

**ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL**  
**INSTITUTO NACIONAL DE INVESTIGACIONES CIENTÍFICAS Y TECNOLÓGICAS**  
**CRITERIOS DE CALIFICACIÓN DEL EXAMEN DE SEGUNDA EVALUACIÓN**  
**DE ECUACIONES DIFERENCIALES**

1. (15 puntos)

Determine la solución general de la ecuación diferencial:

$$4xy'' + 2y' + y = 0$$

mediante series de potencias de  $x$ . Utilice la raíz de menor valor de la ecuación indicial asociada a la ecuación diferencial dada para establecer la primera solución, exprese ésta como una función elemental; y, luego utilice algún procedimiento conocido para definir la segunda solución linealmente independiente e igualmente exprese la como una función elemental.

CRITERIO	VALOR
Expresar la ecuación indicial	2
Determinar las raíces de la ecuación indicial	2
Expresar la solución y sus derivadas para la raíz de menor valor	1
Reemplazar, agrupar términos semejantes y determinar la relación de recurrencia para los coeficientes	2
Generar los coeficientes de la solución y determinar correctamente la solución en series de potencias	2
Identificar y expresar la función elemental que representa la serie de potencias	1
Utilizar el método de reducción de orden o la identidad de Abel o por medio de series para determinar la segunda solución linealmente independiente	2
Determinar y expresar la segunda solución linealmente independiente como una función elemental	2
Expresar correctamente la solución general	1

2. (15 puntos)

a. Demostrar que si  $f$  es una función continua por segmentos en  $[0, +\infty)$  y  $F(s) = L[f(t)]$  existe para  $s > a$ ,

entonces  $L[f(ct)] = \frac{1}{c} F\left(\frac{s}{c}\right)$ ,  $s > ca$ .

CRITERIO	VALOR
Aplicar la definición de Transformada de Laplace para la función $f(ct)$ .	2
Realizar un cambio de variable $u = ct$ y sustituir en la integral definida.	2
Aplicar propiedad de linealidad de la integral definida y reconocer $F(s/c)$	2
Concluir que $L[f(ct)] = \frac{1}{c} F\left(\frac{s}{c}\right)$ , $s > ca$	1

b. Determinar la transformada inversa de Laplace de la función  $F(s) = e^{-s} \ln \left( \frac{(s-1)^2 e^{\frac{1}{s}}}{s^2} \right)$

CRITERIO	VALOR
Expresar a $F(s) = e^{-s} G(s)$	1
Especificar que $L(tg(t)) = -\frac{dG(s)}{ds}$	1
Aplicar la derivada de $G(s)$	1.5
Determinar $g(t)$	2
Reconocer que $f(t) = g(t-1)\mu(t-1)$	1.5
Determinar $f(t)$	1