cinemática.

La figura geométrica que se presenta es un trapezoide

$$A = \left(\frac{\text{Base mayor} + \text{Base menor}}{2}\right)(\text{Altura})$$

$$A = \left(\frac{T + (T-10)s}{2}\right)\left(10\frac{m}{s}\right)$$

$$A = 5(2T - 10)$$

$$A = 10T - 50$$

21. Para el gráfico v – t mostrado, encuentre la velocidad media entre t = 0 y el instante en que la partícula cambia de dirección.
    k. 5.03 m/s
    l. 4.23 m/s
    m. 18.3 m/s
    n. 5.76 m/s
    o. 8.33 m/s

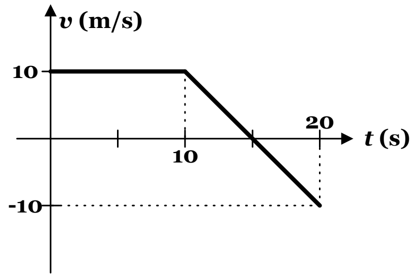


Figura 30

SOLUCIÓN
La partícula cambia la dirección del movimiento cuando su velocidad pasa de ser positiva a negativa, o pasa de ser negativa a positiva. El tiempo límite o crítico es cuando la velocidad es cero. Podemos calcular el tiempo en que la velocidad es cero, luego de calcular la aceleración por medio de la pendiente de la recta.

$$a = \frac{-10\frac{m}{s} - 10\frac{m}{s}}{20s - 10s} = \frac{-20\frac{m}{s}}{10s}$$
$$a = -2\frac{m}{s^2}$$

Para el cálculo del tiempo usamos la ecuación $v = v_o + at$

$$0 = 10\frac{m}{s} + \left(-2\frac{m}{s^2}\right)(t)$$
$$t = 5s$$

Estos 5 s se toman en cuenta a partir de los 10 segundos, o sea, donde comienza el movimiento uniformemente variado. Con este dato ahora podemos calcular la velocidad media, sabiendo que esta está dada por

$$\overrightarrow{v_m} = \frac{\overrightarrow{\Delta x}}{\Delta t}$$

Aquí, el desplazamiento es el área del trapezoide que se forma

$$A = \left(\frac{\text{Base mayor} + \text{Base menor}}{2}\right)(\text{Altura})$$
$$A = \left(\frac{15s + 10s}{2}\right)\left(10\frac{m}{s}\right)$$
$$A = 125m$$

$$v_m = \frac{125m}{15s}$$
$$v_m = 8.3m/s$$

Respuesta: **e)**

CAIDA LIBRE

El enunciado presentado a continuación sirve como información para los dos primeros ejercicios. Se lanza verticalmente un proyectil sobre la Tierra con una velocidad inicial Vo. Otro proyectil se dispara verticalmente sobre la Luna $\left(g_{LUNA} = 1.6 m/s^2\right)$ con la misma velocidad inicial. Para el movimiento de los proyectiles se puede decir que (II aporte 2005)

1. El proyectil lanzado en la Tierra permanece más tiempo en vuelo que en la Luna.
   a) Verdadero b) Falso

SOLUCIÓN

Si una partícula pasa por un mismo punto, de subida y de bajada, la velocidad tiene la misma magnitud pero dirección opuesta; siempre que la aceleración sea la misma para ese recorrido entre esos puntos. En la figura 31 se muestra un gráfico que presenta la situación descrita en el enunciado del problema.

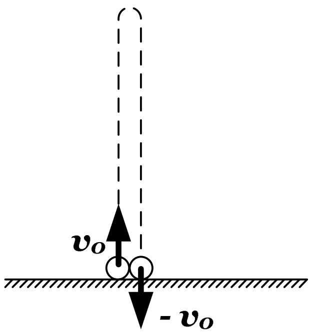


Figura 31

Podemos utilizar la ecuación $v_Y = v_{0Y} + at$ para determinar el tiempo que permaneció la partícula entre la subida y la bajada. Además observe que la referencia se está considerando positiva hacia arriba, de modo que la aceleración de la gravedad tiene signo negativo.

$$-v_0 = v_0 - gt$$
$$-2v_0 = -gt$$
$$t = \frac{2v_0}{g}$$

De la última ecuación deducida, se puede observar que el tiempo dependerá de la velocidad inicial con que fueron lanzados los proyectiles, y de la aceleración de la gravedad. La velocidad es la misma para ambos proyectiles, pero la aceleración de la gravedad es mayor en la Tierra que en la Luna, por lo tanto el proyectil estará menor tiempo en el aire en la Tierra, por lo tanto la afirmación presentada es verdadera.

Respuesta: a)

2. El proyectil lanzado en la Tierra alcanza una altura máxima mayor que el cuerpo lanzado en la Luna.
   a) Verdadero b) Falso

SOLUCIÓN

La altura es máxima cuando la partícula tiene una velocidad de cero en algún instante, de modo que podemos utilizar la ecuación $v_Y^2 = v_{0Y}^2 + 2a\Delta y$ para encontrar la altura máxima.

$$0 = v_0^2 - 2gy_{máx}$$
$$2gy_{máx} = v_0^2$$
$$y_{máx} = \frac{v_0^2}{2g}$$

Observe que la altura máxima, $y_{máx}$, depende de la velocidad inicial de los proyectiles y de la aceleración de la gravedad. Debido a que las velocidades son iguales, y que la aceleración de la gravedad es mayor en la Tierra, la altura máxima en la Luna es mayor que en la Tierra, por lo tanto la afirmación dada es falsa.

Respuesta: b)

3. Un globo viaja verticalmente hacia arriba a una rapidez constante de 4 m/s. Cuando está a 21 m sobre el suelo se suelta un paquete desde el globo. ¿Cuánto tiempo está el paquete en el aire después de que se ha soltado? (Segundo aporte, verano 2000)
   a) 2.07 s b) 2.52 s c) 3.00 s d) 3.15 s e) 3.33 s

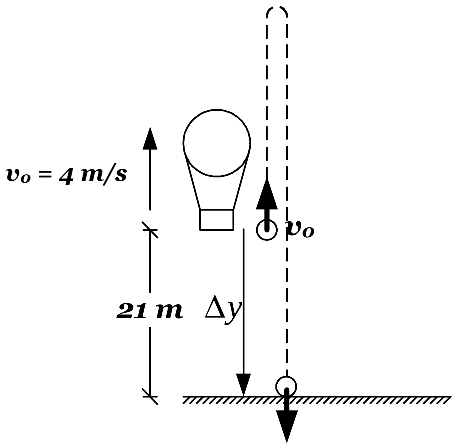


Figura 32

SOLUCIÓN

La figura 32 muestra un esquema del enunciado del ejercicio. Se puede observar que la velocidad de todos los componentes del globo, incluyendo al objeto es de 4 m/s, de modo que la velocidad del objeto a la salida del globo (velocidad inicial) es + 4 m/s si se toma la referencia positiva hacia arriba, de manera que la aceleración de la gravedad es negativa, al igual que el desplazamiento.

$$\Delta y = v_{0Y}t + \frac{1}{2}at^2$$
$$-21 = 4t - 4.9t^2$$
$$4.9t^2 - 4t - 21 = 0$$

Esta última ecuación la resolvemos por la fórmula general para ecuaciones cuadráticas

$$t = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4(4.9)(-21)}}{2(4.9)}$$
$$t = 2.52s$$

Respuesta: b)

4. Se lanza un objeto verticalmente hacia arriba de manera que alcanza una rapidez de 19.6 m/s al llegar a la mitad de su altura máxima. ¿Cuál es su altura máxima? (Segundo aporte, verano 2000)
   a) 1.94 m b) 19.6 m c) 39.2 m d) 78.4 m e) 91.3 m

SOLUCIÓN

En el ejercicio 2 se hizo la deducción de una ecuación que relaciona la altura máxima con la velocidad inicial y la aceleración de la gravedad

$$y_{máx} = \frac{v_0^2}{2g}$$
$$y_{máx} = \frac{19.6^2}{2(9.8)}$$
$$y_{máx} = 19.6m$$

De este último resultado hay que aclarar que lo que tomamos como velocidad inicial se lo considera desde la mitad de la altura máxima hasta llegar a la altura máxima, por lo tanto, la altura máxima es el doble de este resultado encontrado, o sea, 39.2 m.

Respuesta: c)

5. Una pelota es lanzada verticalmente hacia arriba con una velocidad de 20 m/s. ¿A qué altura máxima llegará la pelota? (Segundo aporte, verano 2000)
   a) 1.0 m b) 10.2 m c) 20.4 m d) 40.8 m e) 51.6 m

SOLUCIÓN
Utilizamos la misma ecuación que en el ejercicio anterior

$$y_{máx} = \frac{v_0^2}{2g}$$

$$y_{máx} = \frac{20^2}{2(9.8)}$$

$$y_{máx} = 20.4m$$

Respuesta: c)

6. Cae una piedra desde el reposo de lo alto de un acantilado muy elevado. Una segunda piedra se lanza hacia abajo desde la misma altura 2.0 s más tarde con una rapidez inicial de 30 m/s. Si ambas piedras golpean el piso simultáneamente, ¿cuán alto está el acantilado? (Segundo aporte, verano 2000)
   a) 3155 m b) 280.9 m c) 250.3 m d) 123.3 m e) 73.9 m

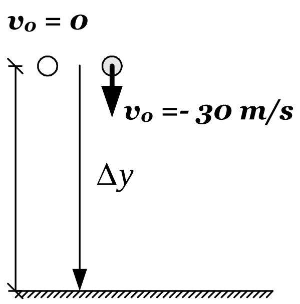


Figura 33

SOLUCIÓN
La figura 33 muestra la situación descrita en el ejercicio. El desplazamiento realizado por la partícula B es igual al realizado por la partícula A, debido a que salen desde el mismo lugar y llegan al mismo lugar en el piso, y lo representamos como H.

$$\Delta y_A = \Delta y_B$$

Si dejamos que el tiempo empleado por la partícula B es t, entonces el tiempo empleado por la partícula A es t – 2, de manera que las ecuaciones para las partículas quedan determinadas por

$$\Delta y_A = v_{0Y} t_A + \frac{1}{2} a t_A^2$$

$$\Delta y_A = -30(t-2) - 4.9(t-2)^2$$

$$\Delta y_A = -30t + 60 - 4.9t^2 + 19.6t - 19.6$$

$$\Delta y_A = -4.9t^2 - 10.4t + 40.4$$

$$\Delta y_B = v_{0Y} t_B + \frac{1}{2} a t_B^2$$

$$\Delta y_B = 0 - 4.9t^2$$

$$\Delta y_B = -4.9t^2$$

Reemplazamos ahora estos dos resultados

$$-4.9t^2 - 10.4t + 40.4 = -4.9t^2$$

$$10.4t = 40.4$$

$$t = 3.88s$$

Al reemplaza este tiempo en la ecuación del desplazamiento de cualquiera de las dos partículas se obtiene que la altura del acantilado es 73.9

Respuesta: e)

7. Una pelota se lanza verticalmente hacia arriba (desprecie la resistencia del aire) alcanza su punto más alto y regresa. La magnitud de la aceleración a la mitad de la altura máxima es (Examen final, verano 2005)
   a) g b) g/2 c) 2g d) Se necesita conocer la altura máxima

<u>SOLUCIÓN</u>
La aceleración de la gravedad es la misma para todo el recorrido,

Respuesta: a)

8. En un movimiento de caída libre el desplazamiento aumenta proporcionalmente con el tiempo.
   a) Verdadero b) Falso

<u>SOLUCIÓN</u>
Si utilizamos la ecuación que relaciona al desplazamiento con el tiempo, $\Delta y = v_{0Y}t + \frac{1}{2}at^2$ se puede observar que en realidad el desplazamiento depende del cuadrado del tiempo, y no sólo del tiempo.

Respuesta: b)

Se lanza una pelota verticalmente hacia arriba con una velocidad inicial Vo, como se muestra en la figura 34

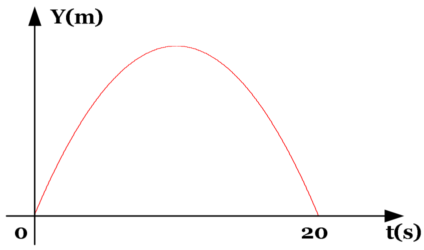


Figura 34

9. La pelota fue lanzada con una velocidad de 98 m/s. (II Aporte, verano 2004)
   a) Verdadero b) Falso

<u>SOLUCIÓN</u>
Si usamos la ecuación deducida en el ejercicio 1, tenemos

$$t = \frac{2v_{0Y}}{g}$$
$$20 = \frac{2v_{0Y}}{9.8}$$
$$v_{0Y} = 98m/s$$

Respuesta: a)

10. La altura máxima que alcanza la pelota es 490 m. (II Aporte, verano 2004)
    a) Verdadero b) Falso

<u>SOLUCIÓN</u>
Usamos la ecuación deducida en el ejercicio 2.

$$y_{máx} = \frac{v_0^2}{2g}$$

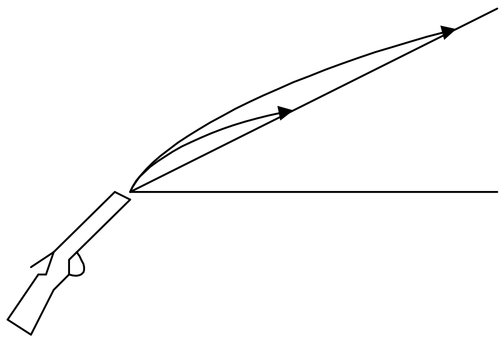
$$y_{máx} = \frac{98^2}{2(9.8)}$$

$$y_{máx} = 490m$$

Respuesta: a)

MOVIMIENTO PARABOLICO

1. En la figura 341 se muestran dos balas disparadas simultáneamente en dirección paralela a un plano inclinado. Las balas tienen distintas masas y distintas velocidades iniciales. ¿Qué bala impactará primero al plano?
   a) La más pesada. b) La más liviana c) La que tiene mayor velocidad inicial
   d) La que tiene menor velocidad inicial e) Ambas impactan el plano al mismo tiempo



SOLUCIÓN

Como se puede verificar en la figura 341, la bala que tiene más velocidad y que tiene más ángulo llega más lejos, tanto en el eje de las x como en el eje de las y; puesto que el desplazamiento en el eje de las x depende tanto de la velocidad en el eje de las x, y depende del tiempo mismo; por lo tanto, si despejamos el tiempo de la ecuación $\Delta x = v_X t$

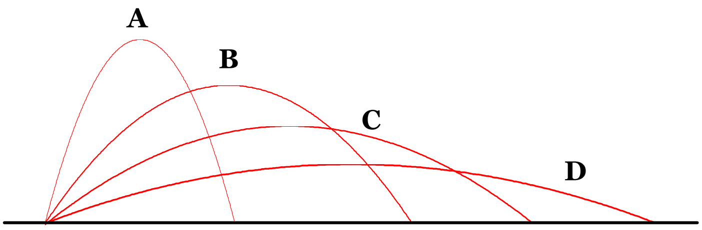
$$t = \frac{\Delta x}{v_X}$$

$$t = \frac{\Delta x}{v_0 \cos\theta}$$

De la última ecuación se concluye que el tiempo depende directamente del desplazamiento, e inversamente de la rapidez inicial y el coseno del ángulo. Dado que el desplazamiento es pequeño para que partícula tiene menor rapidez, el tiempo será menor que el tiempo que la otra partícula que tiene mayor desplazamiento. La partícula que tiene menor ángulo de inclinación tiene una tendencia a que el coseno sea 1, por lo tanto, se sigue que la partícula que tiene menor rapidez y menor ángulo de inclinación tiene menor tiempo, al impactar con el plano inclinado.

Respuesta: d)

2. EL gráfico muestra la trayectoria de cuatro proyectiles disparados con la misma velocidad inicial, ¿cuál proyectil estuvo más tiempo en el aire?
a) B b) D c) C d) A e) Todos llegan al mismo tiempo



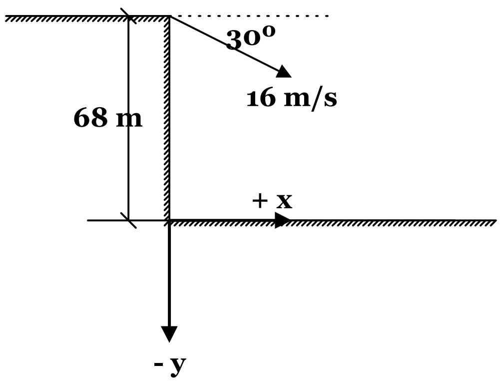
<u>SOLUCIÓN</u>
Si utilizamos la ecuación que relaciona las velocidades inicial y final en el eje de las y, o sea, $v_Y = v_{0Y} + at$, y sabiendo que la velocidad final en el eje de las y tiene la misma magnitud que la velocidad inicial en el mismo eje, podemos despejar el tiempo de allí

$$-v_{0Y} = v_{0Y} - gt$$
$$-2v_{0Y} = -gt$$
$$t = \frac{2v_{0Y}}{g}$$
$$t = \frac{2v_0 \sin\theta}{g}$$

Se puede apreciar en la ecuación despejada, que el tiempo de impacto depende directamente de la rapidez inicial, que es la misma para las cuatro partículas, por lo tanto hasta allí todos demoran el mismo tiempo. Además depende de manera indirecta de la aceleración de la gravedad, como se trata de partículas que están en la Tierra todos se ven afectados de esta aceleración, y por lo tanto todos tendrían el mismo tiempo de vuelo. Finalmente, el tiempo también depende de manera directa del seno del ángulo, y este a medida que aumenta, tiende a su valor máximo que es 1, por lo tanto la partícula A demora más en regresar al nivel de partida.

Respuesta: d)

3. Desde el extremo de una acantilado de 68 m de altura, se lanza un objeto con una velocidad de 16 m/s a un ángulo de 30º por debajo de la horizontal. Suponiendo que este lanzamiento ocurre en el Planeta Tierra, y que la fricción del aire es despreciable, ¿cuál de las siguientes ecuaciones (posición tiempo) es consistente con el sistema de coordenadas x – y definido en el gráfico mostrado?
a) y = (68 m) – (16 m/s)t – (4.9 m/s^2)t^2
b) y = (– 68 m) + (16 m/s)t + (4.9 m/s^2)t^2
c) y = (68 m) – (8 m/s)t – (4.9 m/s^2)t^2
d) y = (68 m) + (13.9 m/s)t + (9.8 m/s^2)t^2
e) y = (– 68 m) + (8 m/s)t + (4.9 m/s^2)t^2



SOLUCIÓN
La ecuación que relaciona el desplazamiento en el eje con la velocidad en el eje de las y, con la aceleración y el tiempo está dada por

$$\Delta y = v_{0Y}t + \frac{1}{2}at^2$$
$$y - y_0 = (16m/s)[\mathbf{sin}(-30^{\mathbf{o}})]t + \frac{1}{2}(-9.8m/s^2)t^2$$
$$y = y_0 - (8m/s)t - (4.9m/s^2)t^2$$
$$y = (68m) - (8m/s)t - (4.9m/s^2)t^2$$

Respuesta: c)

4. Para la misma situación del problema anterior, ¿cuál es la rapidez del objeto 2.0 s después de haber sido lanzado?
   a) 36 m/s   b) 28 m/s   c) 31 m/s   d) 14 m/s   e) – 36 m/s

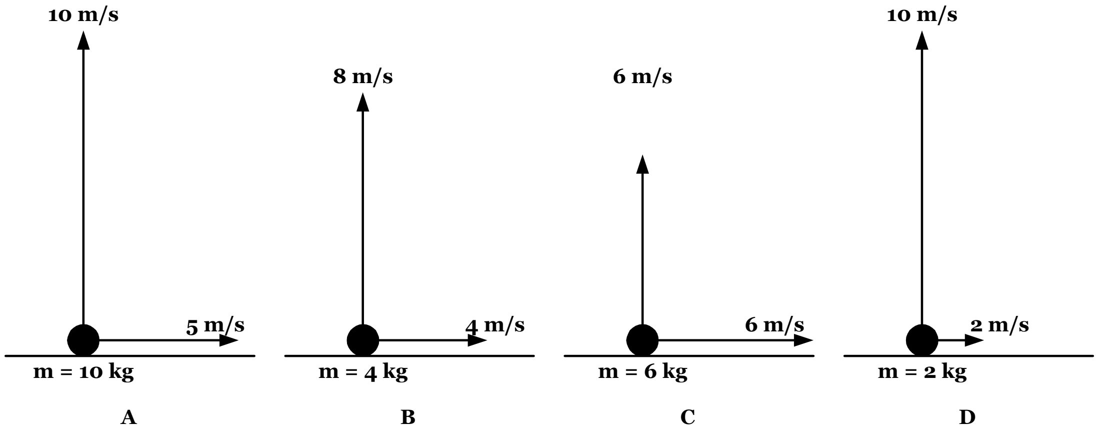
SOLUCIÓN
Como no especifica el ejercicio a cuál rapidez se refiere, debemos calcular las rapideces en el eje de las x y en el eje de las y para ese tiempo, y calcular la rapidez total. De paso la rapidez en el eje de las x permanece constante, a lo largo de la trayectoria parabólica seguida.

$$v_X = v_0\,\mathbf{cos}(-30^{\mathbf{o}}) \qquad v_Y = v_0\,\mathbf{sin}(-30^{\mathbf{o}}) - (9.8m/s^2)(2)$$
$$v_X = (16m/s)\mathbf{cos}\,30^{\mathbf{o}} \qquad v_Y = (16m/s)[\mathbf{sin}(-30^{\mathbf{o}})] - 19.6m/s$$
$$v_X = 13.86m/s \qquad v_Y = -27.6m/s$$

$$v^2 = v_X^2 + v_Y^2$$
$$v^2 = (13.86m/s)^2 + (-27.6m/s)^2$$
$$v = 30.88m/s \approx 31m/s$$

Respuesta: c)

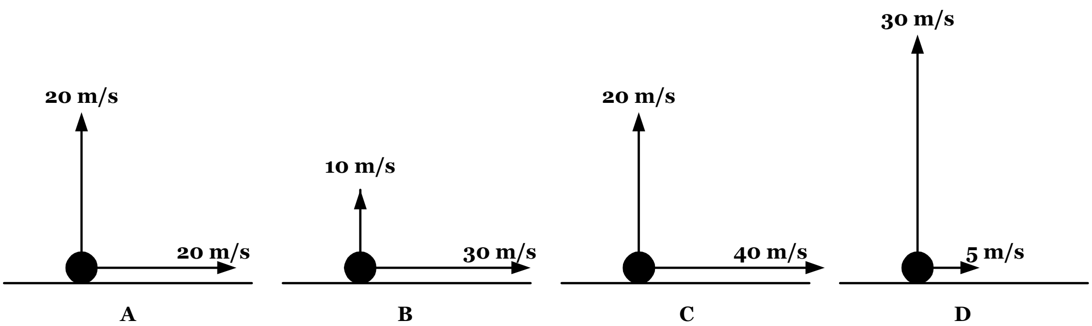
5. Cuatro esferas de diferentes masas son lanzadas desde la misma posición con diferente velocidad inicial, en el gráfico se dan las componentes horizontal y vertical de la velocidad inicial de cada una de las esferas. ¿Cuál de ellas experimentará el mayor alcance horizontal?



SOLUCIÓN
Ya demostramos en el ejercicio 1 y en el ejercicio 2 que el tiempo de vuelo depende de que tan rápido sea en el eje de las x, y que el alcance horizontal depende de la rapidez en el eje de las x, por lo tanto la opción que tiene mayor rapidez en el eje de las x y en el eje de las y es la que tendrá mayor alcance horizontal.

Respuesta: a)

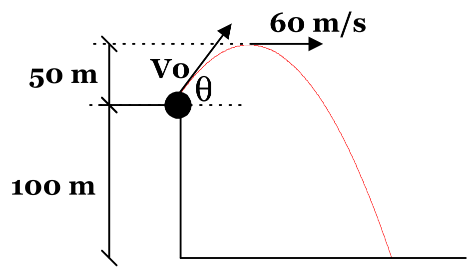
6. El gráfico muestra a cuatro esferas que son lanzadas desde la misma posición desde la terraza de un edificio de altura H. En cada uno de ellos se muestra las componentes horizontal y vertical de la velocidad inicial. ¿Cuál de estas esferas permanecerá más tiempo en el aire?



SOLUCIÓN
De acuerdo al ejercicio 2, el mayor tiempo es alcanzado por la partícula que tiene más rapidez en el eje de las y.

Respuesta: d)

7. Un objeto se lanza con velocidad inicial Vo y un ángulo de elevación θ como se muestra en la figura 346. En el instante en que el objeto alcanza su altura máxima de 50 m este tiene una velocidad de 60 m/s. El valor de la velocidad inicial Vo con la que fue lanzado el objeto fue
a) 67.7 m/s b) 31.3 m/s c) 43.2 m/s d) 76.3 m/s
e) 91.3 m/s



SOLUCIÓN
La velocidad en el eje de las x permanece constante durante todo el recorrido parabólico, por lo tanto será siempre 60 m/s. Para calcular la velocidad inicial en el eje de las y usamos la ecuación que relaciona las velocidades en el eje de las y, aceleración y desplazamiento. La velocidad final en y es cero y la altura máxima, medida desde el punto de lanzamiento, es 50 m.

$$v_Y^2 = v_{0Y}^2 + 2a\Delta y$$
$$0 = v_{0Y}^2 + 2(-9.8m/s^2)(50m)$$
$$v_{0Y}^2 = 980$$
$$v_{0Y} = 31.3m/s$$

La rapidez inicial es la suma de las componentes en x y en y de la rapidez.

$$v^2 = v_X^2 + v_Y^2$$
$$v^2 = (60m/s)^2 + (31.3m/s)^2$$
$$v = 67.7m/s \approx 68m/s$$

Respuesta: a)

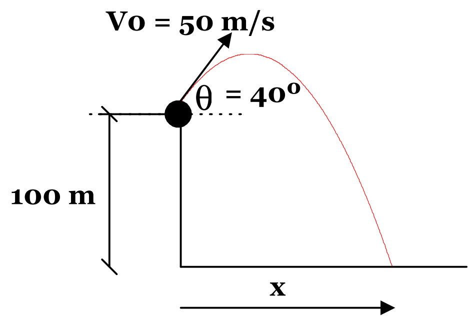
8. Para el problema anterior, determine el ángulo de elevación θ con que se lanzó el objeto.
a) 27.5 º b) 74.8º c) 31.4º d) 58.6º
e) 64.2º

SOLUCIÓN
Usamos la relación entre la rapidez y la magnitud de la componente en el eje x o en el eje y. Usaremos la componente en el eje de las y

$$v_{0Y} = v_0 \sin\theta$$
$$31.3m/s = 67.7m/s \sin\theta$$
$$\sin\theta = \frac{31.3m/s}{67.7m/s}$$
$$\theta = \sin^{-1}\left(\frac{31.3}{67.7}\right)$$
$$\theta = 27.5^{\circ}$$

Respuesta: a)

9. Un objeto se lanza con velocidad inicial Vo de 50 m/s y un ángulo de elevación θ de 40º como se muestra en la figura 347. El tiempo que el objeto permaneció en el aire fue
a) 8.8 s b) 6.0 s c) 10.7 s d) 7.2 s e) 9.7 s



SOLUCIÓN
Utilizamos la ecuación $\Delta y = v_{0Y}t + \frac{1}{2}at^2$, de manera que la referencia sea positiva hacia arriba. Observe que el desplazamiento en el eje de las y es – 100 m, porque sale desde el punto marcado y llega al piso

$$-100m = (50\,\mathbf{sin}\,40)t + \frac{1}{2}(-9.8m/s^2)t^2$$
$$-100 = 32.13t - 4.9t^2$$
$$4.9t^2 - 32.13t - 100 = 0$$

La ecuación resultante la resolvemos por medio de la fórmula cuadrática

$$t = \frac{-(-32.13) \pm \sqrt{(-32.13)^2 - 4(4.9)(-100)}}{2(4.9)}$$
$$t = 8.8s$$

Respuesta: a)

10. Para el problema anterior, determine el alcance horizontal x que experimenta el objeto al llegar al suelo.
a) 230 m b) 249 m c) 268 m d) 306 m e) 337 m

SOLUCIÓN
Utilizamos la ecuación del desplazamiento en el eje de las x

$$\Delta x = v_X t$$
$$\Delta x = [(50m/s)\mathbf{cos}\,40^{\mathbf{o}}](8.8s)$$
$$\Delta x = 337m$$