

3. (20 puntos)

Utilizando transformada de Laplace, determinar la solución general del siguiente problema de valor inicial:

$$\begin{cases} x'(t) = t - y''(t) - y(t) \\ y'(t) = x(t) + t \end{cases}; x(0) = y'(0) = y(0) = 0$$

CRITERIO	VALOR
Aplicar la transformada de Laplace a las dos ecuaciones diferenciales.	4
Agrupar términos semejantes.	1
Eliminar una de las variables y despeja la otra variable.	1
Obtener la transformada inversa utilizando la transformada de la integral o fracciones parciales.	8
Obtener la solución para la otra variable despejando de alguna de las ecuaciones o eliminación y transformada inversa de Laplace.	4
Expresar correctamente la solución del problema dado.	2

4. (20 puntos)

Utilizando el desarrollo de series de Fourier de la función periódica con periodo igual a  $2\pi$  cuya regla de correspondencia es  $f(x) = x^2$ ,  $-\pi < x < \pi$ , calcule la suma de la serie numérica

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^2}$$

CRITERIO	VALOR
Expresar la serie de Fourier para el caso de una función par.	3
Determinar los coeficientes de las serie de Fourier.	8
Sustituir y simplificar.	1
Seleccionar correctamente el punto donde evaluar término a término la serie de Fourier obtenida.	3
Evaluar término a término la serie en el punto seleccionado y simplificar.	3
Expresar correctamente la suma de la serie numérica dada.	2

5. (20 puntos)

a) Determine la solución general de la ecuación diferencial  $(x^2 - 1)y'' - 2xy' + 2y = 0$  mediante desarrollo de series de potencias alrededor del punto  $x=0$ .

CRITERIO	VALOR
Identificar que el punto es ordinario.	1
Indicar las series para la variable dependientes y sus derivadas.	1
Sustituir y agrupar términos semejantes.	2
Establecer la relación de recurrencia para obtener los coeficientes.	2
Determinar los coeficientes de la serie.	2
Sustituir, simplificar e identificar la solución general de la ecuación homogénea.	2