ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL

INSTITUTO DE CIENCIAS FÍSICAS

II TÉRMINO 2004-2005

Examen de mejoramiento de Física II

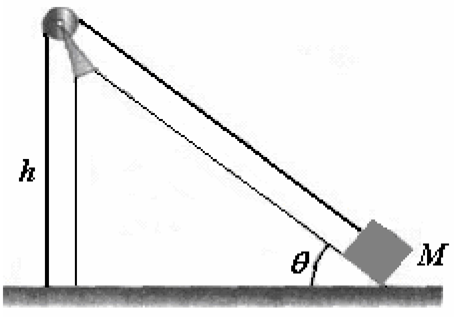
Febrero 23 del 2005

Nombre: ____ Paralelo: _____

PROBLEMA 1 (25 puntos)

Nota: las respuestas a este problema deben quedar en función de los parámetros dados en negrillas.

Para el arreglo que se muestra en el diagrama, el plano está inclinado un ángulo **θ** y es sin fricción, la masa **M** descansa en el pie del plano, y la cuerda tiene una masa ***m*** que es pequeña comparada con M. Cuando el sistema está en equilibrio, la parte vertical de la cuerda con longitud ***h*** *se* fija de modo que la tensión permanece constante. Si se producen ondas estacionarias en la cuerda vertical, encuentre

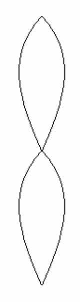


a) la velocidad de onda en la parte vertical de la cuerda (8 puntos)

$$\Sigma \vec{F} = 0 \Rightarrow T = Mg\,sen\theta \qquad \mu = \frac{m}{l} = \frac{m}{h + h/sen\theta}$$

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \sqrt{\frac{Mg\,sen\theta}{\frac{m}{h(1+1/sen\theta)}}} \quad \Rightarrow \quad \boxed{v = \sqrt{\frac{Mgh(sen\theta+1)}{m}}}$$

b) el periodo de la onda estacionaria que tenga tres nodos (6 puntos)

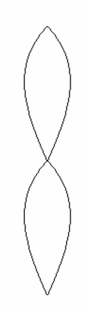


$$f = \frac{n}{2L}v = \frac{1}{T} \quad \Rightarrow \quad \boxed{T = \sqrt{\frac{mh}{Mg(sen\theta+1)}}}$$

(n = 2)

c) la longitud de onda de la onda estacionaria con tres nodos (6 puntos)

$$\boxed{\lambda = h}$$



d) la frecuencia de las pulsaciones resultantes de la interferencia de la onda sonora de menor frecuencia generada por la cuerda con otro sonido que tenga una frecuencia incrementada en un 2% (5 puntos)

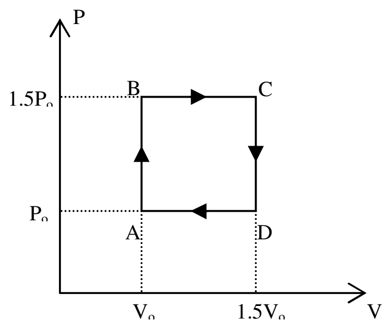
$$f_1 = \frac{1}{2h}\sqrt{\frac{Mgh(sen\theta + 1)}{m}} \qquad f_2 = 1.02 f_1 = \frac{1.02}{2h}\sqrt{\frac{Mgh(sen\theta + 1)}{m}}$$

$$f' = f_2 - f_1 \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{f' = \frac{0.02}{2h}\sqrt{\frac{Mgh(sen\theta + 1)}{m}}}$$

PROBLEMA 2 (25 puntos)

Nota: las respuestas a este problema deben quedar en función de los parámetros dados en negrillas.

Un mol de un gas ideal monoatómico está a una presión inicial $\boldsymbol{P_o}$ y un volumen inicial $\boldsymbol{V_o}$. El gas se lleva por el ciclo descrito en el diagrama *PV*. ($C_v = 1.5R$, $C_p = 2.5R$). Encuentre



a) las temperaturas en los puntos A, B, C y D (4 puntos)

$$T = \frac{PV}{nR} \qquad \boxed{T_A = \frac{P_o V_o}{R}}$$

$$\boxed{T_B = T_D = \frac{3 P_o V_o}{2R}} \qquad \boxed{T_C = \frac{9 P_o V_o}{4R}}$$

b) el calor **absorbido** durante el ciclo (3 puntos)

$$Q = Q_{AB} + Q_{BC} = nC_v\Delta T + nC_p\Delta T = (1)(1.5R)\left(\frac{P_oV_o}{2R}\right) + (1)(2.5R)\left(\frac{3P_oV_o}{4R}\right)$$

$$\boxed{Q = \frac{21}{8}P_oV_o}$$

c) el calor **liberado** durante el ciclo (3 puntos)

$$Q = Q_{CD} + Q_{DA} = nC_v\Delta T + nC_p\Delta T = (1)(1.5R)\left(-\frac{3P_oV_o}{4R}\right) + (1)(2.5R)\left(-\frac{P_oV_o}{2R}\right)$$

$$\boxed{Q = -\frac{19}{8}P_oV_o}$$

d) el trabajo **realizado** por el gas durante el ciclo (3 puntos)

$$W = P\Delta V = 1.5P_o(1.5V_o - V_o)$$

$$\boxed{W = \frac{3}{4}P_oV_o}$$

e) la eficiencia del ciclo (3 puntos)

$$e = 1 - \frac{Q_{sale}}{Q_{entra}} = 1 - \frac{\frac{19}{8}P_oV_o}{\frac{21}{8}P_oV_o}$$

$$\boxed{e = \frac{2}{21} = 0.0952 = 9.52\%}$$

f) la eficiencia de una máquina de Carnot que trabaja entre las temperaturas mínima y máxima del ciclo dado (3 puntos)

$$e_c = 1 - \frac{T_{mínima}}{T_{máxima}} = 1 - \frac{\frac{P_o V_o}{R}}{\frac{9 P_o V_o}{4R}}$$

$$\boxed{e_c = \frac{5}{9} = 0.556 = 55.6\%}$$

g) el coeficiente de rendimiento de un refrigerador de Carnot que funciona entre las temperaturas mínima y máxima del ciclo dado (3 puntos)

$$CR = \frac{T_{mínima}}{T_{máxima} - T_{mínima}} = \frac{\frac{P_o V_o}{R}}{\frac{9 P_o V_o}{4R} - \frac{P_o V_o}{R}}$$

$$\boxed{CR = \frac{4}{5} = 0.8}$$

h) el cambio de entropía durante el proceso AB (3 puntos)

$$\Delta S = \int_A^B \frac{dQ}{T} = n C_v \ln\left(\frac{T_B}{T_A}\right) = (1)(1.5R) \ln\left(\frac{\frac{3 P_o V_o}{2R}}{\frac{P_o V_o}{R}}\right)$$

$$\boxed{\Delta S = 0.608R}$$

PROBLEMA 3 (25 puntos)

Nota: las respuestas a este problema deben quedar en función de los parámetros dados en negrillas.

Una esfera aislante cargada uniformemente de radio **R** tiene una carga positiva total **Q**.

a) Con la ley de Gauss encuentre la magnitud del campo eléctrico en un punto fuera de la esfera, esto es, en $r > R$ (5 puntos)

$$\oint \vec{E}\cdot \vec{dS} = \frac{q_n}{\varepsilon_o} \quad \Rightarrow \quad \oint EdS = \frac{Q}{\varepsilon_o} \quad \Rightarrow \quad E\oint dS = \frac{Q}{\varepsilon_o}$$

$$E4\pi r^2 = \frac{Q}{\varepsilon_o} \quad \Rightarrow \quad \boxed{E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_o r^2}}$$

b) Utilice la ley de Gauss para determinar la magnitud del campo eléctrico en un punto dentro de la esfera, es decir, en $r < R$ (5 puntos)

$$\oint \vec{E}\cdot \vec{dS} = \frac{q_n}{\varepsilon_o} \quad \Rightarrow \quad \oint \mathrm{EdS} = \frac{\frac{\mathrm{r}^3}{\mathrm{R}^3}\mathrm{Q}}{\varepsilon_\mathrm{o}} \Rightarrow \quad E\oint dS = \frac{r^3 Q}{\varepsilon_o R^3}$$

$$E4\pi r^2 = \frac{r^3 Q}{\varepsilon_o R^3} \quad \Rightarrow \quad \boxed{E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_o R^3} r}$$

c) Use el resultado del inciso a) y encuentre una expresión para el potencial eléctrico en un punto fuera de la esfera, considerando el potencial como cero en $r = \infty$ (4 puntos)

$$V_P = -\int_\infty^P \vec{E}\cdot \vec{dl} = \int_r^\infty \frac{Q}{4\pi\varepsilon_o r^2} dr = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_o}\left[-\frac{1}{r}\right]_r^\infty$$

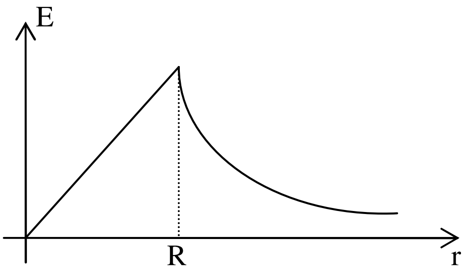
$$\boxed{V_P = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_o r}}$$

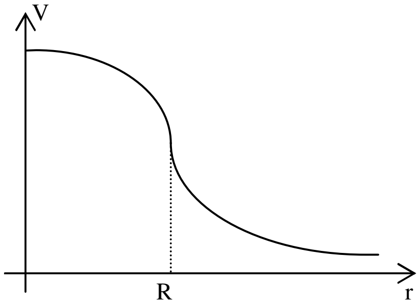
d) Utilice los resultados de b) y c) para encontrar el potencial eléctrico en un punto dentro de la esfera (4 puntos)

$$V_P = -\int_{\infty}^{P} \vec{E}\cdot \vec{dl} = -\int_{\infty}^{R} \vec{E}\cdot \vec{dl} - \int_{R}^{P} \vec{E}\cdot \vec{dl} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_o R} + \int_{r}^{R} \frac{Q}{4\pi\varepsilon_o R^3}\, rdr = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_o R} + \frac{Q}{8\pi\varepsilon_o R^3}\left[r^2\right]_r^R$$

$$\boxed{V_P = \frac{3Q}{8\pi\varepsilon_o R} - \frac{Q}{8\pi\varepsilon_o R^3} r^2}$$

e) Dibuje gráficas del campo eléctrico contra r y el potencial eléctrico contra r. (5 puntos)





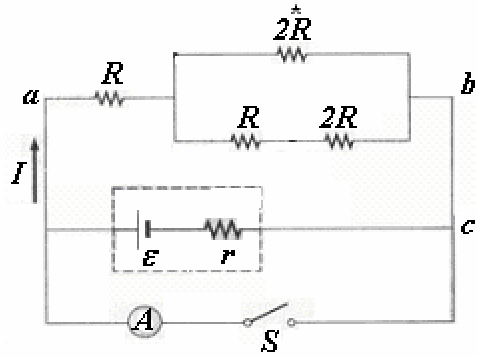
f) Si una carga puntual negativa ***–q*** que tiene una masa ***m*** se localiza en un punto exterior, ¿cuál es la fuerza eléctrica sobre la carga? (2 puntos)

$$\boxed{F = qE = \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_o r^2}}$$ (dirigida hacia la esfera)

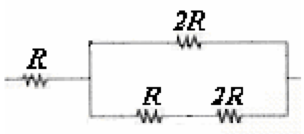
PROBLEMA 4 (25 puntos)

Nota: las respuestas a este problema deben quedar en función de los parámetros dados en negrillas.

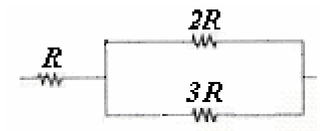
En el circuito que se muestra se conocen los valores de **I** y **R**, en tanto que la fem y la resistencia interna de la batería se desconocen. Cuando el interruptor S se cierra, el amperímetro registra 20I. Cuando se abre el interruptor, encuentre



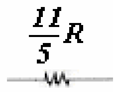
a) la resistencia externa total (4 puntos)



$\Rightarrow$



$\Rightarrow$



$$\boxed{R_{ext} = \frac{11}{5}R}$$

b) la diferencia de potencial entre *a* y *b* (2 puntos)

$$V_{ab} = R_{ext}I \quad \Rightarrow \quad \boxed{V_{ab} = \frac{11}{5}RI}$$

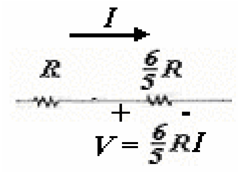
c) la fem de la batería (3 puntos)

$$\begin{cases} \varepsilon - \dfrac{11}{5}RI - rI = 0 \\ \varepsilon - 20rI = 0 \end{cases} \Rightarrow \quad \boxed{\varepsilon = \frac{44}{19}RI}$$

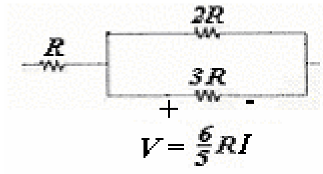
d) la resistencia interna r de la batería (2 puntos)

$$\varepsilon - 20rI = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{r = \frac{11}{95}R}$$

e) la corriente en el resistor marcado con * (4 puntos)



$\Rightarrow$



$$I^* = \frac{\frac{6}{5}RI}{2R} \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{I^* = \frac{3}{5}I}$$

f) la potencia disipada por el resistor marcado con * (2 puntos)

$$P^* = (I^*)^2(R^*) = \left(\frac{3}{5}I\right)^2(2R) \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{P^* = \frac{18}{25}I^2R}$$

g) En el circuito original, suponga que se inserta un capacitor descargado **C** entre *b y c*. ¿Cuánto tarda el capacitor en adquirir una carga *q* = CIR? (8 puntos)

$$q = C\varepsilon(1 - e^{-t/\tau}) \qquad \tau = R_T C = \left(\frac{11}{5}R + \frac{11}{95}R\right)C = \frac{44}{19}RC$$

$$CIR = \frac{44}{19}CIR(1 - e^{-t/\tau}) \quad \Rightarrow \quad e^{-t/\tau} = \frac{25}{44} \quad \Rightarrow \quad -\frac{t}{\tau} = \ln\left(\frac{25}{44}\right)$$

$$\boxed{t = 1.31RC}$$