Capítulo 3

# Análisis Univariado de los Datos

Una vez realizada la recopilación de los datos, el siguiente paso fué realizar un análisis univariado. Este análisis nos permite de una manera simple la examinación y descripción del comportamiento y la naturaleza de los datos, lo cual permite un mejor desarrollo en la aplicación subsiguiente de algunos métodos y técnicas multivariadas.

La identificación individual de las variables y sobre todo en las pruebas de aptitud que exige criterios de validez, uno de ellos es la normalidad de sus calificaciones.

Dentro de este análisis univariado utilizaremos las siguientes herramientas gráficas:

* Histogramas
* Diagramas de barras.

y las siguientes herramientas analíticas:

* Tablas Porcentuales.
* Tablas de estadísticas descriptivas de las variables:
* Medidas de Tendencia Central: media, mediana y moda.
* Medidas de Dispersión: varianza, desviación estándar y rango.
* Prueba de hipótesis para la mediana y moda;
* Prueba de Bondad de Ajuste: Prueba de Kolmogorov - Smirnov (K-S).

Debido a la naturaleza de los datos se han efectuado por separado el análisis univariado correspondiente, así pues tenemos que las variables:

* Demográficas: Análisis descriptivo
* Pruebas de Ingreso y Materias Básicas: Análisis descriptivo y pruebas de hipótesis.

## Variables Demográficas

## Análisis Descriptivo

En esta subsección, se utilizarán como herramientas descriptivas tablas porcentuales y diagramas de barras, ya que las variables: Sexo, Tipo de Colegio y Especialidad fueron descritas como variables nominales.

Una variable que presenta información relevante es la variable provincia, ya que representa el lugar donde el estudiante obtuvo el título de bachiller. En la Tabla III, se ha descrito porcentualmente esta variable con respecto al número de estudiantes, tomando en cuenta la provincia y el cantón.

Tabla III

TABLA PORCENTUAL DE Provincia

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ***Provincia*** | ***Cantón*** | ***% de estudiantes*** | ***% de estudiantes***  ***EXCLUYENDO Guayas*** | ***Provincia*** | ***Cantón*** | ***% de estudiantes*** | ***% de estudiantes***  ***EXCLUYENDO Guayas*** |
| Guayas  (85.05%) | Guayaquil | 79.44% | - | Esmeraldas  (1.40%) | Esmeraldas | 1.40% | 9.38% |
| Milagro | 2.34% | - | Cañar  (0.93%) | La Troncal | 0.93% | 6.25% |
| Salinas | 2.34% | - | Manabí  (1.40%) | Chone | 0.47% | 3.13% |
| Ancón | 0.47% | - | Manta | 0.47% | 3.13% |
| Daule | 0.47% | - | Portoviejo | 0.47% | 3.13% |
| El Oro  (5.61%) | Machala | 4.21% | 28.13% | Loja  (1.40%) | Loja | 0.93% | 6.25% |
| Pasaje | 0.93% | 6.25% | Macará | 0.47% | 3.13% |
| Zaruma | 0.47% | 3.13% | Pichincha  (0.47%) | Santo Domingo | 0.47% | 3.13% |
| Los Ríos  (2.80%) | Babahoyo | 2.80% | 18.75% | Otros  (0.94%) | Alausí | 0.47% | 3.13% |
| Galápagos | 0.47% | 3.13% |

Como era de esperarse el área de influencia directa con respecto al ingreso de la ESPOL esta centrada en la provincia del Guayas (85.5%), principalmente en donde se encuentra ubicada las carreras de ingenierías de la ESPOL: Guayaquil (79,44). Las áreas de influencia secundaria fueron otras provincias del Litoral siendo la más representativa la provincia de El Oro con el 37,5% fuera del área de influencia directa, ubicándose como la segunda provincia que posee una cantidad significativa de alumnos ingresados.

Respecto a las otras variables se puede decir que: la participación de las mujeres en el ingreso a las carreras de ingeniería es baja (10%); no existe una diferencia marcada entre la procedencia de colegios particulares (60%) y fiscales (40%).

GRÁFICO I

DIAGRAMAS DE BARRA DE LA VARIABLE SEXO Y TIPO DE COLEGIO



## Pruebas de Ingreso

## Métodos Descriptivos

En esta subsección, se utilizarán como herramientas descriptivas tablas de estadísticas descriptivas e histogramas de frecuencia ya que fueron descritas como variables cuantitativas siendo estas las calificaciones de las pruebas de conocimiento y las pruebas de aptitud.

En la Tabla IV se presentan un resumen de los resultados de las estadísticas descriptivas para las variables de ingreso considerando las medidas de tendencia y de dispersión se muestran en forma conjunta en la siguiente tabla:

Tabla iv

ESTADÍSTICAS DESCRIPTIVAS DE LAS PRUEBAS DE INGRESO

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ***Estadística Descriptiva*** | ***Matemáticas*** | ***Física*** | ***Química*** | ***PAAV*** | ***PAAM*** |
| ***Media*** | 65.182 | 62.266 | 63.056 | 57.145 | 59.034 |
| ***Mediana*** | 64.000 | 61.000 | 62.000 | 58.651 | 60.000 |
| ***Moda*** | 60.000 | 60.000 | 61.000 | 66.667 | 66.667 |
| ***Desviación Estándar*** | 8.619 | 11.253 | 8.107 | 14.549 | 16.332 |
| ***Varianza*** | 74.281 | 126.628 | 65.725 | 211.667 | 266.744 |
| ***Sesgo*** | 0.163 | 0.407 | 0.116 | -0.244 | 0.141 |
| ***Kurtosis*** | 0.622 | -0.280 | 1.016 | -0.444 | -0.274 |
| ***Rango*** | 50.000 | 55.000 | 49.000 | 65.873 | 81.111 |

De acuerdo a la tabla se puede observar que para las variables de las pruebas de ingreso se tiene lo siguiente:

**Matemáticas**

Se observa que la mediana (64) de esta variable esta cercana a la media aritmética (65,182), la moda (60 puntos) coincide con el requerimiento mínimo de aprobación de la materia. La curva de distribución tiene un leve sesgo (0,163) hacia las notas más altas y cierto grado de picudez (kurtosis 0,622); esto es debido a que la mayoría de los estudiantes seguidos en este estudio cumplieron los requerimientos mínimos de la materia.

**Física**

Se observa que la mediana (61) de esta variable esta cercana a la media aritmética (62.266), la moda (60 puntos) coincide con el requerimiento mínimo de aprobación de la materia. La curva de distribución tiene un leve sesgo (0,407) hacia las notas mas altas y dando un cierta forma acampanada (kurtosis -0,280); esto es debido a que la mayoría de los estudiantes seguidos en este estudio más que cumplir los requerimientos mínimos de la materia lo que tuvo más influencia fué la ponderación que obtuvieron de acuerdo a la calificación de las pruebas de aptitud.

**Química**

Se observa que la mediana (62) de esta variable esta cercana a la media aritmética (63,056), la moda (61 puntos) es mayor al requerimiento mínimo de aprobación de la materia. La curva de distribución tiene un leve sesgo (0,116) hacia las notas más altas y cierto grado de picudez (kurtosis 1,016), esto es debido a que la mayoría de los estudiantes seguidos en este estudio estuvo repartida en forma mas equilibrada la influencia de los requerimientos mínimos de la materia y de la ponderación que obtuvieron de acuerdo a la calificación de las pruebas de aptitud.

**Prueba de Aptitud Verbal**

Se observa que la mediana (58,651) de esta variable esta cercana a la media aritmética (57,145). Es de notar que la dispersión de las notas es alta (desviación estándar 14,549) debido a que se estaban evaluando aptitudes. La curva de distribución tiene un leve sesgo (-0,244) hacia las notas mas bajas y cierto grado de aplanamiento (Kurtosis -0,444); esto es debido a que las notas reflejan que la aptitud verbal se distribuye con mayor normalidad.

**Prueba de Aptitud Matemática**

Se observa que la mediana (60) de esta variable esta cercana a la media aritmética (59,034). Es de notar que la dispersión de las notas es alta (desviación estándar 16,332) debido a que se estaban evaluando aptitudes. La curva de distribución tiene un leve sesgo (0,141) hacia las notas mas bajas y cierto grado de aplanamiento (kurtosis -0,274); esto es debido a que las notas reflejan que la aptitud matemática se distribuye con mayor normalidad.

Se observó algunas calificaciones de las pruebas de conocimiento que obtuvieron notas menores a la mínima de aprobación, esto ocurre ya que a estos estudiantes se les sumó al promedio de las materias de conocimiento los puntos obtenidos por la prueba de aptitud, bajo su ponderación y restricciones mencionadas en el Capítulo 1, subsección 1.3.2.

En el Gráfico II se presenta una comparación gráfica entre las variables de ingreso utilizando histogramas de frecuencia.

GRÁFICO II



HISTOGRAMAS DE LAS PRUEBAS DE INGRESO

## Pruebas de Hipótesis

Del análisis efectuado en la subsección anterior es de resaltar en este grupo de variables, que la mediana se acerca a la media en todas las variables lo mismo se observa en menor grado para la moda.

Además se observa en los histogramas de frecuencia presentado en el Gráfico II, que las variables representadas por las pruebas de aptitud poseen una distribución acampanada, pudiendo concluir, a priori, que poseen una distribución normal.

Estas conjeturas acerca de la distribucion de estos parámetros se las va tratar de una manera más formal mediante pruebas de hipótesis.

Se realizarán dos pruebas de hipótesis, la primera concerniente a la comparación de la moda y mediana con respecto a la media mediante pruebas de hipótesis simple; y la segunda es concerniente a la normalidad de la distribución.

**Pruebas de Hipótesis para la Mediana y la Moda**

El tipo de prueba de hipótesis utilizada es simple, donde la hipótesis nula que se plantea es que si los estimadores: Mediana y Moda posee un valor significativamente igual a la media contra la hipótesis alterna de que no lo es.

En la Tabla V se muestran los resultados obtenidos en las pruebas de hipótesis efectuadas considerando el estadístico de prueba t de Student, los grados de libertad, valor p y la diferencia entre el estimador (mediana o moda) y la media.

Tabla V

Prueba de HIPÓTESIS para la Mediana y la moda

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ***Variable*** | ***Nombre del Estimador*** | ***Valor del Estimador*** | ***Media*** | ***t*** | ***Grados de Libertad*** | ***Valor P*** | ***Diferencia*** |
| MATEMÁTICAS | Moda | 60 | 65.182 | 8.796 | 213 | 0.000 | 5.20 |
| Mediana | 64 |  | 2.007 | 213 | 0.046 | 1.20 |
| FISICA | Moda | 60 | 62.266 | 2.946 | 213 | 0.004 | 2.30 |
| Mediana | 61 |  | 1.646 | 213 | 0.101 | 1.30 |
| QUÍMICA | Moda | 61 | 63.056 | 3.710 | 213 | 0.000 | 2.10 |
| Mediana | 62 |  | 1.906 | 213 | 0.058 | 1.10 |
| PAAV | Moda | 66.67 | 57.145 | -8.486 | 167 | 0.000 | -9.525 |
| Mediana | 58.65 |  | -1.342 | 167 | 0.182 | -1.506 |
| PAAM | Moda | 66.67 | 59.034 | -6.060 | 167 | 0.000 | -7.636 |
| Mediana | 60 |  | -0.767 | 167 | 0.444 | -0.966 |

Las pruebas de hipótesis presentadas indican que la mediana es un buen estimador de tendencia central en las pruebas de *Física* (p=0,101)y las de *aptitud verbal, PAAV* (p=0,182) y *matemática, PAAM* (p=0,444).

La moda no es buen estimador de tendencia central (p ≈ 0), esto es debido a que la mayoría de los estudiantes seguidos en este estudio tuvieron que cumplir requerimientos mínimos de aprobación.

**Prueba de Bondad de Ajuste**

Estas pruebas de hipótesis son aplicadas para verificar si la distribución de las variables de estudio se puede ajustar a una distribución conocida, para este caso utilizaremos como distribución de ajuste a la distribución normal y para los parámetros (media y varianza) utilizaremos los estimadores de cada variable obtenidos en la Tabla IV. El método utilizado para este análisis es la Prueba de Kolmogorov Smirnov (K-S).

En la Tabla VI se muestran los resultados obtenidos en las pruebas de hipótesis efectuadas considerando el estadístico de prueba Z (K-S), la media, desviación estándar.

Tabla vi

TABLA DE LA PRUEBA DE HIPÓTESIS DE KOLMOGOROV SMIRNOV (K-S)

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Variable** | **N** | **Estimadores normales** | | **Z (k-s)** | **Valor p (2-colas)** |
| Media | Desviación ESTÁNDAR |
| Matemáticas | 214 | 65.18224 | 8.61865 | 1.95497 | 0.00096 |
| Física | 214 | 62.26635 | 11.25292 | 1.03186 | **0.19614** |
| Química | 214 | 63.05608 | 8.10707 | 2.02091 | 0.00057 |
| PAAV | 169 | 56.80661 | 15.15685 | 0.90441 | **0.38667** |
| PAAM | 169 | 58.68425 | 16.90494 | 0.98528 | **0.28612** |

Las pruebas de bondad de ajuste presentadas confirman lo que gráficamente se había apreciado: las variables que más parecen provenir de distribuciones normales son Física (p=0,19614), la prueba de aptitud académica verbal (p=0.38667) y aptitud académica matemática (p=0.28612).

En Matemáticas y Química se ve realmente afectado por los requerimientos mínimos de la materia.

## Materias Básicas

## Análisis Descriptivo

En esta subsección, se utilizarán como herramientas descriptivas tablas de estadísticas descriptivas e histogramas de frecuencia ya que fueron descritas como variables cuantitativas tomando valores reales de 1 a 100 puntos. Se tomó en consideración como materias básicas de ingeniería de la ESPOL a: Cálculo I y II, Física I y II, Álgebra Lineal y Química I.

En la Tabla VII se presentan un resumen de los resultados de las estadísticas descriptivas para las variables que representan las materias de Cálculo I y II considerando el desdoblamiento de la materia.

Tabla Vii

ESTADÍSTICAS DESCRIPTIVAS CÁLCULO I Y CÁLCULO II (1era,2da,3era Y 4ta VEZ)

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ***Estadística Descriptiva*** | **PCIM1** | **PCIM2** | **PCIM3** | **PCIM4** | **PCIIM1** | **PCIIM2** | **PCIIM3** | **PCIIM4** |
| ***Media*** | 63.077 | 67.277 | 67.862 | 68.251 | 44.960 | 59.483 | 61.889 | 62.010 |
| ***Mediana*** | 63.500 | 66.000 | 66.500 | 66.500 | 46.000 | 62.250 | 63.000 | 63.000 |
| ***Moda*** | 60.000 | 60.000 | 60.000 | 60.000 | 60.000 | 60.000 | 60.000 | 60.000 |
| ***Desviación Estándar*** | 12.324 | 8.421 | 7.663 | 7.015 | 17.487 | 17.766 | 16.167 | 15.820 |
| ***Varianza*** | 151.884 | 70.918 | 58.722 | 49.216 | 305.809 | 315.620 | 261.364 | 250.279 |
| ***Sesgo*** | -0.552 | 0.004 | 0.325 | 0.990 | -0.226 | -1.196 | -1.425 | -1.338 |
| ***Kurtosis*** | 0.843 | 1.260 | 1.692 | 0.467 | -0.150 | 2.101 | 3.275 | 2.983 |
| ***Rango*** | 76.000 | 55.000 | 58.500 | 34.500 | 95.000 | 97.500 | 97.500 | 93.500 |
| ***# de estudiantes que cursaron*** | ***213*** | | | | ***202*** | | | |
| ***# (%) de estudiantes que aprobaron*** | ***213 (100%)*** | | | | ***161 (79,7%)*** | | | |
| ***Porcentaje de aprobación de la materia x vez tomada*** | ***70.4%*** | ***23.5%*** | ***4.2%*** | ***1.9%*** | ***25.7%*** | ***44.6%*** | ***9.4%*** | ***0.0%*** |

De acuerdo a la tabla se puede observar lo siguiente referente a estas materias:

**Cálculo I (1era, 2da, 3era y 4ta vez)**

La mayor parte de las personas estudiadas aprobaron máximo a la segunda vez (93,9%), siendo alto el grado de aprobación en la primera vez (70,4%). Hay una disminución importante de la dispersión de las notas de la primera vez (desviación estándar 12,324) a la segunda vez (desviación estándar 8,421).

**Cálculo II (1era, 2da, 3era y 4ta vez)**

La mayor parte de las personas estudiadas aprobaron máximo a la segunda vez (70,3%), siendo alto el grado de aprobacion en la segunda vez (44,6%). Hay un aumento de la media de la primera vez (44,96) a la segunda vez (59.483), sin embargo no se redujo la dispersión de los datos (desviación estándar de 17,487 a 17,766); esto puede ser por la inclusión de valores aberrantes o valores extremos, ya que lo lógico sería que la dispersión se reduciría a medida de que se vaya tomando nuevamente la materia, asimismo el sesgo se vuelve más negativo (-0.226 a -1.196), cuando lo lógico sería que a medida de que se va tomando la materia de nuevo las notas tiende a aumentar, esto induce la sospecha de que existen valores extremos menores que la media.

Se esperaría un mejor rendimiento en Cálculo II, considerando que en Cálculo I, el porcentaje de aprobación en la primera vez fue alto y se obtuvo una gran concentración de notas entre 60 y 75 puntos. Esto induce a sospechar de una cierta influencia de los conocimientos de otras materias en Cálculo II.

En el Gráfico III se presenta una comparación grafica entre las variables que representan las materias de Cálculo I y II.

GRÁFICO III

**HISTOGRAMAS DE CÁLCULO I Y CÁLCULO II (1era,2da,3era Y 4ta VEZ)**



En la Tabla VIII se presentan un resumen de los resultados de las estadísticas descriptivas para las variables que representan las materias de Física I y II considerando el desdoblamiento de la materia.

TABLA VIII

ESTADÍSTICAS DESCRIPTIVAS DE FÍSICA I Y FÍSICA II (1era,2da,3era Y 4ta VEZ)

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ***Estadística Descriptiva*** | **PFIM1** | **PFIM2** | **PFIM3** | **PFIM4** | **PFIIM1** | **PFIIM2** | **PFIIM3** | **PFIIM4** |
| ***Media*** | 60.888 | 65.710 | 67.215 | 67.526 | 58.900 | 64.018 | 64.761 | 64.761 |
| ***Mediana*** | 62.500 | 65.000 | 65.500 | 65.500 | 62.000 | 63.500 | 64.000 | 64.000 |
| ***Moda*** | 60.000 | 60.000 | 60.000 | 60.000 | 60.000 | 60.000 | 60.000 | 60.000 |
| ***Desviación Estándar*** | 13.838 | 9.626 | 7.723 | 7.616 | 14.013 | 11.447 | 11.368 | 11.368 |
| ***Varianza*** | 191.504 | 92.664 | 59.644 | 58.003 | 196.360 | 131.027 | 129.224 | 129.224 |
| ***Sesgo*** | -0.713 | -0.319 | 0.870 | 0.961 | -0.681 | -1.009 | -1.078 | -1.078 |
| ***Kurtosis*** | 1.143 | 2.040 | 1.082 | 1.011 | 0.224 | 2.952 | 3.355 | 3.355 |
| ***Rango*** | 79.500 | 61.000 | 48.000 | 48.000 | 73.000 | 76.500 | 76.500 | 76.500 |
| ***# de estudiantes que cursaron*** | ***214*** | | | | ***190*** | | | |
| ***# (%) de estudiantes que aprobaron*** | ***212 (99,1%)*** | | | | ***164 (86,3%)*** | | | |
| ***Porcentaje de aprobación de la materia x vez tomada*** | ***68.7%*** | ***22.0%*** | ***7.0%*** | ***1.4%*** | ***65.8%*** | ***17.9%*** | ***2.6%*** | ***0.0%*** |

De acuerdo a la tabla se puede observar en estas variables se tiene lo siguiente:

**Física I (1era, 2da, 3era y 4ta vez)**

La mayor parte de las personas estudiadas aprobaron máximo a la segunda vez (90,7%), siendo alto el grado de aprobación en la primera vez (68,7%). Hay una disminución en la dispersión de las notas de la primera a la segunda vez (desviación estándar 13,838 a 9,626), aumentando la media de 60,888 a 65,710 puntos, donde el nivel de aprobación mejora de cierta manera en el segundo grupo de estudiantes comprobándose en la disminución del sesgo (de –0,713 a –0,319). Cabe resaltar que el rango en la 3era vez existe un aumento considerable en el rendimiento inclusive aumentando la media el sesgo se vuelve positivo es decir que los estudiantes que tomaron por tercera vez obtuvieron muy buenas notas, como representa el 7% de los estudiantes puede considerarse como valores extremos o aberrantes.

**Física II (1era, 2da, 3era y 4ta vez)**

La mayor parte de las personas estudiadas aprobaron máximo a la segunda vez (83.7%), siendo alto el grado de aprobacion en la primera vez (65,8%). Hay un aumento significativo en la media de la primera vez (58,9) a la segunda vez (64,018), reduciéndose la dispersión de los datos (desviación estándar de 14,013 a 11,447); pese a la mejora de notas entre 60 y 70 puntos confirmado por la kurtosis (2,952) en la segunda vez, se detecta ciertas notas muy bajas con relación a la media detectada por el sesgo negativo (-1,009) esto puede ser por la inclusión de valores aberrantes o valores extremos.

GRÁFICO IV

HISTOGRAMAS DE FÍSICA I, FÍSICA II (1era,2da,3era y 4ta VEZ)

**

En la Tabla IX se presentan un resumen de los resultados de las estadísticas descriptivas para las variables que representan las materias de Álgebra Lineal y Química I considerando el desdoblamiento de las materias.

TABLA ix

ESTADÍSTICAS DESCRIPTIVAS áLGEBRA LINEAL Y QUÍMICA I (1era,2da,3era y 4ta VEZ)

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ***Estadística Descriptiva*** | **PAM1** | **PAM2** | **PAM3** | **PAM4** | **PQIM1** | **PQIM2** | **PQIM3** | **PQIM4** |
| ***Media*** | 46.205 | 60.867 | 63.131 | 63.290 | 64.741 | 67.565 | 69.180 | 69.806 |
| ***Mediana*** | 48.750 | 62.500 | 63.500 | 63.500 | 65.500 | 68.250 | 69.000 | 69.000 |
| ***Moda*** | 60.500 | 60.000 | 60.000 | 60.000 | 60.500 | 60.500 | 60.500 | 60.500 |
| ***Desviación Estándar*** | 19.161 | 13.703 | 11.792 | 11.335 | 12.772 | 14.184 | 11.036 | 9.016 |
| ***Varianza*** | 367.128 | 187.776 | 139.046 | 128.473 | 163.121 | 201.181 | 121.786 | 81.297 |
| ***Sesgo*** | -0.447 | -1.540 | -1.694 | -1.515 | -0.442 | -2.145 | -1.561 | 0.344 |
| ***Kurtosis*** | -0.660 | 3.950 | 5.925 | 5.337 | 1.352 | 8.450 | 10.167 | 2.023 |
| ***Rango*** | 85.000 | 92.000 | 82.000 | 80.000 | 78.000 | 97.500 | 97.500 | 65.500 |
| ***# de estudiantes que cursaron*** | ***210*** | | | | ***214*** | | | |
| ***# (%) de estudiantes que aprobaron*** | ***176 (83,8%)*** | | | | ***209 (97,7%)*** | | | |
| ***Porcentaje de aprobación de la materia x vez tomada*** | ***35.2%*** | ***39.5%*** | ***9.0%*** | ***0.0%*** | ***72.9%*** | ***19.2%*** | ***4.7%*** | ***0.9%*** |

De acuerdo a la tabla se puede observar en estas variables se tiene lo siguiente:

**Álgebra Lineal (1era, 2da, 3era y 4ta vez)**

Existe un bajo rendimiento en la primera vez de Álgebra Lineal con el 35,2 % de aprobación, el cual aumenta substancialmente en la segunda a un 39.5% (es de notar que este aumento es alto al considerarse una repetición) esto se puede notar al pasar la media de 46,205 a 60,667 y la desviación estándar al bajar de 19 a 13,7; es de observar que el sesgo se vuelve más negativo de -0,447 a -1,540 lo cual se puede atribuir a la aparición de valores aberrantes y extremos constatado por su rango de 92 puntos. En la tercera vez continua su aumento la media, pero se reduce los valores extremos, dado que su rango bajo 10 puntos.

**Química I (1era, 2da, 3era y 4ta vez)**

Química I en la primera vez tomada, se ubica como la materia con mayor índice porcentual de aprobación con el 72,9%, con media de 64,7 puntos y una desviación estándar de 12,772, con sesgo negativo y kurtosis positivo. Lo que notamos en esta materia en las veces tomadas subsiguientes, es una posible contaminación en los datos con datos extremos, corroborado por el rango y el inestable valor que tiene el sesgo y la kurtosis.

En el Gráfico V se presenta una visualización gráfica de las variables que representan las materias de Álgebra y Química I

GRÁFICO V

**HISTOGRAMAS DE ÁLGEBRA LINEAL, QUÍMICA I (1era, 2da,3era y 4ta VEZ)

Comparando todas las materias básicas, lo que se resalta es que la mayoría de los estudiantes aprueban entre la primera y segunda vez, siendo Álgebra y Cálculo II las materias que se sitúan entre de menor porcentaje de aprobación en la primera vez y Química I la materia con mayor porcentaje en la primera vez.

## Pruebas de Hipótesis

Como vimos en la subsección anterior, la mediana poseía valores cercanos a la media, vista de esta manera, a priori se puede decir que la mediana resultaría un buen estimador de la media, además dado los casos de la existencia de valores aberrantes o valores extremos en las materias se puede decir que la mediana posee características de robustez.

Los histogramas de frecuencia de las variables que representan las materias básicas y vistas en los Gráficos III, IV y V, se puede decir, a priori, que las únicas distribuciones que tienden a ser normales son aquellas variables representada por Cálculo II y Química I en la primera vez y de cierta manera Cálculo I.

Estas conclusiones a priori se confirmarán de una manera técnica por medio de pruebas de hipótesis simple de comparación de la media con respecto a la moda y mediana, y la prueba de bondad de ajuste a una distribución normal.

**Pruebas de Hipótesis para la mediana y la moda**

En la Tabla X se muestran los resultados obtenidos en las pruebas de hipótesis efectuadas considerando el estadístico de prueba t de Student, los grados de libertad, valor p y la diferencia entre el estimador (mediana o moda) y la media.

Las pruebas de hipótesis presentadas en la Tabla X indican que la mediana ha sido en la mayoría de las variables un buen estimador (valores sombreados) y en algunos casos robusto.

En cambio la moda sólo en dos casos fue un estimador aceptable, en Física I y II en la primera vez, Álgebra y Cálculo II ambas en la segunda vez que la tomaron.

Tabla x

Prueba de HIPÓTESIS para la Mediana y la moda

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ***Variable*** | ***Nombre del Estimador*** | ***Valor del Estimador*** | ***Media*** | ***t*** | ***Grados de Libertad*** | ***Nivel de significancia*** | ***Diferencia*** |
| A 1 | Moda | 60.5 | 46.205 | -10.812 | 209 | 0.000 | -14.295 |
| Mediana | 48.75 |  | -1.925 | 209 | 0.056 | -2.545 |
| A2 | Moda | 60 | 60.867 | 0.917 | 209 | 0.360 | 8.7E-01 |
| Mediana | 62.5 |  | -1.727 | 209 | 0.086 | -1.633 |
| A3 | Moda | 60 | 63.131 | 3.848 | 209 | 0.000 | 3.131 |
| Mediana | 63.5 |  | -0.454 | 209 | 0.651 | -0.369 |
| A4 | Moda | 60 | 63.290 | 4.207 | 209 | 0.000 | 3.290 |
| Mediana | 63.5 |  | -0.268 | 209 | 0.789 | -0.210 |
| CI1 | Moda | 60 | 63.077 | 3.644 | 212 | 0.000 | 3.077 |
| Mediana | 63.5 |  | -0.500 | 212 | 0.617 | -0.423 |
| CI2 | Moda | 60 | 67.277 | 12.611 | 212 | 0.000 | 7.277 |
| Mediana | 66 |  | 2.213 | 212 | 0.028 | 1.277 |
| CI3 | Moda | 60 | 67.862 | 14.972 | 212 | 0.000 | 7.862 |
| Mediana | 66.5 |  | 2.593 | 212 | 0.010 | 1.362 |
| CI4 | Moda | 60 | 68.251 | 17.165 | 212 | 0.000 | 8.251 |
| Mediana | 66.5 |  | 3.643 | 212 | 0.000 | 1.751 |
| CII1 | Moda | 60 | 44.960 | -12.223 | 201 | 0.000 | -15.040 |
| Mediana | 46 |  | -0.845 | 201 | 0.399 | -1.040 |
| CII2 | Moda | 60 | 59.483 | -0.414 | 201 | 0.679 | -0.517 |
| Mediana | 62.25 |  | -2.214 | 201 | 0.028 | -2.767 |
| CII3 | Moda | 60 | 61.889 | 1.660 | 201 | 0.098 | 1.889 |
| Mediana | 63 |  | -0.977 | 201 | 0.330 | -1.111 |
| CII4 | Moda | 60 | 62.010 | 1.806 | 201 | 0.072 | 2.010 |
| Mediana | 63 |  | -0.889 | 201 | 0.375 | -0.990 |
| FI1 | Moda | 60 | 60.888 | 0.939 | 213 | 0.349 | 0.888 |
| Mediana | 62.5 |  | -1.704 | 213 | 0.090 | -1.612 |
| FI2 | Moda | 60 | 65.710 | 8.678 | 213 | 0.000 | 5.710 |
| Mediana | 65 |  | 1.079 | 213 | 0.282 | 0.710 |
| FI3 | Moda | 60 | 67.215 | 13.667 | 213 | 0.000 | 7.215 |
| Mediana | 65.5 |  | 3.248 | 213 | 0.001 | 1.715 |
| FI4 | Moda | 60 | 67.526 | 14.455 | 213 | 0.000 | 7.526 |
| Mediana | 65.5 |  | 3.891 | 213 | 0.000 | 2.026 |
| FII1 | Moda | 60 | 58.900 | -1.082 | 189 | 0.281 | -1.100 |
| Mediana | 62 |  | -3.049 | 189 | 0.003 | -3.100 |
| FII2 | Moda | 60 | 64.018 | 4.839 | 189 | 0.000 | 4.018 |
| Mediana | 63.5 |  | 0.624 | 189 | 0.533 | 0.518 |
| FII3 | Moda | 60 | 64.761 | 5.772 | 189 | 0.000 | 4.761 |
| Mediana | 64 |  | 0.922 | 189 | 0.358 | 0.761 |
| FII4 | Moda | 60.5 | 64.761 | 5.772 | 189 | 0.000 | 4.761 |
| Mediana | 64 |  | 0.922 | 189 | 0.358 | 0.761 |
| QI1 | Moda | 60.5 | 64.741 | 4.857 | 213 | 0.000 | 4.241 |
| Mediana | 65.5 |  | -0.870 | 213 | 0.385 | -0.759 |
| QI2 | Moda | 60.5 | 67.565 | 7.287 | 213 | 0.000 | 7.065 |
| Mediana | 68.25 |  | -0.706 | 213 | 0.481 | -0.685 |
| QI3 | Moda | 60.5 | 69.180 | 11.506 | 213 | 0.000 | 8.680 |
| Mediana | 69 |  | 0.238 | 213 | 0.812 | 0.180 |
| QI4 | Moda | 60.5 | 69.806 | 15.099 | 213 | 0.000 | 9.306 |
| Mediana | 69 |  | 1.308 | 213 | 0.192 | 0.806 |

Se presentaron algunas excepciones de considerar a la mediana y la moda como estimadores aceptables de la media, esto es dado por su bajo nivel de significancia cercana a cero fueron Cálculo I: 2da, 3era y 4ta vez, Física I: 3era y 4ta vez dada por la inclusión de valores extremos entre los datos. Otro caso es la materia Álgebra Lineal en la primera vez, que como vimos en los resultados descriptivos, no tiene una tendencia central muy definida confirmándose en el bajo valor p en las pruebas.

**Bondad de Ajuste**

En este análisis comprobaremos la posible distribución normal que tenga nuestras variables de estudio, utilizaremos par tal efecto la prueba de Kolmogorov-Smirnov (K-S), que utilizará estimadores de la muestra. A continuación se presentará la Tabla XI que exhibirá el nombre de la variable, número de la muestra (N), media desviación estándar, el Estadístico de la Prueba (Z) y el nivel de significancia de dos colas.

En la Tabla XI se muestran los resultados obtenidos en las pruebas de hipótesis efectuadas considerando el estadístico de prueba Z (K-S), la media, desviación estándar.

Las pruebas de bondad de ajuste presentadas indican que sólo las variables que representan la primera vez de Calculo II (p = 0,408) y Química I (p = 0,096) tienen su distribución aproximadamente normal, las cuales están sombreadas para una mejor visualización.

Debido a este resultado, para posibles estudios posteriores se debería transformar los datos a fin de estos presenten normalidad. En nuestro caso se utilizarán el criterio otorgado por el teorema del límite central que indica que nuestra población converge en Ley a una distribución normal, resaltando que es lenta la convergencia en algunas variables.

Tabla Xi

TABLA DE LA PRUEBA DE HIPÓTESIS DE KOLMOGOROV SMIRNOV (K-S)

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Variable** | **Vez** | **N** | **Estimadores normales** | | **Z (k-s)** | **Nivel de significacia (2-colas)** |
| **Media** | **DesviaciÓn Estándar** |
| Cálculo I | 1 | 213 | 63.07747 | 12.32413 | 1.54163 | 0.01725 |
| Cálculo I | 2 | 213 | 67.27699 | 8.42129 | 1.93711 | 0.00110 |
| Cálculo I | 3 | 213 | 67.86150 | 7.66306 | 1.95115 | 0.00099 |
| Cálculo I | 4 | 213 | 68.25117 | 7.01542 | 1.81484 | 0.00276 |
| Cálculo II | 1 | 202 | 44.96040 | 17.48741 | 0.88883 | **0.40833** |
| Cálculo II | 2 | 202 | 59.48267 | 17.76571 | 3.04983 | 0.00000 |
| Cálculo II | 3 | 202 | 61.88861 | 16.16677 | 3.56071 | 0.00000 |
| Cálculo II | 4 | 202 | 62.00990 | 15.82019 | 3.50316 | 0.00000 |
| Física I | 1 | 214 | 60.88785 | 13.83849 | 2.36017 | 0.00003 |
| Física I | 2 | 214 | 65.71028 | 9.62624 | 2.67802 | 0.00000 |
| Física I | 3 | 214 | 67.21495 | 7.72293 | 2.21961 | 0.00011 |
| Física I | 4 | 214 | 67.52570 | 7.61596 | 2.22641 | 0.00010 |
| Física II | 1 | 190 | 58.90000 | 14.01286 | 2.60766 | 0.00000 |
| Física II | 2 | 190 | 64.01842 | 11.44672 | 2.75152 | 0.00000 |
| Física II | 3 | 190 | 64.76053 | 11.36768 | 2.76849 | 0.00000 |
| Física II | 4 | 190 | 64.76053 | 11.36768 | 2.76849 | 0.00000 |
| Álgebra Lineal | 1 | 210 | 46.20476 | 19.16058 | 1.68987 | 0.00662 |
| Álgebra Lineal | 2 | 210 | 60.86666 | 13.70315 | 3.22295 | 0.00000 |
| Álgebra Lineal | 3 | 210 | 62.87381 | 12.55589 | 3.58771 | 0.00000 |
| Álgebra Lineal | 4 | 210 | 63.29048 | 11.33458 | 3.24443 | 0.00000 |
| Química I | 1 | 214 | 64.74065 | 12.77190 | 1.23209 | **0.0960**3 |
| Química I | 2 | 214 | 67.56542 | 14.18383 | 3.18094 | 0.00000 |
| Química I | 3 | 214 | 69.17991 | 11.03565 | 2.48746 | 0.00001 |
| Química I | 4 | 214 | 69.80608 | 9.01647 | 1.68270 | 0.00694 |