Capítulo 4

# **ANÁLISIS ESTADÍSTICO MULTIVARIADO DE LA POBLACIÓN INVESTIGADA**

## Introducción

En este capítulo se realiza el análisis estadístico conjunto de las variables estudiadas en los capítulos anteriores, para lo cual se estudia la independencia entre variables a través de la matriz de correlación y tablas de contingencia; además se presenta el análisis de los resultados obtenidos a través del método de componentes principales, correlación canónica y análisis de varianza.

## Técnicas multivariadas

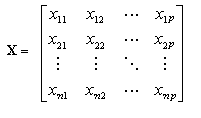
Antes de presentar el análisis estadístico correspondientes a las variables en estudio, se exponen las diferentes técnicas estadísticas multivariadas para una mejor comprensión de los resultados presentados en este capítulo, para lo cual inicialmente se exponen los conceptos de matriz de datos, vector aleatorio, vector de medias, matriz de varianzas y covarianzas, y matriz de correlación. Es importante indicar que las definiciones descritas en esta sección están referidas a la muestra y por tanto se utilizarán los estimadores de los parámetros poblacionales.

Vector aleatorio

Se define un vector p variado   Rp como , el mismo que está compuesto por p variables aleatorias *X1, X2,..., Xp.*

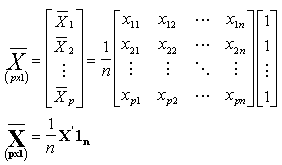
Matriz de datos multivariada

La matriz de datos X  Mnxp es un arreglo de n filas, que corresponden al número de individuos u observaciones y p columnas, que corresponden al número de variables o características medidas, cada elemento *x*ij representa el i-ésimo ente al cual se le realiza la j-ésima medida.



Vector de medias

Sea  un vector p variado, se define a su vector de medias como:



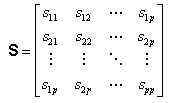
Donde:

X la matriz de datos, el vector 1n  Rn y n es el tamaño de la muestra.

Matriz de varianzas y covarianzas

Sea  un vector p variado, se define entonces la matriz de varianzas y covarianzas muestral de la siguiente manera:





donde:

X es la matriz de datos, I es la matriz identidad, el vector 1n  Rn y n es el tamaño de la muestra.

La matriz S tiene la propiedad de ser simétrica, es decir; sij = sji por tanto es diagonalizable ortogonalmente

En la diagonal principal de la matriz S se localizan las varianzas de cada una de las p variables aleatorias y los elementos fuera de la diagonal son las covarianzas entre estas variables.

Matriz de correlación

Sea S la matriz de varianzas y covarianzas muestral de un vector aleatorio X  RP, se define D1/2 como la matriz de desviaciones estándar de X, de la siguiente manera:



donde: es la desviación estándar de la variable aleatoria Xii.

Se define entonces la matriz R como el estimador de la matriz de correlación ρ de la siguiente manera:





Donde: rij es el estimador del coeficiente de correlación ρij entre la variable Xi y Xj, la matriz R es simétrica y de dimensiones pxp.

### Tablas de contingencia

Las tablas de contingencia es una técnica que permite determinar si dos variables o factores son independientes, para ello se construyen tablas de r filas y c columnas, en donde c es el número niveles del factor 1 y r el número de niveles de factor 2. A continuación se presenta el modelo de una tabla de contingencia.

FACTOR 1 VS. FACTOR 2

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | FACTOR 1 | | | |
|  | NIVELES |  | | | Nivel 1 | Nivel 2 |  | Nivel c | TOTAL |
| F  A  C  T  O  R  2 | Nivel 1 | | F.O. | | X11 | X12 |  | X1c | X1. |
| V.E. | | E11 | E12 |  | E1c | E1. |
| Nivel 2 | | F.O. | | X21 | X22 |  | X2c | X2. |
| V.E. | | E21 | E22 |  | E2c | E2. |
|  | |  | |  |  |  |  |  |
|  | |  | |  |  |  |  |  |
| Nivel r | | F.O. | | Xr1 | Xr2 |  | Xrc | Xr. |
| V.E. | | Er1 | Er2 |  | Erc | Er. |
| TOTAL | | F.O.  V.E. | | X.1  E.1 | X.2  E.2 |  | X.c  E.c | X.. |

Donde:

Xij es la frecuencia observada de unidades de investigación sometidos al i-ésimo nivel del factor 2 y al j-ésimo nivel del factor 1.



Xi. es la suma de las frecuencias observadas en el i-ésimo renglón

X.j es la suma de las frecuencias observadas en la j-ésima columna.

X.. es la suma de todas las frecuencias observadas.

Eij es el valor esperado de la frecuencia de la celda en el i-ésimo renglón y la j-ésima columna.

Ei. es el valor esperado para el i-ésimo renglón.

E.j es el valor esperado para la j-ésima columna.

La hipótesis planteada es:



Y el contraste a utilizar es en base a:



Se puede probar que el estadístico *X2* tiene una distribución ji-cuadrado con (r-1)(c-1) grados de libertad, *X2* ~ .

De donde con (1-α)100% de confianza se rechaza Ho en favor de H1 si:

*X2* > .

### Análisis de componentes principales

El análisis de componentes principales es una técnica estadística multivariada que no hace supuestos de normalidad utilizada para la reducción de datos, en la que se estudia p variables observables, *X1, X2,..., Xp,* a través de las cuales se generarán otras k variables no observables, k<p.

Sea el vector aleatorio p variado,  con matriz de varianzas y covarianzas Σdonde 1 2 p y a1, a2, ...,ap son los valores y vectores propios correspondientes a Σconsidere las siguientes combinaciones lineales:



Se puede probar que:



Las componentes principales son las combinaciones lineales Y1, Y2,......,Yp que no están correlacionadas entre sí y cuyas varianzas cumplen que Var(Y1)Var(Y2)Var(Yp)0. Se define entonces a las componentes principales como sigue:

La primera componente principal es la combinación lineal Y1=a1tX que maximiza  sujeto a .

La segunda componente principal es la combinación lineal Y2=a2tX

que maximiza  sujeto a  y Cov(Y1,Y2) = 0.

En general la i-ésima componente principal es la combinación lineal Yi=aitX que maximiza sujeto a  y Cov(Yi,Yk)=0 para k < i.

Para este método se tiene el siguiente resultado: Sea Σ la matriz de varianzas y covarianzas asociada al vector   Rp y sean (1, a1), (2, a2),.......,(p, ap) los valores y vectores propios correspondientes a la matriz Σ donde 1 2 p , entonces la i-ésima componente principal está dada por:



sujeto a las siguientes condiciones:



La mayor proporción del total de varianza de la población explicada por las componentes principales está dado por:



El número de componentes principales escogidas dependerá del porcentaje de varianza que se desee explicar, lo cual está en función del tipo de estudio que se esté realizando

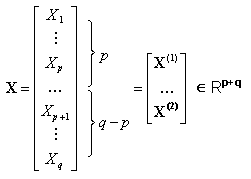
### Análisis de correlación canónica

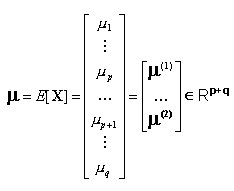
El análisis de correlación canónica busca identificar y cuantificar la asociación entre dos conjuntos de variables.El primer grupo de *p* variables es representadas por el vector aleatorio **X**(1) **R**p. El segundo grupo de *q* variables es representado por un vector aleatorio **X**(2) **R**q, donde para el desarrollo de esta técnica se asume que **X(1)** representa el conjunto más pequeño de variables, es decir; pq.

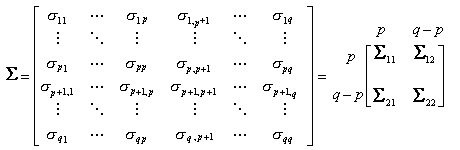
Para los vectores aleatorios X(1) y X(2) se tiene lo siguiente:



Considerando a X(1) y X(2) conjuntamente se puede expresar al vector aleatorio X, al vector de media μ y a la matriz de covarianzas Σ como sigue:







Las covarianzas entre pares de variables de los dos diferentes conjuntos están contenidas en la matriz Σ12 o equivalente en la matriz Σ21. Cuando *p* y *q* son relativamente grandes la interpretación colectiva de los elementos de la matriz Σ12 resulta trabajosa. Es este caso es conveniente el uso del análisis de correlación canónica cuyo propósito principal es resumir las asociaciones entre los conjuntos de variables de X(1) y X(2) en términos de unas pocas covarianzas (o correlaciones) cuidadosamente escogidas en lugar de las *pxq* covarianzas de la matriz Σ12.

Considere las siguientes combinaciones lineales:



Para cualquier par de vectores de coeficientes a y b se tiene:



El objetivo es buscar los vectores a y b tal que:



sea lo más grande posible.

Con este propósito se define:

El *primer par de variables canónicas*, como el par de combinaciones lineales *U*1, *V*1 que tiene varianza unitaria, tal que maximiza la correlación entre ambas.

El *segundo par de variables canónicas*, como el par de combinaciones lineales *U*2, *V*2 que tiene varianza unitaria tal que maximiza la correlación entre ambas, y además no esta correlacionada con el primer par de variables canónicas.

El *k-ésimo par de variables canónicas*, es el par de combinaciones lineales *U*k, *V*k que tiene varianza unitaria, tal que maximiza la correlación entre ambas, y además no está correlacionada con los k-1 pares de variables canónicas previas.

La correlación entre el k-ésimo par de variables canónicas se denomina la k-ésima correlación canónica.

Las variables canónicas y sus respectivas correlaciones se obtienen a través de los siguientes resultados.

Suponga que p q y que para los vectores aleatorios X(1) y X(2) se tiene:



Los coeficientes de los vectores a y b, para la combinación lineal



son tales que :



Se obtiene el k-ésimo par de *variables canónicas*:



tales que maximizan 

Donde 1\*2 2\*2 ... p\*2 son los valores propios de la matriz  y e1, e2,...,ep son los vectores propios asociados con esta matriz, finalmente f1,f2,...fp son los vectores propios de la matriz .

Las variables canónicas tienen las siguientes propiedades:



## Análisis de las variables

### Correlaciones

En esta sección se analiza la relación lineal existente entre las variables en estudio, para lo cual se utiliza la matriz de correlaciones, la misma que se encuentra en el anexo 11 al final de este trabajo, las correlaciones que se considerán como importantes son las mayores a 0,6.

Las primeras correlaciones presentadas corresponden a las existentes para las variables de matemáticas.

Con el uso de la matriz de correlación se verifica que las variables X12: División y X13: Potenciación son dependientes linealmente, es decir; a medida que el estudiante alcanza los niveles más altos en lo referente a división de polinomios, esto tiene su efecto en la capacidad del estudiante para alcanzar altos niveles en lo referente a problemas en los que se incluya potenciación. La correlación para estas variables es 0,63.



Entre las variables X18: Ecuación de la circunferencia y X20: Trigonometría, existe dependencia y esta es de tipo lineal, lo que indica que los estudiantes que registran mayores niveles en la variable *Ecuación de la circunferencia*, también registran niveles altos de desempeño en la variable *Trigonometría*. La correlación de las mencionadas variables es 0,62.



De la matriz de correlación se extraen los siguientes resultados:



En los que se puede observar el coeficiente de correlación para las variables X12 y X13 anteriormente mencionadas, así mismo, se puede concluir que las variables X12: División, X13: Potenciación, X16: Ecuación de la recta, X17: Sistemas de ecuaciones lineales, X19: Teorema de Pitágoras y trigonometría, tienen relación directa con la variable, X25: Nota de matemáticas, es decir; mientras mayor sea la capacidad del estudiante para alcanzar los niveles más altos de las variables mencionadas, mayor será su rendimiento en el área de matemáticas.

Otro resultado importante es el de las variables X19: Teorema de Pitágoras y trigonometría, y X20: Trigonometría, ya que se obtuvo que la correlación para las variables es 0.5, valor que se esperaba más alto.



Los siguientes resultados corresponden a las variables de estudio en el área de lenguaje.

Existe una fuerte correlación directa entre las variables X28: Sujeto y X29: Predicado, lo que indica que a mayor capacidad del estudiante para reconocer el sujeto y su núcleo en la oración, mayor será su capacidad para identificar el predicado y el núcleo del mismo. El valor de la correlación para estas variables es de 0,94, cabe mencionar que este el valor es el más alto registrado.



Otro resultado que se esperaba es la existencia de la correlación directa entre las variables X33: Diptongo y X35: Hiato, lo cual indica que a medida que el estudiante alcanza los niveles más altos de la variable *Diptongo*, esto significa mayor rendimiento en la variable *Hiatos*. El valor de la correlación para estas variables es 0,63.



De la matriz de correlación se extraen los siguientes resultados, en los que se puede observar el coeficiente de correlación para las variables X33 y X35 anteriormente mencionadas, así mismo, se puede concluir que las variables X27: Función de la palabra en la oración, X28: Sujeto, X29: Predicado, X33: Diptongo, X35: Hiato, tiene relación directa con la variable X42; Nota de lenguaje, es decir; que mientras mayor sea la capacidad del estudiante para alcanzar los niveles más altos de las variables mencionadas, con seguridad mayor será su rendimiento en el área de lenguaje.



En la tabla LI se muestra las variables entre las cuales se esperaba existiera dependencia lineal, ya que el desarrollo de cada uno de los temas representados por ellas tienen procedimientos similares o ya que para efectuar algún tema se requería de los conocimientos relacionados con otra área representada por otra variable, debido a que los valores de los coeficientes de correlación obtenidos son pequeños, la dependencia lineal esperada no existe.

TABLA LI

CORRELACIONES OBTENIDAS ENTRE LAS VARIABLES

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Variable 1 | Variable 2 | Correlación |
| X7: Problemas con ecuaciones lineales | X17: Sistemas de ecuaciones lineales | 0,00 |
| X14: Identificar función | X15: Gráfico de funciones | 0,09 |
| X14: Identificar función | X16: Ecuación de la recta | 0,11 |
| X15: Gráfico de funciones | X16: Ecuación de la recta | 0,39 |
| X26: Reconocimiento de información | X36:Significado de palabras | 0,11 |
| X27: Sustantivos, artículos y verbos | X28: Sujeto | 0,3 |
| X27: Sustantivos, artículos y verbos | X29: Predicado | 0,35 |
| X31: Corrección de errores | X32: Homónimos con dos palabras | 0,25 |
| X33: Diptongos | X34: Triptongos | 0,37 |
| X34: Triptongos | X35: Hiatos | 0,41 |
| X37: Sinónimos | X38: Antónimos | 0,42 |

### Tablas de contingencia

En esta sección se prueba la dependencia (o contingencia) entre dos criterios de clasificación para las variables en estudio a través del uso de las tablas de contingencia, las mismas que resumen la información brindada por cada combinación de variables donde F.O. es la frecuencia observada, y V.E. es el valor esperado de la frecuencia absoluta.

**TABLA LII**

NOTACIÓN CIENTÍFICA VS. DIVISIÓN

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | |  | | | | NOTACIÓN CIENTÍFICA | | |
|  | | CATEGORÍA |  | | A | B | C | TOTAL |
| D  I  V  I  S  I  O  N | | X | | F.O. | 251 | 28 | 14 | 293 |
| V.E. | 229,3 | 31,2 | 32,6 | 293 |
| Y | | F.O. | 80 | 17 | 33 | 130 |
| V.E. | 101,7 | 13,8 | 14,4 | 130 |
| TOTAL | | F.O.  V.E. | 331  331 | 45  45 | 47  47 | 423  423 |

**Variable X6: Notación científica**

**A:** No plantea el problema o no lo plantea pero obtiene la respuesta.

**B:** Entiende notación científica.

**C:** Entiende notación científica y realiza correctamente las operaciones.

**Variable X12: División**

**X:** No resuelve el problema

**Y:** Realiza correctamente algunas o todas las operaciones

H0: El nivel de conocimientos en notación científica de los estudiantes es independiente de su habilidad para resolver problemas con división de polinomios.

vs.

H1: Existe dependencia entre las variables Notación científica y División.

El valor del estadístico de la prueba es 42,16 y mínimo nivel de significancia alcanzado en la prueba estadística es 0,000, lo que indica una clara dependencia entre la variable notación científica y división de polinomios, es decir que los conocimientos del estudiante en lo referente a notación científica están ligados con su habilidad para resolver ejercicios con división de polinomios.

TABLA LII

NOTACIÓN CIENTÍFICA VS. POTENCIACIÓN

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | |  | | |
|  | |  | | |  | | | | NOTACIÓN CIENTÍFICA | | |
|  | | | CATEGORÍA |  | | A | B | C | TOTAL |
| P  O  T  E  N. | | | X | | F.O. | 268 | 27 | 15 | 310 |
| V.E. | 242,6 | 33,0 | 34,4 | 310 |
| Y | | F.O. | 63 | 18 | 32 | 113 |
| V.E. | 88,4 | 12,0 | 12,6 | 113 |
| TOTAL | | F.O.  V.E. | 331  331 | 45  45 | 47  47 | 423  423 |

**Variable X6: Notación científica**

**A:** No plantea el problema o no lo plantea pero obtiene la respuesta.

**B:** Entiende notación científica.

**C:** Entiende notación científica y realiza correctamente las operaciones.

**Variable X13: Potenciación**

**X:** No resuelve el problema

**Y:** Realiza correctamente algunas o todas las operaciones

H0: El nivel de conocimientos en notación científica de los estudiantes es independiente de su habilidad para resolver problemas con polinomios en los que se incluye potenciación.

vs.

H1: Existe dependencia entre las variables Notación científica y Potenciación.

El valor del estadístico de prueba es 52,12 y nivel mínimo de significancia alcanzado en la prueba estadística es 0,000 es decir las variables notación científica y operaciones con polinomios donde se incluye potenciación son dependientes, lo que significa que los conocimientos que el estudiante posea en lo referente a notación científica están ligados con la habilidad del estudiante para resolver ejercicios con potenciación.

TABLA LIV

DIVISION VS. POTENCIACIÓN

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | |  | | |
|  | |  | | |  | | | | POTENCIACIÓN | | |
|  | | | CATEGORÍA |  | | A | B | C | TOTAL |
| D  I  V  I  S  I  Ó  N | | | X | | F.O. | 272 | 9 | 12 | 293 |
| V.E. | 241,7 | 26,3 | 52 | 293 |
| Y | | F.O. | 38 | 29 | 63 | 130 |
| V.E. | 95,3 | 11,7 | 23 | 130 |
| TOTAL | | F.O.  V.E. | 310  310 | 38  38 | 75  75 | 423  423 |

**Variable X13: Potenciación**

**A:** No resuelve el problema.

**B:** Realiza correctamente algunas operaciones.

**C:** Realiza correctamente todas las operaciones.

**Variable X12: División**

**X:** No resuelve el problema

**Y:** Realiza correctamente algunas o todas las operaciones

H0: La habilidad de los estudiantes para resolver ejercicios en los que se incluye potenciación es independiente de su habilidad para resolver problemas con División de polinomios.

vs.

H1: Existe dependencia entre las variables Potenciación y División.

El valor del estadístico de prueba es 127,2 y nivel mínimo de significancia alcanzado en la prueba estadística es 0,000 es decir las variables son dependientes, lo que significa que los conocimientos que el estudiante posea en lo referente a operaciones con polinomios en donde se incluya potenciación están ligados con la habilidad del estudiante para resolver ejercicios con división de polinomios

TABLA LV

IDENTIFICAR UNA FUNCIÓN VS. GRAFICO DE FUNCIONES

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | |  | | | | GRAFICAR UNA FUNCIÓN | | | |
|  | | CATEGORÍA |  | | | A | B | TOTAL |
| IDENT.  F  U  N  C  I  Ó  N | | X | | F.O. | | 247 | 6 | 253 |
| V.E. | | 243,4 | 9,6 | 253 |
| Y | | F.O. | | 160 | 10 | 170 |
| V.E. | | 163,6 | 6,4 | 170 |
| TOTAL | | F.O.  V.E. | | 407  407 | 16  16 | 423  423 |

**Variable X15: Gráfico de funciones**

**A:** No resuelve el problema

**B:** Grafica la función lineal, la función cuadrática o ambas.

**Variable X14: Identificar función**

**X:** Marca la respuesta incorrecta

**Y:** Marca la respuesta correcta

H0: Los conocimientos necesarios de los estudiantes para graficar funciones es independiente de su habilidad para identificar una función.

vs.

H1: Existe dependencia entre las variables Grafica de funciones e identificar función.

En la prueba estadística se tiene que el valor p es de 0,07 es decir

estas variables son dependientes la una de la otra, por considerar que si se está en capacidad de graficar una función se está en capacidad de identificarla.

En las tablas dadas a continuación se presenta el resultado obtenido en la prueba estadística de cada combinación de variables de estudio en el área de matemáticas; se podrá verificar que existe una relación de dependencia en las mencionadas variables.

TABLA LVI

RELACIÓN DE DEPENDENCIA ENTRE LAS VARIABLES DE MATEMÁTICAS

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Variable 1 | Variable 2 | Valor p |
| Notación científica | Problemas con ecuaciones lineales | 0,000 |
| Notación científica | Regla de tres | 0,000 |
| Notación científica | Sucesiones | 0,000 |
| Notación científica | Conjuntos | 0,000 |
| Notación científica | Ecuación de la recta y sistemas de ecuaciones lineales | 0,000 |
| Problemas con ecuaciones lineales | Sistemas de ecuaciones lineales | 0,000 |
| Sucesiones | Gráfico de funciones | 0,003 |
| Sucesiones | Gráfico de funciones | 0,003 |
| Sucesiones | Ecuación de la recta | 0,000 |
| Sucesiones | Sistemas de ecuaciones lineales | 0,009 |
| Sucesiones | Ecuación de la circunferencia | 0,000 |
| Sucesiones | Probabilidad | 0,000 |
| Ecuación de la circunferencia | Trigonometría | 0,000 |
| Teorema de Pitágoras y trigonometría | Trigonometría | 0,000 |

Los resultados de las pruebas estadísticas de las siguientes combinaciones de variables indican una relación de independencia entre las mismas.

TABLA LVII

RELACIÓN DE INDEPENDENCIA ENTRE VARIABLES DE MATEMATICAS

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Variable 1 | Variable 2 | Valor p |
| Notación científica | Volumen | 0,422 |
| Notación científica | Desigualdades y conjunto solución | 0,105 |
| Notación científica | Probabilidad | 0,205 |
| Problemas con ecuaciones lineales | Conjuntos | 0,100 |
| Problemas con ecuaciones lineales | Identificar función | 0,236 |
| Problemas con ecuaciones lineales | Gráfico de funciones | 0,705 |
| Problemas con ecuaciones lineales | Volumen | 0,973 |
| Regla de tres | Conjuntos | 0,985 |
| Regla de tres | Desigualdades y conjunto solución | 0,985 |
| Sucesiones | Conjuntos | 0,976 |
| Sucesiones | Desigualdades y conjunto solución | 0,976 |
| Sucesiones | División | 0,623 |
| Sucesiones | Potenciación | 0,273 |
| Sucesiones | Identificar función | 0,587 |

TABLA LVIII

SUJETO VS. SUSTANTIVO, ARTÍCULO Y VERBO

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | | SUJETO | | |
|  | CATEGORÍA |  | | | | A | B | | TOTAL |
| SUST.  ART.  Y  VERB. | X | | | F.O. | | 42 | 14 | | 56 |
| V.E. | | 21 | 35 | | 56 |
| Y | | | F.O. | | 21 | 5 | | 26 |
| V.E. | | 9,8 | 16,2 | | 26 |
| Z | | | F.O. | | 96 | 245 | | 341 |
| V.E. | | 128,2 | 212,8 | | 341 |
| TOTAL | | | F.O.  V.E. | | 159  159 | 264  264 | | 423  423 |

Variable X28: Sujeto

A: No responde la pregunta

B: Identifica correctamente el sujeto o identifica correctamente el sujeto y su núcleo.

Variable X27: Sustantivo, artículo y verbo

X: No responde la pregunta.

Y: Identifica una parte correctamente.

Z: Identifica dos o más parte correctamente.

H0: Los conocimientos que los estudiantes posean para reconocer el sujeto y su núcleo en la oración es independiente de su habilidad para identificar los sustantivos, artículos y verbos.

vs.

H1: Existe dependencia entre las variables X28: Sujeto y X27: Sustantivo, artículo y verbo.

El valor del estadístico de prueba es 67,02 y el valor p obtenido en la prueba estadística es 0,000, de acuerdo a este resultado se puede concluir que existe evidencia de dependencia entre estas variables, es decir; que la capacidad que posea el estudiante de último año de bachillerato de los colegios fiscales urbanos para identificar el sujeto y su núcleo en la oración, depende de los conocimientos que el estudiante posea en lo referente a las funciones de las palabras en la oración (sustantivos, artículos y verbos).

TABLA LIX

PREDICADO VS. SUSTANTIVO, ARTÍCULO Y VERBO

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | | PREDICADO | | |
|  | CATEGORÍA |  | | | | A | B | | TOTAL |
| SUST.  ART.  Y  VERB. | X | | | F.O. | | 42 | 14 | | 56 |
| V.E. | | 21 | 35 | | 56 |
| Y | | | F.O. | | 21 | 5 | | 26 |
| V.E. | | 9,8 | 16,2 | | 26 |
| Z | | | F.O. | | 96 | 245 | | 341 |
| V.E. | | 128,2 | 212,8 | | 341 |
| TOTAL | | | F.O.  V.E. | | 159  159 | 264  264 | | 423  423 |

Variable X29: Predicado

A: No responde la pregunta

B: Identifica correctamente el predicado o identifica correctamente el sujeto y su núcleo.

Variable X27: Sustantivo, artículo y verbo

X: No responde la pregunta.

Y: Identifica una parte correctamente.

Z: Identifica dos o más parte correctamente.

H0: Los conocimientos que los estudiantes posean para reconocer el predicado y su núcleo en la oración es independiente de su habilidad para identificar los sustantivos, artículos y verbos.

vs.

H1: Existe dependencia entre las variables X29: Predicado y X27: Sustantivo, artículo y verbo.

A través del valor del estadístico de prueba, 67,02 y el valor p de 0,000 obtenido, se concluye que existe evidencia de dependencia entre estas variables, es decir; que la capacidad que posean los estudiantes para identificar el predicado y su núcleo en la oración, depende de los conocimientos que ellos tengan en lo referente las funciones de las palabras en la oración (sustantivos, artículos y verbos), este resultado se esperaba debido a que el estudiante reconoce el predicado identificando primero el verbo de la oración.

TABLA LX

DIPTONGO VS. TRIPTONGO

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | |  | | | | DIPTONGO | | |
|  | | CATEGORÍA |  | | | A | B | TOTAL |
| T  R  I  P  T  O  N  G  O | | X | | F.O. | | 65 | 31 | 96 |
| V.E. | | 24,3 | 71,7 | 96 |
| Y | | F.O. | | 35 | 213 | 248 |
| V.E. | | 62,7 | 185,3 | 248 |
| Z | | F.O. | | 7 | 72 | 79 |
| V.E. | | 20,0 | 59,0 | 79 |
| TOTAL | | F.O.  V.E. | | 107  107 | 316  316 | 423  423 |

Variable X33: Diptongos

A: No reconoce diptongo alguno

B: Identifica al menos un diptongo

Variable X34: Triptongos

X: No reconoce triptongo alguno

Y: Identifica un triptongo

Z: Identifica todos los triptongos

H0: Los conocimientos que los estudiantes posean para identificar diptongos es independiente de su habilidad para identificar triptongos.

vs.

H1: Existe dependencia entre las variables X33: Diptongos y X34: Triptongos.

El valor del estadístico de prueba es 119,09 y el valor p de 0,000; podemos concluir que existe suficiente evidencia estadística de dependencia entre las variables.

TABLA LXI

DIPTONGO VS. HIATO

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | |  | | | | DIPTONGO | | | |
|  | | CATEGORÍA |  | | | A | B | C | TOTAL |
| H  I  A  T  O | | X | | F.O. | | 79 | 22 | 13 | 114 |
| V.E. | | 28,8 | 22,6 | 62,5 | 114 |
| Y | | F.O. | | 21 | 27 | 66 | 114 |
| V.E. | | 28,8 | 22,6 | 62,5 | 114 |
| Z | | F.O. | | 7 | 35 | 153 | 195 |
| V.E. | | 49,3 | 38,7 | 107 | 195 |
| TOTAL | | F.O.  V.E. | | 107  107 | 84  84 | 232  232 | 423  423 |

Variable X33: Diptongos

A: No reconoce diptongo alguno

B: Identifica un diptongo

C: Identifica todos los diptongos

Variable X35: Hiatos

X: No reconoce hiato alguno

Y: Identifica un hiato

Z: Identifica todos los hiatos

H0: Los conocimientos que los estudiantes posean para identificar diptongos es independiente de su habilidad para identificar hiatos.

vs.

H1: Existe dependencia entre las variables X33: Diptongos y X35: Hiatos.

El estadístico de prueba es 186,18 y el valor p es 0,000 es decir que estas variables son dependientes, lo cual era de esperarse ya que siendo el hiato la destrucción del diptongo, los estudiantes pueden reconocer ambos recordando esta diferencia.

TABLA LXII

SINÓNIMO VS. ANTÓNIMO

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | |  | | | | ANTÓNIMO | | |
|  | | CATEGORÍA |  | | | A | B | TOTAL |
| S  I  N  O  N  I  M  O | | X | | F.O. | | 35 | 5 | 40 |
| V.E. | | 11,7 | 28,3 | 40 |
| Y | | F.O. | | 60 | 129 | 189 |
| V.E. | | 55,4 | 133,6 | 189 |
| Z | | F.O. | | 29 | 165 | 194 |
| V.E. | | 56,9 | 137,1 | 194 |
| TOTAL | | F.O.  V.E. | | 124  124 | 299  299 | 423  423 |

Variable X38: Antónimo

A: No identifica antónimo alguno

B: Identifica al menos un antónimo

Variable X37: Sinónimo

X: No identifica sinónimo alguno

Y: Identifica uno o dos sinónimos

Z: Identifica tres o más sinónimos

H0: Los conocimientos que los estudiantes posean para identificar sinónimos es independiente de su habilidad para identificar antónimos.

vs.

H1: Existe dependencia entre las variables X38: Antónimos y X37: Sinónimos.

El valor del estadístico de prueba es 85,22 y el valor p es de 0,000 es decir que estas variables son dependientes, este resultado se esperaba ya que los antónimos expresan ideas opuestas y los sinónimos son expresiones que tienen un mismo o muy parecido significado, los estudiantes pueden reconocer ambos recordando esta diferencia.

TABLA LXIII

RECONOCIMIENTO DE INFORMACIÓN VS. SIGNIFICADO DE PALABRAS

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | |  | | | | RECONCIMIENTO DE INFORMACIÓN | | |
|  | | CATEGORÍA |  | | A | B | TOTAL |
| SIGIN.  DE  P  A  L  A  B  R  A  S | | X | | F.O. | 5 | 29 | 34 |
| V.E. | 1,4 | 32,6 | 34 |
| Y | | F.O. | 6 | 113 | 119 |
| V.E. | 4,8 | 114,2 | 119 |
| Z | | F.O. | 6 | 264 | 270 |
| V.E. | 10,9 | 259,1 | 270 |
| TOTAL | | F.O.  V.E. | 17  17 | 406  406 | 423  423 |

Variable X26: Reconocimiento de información

A: No responde la pregunta

B: Contesta correctamente al menos una pregunta

Variable X36: Significado de palabras

X: No responde la pregunta

Y: Completa una de tres palabras

Z: Completa cuatro o más palabras

H0: Los conocimientos que los estudiantes posean para retener partes de la información contenida en el texto es independiente de su capacidad para establecer el significado de palabras a partir del contexto de una oración.

vs.

H1: Existe dependencia entre las variables X26: Reconocimiento de información y X36: Significado de palabras.

El valor del estadístico de prueba es 12,65 y el valor p es de 0,002, por lo tanto existe evidencia estadística para rechazar la hipótesis nula, es decir; existe algún tipo de dependencia entre la capacidad del estudiante para retener e identificar partes de la información contenida en el texto y su capacidad para establecer el significado de palabras a partir del contexto de una oración.

En las tablas dadas a continuación se presenta el resultado obtenido en la prueba estadística de cada combinación de variables de estudio en el área de lenguaje; se podrá verificar que existe una relación de dependencia en las mencionadas variables.

TABLA LXIV

RELACIÓN DE DEPENDENCIA ENTRE LAS VARIABLES DE LENGUAJE

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Variable 1 | Variable 2 | Valor p |
| Reconocimiento de información | Sustantivos, artículos y verbos | 0,000 |
| Reconocimiento de información | Sujeto | 0,000 |
| Reconocimiento de información | Predicado | 0,000 |
| Reconocimiento de información | Significado de palabras | 0,000 |
| Reconocimiento de información | Sinónimos | 0,000 |
| Reconocimiento de información | Antónimos | 0,000 |
| Sustantivos, artículos y verbos | Oraciones simples y compuestas | 0,000 |
| Sustantivos, artículos y verbos | Significado de palabras | 0,000 |
| Oraciones simples y compuestas | Corrección de errores | 0,000 |
| Oraciones simples y compuestas | Homónimos | 0,029 |
| Oraciones simples y compuestas | Diptongo | 0,000 |

*(Continúa...)*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Variable 1 | Variable 2 | Valor p |
| Oraciones simples y compuestas | Hiato | 0,000 |
| Oraciones simples y compuestas | Sinónimos | 0,040 |
| Oraciones simples y compuestas | Antónimos | 0,000 |
| Oraciones simples y compuestas | Géneros literarios de la prosa | 0,000 |
| Oraciones simples y compuestas | Obras literarias y sus autores | 0,000 |
| Oraciones simples y compuestas | Generalidades de Cicerón | 0,004 |
| Corrección de errores | Homónimos | 0,000 |
| Corrección de errores | Diptongo | 0,000 |
| Corrección de errores | Triptongo | 0,000 |
| Corrección de errores | Significado de palabras | 0,028 |
| Corrección de errores | Sinónimos | 0,004 |
| Corrección de errores | Antónimos | 0,006 |
| Corrección de errores | Géneros literarios de la prosa | 0,040 |
| Corrección de errores | Obras literarias y sus autores | 0,000 |
| Corrección de errores | Generalidades de Cicerón | 0,003 |
| Géneros literarios de la prosa | Obras literarias y sus autores | 0,000 |
| Géneros literarios de la prosa | Generalidades de Cicerón | 0,000 |
| Obras literarias y sus autores | Generalidades de Cicerón | 0,000 |

Los resultados de las pruebas estadísticas de las siguientes combinaciones de variables indican una relación de dependencia de las mismas.

TABLA LXV

RELACIÓN DE INDEPENDENCIA ENTRE VARIABLES DE LENGUAJE

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Variable 1 | Variable 2 | Valor p |
| Oraciones simples y compuestas | Significado de palabras | 0,245 |
| Oraciones simples y compuestas | Triptongo | 0,256 |
| Corrección de errores | Hiato | 0,639 |

### Componentes principales

En esta sección se presenta la aplicación del método de componentes principales a las variables descritas en el capítulo 2 y analizadas individualmente en el capítulo 3, a partir de los datos originales como estandarizados, además de los datos rotados utilizando rotación Varimax.

#### Resultados con la matriz de datos originales

Con los datos originales, las cuarenta y dos variables pueden ser representadas por dos componentes, las mismas que explican el 94,6% de la varianza total poblacional. Los valores propios de la matriz de covarianzas y el porcentaje de explicación de cada componente así como el porcentaje acumulado se muestran en la tabla LXVI.

**TABLA LXVI**

PORCENTAJE DE EXPLICACIÓN DE LAS COMPONENTES PRINCIPALES

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Componente | Valor propio | % Variación explicada | % Acumulado |
| 1 | 289,45 | 70,1 | 70,1 |
| 2 | 101,50 | 24,6 | 94,6 |
| 3 | 9,31 | 2,3 | 96,9 |
| 4 | 1,59 | 0,4 | 97,3 |
| 5 | 1,36 | 0,3 | 97,6 |
| 6 | 1,23 | 0,3 | 97,9 |
| 7 | 0,98 | 0,2 | 98,1 |
| 8 | 0,82 | 0,2 | 98,3 |
| 9 | 0,75 | 0,2 | 98,5 |
| 10 | 0,57 | 0,1 | 98,7 |
| 11 | 0,53 | 0,1 | 98,8 |
| 12 | 0,51 | 0,1 | 98,9 |
| 13 | 0,45 | 0,1 | 99,0 |
| 14 | 0,42 | 0,1 | 99,1 |
| 15 | 0,41 | 0,1 | 99,2 |
| 16 | 0,30 | 0,1 | 99,3 |
| 17 | 0,29 | 0,1 | 99,4 |
| 18 | 0,26 | 0,1 | 99,4 |
| 19 | 0,24 | 0,1 | 99,5 |
| 20 | 0,22 | 0,1 | 99,5 |
| 21 | 0,20 | 0,0 | 99,6 |
| 22 | 0,20 | 0,0 | 99,6 |
| 23 | 0,19 | 0,0 | 99,7 |
| 24 | 0,18 | 0,0 | 99,7 |
| 25 | 0,16 | 0,0 | 99,8 |
| 26 | 0,14 | 0,0 | 99,8 |
| 27 | 0,14 | 0,0 | 99,8 |
| 28 | 0,12 | 0,0 | 99,9 |
| 29 | 0,11 | 0,0 | 99,9 |
| 30 | 0,09 | 0,0 | 99,9 |
| 31 | 0,08 | 0,0 | 99,9 |
| 32 | 0,06 | 0,0 | 100,0 |
| 33 | 0,06 | 0,0 | 100,0 |
| 34 | 0,04 | 0,0 | 100,0 |
| 35 | 0,03 | 0,0 | 100,0 |
| 36 | 0,02 | 0,0 | 100,0 |
| 37 | 0,02 | 0,0 | 100,0 |
| 38 | 0,01 | 0,0 | 100,0 |
| 39 | 0,01 | 0,0 | 100,0 |
| 40 | 0,01 | 0,0 | 100,0 |
| 41 | 0,00 | 0,0 | 100,0 |
| 42 | 0,00 | 0,0 | 100,0 |

TABLA LXVI I

Las dos primeras componentes principales a partir de los datos originales

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | Y1 | Y2 |
| X1 | 0.00 | 0.02 |
| X2 | 0.00 | 0.05 |
| X3 | 0.03 | -0.99 |
| X4 | 0.02 | -0.04 |
| X5 | 0.07 | 0.03 |
| X6 | -0.02 | 0.00 |
| X7 | 0.06 | -0.02 |
| X8 | 0.10 | 0.03 |
| X9 | 0.03 | 0.03 |
| X10 | -0.24 | 0.00 |
| X11 | 0.17 | -0.03 |
| X12 | 0.64 | 0.02 |
| X13 | -0.60 | 0.00 |
| X14 | 0.23 | 0.04 |
| X15 | 0.02 | 0.02 |
| X16 | 0.05 | 0.02 |
| X17 | -0.08 | -0.01 |
| X18 | 0.12 | 0.04 |
| X19 | 0.06 | -0.01 |
| X20 | -0.12 | -0.02 |
| X21 | 0.05 | 0.01 |
| X22 | -0.05 | 0.00 |
| X23 | -0.04 | 0.01 |
| X24 | 0.01 | -0.02 |
| X25 | -0.09 | -0.03 |
| X26 | 0.04 | 0.00 |
| X27 | 0.05 | 0.01 |
| X28 | -0.02 | -0.01 |
| X29 | -0.02 | 0.01 |
| X30 | 0.03 | 0.00 |
| X31 | -0.01 | -0.01 |
| X32 | -0.01 | 0.00 |
| X33 | -0.01 | 0.00 |
| X34 | 0.01 | -0.01 |
| X35 | -0.01 | 0.00 |
| X36 | 0.00 | 0.01 |
| X37 | 0.01 | 0.01 |
| X38 | 0.01 | 0.00 |
| X39 | -0.01 | 0.00 |
| X40 | -0.01 | 0.00 |
| X41 | 0.00 | 0.00 |
| X42 | 0.00 | 0.00 |

*Y*1 = 0,00X1 + 0,00X2 + 0,03X3 + 0,02X4 + 0,07X5 - 0,2X6 + 0,06X7 + 0,1X8 + 0,03X9 - 0,24X10 + 0,17X11 + 0,64X12 - 0,6X13 + 0,23X14 + 0,02X15 + 0,05X16 – 0.08X17 + 0,12X18 + 0,06X19 - 0,12X20 + 0,05X21 - 0,05X22 - 0,04X23 + 0,01X24 - 0,09X25 + 0,04X26 + 0,05X27 - 0,02X28 - 0,02X29 + 0,03X30 - 0,01X31 - 0,01X32 - 0,01X33 + 0,01X34 - 0,01X35 + 0,0X36 + 0,01X37 + 0,01X38 - 0,01X39 - 0,01X40 + 0,00X41 + 0,0X42

*Y*2 = 0,02X1 + 0,05X2 - 0,99X3 - 0,04X4 + 0,03X5 + 0,00X6 - 0,02X7 + 0,03X8 + 0,03X9 + 0,00X10 - 0,03X11 + 0,02X12 + 0,00X13 + 0,04X14 + 0,02X15 + 0,02X16 - 0,01X17 + 0,04X18 - 0,01X19 - 0,02X20 + 0,01X21 + 0,00X22 + 0,01X23 - 0,02X24 - 0,03X25 0,00X26 + 0,01X27 - 0,01X28 + 0,01X29 + 0,00X30 - 0,01X31 + 0,00X32 + 0,00X33 - 0,01X34 + 0,00X35 + 0,01X36 + 0,04X37 + 0,00X38 + 0,00X39 + 0,00X40 + 0,00X41 + 0,00X42

#### Resultados estandarizados

Debido a que las variables en estudio se encuentran en diferentes escalas, puede ocurrir que variables medidas en escalas mayores (este es el caso de las variables: *nota de lenguaje* y *nota de matemáticas*, las cuales pueden tomar valores entre 0 y 100) resten importancia a otras variables medidas en escalas inferiores, para esta situación resulta útil trabajar con la matriz de correlación, es decir; con los datos estandarizados, esto es, a cada uno de los valores de las variables en estudio se les resta la media de su correspondiente variable y se divide para la desviación estándar respectiva, como resultado se tienen todas las variables en una misma escala.

Con la estandarizando se tiene como resultado que las cuarenta y dos variables se han reducido a catorce componentes las cuales explican el 69,7% de la varianza total.

Siendo el análisis de componentes principales a partir de los datos estandarizados la mejor opción, el hecho de tener 14 componentes principales calculadas a partir de la matriz de correlación, hace que la técnica de componentes principales no represente una buena alternativa para la reducción de datos, sin embargo se presenta posteriormente este método aplicando rotación VARIMAX, a fin de que sirva al lector como una ilustración del mismo.

Los valores propios de la matriz de correlación y el porcentaje de explicación de cada componente así como el porcentaje acumulado se muestran en la tabla LXVIII.

TABLA LXVIII

PORCENTAJE DE EXPLICACIÓN DE LAS COMPONENTES PRINCIPALES

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Componente | Valor propio | % Variación explicada | % Acumulado |
| 1 | 6,99 | 16,7 | 16,7 |
| 2 | 4,43 | 10,5 | 27,2 |
| 3 | 2,46 | 5,8 | 33,0 |
| 4 | 2,14 | 5,1 | 38,1 |
| 5 | 1,80 | 4,3 | 42,4 |
| 6 | 1,75 | 4,2 | 46,6 |
| 7 | 1,49 | 3,6 | 50,1 |
| 8 | 1,40 | 3,3 | 53,5 |
| 9 | 1,28 | 3,0 | 56,5 |
| 10 | 1,23 | 2,9 | 59,5 |
| 11 | 1,16 | 2,8 | 62,2 |
| 12 | 1,09 | 2,6 | 64,8 |
| 13 | 1,05 | 2,5 | 67,3 |
| 14 | 1,00 | 2,4 | 69,7 |
| 15 | 0,96 | 2,3 | 72,0 |
| 16 | 0,89 | 2,1 | 74,1 |
| 17 | 0,86 | 2,0 | 76,2 |
| 18 | 0,81 | 1,9 | 78,1 |
| 19 | 0,73 | 1,7 | 79,8 |
| 20 | 0,71 | 1,7 | 81,5 |
| 21 | 0,66 | 1,6 | 83,1 |
| 22 | 0,66 | 1,6 | 84,7 |
| 23 | 0,62 | 1,5 | 86,1 |
| 24 | 0,60 | 1,4 | 87,6 |
| 25 | 0,54 | 1,3 | 88,9 |
| 26 | 0,53 | 1,3 | 90,1 |
| 27 | 0,49 | 1,2 | 91,3 |
| 28 | 0,44 | 1,0 | 92,3 |
| 29 | 0,42 | 1,0 | 93,3 |
| 30 | 0,38 | 0,9 | 94,2 |
| 31 | 0,36 | 0,9 | 95,1 |
| 32 | 0,34 | 0,8 | 95,9 |
| 33 | 0,31 | 0,7 | 96,6 |
| 34 | 0,28 | 0,7 | 97,3 |
| 35 | 0,26 | 0,6 | 97,9 |
| 36 | 0,23 | 0,6 | 98,5 |
| 37 | 0,21 | 0,5 | 99,0 |
| 38 | 0,20 | 0,5 | 99,5 |
| 39 | 0,17 | 0,4 | 99,9 |
| 40 | 0,05 | 0,1 | 100,0 |
| 41 | 0,00 | 0,0 | 100,0 |
| 42 | 0,00 | 0,0 | 100,0 |

TABLA LXIX

Las primeras catorce componentes principales a partir de los datos estandarizados

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Y1 | Y2 | Y3 | Y4 | Y5 | Y6 | Y7 | Y8 | Y9 | Y10 | Y11 | Y12 | Y13 | Y14 |
| Z1 | 0.00 | 0.06 | -0.07 | 0.02 | -0.01 | 0.18 | 0.06 | 0.14 | 0.09 | 0.06 | 0.05 | 0.19 | 0.20 | 0.11 |
| Z2 | 0.01 | 0.00 | -0.02 | 0.04 | -0.05 | 0.04 | -0.05 | 0.18 | 0.05 | 0.07 | 0.04 | 0.09 | 0.14 | 0.11 |
| Z3 | 0.07 | -0.19 | 0.01 | -0.05 | 0.08 | -0.16 | 0.04 | 0.20 | 0.18 | 0.09 | 0.22 | -0.28 | -0.29 | -0.21 |
| Z4 | 0.03 | -0.09 | -0.07 | 0.10 | 0.07 | 0.15 | 0.00 | -0.19 | -0.15 | 0.44 | 0.37 | 0.18 | 0.13 | 0.07 |
| Z5 | 0.02 | -0.37 | 0.11 | 0.11 | -0.07 | -0.20 | -0.10 | 0.11 | -0.42 | -0.01 | -0.11 | -0.02 | 0.03 | 0.21 |
| Z6 | -0.05 | -0.15 | -0.07 | 0.07 | -0.05 | 0.19 | 0.16 | -0.14 | 0.17 | 0.11 | 0.26 | -0.07 | 0.00 | 0.15 |
| Z7 | 0.07 | -0.25 | 0.11 | -0.05 | -0.06 | -0.12 | -0.08 | 0.12 | -0.10 | 0.08 | 0.17 | 0.16 | 0.07 | 0.21 |
| Z8 | 0.05 | 0.01 | 0.04 | -0.14 | 0.09 | -0.20 | -0.42 | -0.21 | -0.16 | 0.16 | 0.31 | 0.02 | -0.04 | -0.19 |
| Z9 | -0.48 | 0.20 | 0.03 | -0.05 | 0.00 | -0.11 | 0.06 | 0.10 | -0.12 | 0.07 | 0.07 | 0.01 | -0.13 | 0.26 |
| Z10 | -0.18 | -0.11 | 0.38 | -0.03 | 0.14 | -0.11 | -0.38 | -0.23 | 0.25 | -0.04 | -0.13 | 0.22 | 0.21 | 0.14 |
| Z11 | -0.19 | -0.11 | 0.36 | 0.54 | -0.06 | -0.02 | 0.35 | 0.05 | -0.04 | -0.14 | 0.05 | 0.06 | 0.05 | -0.08 |
| Z12 | 0.12 | 0.05 | -0.45 | 0.51 | 0.42 | -0.19 | -0.20 | 0.02 | 0.06 | 0.01 | 0.08 | 0.01 | -0.02 | 0.03 |
| Z13 | -0.15 | 0.15 | -0.26 | 0.04 | -0.66 | -0.26 | -0.25 | -0.07 | 0.16 | -0.08 | 0.06 | 0.01 | 0.06 | 0.13 |
| Z14 | -0.32 | 0.20 | 0.19 | 0.02 | 0.07 | 0.22 | 0.02 | -0.02 | 0.02 | 0.38 | 0.09 | -0.25 | -0.09 | 0.02 |
| Z15 | 0.50 | -0.08 | 0.14 | 0.05 | -0.31 | 0.11 | 0.08 | -0.02 | 0.14 | 0.13 | -0.04 | -0.01 | -0.14 | 0.18 |
| Z16 | 0.13 | 0.02 | 0.13 | 0.28 | -0.16 | 0.05 | -0.23 | -0.20 | -0.13 | -0.12 | 0.04 | -0.23 | -0.18 | -0.15 |
| Z17 | 0.20 | -0.02 | 0.12 | -0.21 | -0.05 | -0.02 | 0.01 | 0.20 | -0.24 | -0.06 | 0.30 | 0.04 | 0.08 | 0.01 |
| Z18 | -0.32 | -0.03 | -0.08 | 0.18 | -0.21 | 0.08 | -0.11 | 0.12 | -0.15 | 0.02 | 0.07 | 0.01 | 0.02 | -0.18 |
| Z19 | 0.07 | 0.04 | 0.31 | 0.25 | 0.08 | 0.08 | -0.16 | -0.04 | -0.03 | -0.11 | 0.08 | -0.07 | 0.00 | 0.08 |
| Z20 | -0.06 | 0.05 | 0.17 | -0.25 | 0.21 | 0.08 | -0.05 | -0.02 | 0.03 | -0.22 | 0.00 | 0.03 | 0.08 | -0.24 |
| Z21 | 0.05 | -0.01 | -0.10 | -0.09 | 0.12 | -0.06 | 0.20 | -0.19 | 0.02 | -0.02 | -0.01 | 0.01 | -0.05 | 0.27 |
| Z22 | 0.04 | 0.06 | 0.17 | -0.05 | -0.03 | 0.23 | -0.08 | -0.07 | 0.01 | -0.12 | 0.10 | -0.12 | -0.03 | 0.09 |
| Z23 | 0.07 | 0.36 | 0.27 | 0.05 | -0.08 | -0.12 | -0.08 | 0.17 | 0.01 | 0.06 | 0.03 | 0.07 | -0.16 | -0.03 |
| Z24 | 0.14 | 0.43 | 0.07 | 0.04 | 0.21 | -0.25 | 0.09 | 0.07 | -0.04 | -0.20 | 0.08 | -0.06 | 0.04 | 0.35 |
| Z25 | -0.22 | -0.34 | -0.09 | -0.18 | 0.08 | 0.01 | 0.02 | 0.01 | -0.09 | -0.25 | 0.11 | -0.17 | -0.28 | 0.27 |
| Z26 | -0.05 | 0.17 | -0.19 | -0.06 | -0.08 | 0.05 | 0.14 | -0.12 | -0.24 | -0.05 | 0.00 | 0.07 | 0.08 | -0.23 |
| Z27 | -0.10 | -0.08 | -0.06 | 0.05 | 0.06 | -0.08 | 0.10 | -0.05 | -0.13 | -0.28 | 0.02 | -0.04 | 0.07 | -0.03 |
| Z28 | -0.09 | -0.25 | 0.03 | 0.01 | 0.01 | -0.22 | 0.02 | 0.29 | 0.28 | 0.02 | -0.02 | 0.21 | -0.09 | -0.23 |
| Z29 | -0.09 | -0.09 | -0.10 | 0.04 | 0.05 | 0.23 | -0.18 | -0.28 | 0.09 | -0.18 | 0.00 | 0.26 | -0.35 | 0.15 |
| Z30 | -0.02 | 0.04 | 0.07 | 0.12 | 0.07 | -0.12 | 0.06 | 0.12 | -0.01 | 0.14 | 0.11 | 0.18 | -0.18 | 0.02 |
| Z31 | -0.06 | -0.04 | 0.08 | -0.11 | -0.04 | -0.39 | 0.16 | -0.16 | -0.01 | 0.19 | 0.11 | -0.08 | 0.08 | 0.00 |
| Z32 | -0.04 | 0.01 | 0.00 | -0.02 | 0.04 | -0.05 | -0.12 | 0.11 | 0.19 | 0.19 | -0.17 | -0.41 | -0.10 | 0.24 |
| Z33 | 0.02 | 0.09 | -0.03 | -0.11 | 0.06 | 0.05 | -0.19 | 0.34 | -0.21 | 0.04 | -0.07 | 0.19 | -0.16 | 0.03 |
| Z34 | -0.07 | -0.13 | -0.06 | 0.04 | 0.04 | 0.20 | -0.27 | 0.22 | 0.02 | 0.06 | -0.18 | -0.22 | 0.30 | 0.02 |
| Z35 | 0.02 | 0.06 | -0.07 | 0.08 | -0.06 | 0.18 | -0.08 | 0.15 | -0.29 | 0.01 | -0.13 | 0.08 | -0.28 | 0.08 |
| Z36 | 0.01 | 0.00 | -0.08 | 0.06 | -0.02 | -0.04 | -0.06 | 0.15 | 0.09 | -0.17 | 0.22 | -0.25 | 0.33 | 0.04 |
| Z37 | 0.05 | -0.02 | -0.02 | -0.02 | 0.06 | 0.07 | -0.01 | -0.02 | -0.29 | 0.09 | -0.11 | -0.23 | 0.22 | 0.04 |
| Z38 | 0.01 | -0.05 | 0.01 | 0.04 | 0.00 | -0.26 | 0.10 | -0.25 | -0.16 | 0.26 | -0.48 | -0.02 | 0.01 | -0.01 |
| Z39 | 0.01 | -0.04 | -0.01 | 0.04 | 0.06 | 0.09 | -0.06 | 0.18 | 0.12 | 0.18 | -0.18 | 0.09 | -0.05 | -0.01 |
| Z40 | 0.00 | -0.03 | -0.01 | -0.01 | 0.02 | 0.04 | -0.03 | 0.02 | 0.00 | 0.00 | -0.01 | 0.00 | 0.08 | 0.01 |
| Z41 | 0.00 | 0.02 | -0.01 | 0.00 | 0.01 | 0.08 | 0.03 | 0.05 | 0.04 | 0.00 | -0.02 | 0.22 | 0.18 | 0.21 |
| Z42 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | -0.01 | 0.01 | 0.00 | 0.01 |

De la tabla LXIX podemos obtener las combinaciones lineales de las componentes principales que explican la varianza de la población, como se expone a continuación:

*Y*1 = 0,00Z1 + 0,01Z2 + 0,07Z3 + 0,03Z4 + 0,02Z5 - 0,05Z6 + 0,07Z7 + 0,05Z8 - 0,48Z9 - 0,18Z10 - 0,19Z11 + 0,12Z12 - 0,15Z13 - 0,32Z14 + 0,5Z15 + 0,13Z16 + 0,20Z17 - 0,32Z18 + 0,07Z19 - 0,06Z20 + 0,05Z21 + 0,04Z22 + 0,07Z23 + 0,14Z24 - 0,22Z25 - 0,05Z26 - 0,10Z27 - 0,09Z28 - 0,09Z29 - 0,02Z30 - 0,06Z31 - 0,04Z32 + 0,02Z33 - 0,07Z34 + 0,02Z35 + 0,01Z36 + 0,05Z37 + 0,01Z38 + 0,01Z39 + 0,00Z40 + 0,00Z41 + 0,00Z42

*Y*2 = 0,06Z1 + 0,00Z2 - 0,19Z3 - 0,09Z4 - 0,37Z5 - 0,15Z6 - 0,25Z7 + 0,01Z8 + 0,20Z9 - 0,11Z10 - 0,11Z11 + 0,05Z12 + 0,15Z13 - 0,20Z14 - 0,08Z15 + 0,02Z16 - 0,02Z17 - 0,03Z18 + 0,04Z19 + 0,05Z20 - 0,01Z21 + 0,06Z22 + 0,36Z23 + 0,43Z24 - 0,34Z25 + 0,17Z26 - 0,08Z27 - 0,25Z28 - 0,09Z29 + 0,04Z30 - 0,04Z31 + 0,01Z32 + 0,09Z33 - 0,13Z34 - 0,06Z35 + 0,00Z36 - 0,02Z37 - 0,05Z38 - 0,04Z39 - 0,03Z40 + 0,02Z41 + 0,00Z42

*Y*3 = - 0,07Z1 - 0,02Z2 + 0,01Z3 - 0,07Z4 + 0,11Z5 - 0,07Z6 + 0,11Z7 + 0,04Z8 + 0,03Z9 + 0,38Z10 + 0,36Z11 - 0,45Z12 - 0,26Z13 + 0,19Z14 + 0,14Z15 + 0,13Z16 + 0,12Z17 - 0,08Z18 + 0,31Z19 + 0,17Z20 - 0,10Z21 + 0,17Z22 + 0,27Z23 - 0,07Z24 - 0,09Z25 - 0,19Z26 - 0,06Z27 + 0,03Z28 - 0,10Z29 + 0,07Z30 + 0,08Z31 + 0,00Z32 - 0,03Z33 - 0,06Z34 - 0,07Z35 - 0,08Z36 - 0,02Z37 + 0,01Z38 - 0,01Z39 - 0,01Z40 - 0,01Z41 + 0,00Z42

*Y*4 = 0.02Z1 + 0.04Z2 - 0.05Z3 + 0.10Z4 + 0.11Z5 + 0.07Z6 - 0.05Z7 - 0.14Z8 - 0.05Z9 - 0.03Z10 + 0.54Z11 + 0.51Z12 + 0.04Z13 + 0.02Z14 + 0.05Z15 + 0.28Z16 - 0.21Z17 + 0.18Z18 + 0.25Z19 - 0.25Z20 - 0.09Z21 - 0.05Z22 + 0.05Z23 + 0.04Z24 - 0.18Z25 - 0.06Z26 + 0.05Z27 + 0.01Z28 + 0.04Z29 + 0.12Z30 - 0.11Z31 - 0.02Z32 - 0.11Z33 + 0.04Z34 + 0.08Z35 + 0.06Z36 - 0.02Z37 + 0.04Z38 + 0.04Z39 - 0.01Z40 + 0.00Z41 + 0.00Z42

*Y*5 = - 0.01Z1 - 0.05Z2 + 0.08Z3 + 0.07Z4 - 0.07Z5 - 0.05Z6 - 0.06Z7 + 0.09Z8 + 0.00Z9 + 0.14Z10 - 0.06Z11 + 0.42Z12 -0.66Z13 + 0.07Z14 - 0.31Z15 - 0.16Z16 - 0.05Z17 - 0.21Z18 + 0.08Z19 + 0.21Z20 + 0.12Z21 - 0.03Z22 - 0.08Z23 + 0.21Z24 + 0.08Z25 - 0.08Z26 + 0.06Z27 + 0.01Z28 + 0.05Z29 + 0.07Z30 - 0.04Z31 + 0.04Z32 + 0.06Z33 + 0.04Z34 - 0.06Z35 - 0.02Z36 + 0.06Z37 + 0.00Z38 + 0.06Z39 + 0.02Z40 + 0.01Z41 + 0.00Z42

*Y*6 = 0.18Z1 + 0.04Z2 - 0.16Z3 + 0.15Z4 - 0.20Z5 + 0.19Z6 - 0.12Z7 - 0.20Z8 - 0.11Z9 - 0.11Z10 - 0.02Z11 - 0.19Z12 - 0.26Z13 + 0.22Z14 + 0.11Z15 + 0.05Z16 - 0.02Z17 + 0.08Z18 + 0.08Z19 + 0.08Z20 - 0.06Z21 + 0.23Z22 - 0.12Z23 - 0.25Z24 + 0.01Z25 + 0.05Z26 - 0.08Z27 - 0.22Z28 + 0.23Z29 - 0.12Z30 - 0.39Z31 - 0.05Z32 + 0.05Z33 + 0.20Z34 + 0.18Z35 - 0.04Z36 + 0.07Z37 - 0.26Z38 + 0.09Z39 + 0.04Z40 + 0.08Z41 + 0.00Z42

*Y*7 = 0.06Z1 - 0.05Z2 + 0.04Z3 + 0.00Z4 - 0.10Z5 + 0.16Z6 - 0.08Z7 - 0.42Z8 + 0.06Z9 - 0.38Z10 + 0.35Z11 - 0.20Z12 -0.25Z13 + 0.02Z14 + 0.08Z15 - 0.23Z16 + 0.01Z17 - 0.11Z18 - 0.16Z19 - 0.05Z20 + 0.20Z21 - 0.08Z22 - 0.08Z23 + 0.09Z24 + 0.02Z25 + 0.14Z26 + 0.10Z27 + 0.02Z28 - 0.18Z29 + 0.06Z30 + 0.16Z31 - 0.12Z32 - 0.19Z33 - 0.27Z34 - 0.08Z35 - 0.06Z36 - 0.01Z37 + 0.10Z38 - 0.06Z39 - 0.03Z40 + 0.03Z41 + 0.00Z42

*Y*8 = 0.14Z1 + 0.18Z2 + 0.20Z3 - 0.19Z4 + 0.11Z5 - 0.14Z6 + 0.12Z7 - 0.21Z8 + 0.10Z9 - 0.23Z10 + 0.05Z11 + 0.02Z12 -0.07Z13 - 0.02Z14 - 0.02Z15 - 0.20Z16 + 0.20Z17 + 0.12Z18 - 0.04Z19 - 0.02Z20 - 0.19Z21 - 0.07Z22 + 0.17Z23 + 0.0724 + 0.01Z25 - 0.12Z26 - 0.05Z27 + 0.29Z28 - 0.28Z29 + 0.12Z30 - 0.16Z31 + 0.11Z32 + 0.34Z33 + 0.22Z34 + 0.15Z35 + 0.15Z36 - 0.02Z37 - 0.25Z38 + 0.18Z39 + 0.02Z40 + 0.05Z41 + 0.00Z42

*Y*9 = 0.09Z1 + 0.05Z2 + 0.18Z3 - 0.15Z4 - 0.42Z5 + 0.17Z6 - 0.10Z7 - 0.16Z8 - 0.12Z9 + 0.25Z10 - 0.04Z11 + 0.06Z12 + 0.16Z13 + 0.02Z14 + 0.14Z15 - 0.13Z16 - 0.24Z17 - 0.15Z18 - 0.03Z19 + 0.03Z20 + 0.02Z21 + 0.01Z22 + 0.01Z23 - 0.04Z24 - 0.09Z25 - 0.24Z26 - 0.13Z27 + 0.28Z28 + 0.09Z29 - 0.01Z30 - 0.01Z31 + 0.19Z32 - 0.21Z33 + 0.02Z34 - 0.29Z35 + 0.09Z36 - 0.29Z37 - 0.16Z38 + 0.12Z39 + 0.00Z40 + 0.04Z41 + 0.00Z42

*Y*10 = 0.06Z1 + 0.07Z2 + 0.09Z3 + 0.44Z4 - 0.01Z5 + 0.11Z6 + 0.08Z7 + 0.16Z8 + 0.07Z9 - 0.04Z10 - 0.14Z11 + 0.01Z12 -0.08Z13 + 0.38Z14 + 0.13Z15 - 0.12Z16 - 0.06Z17 + 0.02Z18 - 0.11Z19 - 0.22Z20 - 0.02Z21 - 0.12Z22 + 0.06Z23 - 0.20Z24 - 0.25Z25 - 0.05Z26 - 0.28Z27 + 0.02Z28 - 0.18Z29 + 0.14Z30 + 0.19Z31 + 0.19Z32 + 0.04Z33 + 0.06Z34 + 0.01Z35 - 0.17Z36 + 0.09Z37 + 0.26Z38 + 0.18Z39 + 0.00Z40 + 0.00Z41 + 0.00Z42

*Y*11 = 0.05Z1 + 0.04Z2 + 0.22Z3 + 0.37Z4 - 0.11Z5 + 0.26Z6 + 0.17Z7 + 0.31Z8 + 0.07Z9 - 0.13Z10 + 0.05Z11 + 0.08Z12 + 0.06Z13 + 0.09Z14 - 0.04Z15 + 0.04Z16 + 0.30Z17 + 0.07Z18 + 0.08Z19 + 0.00Z20 - 0.01Z21 + 0.10Z22 + 0.03Z23 + 0.08Z24 + 0.11Z25 + 0.00Z26 + 0.02Z27 - 0.02Z28 + 0.00Z29 + 0.11Z30 + 0.11Z31 - 0.17Z32 - 0.07Z33 - 0.18Z34 - 0.13Z35 + 0.22Z36 - 0.11Z37 - 0.48Z38 - 0.18Z39 - 0.01Z40 - 0.02Z41 - 0.01Z42

*Y*12 = 0.19Z1 + 0.09Z2 - 0.28Z3 + 0.18Z4 - 0.02Z5 - 0.07Z6 + 0.16Z7 + 0.02Z8 + 0.01Z9 + 0.22Z10 + 0.06Z11 + 0.01Z12 + 0.01Z13 - 0.25Z14 - 0.01Z15 - 0.23Z16 + 0.04Z17 + 0.01Z18 - 0.07Z19 + 0.03Z20 + 0.01Z21 - 0.12Z22 + 0.07Z23 - 0.06Z24 - 0.17Z25 + 0.07Z26 - 0.04Z27 + 0.21Z28 + 0.26Z29 + 0.18Z30 - 0.08Z31 - 0.41Z32 + 0.19Z33 - 0.22Z34 + 0.08Z35 - 0.25Z36 - 0.23Z37 - 0.02Z38 + 0.09Z39 + 0.00Z40 + 0.22Z41 + 0.01Z42

*Y*13 = 0.20Z1 + 0.14Z2 - 0.29Z3 + 0.13Z4 + 0.03Z5 + 0.00Z6 + 0.07Z7 - 0.04Z8 - 0.13Z9 + 0.21Z10+ 0.05Z11 - 0.02Z12 + 0.06Z13 - 0.09Z14 - 0.14Z15 - 0.18Z16 + 0.08Z17 + 0.02Z18 + 0.00Z19 + 0.08Z20 - 0.05Z21 - 0.03Z22 - 0.16Z23 + 0.04Z24 - 0.28Z25 + 0.08Z26 + 0.07Z27 - 0.09Z28 - 0.35Z29 - 0.18Z30 + 0.08Z31 - 0.10Z32 - 0.16Z33 + 0.30Z34 - 0.28Z35 + 0.33Z36 + 0.22Z37 + 0.01Z38 - 0.05Z39 + 0.08Z40 + 0.18Z41 + 0.00Z42

*Y*14 = 0.11Z1 + 0.11Z2 - 0.21Z3 + 0.07Z4 + 0.21Z5 + 0.15Z6 + 0.21Z7 - 0.19Z8 + 0.26Z9 + 0.14Z10 - 0.08Z11 + 0.03Z12 + 0.13Z13 + 0.02Z14 + 0.18Z15 - 0.15Z16 + 0.01Z17 - 0.18Z18 + 0.08Z19 - 0.24Z20 + 0.27Z21 + 0.09Z22 - 0.03Z23 + 0.35Z24 + 0.27Z25 - 0.23Z26 - 0.03Z27 - 0.23Z28 + 0.15Z29 + 0.02Z30 + 0.00Z31 + 0.24Z32 + 0.03Z33 + 0.02Z34 + 0.08Z35 + 0.04Z36 + 0.04Z37 - 0.01Z38 - 0.01Z39 + 0.01Z40 + 0.21Z41 + 0.01Z42

Con estos resultados se puede apreciar que las cargas de cada componente no se encuentran bien distribuidas, por lo que su interpretación podría resultar difícil, en este caso es conveniente aplicar rotación VARIMAX, a fin de redistribuir la varianza a lo largo de las cuarenta y dos variables.

#### Rotación estandarizada

Aplicando rotación VARIMAX el conjunto de variables originales, pueden ser explicadas por catorce factores con el 69.7% de representación.

TABLA LXX

PORCENTAJE DE EXPLICACIÓN DE LAS COMPONENTES PRINCIPALES APLICANDO ROTACIÓN VARIMAX

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Componente | Valor propio | % Variación explicada | % Acumulado |
| 1 | 6,99 | 16,65 | 16,65 |
| 2 | 4,43 | 10,54 | 27,19 |
| 3 | 2,46 | 5,85 | 33,03 |
| 4 | 2,14 | 5,11 | 38,14 |
| 5 | 1,80 | 4,30 | 42,44 |
| 6 | 1,75 | 4,16 | 46,59 |
| 7 | 1,49 | 3,55 | 50,15 |
| 8 | 1,40 | 3,34 | 53,49 |
| 9 | 1,28 | 3,04 | 56,53 |
| 10 | 1,23 | 2,94 | 59,47 |
| 11 | 1,16 | 2,77 | 62,24 |
| 12 | 1,09 | 2,60 | 64,83 |
| 13 | 1,05 | 2,51 | 67,34 |
| 14 | 1,00 | 2,38 | 69,73 |

TABLA LXXI

Componentes principales obtenidas utilizando rotación VARIMAX

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Y1 | Y2 | Y3 | Y4 | Y5 | Y6 | Y7 | Y8 | Y9 | Y10 | Y11 | Y12 | Y13 | Y14 |
| Z1 | 0,04 | 0,01 | -0,14 | 0,14 | 0,00 | -0,09 | -0,05 | -0,09 | -0,01 | -0,03 | -0,04 | 0,69 | -0,05 | 0,14 |
| Z2 | -0,02 | 0,02 | 0,12 | -0,02 | 0,09 | 0,03 | -0,11 | 0,75 | 0,12 | -0,16 | 0,00 | -0,18 | -0,04 | -0,04 |
| Z3 | -0,03 | -0,04 | -0,02 | -0,17 | 0,24 | -0,34 | -0,15 | -0,38 | -0,10 | 0,31 | 0,16 | -0,42 | -0,22 | 0,05 |
| Z4 | -0,04 | 0,15 | -0,04 | 0,02 | 0,04 | -0,05 | 0,01 | -0,10 | 0,04 | 0,04 | 0,11 | -0,04 | 0,81 | 0,09 |
| Z5 | 0,00 | -0,12 | 0,06 | -0,13 | 0,11 | 0,04 | 0,10 | -0,01 | -0,04 | -0,02 | -0,01 | 0,09 | 0,09 | 0,82 |
| Z6 | 0,04 | 0,40 | -0,04 | 0,20 | -0,08 | 0,06 | 0,19 | 0,32 | 0,10 | 0,11 | 0,57 | -0,03 | -0,14 | 0,17 |
| Z7 | 0,04 | -0,07 | 0,08 | 0,04 | -0,01 | 0,12 | -0,04 | 0,00 | 0,05 | -0,07 | 0,85 | 0,00 | 0,15 | -0,06 |
| Z8 | 0,73 | 0,03 | 0,02 | 0,04 | 0,04 | 0,05 | -0,08 | -0,10 | -0,07 | -0,26 | 0,20 | 0,05 | 0,10 | -0,10 |
| Z9 | 0,23 | -0,01 | -0,07 | 0,08 | -0,01 | 0,07 | -0,07 | 0,18 | 0,78 | 0,05 | 0,04 | -0,05 | -0,07 | 0,06 |
| Z10 | 0,02 | 0,15 | -0,18 | 0,07 | 0,01 | 0,08 | 0,79 | -0,01 | -0,09 | 0,02 | 0,02 | -0,10 | -0,07 | 0,16 |
| Z11 | 0,00 | 0,00 | 0,09 | -0,05 | 0,01 | 0,02 | 0,84 | -0,11 | 0,21 | 0,00 | -0,01 | 0,10 | 0,08 | -0,05 |
| Z12 | 0,01 | 0,83 | 0,10 | -0,05 | 0,21 | 0,01 | 0,03 | 0,03 | 0,01 | -0,04 | -0,05 | 0,03 | 0,01 | -0,01 |
| Z13 | 0,10 | 0,82 | -0,05 | 0,09 | 0,06 | -0,05 | 0,00 | 0,08 | 0,03 | 0,10 | 0,00 | 0,00 | 0,04 | -0,03 |
| Z14 | 0,10 | 0,57 | 0,05 | 0,07 | -0,26 | 0,17 | 0,04 | -0,17 | -0,11 | -0,17 | -0,04 | -0,31 | 0,05 | -0,12 |
| Z15 | 0,75 | 0,04 | -0,02 | 0,07 | 0,01 | 0,02 | -0,11 | -0,18 | 0,00 | -0,11 | -0,06 | 0,00 | 0,03 | 0,10 |
| Z16 | 0,62 | 0,31 | 0,04 | 0,06 | -0,08 | -0,07 | -0,09 | 0,20 | 0,31 | 0,23 | 0,03 | 0,01 | 0,00 | 0,06 |
| Z17 | 0,41 | 0,51 | 0,06 | 0,13 | -0,04 | 0,08 | 0,08 | 0,41 | -0,12 | 0,01 | 0,06 | 0,14 | 0,03 | 0,03 |
| Z18 | 0,69 | 0,20 | -0,03 | -0,08 | 0,12 | 0,04 | 0,38 | -0,10 | 0,25 | 0,05 | 0,08 | 0,03 | -0,08 | -0,01 |
| Z19 | 0,38 | 0,55 | 0,16 | 0,00 | 0,07 | 0,09 | 0,24 | 0,02 | -0,09 | 0,07 | 0,04 | 0,19 | 0,18 | -0,16 |
| Z20 | 0,69 | 0,26 | -0,01 | 0,00 | -0,05 | 0,07 | 0,25 | 0,15 | -0,09 | 0,19 | -0,02 | 0,03 | -0,08 | -0,02 |
| Z21 | 0,36 | 0,34 | 0,24 | -0,04 | -0,05 | -0,06 | -0,04 | 0,26 | -0,14 | 0,04 | 0,06 | 0,04 | 0,05 | 0,02 |
| Z22 | 0,81 | 0,05 | 0,01 | -0,03 | 0,05 | -0,02 | -0,05 | 0,06 | 0,25 | 0,08 | -0,09 | -0,01 | -0,07 | -0,06 |
| Z23 | -0,05 | 0,28 | 0,07 | -0,03 | 0,16 | -0,16 | -0,05 | 0,62 | -0,02 | 0,13 | 0,11 | 0,08 | -0,10 | 0,02 |
| Z24 | 0,06 | -0,05 | 0,15 | -0,08 | 0,05 | -0,03 | 0,24 | -0,09 | 0,80 | -0,06 | 0,06 | 0,05 | 0,10 | -0,10 |
| Z25 | 0,49 | 0,81 | 0,08 | 0,06 | 0,01 | 0,05 | 0,08 | 0,20 | 0,09 | 0,02 | 0,11 | -0,01 | 0,02 | -0,02 |
| Z26 | -0,05 | -0,02 | 0,08 | 0,68 | 0,17 | 0,03 | 0,01 | 0,06 | 0,02 | -0,03 | -0,05 | 0,06 | -0,03 | -0,05 |
| Z27 | 0,12 | -0,01 | 0,24 | 0,56 | 0,23 | 0,07 | 0,08 | 0,00 | -0,06 | 0,32 | 0,09 | 0,07 | -0,08 | -0,02 |
| Z28 | -0,15 | 0,13 | 0,69 | 0,35 | -0,01 | 0,14 | -0,14 | -0,09 | 0,20 | -0,01 | 0,06 | 0,05 | -0,27 | 0,24 |
| Z29 | -0,16 | 0,17 | 0,70 | 0,35 | -0,02 | 0,14 | -0,14 | -0,12 | 0,18 | 0,02 | 0,05 | 0,06 | -0,27 | 0,22 |
| Z30 | 0,23 | -0,08 | 0,70 | 0,10 | 0,09 | -0,05 | 0,07 | 0,13 | -0,13 | 0,07 | -0,10 | -0,17 | 0,07 | -0,05 |
| Z31 | -0,01 | 0,11 | 0,71 | 0,08 | 0,06 | 0,05 | -0,02 | 0,18 | 0,02 | 0,06 | 0,10 | -0,03 | 0,11 | -0,08 |
| Z32 | 0,08 | 0,14 | 0,25 | 0,67 | -0,02 | 0,10 | -0,06 | -0,10 | 0,00 | 0,02 | 0,16 | 0,03 | 0,11 | -0,08 |
| Z33 | 0,11 | 0,10 | 0,25 | 0,42 | 0,60 | 0,25 | 0,06 | 0,12 | -0,01 | 0,04 | -0,05 | 0,00 | 0,08 | 0,03 |
| Z34 | -0,03 | 0,02 | -0,09 | 0,06 | 0,77 | 0,06 | -0,06 | 0,05 | 0,04 | 0,03 | -0,06 | 0,02 | 0,07 | 0,09 |
| Z35 | 0,07 | 0,07 | 0,28 | 0,15 | 0,72 | 0,26 | 0,08 | 0,09 | -0,03 | -0,07 | 0,04 | 0,01 | -0,08 | 0,00 |
| Z36 | 0,03 | 0,04 | 0,07 | 0,28 | 0,02 | 0,64 | 0,01 | -0,04 | -0,05 | 0,21 | 0,00 | -0,07 | 0,02 | -0,03 |
| Z37 | -0,03 | 0,10 | 0,08 | 0,17 | 0,20 | 0,67 | -0,02 | 0,03 | 0,09 | 0,26 | 0,15 | -0,06 | 0,07 | 0,23 |
| Z38 | 0,06 | -0,05 | 0,06 | -0,18 | 0,22 | 0,75 | 0,12 | -0,07 | 0,03 | -0,10 | 0,09 | 0,06 | -0,16 | -0,07 |
| Z39 | 0,12 | 0,04 | 0,25 | -0,08 | 0,19 | 0,12 | 0,15 | -0,01 | -0,01 | 0,36 | 0,21 | 0,50 | -0,07 | -0,26 |
| Z40 | -0,01 | 0,08 | 0,12 | 0,18 | -0,01 | 0,23 | 0,05 | -0,09 | 0,04 | 0,75 | -0,03 | 0,02 | 0,04 | -0,03 |
| Z41 | 0,04 | -0,16 | 0,04 | -0,23 | -0,38 | 0,09 | -0,14 | 0,13 | -0,10 | 0,42 | -0,18 | -0,01 | 0,29 | 0,06 |
| Z42 | 0,07 | 0,08 | 0,59 | 0,43 | 0,37 | 0,44 | 0,00 | 0,05 | 0,02 | 0,31 | 0,05 | 0,08 | -0,01 | 0,04 |

Al analizar la tabla LXXI , se tiene que las combinaciones lineales resultantes son las siguientes:

*Y*1 = 0,04Z1 - 0,02Z2 - 0,03Z3 - 0,04Z4 + 0,00Z5 + 0,04Z6 + 0,04Z7 + 0,73Z8 + 0,23Z9 + 0,02Z10 + 0,00Z11 + 0,01Z12 + 0,10Z13 + 0,10Z14 + 0,75Z15 + 0,62Z16 + 0,41Z17 + 0,69Z18 + 0,38Z19 + 0,69Z20 + 0,36Z21 + 0,81Z22 - 0,05Z23 + 0,06Z24 + 0,49Z25 - 0,05Z26 + 0,12Z27 - 0,15Z28 - 0,16Z29 + 0,23Z30 -0,01Z31 + 0,08Z32 + 0,11Z33 - 0,03Z34 + 0,07Z35 + 0,03Z36 -0,03Z37 + 0,06Z38 + 0,12Z39 - 0,01Z40 + 0,04Z41 + 0,07Z42

*Y*2 = 0,01Z1 + 0,02Z2 - 0,04Z3 + 0,15Z4 - 0,12Z5 + 0,40Z6 - 0,07Z7 + 0,03Z8 - 0,01Z9 + 0,15Z10 + 0,00Z11 + 0,83Z12 + 0,82Z13 + 0,57Z14 + 0,04Z15 + 0,31Z16 + 0,51Z17 + 0,20Z18 + 0,55Z19 + 0,26Z20 + 0,34Z21 + 0,05Z22 + 0,28Z23 - 0,05Z24 + 0,81Z25 - 0,02Z26 - 0,01Z27 + 0,13Z28 + 0,17Z29 - 0,08Z30 + 0,11Z31 + 0,14Z32 + 0,10Z33 + 0,02Z34 + 0,07Z35 + 0,04Z36 + 0,10Z37 - 0,05Z38 + 0,04Z39 + 0,08Z40 - 0,16Z41 + 0,08Z42

*Y*3 = - 0,14Z1 + 0,12Z2 - 0,02Z3 - 0,04Z4 + 0,06Z5 - 0,04Z6 + 0,08Z7 + 0,02Z8 - 0,07Z9 - 0,18Z10 + 0,09Z11 + 0,10Z12 - 0,05Z13 + 0,05Z14 - 0,02Z15 + 0,04Z16 + 0,06Z17 - 0,03Z18 + 0,16Z19 - 0,01Z20 + 0,24Z21 + 0,01Z22 + 0,07Z23 + 0,15Z24 + 0,08Z25 + 0,08Z26 + 0,24Z27 + 0,69Z28 + 0,70Z29 + 0,70Z30 + 0,71Z31 + 0,25Z32 + 0,25Z33 - 0,09Z34 + 0,28Z35 + 0,07Z36 + 0,08Z37 + 0,06Z38 + 0,25Z39 + 0,12Z40 + 0,04Z41 + 0,59Z42

*Y*4 = 0,14Z1 - 0,02Z2 - 0,17Z3 + 0,02Z4 - 0,13Z5 + 0,20Z6 + 0,04Z7 + 0,04Z8 + 0,08Z9 + 0,07Z10 - 0,05Z11 - 0,05Z12 + 0,09Z13 + 0,07Z14 + 0,07Z15 + 0,06Z16 + 0,13Z17 - 0,08Z18 + 0,00Z19 + 0,00Z20 - 0,04Z21 - 0,03Z22 - 0,03Z23 - 0,08Z24 + 0,06Z25 + 0,68Z26 + 0,56Z27 + 0,35Z28 + 0,35Z29 + 0,10Z30 + 0,08Z31 + 0,67Z32 + 0,42Z33 + 0,06Z34 + 0,15Z35 + 0,28Z36 + 0,17Z37 - 0,18Z38 - 0,08Z39 + 0,18Z40 - 0,23Z41 + 0,43Z42

*Y*5 = 0,00Z1 + 0,09Z2 + 0,24Z3 + 0,04Z4 + 0,11Z5 - 0,08Z6 - 0,01Z7 + 0,04Z8 - 0,01Z9 + 0,01Z10 + 0,01Z11 + 0,21Z12 + 0,06Z13 - 0,26Z14 + 0,01Z15 - 0,08Z16 - 0,04Z17 + 0,12Z18 + 0,07Z19 - 0,05Z20 - 0,05Z21 + 0,05Z22 + 0,16Z23 + 0,05Z24 + 0,01Z25 + 0,17Z26 + 0,23Z27 - 0,01Z28 - 0,02Z29 + 0,09Z30 + 0,06Z31 - 0,02Z32 + 0,60Z33 + 0,77Z34 + 0,72Z35 + 0,02Z36 + 0,20Z37 + 0,22Z38 + 0,19Z39 - 0,01Z40 - 0,38Z41 + 0,37Z42

*Y*6 = - 0,09Z1 + 0,03Z2 - 0,34Z3 - 0,05Z4 + 0,04Z5 + 0,06Z6 + 0,12Z7 + 0,05Z8 + 0,07Z9 + 0,08Z10 + 0,02Z11 + 0,01Z12 - 0,05Z13 + 0,17Z14 + 0,02Z15 - 0,07Z16 + 0,08Z17 + 0,04Z18 + 0,09Z19 + 0,07Z20 - 0,06Z21 - 0,02Z22 - 0,16Z23 - 0,03Z24 + 0,05Z25 + 0,03Z26 + 0,07Z27 + 0,14Z28 + 0,14Z29 - 0,05Z30 + 0,05Z31 + 0,10Z32 + 0,25Z33 + 0,06Z34 + 0,26Z35 + 0,64Z36 + 0,67Z37 + 0,75Z38 + 0,12Z39 + 0,23Z40 + 0,09Z41 + 0,44Z42

*Y*7 = - 0,05Z1 - 0,11Z2 - 0,15Z3 + 0,01Z4 + 0,10Z5 + 0,19Z6 - 0,04Z7 - 0,08Z8 - 0,07Z9 + 0,79Z10 + 0,84Z11 + 0,03Z12 + 0,00Z13 + 0,04Z14 - 0,11Z15 - 0,09Z16 + 0,08Z17 + 0,38Z18 + 0,24Z19 + 0,25Z20 - 0,04Z21 - 0,05Z22 - 0,05Z23 + 0,24Z24 + 0,08Z25 + 0,01Z26 + 0,08Z27 - 0,14Z28 - 0,14Z29 + 0,07Z30 - 0,02Z31 - 0,06Z32 + 0,06Z33 - 0,06Z34 + 0,08Z35 + 0,01Z36 - 0,02Z37 + 0,12Z38 + 0,15Z39 + 0,05Z40 - 0,14Z41 + 0,00Z42

*Y*8 = - 0,09Z1 + 0,75Z2 - 0,38Z3 - 0,10Z4 - 0,01Z5 + 0,32Z6 + 0,00Z7 - 0,10Z8 + 0,18Z9 - 0,01Z10 - 0,11Z11 + 0,03Z12 + 0,08Z13 - 0,17Z14 - 0,18Z15 + 0,20Z16 + 0,41Z17 - 0,10Z18 + 0,02Z19 + 0,15Z20 + 0,26Z21 + 0,06Z22 + 0,62Z23 - 0,09Z24 + 0,20Z25 + 0,06Z26 + 0,00Z27 - 0,09Z28 - 0,12Z29 + 0,13Z30 + 0,18Z31 - 0,10Z32 + 0,12Z33 + 0,05Z34 + 0,09Z35 - 0,04Z36 + 0,03Z37 - 0,07Z38 - 0,01Z39 - 0,09Z40 + 0,13Z41 + 0,05Z42

*Y*9 = - 0,01Z1 + 0,12Z2 - 0,10Z3 + 0,04Z4 - 0,04Z5 + 0,10Z6 + 0,05Z7 - 0,07Z8 + 0,78Z9 - 0,09Z10 + 0,21Z11 + 0,01Z12 + 0,03Z13 - 0,11Z14 + 0,00Z15 + 0,31Z16 - 0,12Z17 + 0,25Z18 - 0,09Z19 - 0,09Z20 - 0,14Z21 + 0,25Z22 - 0,02Z23 + 0,80Z24 + 0,09Z25 + 0,02Z26 - 0,06Z27 + 0,20Z28 + 0,18Z29 - 0,13Z30 + 0,02Z31 + 0,00Z32 - 0,01Z33 + 0,04Z34 - 0,03Z35 - 0,05Z36 + 0,09Z37 + 0,03Z38 - 0,01Z39 + 0,04Z40 - 0,10Z41 + 0,02Z42

*Y*10 = - 0,03Z1 - 0,16Z2 + 0,31Z3 + 0,04Z4 - 0,02Z5 + 0,11Z6 -0,07Z7 - 0,26Z8 + 0,05Z9 + 0,02Z10 + 0,00Z11 - 0,04Z12 + 0,10Z13 - 0,17Z14 - 0,11Z15 + 0,23Z16 + 0,01Z17 + 0,05Z18 + 0,07Z19 + 0,19Z20 + 0,04Z21 + 0,08Z22 + 0,13Z23 - 0,06Z24 + 0,02Z25 - 0,03Z26 + 0,32Z27 - 0,01Z28 + 0,02Z29 + 0,07Z30 + 0,06Z31 + 0,02Z32 + 0,04Z33 + 0,03Z34 - 0,07Z35 + 0,21Z36 + 0,26Z37 - 0,10Z38 + 0,36Z39 + 0,75Z40 + 0,42Z41 + 0,31Z42

*Y*11 = - 0,04Z1 + 0,00Z2 + 0,16Z3 + 0,11Z4 - 0,01Z5 + 0,57Z6 + 0,85Z7 + 0,20Z8 + 0,04Z9 + 0,02Z10 - 0,01Z11 - 0,05Z12 + 0,00Z13 - 0,04Z14 - 0,06Z15 + 0,03Z16 + 0,06Z17 + 0,08Z18 + 0,04Z19 - 0,02Z20 + 0,06Z21 - 0,09Z22 + 0,11Z23 + 0,06Z24 + 0,11Z25 - 0,05Z26 + 0,09Z27 + 0,06Z28 + 0,05Z29 - 0,10Z30 + 0,10Z31 + 0,16Z32 - 0,05Z33 - 0,06Z34 + 0,04Z35 + 0,00Z36 + 0,15Z37 + 0,09Z38 + 0,21Z39 - 0,03Z40 - 0,18Z41 + 0,05Z42

*Y*12 = 0,69Z1 - 0,18Z2 - 0,42Z3 - 0,04Z4 + 0,09Z5 - 0,03Z6 + 0,00Z7 + 0,05Z8 - 0,05Z9 - 0,10Z10 + 0,10Z11 + 0,03Z12 + 0,00Z13 - 0,31Z14 + 0,00Z15 + 0,01Z16 + 0,14Z17 + 0,03Z18 + 0,19Z19 + 0,03Z20 + 0,04Z21 - 0,01Z22 + 0,08Z23 + 0,05Z24 -0,01Z25 + 0,06Z26 + 0,07Z27 + 0,05Z28 + 0,06Z29 - 0,17Z30 - 0,03Z31 + 0,03Z32 + 0,00Z33 + 0,02Z34 + 0,01Z35 - 0,07Z36 - 0,06Z37 + 0,06Z38 + 0,50Z39 + 0,02Z40 - 0,01Z41 + 0,08Z42

*Y*13 = - 0,05Z1 - 0,04Z2 - 0,22Z3 + 0,81Z4 + 0,09Z5 - 0,14Z6 + 0,15Z7 + 0,10Z8 - 0,07Z9 - 0,07Z10 + 0,08Z11 + 0,01Z12 + 0,04Z13 + 0,05Z14 + 0,03Z15 + 0,00Z16 + 0,03Z17 - 0,08Z18 + 0,18Z19 - 0,08Z20 + 0,05Z21 - 0,07Z22 - 0,10Z23 + 0,10Z24 + 0,02Z25 - 0,03Z26 - 0,08Z27 - 0,27Z28 - 0,27Z29 + 0,07Z30 + 0,11Z31 + 0,11Z32 + 0,08Z33 + 0,07Z34 - 0,08Z35 + 0,02Z36 + 0,07Z37 - 0,16Z38 - 0,07Z39 + 0,04Z40 + 0,29Z41 - 0,01Z42

*Y*14 = 0,14Z1 - 0,04Z2 + 0,05Z3 + 0,09Z4 + 0,82Z5 + 0,17Z6 -0,06Z7 - 0,10Z8 + 0,06Z9 + 0,16Z10 - 0,05Z11 - 0,01Z12 - 0,03Z13 - 0,12Z14 + 0,10Z15 + 0,06Z16 + 0,03Z17 - 0,01Z18 -0,16Z19 - 0,02Z20 + 0,02Z21 - 0,06Z22 + 0,02Z23 - 0,10Z24 -0,02Z25 - 0,05Z26 - 0,02Z27 + 0,24Z28 + 0,22Z29 - 0,05Z30 -0,08Z31 - 0,08Z32 + 0,03Z33 + 0,09Z34 + 0,00Z35 - 0,03Z36 + 0,23Z37 - 0,07Z38 - 0,26Z39 - 0,03Z40 + 0,06Z41 + 0,04Z42

A continuación se rotula las primeras siete componentes principales obtenidas a través de la rotación VARIMAX en base a las variables que tengan los coeficientes de mayor peso en las componentes (Ver tabla LXX).

*Primera componente principal*

* Variable X8 *(Regla de tres compuesta).*
* Variable X15 *(Gráfico de funciones).*
* Variable X16 *(Ecuación de la recta).*
* Variable X18 *(Ecuación de la circunferencia)*.
* Variable X20 *(Trigonometría)*.
* Variable X22 *(Volumen)*

De acuerdo a las características de la primera componente, ésta se denominará *Sistemas* ya que cada una de las variables se encuentran dentro de los sistema propuestos para la educación básica (ver anexo 10, Plan de estudios).

*Segunda componente principal*

* Variable X12 *(División).*
* Variable X13 *(Potenciación).*

De acuerdo a las características de la segunda componente principal, ésta se denominará *Operaciones con polinomios*.

*Tercera componente principal*

* Variable X28 (Sujeto).
* Variable X29 (Predicado).
* Variable X30 (Oraciones simples y compuestas).
* Variable X31 (Corrección de errores).

La tercera componente principal se la denominará *Corrección de errores y oración.*

*Cuarta componente principal*

* Variable X26 (Reconocimiento de información).
* Variable X32 (Homónimos con dos palabras).

La cuarta componente principal se la denominará *Lectura y vocabulario*.

*Quinta componente principal*

* Variable X33 (Diptongos).
* Variable X34 (Triptongos).
* Variable X35 (Hiatos).

La quinta componente principal se denominará *Diptongos, triptongos e hiatos*

*Sexta componente principal*

* Variable X36 (Significado de palabras).
* Variable X37 (Sinónimos)
* Variable X38 (Antónimos).

De acuerdo a las características de las variables de mayor peso en la sexta componente principal, ésta se denominará *Vocabulario*.

*Séptima componente principal*

* Variable X10 (Conjuntos).
* Variable X11 (Desigualdades y conjunto solución).

Debido a las características de las variables de mayor peso en la séptima componente principal, ésta se la denominará *Conjuntos y funciones*, ya que de acuerdo al sistema de funciones del plan de estudios de matemáticas, la variable X10 corresponde al área de conjuntos y la variable X11 corresponde al área de funciones.

### Análisis de correlación canónica

En la sección 4.2.3 de este capítulo se definió el análisis de correlación canónica como una técnica que busca identificar y cuantificar la asociación entre dos conjuntos de variables. Cabe indicar que los resultados expuestos son obtenidos a partir del software SPSS.El primer grupo de *p* variables es representadas por el vector aleatorio **X**(1) **R**p. El segundo grupo de *q* variables es representado por un vector aleatorio **X**(2) **R**q, donde para el desarrollo de esta técnica se supone que **X(1)** representa el conjunto más pequeño de variables, es decir; pq, por lo tanto se considera que vector *p* variado **X**(1) corresponde a las variables de lenguaje, en este caso el valor de *p* es 16 y el vector **X**(2) representa el conjunto de las variables de matemáticas, por lo tanto, el valor de *q* es 19. En la Tabla LXXII se muestran las correlaciones canónicas para los dos conjuntos de variables; se considerará las cuatro primeras correlaciones. En la tabla LXXIII se muestran los coeficientes de *U*1, *U*2, *U*3, *U*4, las que representan las primeras cuatro variables canónicas para lenguaje, y posteriormente en la tabla LXXV se ponen a consideración los coeficientes para las primeras cuatro variables canónicas de matemáticas, es decir, para *V*1, *V*2, *V*3, *V*4.

TABLA LXXII

CORRELACIONES CANÓNICAS ENTRE LENGUAJE Y MATEMÁTICAS Corr(*Uk*,*VK*)

|  |  |
| --- | --- |
|  | Correlación Canónica |
| 1 | 0,578 |
| 2 | 0,494 |
| 3 | 0,426 |
| 4 | 0,416 |
| 5 | 0,352 |
| 6 | 0,344 |
| 7 | 0,314 |
| 8 | 0,283 |
| 9 | 0,223 |
| 10 | 0,214 |
| 11 | 0,183 |
| 12 | 0,121 |
| 13 | 0,095 |
| 14 | 0,060 |
| 15 | 0,056 |
| 16 | 0,049 |

###### TABLA LXXIII

COEFICIENTES DE LAS PRIMERAS CUATRO VARIABLES CANÓNICAS DE LENGUAJE

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Variables de lenguaje | Coeficientes de *U*1 | Coeficientes de *U*2 | Coeficientes de *U*3 | Coeficientes de *U*4 |
| X26 | 0,295 | -0,087 | 0,063 | 0,134 |
| X27 | 0,166 | -0,118 | 0,523 | -0,096 |
| X28 | -0,034 | -0,474 | 0,769 | -0,55 |
| X29 | 0,459 | 0,241 | -1,389 | 0,464 |
| X30 | -0,339 | 0,469 | 0,372 | 0,375 |
| X31 | -0,133 | -0,546 | -0,192 | 0,283 |
| X32 | -0,212 | -0,425 | 0,229 | 0,368 |
| X33 | -0,126 | 0,014 | -0,202 | -0,245 |
| X34 | 0,035 | 0,014 | -0,389 | -0,005 |
| X35 | -0,205 | -0,284 | 0,015 | -0,718 |
| X36 | 0,108 | 0,299 | 0,105 | 0,156 |
| X37 | -0,073 | -0,179 | 0,032 | 0,5 |
| X38 | 0,038 | -0,268 | 0,404 | -0,229 |
| X39 | -0,722 | 0,046 | -0,018 | 0,14 |
| X40 | -0,11 | 0,512 | -0,44 | 0,052 |
| X41 | 0,363 | -0,401 | 0,292 | -0,163 |

*U*1 = 0,295X26 + 0,166X27 - 0,034X28 + 0,459X29 - 0,339X30 - 0,133X31 - 0,212X32 - 0,126X33 + 0,035X34 - 0,205X35 + 0,108X36 - 0,073X37 + 0,038X38 - 0,722X39 - 0,11X40 + 0,363X41

*U*2 = - 0,087X26 - 0,118X27 - 0,474X28 + 0,241X29 + 0,469X30 - 0,546X31 - 0,425X32 + 0,014X33 + 0,014X34 - 0,284X35 + 0,299X36 - 0,179X37 - 0,268X38 + 0,046X39 + 0,512X40 - 0,401X41

*U*3 = 0,065X26 + 0,523X27 + 0,769X28 - 1,389X29 + 0,372X30 - 0,192X31 + 0,229X32 - 0,202X33 - 0,389X34 + 0,015X35 + 0,105X36 + 0,032X37 + 0,404X38 - 0,018X39 - 0,44X40 + 0,292X41

*U*4 = 0,134X26 - 0,096X27 - 0,55X28 + 0,464X29 + 0,375X30 + 0,283X31 + 0,368X32 - 0,245X33 - 0,005X34 - 0,718X35 + 0,156X36 + 0,5X37 - 0,229X38 + 0,14X39 + 0,052X40 - 0,163X41

###### TABLA LXXIV

CARGAS DE LAS PRIMERAS CUATRO VARIABLES CANÓNICAS DE LENGUAJE

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Variables de lenguaje | Cargas de *U*1 | Cargas de *U*2 | Cargas de *U*3 | Cargas de *U*4 |
| X26 | 0,123 | -0,273 | -0,049 | 0,168 |
| X27 | -0,157 | -0,216 | 0,16 | 0,132 |
| X28 | 0,044 | -0,47 | -0,351 | 0,199 |
| X29 | 0,058 | -0,424 | -0,448 | 0,287 |
| X30 | -0,324 | 0,012 | 0,165 | 0,313 |
| X31 | -0,308 | -0,541 | -0,206 | 0,371 |
| X32 | -0,205 | -0,426 | 0,042 | 0,473 |
| X33 | -0,381 | -0,324 | -0,148 | -0,159 |
| X34 | -0,134 | -0,106 | -0,322 | -0,274 |
| X35 | -0,472 | -0,392 | -0,171 | -0,435 |
| X36 | -0,12 | 0,007 | 0,106 | 0,304 |
| X37 | -0,087 | -0,342 | -0,067 | 0,255 |
| X38 | -0,158 | -0,261 | 0,29 | -0,152 |
| X39 | -0,709 | -0,049 | -0,045 | 0,08 |
| X40 | -0,194 | 0,199 | -0,236 | 0,291 |
| X41 | 0,304 | -0,026 | 0,251 | 0,111 |

###### TABLA LXXV

COEFICIENTES DE LAS PRIMERAS CUATRO VARIABLES CANÓNICAS DE MATEMÁTICAS

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Variables de matemáticas | Coeficientes de *V*1 | Coeficientes de *V*2 | Coeficientes de *V*3 | Coeficientes de *V*4 |
| X6 | 0,161 | -0,276 | -0,095 | 0,338 |
| X7 | -0,39 | -0,196 | 0,08 | 0,154 |
| X8 | 0,125 | -0,23 | 0,427 | -0,02 |
| X9 | 0,351 | -0,426 | 0,021 | -0,082 |
| X10 | 0,041 | 0,209 | -0,017 | -0,324 |
| X11 | -0,19 | -0,018 | 0,403 | 0,217 |
| X12 | -0,103 | -0,562 | -0,464 | -0,452 |
| X13 | 0,092 | 0,616 | -0,354 | 0,263 |
| X14 | 0,221 | 0,061 | 0,146 | 0,444 |
| X15 | 0,149 | -0,357 | 0,217 | 0,035 |
| X16 | 0,059 | 0,241 | 0,16 | 0,535 |
| X17 | -0,006 | -0,428 | 0,357 | -0,512 |
| X18 | -0,413 | 0,433 | 0,143 | -0,54 |
| X19 | -0,556 | -0,301 | -0,138 | 0,301 |
| X20 | 0,23 | 0,084 | 0,03 | 0,35 |
| X21 | -0,047 | -0,015 | 0,02 | 0,058 |
| X22 | -0,516 | 0,422 | -0,266 | -0,162 |
| X23 | -0,328 | 0,02 | -0,148 | 0,089 |
| X24 | -0,023 | -0,114 | -0,448 | 0,025 |

*V*1 = 0,161X6 - 0,39X7 + 0,125X8 + 0,351X9 + 0,041X10 - 0,19X11 - 0,103X12 + 0,092X13 + 0,221X14 + 0,149X15 + 0,059X16 - 0,006X17 - 0,413X18 - 0,556X19 + 0,23X20 - 0,047X21 - 0,516X22 - 0,328X23  - 0,023X24

*V*2 = - 0,276X6 - 0,196X7 - 0,23X8 - 0,426X9 + 0,209X10 - 0,018X11 - 0,562X12 + 0,616X13 + 0,061X14 - 0,357X15 + 0,241X16 - 0,428X17 + 0,433X18 - 0,301X19 + 0,081X20 - 0,015X21 + 0,422X22 + 0,02X23  - 0,114X24

*V*3 = - 0,095X6 + 0,08X7 + 0,427X8 + 0,021X9 - 0,017X10 + 0,403X11 - 0,464X12 - 0,354X13 + 0,146X14 + 0,217X15 + 0,16X16 + 0,357X17 + 0,143X18 - 0,138X19 + 0,03X20 + 0,02X21 - 0,266X22 - 0,148X23  - 0,448X24

*V*4 = 0,338X6 + 0,154X7 - 0,02X8 - 0,082X9 - 0,324X10 + 0,217X11 - 0,452X12 + 0,263X13 + 0,444X14 + 0,035X15 + 0,535X16 - 0,512X17 - 0,54X18 + 0,301X19 + 0,35X20 + 0,058X21 - 0,162X22 + 0,089X23  + 0,025X24

###### TABLA LXXVI

CARGAS DE LAS PRIMERAS CUATRO VARIABLES CANÓNICAS DE MATEMÁTICAS

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Variables de matemáticas | Cargas de *V*1 | Cargas de *V*2 | Cargas de *V*3 | Cargas de *V*4 |
| X6 | -0,144 | -0,371 | -0,129 | 0,371 |
| X7 | -0,301 | -0,348 | 0,119 | 0,277 |
| X8 | -0,273 | -0,225 | 0,549 | -0,03 |
| X9 | 0,053 | -0,227 | -0,116 | -0,039 |
| X10 | -0,157 | 0,194 | 0,124 | -0,251 |
| X11 | -0,327 | 0,078 | 0,197 | 0 |
| X12 | -0,294 | -0,323 | -0,491 | -0,074 |
| X13 | -0,206 | 0,039 | -0,409 | 0,29 |
| X14 | 0,07 | -0,027 | 0,054 | 0,413 |
| X15 | -0,153 | -0,071 | 0,408 | 0,04 |
| X16 | -0,303 | 0,043 | 0,07 | 0,463 |
| X17 | -0,323 | -0400 | 0,172 | 0,073 |
| X18 | -0,594 | 0,156 | 0,227 | -0,127 |
| X19 | -0,655 | -0,202 | -0,007 | 0,252 |
| X20 | -0,409 | 0,117 | 0,296 | 0,244 |
| X21 | -0,305 | -0,116 | 0,024 | 0,282 |
| X22 | -0,468 | 0,205 | 0,177 | -0,006 |
| X23 | -0,315 | -0,109 | -0,28 | 0,113 |
| X24 | -0,164 | -0,143 | -0,202 | 0,04 |

A continuación se presenta el análisis de los primeros cuatro pares de variables canónicas, dicho análisis se realizará en base a las mayores cargas tanto para *U*k como para *V*k que se muestran en las Tablas LXXIV y LXXVI respectivamente.

*Primer par de variables canónicas*

Variables que aportan mayores pesos para la variable canónica *U*1

Géneros literarios de la prosa (Variable X39)

Hiatos (Variable X35)

Variables que aportan mayores pesos para la variable canónica *V*1

Ecuación de la circunferencia (Variable X18)

Teorema de Pitágoras y trigonometría (Variable X19)

Volumen (Variable X22)

Las anteriores variables de matemáticas como de lenguaje se correlacionan fuertemente en un valor de 0,578, bajo el primer par de variables canónicas.

*Segundo par de variables canónicas*

Variables que aportan mayores pesos para la variable canónica *U*2

Sujeto (Variable X28)

Corrección de errores (Variable X31)

Variables que aportan mayores pesos para la variable canónica *V*2

Sistemas de ecuaciones lineales (Variable X17)

Las variables de lenguaje para *U*2 como las de matemáticas para *V*2 están correlacionadas en un valor de 0,494, como lo indica la segunda correlación canónica.

*Tercer par de variables canónicas*

Variables que aportan mayores pesos para la variable canónica *U*3

Predicado (Variable X29)

Variables que aportan mayores pesos para la variable canónica *V*3

Regla de tres compuesta (Variable X8)

División (Variable X12)

La correlación entre el grupo de variables de lenguaje y matemáticas detalladas para el tercer par de variables canónicas es de 0,426.

*Cuarto par de variables canónicas*

Variables que aportan mayores pesos para la variable canónica *U*4

Homónimos con dos palabras (Variable X32)

Variables que aportan mayores pesos para la variable canónica *V*4

Ecuación de la recta (Variable X16)

Para el cuarto par de variables canónicas, el grupo de variables tanto de matemáticas como de lenguaje que se detallaron previamente estas correlacionadas en un valor de 0,416.

### Análisis de varianza

En esta sección se analizará que factores afectan la nota de matemáticas y lenguaje de los estudiantes de último año de bachillerato de colegios fiscales urbanos del cantón Guayaquil para lo cual se construye el modelo:

yijkl =  + i + j + k + ()ij + ()ik + ()jk + ()ijk + ijkl

Donde: ijkl N (0,2)

i=1,2,3

j=1,..,13

k=1,2

l=1,2,…,n

i representa el efecto del i-ésimo tratamiento del factor A: Jornada de estudio, el cual tiene tres niveles posibles.

1. : Matutina
2. : Vespertina

3 : Nocturna

j representa el efecto j-ésimo nivel del factor B: Especialización del estudiante, con los siguientes niveles:

1 : FIMA

2 : QUIBIO

3 : Sociales

4 : Contabilidad

5 : Informática

6 : Ciencias Básicas

7 : Administración

8 : Comercialización

9 : Agroindustria

10 : Construcción Civil

11 : Secretariados

12 : Técnico1

13 : Técnico2

k representa el efecto del k-ésimo nivel del factor C: Actividad extra educativa, con los siguientes tratamientos:

0 : No

1 : Si

Las hipótesis respectivas planteadas para cada modelo factorial son:















Modelo factorial para la nota de matemáticas

i=1,2,3

yijkl =  + i + j + k + ()ij + ()ik + ()jk + ()ijk + ijkl j=1,..,13

k=1,2

l=1,2,…,n

Donde: ijkl N (0,2)

TABLA LXXVII



De la tabla LXXVII se puede observar que el factor Especialización (B) y la combinación de los factores Jornada (A) y Especialización (B) tiene un valor p pequeño, por lo tanto se rechaza la hipótesis nula para el factor B y la combinación AB, es decir; estos afectan la calificación de matemáticas. Para los restantes factores y combinación de estos se acepta la hipótesis nula. A continuación se realiza el modelo de una sola vía para explicar la calificación de matemáticas en términos de la especialización y el modelo bifactorial para explicar la calificación de matemáticas en términos de la especialización, la jornada de estudio a la que pertenece el estudiante, y el efecto de la combinación de estos factores.

*Modelo de una sola vía*

yjl =  + j + jl j=1,2,..,13 Donde: jl N (0,2)

l=1,2,…,n



La hipótesis planteada establece que todas las especializaciones tienen el mismo efecto sobre la nota de matemáticas versus que al menos una especialización tiene un efecto diferente. En la tabla LXXVIII, se puede observar los resultados de la prueba estadística para el contraste de hipótesis, de donde se verifica que al menos una especialización tiene un efecto diferente, es decir; se rechaza la hipótesis nula en favor de la alterna, en este punto resulta interesante conocer que especialización o especializaciones son estas, para lo cual se utiliza el método de mínimas diferencias significativas (LSD).

TABLA LXXVIII



En la tabla LXXIX se presenta los resultados de la aplicación del método de mínimas diferencias significativas, el cual permite probar la hipótesis de que los efectos de la especialización i y la especialización j son iguales, esto es:



En la tabla LXXIX se muestran las mínimas diferencias significativa y los valores p para el contraste de hipótesis, de estos resultados se concluye que existen notables diferencias en las calificaciones promedio alcanzadas por los estudiantes principalmente de las especializaciones FIMA, Secretariados Técnico 1 y Técnico 2 con las restantes especializaciones.

TABLA LXXIX

MÍNIMAS DIFERENCIAS SIGNIFICATIVAS PARA LA NOTA DE MATEMÁTICAS SOMETIDA AL FACTOR ESPECIALIZACIÓN

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| ESPECIALIZACIÓN (I) | ESPECIALIZACIÓN (J) | Diferencias de medias (I-J) | Valor p |
| 1: FIMA | 2: QUIBIO | 15.52\* | 0.000 |
|  | 3: Sociales | 15.062\* | 0.000 |
|  | 4: Contabilidad | 12.324\* | 0.000 |
|  | 5: Informática | 13.339\* | 0.000 |
|  | 6: Ciencias básicas | 2.69 | 0.613 |
|  | 7: Administración | 5.36 | 0.314 |
|  | 8: Comercialización | 6.022\* | 0.032 |
|  | 9: Agroindustria | 0.02 | 0.997 |
|  | 10: Construcción Civil | 7.02 | 0.276 |
|  | 11: Secretariados | 10.285\* | 0.000 |
|  | 12: Técnico 1 | -1.18 | 0.558 |
|  | 13 : Técnico 2 | 18.022\* | 0.005 |
| 2: QUIBIO | 1: FIMA | -15.52\* | 0.000 |
|  | 3: Sociales | -0.46 | 0.845 |
|  | 4: Contabilidad | -3.20 | 0.061 |
|  | 5: Informática | -2.18 | 0.217 |
|  | 6: Ciencias básicas | -12.833\* | 0.017 |
|  | 7: Administración | -10.17 | 0.059 |
|  | 8: Comercialización | -9.5\* | 0.001 |
|  | 9: Agroindustria | -15.5\* | 0.017 |
|  | 10: Construcción Civil | -8.50 | 0.191 |
|  | 11: Secretariados | -5.236\* | 0.041 |
|  | 12: Técnico 1 | -16.7\* | 0.000 |
|  | 13 : Técnico 2 | 2.50 | 0.700 |
| 3: Sociales | 1: FIMA | -15.06\* | 0.000 |
|  | 2: QUIBIO | 0.46 | 0.845 |
|  | 4: Contabilidad | -2.73 | 0.158 |
|  | 5: Informática | -1.72 | 0.387 |
|  | 6: Ciencias básicas | -12.37\* | 0.024 |
|  | 7: Administración | -9.71 | 0.075 |
|  | 8: Comercialización | -9.04\* | 0.003 |
|  | 9: Agroindustria | -15.04 | 0.022 |
|  | 10: Construcción Civil | -8.04 | 0.220 |
|  | 11: Secretariados | -4.78 | 0.079 |
|  | 12: Técnico 1 | -16.24\* | 0.000 |
|  | 13 : Técnico 2 | 2.96 | 0.652 |

\* Las diferencias de las medias son significativas *(Continúa...)*

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| ESPECIALIZACIÓN (I) | ESPECIALIZACIÓN (J) | Diferencias de medias (I-J) | Valor p |
| 4: Contabilidad | 1: FIMA | -12.32\* | 0.000 |
|  | 2: QUIBIO | 3.20 | 0.061 |
|  | 3: Sociales | 2.74 | 0.158 |
|  | 5: Informática | 1.01 | 0.384 |
|  | 6: Ciencias básicas | -9.63\* | 0.065 |
|  | 7: Administración | -6.97 | 0.181 |
|  | 8: Comercialización | -6.3\* | 0.015 |
|  | 9: Agroindustria | -12.30 | 0.053 |
|  | 10: Construcción Civil | -5.30 | 0.404 |
|  | 11: Secretariados | -2.04 | 0.350 |
|  | 12: Técnico 1 | -13.50\* | 0.000 |
|  | 13 : Técnico 2 | 5.70 | 0.370 |
| 5: Informática | 1: FIMA | -13.34\* | 0.000 |
|  | 2: QUIBIO | 2.18 | 0.217 |
|  | 3: Sociales | 1.72 | 0.387 |
|  | 4: Contabilidad | -1.01 | 0.384 |
|  | 6: Ciencias básicas | -10.65\* | 0.042 |
|  | 7: Administración | -7.98 | 0.127 |
|  | 8: Comercialización | -7.32\* | 0.006 |
|  | 9: Agroindustria | -13.32\* | 0.037 |
|  | 10: Construcción Civil | -6.32 | 0.322 |
|  | 11: Secretariados | -3.05 | 0.171 |
|  | 12: Técnico 1 | -14.52\* | 0.000 |
|  | 13 : Técnico 2 | 4.68 | 0.462 |
| 6: Ciencias básicas | 1: FIMA | -2.69 | 0.613 |
|  | 2: QUIBIO | 12.833\* | 0.017 |
|  | 3: Sociales | 12.3733\* | 0.024 |
|  | 4: Contabilidad | 9.64 | 0.065 |
|  | 5: Informática | 10.650\* | 0.042 |
|  | 7: Administración | 2.67 | 0.714 |
|  | 8: Comercialización | 3.33 | 0.560 |
|  | 9: Agroindustria | -2.67 | 0.743 |
|  | 10: Construcción Civil | 4.33 | 0.595 |
|  | 11: Secretariados | 7.60 | 0.171 |
|  | 12: Técnico 1 | -3.87 | 0.471 |
|  | 13 : Técnico 2 | 15.33 | 0.060 |

\* Las diferencias de las medias son significativas *(Continúa...)*

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| ESPECIALIZACIÓN (I) | ESPECIALIZACIÓN (J) | Diferencias de medias (I-J) | Valor p |
| 7: Administración | 1: FIMA | -5.36 | 0.314 |
|  | 2: QUIBIO | 10.17 | 0.059 |
|  | 3: Sociales | 9.71 | 0.075 |
|  | 4: Contabilidad | 6.97 | 0.181 |
|  | 5: Informática | 7.98 | 0.127 |
|  | 6: Ciencias básicas | -2.67 | 0.714 |
|  | 8: Comercialización | 0.67 | 0.907 |
|  | 9: Agroindustria | -5.33 | 0.513 |
|  | 10: Construcción Civil | 1.67 | 0.838 |
|  | 11: Secretariados | 4.93 | 0.374 |
|  | 12: Técnico 1 | -6.53 | 0.224 |
|  | 13 : Técnico 2 | 12.67 | 0.120 |
| 8: Comercialización | 1: FIMA | -6.02\* | 0.032 |
|  | 2: QUIBIO | 9.5\* | 0.001 |
|  | 3: Sociales | 9.04\* | 0.003 |
|  | 4: Contabilidad | 6.302\* | 0.015 |
|  | 5: Informática | 7.32\* | 0.006 |
|  | 6: Ciencias básicas | -3.33 | 0.560 |
|  | 7: Administración | -0.67 | 0.907 |
|  | 9: Agroindustria | -6.00 | 0.376 |
|  | 10: Construcción Civil | 1.00 | 0.883 |
|  | 11: Secretariados | 4.26 | 0.185 |
|  | 12: Técnico 1 | -7.2\* | 0.013 |
|  | 13 : Técnico 2 | 12.00 | 0.077 |
| 9: Agroindustria | 1: FIMA | -0.02 | 0.997 |
|  | 2: QUIBIO | 15.5\* | 0.017 |
|  | 3: Sociales | 15.04\* | 0.022 |
|  | 4: Contabilidad | 12.30 | 0.053 |
|  | 5: Informática | 13.312\* | 0.037 |
|  | 6: Ciencias básicas | 2.67 | 0.743 |
|  | 7: Administración | 5.33 | 0.513 |
|  | 8: Comercialización | 6.00 | 0.376 |
|  | 10: Construcción Civil | 7.00 | 0.433 |
|  | 11: Secretariados | 10.26 | 0.122 |
|  | 12: Técnico 1 | -1.20 | 0.853 |
|  | 13 : Técnico 2 | 18\* | 0.044 |

\* Las diferencias de las medias son significativas *(Continúa...)*

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| ESPECIALIZACIÓN (I) | ESPECIALIZACIÓN (J) | Diferencias de medias (I-J) | Valor p |
| 10: Construcción Civil | 1: FIMA | -7.02 | 0.276 |
|  | 2: QUIBIO | 8.50 | 0.191 |
|  | 3: Sociales | 8.04 | 0.220 |
|  | 4: Contabilidad | 5.30 | 0.404 |
|  | 5: Informática | 6.32 | 0.322 |
|  | 6: Ciencias básicas | -4.33 | 0.595 |
|  | 7: Administración | -1.67 | 0.838 |
|  | 8: Comercialización | -1.00 | 0.883 |
|  | 9: Agroindustria | -7.00 | 0.433 |
|  | 11: Secretariados | 3.26 | 0.623 |
|  | 12: Técnico 1 | -8.20 | 0.206 |
|  | 13 : Técnico 2 | 11.00 | 0.218 |
| 11: Secretariados | 1: FIMA | -10.29\* | 0.000 |
|  | 2: QUIBIO | 5.24\* | 0.041 |
|  | 3: Sociales | 4.78 | 0.079 |
|  | 4: Contabilidad | 2.04 | 0.350 |
|  | 5: Informática | 3.05 | 0.171 |
|  | 6: Ciencias básicas | -7.60 | 0.171 |
|  | 7: Administración | -4.93 | 0.374 |
|  | 8: Comercialización | -4.26 | 0.185 |
|  | 9: Agroindustria | -10.26 | 0.122 |
|  | 10: Construcción Civil | -3.26 | 0.623 |
|  | 12: Técnico 1 | -11.46\* | 0.000 |
|  | 13 : Técnico 2 | 7.74 | 0.244 |
| 12: Técnico 1 | 1: FIMA | 1.18 | 0.558 |
|  | 2: QUIBIO | 16.7\* | 0.000 |
|  | 3: Sociales | 16.24\* | 0.000 |
|  | 4: Contabilidad | 13.502\* | 0.000 |
|  | 5: Informática | 14.52\* | 0.000 |
|  | 6: Ciencias básicas | 3.87 | 0.471 |
|  | 7: Administración | 6.53 | 0.224 |
|  | 8: Comercialización | 7.2\* | 0.013 |
|  | 9: Agroindustria | 1.20 | 0.853 |
|  | 10: Construcción Civil | 8.20 | 0.206 |
|  | 11: Secretariados | 11.463\* | 0.000 |
|  | 13 : Técnico 2 | 19.2\* | 0.003 |

\* Las diferencias de las medias son significativas *(Continúa...)*

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| ESPECIALIZACIÓN (I) | ESPECIALIZACIÓN (J) | Diferencias de medias (I-J) | Valor p |
| 13 : Técnico 2 | 1: FIMA | -18.02\* | 0.005 |
|  | 2: QUIBIO | -2.50 | 0.700 |
|  | 3: Sociales | -2.96 | 0.652 |
|  | 4: Contabilidad | -5.70 | 0.370 |
|  | 5: Informática | -4.68 | 0.462 |
|  | 6: Ciencias básicas | -15.33 | 0.060 |
|  | 7: Administración | -12.67 | 0.120 |
|  | 8: Comercialización | -12.00 | 0.077 |
|  | 9: Agroindustria | -18\* | 0.044 |
|  | 10: Construcción Civil | -11.00 | 0.218 |
|  | 11: Secretariados | -7.74 | 0.244 |
|  | 12: Técnico 1 | -19.2\* | 0.003 |

\* Las diferencias de las medias son significativas

*Modelo bifactorial*

Debido a que el efecto combinado de la Jornada de estudio y la especialización afectan a la nota de matemáticas, se propone el siguiente modelo bifactorial y sus respectivos contrastes de hipótesis:

i= 1,2,3

yijl =  + i + j + ()ij + ijl j=1,..,13

=1,2,…,n

Donde: ijl N (0,2)







De la tabla LXXX se verifica que el factor Especialización (B) y la combinación de los factores Jornada (A) y Especialización (B) tiene un valor p pequeño, por lo tanto se rechaza la hipótesis nula para este factor, es decir; el factor B y la combinación AB, afectan la calificación de matemáticas.

TABLA LXXX



Modelo factorial para la nota de lenguaje

i=1,2,3

yijkl =  + i + j + k + ()ij + ()ik + ()jk + ()ijk + ijkl j=1,..,13

k=1,2

l=1,2,…,n

Donde: ijkl N (0,2)

TABLA LXXXI



De la tabla LXXXI se puede concluir que el único factor que tiene un valor p pequeño es Especialización (B), por lo tanto se rechaza la hipótesis nula para este factor, es decir, el efecto sobre la calificación de lenguaje del estudiante de al menos una especialización es diferente de cero. Para los restantes factores se acepta la hipótesis nula, es decir que el hecho de que el estudiante realice alguna actividad extra educativa o pertenezca a alguna jornada de estudio en particular no influye en su rendimiento en lo referente al área de lenguaje.

*Modelo de una sola vía*

yjl =  + j + jl j=1,2,..,13 Donde: jl N (0,2)

l=1,2,…,n



La hipótesis planteada establece que todas las especializaciones tienen el mismo efecto sobre la nota de lenguaje versus que al menos una especialización tiene un efecto diferente. En la tabla LXXXII, se puede observar los resultados de la prueba estadística para el contraste de hipótesis, de donde se verifica que al menos una especialización tiene un efecto diferente, es decir; se rechaza la hipótesis nula en favor de la alterna.

TABLA LXXXII



En la tabla LXXXIII se presenta los resultados de la aplicación del método de mínimas diferencias significativas, el cual permite probar la hipótesis de que los efectos de la especialización i y la especialización j son iguales, esto es:



En la tabla LXXXIII se muestran las mínimas diferencias significativa y los valores p para el contraste de hipótesis, de estos resultados se concluye que existen notables diferencias en las calificaciones promedio alcanzadas por los estudiantes principalmente de las especializaciones FIMA con Contabilidad, informática y Técnico 2, así también QUIBIO con Secretariados y Técnico 1, Sociales con Informática y Técnico 2, Contabilidad con Secretariados y Técnico 2, Informática con Secretariados, Técnico 1 y Técnico2, Ciencias básicas con Técnico 2, Administración con Secretariados, Comercialización con Técnico 2, Agroindustria con Técnico 2, Construcción civil con Técnico 2, Secretariados con Técnico 2.

TABLA LXXXIII

MÍNIMAS DIFERENCIAS SIGNIFICATIVAS PARA LA NOTA DE LENGUAJE SOMETIDA AL FACTOR ESPECIALIZACIÓN

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| ESPECIALIZACIÓN (I) | ESPECIALIZACIÓN (J) | Diferencias de medias (I-J) | Valor p |
| 1: FIMA | 2: QUIBIO | 5.62 | 0.126 |
|  | 3: Sociales | 1.40 | 0.729 |
|  | 4: Contabilidad | 7.67\* | 0.007 |
|  | 5: Informática | 9.44\* | 0.001 |
|  | 6: Ciencias básicas | 2.93 | 0.761 |
|  | 7: Administración | 17.14 | 0.076 |
|  | 8: Comercialización | 4.81 | 0.345 |
|  | 9: Agroindustria | 1.99 | 0.865 |
|  | 10: Construcción Civil | 1.99 | 0.865 |
|  | 11: Secretariados | -5.56 | 0.210 |
|  | 12: Técnico 1 | -1.44 | 0.693 |
|  | 13 : Técnico 2 | 34..80\* | 0.003 |
| 2: QUIBIO | 1: FIMA | -5.62 | 0.126 |
|  | 3: Sociales | -4.23 | 0.321 |
|  | 4: Contabilidad | 1.94 | 0.530 |
|  | 5: Informática | 3.82 | 0.234 |
|  | 6: Ciencias básicas | -2.70 | 0.782 |
|  | 7: Administración | 11.51 | 0.238 |
|  | 8: Comercialización | -0.81 | 0.878 |
|  | 9: Agroindustria | -3.63 | 0.757 |
|  | 10: Construcción Civil | -3.63 | 0.757 |
|  | 11: Secretariados | -11.18\* | 0.016 |
|  | 12: Técnico 1 | -7.06\* | 0.070 |
|  | 13 : Técnico 2 | 29.18 | 0.013 |
| 3: Sociales | 1: FIMA | -1.40 | 0.729 |
|  | 2: QUIBIO | 4.23 | 0.321 |
|  | 4: Contabilidad | 6.17 | 0.080 |
|  | 5: Informática | 8.06\* | 0.026 |
|  | 6: Ciencias básicas | 1.53 | 0.877 |
|  | 7: Administración | 15.74 | 0.112 |
|  | 8: Comercialización | 3.41 | 0.537 |
|  | 9: Agroindustria | 0.59 | 0.960 |
|  | 10: Construcción Civil | 0.59 | 0.960 |
|  | 11: Secretariados | -6.95 | 0.158 |
|  | 12: Técnico 1 | -2.84 | 0.503 |
|  | 13 : Técnico 2 | 33.41\* | 0.005 |

\* Las diferencias de las medias son significativas *(Continúa...)*

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| ESPECIALIZACIÓN (I) | ESPECIALIZACIÓN (J) | Diferencias de medias (I-J) | Valor p |
| 4: Contabilidad | 1: FIMA | -7.57\* | 0.007 |
|  | 2: QUIBIO | -1.94 | 0.530 |
|  | 3: Sociales | -6.17 | 0.080 |
|  | 5: Informática | 1.88 | 0.375 |
|  | 6: Ciencias básicas | -4.64 | 0.623 |
|  | 7: Administración | 9.57 | 0.311 |
|  | 8: Comercialización | -2.76 | 0.557 |
|  | 9: Agroindustria | -5.58 | 0.628 |
|  | 10: Construcción Civil | -5.58 | 0.628 |
|  | 11: Secretariados | -13.12\* | 0.001 |
|  | 12: Técnico 1 | -9.00\* | 0.003 |
|  | 13 : Técnico 2 | 27.24\* | 0.018 |
| 5: Informática | 1: FIMA | -9.44\* | 0.001 |
|  | 2: QUIBIO | -3.82 | 0.234 |
|  | 3: Sociales | -8.05\* | 0.026 |
|  | 4: Contabilidad | -1.88 | 0.375 |
|  | 6: Ciencias básicas | -6.52 | 0.492 |
|  | 7: Administración | 7.69 | 0.417 |
|  | 8: Comercialización | -4.63 | 0.331 |
|  | 9: Agroindustria | -7.45 | 0.519 |
|  | 10: Construcción Civil | -7.45 | 0.519 |
|  | 11: Secretariados | -15.00\* | 0.000 |
|  | 12: Técnico 1 | -10.88\* | 0.001 |
|  | 13 : Técnico 2 | 25.36\* | 0.029 |
| 6: Ciencias básicas | 1: FIMA | -2.93 | 0.761 |
|  | 2: QUIBIO | 2.70 | 0.782 |
|  | 3: Sociales | -1.53 | 0.877 |
|  | 4: Contabilidad | 4.64 | 0.623 |
|  | 5: Informática | 6.52 | 0.492 |
|  | 7: Administración | 14.21 | 0.282 |
|  | 8: Comercialización | 1.88 | 0.856 |
|  | 9: Agroindustria | -0.94 | 0.949 |
|  | 10: Construcción Civil | -0.94 | 0.949 |
|  | 11: Secretariados | -8.48 | 0.399 |
|  | 12: Técnico 1 | -4.37 | 0.654 |
|  | 13 : Técnico 2 | 31.88\* | 0.031 |

\* Las diferencias de las medias son significativas *(Continúa...)*

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| ESPECIALIZACIÓN (I) | ESPECIALIZACIÓN (J) | Diferencias de medias (I-J) | Valor p |
| 7: Administración | 1: FIMA | -17.14 | 0.076 |
|  | 2: QUIBIO | -11.51 | 0.238 |
|  | 3: Sociales | -15.74 | 0.112 |
|  | 4: Contabilidad | -9.57 | 0.311 |
|  | 5: Informática | -7.69 | 0.417 |
|  | 6: Ciencias básicas | -14.21 | 0.282 |
|  | 8: Comercialización | -12.32 | 0.234 |
|  | 9: Agroindustria | -15.15 | 0.305 |
|  | 10: Construcción Civil | -15.15 | 0.305 |
|  | 11: Secretariados | -22.69\* | 0.024 |
|  | 12: Técnico 1 | -18.57 | 0.057 |
|  | 13 : Técnico 2 | 17.67 | 0.232 |
| 8: Comercialización | 1: FIMA | -4.81 | 0.345 |
|  | 2: QUIBIO | 0.81 | 0.878 |
|  | 3: Sociales | -3.41 | 0.537 |
|  | 4: Contabilidad | 2.76 | 0.557 |
|  | 5: Informática | 4.63 | 0.331 |
|  | 6: Ciencias básicas | -1.88 | 0.856 |
|  | 7: Administración | 12.32 | 0.234 |
|  | 9: Agroindustria | -2.82 | 0.818 |
|  | 10: Construcción Civil | -2.82 | 0.818 |
|  | 11: Secretariados | -10.37 | 0.075 |
|  | 12: Técnico 1 | -6.25 | 0.234 |
|  | 13 : Técnico 2 | 29.99\* | 0.015 |
| 9: Agroindustria | 1: FIMA | -1.99 | 0.865 |
|  | 2: QUIBIO | 3.63 | 0.757 |
|  | 3: Sociales | -0.59 | 0.960 |
|  | 4: Contabilidad | 5.58 | 0.628 |
|  | 5: Informática | 7.45 | 0.519 |
|  | 6: Ciencias básicas | 0.94 | 0.949 |
|  | 7: Administración | 15.15 | 0.305 |
|  | 8: Comercialización | 2.82 | 0.818 |
|  | 10: Construcción Civil | 0.00 | 1.000 |
|  | 11: Secretariados | -7.55 | 0.530 |
|  | 12: Técnico 1 | -3.43 | 0.771 |
|  | 13 : Técnico 2 | 32.81\* | 0.043 |

\* Las diferencias de las medias son significativas *(Continúa...)*

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| ESPECIALIZACIÓN (I) | ESPECIALIZACIÓN (J) | Diferencias de medias (I-J) | Valor p |
| 10: Construcción Civil | 1: FIMA | -1.99 | 0.865 |
|  | 2: QUIBIO | 3.63 | 0.757 |
|  | 3: Sociales | -0.59 | 0.960 |
|  | 4: Contabilidad | 5.58 | 0.628 |
|  | 5: Informática | 7.45 | 0.519 |
|  | 6: Ciencias básicas | 0.94 | 0.949 |
|  | 7: Administración | 15.15 | 0.305 |
|  | 8: Comercialización | 2.82 | 0.818 |
|  | 9: Agroindustria | 0.00 | 1.000 |
|  | 11: Secretariados | -7.55 | 0.530 |
|  | 12: Técnico 1 | -3.43 | 0.771 |
|  | 13 : Técnico 2 | 32.81\* | 0.043 |
| 11: Secretariados | 1: FIMA | 5.56 | 0.210 |
|  | 2: QUIBIO | 11.18\* | 0.016 |
|  | 3: Sociales | 6.95 | 0.158 |
|  | 4: Contabilidad | 13.12\* | 0.001 |
|  | 5: Informática | 14.99\* | 0.000 |
|  | 6: Ciencias básicas | 8.48 | 0.399 |
|  | 7: Administración | 22.69\* | 0.024 |
|  | 8: Comercialización | 10.37 | 0.075 |
|  | 9: Agroindustria | 7.55 | 0.530 |
|  | 10: Construcción Civil | 7.55 | 0.530 |
|  | 12: Técnico 1 | 4.12 | 0.372 |
|  | 13 : Técnico 2 | 40.36\* | 0.001 |
| 12: Técnico 1 | 1: FIMA | 1.44 | 0.693 |
|  | 2: QUIBIO | 7.06 | 0.070 |
|  | 3: Sociales | 2.84 | 0.503 |
|  | 4: Contabilidad | 9.00\* | 0.003 |
|  | 5: Informática | 10.88\* | 0.001 |
|  | 6: Ciencias básicas | 4.37 | 0.654 |
|  | 7: Administración | 18.57 | 0.057 |
|  | 8: Comercialización | 6.25 | 0.234 |
|  | 9: Agroindustria | 3.43 | 0.771 |
|  | 10: Construcción Civil | 3.43 | 0.771 |
|  | 11: Secretariados | -4.12 | 0.372 |
|  | 13 : Técnico 2 | 36.24\* | 0.002 |

\* Las diferencias de las medias son significativas *(Continúa...)*

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| ESPECIALIZACIÓN (I) | ESPECIALIZACIÓN (J) | Diferencias de medias (I-J) | Valor p |
| 13 : Técnico 2 | 1: FIMA | -34.80\* | 0.003 |
|  | 2: QUIBIO | -29.18\* | 0.013 |
|  | 3: Sociales | -33.41\* | 0.005 |
|  | 4: Contabilidad | -27.24\* | 0.018 |
|  | 5: Informática | -25.36\* | 0.029 |
|  | 6: Ciencias básicas | -31.88\* | 0.031 |
|  | 7: Administración | -17.67 | 0.232 |
|  | 8: Comercialización | -29.99\* | 0.015 |
|  | 9: Agroindustria | -32.81\* | 0.043 |
|  | 10: Construcción Civil | -32.81\* | 0.043 |
|  | 11: Secretariados | -40.36\* | 0.001 |
|  | 12: Técnico 1 | -36.24\* | 0.002 |

\* Las diferencias de las medias son significativas