

Nombre: \_\_\_\_\_

PARALELO: .....

FIRMA \_\_\_\_\_ # de MATRICULA: \_\_\_\_\_

**PRESENTE DESARROLLADOS LOS TEMAS EN EL ORDEN DADO,  
DEDIQUE UNA CARILLA A CADA TEMA. TODOS LOS TEMAS TIENEN EL MISMO VALOR**

**TEMA 1: (10 Puntos)** Defina:

- a) Eventos mutuamente excluyentes
- b) Coeficiente de correlación
- c) Función de probabilidades
- d) Independencia entre dos variables aleatorias.

**TEMA 2: (10 Puntos)** Pruebe:

- a) Que  $Var(ax + by + c) = a^2 Var(x) + b^2 Var(y) + 2abCov(x, y)$
- b) Que  $|\rho_{x,y}| \leq 1$  (coeficiente de correlación)

**TEMA 3: (20 Puntos)** En una urna que contiene dos bolas, éstas se encuentran sin pintar. Se selecciona una bola al azar y se lanza una moneda. Si la bola elegida no está pintada y en la moneda sale cara, pintamos la bola de rojo; si en la moneda sale sello, la pintamos de negro. Si la bola ya está pintada, entonces cambiamos el color de la bola de rojo a negro o de negro a rojo, independientemente de si la moneda produce cara o sello.

- a) Después de tres lanzamientos de la moneda, ¿Cuál es la probabilidad de que quede una bola pintada de color rojo y una de color negro?
- b) Si después del tercer lanzamiento de la moneda quedó una bola de color rojo y una de color negro, ¿Cuál es la probabilidad de que en el primer lanzamiento de la moneda haya salido cara?

**TEMA 4: (20 Puntos)** De una población cuya distribución de probabilidades está dada por:

$$P(X = x) = k(x^2 + 1); S = \{0, 1, 2\}.$$

- a) Determine la media y la varianza de X. (5 puntos)
- b) Grafique el histograma de probabilidades de X y la distribución acumulada (5 puntos)
- c) Si se toman muestras de tamaño  $n=3$  de dicha población, determine la distribución de probabilidades, la media, la varianza de la variable aleatoria media aritmética de la muestra  $\bar{X}$ . (10 puntos)

**TEMA 5: (15 Puntos)** Con motivo de las próximas elecciones en el Ecuador para elegir Asambleístas, se ha hecho una encuesta y se ha determinado que el 70 % de los electores está a favor de la tesis del gobierno, el 22 % están en contra de dicha tesis y el 5 % no están ni a favor ni en contra del gobierno y el 3% no contesta.

- a) Si se tomara una muestra de 15 personas, ¿Cuál es la probabilidad que al menos 3 estén en contra de la tesis gubernamental?
- b) En algún recinto electoral se tiene planeado preguntar, el día de las elecciones, sobre las preferencias, ¿Cuál es la probabilidad de que el decimo entrevistado sea el cuarto que dice estar a favor de la tesis del gobierno?
- c) Si se eligen al azar a 14 electores, ¿Cuál es la probabilidad de que 6 estén a favor del gobierno y 3 estén en contra del gobierno y 2 no contesten?

**TEMA 6: (15 Puntos)** Sean X, Y y Z variables aleatorias, tales que su distribución conjunta esta dada por la siguiente expresión:

$$P(X = x, Y = y, Z = z) = \begin{cases} kx(y-z) & , x = 1, 2, 3 \\ & , y = 3, 4 \\ & , z = 1, 2 \\ 0 & , \text{resto de } x, y, z \end{cases}$$

- a) Determine la media de X, Y y Z.
- b) Determine el coeficiente de correlación entre X y Y
- c) Tabule la distribución Condicional de X dado que Y=3

**TEMA 7: (10 puntos)**

Deduzca la regla de correspondencia de la función de probabilidad de la variable aleatoria Poisson con parámetro  $\lambda$  como límite de la distribución Binomial.