[4.6 Análisis de componentes principales 336](#_Toc513609440)

[4.6.1 Determinación de las componentes principales 337](#_Toc513609441)

[4.6.2 Construcción de componentes principales aplicadas a las variables originales 340](#_Toc513609442)

[4.6.3 Construcción de componentes principales aplicadas a las variables estandarizadas 343](#_Toc513609443)

[4.6.4 Rotación de las componentes principales obtenidas en base de las variables aleatorias estandarizadas 348](#_Toc513609444)

[4.6.5 Rotulación de las componentes principales aplicadas a las variables aleatorias estandarizadas y rotadas 351](#_Toc513609445)

[4.6.6 Aplicación de la prueba de Bartlett 364](#_Toc513609446)

## 4.6 Análisis de componentes principales

El análisis de componentes principales es una técnica multivariada, que se utiliza con el objetivo explicar la estructura de la matriz de varianzas y covarianzas de un grupo de p variables aleatorias observables, para lo cual se construyen k variables aleatorias no observables, como combinaciones lineales de las p variables.

Los propósitos de la aplicación de esta técnica son dos. El primero es la reducción de datos, para la cual supongamos que se tienen n unidades de investigación y p variables aleatorias observables X1, X2, ... ,Xp con las cuales se construyen k componentes principales, la reducción de datos se produce cuando k<p, el valor de k se lo selecciona de tal forma que las k componentes principales contengan la mayor cantidad de información de las p variables originales en el menor número de estas, entonces la matriz original de datos de tamaño n x p se reduce a una de tamaño n x k.

El segundo propósito es la interpretación de las variables no observables, con el fin de identificar alguna representación real de estas.

### 4.6.1 Determinación de las componentes principales

Sea **X**T = (X1, X2, . . . ,Xp) un vector aleatorio p-variado, es decir que **X** ∈ Rp, sean la matriz de varianzas y covarianzas y el vector de medias correspondientes a este vector, **Σ** y **μ** respectivamente y siendo λ1 ≥ λ2 ≥ . . . ≥ λp ≥ 0, los valores propios correspondientes a la matriz Σ, se construyen las siguientes combinaciones lineales.

Y1 = **a1**T **X** = a11 X1 + a21 X2  + . . . + ap1 Xp

Y2 = **a2**T **X** = a12 X1 + a22 X2 + . . . + ap2 Xp

. .

. .

. .

Yp = **ap**T **X** = a1p X1 + a2pX2 + . . . + app Xp

Donde **ai**T representa el vector propio correspondiente al valor propio λi de la matriz Σ. Se debe cumplir que:

Var (Yi) = **ai**T **Σ** **ai** para i= 1, 2, ... , p

Cov (Yi , Yj) = **ai**T **Σ aj** para i, j = 1, 2, ... , p

Entonces las componente principales son las combinaciones lineales Y1, Y2, ... , Yk, donde k ≤ p, que no están correlacionadas entre sí y que maximizan la varianza, así tenemos que:

Y1 es la primera componente principal y es la combinación lineal **a1**T **X** que máxima la varianza Var (**a1**T **X**), sujeta a la condición de que: II **a1** II = 1

Y2 es la segunda componente principal y es la combinación lineal **a2**T **X** que máxima la varianza Var (**a2**T **X**), sujeta a las condiciones de que:

II **a2** II = 1

Cov (**a1**T **X** , **a2**T **X**) = 0

〈 **a1** , **a2** 〉 = 0

Generalizando tenemos que:

Yi es la i-ésima componente principal y es la combinación lineal **ai**T **X** que máxima la varianza Var (**ai**T **X**), sujeta a la condiciones de que:

II **ai** II = 1

Cov (**ai**T **X** , **aj**T **X**) = 0, para i< j, donde i, i = 1, 2, , ... , k ≤ p

〈 **ai** , **aj** 〉 = 0, para i ≠ j

Las componentes principales Y1, Y2, ... , Yk, donde k ≤ p, en general deben satisfacer lo siguiente:

* Var (yi) > Var (yk), para todo i < k.
* La norma del vector propio **ai** de la matriz **Σ**, para i = 1,2, ... ,p debe ser igual a 1, es decir || **ai** || =1.
* La varianza de la i-ésima componente principal Yi, para i = 1,..., k ≤ p es λi,

Var ( Yi ) = **ai**T **Σ** **ai** = λi, siendo λ1 ≥ λ 2 ≥ . . . ≥ λk ≥ 0.

* La covarianza de la i-ésima componente principal Yi con la j-ésima componente principal Yj, para i, j =1,..., k ≤ p, con i ≠ j, es igual a cero:

Cov (Yi , Yj ) = **ai**T **Σ** **aj** = 0 i ≠ j.

* La suma de las varianzas de las variables aleatorias observables Xi es igual a la suma de las varianzas de las componentes principales (variables artificiales) Yi, para i= 1, 2, ... , k ≤ p



* La correlación entre la componente principal Yi y la variable aleatoria observable Xk es igual a



Una vez que se han construido las componentes principales, el objetivo es obtener la mayor proporción del total de la varianza de la población, explicada en el menor número de componentes principales, así el aporte de cada componente principal está dado por:



que es la proporción del total de la varianza de la población explicada por la k-ésima componente, y λi es el i-ésimo valor propio de la matriz **Σ.**

El número de componentes principales escogidas, dependerá del porcentaje de la varianza que se desea que estas expliquen, este porcentaje se determina en base a las necesidades del estudio que se realiza.

### 4.6.2 Construcción de componentes principales aplicadas a los datos originales

En esta sección se construirán los componentes principales utilizando las variables observables no estandarizadas, efectuando este análisis se obtuvo como resultado que el porcentaje de explicación de la varianza de la población es muy alto, en relación con el de los componentes determinados sobre las variables estandarizadas. Otro resultado es que se produce una mayor reducción de datos.

En el gráfico 4.13 se pueden observar los valores propios obtenidos de la matriz Σ, con respecto a los 62 componentes principales, en este gráfico se puede apreciar que alrededor del quinto componente principal se forma un codo, el cual indica que los valores propios de ahí en adelante son bastante pequeños (varianzas de los componentes), por lo que no influirán en la proporción de explicación del total de la varianza de la población.

**Gráfico 4.13**

***Valores propios de las componentes principales, de los datos originales***

****

**Componentes principales**

En la tabla CXLIII se muestran las varianzas individuales de los cinco primeros componentes principales, con los que al calcular el porcentaje de explicación del total de la varianzas de la población, de estos componentes se obtiene como resultado 86.121%.

**Tabla CXLIII**

***Varianzas y porcentaje de explicación de las varianzas de las 5 primeras componentes principales de los datos originales***

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Componente** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** |
| **Varianza** | 258.201 | 37.204 | 17.263 | 9.515 | 6.210 |
| **Porcentaje** | 67.713 | 9.757 | 4.527 | 2.495 | 1.629 |

Varianza Total = 381.85

En la Tabla CXLIII se muestran los porcentajes de explicación individuales de los cinco primero componentes principales, la elección de los componentes principales construidos a partir de las variables aleatorias no estandarizadas con su respectiva matriz de varianzas y covarianzas se basa en el mayor porcentaje de explicación de estas y la considerable reducción de datos al escoger las cinco primeras componentes.

El porcentaje de explicación de los cinco primeros componentes principales se lo obtiene utilizando la siguiente expresión:



Este resultado indica que el 86.125 % del total de la varianza de la población es explicada por las cinco primeras componentes principales. Los porcentajes de explicación individuales de cada componente se muestran en la tabla CXLIII.

Los coeficientes de los cinco primeros componentes obtenidos en base a las variables aleatorias observables no estandarizadas, son mostrados en el anexo 3.

### 4.6.3 Construcción de componentes principales aplicadas a las variables estandarizadas

Utilizando el procedimiento descrito en la sección 4.4.1 para la determinación de los componentes principales de un vector p-variado observable, donde p=62, se realizó el cálculo sobre la base de las variables estandarizadas, es decir que se utilizó la matriz de correlación, en vez de la de varianzas y covarianzas.

La estandarización de las variables aleatorias se la realiza cuando, las escalas de los valores que toman las variables de estudio difieren considerablemente de variable a variable. La estandarización de las variables aleatorias observables se la realiza de la siguiente manera:



Donde Xi e la i-ésima variable aleatoria observable, μp es el valor esperado de Xi y √σpp representa la desviación estándar de Xi, entonces Zi es la i-ésima variable aleatoria estandarizada, para i = 1, 2, ... ,p.

Una vez que se estandarizaron las variables de estudio, las cuales son representadas por el vector **Z**T =(Z1, Z2, ... ,Zp) , donde p= 62, se calculó la matriz de varianzas y covarianzas de **Z** que es igual a la matriz de correlación ρ, lo cual se denota como Cov ( **Z** ) = ρ.

En la tabla CXLIV se muestran los 20 valores propios de la matriz de correlación ρ, que corresponden a las varianzas de las primeras veinte componentes principales. El porcentaje de explicación del total de la varianza de la población, de las veinte primeras componentes se lo obtiene mediante el cálculo de la siguiente expresión:



Este resultado indica que el 68.05% del total de la varianza de la población es explicada con los veinte primeros componentes principales.

**Tabla CXLIV**

### *Varianzas y porcentaje de explicación de las varianzas de las 20 primeras componentes principales de las variables estandarizadas*

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Componente** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** |
| **Varianza** | 9.185 | 3.054 | 2.955 | 2.494 | 2.304 |
| **Porcentaje** | 14.81 | 4.92 | 4.76 | 4.02 | 3.71 |
| **Componente** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** |
| **Varianza** | 2.126 | 1.947 | 1.819 | 1.702 | 1.642 |
| **Porcentaje** | 3.42 | 3.14 | 2.93 | 2.74 | 2.64 |
| **Componente** | **11** | **12** | **13** | **14** | **15** |
| **Varianza** | 1.563 | 1.461 | 1.410 | 1.334 | 1.323 |
| **Porcentaje** | 2.52 | 2.35 | 2.27 | 2.15 | 2.13 |
| **Componente** | **16** | **17** | **18** | **19** | **20** |
| **Varianza** | 1.248 | 1.201 | 1.156 | 1.131 | 1.070 |
| **Porcentaje** | 2.01 | 1.96 | 1.90 | 1.84 | 1.75 |

Varianza Total = 61.903

Por otro lado, la determinación del número apropiado de componentes, por medio del gráfico de la magnitud de los valores propios versus el número de componentes, indica que, se deben elegir solamente los diez primeros componentes, debido a que desde λ11 hasta λ62 todos los valores propios son muy pequeños y están alrededor de un mismo valor. En el gráfico 4.14 se puede observar esta situación, pues alrededor del décimo componente se forma un codo, luego del cual los valores propios son pequeños.

**Gráfico 4.14**

***Valores propios de las componentes principales de las variables aleatorias estandarizadas***

****

**Componentes principales**

La elección del número de componentes principales construidos en base a las variables estandarizadas, se la realizó utilizando el criterio del porcentaje de la varianza de la población que estos explican, de acuerdo a esto el número de componentes elegidos es veinte. Los porcentajes de explicación individuales de cada uno de los veinte componentes elegidos se muestran en la tabla CXLIV. Los coeficientes de los veinte componentes principales se muestran en el anexo 4.

Una vez que se calcularon los coeficientes de los vectores propios ei correspondientes a los valores propios λi, para i = 1, 2, ... , k, donde k=20, a continuación se tabulan las componentes principales:

**Y**1 = a1T X = -0.038X1  - 0.147X2  + . . . + 0.394X62

**Y**2 = a2T X = 0.108X1 + 0.028X2 + . . . + 0.681X62

**. .**

**. .**

**. .**

**Y**20 = a20T X = -0.021X1  - 0.103X2 + . . . -0.020X62

Si se estandarizan las variables aleatorias observables, se logra reducir la matriz de datos original de tamaño 167 x 62 a otra de 167 x 20.

Aunque las dos primeras componentes principales obtenidas a partir de las variables aleatorias originales, explican un mayor porcentaje del total de la varianza de la población, que las veinte componentes obtenidas en base a las variables aleatorias estandarizadas, las componentes que se utilizarán para remplazar a las variables originales son las veinte primeras componentes principales obtenidos a partir de las variables estandarizadas. La selección se basa en el hecho de que al estandarizar las variables, se reduce el efecto de las variables que son medidas en escalas con rangos muy diferentes o si las unidades de medida no son proporcionales.

### 

### 4.6.4 Rotación de las componentes principales obtenidas en base de las variables aleatorias estandarizadas

Como se mencionó en la sección anterior las componentes principales seleccionadas fueron las que se obtuvieron a partir de las variables aleatorias observables estandarizadas, con esta selección se obtuvo una reducción de datos de una matriz original de tamaño 167 x 62 a una de tamaño 167 x 20.

El siguiente paso que se realizó en este análisis es el de rotar los componentes principales. Las combinaciones lineales geométricamente representan la selección de un nuevo sistema de coordenadas, luego de rotar el sistema original con axisas X1, X2, ... , X62, las nuevas coordenadas representan las direcciones con máxima variación de las observaciones, que proveen una simple y detallada descripción de la estructura de la covarianza del vector **X**. Para rotar los componentes se utilizó el método varimax, mediante el cual el sistema de coordenadas obtenido es ortogonal. La rotación se la realiza con el objetivo de interpretar las combinaciones lineales (componentes principales) para obtener una representación real de lo que significan.

**Tabla CXLV**

***Varianzas y porcentaje de explicación de las veinte primeras componentes principales obtenidas a partir de las variables estandarizadas y rotadas***

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Componente** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** |
| **Varianza** | 11.226 | 2.982 | 1.671 | 3.076 | 2.531 |
| **Porcentaje** | 18.107 | 4.809 | 2.695 | 4.962 | 4.082 |
| **Componente** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** |
| **Varianza** | 2.570 | 1.349 | 2.488 | 1.878 | 1.523 |
| **Porcentaje** | 4.145 | 2.177 | 4.013 | 3.030 | 2.457 |
| **Componente** | **11** | **12** | **13** | **14** | **15** |
| **Varianza** | 1.541 | 1.464 | 1.683 | 2.295 | 1.408 |
| **Porcentaje** | 2.485 | 2.361 | 2.715 | 3.702 | 2.271 |
| **Componente** | **16** | **17** | **18** | **19** | **20** |
| **Varianza** | 1.934 | 1.415 | 1.653 | 1.293 | 1.382 |
| **Porcentaje** | 3.120 | 2.282 | 2.665 | 2.086 | 2.229 |

Varianza Total = 61.903

Las varianzas de los componentes obtenidos luego de la rotación de las se muestran en la tabla CXLV, al observar estos valores y al compararlos con las varianzas obtenidas sin rotar se puede afirmar que el porcentaje de explicación del total de la varianza de la población, aumentó al rotar los componentes.

El porcentaje del total de la varianza de la población explicada por los componentes principales rotados es del 76.38%. Calculado de la siguiente forma:



**V**

**a**

**l**

**o**

**r**

**e**

**s**

**P**

**r**

**o**

**p**

**i**

**o**

**s**

**Gráfico 4.15**

***Valores propios de las componentes principales estandarizadas y rotadas***



**Componentes principales**

En el gráfico 4.15 se pueden observar las magnitudes de los valores propios λi, correspondientes a las 62 combinaciones lineales rotadas. Para los casos de las componentes principales obtenidas a partir de las variables observables estandarizadas sin rotar y de las obtenidas después de la rotación, se puede apreciar que alrededor del valor de λ10 se forma un codo, el cual indica que los valores propios ubicados desde ahí en adelante son pequeños. La selección de las componentes se la realizó en base al porcentaje de explicación de la varianza, el cual es mayor al 75% si se utilizan los veinte primeros componentes principales. En la tabla CXLV se puede observar los porcentajes individuales de la explicación del total de la varianza de las veinte primeras componentes principales obtenidas a partir de las variables aleatorias estandarizadas y rotadas. Los coeficientes de las veinte combinaciones lineales obtenidas luego de estandarizar y rotar la variables aleatorias originales, se muestran en el anexo 5.

El programa que se utilizó para calcular las componentes principales es el software estadístico SYSTAT, versión 7.0.

### 4.6.5 Rotulación de las componentes principales aplicadas a las variables aleatorias estandarizadas y rotadas

La rotulación es el proceso que se realiza para nominar las componentes principales, de tal forma que el nombre corresponda a alguna representación real del componente. Para este efecto se considera la magnitud de los coeficientes que tienen las variables aleatorias observables (X1, X2, ... , X62) en cada una de las combinaciones lineales.

Para que los coeficientes de las combinaciones lineales sean considerados como significativos estos deben ser mayores a 0.5, en este caso se utiliza la variable para rotular el componente y si son menores a 0.3 se la omite.

**Rotulación de la primera componente principal**

Y1 = 0.495Z1 + 0.385Z2 + 0.252Z3 -0.517 Z4 + 0.101Z5 + 0.094Z6 + 0.051Z7 + 0.069Z8 + 0.092Z9 + 0.159Z10 + 0.29Z11 + 0.13Z12 + 0.08Z13 + 0.058Z14 + 0.154Z15 + 0.13Z16 + 0.177Z17 + 0.052Z18 + 0.15Z19 + 0.111Z20 + 0.128Z21 + 0.126Z22 -0.008Z23 + 0.025Z24 + 0.172Z25 + 0.134Z26 + 0.07Z27 - 0.538Z28 + 0.077Z29 + 0.129Z30 +0.098 Z31 - 0.047Z32 - 0.411 Z33 + 0.157Z34 - 0.96Z35 + 0.122Z36 - 0.966Z37 + 0.192Z38 - 0.97Z39 + 0.143Z40 - 0.951Z41 + 0.087Z42 - 0.962Z43 + 0.167Z44 - 0.455Z45 - 0.152Z46 - 0.368Z47 - 0.228Z48 - 0.183Z49 + 0.088Z50 - 0.967Z51 - 0.767 Z52 - 0.923Z53 - 0.503Z54 - 0.969Z55 - 0.056Z56 - 0.164Z57 + 0.204Z58 - 0.46Z59 - 0.752Z60 + 0.052Z61 + 0.051Z62

Como se puede observar los coeficientes de la primera componente principal que son mayores a 0.5 son los correspondientes a las variables aleatorias Z4 (sección), Z28 (sintaxis correcta), Z35 (resta de fracciones), Z37 (multiplicación de fracciones), Z39 (división de fracciones), Z41 (valor absoluto), Z43 (potenciación y radicación), Z51 (evaluación de funciones), Z52 (perímetro del cuadrado), Z53 (área del triangulo), Z54 (área del círculo), Z55 (teorema de Pitágoras) y Z60 (probabilidad), por lo tanto el nombre con el que se rotularía esta componente sería el de **factor** **sección del colegio- sintaxis correcta-conocimientos básicos de matemáticas**.

**Rotulación de la segunda componente principal**

Y2 = -0,103Z1 + 0,018Z2 + 0,122Z3 + 0,123Z4 + 0,106Z5 + 0,174Z6 + 0.051Z7 + 0,748Z8 + 0,764Z9 + 0,699Z10 + 0,652Z11 + 0,213Z12 + 0,212Z13 + 0,283Z14 + 0,109Z15 + 0,036Z16 + 0,162Z17 + 0.052Z18 - 0,067Z19 + 0.15Z20 - 0.002Z21 + 0.093Z22 +0.144Z23 + 0.204Z24 + 0.117Z25 + 0.168Z26 + 0.087Z27 - 0.084Z28 + 0.151Z29 + 0.03Z30 +0.448 Z31 + 0.028Z32 + 0.075 Z33 + 0.126Z34 - 0.061Z35 + 0.142Z36 - 0.1Z37 + 0.194Z38 - 0.091Z39 - 0.079Z40 - 0.088Z41 + 0.08Z42 - 0.093Z43 + 0.165Z44 + 0.08Z45 + 0.03Z46 + 0.093Z47 - 0.004Z48 + 0.107Z49 - 0.008Z50 - 0.095Z51 - 0.023 Z52 - 0.087Z53 + 0.074Z54 - 0.093Z55 + 0.03Z56 - 0,038Z57 + 0,048Z58 - 0,009Z59 - 0,055Z60 + 0,008Z61 + 0,148Z62

En la segunda componente principal los coeficientes que son mayores a 0.5 son los correspondientes a las variables aleatorias Z8 (identificación de palabras agudas), Z9 (identificación de palabras graves), Z10 (identificación de palabras esdrújulas) y Z11 (identificación de palabras sobreesdrújulas) por lo tanto el nombre con el que se rotularía esta componente sería el de **factor** **acento de palabras.**

**Rotulación de la tercera componente principal**

Y3 = -0,538Z1 + 0,031Z2 - 0.716Z3 -0,23Z4 -0,012Z5 -0,001Z6 + 0,049Z7 -0,05Z8 -0,025Z9 -0,055Z10 + 0,123Z11 + 0,213Z12 + 0,052Z13 -0,232Z14 + 0,004Z15 + 0,247Z16 + 0,037Z17 -0,112Z18 + 0,015Z19 -0,136Z20 - 0.09Z21 + 0.032Z22 +0.057Z23 - 0.047Z24 - 0.026Z25 + 0.033Z26 + 0.096Z27 + 0.193Z28 - 0.307Z29 - 0.003Z30 - 0.068 Z31 - 0.156Z32 - 0.061 Z33 + 0.004Z34 + 0.052Z35 + 0.091Z36 + 0.001Z37 + 0.342Z38 + 0.028Z39 + 0.023Z40 - 0.002Z41 + 0.303Z42 + 0.003Z43 + 0.171Z44 + 0.156Z45 + 0.016Z46 + 0.137Z47 + 0.173Z48 + 0.214Z49 + 0.001Z50 + 0.011Z51 + 0.064 Z52 + 0.024Z53 + 0.079Z54 + 0.014Z55 - 0.122Z56 + 0.024Z57 - 0.075Z58 + 0.057Z59 + 0,08Z60 - 0,089Z61 + 0,109Z62

En la tercera componente principal los coeficientes que son mayores a 0.5 son los correspondientes a las variables aleatorias Z1 (edad) y Z3 (ubicación), por lo tanto el nombre con el que se rotularía esta componente sería el de **factor** **edad-ubicación del colegio.**

**Rotulación de la cuarta componente principal**

Y4 = 0.06Z1 - 0,273Z2 + 0.157Z3 -0,124Z4 + 0,073Z5 -0,022Z6 + 0,012Z7 + 0,026Z8 -0,018Z9 + 0,064Z10 + 0,043Z11 - 0,06Z12 + 0,16Z13 + 0,009Z14 - 0.048Z15 + 0,025Z16 + 0,197Z17 + 0,086Z18 + 0,155Z19 -0,028Z20 + 0.148Z21 + 0.113Z22 + 0.001Z23 + 0.211Z24 + 0.007Z25 + 0.021Z26 + 0.121Z27 - 0.04Z28 + 0.24Z29 + 0.041Z30 + 0.121 Z31 + 0.061Z32 + 0.124 Z33 + 0.036Z34 + 0.03Z35 + 0.045Z36 - 0.049Z37 + 0.215Z38 - 0.023Z39 + 0.002Z40 - 0.01Z41 - 0.077Z42 - 0.024Z43 + 0.161Z44 + 0.272Z45 + 0.095Z46 + 0.166Z47 + 0.058Z48 + 0.256Z49 + 0.158Z50 - 0.037Z51 + 0.082 Z52 - 0.009Z53 + 0.338Z54 - 0.04Z55 + 0.783Z56 + 0.786Z57 + 0.773Z58 + 0.211Z59 + 0,028Z60 + 0,059Z61 + 0,601Z62

Los coeficientes que son mayores a 0.5 en la cuarta componente principal son los correspondientes a las variables aleatorias Z56 (aplicación de dos casos de factorización), Z57 (factorización de un trinomio), Z58 (solución de ecuación de una incógnita) y Z62 (calificación de matemáticas) por lo tanto el nombre con el que se rotularía esta componente sería el de **factor factorización-ecuaciones-calificación de matemáticas.**

**Rotulación de la quinta componente principal**

Y5 = 0.008Z1 - 0,147Z2 + 0.075Z3 + 0,194Z4 + 0,136Z5 + 0,152Z6 + 0,195Z7 + 0,03Z8 -0,013Z9 + 0,074Z10 + 0,093Z11 + 0,19Z12 + 0,17Z13 + 0,104Z14 + 0.032Z15 + 0,197Z16 - 0,054Z17 + 0,029Z18 - 0,03Z19 + 0,503Z20 + 0.754Z21 + 0.788Z22 + 0.25Z23 + 0.146Z24 + 0.187Z25 + 0.031Z26 + 0.149Z27 - 0.044Z28 + 0.19Z29 + 0.325Z30 + 0.379 Z31 + 0.101Z32 + 0.011 Z33 + 0.144Z34 - 0.07Z35 + 0.102Z36 - 0.064Z37 - 0.019Z38 - 0.062Z39 + 0.066Z40 - 0.074Z41 - 0.044Z42 - 0.042Z43 + 0.311Z44 - 0.125Z45 - 0.109Z46 - 0.089Z47 + 0.117Z48 + 0.089Z49 + 0.152Z50 - 0.069Z51 + 0.07 Z52 - 0.054Z53 - 0.187Z54 - 0.07Z55 - 0.015Z56 + 0.132Z57 + 0.093Z58 - 0.015Z59 + 0,023Z60 + 0,101Z61 + 0,212Z62

El nombre con el que se rotularía esta componente sería el de **factor conjugación de verbos-identificación de las partes de la oración**, debido a que los coeficientes que son mayores a 0.5 en esta componente principal son los correspondientes a las variables aleatorias Z20 (conjugación de verbos), Z21 (identificación del sujeto) y Z22 (identificación del predicado).

**Rotulación de la sexta componente principal**

Y6 = 0.052Z1 + 0,102Z2 - 0.209Z3 + 0,013Z4 + 0,143Z5 + 0,064Z6 - 0,057Z7 - 0,045Z8 + 0,063Z9 + 0,082Z10 + 0,1Z11 + 0,078Z12 + 0,166Z13 + 0,275Z14 + 0.766Z15 + 0,733Z16 + 0,295Z17 + 0,539Z18 + 0,476Z19 + 0,196Z20 + 0.111Z21 + 0.017Z22 - 0.038Z23 + 0.092Z24 + 0.096Z25 + 0.056Z26 + 0.191Z27 + 0.02Z28 + 0.155Z29 + 0.105Z30 + 0.297 Z31 + 0.069Z32 + 0.432 Z33 + 0.065Z34 - 0.019Z35 + 0.274Z36 - 0.083Z37 + 0.068Z38 - 0.069Z39 + 0.102Z40 - 0.052Z41 - 0.098Z42 - 0.076Z43 + 0.024Z44 + 0.033Z45 - 0.001Z46 + 0.067Z47 + 0.038Z48 + 0.007Z49 + 0.057Z50 - 0.079Z51 + 0.03 Z52 - 0.038Z53 - 0.077Z54 - 0.088Z55 - 0.074Z56 + 0.088Z57 + 0.055Z58 - 0.023Z59 + 0,072Z60 + 0,097Z61 + 0,103Z62

El nombre con el que se rotularía esta componente sería el de **factor clasificación de palabras**, debido a que los coeficientes que son mayores a 0.5 en esta componente principal son los correspondientes a las variables aleatorias Z15 (identificación de palabras aumentativas), Z16 (identificación de palabras diminutivas) y Z18 (identificación de simples nombres).

**Rotulación de la séptima componente principal**

Y7 = -0.232Z1 + 0,125Z2 - 0.026Z3 - 0,15Z4 + 0,053Z5 + 0,097Z6 + 0,713Z7 + 0,134Z8 + 0,013Z9 - 0,094Z10 - 0,02Z11 + 0,015Z12 - 0,073Z13 + 0,179Z14 + 0.071Z15 - 0,207Z16 - 0,096Z17 - 0,002Z18 + 0,005Z19 + 0,006Z20 + 0.079Z21 + 0.085Z22 - 0.037Z23 + 0.064Z24 - 0.007Z25 + 0.034Z26 + 0.135Z27 + 0.157Z28 + 0.173Z29 - 0.109Z30 + 0.114 Z31 - 0.253Z32 + 0.122 Z33 + 0.106Z34 + 0.017Z35 - 0.168Z36 - 0.05Z37 - 0.125Z38 - 0.037Z39 + 0.095Z40 + 0.025Z41 - 0.031Z42 - 0.05Z43 - 0.072Z44 + 0.052Z45 - 0.087Z46 - 0.042Z47 - 0.022Z48 - 0.093Z49 - 0.113Z50 - 0.039Z51 + 0.06 Z52 - 0.038Z53 + 0.042Z54 - 0.029Z55 + 0.071Z56 - 0.039Z57 + 0.04Z58 + 0.504Z59 + 0,173Z60 + 0,051Z61 - 0,04Z62

Las variables aleatorias que en esta componente principal tienen coeficientes mayores a 0.5 y por lo tanto son escogidas para rotular la componentes son Z7 (identificación de hiatos) y Z59 (solución de ecuación con dos incógnitas), por lo tanto la componente se rotularía como **factor identificación de hiatos- solución de ecuación**.

**Rotulación de la octava componente principal**

Y8 = 0.037Z1 - 0,149Z2 + 0.02Z3 - 0,174Z4 + 0,838Z5 + 0,858Z6 + 0,288Z7 + 0,079Z8 + 0,076Z9 + 0,032Z10 + 0,134Z11 + 0,175Z12 + 0,014Z13 + 0,097Z14 + 0.074Z15 + 0,111Z16 + 0,245Z17 + 0,098Z18 + 0,27Z19 + 0,2333Z20 + 0.165Z21 + 0.098Z22 - 0.004Z23 + 0.123Z24 + 0.114Z25 + 0.07Z26 + 0.152Z27 - 0.033Z28 + 0.097Z29 + 0.078Z30 + 0.348 Z31 + 0.125Z32 - 0.224 Z33 + 0.086Z34 - 0.107Z35 + 0.055Z36 - 0.032Z37 + 0.147Z38 - 0.041Z39 + 0.104Z40 - 0.077Z41 + 0.001Z42 - 0.046Z43 + 0.012Z44 - 0.149Z45 + 0.082Z46 + 0.007Z47 + 0.165Z48 + 0.072Z49 + 0.301Z50 - 0.042Z51 + 0.071 Z52 + 0.035Z53 + 0.118Z54 - 0.028Z55 + 0.057Z56 - 0.048Z57 + 0.008Z58 - 0.165Z59 - 0,082Z60 + 0,163Z61 - 0,155Z62

Las variables aleatorias Z5 (identificación diptongos) y Z6 (identificación triptongos) tienen coeficientes mayores a 0.5 y por lo tanto son escogidas para rotular la componente, en base a esto la componente se rotularía como **factor** **identificación de diptongos y triptongos**.

**Rotulación de la novena componente principal**

Y9 = 0.135Z1 - 0,162Z2 - 0.129Z3 - 0,268Z4 + 0,156Z5 + 0,056Z6 - 0,073Z7 + 0,023Z8 + 0,096Z9 + 0,038Z10 - 0,05Z11 + 0,084Z12 + 0,037Z13 + 0,074Z14 + 0.115Z15 - 0,051Z16 + 0,09Z17 + 0,106Z18 + 0,01Z19 - 0,001Z20 + 0.082Z21 + 0.048Z22 + 0.007Z23 + 0.008Z24 + 0.029Z25 + 0.184Z26 - 0.069Z27 - 0.012Z28 - 0.054Z29 + 0.156Z30 + 0.084 Z31 + 0.085Z32 + 0.061 Z33 + 0.137Z34 - 0.046Z35 + 0.513Z36 - 0.064Z37 + 0.187Z38 - 0.076Z39 + 0.061Z40 + 0.009Z41 + 0.591Z42 - 0.084Z43 + 0.111Z44 - 0.062Z45 + 0.03Z46 + 0.1Z47 + 0.003Z48 + 0.024Z49 + 0.122Z50 - 0.075Z51 + 0.097 Z52 - 0.028Z53 + 0.075Z54 - 0.038Z55 + 0.157Z56 - 0.107Z57 - 0.077Z58 + 0.175Z59 + 0,068Z60 + 0,756Z61 + 0,39Z62

En la novena componente principal las variables aleatorias Z36 (multiplicación de enteros), Z42 (relación de orden) y Z61 (ejercicio de estadística) tienen coeficientes mayores a 0.5 y por lo tanto son utilizadas para rotular la componente, el nombre es **factor** **conocimientos matemáticos**.

**Rotulación de la décima componente principal**

Y10 = 0.27Z1 + 0,15Z2 - 0.031Z3 - 0,112Z4 + 0,034Z5 + 0,095Z6 + 0,116Z7 + 0,136Z8 - 0,077Z9 + 0,046Z10 + 0,062Z11 + 0,005Z12 + 0,019Z13 - 0,017Z14 + 0.053Z15 + 0,09Z16 - 0,14Z17 - 0,155Z18 + 0,221Z19 - 0,002Z20 + 0.052Z21 + 0.146Z22 + 0.038Z23 - 0.086Z24 - 0.061Z25 + 0.104Z26 + 0.21Z27 + 0.013Z28 - 0.051Z29 - 0.155Z30 + 0.055 Z31 + 0.526Z32 - 0.049 Z33 + 0.731Z34 - 0.025Z35 + 0.142Z36 + 0.033Z37 + 0.032Z38 + 0.012Z39 + 0.084Z40 - 0.053Z41 - 0.092Z42 + 0.017Z43 + 0.169Z44 - 0.038Z45 + 0.056Z46 + 0.17Z47 + 0.132Z48 + 0.036Z49 - 0.017Z50 + 0.015Z51 - 0.089 Z52 - 0.013Z53 - 0.16Z54 + 0.032Z55 + 0.052Z56 - 0.167Z57 + 0.143Z58 - 0.173Z59 - 0,101Z60 + 0,14Z61 + 0,231Z62

Como se puede observar en la tabulación de la décima componente principal las variables aleatorias Z32 (suma de enteros) y Z34 (resta de enteros) tienen coeficientes mayores a 0.5 y por lo tanto son consideradas para rotular la componente, el nombre es **factor** **suma y resta de números enteros**.

**Rotulación de la décima primera componente principal**

Y11 = 0.032Z1 + 0,566Z2 - 0.04Z3 + 0,051Z4 + 0,072Z5 + 0,092Z6 - 0,149Z7 - 0,094Z8 - 0,05Z9 + 0,094Z10 + 0,128Z 11 - 0,107Z12 - 0,058Z13 + 0,116Z14 + 0.031Z15 + 0,08Z16 + 0,091Z17 + 0,118Z18 - 0,054Z19 - 0,009Z20 - 0.066Z21 + 0.107Z22 + 0.066Z23 - 0.037Z24 + 0.062Z25 + 0.06Z26 - 0.019Z27 + 0.005Z28 - 0.016Z29 + 0.122Z30 + 0.028 Z31 + 0.046Z32 - 0.097 Z33 + 0.047Z34 - 0.049Z35 - 0.087Z36 - 0.061Z37 + 0.216Z38 - 0.058Z39 + 0.013Z40 - 0.06Z41 + 0.246Z42 - 0.051Z43 + 0.04Z44 + 0.028Z45 - 0.032Z46 + 0.384Z47 + 0.004Z48 + 0.193Z49 + 0.697Z50 - 0.061Z51 + 0.085 Z52 - 0.02Z53 + 0.131Z54 - 0.043Z55 - 0.175Z56 + 0.029Z57 + 0.166Z58 + 0.262Z59 + 0,063Z60 - 0,028Z61 + 0,235Z62

Como se puede observar en la tabulación de la décima primera componente principal las variables aleatorias Z2 (sexo) y Z50 (ejercicios de lógica) tienen coeficientes mayores a 0.5 y por lo tanto son consideradas para rotular la componente, el nombre es **factor** **sexo-lógica matemática**.

**Rotulación de la décima segunda componente principal**

Y12 = 0.011Z1 - 0,034Z2 - 0.141Z3 - 0,187Z4 + 0,084Z5 + 0,015Z6 - 0,08Z7 + 0,016Z8 + 0,083Z9 - 0,05Z10 + 0,036Z 11 + 0,239Z12 - 0,056Z13 + 0,005Z14 + 0.023Z15 - 0,273Z16 + 0,122Z17 - 0,028Z18 + 0,103Z19 + 0,031Z20 + 0.124Z21 - 0.07Z22 + 0.032Z23 + 0.008Z24 - 0.116Z25 + 0.195Z26 + 0.415Z27 + 0.185Z28 + 0.138Z29 - 0.034Z30 - 0.086Z31 + 0.032Z32 - 0.005 Z33 + 0.215Z34 + 0.025Z35 - 0.252Z36 + 0.017Z37 + 0.05Z38 + 0.027Z39 - 0.094Z40 - 0.06Z41 + 0.246Z42 + 0.194Z44 - 0.454Z45 - 0.089Z46 + 0.106Z47 + 0.663Z49 + 0.134Z50 + 0.021Z51 - 0.107 Z52 + 0.02Z53 - 0.029Z54 + 0.011Z55 + 0.024Z56 + 0.089Z57 - 0.008Z58 + 0.034Z59 - 0,001Z60 + 0,004Z61 + 0,186Z62

En la décima segunda componente principal solamente la variable aleatoria Z49 (propiedades de conjuntos) es mayor a 0.5, por lo tanto la rotulación para esta componente es **factor** **propiedades de conjuntos.**

**Rotulación de la décima tercera componente principal**

Y13 = -0.128Z1 - 0,102Z2 + 0.012Z3 + 0,016Z4 + 0,062Z5 + 0,045Z6 - 0,173Z7 + 0,065Z8 + 0,097Z9 + 0,021Z10 - 0,122Z11 + 0,144Z12 - 0,005Z13 + 0,173Z14 - 0.071Z15 - 0,026Z16 + 0,068Z17 + 0,099Z18 + 0,27Z19 + 0,327Z20 - 0.126Z21 - 0.098Z22 + 0.096Z23 - 0.01Z24 - 0.023Z25 + 0.113Z26 + 0.057Z27 + 0.294Z28 + 0.158Z29 + 0.083Z30 + 0.135Z31 - 0.095Z32 + 0.222Z33 + 0.137Z34 + 0.055Z35 - 0.087Z36 - 0.022Z37 + 0.258Z38 - 0.012Z39 + 0.106Z40 - 0.005Z41 + 0.144Z42 + 0.01Z43 + 0.368Z44 + 0.19Z45 + 0.784Z46 + 0.343Z47 + 0.093Z48 - 0.073Z49 - 0.014Z5 - 0.012Z51 + 0.012 Z52 - 0.002Z53 - 0.005Z54 - 0.007Z55 + 0.04Z56 + 0.05Z57 + 0.01Z58 + 0.062Z59 + 0,023Z60 + 0,006Z61 + 0,197Z62

En la décima tercera componente principal solamente la variable aleatoria Z46 (ejercicio de proporcionalidad) es mayor a 0.5, por lo tanto la rotulación para esta componente es **factor** **ejercicio de proporcionalidad.**

**Rotulación de la décima cuarta componente principal**

Y14 = 0.118Z1 + 0,105Z2 + 0.016Z3 - 0,005Z4 + 0,064Z5 + 0,131Z6 + 0,11Z7 + 0,161Z8 + 0,166Z9 - 0,075Z10 - 0,091Z 11 - 0,033Z12 + 0,237Z13 + 0,045Z14 + 0.105Z15 + 0,085Z16 - 0,1Z17 - 0,023Z18 + 0,17Z19 + 0,267Z20 + 0.078Z21 + 0.097Z22 + 0.127Z23 + 0.019Z24 + 0.824Z25 + 0.772Z26 + 0.016Z27 + 0.052Z28 + 0.414Z29 + 0.124Z30 + 0.353Z31 + 0.247Z32 - 0.024 Z33 - 0.053Z34 - 0.045Z35 + 0.095Z36 - 0.032Z37 + 0.128Z38 - 0.042Z39 + 0.049Z40 - 0.02Z41 + 0.159Z42 - 0.019Z43 + 0.172Z44 + 0.198Z45 + 0.059Z46 - 0.001Z47 + 0.072Z48 + 0.114Z49 + 0.076Z50 - 0.039Z51 - 0.072Z52 - 0.056Z53 + 0.003Z54 - 0.021Z55 - 0.071Z56 + 0.018Z57 + 0,073Z58 - 0,098Z59 - 0,162Z60 + 0,053Z61 + 0,215Z62

En esta componente principal las variables Z25 (identificación de frases) y Z26 (identificación de oraciones) tienen coeficientes mayores a 0.5, por lo que su aportación en esta componente es significativa, por lo tanto la rotulación sería **factor identificación de frases y oraciones**.

**Rotulación de la décima quinta componente principal**

Y15 = 0.027Z1 - 0,057Z2 + 0.043Z3 + 0,057Z4 - 0,05Z5 + 0,053Z6 + 0,088Z7 - 0,169Z8 + 0,134Z9 - 0,107Z10 + 0,012Z 11 - 0,06Z12 + 0,008Z13 - 0,109Z14 + 0.038Z15 + 0,075Z16 - 0,264Z17 - 0,049Z18 - 0,242Z19 + 0,016Z20 - 0.099Z21 - 0.123Z22 - 0.775Z23 - 0.166Z24 + 0.067Z25 - 0.188Z26 - 0.161Z27 + 0.069Z28 + 0.065Z29 + 0.035Z30 - 0.137Z31 + 0.188Z32 + 0.079 Z33 - 0.063Z34 - 0.007Z35 - 0.202Z36 + 0.043Z37 + 0.156Z38 + 0.04Z39 + 0.016Z40 + 0.015Z41 + 0.011Z42 + 0.0291Z43 + 0.408Z44 - 0.015Z45 - 0.097Z46 + 0.141Z47 + 0.024Z48 - 0.138Z49 - 0.062Z50 + 0.035Z51 - 0.124Z52 - 0.033Z53 - 0.087Z54 + 0.035Z55 + 0.016Z56 + 0.134Z57 - 0,147Z58 - 0,138Z59 - 0,037Z60 + 0,055Z61 + 0,042Z62

En la décima quinta componente principal solamente la variable aleatoria Z23 (identificación del sustantivo) es mayor a 0.5, por lo tanto la rotulación para esta componente es **factor** **identificación de sustantivos.**

**Rotulación de la décima sexta componente principal**

Y16 = 0.121Z1 + 0,017Z2 - 0.057Z3 - 0,245Z4 + 0,063Z5 + 0,085Z6 + 0,054Z7 - 0,164Z8 + 0,113Z9 + 0,051Z10 + 0,087Z 11 + 0,487Z12 + 0,713Z13 + 0,618Z14 + 0.132Z15 + 0,14Z16 + 0,026Z17 + 0,261Z18 + 0,071Z19 + 0,162Z20 + 0.04Z21 + 0.163Z22 + 0.12Z23 + 0.014Z24 + 0.045Z25 - 0.143Z26 + 0.055Z27 - 0.138Z28 - 0.002Z29 + 0.201Z30 + 0.312Z31 + 0.107Z32 - 0.321Z33 - 0.033 Z34 - 0.04Z35 - 0.137Z36 + 0.012Z37 - 0.023Z38 - 0.003Z39 - 0.018Z40 - 0.025Z41 - 0.017Z42 + 0.009Z43 + 0.163Z44 + 0.078Z45 + 0.087Z46 + 0.186Z47 - 0.007Z48 + 0.092Z49 - 0.057Z50 - 0.003Z51 - 0.099Z52 + 0.009Z53 - 0.027Z54 + 0.017Z55 + 0.138Z56 - 0.023Z57 - 0.032Z58 - 0.008Z59 - 0,126Z60 + 0,145Z61 + 0,097Z62

Las variables aleatorias cuyos coeficientes son mayores a 0.5 en esta componente principal son Z13 (identificación de sinónimos) y Z14 (identificación de antónimos), por lo tanto la representación real de este componente se entendería si se rotula como **factor** **identificación de sinónimos y antónimos.**

**Rotulación de la décima séptima componente principal**

Y17 = 0.01Z1 + 0,234Z2 - 0.212Z3 + 0,12Z4 + 0,108Z5 + 0,063Z6 - 0,022Z7 + 0,084Z8 + 0,037Z9 + 0,002Z10 - 0,15Z 11 - 0,184Z12 + 0,007Z13 + 0,095Z14 - 0,011Z15 + 0,029Z16 + 0,295Z17 + 0,322Z18 - 0,267Z19 - 0.283Z20 + 0.135Z21 + 0.05Z22 - 0.006Z23 - 0.096Z24 + 0.008Z25 + 0.07Z26 + 0.007Z27 - 0.073Z28 - 0.122Z29 + 0.024Z30 - 0.004Z31 - 0.237Z32 - 0.021Z33 + 0.178 Z34 + 0.049Z35 - 0.035Z36 + 0.045Z37 + 0.247Z38 + 0.067Z39 - 0.035Z40 + 0.032Z41 + 0.082Z42 + 0.043Z43 + 0.057Z44 - 0.011Z45 + 0.103Z46 - 0.031Z47 + 0.747Z48 + 0.007Z49 - 0.056Z50 + 0.043Z51 - 0.025Z52 + 0.059Z53 - 0.022Z54 + 0.041Z55 + 0.039Z56 + 0.037Z57 - 0.033Z58 - 0.04Z59 - 0,125Z60 - 0,018Z61 + 0,156Z62

En esta componente principal solamente la variable Z48 (sistema métrico) tiene un coeficiente mayor a 0.5, por lo tanto la representación real de este componente se entendería si se rotula como **factor** **sistema métrico.**

**Rotulación de la décima octava componente principal**

Y18 = 0.014Z1 - 0,06Z2 - 0.12Z3 + 0,112Z4 + 0,066Z5 + 0,095Z6 + 0,051Z7 + 0,003Z8 + 0,145Z9 + 0,069Z10 - 0,123Z 11 - 0,021Z12 + 0,117Z13 + 0,064Z14 + 0,081Z15 + 0,079Z16 + 0,172Z17 + 0,194Z18 + 0,014Z19 - 0.114Z20 + 0.189Z21 + 0.125Z22 + 0.089Z23 + 0.108Z24 + 0.074Z25 - 0.004Z26 + 0.7Z27 + 0.431Z28 + 0.125Z29 + 0.059Z30 + 0.267Z31 + 0.293Z32 - 0.025Z33 + 0.011 Z34 - 0.026Z35 + 0.125Z36 - 0.036Z37 + 0.023Z38 - 0.035Z39 + 0.008Z40 - 0.033Z41 + 0.147Z42 - 0.064Z43 + 0.022Z44 + 0.097Z45 + 0.118Z46 + 0.018Z47 - 0.029Z48 + 0.041Z49 + 0.075Z50 - 0.044Z51 + 0.013Z52 + 0.039Z53 + 0.188Z54 - 0.006Z55 - 0.003Z56 + 0.018Z57 + 0.056Z58 + 0.143Z59 - 0,107Z60 - 0,085Z61 + 0,139Z62

Las variables cuyos coeficientes son mayores a 0.5 en esta componente son Z27 (clasificación de oraciones) y Z30 (lectura comprensiva), en base a esto la rotulación de esta componente es **factor** **clasificación de oraciones-lectura comprensiva.**

**Rotulación de la décima novena componente principal**

Y19 = 0.055Z1 - 0,013Z2 + 0.035Z3 - 0,2942Z4 + 0,077Z5 + 0,017Z6 + 0,084Z7 - 0,111Z8 + 0,125Z9 + 0,359Z10 - 0,123Z 11 + 0,15Z12 - 0,066Z13 + 0,034Z14 + 0,171Z15 + 0,005Z16 + 0,174Z17 - 0,059Z18 - 0,135Z19 + 0.002Z20 + 0.141Z21 - 0.011Z22 + 0.165Z23 + 0.679Z24 + 0.15Z25 - 0.036Z26 + 0.005Z27 + 0.025Z28 + 0.142Z29 + 0.129Z30 + 0.191Z31 - 0.046Z32 - 0.112Z33 - 0.034 Z34 - 0.024Z35 - 0.211Z36 + 0.021Z37 - 0.044Z38 + 0.011Z39 - 0.021Z40 - 0.005Z41 + 0.12Z42 - 0.01Z43 + 0.111Z44 + 0.027Z45 - 0.02Z46 + 0.162Z47 - 0.088Z48 - 0.101Z49 - 0.054Z50 + 0.01Z51 - 0.14Z52 - 0.051 Z 53 -0.327 Z 54 + 0.02Z55 + 0.077Z56 + 0.128Z57 - 0.033Z58 - 0.081Z59 + 0,057Z60 + 0,008Z61 + 0,02Z62

En esta componente principal solamente la variable Z24 (identificación del verbo en la oración) tiene un coeficiente mayor a 0.5, lo que implica que la aportación de esta variable a la componente indica la representación real de la misma, entonces se la rotula como **factor** **identificación del verbo de la oración.**

**Rotulación de la vigésima componente principal**

Y20 = 0.041Z1 - 0,098Z2 - 0.038Z3 + 0,067Z4 + 0,079Z5 + 0,065Z6 + 0,091Z7 + 0,031Z8 - 0,135Z9 + 0,002Z10 + 0,043Z 11 + 0,028Z12 - 0,081Z13 + 0,061Z14 + 0,102Z15 + 0,017Z16 + 0,293Z17 + 0,168Z18 - 0,17Z19 + 0.013Z20 + 0.061Z21 + 0.017Z22 - 0.021Z23 - 0.017Z24 + 0.017Z25 + 0.024Z26 + 0.02Z27 - 0.088Z28 + 0.159Z29 + 0.048Z30 + 0.045Z31 + 0.278Z32 - 0.017Z33 + 0.027 Z34 - 0.022Z35 + 0.204Z36 - 0.033Z37 + 0.248Z38 - 0.033Z39 + 0.865Z40 - 0.019Z41 + 0.17Z42 - 0.037Z43 + 0.017Z44 + 0.166Z45 + 0.108Z46 + 0.196Z47 - 0.06Z48 + 0.091Z49 + 0.039Z50 - 0.036Z51 - 0.035Z52 + 0.009 Z 53 + 0.003 Z 54 - 0.025Z55 - 0.07Z56 + 0.109Z57 - 0.052Z58 + 0.083Z59 - 0,045Z60 - 0,062Z61 + 0,166Z62

En esta última componente la única variable cuyo componente es mayor a 0.5 y que por lo tanto en considerada para rotular el componente es Z40 (conjunto de números), el nombre sería **factor conjuntos de números.**

### 4.6.6 Aplicación de la prueba de Bartlett

Los resultados obtenidos al realizar el análisis de componentes principales utilizando la matriz de datos estandarizados proporcionan un total de veinte componentes principales que explican el 68.05% del total de la varianza de las 62 variables observables, debido a estos resultados se procedió a aplicar una prueba, para determinar si la matriz de correlación de las 62 variables aleatorias es factorizable, Bartlett con este fin, desarrolló una prueba basada en la distribución ji-cuadrado, la cual es sensible al tamaño de la muestra, pues mientras mayor sea el tamaño de la muestra es más seguro que la matriz de correlación sea factorizable.

La prueba para la matriz de correlación de las variables de la prueba de matemáticas, de las variables de la prueba de lenguaje y de las variables edad y sexo de los estudiantes de décimo año de educación básica de los colegios fiscales rurales del cantón Guayaquil, es la siguiente:

H0 : La matriz de correlación es factorizable

vs.

Ha : La matriz de correlación no es factorizable

Valor del estadístico de prueba = 3084.797

Grados de libertad = 1540

Valor p = 0.000

Se concluye que existe evidencia estadística para rechazar H0 en favor de Ha , por lo tanto la matriz de correlación no es factorizable.

Además de realizar al prueba de Bartlett a la matriz de correlación de las 62 variables aleatorias, se la aplicó a las matrices de correlación de las variables de la prueba de lenguaje y de las variables de la prueba de matemáticas por separado, sin embargo los resultados de estas pruebas indican que estas matrices tampoco son factorizables. Los resultados de la aplicación de la prueba de Bartlett para ambas matrices se muestran en la tabla CXLVI.

**Tabla CXLVI**

***Resultados de la prueba de Bartlett aplicada a las matrices de correlación de las variables aleatorias de la prueba de matemáticas y de la prueba de lenguaje***

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | **Matriz de correlación de las variables de matemáticas** | **Matriz de correlación de las variables de lenguaje** |
| **Estadístico de prueba** | 994.345 | 1331.971 |
| **Grados de libertad** | 435 | 325 |
| **Valor p** | 0.000 | 0.000 |