

ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL



FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

PROYECTO DE TITULACIÓN

PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE:

**MAGÍSTER EN EDUCACIÓN CON MENCIÓN ENSEÑANZA DE LA
MATEMÁTICA**

TEMA:

**“DISEÑO DE UNA PROPUESTA PEDAGÓGICA PARA LA
ENSEÑANZA DE LA DERIVADA DE UNA FUNCIÓN EN PRIMERO
DE BACHILLERATO GENERAL UNIFICADO”**

AUTOR:

VIOLETA ALEXANDRA COLOMA TUTIVÉN

Guayaquil - Ecuador

2022

RESUMEN

La presente investigación tiene como objetivo una propuesta pedagógica para la enseñanza de la derivada de una función en estudiantes de Primero de Bachillerato General Unificado, basada en la aplicación de las teorías del aprendizaje en conjunto con los momentos del aprendizaje. Este diseño busca impartir clases de manera diferente a través de actividades con el objetivo de que los alumnos puedan lograr adecuadamente un aprendizaje significativo. A través de esta perspectiva los estudiantes desarrollan sus habilidades de forma directa cuyos principios y actitudes permiten ir más allá de sus capacidades intelectuales. Para alcanzar este propósito se lleva a cabo un estudio de campo en el que se consideró un número de 46 estudiantes de Primero de Bachillerato, tomados de dos paralelos de un total de tres en la sección matutina, al mismo tiempo, se entrevista a cinco docentes del área de matemática para que compartan su experiencia en el tema de la derivada de una función. En relación a los estudiantes se realizaron actividades en diferentes momentos del aprendizaje, una de ellas es que se realizaron encuestas antes de la prueba de diagnóstico y la misma se volvió a realizar en la etapa evaluativa. Así como también se obtuvieron las notas de estas dos pruebas obteniéndose resultados que muestran una mejora del aprendizaje del estudiante en la derivada de una función a la hora de resolver problemas, después de haber utilizado el instrumento.

Palabras clave: derivada, momentos del aprendizaje, aprendizaje, constructivismo.

ABSTRACT

The present investigation has as objective a pedagogical proposal for the teaching of the derivative of a function in students of First of Unified General Baccalaureate, based on the application of learning theories in conjunction with learning moments. This design seeks to teach classes in a different way through activities with the aim that students can adequately achieve meaningful learning. Through this perspective, students develop their skills directly whose principles and attitudes allow them to go beyond their intellectual capacities. In order to achieve this purpose, a field study is carried out in which a number of 46 First-year Baccalaureate students were considered, taken from two parallels out of a total of three in the morning section, at the same time, five teachers were interviewed. of the area of mathematics to share their experience on the subject of the drift of a function. In relation to the students, activities were carried out at different moments of learning, one of them is that surveys were carried out before the diagnostic test and the same was carried out again in the evaluation stage. As well as the notes of these two tests were obtained, obtaining results that show an improvement in student learning in the derivative of a function when solving problems, after having used the instrument.

Keywords: derivative, moments of learning, learning, constructivism.

DEDICATORIA

Agradezco a Dios, en él encuentro refugio para mis malos y buenos momentos, también me ha dado la fuerza necesaria para mantenerme firme en el cumplimiento de mis objetivos. A mis padres que, aunque ya no estén conmigo fueron ejemplo de superación, humildad y sacrificio. A mi hermana Edith, que al igual que mi sobrina Melissa me han estado acompañando y brindando todo el apoyo incondicional para no rendirme y obtener todas mis metas y triunfos en la vida.

A todos mis seres queridos que me han dado ánimo a lo largo de mi formación académica.

AGRADECIMIENTO

Agradezco a cada uno de los docentes de la Escuela Superior Politécnica del Litoral que brindaron sus conocimientos y experiencias profesionales a lo largo del desarrollo de la presente maestría, lo cual me ayudó de muchas maneras en mi crecimiento cognitivo e intelectual al cursar sus aulas que proporcionaron nuestra formación.

Menciono un agradecimiento muy especial a mi tutora Mgs. Gisella Lorena Núñez Núñez, quien en toda ocasión estuvo atendiendo mis consultas de manera oportuna en el desarrollo de la presente investigación y confió en que se lograría un buen trabajo.

DECLARACIÓN EXPRESA

La responsabilidad por los hechos y doctrinas expuestas en este proyecto de titulación, me corresponde exclusivamente; el patrimonio intelectual del mismo corresponde exclusivamente a la ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL

Violeta Alexandra Coloma Tutivén

TRIBUNAL DE GRADUACIÓN

Msc. Ed. Sonnia Reyes Ramos

PRESIDENTE

Msc. Giselle Núñez Núñez

TUTOR

Mariuxi León Molina, Ph.D.

PRIMER VOCAL

Msc. Mario Céleri Mujica

SEGUNDO VOCAL

TABLA DE CONTENIDO

CAPÍTULO I	1
1 INTRODUCCIÓN	1
1.1. Antecedentes	1
1.2. Descripción del problema.....	3
1.3. Objetivos	5
1.3.1. Objetivo general	5
1.3.2. Objetivos específicos.....	5
1.4. Hipótesis	5
1.4.1. Variables	5
1.5. Alcance	6
CAPÍTULO 2	7
2. MARCO TEÓRICO	7
2.1. TEORÍAS DEL APRENDIZAJE.....	7
2.1.1. EL CONSTRUCTIVISMO	8
2.1.2. TEORÍA PSICOGENÉTICA.....	9
2.1.3. APRENDIZAJE SOCIAL.....	10
2.1.4. APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO.....	11
2.1.5. APRENDIZAJE AUTÓNOMO.....	11
2.2. INTELIGENCIAS MÚLTIPLES.....	12
2.2.1. Inteligencia	12
2.2.2. Inteligencias múltiples según Gardner.....	13
2.3. EL USO DE LAS TIC'S COMO HERRAMIENTA METODOLÓGICA.....	15
2.4. TIC's y sus aplicaciones para la enseñanza de la matemática	16

2.7. GeoGebra	18
2.8. ESTRATEGIAS DE ENSEÑANZA O MOMENTOS DE APRENDIZAJE ..	20
2.8.1. Las estrategias preinstruccionales	20
2.8.2. La estrategia coinstruccionales	21
2.8.3. La estrategia posinstruccionales	21
CAPÍTULO 3	22
3. METODOLOGÍA	22
3.1. Enfoque de la investigación	22
3.2. Población y muestra.....	24
3.3. Técnica	24
3.4. Etapas de la investigación	25
3.5. Momentos del aprendizaje (antes, durante y después)	26
3.5.1. LAS ESTRATEGIAS PREINSTRUCCIONALES	26
3.5.2. LAS ESTRATEGIAS COINSTRUCCIONALES	27
3.5.3. LAS ESTRATEGIAS POSINSTRUCCIONALES	28
CAPÍTULO 4	29
4. RESULTADOS.....	29
4.1. Resultados de la encuesta a estudiantes.....	29
4.2. Resultados de las entrevistas a docentes.....	41
4.3. Correlación de Pearson	43
5. PROPUESTA.....	47
5.1. Título de la propuesta	47
5.2. Objetivos	47
5.3. Justificación	47

5.4. Contenidos.....	54
5.5. Actividades.....	55
5.6. Temporalización.....	64
5.7. Criterios de evaluación de la propuesta	65
6. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	67
7. Referencias.....	69
Apéndices y anexos	76

LISTADO DE FIGURAS

Figura 2.1 Inteligencias Múltiples	15
Figura 2.2 Geogebra	20
Figura 2.3 Aspectos de las estrategias preinstruccionales.....	20
Figura 2.4 Aspectos de las estrategias coinstruccionales	21
Figura 2.5 Aspectos de las estrategias posinstruccionales	21
Figura 3.6 Tipos de estrategias de enseñanza.....	26
Figura 4.7 Con qué frecuencia registra problemas para aprender matemática...29	
Figura 4.8 Su docente brinda retroalimentación.....	31
Figura 4.9 Trabajo de forma cooperativa	32
Figura 4.10 <i>Comprende la derivada de una función.....</i>	33
Figura 4.11 <i>Preguntas sobre derivada de una función.....</i>	34
Figura 4.12 Promueve demostraciones prácticas en la clase	35
Figura 4.13 <i>Su aprendizaje es complementado con trabajos documentales</i>	36
Figura 4.14 <i>Su docente aplica técnicas como resúmenes y mapas conceptuales</i>	37
Figura 4.15 <i>Ejercicios para validar aprendizajes.....</i>	38
Figura 4.16 <i>Tiene claro cómo realizar la derivada.....</i>	39

Figura 4.17 <i>Puede aplicar la derivada en la vida cotidiana</i>	40
Figura 5.18 Apoyo gráfico para la definición de derivada en un punto	50
Figura 5.19 Dibujo de una función creciente en un intervalo.....	51
Figura 5.20 Dibujo de una función decreciente en un intervalo.....	51
Figura 5.21 Puntos fronterizos	52
Figura 5.22 Puntos estacionarios	53

LISTADO DE TABLAS

Tabla 2.1	Aplicaciones y recursos de software para matemáticas en la web	16
Tabla 4.2	Con qué frecuencia registra problemas para aprender matemática	29
Tabla 4.3	Su docente brinda retroalimentación	30
Tabla 4.4	Trabajo de forma cooperativa	32
Tabla 4.5	Comprende la derivada de una función	33
Tabla 4.6	Preguntas sobre derivada de una función	34
Tabla 4.7	Promueve demostraciones prácticas en la clase.....	35
Tabla 4.8	Su aprendizaje es complementado con trabajos documentales	36
Tabla 4.9	Su docente aplica técnicas como resúmenes y mapas conceptuales .	37
Tabla 4.10	Ejercicios para validar aprendizajes.....	38
Tabla 4.11	Tiene claro cómo realizar la derivada	39
Tabla 4.12	<i>Puede aplicar la derivada en la vida cotidiana</i>	40
Tabla 4.13	Calificaciones de los dos paralelos	44
Tabla 4.14	Coeficiente de correlación de Pearson	45
Tabla 5.16	Notaciones de la derivada	49
Tabla 5.17.	Diagnóstico	55
Tabla 5.18.	Taller # 1	57
Tabla 5.19.	Taller # 2.....	59

Tabla 5.20. Taller # 3.....	60
Tabla 5.21. Lección # 1	62
Tabla 5.22. Evaluación	63
Tabla 5.23. Cronograma.....	64
Tabla 5.24. Rúbrica de evaluación	65

CAPÍTULO I

1 INTRODUCCIÓN

1.1. Antecedentes

El desarrollo del pensamiento y de las destrezas matemáticas de los alumnos depende de manera esencial de los docentes para conseguir una clase participativa, a través del uso de estrategias como elemento motivador durante la Educación Secundaria para el aprendizaje.

El presente proyecto surge con la necesidad de mejorar el aprendizaje de los estudiantes de primero de Bachillerato General Unificado, enfocándose en las dificultades que manifiesta el alumnado, tanto en la complejidad del contenido como en el proceso de enseñanza y aprendizaje, con la aplicación de una propuesta pedagógica en la que el estudiante alcance la construcción de su propio conocimiento de forma dinámica, participativa. Además, se busca despertar en ellos la necesidad de fortalecer su destreza para resolver los retos en especial cuando quieran aplicar los conocimientos de derivada en problemas reales. Según Gamboa (2007), el aporte en las matemáticas va en dirección a que el estudiante establezca sus respuestas justificándolas de una manera más formal.

Para Orcos (2016), una de las tareas relevantes del profesor en las situaciones de enseñanza es interpretar el pensamiento matemático de los estudiantes, para ello, se debe partir de la opinión y las convicciones que tienen de las matemáticas, considerándolas como punto de partida, trabajar con distintas estrategias y metodologías para lograr cambiar su actitud y motivación sobre dicha asignatura.

El aprendizaje de la derivada para los estudiantes de primero de bachillerato general unificado es un tema presente en la malla curricular que actualmente se basa en una enseñanza por destrezas, y mediante el estudio de la derivada de una función, estaremos ayudando en especial, a desarrollar las destrezas matemáticas y las habilidades en las TICs.

Por lo mencionado, a continuación, se presentan las principales investigaciones que se han tomado como base para el planteamiento y la ejecución del presente estudio.

El método de cuatro fases según Gómez (2017), busca contribuir al trabajo guiado, al aprendizaje significativo y el trabajo colaborativo. En este documento se consideran cuatro etapas para conseguir un aprendizaje autónomo que permitirá al estudiante la construcción de su propio conocimiento: la apropiación del concepto, la extensión del mismo, la aplicación de los conceptos y la transferencia del aprendizaje. En cada fase se dan una serie de instrucciones y cada actividad concluye en autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación, que son procesos indispensables para consolidar el conocimiento. La finalidad de esta propuesta es que, los alumnos puedan activar sus habilidades metacognitivas, cognitivas, comunicativas, emocionales y sociales, en beneficios de conseguir hábitos académicos que irán mejorando su avance conceptual.

Orcos (2016), expone y fundamenta una metodología didáctica innovadora, basada en las teorías de las inteligencias múltiples de Gardner, y a su vez planteó recolectar información de las capacidades, aptitudes e interés más desarrollados en los estudiantes. El proyecto se llevó a cabo en el Colegio Santa Teresa de Calahorra, La Rioja en España, donde la aplicación de esta propuesta, cuyas metodologías planteadas tuvieron resultados favorables con las siete inteligencias múltiples, entre las distintas actividades realizadas por docentes del área, considerando que las inteligencias múltiples en la clase de matemáticas nos ayudan a exponer en grupo la utilización de técnicas como: visualización de gráficos o dibujos, el debate entre compañeros, también están consideradas como un instrumento idóneo para atender a la diversidad del alumnado y para poder diseñar y desarrollar actividades que respondan mejor a las distintas capacidades de cada uno en concreto.

Es importante explorar el significado que el profesorado de matemáticas le da al concepto de derivada en los libros de texto, según Vargas et al., (2020), por lo que se propone usar un método de investigación basado en el análisis de libros y un sistema de categorías apoyado en el análisis didáctico donde se observa que se

priorizan las tareas algorítmicas y se deja de lado al propio concepto y su significado. Para ello, se analizaron cinco libros de textos puesto que es una fuente de consulta para los estudiantes, una herramienta para planificar las clases del docente y una guía para el contenido como para el modelo pedagógico, ya que las tareas forman la base para el aprendizaje significativo del estudiante.

Considerando que, el estudio tiene como objetivo diseñar una propuesta pedagógica para que la enseñanza de la derivada sea un proceso fácil y metodológico, donde el estudiante pueda aprender de manera independiente como divertida y sus docentes sepan guiar eficientemente este proceso; se tendrán en cuenta las propuestas constructivistas y autónomas, que se han destacado en la transformación fundamental de la enseñanza de la matemática de los trabajos antes expuestos.

1.2. Descripción del problema

La principal preocupación de la enseñanza de las matemáticas es el estudio de los factores que condicionan los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y cómo mejorarlos, involucrando a los docentes como investigadores teóricamente capaces de lograr un impacto real en las instituciones educativas (Fúneme, 2019). Por otro lado, el cálculo diferencial es una de las ramas que más se relaciona con las aplicaciones de la ingeniería, ya que gracias a este conocimiento los ingenieros pueden realizar estudios que dependen de la magnitud y deducir cantidades máximas y mínimas (Gutiérrez, Buitrago, & Ariza, 2017).

Actualmente son visibles las dificultades que tienen los estudiantes de primero de bachillerato para el aprendizaje de las matemáticas, pues, habitualmente los docentes imparten las clases sin involucrar al alumnado en el proceso cognitivo, aplicando incorrectamente la definición de la derivada de una función. Esto tiende a crear dificultades de aprendizaje o más aún concepciones erróneas; lo que conlleva al fracaso estudiantil o bajo promedio en el área de matemática, debido a que el proceso de enseñanza–aprendizaje no es dinámico ni participativo,

generando agobio y frustración al no poder entender, para así, ser proactivo en el desarrollo de las destrezas.

En el aprendizaje del cálculo la primera dificultad que aparece es el concepto de límite. Abstraer la noción de límite es un reto para el estudiante, el cual crece en complejidad al ser aplicado a la definición de derivada, donde se relacionan aspectos geométricos y físicos. Definir la derivada a partir del concepto de límite exige al estudiante enfrentarse a la abstracción y la transferencia de dicho concepto, generalmente en términos geométricos; por una parte, la abstracción posibilita aprender a aprender matemáticas; la transferencia, transportada al concepto de pendiente de una recta, en este caso tangente a una curva, lleva al estudiante a aplicar el concepto en situaciones específicas (Gómez, 2017).

Esto se ahonda con el cambio que ejerce el ACUERDO Nro. MINEDUC-MINEDUC-2022-00010-A (Ministerio de Educación, 2022), en el cual figura el plan de estudios para el nivel de educación general básica, siendo en este caso el correspondiente al subnivel superior, además del plan de estudios para bachillerato, en los mismos que se observa la transición por niveles. En ese sentido, se tiene que en el subnivel superior se trabaja con siete asignaturas y en el bachillerato se incrementa a doce materias del tronco común y tres disciplinas más por el área técnica o especialidad. En función de lo mencionado, cabe denotar que en el área de matemáticas se pasa semanalmente de un periodo pedagógico mínimo de 5 a uno de 3 semanales con 40 minutos cada sesión.

Ante el problema identificado se pretende diseñar una propuesta pedagógica con el fin de promover los conocimientos en estudiantes de primero de bachillerato general unificado, para con ello, contribuir a mejorar sus calificaciones en esta área dinamizando el proceso de enseñanza-aprendizaje para formar personas con pensamiento crítico y que persistan con sus estudios universitarios.

1.3. Objetivos

1.3.1. Objetivo general

Diseñar una propuesta pedagógica para enseñanza de la derivada de una función a través de un proceso dinámico y participativo, que permita la auténtica construcción del aprendizaje en Primero de Bachillerato General Unificado.

1.3.2. Objetivos específicos

Identificar las principales dificultades para el aprendizaje de la derivada de una función en los alumnos de Primero de Bachillerato General Unificado.

Diseñar la propuesta pedagógica que incluya actividades que promuevan un aprendizaje activo para la enseñanza de derivada de una función aplicando los fundamentos teóricos del constructivismo.

Evaluar el diseño de la propuesta pedagógica mediante dos grupos, el experimental que va a estar expuesto al diseño pedagógico y el de control que se manejará de forma tradicional para verificar los resultados de forma cuantitativa.

1.4. Hipótesis

A través del diseño de una propuesta pedagógica para la enseñanza de la derivada de una función, que involucre una metodología activa, dinámica y participativa en los alumnos de 1ero de Bachillerato General Unificado, se permitirá la auténtica construcción de su propio conocimiento logrando un aprendizaje significativo

1.4.1. Variables

Variable independiente: Propuesta pedagógica.

Variable dependiente: Enseñanza en estudiantes.

1.5. Alcance

El presente proyecto está dirigido a Primero de Bachillerato General Unificado de una unidad educativa situada en un sector urbano, ubicada en el Cantón Daule, conocida como “La Capital Arrocerá del Ecuador”. La institución alberga alrededor de 2.300 estudiantes divididos en dos secciones, jornada matutina y vespertina, ofertando: Educación Inicial, Básica elemental, media, superior y Bachillerato. Los estudiantes de 1ero. BGU oscilan entre los 15 a 17 años de edad, que provienen del casco urbano; sin embargo, también cuenta con alumnos de entornos rurales y otro grupo numeroso procede de diversos cantones como: Nobol, Pedro Carbo, Santa Lucía, Palestina y Vinces.

El diseño de la propuesta pedagógica se realiza en un intervalo de seis semanas, beneficiando más aun a los estudiantes de bachillerato de la especialidad de Electromecánica Automotriz jornada matutina en la materia de Matemática del Bachillerato Técnico, en los bloques curriculares de Geometría y medidas, Álgebra y funciones de hecho, en la unidad N.º 4 de derivada de una función por lo que forma parte del currículo de Matemática.

La motivación personal de este trabajo de investigación es que los alumnos utilicen un método participativo de enseñanza basado en el constructivismo y el aprendizaje autónomo con el fin de alcanzar un aprendizaje significativo, buscando que el estudiante active sus habilidades metacognitivas y cognitivas con una verdadera comprensión, asimilación y construcción del conocimiento de la derivada de una función y su aplicación en el diario vivir.

CAPÍTULO 2

2. MARCO TEÓRICO

2.1. TEORÍAS DEL APRENDIZAJE

El aprendizaje es una actividad continua a lo largo de la vida; los aprendices son ellos mismos responsables de su propio progreso; el monitoreo está diseñado para confirmar el progreso en lugar de una falla de aceptación; se reconocen las habilidades individuales y los valores compartidos; espíritu de equipo; la búsqueda del conocimiento y el aprendizaje como una asociación entre estudiantes, maestros, padres, personal y otros (Moreno, Martínez, Moreno, Fernández, & Guadalupe, 2017).

La teoría del aprendizaje es una construcción que explica y predice cómo aprenden las personas basándose en el concepto de varios teóricos. Así, en general, las teorías contribuyen al conocimiento y explican cómo se produce el aprendizaje en los humanos desde diferentes perspectivas. Estos son principios que representan el proceso por el cual una persona aprende algo. Las teorías del aprendizaje intentan explicar los procesos internos del aprendizaje de las personas, incluido cómo desarrollan sus capacidades intelectuales, habilidades y actitudes, y qué información o conceptos aprenden (Vega, Flores-Jiménez, Flores-Jiménez, Hurtado-Vega, & Rodríguez-Martínez, 2019).

En las últimas décadas, los estudios han mostrado mayor atención por la representación de la cognición en el aprendizaje humano, así la reducción del conductismo, que se basa en los estudios del aprendizaje mediante condicionamiento, da paso a la aceptación del proceso cognitivo en el cual el individuo capta la información proveniente del mundo. Al término del siglo XX, otros investigadores siguen criterios eclécticos en sus tesis, no se orientan propiamente en alguna de estas bases: conductista o cognoscitivista, de este modo, no es de extrañarse que muchos psicólogos y psicopedagogos hayan propuesto diversas teorías.

A lo largo del tiempo se han desarrollado diversas teorías del aprendizaje, las cuales nacieron como estrategias de los docentes para desarrollar didácticas y mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje. Los docentes deben desempeñar un papel de liderazgo en la orientación de sus alumnos y, por lo tanto, en el desarrollo de sus diversas habilidades junto con un aprendizaje significativo. Esto reafirma la importancia de una base de conocimiento epistemológico por parte de los colectivos docentes, que permita una efectiva transformación pedagógica, diversificación de la enseñanza y mejor comprensión por parte de sus alumnos. Cada actor social tiene características y habilidades diferentes en el proceso de enseñanza y aprendizaje, e identificarlas permitirá a los docentes utilizar y diseñar recursos apropiados para maximizar los conceptos y habilidades objetivo de cada estudiante (Mesén, 2019).

2.1.1. EL CONSTRUCTIVISMO

Las teorías cognitivas se centran principalmente en cómo funciona la mente humana, en cuanto a los procesos de generación de pensamientos y conocimientos por un lado y, por otro lado, en lo que respecta al impacto de estos procesos en la formación de la personalidad y el comportamiento de cada persona (Reyero, 2019). La teoría constructivista del aprendizaje, cuyos orígenes filosóficos se atribuyen con frecuencia a Kant y sus orígenes pedagógicos a Piaget, se basa en la premisa de que el acto de aprender se basa en un proceso que conecta los nuevos conocimientos con los preexistentes (Dennick, 2016).

El constructivismo es una teoría aplicada a la educación en la que el conocimiento y la personalidad de los estudiantes están en permanente construcción, donde el proceso de aprendizaje se distingue y se da como un proceso continuo, dinámico, participativo e interactivo del educando, a partir de conocimientos preexistentes para formar nuevos conceptos. La teoría brinda las herramientas de aprendizaje a los estudiantes, de esta manera logran construir nuevos e importantes conocimientos siendo los actores principales de su propio aprendizaje, sin embargo, el docente crea un ambiente colaborativo con condiciones óptimas,

convirtiéndose así en un facilitador que guía progresivamente a lo largo del proceso. (Ortiz, 2015).

Las ideas principales de esta teoría son las siguientes: el estudiante es responsable de su propio conocimiento, construye su propio conocimiento, relaciona la información nueva con el conocimiento previo, establece relaciones entre los elementos, la información que recibe le da sentido, necesita apoyo, que puede ser del maestro, de su pareja o de sus padres, y el maestro se convierte en el guía. Los principales investigadores del constructivismo son: Piaget y Ausubel (Vega, Flores-Jiménez, Flores-Jiménez, Hurtado-Vega, & Rodríguez-Martínez, 2019).

El constructivismo es una teoría ampliamente aceptada y utilizada que enfatiza que los estudiantes adquieren conocimientos no de forma pasiva sino activa, lo que conduce a un aprendizaje significativo. Reconoce la importancia de utilizar modelos mentales existentes de los estudiantes y hacer preguntas para mejorar su comprensión y actuación. A través de un enfoque constructivista de enseñanza y aprendizaje, los estudiantes desarrollan habilidades metacognitivas, cognitivas y socioemocionales y adquieren autonomía, lo que los prepara para enfrentar desafíos globales a través de la investigación, la acción y la reflexión (Tigse, 2019).

2.1.2. TEORÍA PSICOGENÉTICA

Jean Piaget (1896 - 1980) fue uno de los psicólogos más conocidos de su época, sus investigaciones exploran cómo se desarrollan los esquemas y el conocimiento de los niños durante las diferentes edades. La teoría psicogenética afirma que el aprendizaje es evolutivo porque es un proceso gradual y progresivo que avanza, es un proceso de reorganización de las estructuras cognitivas que son capaces de aprovechar la información mediante la manipulación, como la asimilación y acomodación de esquemas conceptuales ante dificultades cognitivas originadas de la comunicación interactiva en el aula (Macazana, Sito, & Romero, 2021).

La teoría psicológica desarrollada por Jean Piaget nació de la necesidad que presentaba este biólogo de formación de dar una serie de características

epistemológicas asociadas al origen del conocimiento, las cuales están marcadas por el hecho de no sólo mostrar cómo es posible la construcción progresiva del conocimiento, sino también dando respuestas a la interacción entre el sujeto y el medio. Con sus estudios posteriores en psicología, propuso una epistemología genética (Parrat, 2012). Piaget afirma que no todas las estructuras están presentes en todos los niveles del desarrollo intelectual de una persona, sino que se construyen gradualmente, según las posibilidades operativas de los sujetos (Cristobal, 2022).

Cuando se logra la integración se produce un nuevo proceso de equilibrio, gracias al cual el sujeto utiliza lo aprendido para mejorar su desempeño en su entorno. Para Piaget, se puede afirmar que la formación de diversos saberes implica procesos evolutivos con el aparato cognitivo del sujeto, y se aborda con los objetivos de la práctica previa, entre ellos encontrar nuevos saberes y convertirlos a su nivel, inclusive dirigir.

2.1.3. APRENDIZAJE SOCIAL

Desde este punto de vista, la teoría de Lev Vygotski sostiene que el aprendizaje es producto de la interacción del individuo con el entorno social. Vygotski le dio gran importancia al lenguaje, pues para él es un instrumento de mediación que permite al ser humano formar un patrón de pensamiento, donde la nueva información recibida se incorpora a las experiencias pasadas y a sus propias estructuras mentales. Las contribuciones de Lev Vygotsky inspiraron el enfoque del aprendizaje no como una actividad individual, sino como una actividad social, lo que enfatiza la importancia de la interacción social en el aprendizaje. Se ha confirmado que los alumnos aprenden más activamente cuando aprenden cooperativamente (Sesento, 2017).

Dado que uno de los principios de la teoría del aprendizaje social es que el aprendizaje directo no es el principal mecanismo de aprendizaje, sino que el elemento social forma la base del nuevo aprendizaje en los individuos, esta teoría es útil para explicar cómo aprenden las personas y desarrollan nuevos patrones de

comportamiento observando a otras personas (Vega, Flores-Jiménez, Flores-Jiménez, Hurtado-Vega, & Rodríguez-Martínez, 2019).

2.1.4. APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO

El psicólogo y pedagogo David Ausubel, quien ha desarrollado una importante actividad profesional y teórica, ha señalado la teoría del aprendizaje significativo como uno de los aportes más fuertes a la pedagogía moderna, fundamentándose la teoría en el concepto cognitivo del aprendizaje basado en nueva información. El aprendizaje significativo se refiere al hecho de que el proceso de formación de significado es fundamental para el proceso de enseñanza y aprendizaje. En este sentido, el aprendizaje significativo implica la comprensión, ampliación, asimilación e integración de lo aprendido en uno mismo (López & Soler, 2021).

El aprendizaje significativo busca generar conocimiento basado en el contenido de nueva información que ya existe en la estructura cognitiva del alumno, lo que implica el reconocimiento entre conceptos fundamentalmente similares, transfiriendo el aprendizaje a la memoria a largo plazo. Esto se traduce en integrar el aprendizaje del material curricular en la propia vida (Cañaveral, Nieto,, & Vaca, 2020).

2.1.5. APRENDIZAJE AUTÓNOMO

El aprendizaje autónomo es la adquisición de conocimientos, ideas o actitudes de forma independiente por parte de los alumnos, quienes asumen la responsabilidad de todos los aspectos del aprendizaje, la organización de su tiempo y la interiorización de lo que están estudiando. En las últimas décadas, sin embargo, el término se ha vuelto cada vez más distinto a otras palabras similares (Roque, Valdivia, Alonso, & Zagalaz, 2018).

El aprendizaje autónomo se refiere al grado de injerencia en el establecimiento por parte del estudiante de sus propios objetivos, procesos, recursos, momentos de evaluación y aprendizaje, que deben resultar de su rol activo frente a las necesidades formativas actuales, en las que el estudiante puede y debe tener sus

conocimientos y aportes de experiencias pasadas, a partir de las cuales se busca revivir el aprendizaje para darle sentido. El ejercicio autónomo permite y estimula la creatividad, requiere observación, sin embargo, su trabajo debe ser confrontado por todos los actores de la comunidad educativa e incluso de la sociedad en la que interactúan (Solórzano, 2017).

El modelo de aprendizaje autónomo permite que el individuo sea autor de su propio desarrollo, eligiendo de manera independiente caminos, estrategias, herramientas y tiempos para aprender y practicar críticamente por sí mismo, teniendo en cuenta múltiples perspectivas. Según esta propuesta, los estudiantes pueden, mediante la identificación de sus necesidades individuales de aprendizaje, establecer metas, autoevaluar su aprendizaje y la adquisición de habilidades y actitudes, que les ayudarán a ser los principales agentes de su propio desarrollo (González, Vargas, Gómez, & Méndez, 2017).

2.2. INTELIGENCIAS MÚLTIPLES

2.2.1. Inteligencia

Para Howard Gardner citado por Macías (2002), una inteligencia “implica la habilidad necesaria para resolver un problema o para elaborar productos que son importantes en un contexto cultural” (p. 33).

En este sentido, resolver problemas significa que la mente humana mantiene el objetivo de resolver dicho problema para lo cual se plantea estrategias o métodos para alcanzar la solución. Por otro lado, la creación de un producto fundamenta su importancia según lo demarcado por las culturas, donde se pueden desarrollar desde instrumentos simples hasta más complejos (Macías, 2002).

Sin embargo, es común considerar que la inteligencia es una capacidad única que engloba otras capacidades, en contraposición a esto, Gardner no acepta este enfoque simplificado y por lo tanto propone un nuevo enfoque denominado inteligencias múltiples, el cual permite extender el concepto más allá de lo cognitivo.

2.2.2. Inteligencias múltiples según Gardner

Alejándose de lo tradicional, Gardner introduce un concepto nuevo al referirse a la inteligencia, en este incluye una amplia variedad de capacidades humanas (Macías, 2002). Paralelo a esto, es conocido que, aunque la inteligencia se asocia al lenguaje y los números a la creatividad, existen otros aspectos como la creatividad en la música o en la plástica, las sorprendentes habilidades del cuerpo, el liderazgo o el trabajo en equipo, pero resulta complicado agrupar todo esto bajo la misma categoría.

2.2.2.1. Inteligencia lingüística

También conocida como lingüístico-verbal, y hace referencia a la capacidad para usar todas las expresiones y manifestaciones del lenguaje. Es común observar esta inteligencia en los políticos, grandes oradores, poetas, escritores o cantantes, en definitiva, denota a la capacidad del habla, la escritura, la lectura y la escucha activa (EIOE, 2022).

2.2.2.2. Inteligencia lógico-matemática

Se refiere a la capacidad de dar solución a cálculos matemáticos y poner en práctica un razonamiento lógico. La desarrollan principalmente economistas, matemáticos, científicos e ingenieros, y mediante ella se realiza todo tipo de hipótesis, operaciones, etc. (EIOE, 2022).

2.2.2.3. Inteligencia espacial

Es la percepción del entorno visual y espacial para transformarlo. Es característico de pilotos, fotógrafos, diseñadores, arquitectos, artistas o directores de cine, entre otros (EIOE, 2022).

2.2.2.4. Inteligencia corporal cinestésica

Capacidad para expresar ideas y sentimientos empleando el cuerpo, quienes poseen esta capacidad tienen gran habilidad de equilibrio, coordinación, flexibilidad y rapidez, como por ejemplo los bailarines profesionales (EIOE, 2022).

2.2.2.5. Inteligencia musical

Capacidad de percibir y expresarse haciendo uso de las formas musicales, estas capacidades son propias de directores de orquesta, críticos musicales, compositores, etc. (EIOE, 2022).

2.2.2.6. Inteligencia intrapersonal

Capacidad para formular un conocimiento profundo propio, esto implica a quienes pueden hacer una autoevaluación de los sentimientos y de las metas primordiales a nivel personal (EIOE, 2022).

2.2.2.7. Inteligencia interpersonal

Capacidad para relacionarse con los demás, partiendo de la empatía y la interacción social, en este grupo se involucran los pedagogos, profesores, psiquiatras, psicólogos y los abogados (EIOE, 2022).

2.2.2.8. Inteligencia naturalista

Esta inteligencia es una de las últimas adicionadas, y se define como la capacidad para observar y comprender las relaciones propias de la naturaleza y el medio ambiente, o reconocer sus patrones. En este se introducen los biólogos, botánicos, exploradores, jardineros, climatólogos, etc. (Equipo editorial, 2021).

Figura 2.1

Inteligencias Múltiples



Fuente: (Additio, 2022)

2.3. EL USO DE LAS TIC'S COMO HERRAMIENTA METODOLÓGICA

Para Tello (2008) las Tecnologías de la Información y de la Comunicación (TIC's) es un término que estudia toda forma de tecnología usada para crear, almacenar, intercambiar y procesar información en sus varias formas, tales como datos, conversaciones de voz, imágenes fijas.

La sociedad actual se desarrolla en un contexto donde la tecnología cada vez está más presente, por ello, aunque el aporte de la las TIC's en la educación no es reciente aún no se aplica de manera eficiente en ciertos campos (Coloma, Labanda, Michay, & Espinosa, 2020). Son ampliamente valoradas pues facilitan el trabajo de los estudiantes, proporcionan la autonomía, motivación, interés y adaptabilidad en sus actividades, esto les permite crear una conciencia crítica y mejora su desempeño.

2.4. TIC's y sus aplicaciones para la enseñanza de la matemática

Las TIC's han modificado múltiples sectores y áreas del conocimiento, y las matemáticas forman parte de ello, sin embargo, al tratarse de un área considerada por muchos como complicada se requiere una metodología adecuada para su implementación, desde ese punto, es necesario se requiere que los estudiantes no solo utilicen, sino que aprovechen las TIC's para el desarrollo y aplicación de contenidos matemáticas (Coloma, Labanda, Michay, & Espinosa, 2020).

El papel de los docentes en la enseñanza es fundamental, y en lo concerniente al empleo de las TIC's hay una relación entre las competencias que tiene cada profesional y su aplicación. Es decir, mientras más capacitados tecnológicamente se encuentran, la frecuencia de uso en las aulas es mayor (Coloma, Labanda, Michay, & Espinosa, 2020).

Establecer un software dinámico que se enfoque en el desarrollo de las matemáticas permite establecer una conexión con la realidad de tal manera que se pueda aprender de manera divertida (Pabón-Gómez , 2014). Existen gran cantidad de portales o sitios en internet donde se pueden encontrar aplicaciones educativas como lo menciona el Grupo Planeta (2015) y a continuación se resumen algunas de ellas.

Tabla 2.1

Aplicaciones y recursos de software para matemáticas en la web

CATEGORÍA	APLICACIÓN	DESCRIPCIÓN
Aritmética	Math Cilenia (en inglés)	Mini juegos para practicar las operaciones básicas, destinada a alumnos de primaria
	Calculadoras matemáticas	Selección de diferentes tipos de calculadoras online para hacer operaciones de forma rápida y sencilla.
	Ábaco online	Para representar diferentes números, aprender a sumar de manera gráfica y trabajar las cifras de otra forma.
Geometría	Descartes	Permite crear objetos interactivos, diseñada especialmente para la matemática, aunque aplicable

CATEGORÍA	APLICACIÓN	DESCRIPCIÓN
		también a otros temas y asignaturas; además de trabajar geometría, se pueden crear gráficos de álgebra, estadística o funciones.
	Geogebra	Software matemático multiplataforma para crear simulaciones que relacionan el álgebra con la geometría, para ayudar a los alumnos a comprender los conceptos de forma visual e interactiva.
Álgebra	Math Papa	Calculadora de álgebra que resuelve la ecuación paso a paso, para que el alumno comprenda el proceso; también incluye lecciones para aprender o repasar actividades interactivas para practicar no solo álgebra, sino también otros temas.
	Wiris	Aplicación online que permite construir y resolver todo tipo de expresiones algebraicas, con una opción más sencilla para primaria.
Funciones y gráficas	Desmos	Aplicación online para representar y estudiar funciones de forma gráfica. Cuenta con una base de datos de actividades ya creadas por profesores que se puede utilizar.
	Algeo Graphing Calculator	Aplicación para Android donde se pueden introducir y dibujar funciones de forma sencilla desde el móvil o la tableta.
Videos	Math TV	Videos a modo de lecciones explicativas sobre diversos temas de la asignatura, disponibles en inglés, en muchos casos también en español.
	Khan Academy	Lecciones de Matemática organizadas por niveles educativos y temas para ir aprendiendo poco a poco, desde lo más básico hasta lo más completo.
Juegos y actividades interactivas	Buzzmath (en inglés)	Plataforma online creada por un equipo de profesores de matemática que cuenta con más de 3.000 problemas matemáticos y facilita la enseñanza y el aprendizaje a través de ejercicios interactivos y visuales.
	Math Game Time	Repositorio de juegos de matemática de todo tipo, organizados por niveles o por temas.

CATEGORÍA	APLICACIÓN	DESCRIPCIÓN
	Materiales didácticos del Proyecto Gauss para secundaria y primaria	Recopilación de propuestas interactivas en Java para practicar todo tipo de conceptos matemáticos.
	Amo las mates	Completa página web con recursos, juegos y material interactivo para trabajar la matemática en primaria y secundaria, organizados por niveles y temas.
Matemática práctica	Sector Matemática	Sitio web con multitud de ideas para aplicar la matemática en el mundo real: cuentos, imágenes, sellos en inspiración matemática, canciones, usos en el arte, la medicina o el deporte. También se estructura por niveles educativos, perfecta para curiosear y extraer un montón de materiales para la clase.
	Matemática de cine	Blog del profesor Ángel Requena Fraile dedicado a comentar y recomendar películas en las que los conceptos matemáticos tienen mayor o menor protagonismo. Siendo una forma de afrontar la asignatura a través del séptimo arte.
	Experiencing Maths	Mini sitio con propuestas educativas para poner en práctica la matemática observando el mundo que nos rodea e interactuando proactivamente.

Fuente: (Coloma, Labanda, Michay, & Espinosa, 2020)

2.7. GeoGebra

El programa GeoGebra es el resultado del trabajo de tesis de Maestría de Markus Hohenwarter ejecutada en el 2002 en la Universidad de Salzburgo, Austria (Arteaga, Medina, & Del Sol, 2019). Es un software interactivo de matemática que reúne dinámicamente geometría, álgebra y cálculo. La idea de su creador, Hohenwarter era brindar al docente una herramienta didáctica que ayude en el proceso de la educación, además bajo la consideración de que sea accesible, libre, de fácil manipulación, que cuente con un proceso de instalación automático, sencillo y que sea aceptado en todas las plataformas (Arteaga, Medina, & Del Sol, 2019).

GeoGebra ofrece tres perspectivas diferentes de cada objeto matemático: “una vista gráfica, una vista numérica, vista algebraica y, además, una vista de hoja de cálculo” (Arteaga, Medina, & Del Sol, 2019, p. 104). Estas características permiten apreciar los objetos matemáticos en tres representaciones diferentes: gráfica (como en el caso de puntos, gráficos de funciones), algebraica (como coordenadas de puntos, ecuaciones), y en celdas de una hoja de cálculo.

Además, las representaciones de cada objeto se vinculan dinámicamente a las demás en una adaptación automática y recíproca que asimila los cambios producidos en cualquiera de ellas, su versión 5 ofrece las siguientes vistas:

Vista gráfica 2D: Permite realizar construcciones geométricas utilizando puntos, rectas, segmentos, polígonos, cónicas, etc. Otras operaciones incluidas también son intersección entre objetos, traslaciones, rotaciones, etc. Además, se pueden graficar funciones, curvas expresadas en forma implícita, regiones planas definidas mediante desigualdades, etc. (Arteaga, Medina, & Del Sol, 2019).

Vista algebraica: Representaciones algebraicas y numéricas de los objetos representados en las otras vistas del programa.

Vista gráfica 3D: Representación de planos, esferas, conos, poliedros, funciones de dos variables, incluidas también las representaciones de 2D.

Vista CAS (Cálculo Simbólico): Cálculos en forma simbólica de derivadas, integrales, sistemas de ecuaciones, cálculo matricial.

Vista de Probabilidades y Estadística: Representaciones de diversas funciones de distribución de probabilidad y permite calcular la probabilidad de las mismas en un determinado intervalo. También ofrece una calculadora que permite realizar test estadísticos (Arteaga, Medina, & Del Sol, 2019, p. 104).

Figura 2.2

Geogebra



Fuente: Elaboración propia a partir de (GeoGebra, 2022)

2.8. ESTRATEGIAS DE ENSEÑANZA O MOMENTOS DE APRENDIZAJE

Se entiende como estrategias de enseñanza a los procedimientos que los docentes emplean de manera intencionada y flexible para hacer posible el aprendizaje del estudiante (Guerrero, 2021). Entre ellas tenemos:

2.8.1. Las estrategias preinstruccionales

Figura 2.3

Aspectos de las estrategias preinstruccionales

PREINSTRUCCIONALES

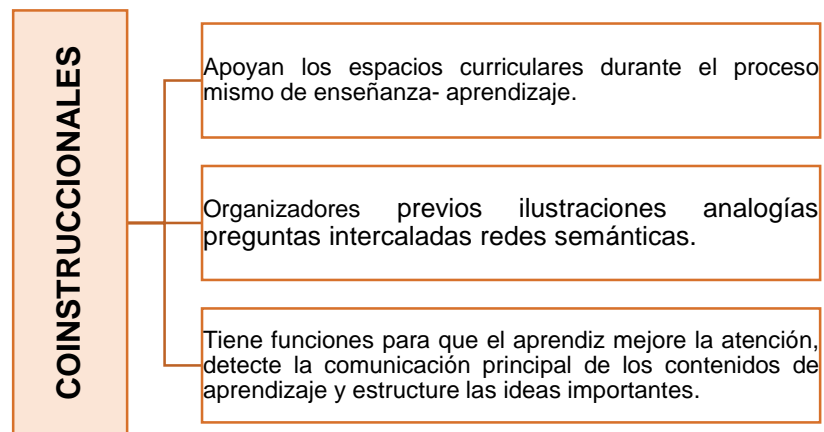
- Preparar al estudiante en relación con qué y cómo va aprender, lo cual tratan de incidir en la activación de conocimientos y experiencias.
- Sirven para que el aprendizaje se ubique en el contexto apropiado y para que genere aspectos relacionados con las enseñanzas del concepto de derivada.
- Objetivos: Actividad focal, Introdutoria, Discusion guiada, Lluvia de ideas.

Fuente: Elaboración propia a partir de (Palacios, 2016)

2.8.2. La estrategia coinstruccionales

Figura 2.4

Aspectos de las estrategias coinstruccionales

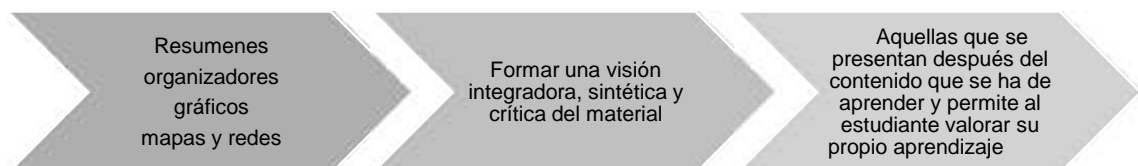


Fuente: Elaboración propia a partir de (Palacios, 2016)

2.8.3. La estrategia posinstruccionales

Figura 2.5

Aspectos de las estrategias posinstruccionales



Fuente: Elaboración propia a partir de (Palacios, 2016)

CAPÍTULO 3

3. METODOLOGÍA

El presente apartado está basado en los momentos del aprendizaje, con la aplicación previa de actividades tipo constructivistas. De la misma forma, se efectúan talleres, lecciones y en base al planteamiento se detalla una metodología de investigación científica utilizando el enfoque mixto, la cual, agrupa los métodos cualitativo y cuantitativo de forma directa en la investigación que incluye el proceso de recolección, análisis y vinculación de datos en el proceso de interpretación de interrogantes, así mismo, en mediciones numéricas para el análisis estadístico con la finalidad de medir la actitud de los aprendices para encontrar la solución a una problemática.

La importancia de la metodología de la investigación científica radica en ser un medio indispensable para simplificar y orientar diversas herramientas teóricas y prácticas para la solución de problemas utilizando el método científico, este conocimiento representa una racionalización sistemática del entorno real de la investigación. Se reconoce que la investigación nace de la necesidad humana de resolver los problemas más apremiantes de la vida cotidiana, de conocer la naturaleza que nos rodea y transformarla para satisfacer nuestros intereses y necesidades (Viñán, et al., 2018).

3.1. Enfoque de la investigación

) *Investigación de campo*

Los datos de este trabajo serán tomados de los estudiantes de 1ero. Bachillerato General Unificado sección matutina paralelos A y B, de una Unidad Educativa de la cabecera cantonal de Daule, mediante el desarrollo de diversos talleres y lecciones, concluyendo con una evaluación.

) Investigación tipo descriptivo

En el progreso de esta investigación el método cuantitativo se centra en un análisis descriptivo de las calificaciones adquiridas por los alumnos del primero de bachillerato general unificado, en los talleres y lecciones realizadas, conforme al trabajo autónomo, alcanzando los objetivos propuestos en este proyecto. Las actividades permitirán a los estudiantes una mejor actitud con responsabilidad en la construcción autónoma de su aprendizaje, usando todas las destrezas, habilidades y conocimientos alcanzados en el salón de clase.

) Investigación Exploratoria

Las dificultades que tienen los estudiantes de educación secundaria al no aplicar correctamente la definición de la derivada provocando el bajo nivel académico hacia la materia de matemática, ante esta problemática se propone aplicar un diseño pedagógico donde se establezca la importancia de aplicar adecuadamente actividades acorde a las habilidades del pensamiento, debido a que permite construir el aprendizaje en lugar de reproducirlo. Por ello, el objetivo debe orientarse en un proceso dinámico y participativo, que busque ser un apoyo para elevar el aprovechamiento académico del estudiante, fomentando el aprendizaje significativo.

El enfoque cualitativo se centra en la verificación de la hipótesis: A través del diseño de una propuesta pedagógica para la enseñanza de la derivada de una función, que involucre una metodología activa, dinámica y participativa en los alumnos de 1ero de Bachillerato General Unificado, se permitirá la auténtica construcción de su propio conocimiento logrando un aprendizaje significativo; a través de la aplicación de los tres momentos del aprendizaje con diversas actividades y talleres que permitan al estudiante el desarrollo de los contenidos de la derivada de una función.

Esta investigación se basa en los resultados negativos de los estudiantes mismo que son objeto de estudio; incluso tratan de comprender a las personas dentro del marco de referencia de ellas mismas. Este método se basa en identificar la

naturaleza de la estructura dinámica para recopilar los datos proporcionando información valiosa en base a los resultados esperados (Cadena, et al., 2017).

) **Método analítico-sintético**

Este método se ocupa de dos procesos mentales opuestos que funcionan al unísono: el análisis y la síntesis. El análisis es un proceso lógico que divide el todo en sus partes, atributos y componentes. Permite estudiar el comportamiento de cada pieza, mediante la síntesis se logra una conexión o combinación de las partes previamente analizadas y permite descubrir las relaciones o propiedades comunes entre los elementos en base a su realidad (Rodríguez, 2017).

El enfoque analítico se basa tanto en los principales métodos de investigación académica como de marketing, ya que puede combinar el poder del método científico con el uso de procesos formales para resolver cualquier tipo de problema que enfrenta la organización. Los investigadores realizan investigaciones analíticas para encontrar pruebas que respalden su estudio con lo que implican nuevas ideas sobre el tema que están indagando.

3.2. Población y muestra

El colegio cuenta con tres paralelos de primero de bachillerato en horario matutino y cinco paralelos en horario vespertino, debido a la facilidad que brinda la institución educativa se aplicó el diseño pedagógico para la enseñanza de la derivada de una función, a los alumnos a los cuales imparto la cátedra de matemáticas. En los dos paralelos a cargo, A y B cada uno cuenta con 23 alumnos, y la alta demanda de estudiantes se da porque la carrera diurna ofrece el título de Bachiller Técnico en Electromecánica Automotriz.

3.3. Técnica

) **Encuesta**

En la presente investigación para la recolección de la información necesaria que se analiza, la encuesta diagnóstica y de evaluación fueron dos de los instrumentos

utilizados y aplicados a los estudiantes de Primero de Bachillera Técnico en Electrónica Automotriz. Así se logró valorar si en la propuesta los objetivos fueron alcanzados (ver anexos 1 y 2).

La encuesta es ampliamente utilizada como procedimiento de investigación, ya que permite recopilar y procesar datos de manera rápida y eficiente. Utiliza un conjunto de procedimientos de búsqueda estandarizados, a través de los cuales se recopila y analiza una base de datos de una muestra representativa de una población o cosmos, con el objetivo de descubrir, describir, predecir y/o explicar un conjunto de propiedades (Casas, et al., 2003).

) **Entrevista**

Se realiza la entrevista semiestructurada a cinco docentes de forma anónima para que tengan la libertad de que sus respuestas sean lo más claras y sinceras. Para que dicha entrevista dé a conocer las dificultades más comunes que tienen los estudiantes en el aprendizaje de la derivada y la metodología que le aplican al impartir sus clases (ver anexo 3)

La entrevista es una técnica muy útil en la investigación cualitativa para la recolección de datos; se define como una conversación que tiene un propósito específico en búsqueda de lograr los objetivos deseados. Su finalidad es recabar determinada información u opiniones y se reconoce como una herramienta técnica que toma la forma de un diálogo familiar (Díaz, et al., 2013).

3.4. Etapas de la investigación

Para dar cumplimiento con los objetivos planteados en esta investigación se trabajó en base a tres etapas marcadas que se identifican como:

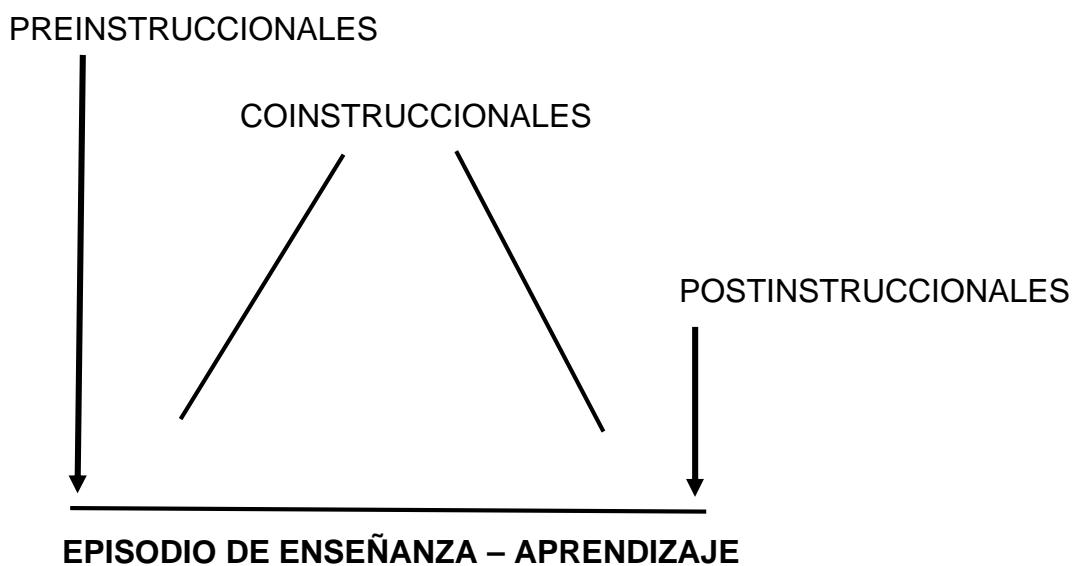
-) Diagnóstico
-) Desarrollo
-) Evaluación

3.5. Momentos del aprendizaje (antes, durante y después)

Diversas estrategias de enseñanza pueden incluirse antes (preinstruccionales), durante (coinstruccionales) o después (posinstruccionales) de un contenido curricular específico, ya sea en un texto o en la dinámica de trabajo.

Figura 3.6

Tipos de estrategias de enseñanza



Fuente: Elaboración propia a partir de (Palacios, 2016)

3.5.1. LAS ESTRATEGIAS PREINSTRUCCIONALES

Las estrategias preinstruccionales por lo general preparan y alertan al estudiante en relación a qué y cómo va a aprender y le permite ubicarse en el aprendizaje pertinente.

Una de las actividades que realizan previamente es investigar sobre el tema y en la clase, la primera actividad, es resaltar la importancia de la derivación y una pregunta que se realiza es: ¿Para qué voy a derivar?

Esta lluvia de ideas lo que pretende es que relacionen lo que han investigado con aplicaciones prácticas en la vida cotidiana usando propiedades conocidas como álgebra de derivadas, que permite calcular la derivada de otras funciones combinando aquellas mediante operaciones aritméticas y composición de funciones, muy importantes en administración y economía, lo cual sirve para calcular derivadas de funciones más complejas.

En las otras sesiones se realizarán discusiones guiadas o lluvia de ideas del tema que se abarque en esa clase, para estructurar las bases del nuevo conocimiento en base al conocimiento o investigación previa.

3.5.2. LAS ESTRATEGIAS COINSTRUCCIONALES

Las estrategias coinstruccionales enlazan los contenidos previos con el nuevo contenido, permitiendo la evolución del aprendizaje para que el estudiante indague con el objeto del conocimiento, que en este caso es la derivada.

Cómo aplicar la derivada a partir de los conocimientos previos

Las actividades se proponen a partir de la base de que las diferentes inteligencias dentro de cada estudiante pueden existir unas que se encuentran más desarrolladas que otras. Es por ello que cada inteligencia no se desarrolla por separado y este hecho es esencial tenerlo presente para poder lograr de cada alumno un mayor desenvolvimiento.

Dentro de la propuesta pedagógica una de las estrategias planteadas en esta fase es la implementación de talleres donde se desarrolla una actividad común en forma grupal, lo cual conforma un lugar de coaprendizaje, esto se basa en lo que planteaba Vygotski sobre el desarrollo próximo.

El taller es un elemento que permite organizar la clase, interrelacionar los temas que se han visto y, sobre todo, motivar al estudiante a que practique en forma conjunta con sus compañeros, de esta forma se aclaran posibles dudas sobre el tema de las derivadas.

3.5.3. LAS ESTRATEGIAS POSINSTRUCCIONALES

Las estrategias posinstruccionales se presentan y permiten valorar su propio aprendizaje y las más identificadas son: preguntas intercaladas, resúmenes finales y resolución de talleres.

En esta etapa algunos docentes no realizan un adecuado cierre por lo cual las actividades antes mencionadas permiten la retroalimentación, la cual es fundamental en las actividades y talleres aplicados a la derivada, ya que permite en los estudiantes una formación activa, acortando las distancias entre la situación actual de su desempeño y la situación ideal a la que esperamos que debe llegar.

La presente propuesta pedagógica ofrece retroalimentación correctiva y orientadora, para identificar dificultades y afianzar fortalezas, con el objetivo de monitorear el aprendizaje, explicando por qué una respuesta es correcta y las otras no, de esta forma el docente guía a los estudiantes en conseguir aprendizajes significativos y profundos de manera más autónoma.

CAPÍTULO 4

4. RESULTADOS

4.1. Resultados de la encuesta a estudiantes

1. ¿Con qué frecuencia usted registra problemas para el aprendizaje de matemáticas?

Tabla 4.2

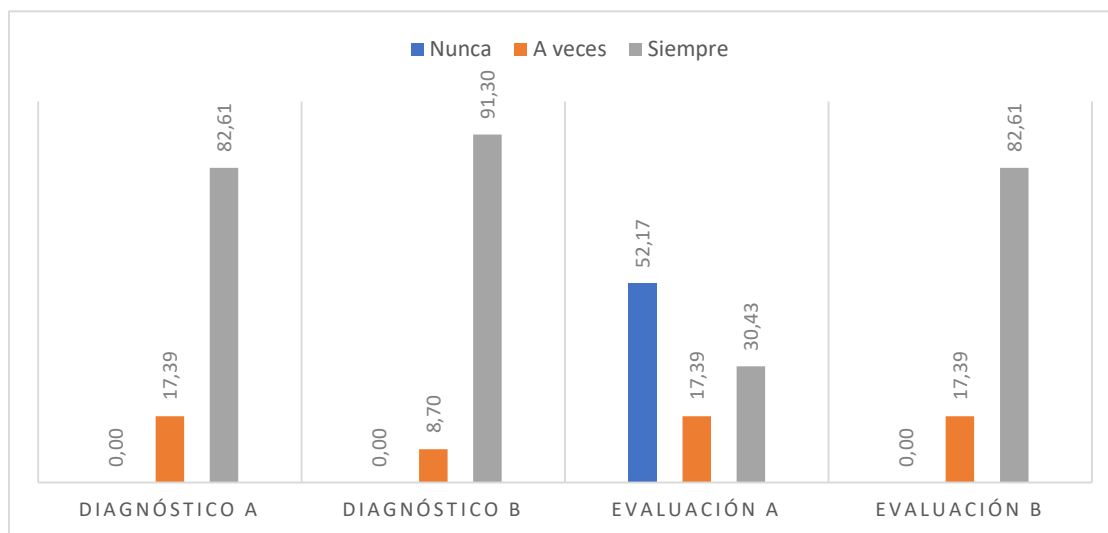
Con qué frecuencia registra problemas para aprender matemática

OPCIONES	Diagnóstico				Evaluación			
	A	A%	B	B%	A	A%	B	B%
Nunca	0	0,00	0	0,00	12	52,17	0	0,00
A veces	4	17,39	2	8,70	4	17,39	4	17,39
Siempre	19	82,61	21	91,30	7	30,43	19	82,61
TOTAL	23	100	23	100	23	100	23	100

Fuente: encuesta

Figura 4.7

Con qué frecuencia registra problemas para aprender matemática



Fuente: encuesta

Al consultar a los estudiantes si registran problemas para aprender la asignatura de matemáticas se reconoce que en el paralelo A el 82,61% responden “siempre” y el 17,39% señala la opción “a veces”, no obstante, los resultados son similares en el paralelo B con una mayor incidencia de problemas registrados con el 91,30% con una frecuencia de “siempre” y el 8,70% respondieron “a veces”. Mientras que luego de la fase durante o coinstruccional se refleja un notable incremento en la reducción de los problemas para la comprensión de esta área lo que se refleja con un 52,17% que ya no tienen problemas, el 17,39% indica “a veces” y con el 30,43% muestra que “siempre”. Por lo tanto, con la aplicación se experimenta una reducción de este problema en un 52,18%, y en el otro paralelo, como se mantuvo la enseñanza tradicional, no se tuvo mayores cambios.

2. ¿En caso de tener inquietudes su docente le ayuda con retroalimentación de la clase?

Tabla 4.3

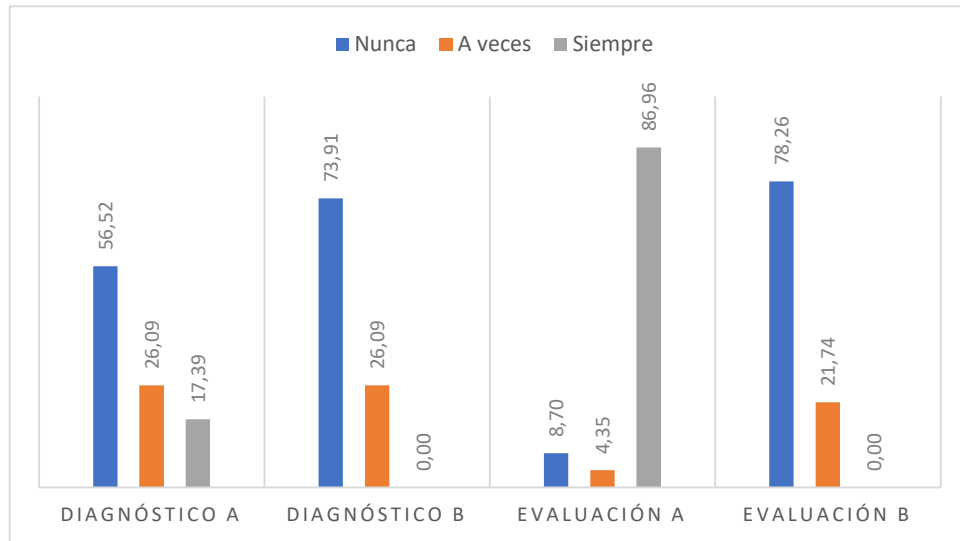
Su docente brinda retroalimentación

OPCIONES	Diagnóstico				Evaluación			
	A	A%	B	B%	A	A%	B	B%
Nunca	13	56,52	17	73,91	2	8,70	18	78,26
A veces	6	26,09	6	26,09	1	4,35	5	21,74
Siempre	4	17,39	0	0,00	20	86,96	0	0,00
TOTAL	23	100	23	100	23	100	23	100

Fuente: encuesta

Figura 4.8

Su docente brinda retroalimentación



Fuente: encuesta

Al consultar al grupo de control y al grupo experimental en caso de tener inquietudes su docente le ayuda con retroalimentación de la clase, en el paralelo A se identifica un 56,52% refleja la alternativa “nunca”, el 26,09% con opción “a veces” y el 17,39% selecciona el “siempre”; luego de la aplicación se reconocen cambios notables. Tal es el caso que un gran porcentaje representado por el 86,96% identificó que posterior a la aplicación sí se ejecutó retroalimentación sobre la clase, en cambio el grupo de control (paralelo B), no registró mayor variabilidad al mantener su estrategia de estudio tradicional.

3. ¿En el desarrollo de la clase realiza trabajo de forma cooperativa para superar dificultades durante el proceso de aprendizaje?

Tabla 4.4

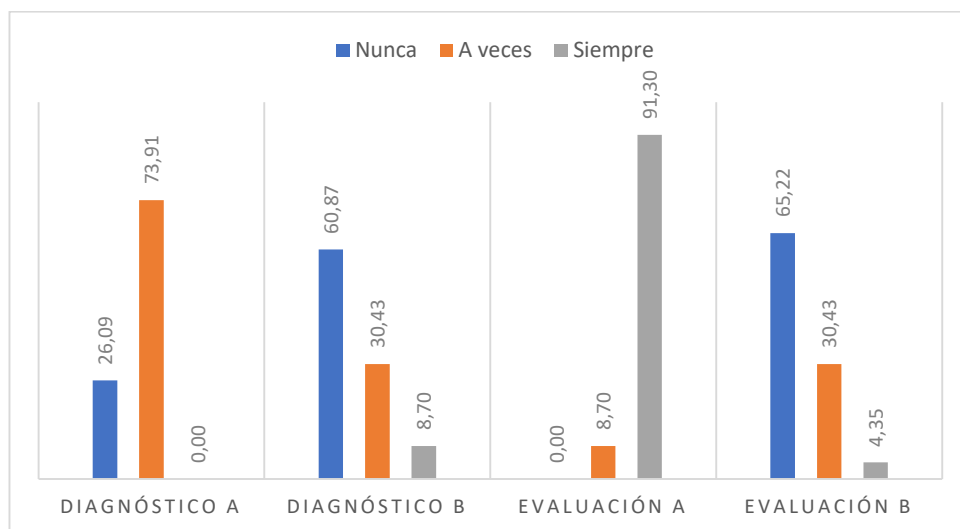
Trabajo de forma cooperativa

OPCIONES	Diagnóstico				Evaluación			
	A	A%	B	B%	A	A%	B	B%
Nunca	6	26,09	14	60,87	0	0,00	15	65,22
A veces	17	73,91	7	30,43	2	8,70	7	30,43
Siempre	0	0,00	2	8,70	21	91,30	1	4,35
TOTAL	23	100	23	100	23	100	23	100

Fuente: encuesta

Figura 4.9

Trabajo de forma cooperativa



Fuente: encuesta

Al consultar si en el desarrollo de la clase realiza trabajo de forma cooperativa para superar dificultades durante el proceso de aprendizaje, el grupo experimental (paralelo A), quienes responden “a veces” con el 73,91%, mientras que en el grupo control se destaca el “nunca” con el 60,87%. Luego de la aplicación del instrumento se denota que la dinámica del trabajo cambió significativamente en el paralelo A respondió siempre con el 91,30%.

4. ¿Comprende de forma clara sobre el tema derivada de una función?

Tabla 4.5

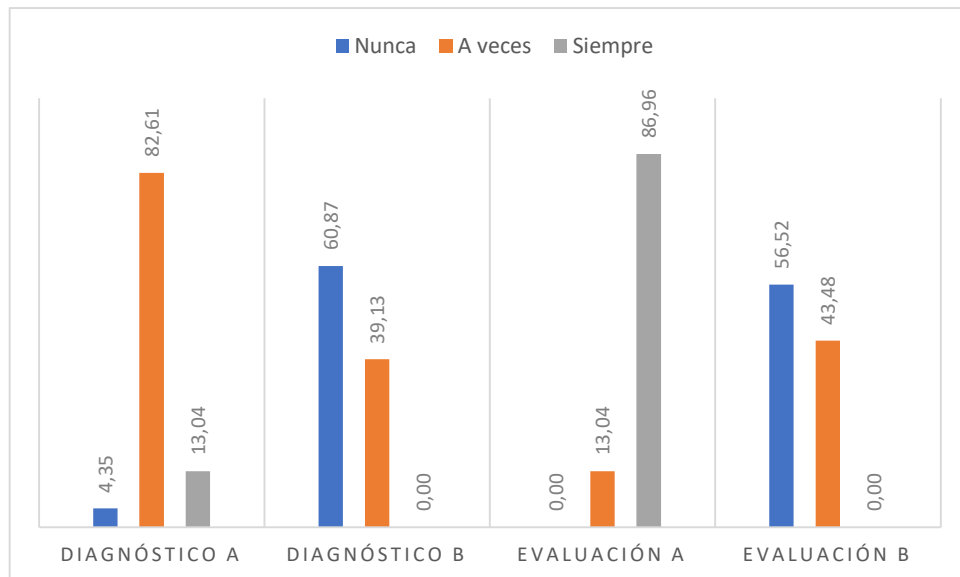
Comprende la derivada de una función

OPCIONES	Diagnóstico				Evaluación			
	A	A%	B	B%	A	A%	B	B%
Nunca	1	4,35	14	60,87	0	0,00	13	56,52
A veces	19	82,61	9	39,13	3	13,04	10	43,48
Siempre	3	13,04	0	0,00	20	86,96	0	0,00
TOTAL	23	100	23	100	23	100	23	100

Fuente: encuesta

Figura 4.10

Comprende la derivada de una función



Fuente: encuesta

Al consultar si comprende de forma clara sobre el tema derivada de una función, el paralelo A indica en su mayoría (82,61%) a veces, y la mayoría del paralelo B (60,87%) indica que nunca. Al final de la evaluación en el paralelo B se registran iguales resultados, sin embargo, en el paralelo A se registran cambios, pues el 86,96% indica que siempre, por lo tanto, los contenidos son más claros y de fácil comprensión.

¿Usted o sus compañeros realizan preguntas sobre el tema derivada de una función?

Tabla 4.6

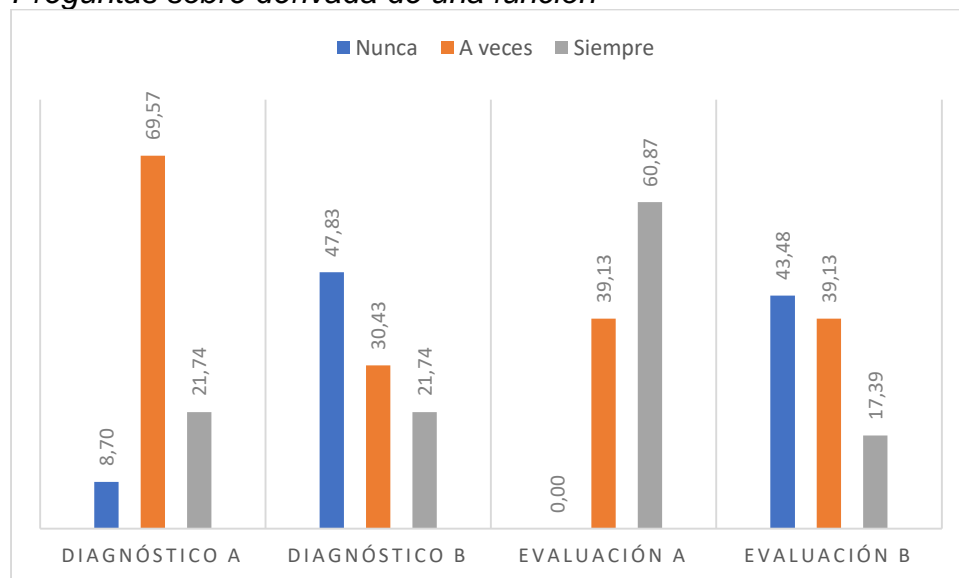
Preguntas sobre derivada de una función

OPCIONES	Diagnóstico				Evaluación			
	A	A%	B	B%	A	A%	B	B%
Nunca	2	8,70	11	47,83	0	0,00	10	43,48
A veces	16	69,57	7	30,43	9	39,13	9	39,13
Siempre	5	21,74	5	21,74	14	60,87	4	17,39
TOTAL	23	100	23	100	23	100	23	100

Fuente: encuesta

Figura 4.11

Preguntas sobre derivada de una función



Fuente: encuesta

Al consultar si los alumnos realizan preguntas sobre la derivada de una función en el paralelo A los estudiantes responden “a veces” con el 69,57%, mientras que en el paralelo B se destaca el “nunca” con el 47,83%. La evaluación denota un impacto significativo en el grupo experimental (paralelo A); el 60,87% indica que siempre consulta sobre el contenido.

5. ¿Su docente promueve el aprendizaje mediante ejercicios y demostraciones prácticas en su clase?

Tabla 4.7

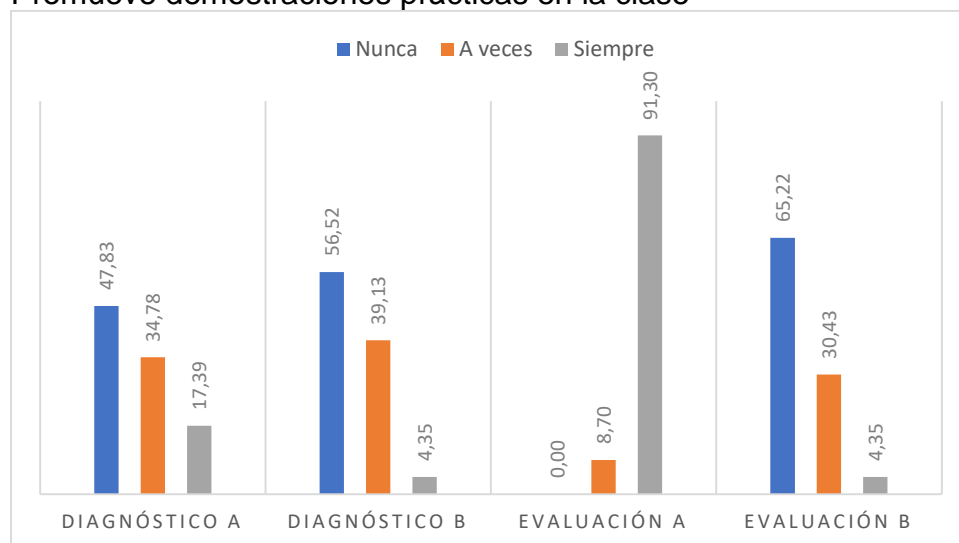
Promueve demostraciones prácticas en la clase

OPCIONES	Diagnóstico				Evaluación			
	A	A%	B	B%	A	A%	B	B%
Nunca	11	47,83	13	56,52	0	0,00	15	65,22
A veces	8	34,78	9	39,13	2	8,70	7	30,43
Siempre	4	17,39	1	4,35	21	91,30	1	4,35
TOTAL	23	100	23	100	23	100	23	100

Fuente: encuesta

Figura 4.12

Promueve demostraciones prácticas en la clase



Fuente: encuesta

Al consultar si el docente promueve el aprendizaje mediante ejercicios y demostraciones prácticas en su clase, tanto el paralelo A (47,83%) como el paralelo B (56,52%) indican que nunca existe esta apertura para realizar demostraciones prácticas o la frecuencia con la que se realiza no es la apropiada para reforzar los conocimientos. El paralelo A denotó la aparición de cambios representados por el 91,30% con el que siempre se promueve la práctica en clase.

6. ¿Su aprendizaje en el aula es complementado con mecanismos como trabajos documentales (libros, consultas, internet)?

Tabla 4.8

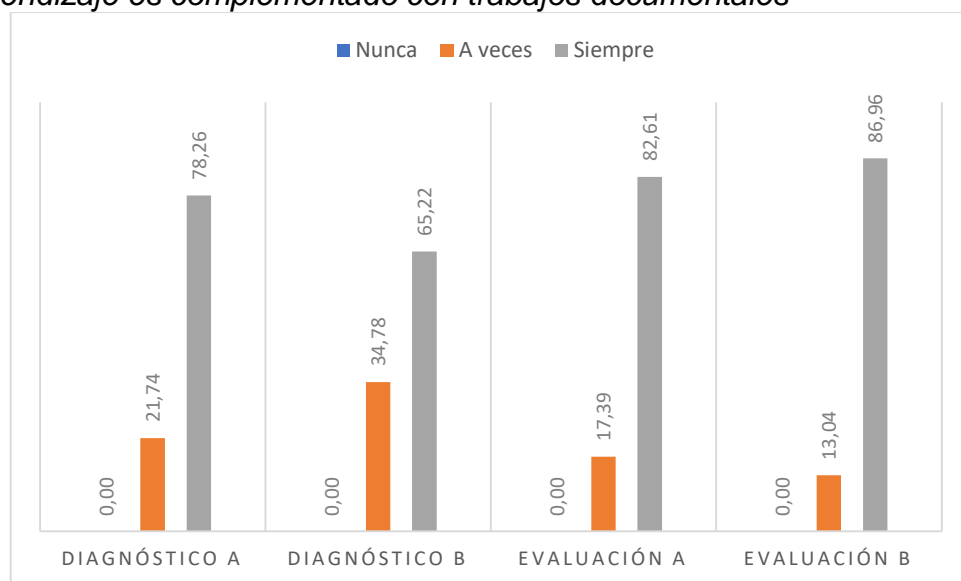
Su aprendizaje es complementado con trabajos documentales

OPCIONES	Diagnóstico				Evaluación			
	A	A%	B	B%	A	A%	B	B%
Nunca	0	0,00	0	0,00	0	0,00	0	0,00
A veces	5	21,74	8	34,78	4	17,39	3	13,04
Siempre	18	78,26	15	65,22	19	82,61	20	86,96
TOTAL	23	100	23	100	23	100	23	100

Fuente: encuesta

Figura 4.13

Su aprendizaje es complementado con trabajos documentales



Fuente: encuesta

Con respecto a que si su aprendizaje en el aula es complementado con mecanismos como trabajos documentales (libros, consultas, internet) no se dieron mayores cambios, tanto en el grupo de evaluación como de control se encontró en su mayoría que este aspecto sí es desarrollado por sus docentes, complementando el trabajo con tareas y consultas mediante otros autores.

7. ¿Su docente aplica técnicas como resúmenes y mapas conceptuales para analizar su conocimiento?

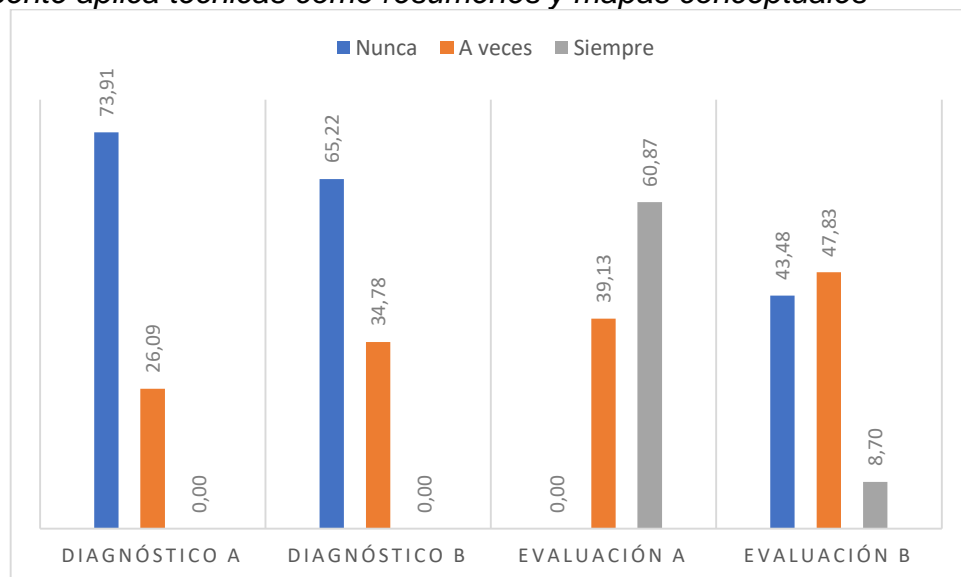
Tabla 4.9

Su docente aplica técnicas como resúmenes y mapas conceptuales

OPCIONES	Diagnóstico				Evaluación			
	A	A%	B	B%	A	A%	B	B%
Nunca	17	73,91	15	65,22	0	0,00	10	43,48
A veces	6	26,09	8	34,78	9	39,13	11	47,83
Siempre	0	0,00	0	0,00	14	60,87	2	8,70
TOTAL	23	100	23	100	23	100	23	100

Figura 4.14

Su docente aplica técnicas como resúmenes y mapas conceptuales



Fuente: encuesta

Al cuestionar si el docente aplica técnicas como resúmenes y mapas conceptuales para analizar su conocimiento; tanto en el paralelo A como en el paralelo B se registra un alto porcentaje que implica que nunca se aplican estas técnicas didácticas. Posteriormente, en el grupo de control el 60,87% identifica que siempre se aplican estas técnicas, por lo cual se las considera como acertadas para fortalecer los conocimientos.

8. ¿Luego de la explicación de las derivadas, se realizan ejercicios para validar los aprendizajes impartidos?

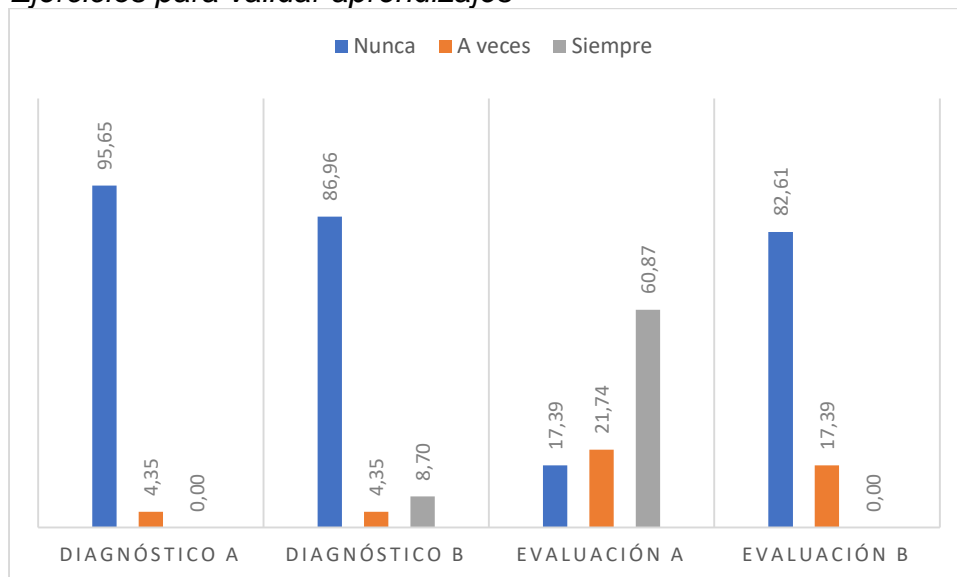
Tabla 4.10

Ejercicios para validar aprendizajes

OPCIONES	Diagnóstico				Evaluación			
	A	A%	B	B%	A	A%	B	B%
Nunca	22	95,65	20	86,96	4	17,39	19	82,61
A veces	1	4,35	1	4,35	5	21,74	4	17,39
Siempre	0	0,00	2	8,70	14	60,87	0	0,00
TOTAL	23	100	23	100	23	100	23	100

Figura 4.15

Ejercicios para validar aprendizajes



Fuente: encuesta

En cuanto a que luego de la explicación de las derivadas, se realizan ejercicios para validar los aprendizajes impartidos, tanto el paralelo A como el paralelo B, registraron al inicio altos porcentajes relacionados con el nivel de nunca. No obstante, con la aplicación de la experimentación se detecta que en el paralelo A el 60,87% siempre realizaron ejercicios con el objetivo de validar los aprendizajes impartidos.

9. ¿Tiene totalmente claro cómo realizar la deriva?

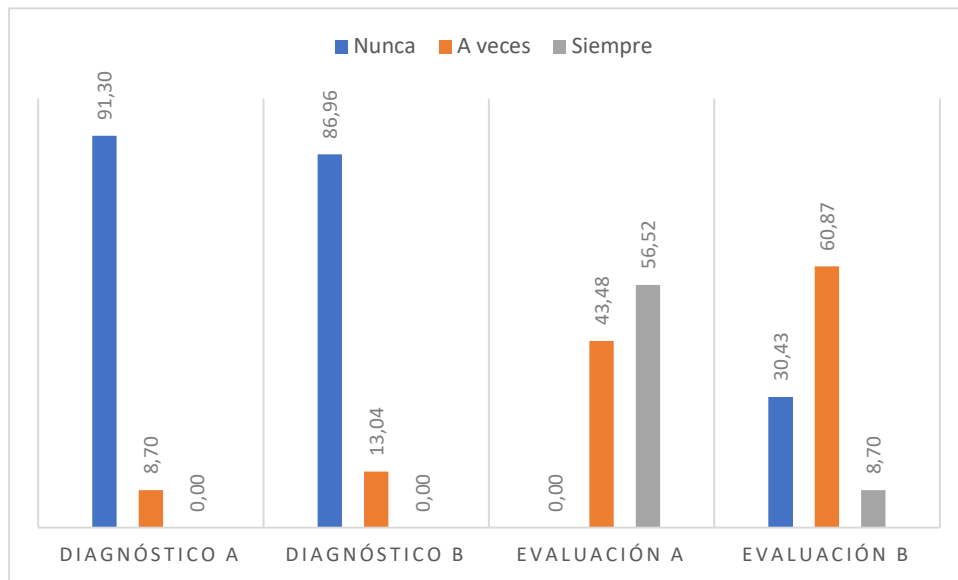
Tabla 4.11

Tiene claro cómo realizar la derivada

OPCIONES	Diagnóstico				Evaluación			
	A	A%	B	B%	A	A%	B	B%
Nunca	21	91,30	20	86,96	0	0,00	7	30,43
A veces	2	8,70	3	13,04	10	43,48	14	60,87
Siempre	0	0,00	0	0,00	13	56,52	2	8,70
TOTAL	23	100	23	100	23	100	23	100

Figura 4.16

Tiene claro cómo realizar la derivada



Fuente: encuesta

Al consultar si el alumno tiene claro lo que se va a derivar y cómo lo va a hacer el 91,30% correspondiente al paralelo A indicó que nunca sabe al respecto, mientras que, en el paralelo B, se registró similar respuesta con un 86,96%. Luego en el grupo de control el 56,52% indicó que siempre tiene claro estos aspectos.

10. ¿Le queda claro, de qué forma puede aplicar la derivada en su vida cotidiana?

Tabla 4.12

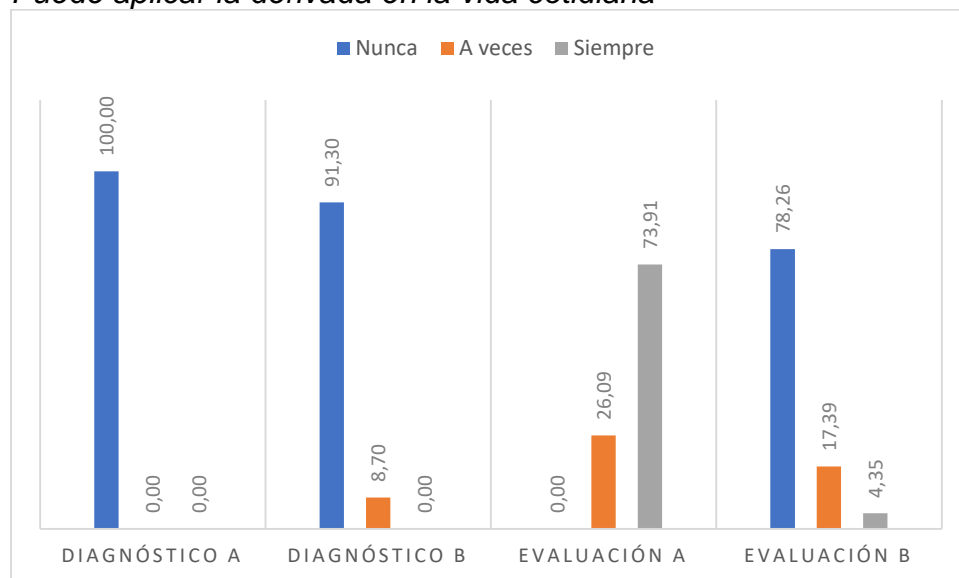
Puede aplicar la derivada en la vida cotidiana

OPCIONES	Diagnóstico				Evaluación			
	A	A%	B	B%	A	A%	B	B%
Nunca	23	100,00	21	91,30	0	0,00	18	78,26
A veces	0	0,00	2	8,70	6	26,09	4	17,39
Siempre	0	0,00	0	0,00	17	73,91	1	4,35
TOTAL	23	100	23	100	23	100	23	100

Fuente: encuesta

Figura 4.17

Puede aplicar la derivada en la vida cotidiana



Fuente: encuesta

Los resultados de la encuesta en esta pregunta nos indican que los estudiantes tanto el paralelo A con el 100% como el paralelo B con el 91,30% destaca la opción “nunca”; luego de la aplicación de la propuesta se logra cambiar el resultado de forma positiva en el grupo experimental con el 73,91% mencionó que siempre se puede aplicar la derivada en la vida cotidiana.

4.2. Resultados de las entrevistas a docentes

PREGUNTAS	DESARROLLO
1. ¿Como docente qué herramientas utiliza para promover el aprendizaje de matemáticas?	Los 5 docentes de esta área señalan que las herramientas que exigen en la actualidad pasan de lo tradicional a lo digital con lo que se busca un aprendizaje multimodal, es decir, en el aula y en casa, concuerdan que el internet es un aspecto fundamental para el proceso de enseñanza aprendizaje.
2. ¿Cuál considera que es el factor que impide a los estudiantes comprender sobre la derivada de una función?	En ocasiones el problema se representa por el subconsciente donde asimila que la asignatura de matemáticas tiende a poseer un nivel de complejidad más elevado, una limitación en el aspecto virtual se ve identificado por problemas de conexión lo que impide que comprendan al 100% los contenidos.
3. ¿Qué aspecto relacionado con la derivada de una función debería ser más reforzado en los estudiantes de primero de bachillerato?	En sí cada uno de los pasos para analizar la derivada de una función es importante y por ello debe ser explicado paso a paso para que los estudiantes no tengan problemas futuros en el desarrollo total.
4. ¿Cómo ejecuta retroalimentación o refuerzo de los aprendizajes emitidos en el aula?	En clases virtuales este refuerzo o retroalimentación es complicado por la comunicación limitada con los estudiantes, sin embargo, últimamente con las clases presenciales se ha logrado que los estudiantes

	<p>puedan preguntar de forma directa y resolver sus dudas en ese mismo instante.</p>
<p>5. ¿Cuáles serían sus sugerencias para impulsar el aprendizaje de la matemática?</p>	<p>Socializar con los estudiantes en un ambiente de confianza para que puedan preguntar sin miedo, en ocasiones, a pesar de preguntar si se encuentra todo claro señala que sí, sin embargo, las dudas en ellos se encuentran presentes y no son atendidas a tiempo; lo que dificulta un aprendizaje de calidad.</p>
<p>6. ¿Considera que existe necesidad de una propuesta pedagógica para la enseñanza de la derivada de una función en Primero De Bachillerato General Unificado?</p>	<p>Todos los docentes concuerdan con que sí es importante que se desarrolle una propuesta pedagógica para fortalecer los aprendizajes en los alumnos de primero de bachillerato, la cual sería factible ponerla en práctica para que sea más fácil la comprensión.</p>
<p>7. ¿Sus estudiantes porqué registran problemas en el tema de la derivada de una función?</p>	<p>Los problemas se registran mediante diferentes modos gráfico, numérico y analítico; los cuales intervienen en las derivadas de la función.</p>

4.3. Correlación de Pearson

El coeficiente de correlación de Pearson es una prueba que permite medir dos variables aleatorias continuas y cuantitativas, donde el rango de valores debe estar entre -1 y 1, si el coeficiente es igual a -1 indica una correlación negativa perfecta y si el coeficiente es +1 nos dará una correlación positiva perfecta.

La prueba de correlación de Pearson, en esencia se usa para medir la dispersión de los puntos y detectar la existencia de una relación lineal, aplicada la propuesta pedagógica, entre las calificaciones de diagnóstico y las de evaluación, esto permitirá determinar si existe un cambio significativo en los resultados, donde las variables cuantitativas y continuas (x, y) tienen un comportamiento lineal, por ende, este proceso identificará si las variables están correlacionadas.

Hipótesis nula H_0

A través del diseño de una propuesta pedagógica para la enseñanza de la derivada de una función, que involucre una metodología activa, dinámica y participativa en los alumnos de 1ero de Bachillerato General Unificado, NO permitirá la auténtica construcción de su propio conocimiento logrando un aprendizaje significativo.

Hipótesis alternativa H_a

A través del diseño de una propuesta pedagógica para la enseñanza de la derivada de una función, que involucre una metodología activa, dinámica y participativa en los alumnos de 1ero de Bachillerato General Unificado, SI permitirá la auténtica construcción de su propio conocimiento logrando un aprendizaje significativo.

Regla de decisión:

Si $p < 0,05$ aceptamos la H_a y rechazamos H_0

Si $p \geq 0,05$ rechazamos H_a y aceptamos la H_0

Tabla 4.13*Calificaciones de los dos paralelos*

PARALELO A			PARALELO B		
Nº	DIAGNÓSTICO	EVALUACIÓN	Nº	DIAGNÓSTICO	EVALUACIÓN
1	6	8	24	7	7
2	7,4	8	25	7,3	7,6
3	8	9	26	7	8
4	7,1	9	27	6,4	7
5	6,1	8,5	28	6,3	6,4
6	7,1	7,3	29	6,7	7,1
7	7	9,5	30	7	7
8	7,4	9	31	7	8
9	8,1	10	32	6	7
10	7,4	8	33	6,1	6,5
11	7,1	7,5	34	6,1	6,1
12	7	8,5	35	6,3	6,5
13	7,4	7,2	36	6,1	6
14	6,7	7	37	6,3	6,5
15	6,2	9	38	5	5
16	8	8,9	39	6,1	6,5
17	8,1	8,2	40	7,5	7,5
18	8,4	8,6	41	6	6
19	8,2	8,5	42	6,1	6
20	7	8	43	6,2	6,5
21	7,1	7,2	44	7,4	7,4
22	8	9	45	5,1	6
23	9	10	46	7,4	7,4

Descripción de los datos x_i : Notas de diagnóstico de cada uno de los estudiantes y_i : Notas de evaluación de cada uno de los estudiantes \bar{X} : Media aritmética de las calificaciones del diagnóstico \bar{Y} : Media aritmética de las calificaciones de la evaluación

$$w_i = x_i - \bar{X}$$

$$z_i = x_i - \bar{X}$$

Tabla 4.14

Coefficiente de correlación de Pearson

Promedio de diagnóstico X_i	$\bar{X} = 6,92$
Promedio de evaluación Y_i	$\bar{Y} = 7,58$
Sumatorio de $(W_i)^2$	$\sum (W_i)^2 = 31,53$
Sumatorio de $(Z_i)^2$	$\sum (Z_i)^2 = 60,66$
Sumatorio de $W_i * Z_i$	$\sum W_i * Z_i = 33,46$
Coeficiente de Correlación Lineal de Pearson $r = 0,77$	

Fuente: Elaboración propia a partir de (Maya Valdano, 2019)

El valor logrado con el coeficiente de correlación de Pearson nos indica que la Propuesta Pedagógica ha alcanzado las perspectivas para la que fue elaborada, ya que la relación entre las notas obtenidas en el diagnóstico previo al trabajo de investigación y las notas posteriores al emplear la misma cumple con una correlación fuerte.

A través de la tabla presentada se puede analizar que las calificaciones entre el paralelo A y el paralelo B han registrado un incremento, pues en la fase de diagnóstico se determinó que su promedio fue de 6,92, mientras que al ejecutar la propuesta se alcanzó un promedio de 7,58%.

Por lo tanto, se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis alternativa determinando que, a través del diseño de una propuesta pedagógica para la enseñanza de la derivada de una función, que involucre una metodología activa, dinámica y participativa en los alumnos de 1ero de Bachillerato General Unificado,

se permitirá la auténtica construcción de su propio conocimiento logrando un aprendizaje significativo.

5. PROPUESTA

5.1. Título de la propuesta

Guía de propuesta pedagógica que incluya actividades que promuevan un aprendizaje activo para la enseñanza de la derivada de una función aplicando los fundamentos teóricos del constructivismo.

5.2. Objetivos

Objetivo General

-) Desarrollar una propuesta pedagógica que incluya diferentes actividades para promover el aprendizaje activo en la enseñanza de la derivada de una función.

Objetivos Específicos

-) Desarrollar material docente para la enseñanza de la derivada de una función.
-) Identificar variables dependientes e independientes.
-) Diseñar actividades enfocadas en la derivada de una función.

5.3. Justificación

A través de una propuesta pedagógica se busca incluir varias actividades enfocadas en promover el aprendizaje activo, fundamentándolo como una herramienta que refleja las intenciones de una institución educativa para el proceso de enseñanza, en el marco de una autonomía responsable y en la medida en que las circunstancias lo permitan. Incluye los principios de la filosofía (ética y epistemología) y de la pedagogía (teorías de la enseñanza y el aprendizaje) que dan coherencia a la práctica educativa.

Las recomendaciones de instrucción también respaldan la intención de los tipos de estudiantes interesados en la capacitación. Como tal, se basa en el propósito, los sistemas de evaluación, las enseñanzas, los programas, las estrategias de enseñanza y los recursos que deben usarse para lograr este propósito. La propuesta da sentido al proceso educativo que lleva a cabo la institución a través de programas educativos institucionales y sus elementos para orientarse a la propuesta pedagógica (Ministerio de Educación, 2019).

En las instituciones educativas la imagen y el papel del docente como portador de conocimientos registra una marcación lo cual, sin duda, tiene una relación que el alumno desarrolla con él, ya que existe un concepto inherente de inferioridad/superioridad en esta relación. Saber que son los portadores del conocimiento más que el depositario de este conocimiento también impregna las acciones de todos, por lo que los destinatarios tienen una actitud negativa hacia la difusión del conocimiento en la que participan.

Los estudiantes se motivan no solo por acercar el contenido a su vida cotidiana, sino también por la oportunidad de interactuar y experimentar, lo que genera aprendizaje; es por ello que a través de la matemática se encamina a resolver problemas y aplicar conceptos que impulsan o sustentan el desarrollo de las habilidades matemáticas. Por lo que, la educación es impensable sin la interacción social, la cual debe ser significativa y constructiva para el proceso de aprendizaje, incluyendo la información y los procesos a desarrollar.

La justificación central se basa en que existen dificultades para alcanzar un mejor nivel de aprendizaje en el desarrollo matemático, junto a la tecnología logren el cambio de forma constante con el fin de tener la capacidad de resolución de problemas, esto de forma creativa y eficiente. El rol del docente se encamina a proveer un ambiente positivo basado en integrar los objetivos, aplicaciones, perspectivas encaminadas a generar la potencialidad matemática.

Aspectos centrales de la derivada de una función

La derivación es un principio matemático que se define por una función real de una variable real y que tiene muchas aplicaciones. La derivación estudia teóricamente el comportamiento de las funciones reales y también actúa sobre las aplicaciones considerando límites y continuidades, modelándose hacia la realidad de la vida donde se aplican una variedad de cálculos matemáticos. La derivada es el resultado de un límite y representa la pendiente de la recta tangente en la gráfica de la función en un punto (Deudor, 2017). La definición de derivada es la siguiente:

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

Según distintos autores, la derivada puede tener varias notaciones, siendo todas aceptadas por la comunidad científica. Las distintas notaciones se detallan en la tabla mostrada a continuación.

Tabla 5.15

Notaciones de la derivada

Autor	Notación
Lagrange	$f'(x)$
Cauchy	$D(x)$
Leibnitz	$\frac{d(x)}{d}$
Newton	$\dot{f}(x)$

Fuente: (Deudor, 2017)

Derivada de una función en un punto.

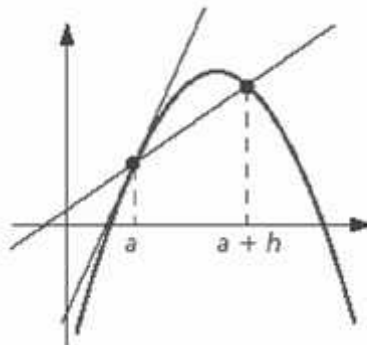
Dada una función f , con dominio D y considerado un punto a de su dominio, se llama derivada de la función en ese punto, denotada como $f'(a)$, al siguiente límite:

$$f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{f(a+h) - f(a)}{h} \right), \quad a \in \mathbb{R}$$

Al valor de dicho límite se le llama “derivada de la función f en el punto a ”.

Figura 5.18

Apoyo gráfico para la definición de derivada en un punto



Fuente: (Gobierno Vasco, 2017)

Propiedades de la derivada

-) Si g y h son funciones derivables, entonces $y' = g'(x) \pm h'(x)$ también lo es $(h \pm g)'(x) = g'(x) \pm h'(x)$.
-) Si f es una función derivable y k es una constante entonces $y' = (k \cdot f)'(x)$ también lo es $(k \cdot f)'(x) = k \cdot f'(x)$.
-) Si f y g son dos funciones derivables, entonces $y' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$ también lo es $(f \cdot g)'(x) = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$.
-) Si f y g son dos funciones derivables con $g(x) \neq 0$ entonces $y = \frac{f(x)}{g(x)}$ también lo es $\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{(g(x))^2}$.
-) Si g es derivable en x y f es derivable en $g(x)$, entonces la función compuesta $f \circ g$, definida por $(f \circ g) = f(g(x))$, es derivable en x $(f \circ g)'(x) = f'(g(x)) \cdot g'(x)$.

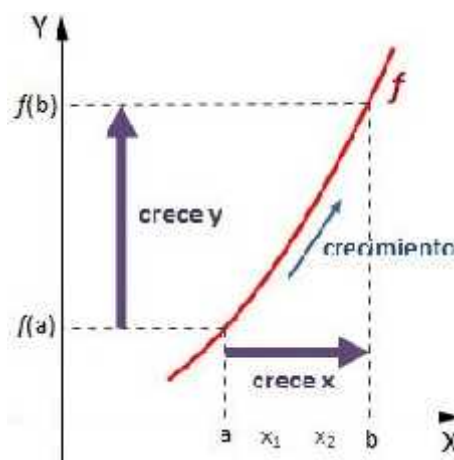
Aplicación de la derivada enfocada en: intervalo en creciente y decreciente, máximo y mínimo, optimización.

Crecimiento en un intervalo

Sean a y b dos elementos del dominio, tales que $a < b$ y formando el intervalo $[a, b]$. Una función es creciente entre a y b si para cualquier par de puntos x_1 y x_2 del intervalo tales que $x_1 < x_2$, se cumple que $f(x_1) < f(x_2)$. Es decir, es creciente en $[a, b]$ si al aumentar la variable independiente x , aumenta la variable dependiente y .

Figura 5.19

Dibujo de una función creciente en un intervalo



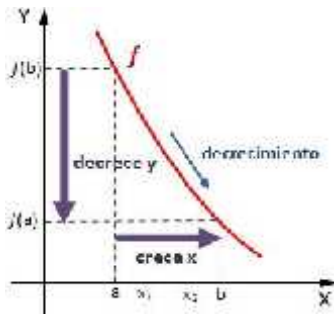
Fuente: (Requena , 2022)

Decrecimiento en un intervalo

Una función es decreciente entre a y b si para cualquier par de puntos x_1 y x_2 del intervalo tales que $x_1 < x_2$, se cumple que $f(x_1) > f(x_2)$. Es decir, es decreciente en $[a, b]$ si al aumentar la variable independiente x , disminuye la variable dependiente y .

Figura 5.20

Dibujo de una función decreciente en un intervalo



Fuente: (Requena , 2022)

Máximos y mínimos

Definición

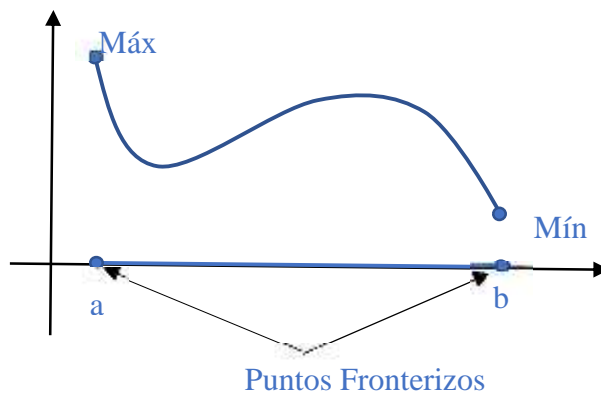
Sea S , el dominio de f , contiene al punto c . Determine que:

- (i) $f(c)$ es el **valor máximo** de f en S , si $f(c) \geq f(x)$ para toda x en S .
- (ii) $f(c)$ es el **valor mínimo** de f en S , si $f(c) \leq f(x)$ para toda x en S .
- (iii) $f(c)$ es el **valor extremo** de f en S , si es un valor máximo o un valor mínimo; la función que queremos maximizar o minimizar es la **función objetivo**.

La función objetivo tendrá un intervalo I con su dominio. Pero este intervalo puede ser cualquiera de los nueve tipos. Algunos de ellos contienen sus puntos finales (puntos fronterizos); algunos no.

Figura 5.21

Puntos fronterizos



Fuente: (Purcell, Varberg, & Rigdon, 2007)

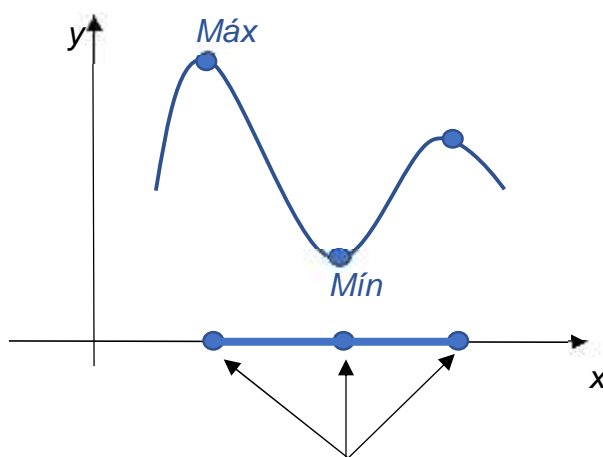
$I = [a, b]$ contiene ambos puntos fronterizos.

$I = [a, b[$ solo contiene un punto fronterizo izquierdo.

$I = (a, b)$ no contiene ninguno de sus puntos fronterizos.

Figura 5.22

Puntos estacionarios



Fuente: (Purcell, Varberg, & Rigdon, 2007)

- Si c es un punto en el que $f'(c) = 0$, lo llamamos **punto estacionario**.
- Si c es un punto interior de I , en donde $f'(c)$ no existe, decimos que c es un **punto singular**.

Teorema de los puntos críticos

Sea f definida en un intervalo I que contiene al punto c . Si $f(c)$ es un valor extremo, entonces c debe ser un punto crítico; es decir, c es alguno de los siguiente:

- Un punto fronterizo de I .
- Un punto estacionario de f ; es decir, un punto donde $f'(c) = 0$; o

- (iii) Un punto singular de f , esto es, un punto en donde $f'(c)$ no existe

Optimización

Los métodos para obtener puntos máximos y mínimos de una función f son las herramientas que se emplean para solucionar problemas prácticos donde se va a optimizar una variable. Un problema de optimización consiste en calcular el valor máximo o el valor mínimo de la variable de una función.

Hay una gran variedad de problemas, por lo que resulta difícil dar reglas específicas para resolverlos. No obstante, se dan algunas sugerencias:

-) Leer cuidadosamente el problema y pensar en los hechos que se presentan y las variables desconocidas.
-) Hacer un diagrama o dibujo geométrico que incluya los datos.
-) Relacionar los datos con las variables desconocidas, hallando la función a maximizar o minimizar.
-) Encontrar los valores críticos y determinar cual corresponde a un máximo o a un mínimo.

5.4. Contenidos

Los contenidos que se ejecutarán en la siguiente propuesta se encaminan en base al currículo de los niveles de educación, de forma particular en el primero de bachillerato, se dividen por los siguientes bloques curriculares:

Bloque curricular 1: Álgebra y funciones

Bloque curricular 2: Geometría y medida

Bloque curricular 3: Estadística y probabilidad

Por lo tanto, en base a los bloques curriculares presentados la propuesta se enmarca en el bloque curricular 1: álgebra y funciones (Ministerio de Educación, 2016).

5.5. Actividades

Actividad 1: Taller introducción a la derivada de una función

Actividad 2: Interpretación geométrica de la derivada

Actividad 3: Analizar los aspectos de derivar y desarrollo de ejercicios prácticos

Actividad 4: Aprender sobre derivadas


Tabla 5.16.

Diagnóstico

Tema: Derivada	Duración: 15 min
Objetivo	
✓ Identificar la noción de derivada de una función a partir de conocimiento previo.	
Contenidos: La derivada	
Pendiente de una función, graficación de una recta.	
Actividades	
<p>1. ¿La derivada es una función inversa? (2 puntos)</p> <p>a. Falso ()</p> <p>b. Verdadero. ()</p> <p>2. Selecciona la respuesta correcta. (2 puntos)</p> <p>La recta tangente es:</p> <p>a. Una línea recta que corta la función en un solo punto. ()</p> <p>b. Una línea curva que nunca corta la función. ()</p> <p>c. Una línea recta que corta la función en dos puntos. ()</p>	

<p>3. Selecciona la alternativa que relaciona la columna concepto del lado izquierdo con el tema del lado derecho escribiendo un visto al literal correspondiente. (6 puntos)</p> <p>1. <i>¿Qué representa la derivada?</i> a. $f'(x)$</p> <p>2. <i>Es una recta que corta a la función en dos puntos.</i> b. $y - y_1 = m(x - x_1)$</p> <p>3. <i>¿Cuál es la fórmula de la ecuación de la recta conociendo un punto y su pendiente?</i> c. La pendiente</p> <p>4. <i>La derivada de una función f en un punto x se denota como:</i> d. La secante</p> <p>A. 1a, 2d, 3c, 4b. ()</p> <p>B. 1c, 2d, 3b, 4a. ()</p> <p>C. 1a, 2c, 3d, 4b. ()</p> <p>D. 1b, 2a, 3d, 4c. ()</p>	
--	--

En clase (10 min)	Aprendizaje previo	El docente realiza preguntas a los estudiantes sobre la investigación de la definición de la derivada de una función.
En clase (20 min)	Aprendizaje de clase	<p>Proyectar la presentación sobre:</p> <p>) Definición:</p> <p>Se refiere a la relación existente entre dos o más variables, así como la velocidad de cambio, incluso es definida como pendiente de la recta tangente donde se encuentra ubicado el eje X.</p> $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ <p>Video de apoyo:</p> <p>https://www.youtube.com/watch?v=AzTGmJGIpl8</p>

		
	Aprendizaje activo	El docente fomenta la participación de los alumnos involucrándolos en su aprendizaje y solventa sus inquietudes de forma directa con retroalimentación.
En casa (30 minutos)	Tareas de refuerzo	Repaso sobre la derivada de una función, analizando las diapositivas presentadas en el aula.
Recursos	Computadoras, internet, infocus, presentación en diapositivas.	
Evaluación	Ver rúbrica de evaluación	

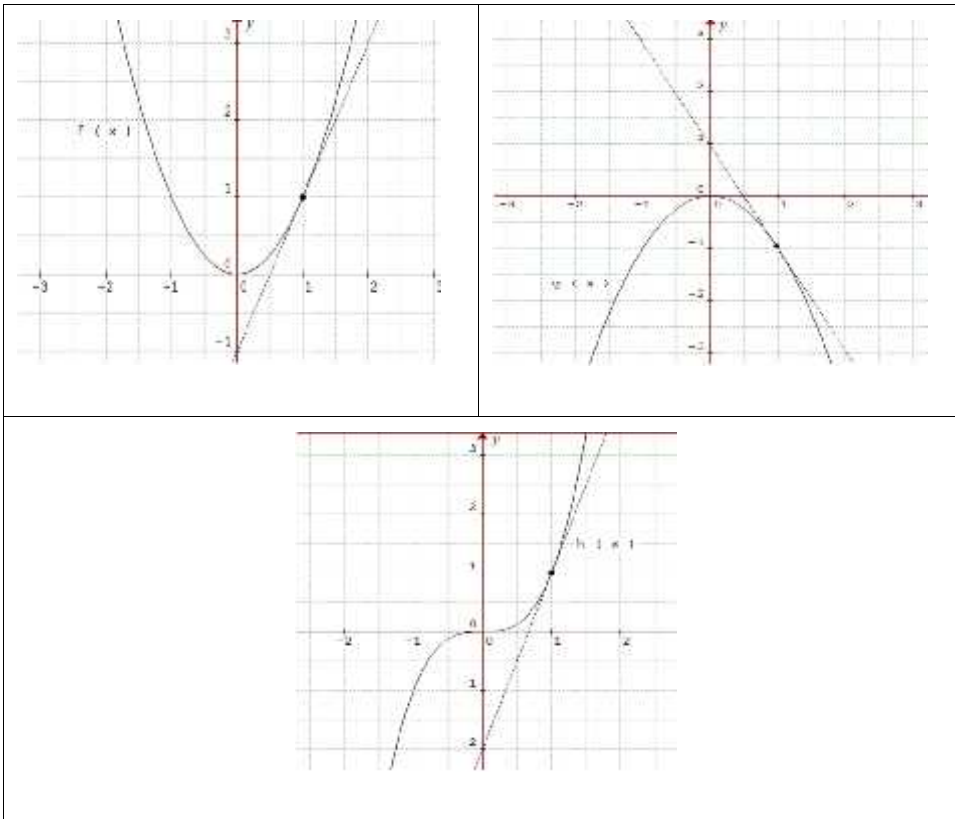
Fuente: Elaboración propia.

Tabla 5.17.

Taller # 1

Tema: Interpretación geométrica de la derivada	Duración: 60 min
Objetivo	
<ul style="list-style-type: none"> ✓ Reconocer que la derivada de una función se relaciona con la pendiente de la función en un punto dado. 	
Contenidos: Interpretación Geométrica de la derivada. Pendiente de una función, graficación, herramientas del software GeoGebra.	
Actividades	

A partir de los gráficos donde se muestra la función y la recta tangente en el punto $x=1$. Encontrar:



1. El valor de la función en:
 - a. $f(1)$
 - b. $g(1)$
 - c. $h(1)$
2. Mediante el valor de la pendiente de la recta tangente, obtener:
 - a. $f'(1)$
 - b. $g'(1)$
 - c. $h'(1)$
3. Encontrar la ecuación de la recta tangente en $x=1$, para cada literal.

De forma analítica, calcular la pendiente de la recta tangente en $x=c$, usando la definición de derivadas de las siguientes funciones

1. $f(x) = x^2$, $c = 1$
2. $g(x) = -x^2$, $c = 1$
3. $h(x) = x^3$, $c = 1$
4. $i(x) = \ln(x)$, $c = e$

En casa	Tareas de refuerzo	de Revisión de la materia impartida en clase, en caso de inquietudes solicitar tutoría para una explicación guiada y a fondo sobre cómo utilizar el GeoGebra.
Recursos	Computadoras, internet, infocus, presentación en diapositivas, pizarra, borrador, marcadores	
Evaluación	Ver rúbrica de evaluación	

Tabla 5.18.

Taller # 2

Tema: Derivada por definición	Duración: 40 min
Objetivo	
✓ Aplicar la definición para derivar las funciones dadas.	
Contenidos: Propiedades de la derivada	
Pendiente de una función	
Calcular el cociente incremental $Q(h) = \frac{f(u+h)-f(u)}{h}$ para cada función f y $u \in \mathbb{R}$ que es en cada literal que se indica.	
a) $f(x) = \frac{1}{4}x - 3 \quad \forall x \in \mathbb{R}, u = -12$	
b) $f(x) = 4x - 2x^2 \quad \forall x \in \mathbb{R}, u = 2$	
c) $f(x) = \sqrt{x^2 + 1} \quad \forall x \in \mathbb{R}, u = 0$	

Calcule la distancia recorrida por un cuerpo que cae libremente, al que se le ha dado una velocidad inicial v_0 , y cuyo rozamiento con el aire se desprecia, la calculamos mediante la siguiente función:

$$Y(t) = v_0 t + \frac{1}{2} g t^2, \quad t > 0,$$

donde g es la aceleración debida a la gravedad, que tiene un valor constante de $9,8 \text{ m/s}^2$.

Si $v_0 = 0,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, calculemos la **velocidad y la aceleración** a los 2 segundos de iniciada la caída.

Tabla 5.19.

Taller # 3

Tema: Derivar por propiedades	Duración: 40 min
<p>Objetivo</p> <p>✓ Explicar de forma correcta cuáles son las formas de derivar y realizar ejemplos prácticos.</p>	
<p>Contenidos: Propiedades de la derivada</p>	
<p>Calcular la derivada de las funciones dadas, empleando las propiedades respectivas en cada literal que se indica.</p> <p>a) $f(x) = e^x$</p> <p>b) $f(x) = \ln x$</p> <p>c) $f(x) = \sin x$</p>	

d) $f(x) = \cos(2x)$

e) $f(x) = \frac{1}{x-2}$

f) $f(x) = 4x^3 + 2x^2 - 3x - 80$

g) $f(x) = 40x^3 + 2x$

La pista de un aeropuerto tiene una longitud de 3 000 m. Para despegar, debe alcanzar una velocidad de al menos 280 km/h en los primeros segundos.

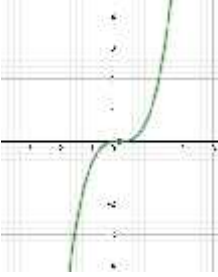
La función de posición viene dada por $S(t) = 2t + 0,95t^2 + 0,11t^3$, $t \in [0, 60]$ medida en metros.

- a) **Analicen** si en 30 segundos alcanza el avión la velocidad mínima requerida.
- b) **Calculen** la distancia recorrida en 30 segundos.
- c) **Calculen** la aceleración que alcanza el avión en 30 segundos.
- d) **Encuentren** qué distancia ha recorrido y qué velocidad tiene el avión en 40 segundos.

En casa	Tareas de refuerzo	Función	Resultado
		$f(x) = 4$	0
		$f(x) = 8^x$	$f'(x) = 8^x \ln 8$
		$f(x) = \left(\frac{3}{5}\right)^x$	$f'(x) = \left(\frac{3}{5}\right)^x \ln \left(\frac{3}{5}\right)$
Recursos	Computadoras, internet, infocus, presentación en diapositivas, pizarra, borrador, marcadores		
Evaluación	Ver rúbrica de evaluación		

Tabla 5.20.

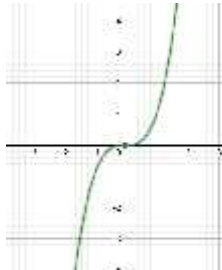
Lección # 1

Tema: Introducción de Derivada	Duración: 40 min
Objetivo ✓ Profundizar en algunos aspectos relacionados con la enseñanza del concepto de derivada en bachillerato.	
Contenidos: Definición de la derivada de una función.	
Actividades 1. <i>Selecciona la respuesta correcta. (2 puntos)</i> ¿Qué es la derivada? <input type="radio"/> Es el resultado de un límite y representa la pendiente de la recta tangente a la gráfica de la función en un punto. (Correcto) <input type="radio"/> Es una función polinómica con una o más variables en la que el término de grado más alto es de segundo grado. <input type="radio"/> Es una función polinómica de primer grado, es decir, una función de una función. 2. ¿Qué es una derivada? Defínelo o explícalo como desees. (3 puntos) 3. Observe el gráfico de la siguiente función: (5 puntos) 	

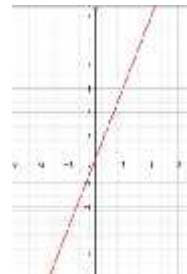
a. Escoja la función derivada que le corresponde entre los gráficos de las funciones representadas a continuación:



I.



II.



III.

b. Justifica la respuesta elegida y por qué la no-elección de las otras dos opciones.

Tabla 5.21.

Evaluación

Tema: Propiedades Derivada	Duración: 40 min
Objetivo	
✓ Aplicar las propiedades para derivar las funciones.	
Contenidos: Propiedades de la derivada	
Pendiente de una función	
Actividades	
<p>I. Selecciona la respuesta correcta. (2 puntos) La derivada de una función f en un punto x se denota como:</p> <p>a. $f''(x)^2$ ()</p> <p>b. $f(x) + 2x$ ()</p> <p>c. $f(x) + f$ ()</p> <p>d. $f'(x)$ ()</p>	

Si tenemos una función que representa la posición de un objeto con respecto al tiempo, entonces su derivada es: (Vale 2 puntos)

- a. La sobreaceleración de dicho objeto. ()
- b. El objeto estacionado en un andén. ()
- c. La velocidad de dicho objeto. ()
- d. La aceleración de dicho objeto. ()

2. Lea el enunciado y seleccione (2 puntos)

La derivada de $y = k$ es $y' = 0$?

- a. Falso ()
- b. Verdadero ()

3. Relacione la columna de función con la derivada de la función para lo cual escriba en el paréntesis la letra a, b, c, d que corresponda. (4 puntos)

Función	Derivada de la
a) $f(x) = -2x^8$	$f'(x) = 1$ ()
b) $f(x) = \ln x$	$f'(x) = -6x$ ()
c) $f(x) = x$	$f'(x) = \frac{1}{x}$ ()
d) $f(x) = -3x^2 + 4$	

5.6. Temporalización

La temporalización de la propuesta puede ser observada en la tabla que se detalla a continuación:

Tabla 5.22.

Cronograma

Actividad	Sem. 1	Sem 2.	Sem 3.	Sem. 4	Sem. 5	Sem. 6
Diagnóstico						
Actividad 1						
Actividad 2						
Actividad 3						
Actividad 4						
Post-test						

Fuente: Elaboración propia.

5.7. Criterios de evaluación de la propuesta

La evaluación de la propuesta pedagógica se realizará por medio de la rúbrica de evaluación, que se detalla a continuación:

Tabla 5.23.

Rúbrica de evaluación

RÚBRICA DE EVALUACIÓN

Tema: Guía de propuesta pedagógica que incluya actividades que promuevan un aprendizaje activo para la enseñanza de derivada de una función aplicando los fundamentos teóricos del constructivismo.

Nombre:

Fecha:

ÍTEM	ACTIVIDAD	1	2	3	4
		Requiere apoyo	Suficiente	Bueno	Excelente

-
- 1 Los estudiantes realizan las actividades previas propuestas.
 - 2 Los estudiantes desarrollan las tareas de forma oportuna.
 - 3 Existe retroalimentación y preguntas hacia los docentes.
 - 4 Las inquietudes son resueltas en el aula de clase.
 - 5 Comprende los ejemplos realizados por el docente.

Observaciones:

.....
.....
.....

Fuente: Elaboración propia.

6. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Conclusiones

El aporte de las distintas teorías de aprendizaje sirvió para realizar la propuesta de este diseño pedagógico para el aprendizaje de la derivada, fundamentalmente las que promueven al estudiante a utilizar estrategias metacognitivas y cognitivas (tres momentos del aprendizaje) permitiendo el alcance del objetivo, brindándoles recursos pedagógicos que coadyuven a resolver sus inquietudes y logren de manera autónoma nuevos aprendizajes.

A través de la investigación se basó en identificar las principales dificultades para el aprendizaje de la derivada de una función en los alumnos de Primero de Bachillerato General Unificado. Por ello, se ha entrevistado a cinco docentes de matemática la institución educativa, se ha podido recoger información sobre los errores más comunes que muestran los estudiantes en el bloque 4 de la unidad curricular, así como los obstáculos ante los que se enfrentan para desarrollo de habilidades matemáticas.

La propuesta pedagógica realizada se basó en 6 actividades las cuales dirigen al estudiante en continuar con el desarrollo de talleres y lecciones, esto ayudó a fortalecer los conocimientos de los alumnos de Primero Bachillerato de los paralelos A y B, realidad que se pudo evidenciar al comparar los resultados de las encuestas realizadas al inicio y al final de la propuesta, lo que nos hace considerar que la herramienta pedagógica contribuyó de forma positiva en la parte cognitiva de los aprendices, se puede interpretar que ellos adquirieron conocimiento a su ritmo, entregándole al docente un recurso que aportó en el aprendizaje de los estudiantes.

El diseño de la propuesta se fundamentó en tres etapas: diagnóstico (desarrollo de la primera encuesta); la siguiente etapa corresponde al desarrollo (ejecución de la propuesta); y finalmente la evaluación fue la etapa de la ejecución (segunda encuesta). Para el desarrollo se aplicó en dos grupos: el experimental y el grupo de

control entre los paralelos A y el B, ambos cursos emplean las mismas actividades, donde solamente cambia la metodología de enseñanza, con los resultados de ambos paralelos, se realizó la validación estadística.

El sondeo estadístico realizado a través de la investigación cuantitativa, se realizó un análisis de correlación con las notas obtenidas por los alumnos antes y después de la utilización de propuesta pedagógica considerando como resultado un valor de significancia de 0,001 denotando una correlación muy significativa, con un nivel de confianza de 99%, lo que evidencia que el uso del instructivo fue el medio para mejorar el promedio de la fase de diagnóstico y evaluación.

Recomendaciones

Se recomienda ejecutar la propuesta, de forma directa con los estudiantes del primero de bachillerato general unificado. A más de ello, se pueden crear nuevas tareas para reforzar el conocimiento e incluso se pueden crear tareas en el aula virtual.

Abordar nuevos libros y bibliografía más amplia que permitan desarrollar habilidades matemáticas.

Gestionar recursos educativos digitales que se conecten con las estrategias de los momentos del aprendizaje. para despertar el interés en los estudiantes y logren alcanzar el aprendizaje significativo.

Realizar tareas colaborativas entre estudiantes y grupos de trabajo que permitan canalizar las actividades de forma directa, fomentando el aprendizaje multimodal (virtual y en el aula); a fin de que puedan desarrollarse actividades óptimas para su refuerzo y habilidades dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje.

7. Referencias

- Additio. (2022). *La Teoría de las inteligencias múltiples de Gardner*. Obtenido de <https://www.additioapp.com/es/la-teoria-de-las-inteligencias-multiples-de-gardner/>
- Arteaga, E., Medina, F., & Del Sol, J. (2019). El Geogebra: una herramienta tecnológica para aprender Matemática en la Secundaria Básica haciendo matemática. *Revista Conrado*, 15(70), 102-108. doi:<http://scielo.sld.cu/pdf/rc/v15n70/1990-8644-rc-15-70-102.pdf>
- Becerra, W., Valencia, N., & Valdez, M. (2018). Enseñanza y aprendizaje en las matemáticas. *Polo del conocimiento*, 3(1), 162-171. doi:<https://polodelconocimiento.com/ojs/index.php/es/article/download/418/500>
- Cadena, P., Rendón, R., Aguilar, J., Salinas, E., De la cruz, F., & Sangerman, D. (2017). Métodos cuantitativos, métodos cualitativos o su combinación en la investigación: un acercamiento en las ciencias sociales. *Revista Mexicana de Ciencias Agrícolas*, 8(7), 1603-1617. Obtenido de <https://www.redalyc.org/pdf/2631/263153520009.pdf>
- Cañaveral, L., N. A., & Vaca, J. (2020). *El aprendizaje significativo en las principales obras de David Ausubel: lectura desde la pedagogía*. UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL.
- Casas, J., Repullo, J., & Donado, J. (2003). La encuesta como técnica de investigación. Elaboración de cuestionarios y tratamiento estadístico de los datos. *Centro Nacional de Epidemiología*, 31(8). Obtenido de <https://www.elsevier.es/es-revista-atencion-primaria-27-articulo-la-encuesta-como-tecnica-investigacion--13047738>
- Coloma, M., Labanda, M., Michay, G., & Espinosa, W. (2020). Las Tics como herramienta metodológica en matemática. *Revista Espacios*, 41(11), 7. Obtenido de <https://revistaespacios.com/a20v41n11/a20v41n11p07.pdf>

- Costa, V., & Rossignoli, R. (2017). Enseñanza del álgebra lineal en una facultad de ingeniería: Aspectos metodológicos y didácticos. *Revista Educación en Ingeniería*, 12(23), 49-55. doi:http://sedici.unlp.edu.ar/bitstream/handle/10915/67615/Documento_completo.pdf-PDFA.pdf?sequence=1
- Cristobal, A. (2022). *MEDIMOS CON NUESTRO CUERPO*. UNIVERSIDAD PERUANA LOS ANDES.
- Dennick, R. (2016). Constructivism: reflections on twenty five years teaching the constructivist approach in medical education. *International journal of medical education*, 7, 200. doi:<https://doi.org/10.5116%2Fijme.5763.de11>
- Deudor, C. (2017). *Uso del Software Derive y su influencia en el aprendizaje de las aplicaciones de la Derivada de una Función en la Asignatura de Matemática II en la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Ricardo Palma, 2014*. Universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán y Valle.
- Díaz, L., Torruco, U., Martínez, M., & Varela, M. (2013). La entrevista, recurso flexible y dinámico. *Investigación en educación médica*, 2(7). Obtenido de https://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2007-50572013000300009
- EIOE. (2022). *EUROINNOVA INTERNATIONAL ONLINE EDUCATION*. Obtenido de <https://www.euroinnova.ec/blog/los-7-tipos-de-inteligencia#conoce-aqui-los-7-tipos-de-inteligencia-cuales-son-sus-caracteristicas-y-muchas-mas>
- Equipo editorial. (2021). *Concepto*. Obtenido de <https://concepto.de/teoria-de-las-inteligencias-multiples>
- Fúneme, C. (2019). El aula invertida y la construcción de conocimiento en matemáticas. El caso de las aplicaciones de la derivada. *Tecné, Episteme y Didaxis: TED*, 45, 159-174. doi:<http://www.scielo.org.co/pdf/ted/n45/0121-3814-ted-45-00159.pdf>

- García, T. (2017). *El cuestionario como instrumento de investigación*. Univsantana. Obtenido de http://www.univsantana.com/sociologia/EI_Cuestionario.pdf
- GeoGebra. (2022). Obtenido de <https://www.geogebra.org/m/nx0el9KG>
- Gobierno Vasco. (2017). *AMARUANA*. Obtenido de <https://www.amarauna.euskadi.eus/es/recurso/derivada-de-una-funcion/a913678d-4e10-4e62-8ca4-9196fa776da2>
- Gómez, A. (2017). Una propuesta para la enseñanza de la derivada basada en el aprendizaje autónomo. *Revista Ingeniería, Matemáticas y Ciencias de la Información*, 4(8), 19-27. doi:<http://dx.doi.org/10.21017/rimci.2017.v4.n8.a28>
- González, Y., Vargas, M., Gómez, M., & Méndez, A. (2017). Estrategias que favorecen el aprendizaje autónomo en estudiantes universitarios. *Caleidoscopio-Revista Semestral de Ciencias Sociales y Humanidades*(27), 75-90. doi:<https://revistas.uaa.mx/index.php/caleidoscopio/article/download/903/872>
- Grupo Planeta. (2015). *25 herramientas para enseñar Matemáticas con las TIC [Infografía]*. Obtenido de <https://www.aulaplaneta.com/2015/09/08/recursos-tic/25-herramientas-para-ensenar-matematicas-con-las-tic>
- Guerrero, J. (2021). *Docentes al día*. Obtenido de <https://docentesaldia.com/2021/01/10/que-son-las-estrategias-de-ensenanza-definicion-tipos-y-ejemplos/>
- Guevara, G., Verdesoto, A., & Castro, N. (2020). Metodologías de investigación educativa (descriptivas, experimentales, participativas, y de investigación-acción). *Revista Científica Mundo de la Investigación y el Conocimiento*, 4(3). doi:10.26820/recimundo/4.(3).julio.2020.163-173
- Gutiérrez, L., Buitrago, M., & Ariza, L. (2017). Identificación de dificultades en el aprendizaje del concepto de la derivada y diseño de un OVA como mediación

pedagógica. *Revista Científica General José María Córdova*, 15(20), 137-153. doi:<http://dx.doi.org/10.21830/19006586.170>

López, G., & Soler, M. (2021). Aprendizaje significativo de Ausubel y segregación educativa. *Multidisciplinary Journal of Educational Research*, 11(1), 1-19. doi:<https://hipatiapress.com/hpjournals/index.php/remie/article/download/7431/pdf>

Macazana, D., Sito, L., & Romero, A. (2021). *Psicología educativa*. Infinite Study.

Macías, M. (2002). LAS MÚLTIPLES INTELIGENCIAS. *Psicología desde el Caribe*(33), 27-38. Obtenido de <https://www.redalyc.org/pdf/213/21301003.pdf>

Maya Valdano, L. A. (2019). *Elaboración de una Guía Didáctica en la Enseñanza de la Trigonometría para los estudiantes del programa de Diplomado de Bachillerato Internacional de una Unidad Educativa de la ciudad de Guayaquil*. Guayaquil.

Mesén, L. (2019). Teorías de aprendizaje y su relación en la educación ambiental costarricense. *Revista Ensayos Pedagógicos*, 14(1), 187-202. doi:<http://dx.doi.org/10.15359/rep.14-1.8>

Ministerio de Educación. (2016). *Bachillerato general unificado MATEMÁTICA*. Obtenido de <https://educacion.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2016/03/5-M.pdf>

Ministerio de Educación. (2019). *Propuesta Pedagógica*. Obtenido de <https://educacion.gob.ec/propuesta-pedagogica/>

Ministerio de Educación. (2022). *ACUERDO Nro. MINEDUC-MINEDUC-2022-00010-A*. Obtenido de <https://educacion.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2022/03/MINEDUC-2022-00010-A.pdf>

Moreno, G., Martínez, R., Moreno, M., Fernández, M., & Guadalupe, S. (2017). *Acercamiento a las Teorías del Aprendizaje en la Educación Superior*.

Revista *UNIANDÉS Episteme*, 4(1), 48-60.
doi:<https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/6756396.pdf>

Orcos, V. (2016). *Metodología para enseñar derivadas en 1º de Bachillerato de Ciencias, basada en la teoría de las inteligencias múltiples de Gardner*. UNIR.

Ortiz, D. (2015). El constructivismo como teoría y método de enseñanza. *Sophia, Colección de Filosofía de la Educación*(19), 93-110.
doi:<https://www.redalyc.org/pdf/4418/441846096005.pdf>

Pabón-Gómez, J. (2014). Las TICs y la lúdica como herramientas facilitadoras en el aprendizaje de la matemática. *Eco.Mat*, 5(1), 37-48. Obtenido de <https://revistas.ufps.edu.co/index.php/ecomatematico/article/view/62/pdf>

Palacios, Y. (2016). *SLIDESHARE*. Obtenido de <https://es.slideshare.net/jca5659/las-estrategias-preinstruccionales>

Parrat, S. (2012). *Esencia y trascendencia de la obra de Jean Piaget (1896-1980)*. Persona.

Pineda, W., Hernández, C., & Avendaño, W. (2020). Propuesta didáctica para el aprendizaje de la derivada con Derive. *Praxis & Saber*, 11(26), e9845.
doi:<https://doi.org/10.19053/22160159.v11.n26.2020.9845>

Purcell, E., Varberg, D., & Rigdon, S. (2007). *Cálculo*. México: Pearson Educación.

Ramos, L., Guifarro, M., & Casas, L. (2021). Dificultades en el aprendizaje del álgebra, un estudio con pruebas estandarizadas. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 35(70), 1016-1033. doi:<https://doi.org/10.1590/1980-4415v35n70a21>

Requena, B. (2022). *Universo Fórmulas*. Obtenido de <https://www.universoformulas.com/matematicas/analisis/crecimiento-decrecimiento-funcion/#:~:text=Crecimiento%20y%20decrecimiento%20en%20un%20pun>

to&text=La%20funci%C3%B3n%20f%20es%20creciente,si%20la%20derivada%20es%20negativa.

- Reyero, M. (2019). La educación constructivista en la era digital. *Revista Tecnología, Ciencia y Educación*(12), 111-127. doi:<https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/6775566.pdf>
- Rodríguez, A. y. (2017). Métodos científicos de indagación y de construcción del conocimiento. *Revista EAN*, 82, 179-200. doi:<https://doi.org/10.21158/01208160.n82.2017.1647>
- Roque, Y., Valdivia, P., Alonso, S., & Zagalaz, M. (2018). Metacognición y aprendizaje autónomo en la Educación Superior. *Educación Médica Superior*, 32(4), 293-302. doi:http://scielo.sld.cu/pdf/ems/v32n4/a023_1480.pdf
- Sesento, L. (2017). *Reflexiones sobre la pedagogía de Vigotsky. M. Colegio Primitivo y Nacional de San Nicolás de Hidalgo*. CCCSS Contribuciones a las Ciencias Sociales.
- Solórzano, Y. (2017). Aprendizaje autónomo y competencias. *Dominio de las Ciencias*, 3(1), 241-253. doi:<https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/5907382.pdf>
- SuperProf. (2022). *Super Prof.* Obtenido de <https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/calculo/derivadas/optimizacion.html#:~:text=Optimizar%20una%20funci%C3%B3n%20consiste%20en,m%C3%A1s%20importante%20de%20la%20derivada.>
- Tello, E. (2008). Las tecnologías de la información y comunicaciones (TIC) y la brecha digital: su impacto en la sociedad de México. *Revista de la Universidad y Sociedad del Conocimiento*, 4(2). Obtenido de <https://rusc.uoc.edu/rusc/es/index.php/rusc/article/download/v4n2-tello/305-1221-2-PB.pdf>

- Tigse, C. (2019). El Constructivismo, según bases teóricas de César Coll. *Revista Andina de Educación*, 2(1), 25-28.
doi:<https://doi.org/10.32719/26312816.2019.2.1.4>
- Vargas, M., Fernández, J., & Ruiz, J. (2020). La derivada de los libros de texto de 1º de Bachillerato: un análisis a las tareas propuestas. . *Avances de investigación en educación matemática*, 18, 87-102.
doi:<https://redined.educacion.gob.es/xmlui/bitstream/handle/11162/203832/Art.%206.pdf?sequence=1>
- Vega, N., Flores-Jiménez, R., Flores-Jiménez, I., Hurtado-Vega, B., & Rodríguez-Martínez, J. (2019). Teorías del aprendizaje. *XIKUA Boletín Científico de La Escuela Superior de Tlahuelilpan*, 7(14), 51-53.
doi:<https://repository.uaeh.edu.mx/revistas/index.php/xikua/article/download/4359/6343>
- Viñán, J., Navarrete, F., Puente, M., Pino, S., & Ulpiano, F. (2018). Metodología de la investigación científica como instrumento en la producción y realización de una investigación. *Revista Atlante: Cuadernos de Educación y Desarrollo*.
Obtenido de <https://www.eumed.net/rev/atlante/2018/05/investigacion-cientifica.html>

Apéndices y anexos

Anexo 1 Encuesta

ENCUESTA DIAGNÓSTICA

Objetivo: Identificar las principales dificultades para el aprendizaje de la derivada de una función en los alumnos de Primero de Bachillerato General Unificado.

Instrucciones: Lea detenidamente las siguientes preguntas y responda con una X, acorde lo que considere pertinente. Señale solo una opción por favor tomando en consideración la siguiente escala:

3= Siempre

2= A veces

1= Nunca

Nº	PREGUNTA	1	2	3
1	¿Con qué frecuencia usted registra problemas para el aprendizaje de matemáticas?			
2	¿En caso de tener inquietudes su docente le ayuda con retroalimentación de la clase?			
3	¿En el desarrollo de la clase realiza trabajo de forma cooperativa para superar dificultades durante el proceso de aprendizaje?			
4	¿Comprende de forma clara sobre el tema derivada de una función?			
5	¿Usted o sus compañeros realizan preguntas sobre el tema derivada de una función?			
6	¿Su docente promueve el aprendizaje mediante ejercicios y demostraciones prácticas en su clase?			
7	¿Su aprendizaje en el aula es complementado con mecanismos como trabajos documentales (libros, consultas, internet)?			

8	¿Su docente aplica técnicas como resúmenes y mapas conceptuales para analizar su conocimiento?			
9	¿Luego de la explicación de las derivadas, se realizan ejercicios para validar los aprendizajes impartidos?			
10	¿Tiene totalmente claro cómo realizar la derivada?			
11	¿Le queda claro, de qué forma puede aplicar la derivada en su vida cotidiana?			

Anexo 2 Encuesta de evaluación

ENCUESTA DE EVALUACIÓN

Objetivo: Identificar el progreso de los estudiantes de Primero de Bachillerato General Unificado con respecto al aprendizaje de la derivada de una función

Instrucciones: Lea detenidamente las siguientes preguntas y responda con una X, acorde lo que considere pertinente. (Señale solo una opción por favor)

3= Siempre

2= A veces

1= Nunca

Nº	PREGUNTA	1	2	3
1	¿Con qué frecuencia usted registra problemas para el aprendizaje de matemáticas?			
2	¿En caso de tener inquietudes su docente le ayuda con retroalimentación de la clase?			
3	¿En el desarrollo de la clase realiza trabajo de forma cooperativa para superar dificultades durante el proceso de aprendizaje?			
4	¿Comprende de forma clara sobre el tema derivada de una función?			
5	¿Usted o sus compañeros realizan preguntas sobre el tema derivada de una función?			
6	¿Su docente promueve el aprendizaje mediante ejercicios y demostraciones prácticas en su clase?			
7	¿Su aprendizaje en el aula es complementado con mecanismos como trabajos documentales (libros, consultas, internet)?			

8	¿Su docente aplica técnicas como resúmenes y mapas conceptuales para analizar su conocimiento?			
9	¿Luego de la explicación de las derivadas, se realizan ejercicios para validar los aprendizajes impartidos?			
10	¿Tiene totalmente claro cómo realizar la derivada?			
11	¿Le queda claro, de qué forma puede aplicar la derivada en su vida cotidiana?			

Anexo 3 Entrevista

ENTREVISTA A DOCENTES

Objetivo: Analizar desde la perspectiva de los docentes, la necesidad de una propuesta pedagógica para la enseñanza de la derivada de una función en Primero De Bachillerato General Unificado

Instrucciones: Lea detenidamente las siguientes preguntas y responda con una X, acorde lo que considere pertinente. (Señale solo una opción por favor)

1. ¿Como docente qué herramientas utiliza para promover el aprendizaje de matemáticas?
2. ¿Cuál considera que es el factor que impide a los estudiantes comprender sobre la derivada de una función?
3. ¿Qué aspecto relacionado con la derivada de una función debería ser más reforzado en los estudiantes de primero de bachillerato?
4. ¿Cómo ejecuta retroalimentación o refuerzo de los aprendizajes emitidos en el aula?
5. ¿Cuáles serían sus sugerencias para impulsar el aprendizaje de la matemática?
6. ¿Considera que existe necesidad de una propuesta pedagógica para la enseñanza de la derivada de una función en Primero De Bachillerato General Unificado?
7. ¿Sus estudiantes porqué registran problemas en el tema de la derivada de una función?

Anexo 4 Instrumento aplicado a los estudiantes

